HFuf0007
128

THÈSE

DE PHYSIQUE ET DE CHIMIE,

PRÉSENTÉE

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS,

LE MARS 1847,

PAR M. J. JAMIN.

Ancien élève de l'École Normale, professeur divisionnaire au Collége royal de Louis le Grand.

LABORATOIRE DE RECHERCHES PHYSIQUE SORBONNE

PARIS,

IMPRIMERIE ET LIBRAIRIE DE BACHELIER,

RUE DU JARDINET, 12.

1847.

BIUS JUSSIEU
THES
PARIS

ACADÉMIE DE PARIS.

FACULTÉ DES SCIENCES.

MM. DUMAS, doyen,
BIOT,
FRANCOEUR,
DE MIRBEL,
PONCELET,
POUILLET,
LIBRI,
STURM,
DELAFOSSE,
LEFÉBURE DE FOURCY,
DE BLAINVILLE,
CONSTANT PREVOST,
AUGUSTE SAINT-HILAIRE,
DESPRETZ,
BALARD,
MILNE EDWARDS,
CHASLES,
LE VERRIER.

} Professeurs.

DUHAMEL,
VIEILLE,
MASSON,
PELIGOT,
DE JUSSIEU,

} Agrégés.

A

Mon Père et à ma Mère.

THÈSE DE PHYSIQUE.

MÉMOIRE

SUR LA

RÉFLEXION MÉTALLIQUE.

Dans un Mémoire remarquable publié dans les *Transactions philosophiques* du mois d'avril 1830, le docteur Brewster appela l'attention des physiciens sur les phénomènes présentés par la réflexion métallique; et, sans chercher à déterminer la nature des modifications imprimées à la lumière par les métaux, il exécuta des expériences qui lui firent découvrir quelques lois isolées auxquelles il ne donna aucune interprétation théorique. Depuis cette époque, la réflexion métallique devint l'objet d'études suivies : les unes mathématiques, dont nous aurons souvent l'occasion de parler dans la suite; les autres expérimentales, trop peu nombreuses pour résoudre complétement le problème, laissant souvent à désirer sous le rapport de la précision, et exécutées par des procédés de mesure fort compliqués. C'est dans le but de simplifier les méthodes et d'étendre

ces recherches, que j'ai entrepris les expériences suivantes. Avant de les faire connaître, je résumerai les lois les plus simples et les plus générales découvertes par M. Brewster.

1°. Si l'on fait réfléchir un nombre quelconque de fois, sur un métal, un rayon polarisé dans les azimuts de 0 degré ou de 90 degrés, il reste toujours polarisé dans le même plan après la réflexion.

2°. Tout rayon qui est, avant la réflexion, polarisé dans un autre azimut, est dépolarisé en partie après avoir subi l'action du métal.

3°. Si l'on fait tomber sur un miroir métallique un faisceau de lumière naturelle, il ne se polarise par la réflexion sous aucune incidence, et il présente, quand on l'examine avec un polariscope, les apparences d'un rayon partiellement polarisé. M. Brewster a remarqué d'ailleurs, et cette observation est importante, qu'il existe une incidence particulière pour laquelle la proportion de lumière polarisée par réflexion est la plus considérable; cette incidence a été nommée *angle de polarisation maxima*.

4°. Quand la lumière polarisée est réfléchie plusieurs fois sur des miroirs métalliques parallèles, sous l'incidence du maximum de polarisation, la polarisation est rétablie après un nombre pair de réflexions.

5°. Enfin, le faisceau réfléchi redevient polarisé après un nombre pair ou impair de réflexions sous des incidences nombreuses, déterminées par des lois qui restent à trouver.

Tout rayon polarisé dans un plan quelconque avant l'incidence, pouvant toujours se décomposer en deux autres polarisés dans les azimuts de 0 degré et de 90 degrés, lesquels, d'après M. Brewster, ne changent pas leur azimut en se réfléchissant, le rayon réfléchi sera toujours formé par la superposition de deux rayons polarisés dans ces azimuts principaux, et son état vibratoire sera connu, si l'on a recherché d'avance les modifications que subissent en se réfléchissant les rayons composants. La première question

que nous devons nous poser est donc celle-ci : chercher les transformations qui s'opèrent, pendant la réflexion, dans des rayons polarisés dans les azimuts principaux.

Or tout rayon polarisé, qui subit une action quelconque sans perdre sa polarisation et sans changer d'azimut, ne peut éprouver que des changements de phases et des variations d'intensité : nous avons donc à examiner si ces modifications se réalisent, et suivant quelles lois elles se produisent pour deux rayons polarisés, l'un dans l'azimut de o degré et l'autre dans l'azimut de 90 degrés. C'est cette étude que nous allons faire, en commençant par la détermination des intensités.

I. — *Mesure des intensités de la lumière réfléchie par les métaux.*

Si l'on fait tomber sur une lame de verre des rayons polarisés dans les azimuts de o degré ou de 90 degrés, les intensités des faisceaux réfléchis seront représentées par les formules suivantes de Fresnel :

$$(1) \qquad J'^2 = \frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)}, \qquad I'^2 = \frac{\tang^2(i-r)}{\tang^2(i+r)}.$$

Ces formules, vérifiées par MM. Arago et Brewster, sont aujourd'hui admises par les physiciens ; elles vont nous servir de point de départ pour mesurer les quantités de lumière I^2 et J^2 réfléchies par les métaux : il suffira pour cela de comparer I^2 et I'^2 d'une part, J^2 et J'^2 de l'autre.

Pour faire cette comparaison, plaçons en contact deux lames, l'une de verre, l'autre de métal, de manière que les deux faces polies soient dans le même plan, et que les deux lames constituent une même surface réfléchissante, dont l'une des parties est en verre, l'autre partie en métal, puis faisons réfléchir sur le milieu de cette double lame un rayon polarisé dans le plan d'incidence : l'une des moitiés

du rayon sera réfléchie par le verre, l'autre par le métal; toutes deux resteront polarisées dans l'azimut de o degré, et ne donneront qu'une seule image en traversant un prisme biréfringent dont la section principale coïncide avec le plan primitif de polarisation. Mais si nous faisons tourner ce prisme d'un angle β, nous obtiendrons une image ordinaire et une extraordinaire pour chacune des deux portions du faisceau réfléchies par le verre et par le métal; ce qui fera quatre images dont les intensités seront :

	Métal.	Verre.
O.....	$J^2 \cos^2\beta$	$J'^2 \cos^2\beta$
E.....	$J^2 \sin^2\beta$	$J'^2 \sin^2\beta$

Quand β varie, les images ordinaires et extraordinaires subissent des changements d'intensité inverses, et il y a toujours une valeur particulière de β qui rend l'image ordinaire du métal égale à l'image extraordinaire du verre.

On a, dans ce cas,

$$J^2 \cos^2\beta = J'^2 \sin^2\beta ;$$

et, en remplaçant J'^2 par sa valeur tirée des formules de Fresnel,

$$J^2 = \operatorname{tang}^2\beta \frac{\sin^2(1-r)}{\sin^2(1+r)}. \tag{2}$$

Si, au contraire, nous cherchons la valeur β' qui rend l'image extraordinaire du métal égale à l'ordinaire du verre, nous obtenons

$$J^2 = \cot^2\beta' \frac{\sin^2(1-r)}{\sin^2(1+r)}. \tag{3}$$

L'expérience nous fera connaître β et β' qui devront être complémentaires, et nous calculerons J^2 au moyen des formules (2) et (3).

Il est bien évident, d'ailleurs, que cette méthode est applicable au cas où la lumière est polarisée dans un azimut

de 90 degrés; on déterminera de même l'azimut des teintes égales, et l'on obtiendra

$$(4)\quad I^2 = \tan g^2\beta\,\frac{\tan g^2(1-r)}{\tan g^2(1+r)}, \qquad I^2 = \cot^2\beta'\,\frac{\tan g^2(1-r)}{\tan g^2(1+r)};$$

seulement, dans le voisinage de l'angle de polarisation du verre, il n'y aura plus de lumière réfléchie par cette substance, partant point de comparaison possible, et il en résultera une lacune de quelques degrés dans l'expérience.

Ainsi, nous polariserons successivement la lumière dans le plan d'incidence et le plan perpendiculaire, et, pour obtenir la proportion de lumière réfléchie dans chacun de ces deux cas, par le miroir métallique, nous ferons tourner l'analyseur jusqu'à ce que deux images de nom contraire, données par les deux substances, soient égales: nous trouverons par deux observations distinctes, qui devront s'accorder, les azimuts β et $90^o - \beta$, de la section principale; et l'intensité de la lumière réfléchie par le métal sera égale à celle qui l'est par le verre, multipliée par la tangente carrée de β.

Cette méthode, qui, au point de vue théorique, est d'une simplicité extrême, ne peut conduire à des résultats exacts que si l'indice de réfraction du verre est parfaitement connu, puisque les intensités I'^2 et J'^2 de la lumière réfléchie par cette substance sont des fonctions de l'incidence et de l'indice de réfraction. Or on a deux moyens de trouver cette dernière quantité : ils consistent, le premier, à rechercher directement l'indice du verre en le taillant en prisme; le second, à déterminer l'angle de polarisation i du verre, et à poser $\tan g\, i = n$. Malheureusement, ces deux méthodes ont donné des résultats qui diffèrent d'une quantité notable ; et, pour choisir entre les deux, il faut se rappeler que les formules précédentes ne pourront être employées que si elles sont vraies dans tous les cas particuliers, et que si elles donnent une intensité

BIUS JUSSIEU
THES
PARI

nulle pour la lumière réfléchie sous l'angle du maximum de polarisation, quand le rayon est polarisé perpendiculairement au plan d'incidence, ce qui exige que l'on ait $\text{tang } i = n$. Il faut donc employer, pour la détermination de l'indice (n), une méthode qui vérifie les formules (1); je me suis arrêté à la suivante.

Les deux formules (1) conduisent à une troisième qui fait connaître l'azimut A′ de la lumière réfléchie, quand le rayon incident est polarisé à 45 degrés du plan d'incidence; cette formule est la suivante:

$$\text{tang A}' = \frac{\cos(1+r)}{\cos(1-r)},$$

relation évidemment vérifiée par la même valeur de n que les précédentes, puisqu'elle en est une conséquence; et, au lieu de la valeur de l'indice de réfraction qui satisfait aux premières, nous pouvons déterminer celle qui convient à la dernière. Nous obtenons successivement

$$\text{tang A}' = \frac{\cos(1+r)}{\cos(1-r)} = \frac{1-\text{tang } i \text{ tang } r}{1+\text{tang } i \text{ tang } r},$$

$$\text{tang } i \text{ tang } r = \frac{1-\text{tang A}'}{1+\text{tang A}'} = \text{tang}(45-\text{A}').$$

$$(5) \qquad \text{tang } r = \frac{\text{tang}(45-\text{A}')}{\text{tang } i}.$$

Alors, l'azimut de polarisation de la lumière incidente étant de 45 degrés, l'incidence étant i, nous mesurerons A′, nous calculerons r au moyen de la formule (5), et n par la relation $n = \frac{\sin i}{\sin r}$. La valeur de i étant arbitraire, nous pourrons opérer sous des incidences nombreuses, et obtenir pour chaque expérience des valeurs de n entre lesquelles nous prendrons les moyennes. Voici les résultats :

Incidences.	Valeurs de n.
80	1,4909
70	1,4932
60	1,4896
50	1,4949
40	1,4900
30	1,4965
Moyenne	1,4925

Ce résultat ne diffère que de trois centièmes de celui qui est donné par les expériences directes pour l'indice de réfraction du verre; nous l'adopterons pour le calcul des formules (1), et le succès de nos expériences dépendra dorénavant du soin avec lequel seront mesurés les angles i et β. Je vais entrer à ce sujet dans quelques détails.

Un cercle horizontal, porté par un pied en cuivre, supporte un tuyau noirci intérieurement, fixé sur le cercle, dirigé constamment vers le centre et muni à ses deux extrémités de fils croisés, destinés à fixer la direction du rayon incident. Ce tuyau porte un prisme de Nichol qui polarise la lumière, et dont la direction est déterminée par un cercle divisé vertical, établi sur le tuyau. Un second tube qui reçoit le rayon réfléchi se meut autour du cercle; on mesure ses déplacements au moyen d'un vernier, on analyse la lumière réfléchie par un prisme biréfringent placé à son extrémité extérieure, et la direction de la section principale de ce prisme est connue au moyen d'un deuxième cercle vertical fixé sur ce tube mobile. Au centre du cercle horizontal est une table sur laquelle on établit verticalement la double lame dans une position telle, que la ligne de séparation des deux substances repose sur le centre même de l'appareil; cette table est mobile autour du centre, et une alidade, qui parcourt le limbe du cercle divisé, permet de faire varier et de mesurer les incidences.

La verticalité de la double lame étant une condition indispensable, on cherchait d'abord à la réaliser par les pro-

cédés connus; on la vérifiait ensuite en polarisant la lumière dans les azimuts principaux, en s'assurant que la polarisation demeurait rectiligne après la réflexion sur le métal, et que l'azimut ne changeait pas en faisant tourner de 180 degrés la surface réfléchissante. D'ailleurs, on a toujours fait deux séries d'observations, en plaçant la surface réfléchissante d'abord à la droite, ensuite à la gauche de l'observateur, afin de corriger les erreurs provenant du défaut de verticalité de la double lame.

Les incidences étaient mesurées, et par la déviation du rayon réfléchi, et par le déplacement de la lame; l'angle β se déterminait avec une grande précision; on sait, en effet, avec quelle facilité l'œil reconnaît l'égalité de deux lumières de même teinte, et je me suis assuré qu'un peu d'habitude rendait la sensibilité de cet organe vraiment remarquable; les résultats des expériences faites dans les mêmes circonstances ne diffèrent jamais de plus de quinze minutes, et, si l'on commet des erreurs plus graves, c'est que les points de repère, soit pour la mesure des incidences, soit pour la position des plans de polarisation, ne s'obtiennent pas toujours avec une aussi grande exactitude. Faisons remarquer, d'ailleurs, que, dans chaque quadrant, il y a deux angles β et $90^\circ - \beta$, qui rendent l'image ordinaire ou extraordinaire du métal égale à l'image extraordinaire ou ordinaire du verre; chaque détermination résulte donc de huit observations.

Dans toutes mes expériences, la lumière était fournie par une lampe Carcel, placée dans une boîte fermée, au foyer d'une lentille qui rendait les rayons parallèles; de cette manière, les opérations étaient exécutées dans l'obscurité la plus complète : la lumière employée était très-intense, toujours identique à elle-même; elle était rendue sensiblement homogène par un verre rouge très-épais, choisi avec beaucoup de soin, et qui, laissant passer assez de rayons pour que les observations fussent faciles, dimi-

nuait assez son intensité pour que le prisme de Nichol donnât une polarisation parfaite.

Mes expériences, exécutées avec des lames d'acier et de métal des miroirs bien polies, sont résumées dans les tableaux suivants; on remarquera que les intensités de la lumière réfléchie polarisée dans le plan d'incidence varient peu, et qu'elles diminuent progressivement depuis l'incidence de 90 degrés jusqu'à 0 degré.

Si, au contraire, la lumière est polarisée dans l'azimut de 90 degrés, les intensités diminuent depuis l'incidence rasante jusqu'à l'angle de polarisation maxima, et elles augmentent ensuite jusqu'à l'incidence normale.

Acier. — *Racine carrée des intensités de la lumière réfléchie dans le plan d'incidence :* $i_1 = 76 \quad \varepsilon = 57{,}53.$

INCIDENCES.	ANGLES observés. β	RACINE CARRÉE DES INTENSITÉS observées.	RACINE CARRÉE DES INTENSITÉS calculées.	DIFFÉRENCES.
85°	48° 2′	0,951	0,977	— 0,026
80	52. 9	0,945	0,954	— 0,009
75	56.15	0,946	0,932	+ 0,014
70	59.40	0,915	0,910	+ 0,005
65	61.56	0,898	0,892	+ 0,006
60	64.52	0,897	0,874	+ 0,023
55	66.45	0,869	0,856	+ 0,013
50	67.57	0,828	0,842	— 0,014
45	69.37	0,818	0,827	— 0,009
40	71. 7	0,780	0,815	— 0,035
35	72.10	0,800	0,804	— 0,004
30	73. 3	0,790	0,795	— 0,005
25	73.56	0,791	0,787	+ 0,004
20	74.26	0,780	0,781	— 0,001

Acier. — *Racine carrée des intensités de la lumière réfléchie dans le plan perpendiculaire au plan d'incidence.*

85°	45° 42′	0,719	0,709	+ 0,010
80	48 21	0,547	0,583	— 0,037
75	60.00	0,566	0,563	+ 0,003
70	69.15	0,545	0,569	— 0,024
65	79.44	0,627	0,599	+ 0,028
60	86.10	0,630	0,630	0,000
55	"	"	"	"
50	85. 4	0,666	0,681	— 0,015
45	82.22	0,689	0,701	— 0,012
40	80.32	0,688	0,717	— 0,029
35	79.10	0,741	0,730	+ 0,011
30	78.10	0,760	0,742	+ 0,018
25	77.20	0,769	0,751	+ 0,018
20	76.36	0,770	0,758	+ 0,012

Métal des miroirs. — *Racine carrée des intensités de la lumière réfléchie dans le plan d'incidence:* $i_1 = 75,50 \quad \varepsilon = 64.$

INCIDENCES.	ANGLES observés. β.	RACINE CARRÉE DES INTENSITÉS observée.	RACINE CARRÉE DES INTENSITÉS calculée.	DIFFÉRENCES.
86°	47°.38′	0,968	0,984	— 0,016
84	48.53	0,929	0,976	— 0,047
82	50.13	0,937	0,969	— 0,032
80	52.33	0,959	0,961	— 0,002
78	53.47	0,944	0,954	— 0,010
76	55.35	0,950	0,948	+ 0,002
74	56.50	0,940	0,934	+ 0,006
72	57.58	0,926	0,932	— 0,006
70	58.51	0,869	0,925	— 0,056
68	60.13	0,906	0,919	— 0,013
66	62.40	0,950	0,912	+ 0,038
64	63.39	0,940	0,905	+ 0,035
62	64.10	0,914	0,900	+ 0,014
60	64.41	0,890	0,894	— 0,004
58	65.46	0,902	0,888	+ 0,014
56	66. 8	0,850	0,882	— 0,032
54	66.53	0,859	0,876	— 0,017
52	68.16	0,877	0,872	+ 0,005
50	69. 9	0,880	0,866	+ 0,014
48	69.40	0,869	0,861	+ 0,008
46	70.23	0,869	0,857	+ 0,012
44	71. 8	0,873	0,852	+ 0,021
42	71.53	0,841	0,848	— 0,007
40	72.00	0,832	0,844	— 0,012
38	72.40	0,833	0,840	— 0,007
36	73. 3	0,823	0,836	— 0,013
34	73. 5	0,835	0,833	+ 0,002
32	73.48	0,850	0,830	+ 0,020
30	74. 5	0,845	0,827	+ 0,018
28	75.18	0,837	0,824	+ 0,013
26	74.55	0,854	0,821	+ 0,033
24	75.27	0,868	0,819	+ 0,049
22	75.32	0,857	0,816	+ 0,041
20	75.45	0,858	0,814	+ 0,044

Métal des miroirs. — *Racine carrée des intensités de la lumière réfléchie perpendiculairement au plan d'incidence.*

INCIDENCES.	ANGLES observés. β.	RACINE CARRÉE DES INTENSITÉS observée.	RACINE CARRÉE DES INTENSITÉS calculée.	DIFFÉRENCES.
86°	46°.36′	0,754	0,800	— 0,046
84	47.33	0,715	0,736	— 0,021
82	50.58	0,697	0,683	+ 0,014
80	53.18	0,655	0,651	+ 0,004
78	56.32	0,631	0,633	— 0,002
76	60. 6	0,623	0,626	— 0,003
74	64.47	0,666	0,626	+ 0,040
72	69.18	0,678	0,630	+ 0,048
70	73.18	0,688	0,637	+ 0,051
68	76. 3	0,666	0,646	+ 0,020
66	79.44	0,654	0,659	— 0,005
64	82.21	0,729	0,666	+ 0,063
62	84.24	0,701	0,677	+ 0,024
"	"	"	"	"
50	85.59	0,819	0,730	+ 0,089
48	85.11	0,760	0,737	+ 0,023
46	83.52	0,801	0,744	+ 0,057
44	82.15	0,723	0,749	— 0,026
42	82.00	0,747	0,755	— 0,008
40	81.46	0,793	0,761	+ 0,032
38	80.23	0,764	0,765	— 0,001
36	80.34	0,794	0,770	+ 0,024
34	80.12	0,824	0,774	+ 0,050
32	79.56	0,860	0,778	+ 0,082
30	79. 7	0,828	0,781	+ 0,047

On trouve, dans la quatrième colonne des tableaux précédents, des nombres calculés qui reproduisent les expé-

riences avec une fidélité satisfaisante ; ces nombres sont fournis par des formules dues à M. Cauchy. Ce géomètre, guidé par les expériences de M. Brewster, a traité théoriquement le problème de la réflexion métallique, et nous verrons bientôt qu'il l'a complétement résolu. Comme ses travaux à ce sujet n'ont pas été publiés en entier, nous croyons devoir placer ici un résumé des idées théoriques qui leur servent de base, et rappeler les formules auxquelles il a été conduit.

Quand la lumière passe du vide dans un corps homogène, il existe, entre les longueurs des ondes incidentes et réfractées, un rapport que l'on a nommé *indice de réfraction*, et qui est constant quand le corps est homogène et non cristallisé. Si ce corps est transparent, l'indice de réfraction en est la seule caractéristique, et la connaissance de cette constante suffit pour calculer, dans tous les cas, l'action que la substance exerce sur la lumière ; mais, si le corps restant homogène devient opaque, cette donnée est insuffisante, et la modification que subit le rayon se complique d'une nouvelle action. Les corps, en effet, n'étant jamais tout à fait opaques, donnent naissance à des ondes réfractées quand ils sont frappés par la lumière ; seulement elles ne traversent qu'une très-faible épaisseur : on peut donc admettre qu'elles s'affaiblissent rapidement, de manière à devenir insensibles à une distance très-petite, comparable à la longueur d'ondulation ; et, en représentant cet affaiblissement par une seconde caractéristique, le coefficient d'extinction, M. Cauchy semble avoir simplement traduit en principe ce que l'expérience nous montre, et partir de la base la plus rationnelle.

Ainsi, les formules qui expriment la réflexion et la réfraction de la lumière dans les corps transparents dépendent d'une seule constante, l'indice de réfraction, et pour les corps opaques de deux données, l'indice de réfraction et le coefficient d'extinction.

Pour déduire de l'observation les deux constantes qui représentent l'action d'un métal quelconque, il suffira 1° de déterminer l'angle (i_1) de la polarisation maxima : c'est la première donnée; 2° de chercher sous cette incidence le rapport $\left(\frac{I}{J}\right)$ des racines carrées des intensités réfléchies de la lumière polarisée dans le plan d'incidence et dans le plan perpendiculaire, et de calculer l'angle dont la tangente est égale à ce rapport; cet angle, que nous appellerons A est la deuxième donnée.

Voici maintenant les formules de M. Cauchy : J^2 et I^2 représentent les intensités de la lumière réfléchie, polarisée dans le plan d'incidence et dans le plan perpendiculaire, celle du rayon incident étant égale à l'unité :

$$(6) \qquad I^2 = \operatorname{tang}(\varphi - 45), \qquad J^2 = \operatorname{tang}(\chi - 45);$$

φ et χ sont données par les formules

$$(7) \quad \begin{cases} \cot\varphi = \cos(2\varepsilon - u)\sin\left(2\operatorname{arc\,tang}\dfrac{U}{\theta^2\cos i}\right), \\ \cot\chi = \cos u \sin\left(2\operatorname{arc\,tang}\dfrac{\cos i}{U}\right); \end{cases}$$

i représente l'angle d'incidence; θ, ε sont deux constantes; U, u, des variables que l'on calcule en fonction de ι, θ et ε par les relations suivantes :

$$(8) \quad \begin{cases} \cot(2u - \varepsilon) = \cot\varepsilon\cos\left(2\operatorname{arc\,tang}\dfrac{\sin i}{\theta}\right), \\ \theta^2\sin 2\varepsilon = U^2\sin 2u. \end{cases}$$

Les constantes θ et ε se déterminent de la manière suivante : sous l'angle de polarisation maxima, les variables u, U prennent les valeurs particulières

$$u = 2A, \qquad U = \sin i_1 \operatorname{tang} i_1;$$

on remplace dans les formules (8) u et U par ces valeurs particulières, et l'on en tire ε et θ : ces quantités une fois

trouvées, les formules (8) donneront pour chaque incidence les valeurs de u et U; les relations (7), φ et χ; et les formules (6), I^2 et J^2.

En faisant l'application de ces formules, on reconnaît que $\frac{1}{\theta}$ est toujours une quantité assez petite pour qu'il soit permis de négliger dans les calculs $\frac{1}{\theta^2}$; nous nous sommes toujours contenté de ce degré d'approximation, après nous être assuré que les erreurs commises étaient plus faibles que celles de l'expérience.

Quelque soin que l'on apporte dans l'exécution des expériences, il me semble impossible d'obtenir entre la théorie et le calcul une concordance plus complète que dans nos tableaux. Les déterminations comportent, en effet, plusieurs causes d'erreurs, dont quelques-unes sont très-graves, auxquelles on ne peut se soustraire complétement, et que la moindre négligence rendrait énormes; et d'ailleurs, les formules théoriques se calculent au moyen de deux constantes que l'expérience nous donne, et qui sont nécessairement entachées des erreurs qui altèrent tous nos résultats: il est donc difficile d'aspirer à une vérification expérimentale plus complète que celle qui est manifestée par nos tableaux.

II. — *Mesure de la différence de phase.*

Nous avons à nous occuper maintenant de la seconde transformation que la réflexion métallique fait éprouver à la lumière; je veux parler du déplacement des nœuds de vibration.

Je me suis occupé de cette question dans un cas particulier, et mes expériences, présentées à l'Académie des Sciences, le 13 août 1846, prouvent, 1° que le rayon polarisé perpendiculairement au plan d'incidence, est toujours en retard sur le faisceau polarisé dans l'azimut de

o degré; 2° que la différence de phase est nulle sous l'incidence de o degré, qu'elle augmente progressivement jusqu'à l'incidence rasante ou de 90 degrés, pour laquelle elle devient égale à une demi-ondulation, et qu'elle prend sous l'angle de la polarisation maxima, la valeur $\frac{\lambda}{4}$.

Cette loi de la variation de phase résulte d'expériences faites sur des oxydes métalliques par un procédé qui n'est pas applicable aux métaux; mais comme ces oxydes et les métaux agissent sur la lumière d'une manière identique, d'après les expériences de M. Brewster, il est incontestable que la différence de phase produite par la réflexion métallique variera dans le même sens entre les limites des incidences; nous admettrons donc que, pour les métaux, la différence de phase entre les rayons réfléchis, polarisés dans les azimuts principaux, est nulle pour l'incidence normale, et qu'elle augmente progressivement en même temps que l'inclinaison du rayon sur la surface: cette généralisation d'un fait vérifié dans un cas particulier est d'ailleurs conforme aux résultats trouvés par M. de Sénarmont.

LABORATOIRE DE RECHERCHES PHYSIQUE SORBONNE

En partant de cette loi, je vais, par une methode nouvelle, trouver la valeur de la différence de phase pour des incidences déterminées; cette méthode aura l'avantage de n'employer aucun intermédiaire destiné à modifier la phase, et sera, par cette raison, à l'abri des objections que soulèvent les procédés employés jusqu'à présent. Voici comment j'opère.

Lorsqu'on dirige sur un miroir métallique un faisceau polarisé dans un plan quelconque, on peut toujours le considérer comme formé de deux rayons de même phase, polarisés dans les azimuts de o degré et de 90 degrés, azimuts qui ne changeront pas par la réflexion. Si on les fait réfléchir de nouveau un nombre quelconque de fois sur des miroirs de la même substance parallèles aux premiers, l'angle et le plan d'incidence restant les mêmes, ils subi-

ront à chaque fois la même action de la part du métal, et après 2, 3, 4, .., m réflexions, ils auront des différences de phases égales à 2, 3, 4, ..., m fois celle qu'une seule réflexion leur avait donnée : si donc nous pouvons obtenir les premières, il suffira de les diviser par le nombre de réflexions pour obtenir la seconde ; cette détermination sera très-facile dans certains cas particuliers.

Nous savons, en effet, par les expériences de M. Brewster, qu'après avoir été réfléchi plusieurs fois par un métal, le rayon a acquis une polarisation généralement elliptique, mais qui devient rectiligne pour certaines valeurs particulières de l'angle d'incidence ; ces valeurs diffèrent avec le nombre des réflexions, et l'expérience montre qu'il y en a une pour 2 réflexions, deux pour 3 réflexions, et, en général, un nombre égal au nombre de réflexions diminué d'une unité. M. Brewster paraît ne pas avoir remarqué cette relation entre le nombre des réflexions et celui des angles de polarisation rétablie ; elle est une conséquence bien simple de la manière dont varie la différence de phase, et on pourra bientôt le reconnaître ; pour le moment, contentons-nous de montrer le parti que l'on peut tirer de ce fait.

Pour que deux rayons polarisés à angle droit, dont les phases diffèrent, puissent, en se réunissant, constituer un faisceau polarisé, il faut que les différences entre leurs phases soient égales à

$$\frac{\lambda}{2}, \text{ ou } 2\frac{\lambda}{2}, \text{ ou } 3\frac{\lambda}{2}, \ldots.$$

Donc, si la polarisation est redevenue rectiligne, après un certain nombre de réflexions effectuées sous la même incidence sur un même métal, c'est que la différence de phase des deux rayons rectangulaires est devenue égale à un multiple d'une demi-ondulation, et toute la question se réduit à trouver ce multiple. Or cela est très-facile ; nous

savons en effet, qu'après une seule réflexion, la différence de phase va en augmentant depuis l'incidence de 0 degré où elle est nulle, jusqu'à celle de 90 degrés; donc, pour l'angle le plus voisin de 0 degré qui rétablira la polarisation après m réflexions, la différence de phase sera le plus petit multiple $\frac{\lambda}{2}$; pour celui qui vient après, $\frac{2\lambda}{2}$; et ainsi de suite jusqu'au plus voisin de 90 degrés, où elle sera $(m-1)\frac{\lambda}{2}$. Alors on aura, pour une seule réflexion sous les mêmes angles, les valeurs suivantes de la différence de phase :

$$\frac{1}{m}\frac{\lambda}{2},\ \frac{2}{m}\frac{\lambda}{2},\ \frac{3}{m}\frac{\lambda}{2},\ \ldots,\ \frac{m-1}{m}\frac{\lambda}{2}.$$

Les différences de phases seront exprimées en fonction de $\frac{\lambda}{2}$ par une fraction $\frac{n}{m}$, n prenant toutes les valeurs entières depuis 1 jusqu'à $(m-1)$, m représentant le nombre de réflexions. Il résulte de là que, n et m variant, la même valeur de la fraction se reproduira souvent pour des nombres de réflexions différents : ainsi, après 2, 4, 6, 8 réflexions, on aura les valeurs $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}$ de la différence de phase, et par conséquent les angles trouvés de polarisation rétablie devront être sensiblement égaux. Nous obtiendrons ainsi des vérifications nombreuses.

On voit qu'il suffira de mesurer l'incidence de la polarisation rétablie; quant à la différence de phase, elle ne se mesure pas, elle est connue quand le rayon réfléchi est redevenu polarisé, et que l'on a compté le nombre de réflexions. Il faut d'ailleurs remarquer que l'azimut de polarisation du rayon incident est quelconque; les incidences observées ne changent pas quand il varie, et l'on placera comme on le voudra le prisme de Nichol polarisant. Si l'on songe qu'il est toujours difficile de mesurer

avec précision l'azimut du rayon incident, et que, généralement, la moindre variation dans sa valeur change les résultats que l'on mesure, on attachera quelque importance à un procédé qui laisse cette donnée indéterminée, qui n'exige comme condition indispensable que le parallélisme des plaques, qui ne mesure qu'une seule chose, l'angle d'incidence de la polarisation rétablie. Cette simplicité pratique va nous conduire à des résultats d'une grande exactitude.

Pour obtenir les réflexions multiples, il suffira de placer deux miroirs de la substance que l'on veut observer, parallèlement vis-à-vis l'un de l'autre; on fera tomber la lumière sur l'un d'eux, elle se réfléchira sur le second, reviendra sur le premier, etc. Le nombre de réflexions observables ne dépendra évidemment que de la distance des plaques qui devra pouvoir varier à volonté. La disposition qui m'a paru la plus commode est la suivante : les deux miroirs sont fixés avec de la cire sur deux lames de laiton parallèles et verticales; la première est fixe, la deuxième est mise en mouvement au moyen d'une vis micrométrique qui la transporte parallèlement à elle-même. On s'assure du parallélisme des miroirs en les amenant au contact, et en voyant si toutes les arêtes coïncident bien exactement. Ce petit appareil est établi sur le centre du cercle divisé, dont je me suis déjà servi; il est placé de manière que la surface polie du miroir immobile passe par le centre du cercle. Après avoir été réfléchi plusieurs fois entre les deux miroirs, le rayon s'échappe dans l'air; mais alors sa direction prolongée ne passe plus par le centre du cercle et ne peut traverser le tuyau mobile dans le sens de son axe. Pour remédier à cet inconvénient, j'ai fait donner à ce tuyau un mouvement de rotation horizontal autour de son support; on peut alors, dans chaque cas, lui donner la direction du rayon définitivement réfléchi. Si les plaques sont suffisam-

ment écartées, on aperçoit les images provenant d'une ou de deux réflexions; et, quand on rapproche les miroirs, ces images disparaissent : on voit successivement celles qui proviennent de réflexions plus nombreuses, et l'on peut facilement en compter le nombre.

La polarisation n'est jamais parfaitement rétablie quand la lumière incidente est blanche. L'inégalité de l'action qu'un métal exerce sur les divers rayons simples du spectre rend les images colorées, et l'on ne peut observer que l'incidence pour laquelle l'image extraordinaire a le minimum d'éclat; mais on remarque que ce minimum correspond exactement à la teinte de passage entre le bleu foncé et le pourpre obscur. Je me suis contenté, dans les expériences sur le plaqué d'argent, d'observer cette teinte de passage, et de prendre, pour l'angle de polarisation rétablie, celui où cette teinte, dans l'image extraordinaire, est minima. L'expérience montre d'ailleurs qu'elle varie si rapidement de teinte avec la direction de la section principale de l'analyseur, et qu'elle subit, pour l'incidence cherchée, une si grande diminution d'intensité, que les déterminations ne perdent rien de leur netteté, même quand le nombre de réflexions est très-grand. J'ai d'ailleurs fait des observations avec un verre rouge sur des miroirs d'acier, de cuivre et de zinc : les résultats sont représentés dans les tableaux qui suivent; on remarquera que les différences de phases suivent exactement la loi de variation que nous avons déjà reconnue pour les oxydes, et qui a été énoncée précédemment.

Plaqué d'argent. — *Tableau des différences de phases :*

$i_1 = 71,40 \quad A = 36.$

$\frac{n}{m}$	INCIDENCES DE POSITION RÉTABLIE		DIFFÉRENCES DE PHASES		DIFFÉRENCES.
	observées.	moyennes.	observées.	calculées.	
$\frac{5}{6}$	84.30′	84.30′	0,833	0,829	+ 0,004
$\frac{8}{10}$	83.50	83.50	0,800	0,809	— 0,009
$\frac{4}{5}$	83.50				
$\frac{5}{7}$	81.37	81.37	0,750	0,746	+ 0,004
$\frac{3}{4}$	81.30	81.20	0,714	0,736	— 0,022
$\frac{6}{8}$	81.10				
$\frac{7}{10}$	80.20	80.20	0,700	0,709	— 0,009
$\frac{2}{3}$	79.00				
$\frac{6}{9}$	79.00	79. 2	0,666	0,674	— 0,008
$\frac{4}{6}$	79.10				
$\frac{5}{8}$	77.38	77.38	0,626	0,637	— 0,011
$\frac{3}{5}$	77.00	76.42	0,600	0,614	— 0,014
$\frac{6}{10}$	76.25				
$\frac{4}{7}$	75.57	75.57	0,572	0,595	— 0,023
$\frac{5}{9}$	74.45	74.45	0,575	0,567	+ 0,008
$\frac{6}{11}$	74.05	74. 5	0,545	0,552	— 0,007
$\frac{1}{3}$	72.10				
$\frac{2}{4}$	72.00				
$\frac{3}{6}$	71.25	72.00	0,500	0,500	"
$\frac{4}{8}$	72.15				
$\frac{5}{10}$	72.15				
$\frac{6}{12}$	72.00				
$\frac{5}{11}$	70 30	70.30	0,454	0,476	— 0,022
$\frac{1}{9}$	69.15	69.15	0,444	0,451	— 0,007
$\frac{3}{7}$	69.00	69.00	0,429	0,447	— 0,018
$\frac{5}{12}$	67.25	67.25	0,416	0,423	— 0,007
$\frac{2}{5}$	66.38	66.29	0,400	0,402	— 0,002
$\frac{4}{10}$	66.20				
$\frac{3}{8}$	64.40	64.40	0,375	0,375	"

Plaqué d'argent. — *Tableau des différences de phases :*

$i_1 = 71,40 \quad A = 36.$ (Suite.)

$\frac{n}{m}$	INCIDENCES DE POSITION RÉTABLIE		DIFFÉRENCES DE PHASES		DIFFÉRENCES.
	observées.	moyennes.	observées.	calculées.	
$\frac{14}{11}$	64.00	64.00	0,363	0,362	+ 0,001
$\frac{1}{3}$	63.00				
$\frac{2}{6}$	62.20	62.31	0,333	0,334	— 0,001
$\frac{3}{9}$	62.20				
$\frac{4}{12}$	62.25				
$\frac{3}{10}$	60.10	60.10	0,300	0,307	— 0,007
$\frac{2}{7}$	59.35	59.35	0,286	0,298	— 0,012
$\frac{3}{11}$	57.40	57.40	0,272	0,277	— 0,005
$\frac{1}{4}$	55.20				
$\frac{2}{8}$	55.45	55.26	0,250	0,250	"
$\frac{13}{12}$	55.15				
$\frac{2}{9}$	53.30	53.30	0,222	0,224	— 0,002
$\frac{1}{5}$	50.30	50.37	0,200	0,200	"
$\frac{2}{10}$	50.45				
$\frac{2}{11}$	48.00	48.00	0,181	0,177	+ 0,004
$\frac{1}{6}$	46.35	46.36	0,180	0,165	+ 0,015
$\frac{2}{12}$	46.38				
$\frac{1}{7}$	43.50	43.50	0,143	0,143	"
$\frac{1}{8}$	41.15	41.15	0,125	0,125	"
$\frac{1}{9}$	39.10	39.10	0,111	0,112	— 0,001
$\frac{1}{10}$	37.10	37,10	0,100	0,100	"
$\frac{1}{11}$	35.40	35.40	0,091	0,091	"
$\frac{1}{12}$	35.15	34.15	0,080	0,082	— 0,002

Acier, $i_1 = 76$, $\varepsilon = 57°,53$. — *Différences de phases.*

INCIDENCES de polarisation rétablie.	DIFFÉRENCES DE PHASES		DIFFÉRENCES.
	observées.	calculées.	
° ′			
84.00	0,800	0,796	+ 0,004
83.20	0,750	0,753	— 0,003
80 46	0,666	0,641	+ 0,025
79.00	0,600	0,596	+ 0,004
76.00	0,500	0,500	"
73.00	0,429	0,419	+ 0,010
71.50	0,400	0,392	+ 0,008
70.39	0,375	0,365	+ 0,010
68.16	0,333	0,320	+ 0,013
65.25	0,286	0,271	+ 0,015
63.38	0,250	0,250	"
61.39	0,222	0,226	— 0,004
58.37	0,200	0,194	+ 0,006
55.00	0,180	0,162	+ 0,018
51.00	0,143	0,133	+ 0,010
49.57	0,125	0,127	— 0,002
46.24	0,111	0,105	+ 0,006
45.27	0,100	0,100	"
41.53	0,091	0,083	+ 0,008
41.13	0,080	0,080	"
38.59	0,071	0,071	"

Non-seulement la théorie de M. Cauchy fait connaître les intensités de la lumière réfléchie; elle démontre encore que deux rayons de même phase avant l'incidence, polarisés dans les azimuts de 0 et de 90 degrés, ont, après avoir subi l'action du métal, une différence de phase δ, variable avec l'incidence, et exprimée par la formule

$$\text{tang}\,\delta = \text{tang}\,2\omega \sin u\,; \tag{9}$$

ω se calcule par l'équation de condition

$$\tan\omega = \frac{U\cos i}{\sin^2 i}.$$

C'est au moyen de cette formule que les nombres calculés des tableaux précédents ont été obtenus, et l'identité presque complète des résultats théoriques et expérimentaux ne peut laisser aucun doute sur l'exactitude des formules du savant géomètre. Pour mieux faire comprendre que la concordance est aussi complète que possible, nous remarquerons que, dans le tableau relatif à l'argent, partout où les fractions $\frac{n}{m}$ ont des valeurs égales, les incidences de polarisation rétablie qui leur correspondent diffèrent entre elles de quantités fort petites, souvent insignifiantes, et toujours inférieures à 30 minutes. Ces différences nous donnent, pour ainsi dire, la mesure des erreurs que l'on peut commettre dans la détermination des angles; et si j'ajoute que les nombres du tableau sont le résultat de trois séries d'expériences effectuées en variant chaque fois l'azimut du rayon incident, on sera convaincu que cette limite d'erreur sera rarement atteinte: d'un autre côté, une erreur de 30 minutes dans la détermination de l'angle en amène une de $\frac{1}{100}$ seulement dans la différence de phase; nous pouvons donc admettre $\frac{1}{100}$ comme limite probable de l'erreur dans la détermination de la différence de phase. Or, si l'on examine, dans les tableaux précédents, la colonne des différences, on trouve que, dans plus de cinquante observations, il n'y en a que trois qui donnent une différence de 0,08, onze atteignent le chiffre 0,01, et, parmi les autres, beaucoup sont identiques jusqu'aux millièmes: la différence entre le calcul et l'observation est donc limitée aux erreurs reconnues possibles dans l'expérience.

A l'époque où je faisais ces expériences, je ne connaissais

pas les formules de M. Cauchy; et, en présentant mes résultats à l'Académie des Sciences, j'avais cherché à les représenter par une formule empirique qui, quoique différant essentiellement de celle de M. Cauchy, donne des résultats numériques sensiblement identiques. Comme elle est très-simple, et qu'elle peut être employée utilement dans un calcul approximatif, je vais la rappeler.

On pose

$$\text{tang } i_1 = n \quad \text{et} \quad \sin i = n \sin r;$$

puis on calcule la relation

$$\text{tang } A' = \frac{\cos (i + r)}{\cos (i - r)}.$$

L'expression $(90^\circ - 2A')$ représente la différence de phase ou δ. Cette formule s'applique exactement à l'argent et à l'acier; elle représente également, avec une approximation très-satisfaisante, les expériences suivantes effectuées sur deux plaques de zinc, auxquelles on avait imprimé des polis différents dans les deux séries d'épreuves auxquelles elles ont été soumises, ce qui a changé numériquement tous les résultats sans altérer leur loi.

Première série. — Zinc, $i_1 = 77$.

INCIDENCES.	DIFFÉRENCES DE PHASES observées.	DIFFÉRENCES DE PHASES calculées.	DIFFÉRENCES.
° ′			
87. 5	0,800	0,865	— 0,065
84.10	0,750	0,740	+ 0,010
82. 7	0,666	0,661	+ 0,005
80. 7	0,600	0,592	+ 0,008
77.00	0,500	0,500	"
72.34	0,400	0,397	+ 0,003
69.00	0,333	0,332	+ 0,001
66.00	0,286	0,288	— 0,002
62.45	0,250	0,246	+ 0,004
61.55	0,222	0,237	— 0,015
58.30	0,200	0,201	— 0,001
55. 9	0,180	0,172	+ 0,008
52.15	0,143	0,149	— 0,006
49.57	0,125	0,134	— 0,009
47.10	0,111	0,117	— 0,006

Seconde série. — Zinc, $i_1 = 79,13$.

° ′			
87.00	0,833	0,829	+ 0,004
86.40	0,800	0,813	— 0,013
86.00	0,750	0,778	— 0,028
85.00	0,714	0,727	— 0,013
82.30	0,666	0,617	+ 0,049
81.40	0,572	0,584	— 0,012
82.20	0,600	0,611	— 0,011
82.15	0,626	0,608	+ 0,018
79.13	0,500	0,500	"
76.40	0,429	0,433	— 0,004
76.00	0,444	0,412	+ 0,032
75.00	0,400	0,390	+ 0,010
73. 5	0,375	0,349	+ 0,026
71.40	0,333	0,325	+ 0,008
69.35	0,286	0,288	— 0,002
69. 5	0,300	0,281	+ 0,009
66.48	0,250	0,250	"
66. 7	0,222	0,241	— 0,019
60.49	0,200	0,215	— 0,015
58.28	0,180	0,166	+ 0,014
56.15	0,143	0,149	— 0,006
52.40	0,125	0,128	— 0,003
51.15	0,111	0,117	— 0,006
48.47	0,100	0,104	— 0,004

III. — *Analyse de la lumière polarisée elliptiquement.*

Nous avons déjà fait remarquer que la lumière, en se réfléchissant sur un métal, ne pouvait éprouver que des changements dans les amplitudes, et des déplacements dans les nœuds de vibration ; les formules de M. Cauchy représentant avec une grande exactitude les lois de ces modifications, résument tous les principes de la réflexion métallique : il nous serait donc permis de laisser au calcul le soin de prévoir les phénomènes qui restent à étudier, s'ils n'étaient intéressants en eux-mêmes, et s'il n'était très-important de vérifier la théorie jusque dans ses conséquences. Dans ce but, nous commencerons par faire réfléchir une seule fois sur un métal un faisceau polarisé dans un plan quelconque.

On sait, par les expériences du docteur Brewster, que la lumière cesse d'être polarisée quand elle a subi l'action du métal; et, d'après la théorie, cette dépolarisation provient de ce que les vibrations des molécules éthérées s'effectuent suivant une ellipse. Nous allons chercher à vérifier expérimentalement cette conséquence.

Pour définir complétement un mouvement oscillatoire elliptique, ce qu'il y a de plus simple à faire, c'est de déterminer la direction des axes et le rapport de leurs longueurs ; nous pourrons toujours le faire par le calcul, mais nous le pourrons aussi par l'expérience. Pour le faire voir, nous allons démontrer :

1°. Que si l'on fait tomber un faisceau elliptique sur un prisme biréfringent dont la section principale est parallèle à l'un des axes de la trajectoire, il se décompose en deux rayons dont les phases diffèrent d'un quart d'ondulation, et dont l'un a la plus grande, l'autre la plus plus petite intensité possible ;

2°. Que si la section principale du prisme est inclinée de 45 degrés sur la direction des axes de l'ellipse, les intensités des deux images sont égales.

Soit $(90^\circ - a)$ l'azimut de polarisation du rayon incident; nous pourrons remplacer ce rayon par deux vibrations dirigées dans les azimuts principaux, et dont les amplitudes seront $\sin a$ et $\cos a$.

En se réfléchissant, ces vibrations éprouveront une modification dans leur phase et leur amplitude; et, en ne tenant compte que de la différence entre les phases, nous aurons, pour exprimer les coordonnées des molécules vibrantes après la réflexion, les équations suivantes :

$$x = \mathrm{I}\cos a \cos 2\pi \frac{t}{\mathrm{T}}, \text{ vibration dans le plan d'incidence,}$$

$$y = \mathrm{J}\sin a \cos\left(2\pi \frac{t}{\mathrm{T}} + \delta\right), \text{ vibrat. perpend. au plan d'incid.}$$

Nous poserons, pour abréger,

$$\frac{\mathrm{I}\cos a}{\mathrm{J}\sin a} = \operatorname{cotang} \alpha;$$

et il viendra, en négligeant un facteur constant,

$$(10) \qquad \begin{cases} x = \cos\alpha \cos 2\pi \dfrac{t}{\mathrm{T}}, \\ y = \sin\alpha \cos\left(2\pi \dfrac{t}{\mathrm{T}} + \delta\right). \end{cases}$$

L'élimination du temps entre ces deux équations fera connaître celle de la trajectoire; cette trajectoire est une ellipse

$$\frac{y^2}{\sin^2\alpha} + \frac{x^2}{\cos^2\alpha} - \frac{2\cos\delta}{\sin\alpha\cos\alpha} xy = \sin^2\delta.$$

Pour obtenir à la fois la direction et la longueur des axes de l'ellipse, nous n'avons qu'à remplacer les axes coordonnés par un autre système faisant un angle ω avec celui auquel est rapportée l'équation, et poser la condition pour que le coefficient de xy disparaisse; nous obtenons alors l'équation de l'ellipse

$$(\sin^2\alpha \sin^2\omega + \cos^2\alpha \cos^2\omega + 2\sin\alpha\cos\alpha \sin\omega \cos\omega \cos\delta) y^2$$
$$+ (\cos^2\alpha \sin^2\omega + \sin^2\alpha \cos^2\omega - 2\sin\alpha\cos\alpha \sin\omega \cos\omega \cos\delta) x^2$$
$$= \text{etc.},$$

et l'équation de condition

$$\text{tang } 2\omega = \text{tang } 2\alpha \cos\delta. \tag{11}$$

Cette dernière nous donne la direction des deux axes à la fois; et, en remplaçant ω par sa valeur dans les coefficients de y^2 et x^2, nous obtiendrions des nombres proportionnels, le premier à l'axe des x, le deuxième à l'axe des y.

Nous poserons

$$(12)\quad \begin{cases} A^2 = \sin^2\alpha \sin^2\omega + \cos^2\alpha \cos^2\omega \\ \qquad\qquad + \frac{1}{2} \sin 2\alpha \sin 2\omega \cos\delta, \text{ axe des } x, \\ B^2 = \sin^2\alpha \cos^2\omega + \cos^2\alpha \sin^2\omega \\ \qquad\qquad - \frac{1}{2} \sin 2\alpha \sin 2\omega \cos\delta, \text{ axe des } y. \end{cases}$$

Dirigeons maintenant ce rayon polarisé elliptiquement, ou, ce qui revient au même, les deux vibrations rectangulaires (10) sur un prisme biréfringent faisant avec le plan d'incidence ox un angle ω; nous aurons, en appelant x' la vibration dans le sens de la section principale, y' dans la direction perpendiculaire,

$$x' = y \sin\omega + x \cos\omega,$$
$$y' = y \cos\omega - x \sin\omega.$$

Ces deux vibrations pourront s'écrire

$$x' = A' \cos\left(2\pi \frac{t}{T} + \delta'\right),$$
$$y' = B' \cos\left(2\pi \frac{t}{T} + \delta''\right),$$

et l'on obtiendra A', B', δ', δ'', suivant la règle de Fresnel. Ces quantités seront

$$(13)\quad \begin{cases} A'^2 = \sin^2\alpha \sin^2\omega + \cos^2\alpha \cos^2\omega \\ \qquad + \frac{1}{2} \sin 2\alpha \sin 2\omega \cos\delta, \text{ vibration dans l'axe des } x, \\ B'^2 = \sin^2\alpha \cos^2\omega + \cos^2\alpha \sin^2\omega \\ \qquad - \frac{1}{2} \sin 2\alpha \sin 2\omega \cos\delta, \text{ vibration dans l'axe des } y, \end{cases}$$

et

$$\operatorname{tang}\delta' = \frac{\sin\alpha\sin\omega\sin\delta}{\cos\alpha\cos\omega + \sin\alpha\sin\omega\cos\delta},$$

$$\operatorname{tang}\delta'' = \frac{\sin\alpha\cos\omega\sin\delta}{-\sin\omega\cos\alpha + \sin\alpha\cos\omega\cos\delta}.$$

Ces dernières formules servent à calculer la différence de phase des deux rayons; elles donnent

$$(14)\quad \operatorname{tang}(\delta' - \delta'') = \frac{\sin\delta\sin 2\alpha}{\sin 2\omega\cos 2\alpha - \sin 2\alpha\cos 2\omega\cos\delta}.$$

Si nous voulons chercher la direction pour laquelle les images sont maxima et minima, il faut différentier par rapport à ω les formules (13); elles donnent

$$-\cos 2\alpha\sin 2\omega + \sin 2\alpha\cos 2\omega\cos\delta,$$
$$\cos 2\alpha\sin 2\omega - \sin 2\alpha\cos 2\omega\cos\delta.$$

Ces deux différentielles étant égales, au signe près, on en conclut que l'une des images sera maxima quand l'autre sera minima, et réciproquement; et cela aura lieu pour la direction trouvée en égalant les différentielles à o : on obtient

$$\operatorname{tang} 2\omega = \operatorname{tang} 2\alpha\cos\delta,$$

relation identique à celle qui donne la direction des axes de l'ellipse. Donc :

1°. L'une des images sera maxima, l'autre minima, si l'on place la section principale du prisme analyseur dans la direction de l'un des axes de l'ellipse.

On remarquera encore que les formules (12) et (13) donnent, pour A^2 et A'^2 d'une part, pour B^2 et B'^2 de l'autre, des valeurs égales; donc :

2°. L'intensité de la vibration dans la direction des axes de l'ellipse est proportionnelle au carré de leurs longueurs; d'où il résulte que, si la section principale du prisme coïncide avec le plus grand axe de l'ellipse, la vibration dirigée suivant cet axe, c'est-à-dire que celle du rayon extraordinaire, sera maxima, le rayon ordinaire étant minima.

Si l'on remplace, dans la formule (14), l'angle ω par la valeur qui donne la direction des axes, on trouve

$$\text{tang}(\delta' - \delta'') = \infty \quad \text{ou} \quad \delta' - \delta'' = 90^\circ ;$$

c'est-à-dire que :

3°. Toute vibration elliptique peut se décomposer en deux rayons polarisés dans la direction des deux axes dont les intensités sont proportionnelles au carré des longueurs de ces axes, et dont les phases diffèrent d'un quart d'ondulation.

Enfin, si l'on cherche la condition à laquelle doit satisfaire l'angle ω pour que les intensités des deux images soient égales, il faut poser

$$A'^2 - B'^2 = 0 ;$$

ce qui donne

$$(15) \quad \begin{cases} \text{cotang } 2\omega' = \text{tang } 2\alpha \cos\delta = \text{tang } 2\omega , \\ 2\omega' = 90^\circ \pm 2\omega , \\ \omega' = 45^\circ \pm \omega . \end{cases}$$

Ainsi :

4°. Les deux images sont égales pour une direction de la section principale inclinée de 45 degrés sur celle des axes de l'ellipse.

Ces résultats peuvent maintenant se traduire en expériences. En effet, pour obtenir la position des axes de l'ellipse, il suffira de rechercher la direction de la section principale, qui donne à l'une des images l'intensité la plus grande, et à l'autre l'éclat le plus faible ; et, si nous voulons obtenir le rapport des longueurs des axes, il faudra mesurer le rapport des intensités de ces images.

La première de ces questions étant la seule dont je me sois occupé, je vais expliquer comment on peut donner aux expériences une précision suffisante. Il est clair que, dans

tous les cas où l'ellipse ne sera pas sensiblement une ligne droite, la différence entre le maximum et le minimum ne sera pas très-sensible, et, par suite, la direction des axes se trouvera difficilement. Mais nous pourrons remplacer cette détermination par une autre, en nous rappelant que l'analyseur étant à 45 degrés de la direction des axes, les deux images sont égales : dès lors nous déterminerons cette dernière direction, et, en augmentant ou en diminuant de 45 degrés l'angle trouvé, nous aurons la position des deux axes.

Mais, pour obtenir des résultats certains, il est absolument nécessaire d'opérer sur une lumière rendue homogène par un verre rouge bien choisi ; autrement les deux images auraient toujours des teintes différentes, et le procédé perdrait toute son exactitude. Remarquons d'ailleurs qu'il existe quatre directions inclinées de 45 degrés sur les axes, et que, pour chaque incidence, nous pourrons déterminer les azimuts de teintes égales ω, $90^\circ+\omega$, $280^\circ+\omega$, $270^\circ+\omega$. Une fois ces directions connues, on aura celles des axes en les augmentant ou diminuant de 45 degrés.

Dans les tableaux qui suivent, on a toujours indiqué l'azimut pour lequel l'image extraordinaire est minima, c'est celui du petit axe de l'ellipse ; ce serait l'azimut du plan de polarisation, si l'ellipse dégénérait en ligne droite.

D'un autre côté, la direction des axes de l'ellipse est donnée théoriquement par la formule

$$\text{tang } 2\omega = \text{tang } 2\alpha \cos\delta,$$

en se rappelant l'équation de condition

$$\text{tang } \alpha = \frac{J}{I} \text{tang } a.$$

Ces deux formules permettront de calculer l'angle ω en fonction de a, δ, I et J, pour chaque incidence particu-

lière, et l'on pourra comparer l'expérience au calcul.

J'ai fait trois séries d'observations sur le métal des miroirs, en polarisant la lumière dans les azimuts de 20° 15′, 46 degrés et 71° 25′ ; les observations répétées plusieurs fois ont toujours donné des nombres concordants entre eux, et les résultats moyens sont complétement d'accord avec la théorie, comme le montrent les tableaux suivants :

Métal des miroirs. — *Azimut du petit axe de l'ellipse d'oscillation de la molécule d'éther, après la réflexion.*

INCIDENCES.	LUMIÈRE POLARISÉE dans l'azimut de 20° 15′.			LUMIÈRE POLARISÉE dans l'azimut de 46 degrés.			LUMIÈRE POLARISÉE dans l'azimut de 71° 25′.		
	Azimut du petit axe de l'ellipse		Différ.	Azimut du petit axe de l'ellipse		Différ.	Azimut du petit axe de l'ellipse		Différ.
	observé.	calculé.		observé.	calculé.		observé.	calculé.	
	° ′	° ′	° ′	° ′	° ′	° ′	° ′	° ′	° ′
86	+15.11	+15. 9	+0. 2	+39.24	+39.29	—0. 5	—20.26	—20.45	—0.19
84	+12. 8	+12.12	—0. 4	+36.13	+35.45	+0.28	—20. 0	—20. 0	"
82	+ 9.32	+ 9. 6	+0.26	+32.31	+30.54	+0.37	—17.46	—18. 2	—0.16
80	+ 6.41	+ 5.54	+0.47	+24.49	+23.28	+1.21	—14. 5	—13.39	+0.26
78	+ 3.28	+ 2.51	+0.37	+14.54	+13.33	+1.21	— 8.46	— 7.34	+1.12
76	+ 0.12	+ 0.13	—0. 1	+ 1.39	+ 1.45	—0. 6	— 1.19	— 0.34	+0.45
74	— 1.57	— 2.14	—0.17	—10.49	—10.46	+0. 3	+ 5.44	+ 5.45	—0. 1
72	— 4.12	— 4.28	—0.16	—19.54	—19. 5	+0.49	+ 9.59	+10.24	—0.25
70	— 6.27	— 6.12	+0.15	—26.14	—25. 8	+1. 6	+13.23	+13.56	—0.33
68	— 8.11	— 7.58	+0.13	—29.36	—28.57	+0.39	+15.39	+16.14	—0.35
66	— 9.23	— 9.19	+0. 4	—32. 6	—32.32	—0.26	+18. 3	+17.57	+0. 6
64	—10.23	—10.40	—0.17	—34. 6	—33.49	+0.17	+18.55	+18 45	+0.10
62	—11.39	—11.46	—0. 7	—35.40	—35.23	+0.17	+19.24	+19.28	—0. 4
60	—12.43	—12.42	+0. 1	—36.49	—36.47	+0. 2	+19.46	+19.54	—0. 8
58	—13.30	—13.32	—0. 2	—37.48	—38. 9	—0.21	+19.50	+20.10	—0.20
56	—14. 2	—14.27	—0.25	—38.53	—39. 2	—0. 9	+20.00	+20.15	—0.15
54	—14.48	—14.55	—0. 7	—39.31	—39.26	+0. 5	+20. 0	+20.25	—0.25
52	—15. 5	—15.31	—0.26	—39.49	—40. 7	—0.18	"	"	"
50	—15.49	—16. 5	—0.16	—40.15	—40.44	—0 29	"	"	"
48	—16.12	—16.30	—0.18	—40.45	—41.16	—0.31	"	"	"
46	—16.35	—16.55	—0.20	—41. 4	—41.45	—0.41	"	"	"
44	—17.21	—17.17	+0. 4	—41.30	—42.11	—0.41	"	"	"
42	—17.45	—17.39	+0. 6	—42. 5	—42.35	—0.30	"	"	"
40	—18. 2	—17.57	+0. 5	—42.36	—42.57	—0.21	"	"	"
38	—18.28	—18.14	+0. 9	—42.52	—43.17	—0.25	"	"	"
36	—18.42	—18.28	+0.14	—43.13	—43.36	—0 23	"	"	"
34	—18.57	—18.42	+0.15	—43.33	—43.53	—0.20	"	"	"
32	—19.14	—18.54	+0.20	—43.55	—44 9	—0.14	"	"	"
30	—19.46	—19. 1	+0.45	—44.21	—44.23	—0. 2	"	"	"

Non-seulement la direction des axes de l'ellipse est intéressante à connaître en ce qu'elle nous fournit une vérification des formules théoriques, mais la seule détermination de cette inconnue va nous donner le rapport des intensités $\frac{J^2}{I^2}$ des rayons réfléchis dans les azimuts principaux.

Rappelons-nous que l'azimut de la section principale, pour lequel les deux images sont égales, est donné par la formule

$$\text{tang } 2\omega' = -\frac{\text{cotang } 2\alpha}{\cos\delta}. \tag{16}$$

En développant cotang 2α et remplaçant α par sa valeur, on obtient

$$2\,\text{cotang}\,\delta\,\text{tang}\,2\omega' = \frac{1}{\frac{I}{J}\text{cotang}\,a} - \frac{I}{J}\text{cotang}\,a. \tag{17}$$

Cette formule contient deux inconnues, δ et $\frac{I}{J}$, que l'expérience ne nous donne pas, et, si nous voulions l'employer à déterminer l'une des inconnues, il faudrait connaître ou éliminer l'autre; mais nous pouvons, en variant quelque peu l'expérience, ramener cette équation à une forme beaucoup plus simple et indépendante de l'inconnue δ.

Remarquons, en effet, que des deux angles a et ω', il en est un qui est arbitraire. Jusqu'à présent nous polarisions la lumière dans un azimut $(90^\circ - a)$ que nous pouvions choisir à volonté; nous faisions tourner le prisme biréfringent jusqu'à rendre égales les deux images, et nous mesurions l'azimut ω'. Nous pouvons maintenant faire le contraire, c'est-à-dire placer d'abord le prisme biréfringent dans un azimut ω' constant pour toutes les expériences, mais quelconque; faire tourner le prisme de Nichol polarisant, et mesurer à chaque incidence l'azimut de polarisation $(90^\circ - a)$, pour lequel les deux images sont égales. Parmi

toutes les valeurs que je pourrais donner à ω', je pose $\omega' = 0$, c'est-à-dire que je place la section principale du prisme biréfringent dans le plan d'incidence. La formule devient alors

$$0 = \frac{I}{J}\,\text{cotang}\,a - \frac{1}{\frac{I}{J}\,\text{cotang}\,a},$$

ou

$$\frac{J}{I} = \text{tang}\,(90^\circ - a).$$

La différence de phase est alors éliminée, et l'on arrive à ce résultat d'une simplicité remarquable :

Le rapport des racines carrées des intensités des rayons réfléchis polarisés dans le plan d'incidence et le plan perpendiculaire, est égal à la tangente de l'azimut de polarisation du rayon incident pour lequel les deux images sont égales.

Cette méthode ne le cède en exactitude à aucune de celles que nous avons déjà décrites; elle n'emploie, en effet, aucun corps intermédiaire, n'exige qu'une seule réflexion ; elle permet l'emploi d'une lumière simple, ce qui nous met à l'abri des erreurs provenant de l'inégale réfrangibilité des rayons qui constituent la lumière blanche ; enfin, elle détermine l'angle cherché a, non pas en mesurant l'azimut de polarisation d'un rayon, ce qui est toujours peu sûr, mais l'azimut pour lequel deux teintes sont égales, ce qui est infiniment plus exact et plus sensible.

Métal des miroirs. — *Rapport des racines carrées des intensités de la lumière réfléchie,* $\left(\frac{J}{I}\right)$.

INCIDENCES.	ANGLES OBSERVÉS $90 - a$.	RAPPORT $\left(\frac{J}{I}\right)$ observé	RAPPORT $\left(\frac{J}{I}\right)$ calculé.	DIFFÉRENCES.
86°	50.20′	1,206	1,230	— 0,024
84	52.37	1,357	1,327	+ 0,030
82	54.43	1,413	1,419	— 0,006
80	55.41	1,465	1,476	— 0,011
78	56. 1	1,483	1,507	— 0,024
76	56.40	1,520	1,515	+ 0,005
74	56.15	1,497	1,502	— 0,005
72	55.37	1,461	1,463	— 0,002
70	55.23	1,448	1,451	— 0,003
68	54.50	1,419	1,421	— 0,002
66	54.22	1,395	1,402	— 0,007
64	53.45	1,364	1,357	+ 0,007
62	53.22	1,344	1,329	+ 0,015
60	52.24	1,298	1,301	— 0,003
58	52.00	1,280	1,275	+ 0,005
56	51.36	1,261	1,236	+ 0,025
54	50.45	1,224	1,228	— 0,004
52	50.20	1,206	1,206	"
50	49.52	1,186	1,187	— 0,001
48	49.29	1,170	1,169	+ 0,001
46	49. 5	1,154	1,152	+ 0,002
44	48.48	1,142	1,150	— 0,008
42	48.20	1,123	1,123	"
40	48.10	1,117	1,110	+ 0,007
38	47.35	1,094	1,097	— 0,003
36	47.22	1,088	1,086	+ 0,002
34	47. 6	1,076	1,076	"
32	47.00	1,072	1,066	+ 0,006
30	46.48	1,065	1,058	+ 0,007

Je terminerai ce chapitre par quelques remarques sur le travail publié par M. de Sénarmont (*Annales de Chimie et de Physique,* 2e série, tome LXXIII, page 337.)

Ce physicien fait réfléchir sur le métal un rayon polarisé dans un azimut quelconque; il le reçoit ensuite sur une lame de mica d'une épaisseur telle, que les deux rayons principaux acquièrent en la traversant une différence de marche égale à un quart d'ondulation, et il place la section principale de cette lame dans une direction ω qui rétablisse la polarisation rectiligne. Il est clair dès lors que l'expérience revient à ceci :

Le rayon, elliptiquement polarisé par le métal, se décompose en deux faisceaux polarisés dans des plans parallèle et perpendiculaire à la section principale de la lame mince : le calcul des intensités et des phases de ces rayons a déjà été effectué précédemment; leur différence de marche est exprimée par la formule

$$(14) \qquad \operatorname{tang}(\delta' - \delta'') = \frac{\sin\delta \sin 2\alpha}{\sin 2\omega \cos 2\alpha - \sin 2\alpha \cos 2\omega \cos\delta}.$$

En traversant la lame mince, ces deux rayons acquièrent, par suite de l'épaisseur traversée, une nouvelle différence de phase égale à un quart d'ondulation, ou à 90 degrés, qui s'ajoute à la première ou s'en retranche. Or, pour que la polarisation soit rétablie, il faut que la somme obtenue soit nulle ou égale à 180 degrés, ce qui ne peut avoir lieu que si $(\delta' - \delta'')$ est lui-même égal à $\pm$ 90 degrés; cette détermination revient donc à la recherche d'une direction pour laquelle les deux rayons rectangulaires dans lesquels l'ellipse se décompose, ont une différence de marche égale à un quart d'ondulation : cette direction est celle de l'un des axes de l'ellipse; elle s'obtient en posant

$$\operatorname{tang}(\delta' - \delta'') = \infty, \quad \text{d'où} \quad \operatorname{tang} 2\omega = \operatorname{tang} 2\alpha \cos\delta.$$

Pour avoir les intensités des rayons rectangulaires, dans la direction que nous venons de trouver, il suffira de calculer A'^2 et B'^2 dans les formules (13), en remplaçant ω

par sa valeur, et ces intensités sont proportionnelles aux longueurs des axes.

Dans les expériences de M. de Sénarmont, la différence de phase étant devenue nulle, et la polarisation étant rétablie par la superposition des deux rayons rectangulaires dont les intensités sont A'^2 et B'^2, l'azimut de la polarisation rétablie est donné par la formule

$$\text{tang}\,\beta = \frac{A'}{B'}.$$

Ainsi les expériences de M. de Sénarmont mesurent deux azimuts :

1°. L'azimut de la section principale de la lame de mica, c'est la direction de l'un des axes de l'ellipse;

2°. L'azimut de la polarisation rétablie, et la tangente de cet angle exprime le rapport des longueurs des axes de l'ellipse d'oscillation.

J'ai pensé qu'il était utile de faire ressortir la signification théorique de ces deux déterminations, qui définissent complétement le mouvement elliptique des molécules éthérées après la réflexion métallique. Il eût été plus intéressant encore de comparer la théorie aux expériences ; malheureusement celles-ci ne paraissent pas suffisamment exactes ; des difficultés pratiques, que M. de Sénarmont a lui-même reconnues, altérant les observations et les rendant même souvent impossibles.

IV. — *Phénomènes présentés par les réflexions multiples.*

Quoique j'aie déjà parlé des réflexions multiples en m'occupant des différences de phases, il reste cependant à montrer que toutes les circonstances de ces expériences sont facilement prévues et calculées ; c'est ce que je vais faire en commençant par le cas où les surfaces réfléchissantes sont parallèles.

On se rappelle que plusieurs réflexions en nombre pair

ou impair peuvent, sous des incidences déterminées, rétablir la polarisation plane; on se souvient également que, si le rayon incident est polarisé dans un azimut déterminé à la gauche du plan d'incidence par exemple, le rayon réfléchi redevient polarisé quelquefois à droite, quelquefois à gauche de ce plan; on sait enfin que l'azimut du rayon rétabli est toujours plus petit que celui du rayon incident. Il y a, comme on le voit, trois points à examiner dans ce phénomène; ce sont :

1°. L'incidence pour laquelle la polarisation est rétablie;

2°. Le sens de l'azimut du rayon rétabli;

3°. La valeur absolue de cet azimut.

Nous les passerons successivement en revue.

1°. On pourra toujours calculer les angles pour lesquels, après une seule réflexion, les différences de phases sont

$$0, \quad \frac{\pi}{m}, \quad \frac{2\pi}{m}, \quad \frac{3\pi}{m}, \ldots, \quad \frac{(m-1)\pi}{m}, \quad \frac{m\pi}{m}.$$

En effet, les formules des différences de phases étant

$$\operatorname{tang}\delta = \operatorname{tang} 2\omega \sin u, \quad \operatorname{tang}\omega = \frac{U\cos i}{\sin^2 i},$$

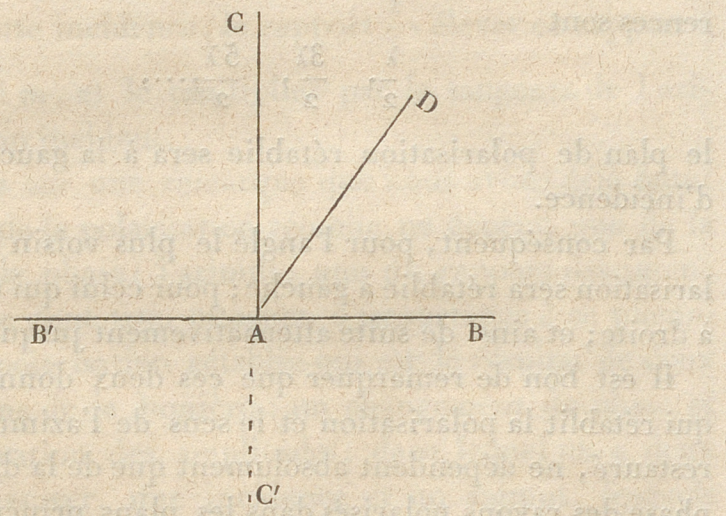
on remplacera successivement δ par les $(m+1)$ valeurs précédentes dans ces équations, et elles feront connaître $(m+1)$ valeurs de i dont la première sera 0 degré, la dernière 90 degrés, pour lesquelles la différence de phase sera égale aux quantités précédentes. En faisant réfléchir la lumière m fois sous les incidences, les différences de phases seront multipliées par m, et deviendront

$$0, \quad \pi, \quad 2\pi, \quad 3\pi, \ldots, \quad m\pi.$$

Il y aura donc $(m+1)$ incidences en y comprenant 0 degré et 90 degrés, ou $(m-1)$ entre ces limites, pour lesquelles la polarisation sera rétablie, et que nous pourrons calculer au moyen des formules théoriques. Observons encore qu'il

ne peut y en avoir davantage ; car, pour que la polarisation redevienne plane, il faut et il suffit que la différence de phase soit égale à un multiple de π ; comme elle varie de o à π entre les incidences limites pour une seule réflexion, elle sera comprise entre o et $m\pi$ après m réflexions, et l'on ne pourra trouver entre ces nombres que $(m-1)$ multiples de π. Il n'y aura donc que $(m-1)$ angles de polarisation rétablie entre o degré et 90 degrés. Ces conséquences théoriques vérifient exactement les faits, le premier point est donc complétement traité.

2°. Il ne sera pas difficile de prévoir le sens des azimuts de polarisation.



Supposons que la vibration du rayon incident s'effectue suivant AD, elle se décomposera en deux vibrations dirigées dans les deux plans principaux AB, AC ; après m réflexions, quand la polarisation sera rétablie, les phases des deux composantes différeront d'un multiple de demi-ondulation : si ce multiple est pair, la différence est d'un nombre entier d'ondulations ; les vibrations sont dans le même cas que si elle était nulle, elles sont concordantes comme avant la réflexion, et leur résultante sera dans l'angle CAB : dans ce cas, le rayon restauré sera polarisé du même côté du plan d'incidence que le rayon incident.

Si le multiple est impair, les vibrations composantes ont une différence de marche définitive d'une demi-ondulation; elles sont discordantes et la vibration restaurée se fera dans l'angle B′A′C′ ou CAB′. Le sens de sa polarisation aura donc changé.

Ainsi, pour des angles qui, après m réflexions, donneront entre les rayons principaux des différences de marche égales à

$$0, \quad \frac{2\lambda}{2}, \quad \frac{4\lambda}{2}, \quad \frac{6\lambda}{2}, \ldots,$$

le rayon restauré sera polarisé à droite du plan d'incidence, si le rayon incident l'était à droite. Mais si les différences sont

$$\frac{\lambda}{2}, \quad \frac{3\lambda}{2}, \quad \frac{5\lambda}{2}, \ldots,$$

le plan de polarisation rétablie sera à la gauche du plan d'incidence.

Par conséquent, pour l'angle le plus voisin de 0, la polarisation sera rétablie à gauche; pour celui qui vient après, à droite; et ainsi de suite alternativement jusqu'au dernier.

Il est bon de remarquer que ces deux données, l'angle qui rétablit la polarisation et le sens de l'azimut du rayon restauré, ne dépendent absolument que de la différence de phase des rayons polarisés dans les plans principaux. Nous verrons bientôt que l'azimut du rayon restauré ne dépend que de leur intensité.

3°. Le rayon incident étant toujours polarisé dans l'azimut $(90 - a)$, il se décompose en deux autres, dont les amplitudes sont $\cos a$ et $\sin a$; après une première réflexion, elles sont devenues

$I \cos a$, vibration dans le plan d'incidence,
$J \sin a$, vibration perpendiculaire.

Une deuxième réflexion leur fera subir des changements proportionnels; elles deviendront

$$I^2 \cos a, \qquad J^2 \sin a.$$

Elles seront enfin, après m réflexions,

$$I^m \cos a, \qquad J^m \sin a.$$

Et si la polarisation est rétablie sous une certaine incidence, la cotangente de l'azimut de vibration, ou, ce qui revient au même, la tangente de l'azimut de polarisation rétablie, sera exprimée par le rapport de la vibration dans le plan d'incidence à la vibration perpendiculaire; et l'on aura

$$\text{cotang } x = \frac{I^m \cos a}{J^m \sin a} = \left(\frac{I}{J}\right)^m \text{cotang } a.$$

Ainsi, pour obtenir, après m réflexions, la tangente de la polarisation rétablie sous un angle donné, il faudra calculer, pour cette incidence, le rapport $\frac{I}{J}$, élever ce rapport à la puissance m, et le multiplier par la tangente de l'azimut du rayon incident.

Revenons sur une remarque que nous avons déjà faite: l'incidence de la polarisation rétablie ne dépend que de la différence de phase; l'azimut, que du rapport des intensités. On ne peut trop attacher d'importance à ce phénomène de la polarisation rétablie qui est le résultat de deux modifications de la lumière : un changement de phase et une modification des amplitudes, dans lequel on a deux choses à mesurer, une incidence et un azimut, lesquels sont des fonctions séparées de la différence de phase et du rapport des intensités des rayons principaux; de sorte que l'observation des incidences nous a servi pour déterminer les phases, et que celle des azimuts pourrait conduire, si nous n'avions d'autres moyens, à la recherche du rapport des intensités. Ce phénomène suffirait donc pour trouver tous les éléments de la réflexion métallique.

Les expériences de M. Brewster vérifient les conséquences de la théorie pour le cas particulier où l'incidence est celle de la polarisation maxima; je renverrai, à ce sujet, au Mémoire de M. de Sénarmont. J'ai cru devoir faire

de nouvelles expériences sur un métal dont il n'a pas encore été question, le cuivre, déterminer à la fois les incidences et les azimuts de polarisation rétablie pour tous les nombres de réflexions possibles, et calculer théoriquement les résultats. Quoique l'on pût être sûr d'avance de trouver d'accord l'expérience et le calcul, cette dernière vérification n'était pas inutile.

Cuivre. — *Angles et azimuts de polarisation rétablie par des réflexions multiples.*

(L'azimut du rayon incident est de 45 degrés.)

NOMBRE de réflexions.	ANGLE DE POLARISAT. rétablie, observé.	ANGLE DE POLARISAT. rétablie, calculé.	DIFFÉRENCES.	AZIMUT DE POLARISATION rétablie, observé.	AZIMUT DE POLARISATION rétablie, calculé.	DIFFÉRENCES.
	° ′	° ′	° ′	° ′	° ′	° ′
6	83.33	84.14	— 0.41	— 29.40	— 29.57	— 0.17
4	81. 0	80.52	+ 0. 8	— 30. 3	— 31.36	— 1.33
6	77.40	77.33	+ 0. 7	+ 22.35	+ 22. 6	+ 0.29
3	78. 0		+ 0.27	+ 32.20	+ 32.30	— 0.10
10	74.25	74.42	— 0.17	+ 11. 5	+ 12. 1	— 0.56
2	70. 9	70. 0	+ 0. 9	— 34. 0	— 33.15	+ 0.45
4	70.54		+ 0.54	+ 22.30	+ 23.16	— 0.46
6	70. 0		〃	— 16. 0	— 15.45	+ 0.15
8	69.40		— 0.20	+ 11.35	+ 10.28	+ 1. 7
10	70. 0		〃	— 6.35	— 7. 0	— 0.25
10	64.40	64.28	+ 0.12	+ 13.30	+ 13.42	— 0.12
6	60.10	60. 5	+ 0. 5	+ 24.45	+ 25. 3	— 0,18
3	60.40		+ 0.35	— 33.15	— 34.21	— 1. 6
10	57.40	57.37	+ 0. 3	— 16. 0	— 16.57	— 0.57
4	55. 5	55.24	— 0.19	— 31.30	— 32.54	— 1.24
8	55.18		— 0. 6	+ 22.35	+ 22,42	— 0. 7
10	49.40	48.40	+ 1. 0	+ 23.30	+ 23.29	+ 0. 1
6	45. 0	44.56	+ 0. 4	— 34. 0	— 33,13	+ 0.47
8	42.10	43.39	— 1.29	— 30.15	— 30.27	— 0,12

Les dernières expériences que nous ayons à examiner sont celles dans lesquelles les deux plans d'incidence font entre eux un angle déterminé ω. M. Brewster faisait réfléchir la lumière sur la première surface, sous un angle déterminé et constant, puis cherchait par l'expérience l'incidence sous laquelle il fallait faire réfléchir la lumière sur la deuxième lame pour que la polarisation fût rétablie: ce sont ces expériences que M. Brewster a représentées par un procédé empirique, très-ingénieux sans doute, mais dépourvu de toute signification (les compléments des angles d'incidence sur la deuxième surface étaient égalés aux rayons vecteurs d'une ellipse); il ne sera pas inutile de montrer que, dans ce dernier cas encore, la théorie est parfaitement d'accord avec les faits.

Le calcul effectué, pages 32 et suivantes, s'applique ici sans qu'il faille rien y changer. Un rayon incident polarisé dans l'azimut $(90^\circ - a)$ se réfléchit sur la première plaque métallique sous une incidence déterminée; il donne, après la réflexion, deux faisceaux polarisés dans les azimuts principaux, représentés par les formules

$$x = \cos\alpha \cos 2\pi \frac{t}{T},$$

$$y = \sin\alpha \cos\left(2\pi \frac{t}{T} + \delta\right).$$

Ces deux faisceaux tombent sur la deuxième surface dont le plan d'incidence fait un angle ω avec le premier; ils donnent naissance à deux autres, polarisés dans les plans principaux de la nouvelle plaque, et dont les vibrations sont représentées par

$$x' = A' \cos\left(2\pi \frac{t}{T} + \delta'\right),$$

$$y' = B' \cos\left(2\pi \frac{t}{T} + \delta''\right),$$

et la différence de phase de ces rayons sera exprimée avant

la réflexion sur la deuxième lame par la formule

$$(14)\quad \operatorname{tang}(\delta' - \delta'') = \frac{\sin\delta \sin 2\alpha}{\sin 2\omega \cos 2\alpha - \sin 2\alpha \cos 2\omega \cos\delta}.$$

Nous avons ainsi décomposé le rayon qui a été réfléchi, une première fois, en deux faisceaux polarisés dans les plans principaux de la deuxième surface réfléchissante; ils ont, avant la réflexion, une différence de marche $(\delta' - \delta'')$, et, par l'acte de la deuxième réflexion, ils acquièrent une nouvelle différence de phase δ''', qui s'ajoute à la première et donne une somme $\delta' - \delta'' + \delta'''$. Pour que le rayon soit alors rectilignement polarisé, il faut et il suffit que $\delta' - \delta'' + \delta''' = \pi$, ce qui donne $\delta''' = \pi - (\delta' - \delta'')$. On calculera, par les formules (9), quel est l'angle d'incidence sur la deuxième surface qui pourra produire cette différence de phase, et il restera à comparer l'expérience au calcul.

Cette comparaison a été faite pour deux tableaux extraits du Mémoire de M. Brewster, pages 304 et suiv. (*Transactions philosophiques*, année 1830). Dans le premier, relatif à l'argent, l'incidence sur la première surface est de 80 degrés. Les angles des deux plans d'incidence sont écrits dans la première colonne, et l'on a placé dans les suivantes les compléments des incidences qui rétablissent la polarisation plane. On trouvera, entre le calcul et l'observation, des différences peu sensibles, si l'on fait attention à la difficulté que l'on doit éprouver pour mesurer exactement les azimuts et les incidences, dans des expériences aussi compliquées.

Expériences de M. Brewster sur l'argent.

Incidence de 80 *degrés sur la première surface.*

ANGLE des deux plans d'incidence.	DIFFÉRENCE de phases des rayons principaux à la deuxième incidence.	COMPLÉMENT DES INCIDENCES qui rétablissent, par une deuxième réflexion, la polarisation rectiligne, observé.	calculé.	DIFFÉRENCES.
° ′	° ′	° ′	° ′	° ′
+ 90.00	54.19	10.00	9.24	+ 0.36
78.45	57.51	10.00	9.53	+ 0 7
67.30	66.26	11.32	11.37	— 0.05
56.15	79.56	14.20	14.33	— 0.13
45.00	96. 7	18.20	18.37	— 0.17
33.45	110.40	21.13	23.1	— 1.48
22.30	120.30	25.20	26.32	— 1.12
11.15	125.25	26.55	28.29	— 1.34
0,00	125.41	28. 2	28.37	— 0.35
— 11.15	122.90	24.40	26.30	— 1.50
— 22 30	113.34	21.00	23.59	— 2.59
33.45	100. 4	16.40	19.44	— 3. 4
45.00	83.53	14.35	15.28	— 0.53
56.15	69.19	11.10	12.12	— 1. 2
67.30	59.30	10.00	11.13	— 1.13
78.45	54.35	10.00	9.15	+ 0.45
90.00	54.19	10.00	9.24	+ 0.36

Expériences de M. Brewster, sur l'argent.

Incidence de 68 *degrés sur la première surface.*

° ′	° ′	° ′	° ′	° ′
+ 0.00	71.38	13.00	12.42	+ 0.18
+ 11.15	74.54	14.00	13.24	+ 0.36
+ 22.30	80.31	15.15	14.41	+ 0.34
+ 33.45	87.53	16.00	15.58	+ 0.02
+ 45.00	95.28	17.00	18.27	— 1.27
+ 56.15	102.22	19.00	20 25	— 1.25
+ 67.30	106.49	20.00	21.42	— 1.42
+ 78 45	108.57	20.00	22.00	— 2 00
+ 90.00	108.20	20.00	22.15	— 2.15
— 78.45	107.33	18.00	21.14	— 3.14
— 67.30	105.60	16.30	19.30	— 3.00
— 56.15	99 28	15.30	17.32	— 2. 2
— 45.00	92.60	14.30	15.38	— 1. 8
— 33 45	84.31	14.00	14.00	"
— 22.30	77.37	13.30	13. 2	+ 0.28
— 11.15	73.10	13.00	12.37	+ 0.23
— 0,00	71. 3	13.00	12 42	+ 0.18

Je me suis proposé, dans ce travail, non-seulement de faire connaître les expériences qui me sont personnelles, mais encore de récapituler celles que l'on doit aux physiciens qui m'ont précédé dans ces recherches, et de montrer que, grâce aux théories mathématiques de M. Cauchy, la question de la réflexion métallique est aujourd'hui complétement résolue. Il reste encore de nombreuses recherches expérimentales à faire, et, si elles sont plus faciles, elles ne sont pas moins importantes. Il faudra chercher, pour chaque métal, les valeurs des constantes, et savoir comment elles varient avec les circonstances qui modifient le poli, la densité et l'état moléculaire du corps; il faudra encore employer les diverses couleurs simples du spectre, et rechercher les lois de l'inégalité d'action que les métaux leur font subir.

Conclusions.

Le travail que je présente a pour but de déterminer :

1°. L'intensité de la lumière réfléchie sur les métaux polis, quand le rayon incident est polarisé dans les azimuts de 0 degré ou de 90 degrés;

2°. Le rapport de ces intensités, par un procédé différent;

3°. La différence de phase de ces rayons, après la réflexion;

4°. De montrer que les résultats des expériences sont parfaitement représentés par les formules mathématiques de M. Cauchy;

5°. De chercher, après une réflexion sur un miroir métallique, la direction des axes de l'ellipse suivant laquelle oscillent les molécules d'éther, quand le rayon incident a été polarisé dans un azimut quelconque;

6°. De déterminer, par le calcul et l'expérience, les in-

cidences pour lesquelles la polarisation est redevenue rectiligne après un certain nombre de réflexions sur des lames parallèles ;

7°. De trouver les azimuts de polarisation rétablie sous toutes les incidences ;

8°. De rechercher la valeur des angles de polarisation rétablie quand les deux plans d'incidence sont inclinés entre eux, et que les incidences sur les deux miroirs sont inégales.

Vu et approuvé,

Le 18 février 1847.

LE DOYEN DE LA FACULTÉ DES SCIENCES,

J. DUMAS.

Permis d'imprimer,

L'INSPECTEUR GÉNÉRAL DES ÉTUDES,

Vice-recteur de l'Académie de Paris,

ROUSSELLE.

THÈSE DE CHIMIE.

De l'usage que l'on peut faire des ~~*la polarisation circulaire*~~ *pouvoirs rotatoires, dans l'étude des phénomènes chimiques.*

Vu et approuvé,
Le 18 février 1847.
LE DOYEN DE LA FACULTÉ DES SCIENCES,
J. DUMAS.

Permis d'imprimer,

L'INSPECTEUR GÉNÉRAL DES ÉTUDES,
Vice-recteur de l'Académie de Paris,
ROUSSELLE.