1

Gand, le 12 mai 1903.

Mon cher Confrère,

Je vous remercie de m'avoir adressé votre "paradoxe du calcul des probabilités". Je l'ai lu avec intérêt: mais je vous avoue que je souscrirais difficilement à votre conclusion et que je ne comprends pas comment Bertrand a pu considérer le problème en question comme "mal posé" dans les termes suivants:

"Quelle est la probabilité pour qu'une corde "quelconque d'un cercle soit plus grande que "le côté du triangle équilatéral inscrit."?

Ce problème me paraît, en effet, être parfaitement déterminé et résoluble.

En effet une corde quelconque ne peut être qu'une corde obtenue par la construction la plus générale possible en tenant compte de la définition de la corde.

Une corde est un segment de droite (pouvant se réduire à un point) et dont tous les points sont ~~situés dans le~~ des points du cercle donné (que nous supposons de rayon 1).

Pour qu'un segment de droite soit une corde de ce cercle, il faut et il suffit qu'il ait, au moins, un point de commun avec celui-ci et qu'il ne s'étende pas en dehors de lui. Ce point peut d'ailleurs être un point quelconque du cercle et on obtient toutes les cordes possibles passant par un tel point en traçant toutes les droites qui peuvent s'y croiser et les terminant à la circonférence.

Le mode, le plus général possible, de construire des cordes consiste donc à prendre, dans le cercle un point quelconque et à faire passer par ce point, ~~dans~~ une direction quelconque, une droite se terminant des deux côtés à la circonférence.

Les trois problèmes considérés par Bertrand, et les deux que vous avez résolus, supposent des modes de construction des cordes beaucoup plus particuliers et c'est pourquoi ils ne peuvent fournir la solution du problème énoncé plus haut.

Dans le problème I de Bertrand, on suppose la direction de la corde déterminée. Ce problème se ramène, au fond, à celui-ci: Quelle probabilité y a-t-il pour qu'un point d'un rayon donné (perpendiculaire à la direction donnée) soit en deçà (par rapport au centre, de son point milieu. Solution évidente: 1/2.

Dans le problème II, on suppose déterminé et situé sur la circonférence, le point par lequel on fait passer les cordes: le problème se réduit à chercher la probabilité pour qu'un qu'un rayon, mené d'un point d'une droite (la tangente au cercle, passant par le point donné) d'un côté de celle-ci, dans un plan donné passant par la droite (le plan du cercle), fasse avec elle un angle $> 60°$. Réponse évidente 1/3.

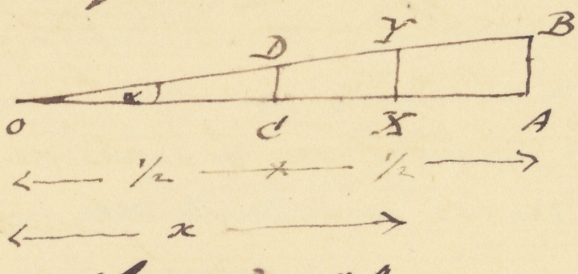
Le problème III réduit la direction de la corde à une seule, quand le point est donné: il revient à ceci: quelle probabilité y a-t-il pour qu'un point d'un cercle de rayon 1 soit à l'intérieur du cercle, concentrique au premier, de rayon ½. Réponse évidente : 1/4

Vos deux problèmes sont au fond identiques entre eux et au problème I de Bertrand, le second se ramenant facilement au premier. Je considère donc seulement celui-ci.

La probabilité pour qu'un point d'une droite indéfinie se trouve à une distance finie d'un point donné de cette droite est évidemment 0. On peut donc négliger les cordes dont la direction passe par des points de l'axe donné à une distance finie du centre, et se borner à considérer celles parallèles à l'axe, ce qui ramène au problème I de Bertrand.

Voici maintenant la solution du problème général.

La probabilité est la même, que l'on considère le cercle entier ou un secteur infiniment petit OAB :



Soit C le milieu de OA.

Pour tous les points du triangle OCD la probabilité pour que les cordes passant par ces points soient > $\sqrt{3}$ est 1.

Pour les points du trapèze CDBA, à une distance x de O, cette probabilité est, comme vous le montrez $\frac{2 \arcsin \frac{1}{2x}}{\pi}$.

Il s'ensuit que la probabilité pour ~~[illegible]~~ l'ensemble de la surface OAB sera, en appelant

α l'angle BOA,

$$\frac{\int_0^{\frac{1}{2}} \alpha x\,dx + \int_{\frac{1}{2}}^{1} \frac{2 \operatorname{arc\,sin} \frac{1}{2x}}{\pi} \alpha x\,dx}{\frac{\alpha}{2}}$$

$$= \frac{1}{12} + \frac{2 \log (2+\sqrt{3})}{\pi} = 0.9213 \ldots$$

Sauf erreurs de calcul.

Cette solution est beaucoup plus élevée que celle des problèmes plus particuliers considérés ci-dessus, comme cela doit être.

Croyez, je vous prie, mon cher Confrère à mes sentiments les plus cordiaux.

H Dutordoir

Société scientifique de Bruxelles

—

Gand, le 22/3/08.

Mon cher Confrère,

La prochaine session de la Société scientifique de Bruxelles se tiendra, à Bruxelles, les 28, 29 et 30 avril prochain.

D'après ce que me dit M. Mansion, M. de Lapparent, secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences, nous honorera probablement de sa présence.

Puis-je vous demander de prendre également part à nos travaux et de nous faire, à la première section, quelque communication.

En vous remerciant d'avance, je vous prie, mon cher Confrère, d'agréer l'expression de ma considération très distinguée.

Le Secrétaire de la première section

H. Dutordoir

339, Boulevard du Château, Gand.

Gand, le 19/3/08.

Mon cher Confrère,

M. Mansion (6 Quai des Dominicains, Gand) me demande un sommaire de votre communication aux 1re et 2e sections réunies de la Société Scientifique, réunies à Bruxelles le 29 avril dernier. Je vous demanderai de vouloir lui adresser ce sommaire qui serait destiné à être inséré dans le bulletin de la séance.

Votre bien dévoué

Ch. Dutordoir

339, boulevard du Château Gand.

Société scientifique
de Bruxelles.

1^re Section

Gand, le 17/3/12

Monsieur et cher Confrère,

Une circulaire de ce jour vous aura appris que, cette année, la session de Pâques de notre Société aura lieu les Lundi 15 et Mardi 16 avril prochain.

Notre section serait très heureuse de vous voir, comme les années précédentes, prendre part à ses travaux.

En attendant le plaisir de vous revoir à Bruxelles, je vous prie, Monsieur et cher Confrère, d'agréer l'expression de mes sentiments les plus distingués et les plus cordiaux.

H. Dutordoir

27, Boulevard du Château, Gand.

Gand, le 29/12/25

Mon cher Collègue,

N'aurons-nous pas le plaisir de vous voir parmi nous à la prochaine réunion de la première Section de la Société Scientifique de Bruxelles, ou, si cela ne vous était pas possible, ne pourriez-vous nous envoyer quelque communication écrite ?

Si oui, je vous serais bien obligé de m'en faire parvenir le titre avant dimanche prochain 3 janv.

Je vous en remercie d'avance, mon cher Collègue, et vous présente, dans l'entretemps, l'expression de ma considération très distinguée.

Le Secrétaire de la première Section

Dutordoir

27, Bd du Château Gand

CARTE POSTALE

Côté réservé à l'adresse

Naam en adres van
den afzender
(Niet verplichtend)

Nom et adresse de
l'expéditeur
(Indication facultative)

M.

France

Monsieur le Vte R. de Montessus de Ballore

46, rue Jacob.

à Paris.