ACADÉMIE DE PARIS.

FACULTÉ DES SCIENCES.

PROGRAMME

D'UNE

THÈSE D'ASTRONOMIE

SUR

L'ATTRACTION DES SPHÉROÏDES.

PRÉSENTÉE

PAR J. BERTRAND.

PARIS,

IMPRIMERIE DE BACHELIER,

RUE DU JARDINET, N° 12, DERRIÈRE L'ÉCOLE DE MÉDECINE.

1839

PROGRAMME

D'UNE

THÈSE

D'ASTRONOMIE

SUR L'ATTRACTION DES SPHÉROÏDES.

Le problème de l'attraction des sphéroïdes se ramène immédiatement à un certain nombre d'opérations analytiques, que l'on peut dans chaque cas particulier, effectuer approximativement, d'une manière plus ou moins pénible. Mais le but qu'on doit se proposer, est plutôt de parvenir à des expressions générales qui puissent s'appliquer commodément aux questions d'astronomie qui dépendent de l'attraction des sphéroïdes, que de trouver la valeur numérique de l'action sur tel ou tel point. Si l'on considère la question sous ce point de vue, l'utilité des intégrales triples qui représentent les composantes de l'attraction, est à peu près nulle surtout dans les questions où la figure du sphéroïde n'est pas connue *à priori*.

Il existe au contraire une méthode générale qui, quoique peu propre à l'évaluation de l'action, conduit à des résultats importants.

Cette méthode consiste à calculer l'intégrale qui représente la somme des masses des molécules divisées par leurs distances au point attiré. Les dérivées partielles de cette fonction que nous désignerons par V, donnent les composantes de l'action.

Lorsqu'on rapporte le système à des coordonnées polaires, si l'on développe la fonction V suivant les puissances positives ou négatives de r, le coefficient de r^n sera de la forme Y_n, et celui de $\frac{1}{r^n}$ de la forme Y_{n-1}.

Le développement prend une forme différente suivant que la sphère décrite de l'origine comme centre, et passant par le point attiré est intérieure, extérieure, ou sécante au sphéroïde.

Propriétés remarquables des fonctions Y_n. Une série de la forme $\sum_0^\infty Y_n$, peut, entre des limites données, représenter une fonction arbitraire de deux variables. Une même fonction n'admet qu'un seul développement de cette nature.

Application de la méthode générale à un sphéroïde peu différent d'une sphère. On peut, en conservant les termes du troisième ordre par rapport à la différence des rayons vecteurs, du sphéroïde et de la sphère dont il diffère peu, se servir pour les points de la surface, des formules relatives aux points intérieurs ou extérieurs.

La fonction V satisfait pour les points extérieurs, à l'équation

$$\frac{d^2V}{dx^2} + \frac{d^2V}{dy^2} + \frac{d^2V}{dz^2} = 0.$$

On en conclut que lorsque les surfaces de niveau seront connues *à priori*, une simple quadrature donnera l'action.

Application à une couche comprise entre deux ellipsoïdes homothétiques : théorème de M. Chasles.

Attraction des ellipsoïdes pleins. Action d'un ellipsoïde sur un point intérieur. Démonstration du théorème d'Yvory dans une loi quelconque d'attraction.

Si l'on représente par A, B, C, les composantes de l'attraction d'un ellipsoïde plein sur un point extérieur, et par M la masse de cet ellipsoïde, les rapports $\frac{A}{M}$, $\frac{B}{M}$, $\frac{C}{M}$ ne dépendent que de ses excentricités.

On trouve dans la *Mécanique céleste* deux théorèmes généraux, l'un sur les solides de révolution, l'autre sur les solides symétriques, par rapport à trois plans orthogonaux; mais ces théorèmes sont basés sur la considération de séries qui ne sont pas convergentes pour les points rapprochés de la surface, et comme c'est principalement de ces points que l'on a à s'occuper, ils seront généralement sans application.

Vu et approuvé par le doyen de la Faculté des Sciences,

7 mai 1839,

Baron THENARD

Permis d'imprimer,

l'Inspecteur général des études, chargé de l'administration de l'Académie de Paris,

ROUSSELLE.