THÈSE D'ASTRONOMIE.

DE L'INFLUENCE

DU

DOUBLE MOUVEMENT DES PLANÈTES

SUR LES

TEMPÉRATURES DE LEURS DIFFÉRENTS POINTS.

PAR. J. M. C. DUHAMEL.

BIUS JUSSIEU
THESES
PARIS

BIBLIOTHÈQUE
DE L'UNIVERSITÉ
DE FRANCE.

PARIS,
IMPRIMERIE DE GUIRAUDET,
RUE SAINT-HONORÉ, 315.

1834

Document numérisé par la Bibliothèque Interuniversitaire Scientifique Jussieu - UPMC

MM.	
Lacroix	Professeurs et adjoints.
Biot	
Poisson	
Francœur	
Dulong	
Thénard	
Beudant	
Geoffroy-Saint-Hilaire	
Mirbel	
Pouillet	
Ducrotay de Blainville	
Constant Prevost	
Lefebure de Foucy	
Lévy	

Vu et approuvé par le doyen de la faculté des sciences de l'Académie de Paris,

Le 16 mars 1834.

Baron THENARD.

Permis d'imprimer.

L'inspecteur général des études chargé de l'administration de l'Académie de Paris,

ROUSSELLE.

Document numérisé par la Bibliothèque Interuniversitaire Scientifique Jussieu - UPMC

THÈSE D'ASTRONOMIE.

Les planètes, en vertu de leur mouvement de rotation et de translation, se présentent à chaque instant d'une manière différente à l'action calorifique des rayons solaires. Ces variations de position étant périodiques, on peut démontrer rigoureusement qu'il en résulte à la longue un état thermométrique qui l'est semblablement.

M. Fourier est le premier qui ait traité cette grande question, qu'il avait principalement en vue en créant sa Théorie de la chaleur. Il en facilita la solution en supposant données les températures périodiques de la surface, et fit connaître les lois remarquables suivant lesquelles varient celles des points situés à une profondeur quelconque. Il calcula ensuite le refroidissement d'un globe placé à une température donnée dans l'enceinte formée par les astres; et, composant les effets partiels provenant des différentes causes, il a déterminé les lois mathématiques du phénomène complexe qu'il avait en vue.

M. Laplace, et ensuite M. Poisson, ont traité les mêmes questions en prenant des données plus générales, et supposant que les températures de la surface ne soient pas données, mais que l'on connaisse celles du milieu dans lequel le globe est placé. M. Poisson a envisagé le cas où la température de ce milieu serait variable avec le temps; mais il n'a pas donné la formule qui se rapporterait à une fonction arbitraire. Cette formule a été donnée pour la première fois dans un Mémoire que j'ai présenté à l'Institut le 9 février 1829.

Les cas particuliers calculés par M. Poisson supposent au milieu qui environne la terre une variation périodique très différente de celle qui a réellement lieu; et personne, que je sache, n'a cherché à se rapprocher davantage des données véritables de la question.

L'objet que je me suis proposé dans ce travail n'a point été de résoudre avec une rigoureuse exactitude un problème dont les éléments sont si complexes, et dont nous ne connaissons même pas toutes les données physiques nécessaires. Mais j'ai voulu au moins prendre dans la réalité les circonstances les plus importantes de la question, et j'ai considéré une planète, la terre par exemple, élevée d'abord à une température quelconque, et placée dans l'espace, en présence du soleil, et au milieu de l'enceinte formée par les astres. Je suppose cette planète animée d'un mouvement de rotation et de translation, et rayonnant d'une manière très différente vers le soleil et vers l'enceinte; j'ai ainsi égard, jusqu'à un certain point, à un effet important de l'atmosphère indiqué par Fourier, et qui est fondé sur ce que la chaleur lumineuse traverse les corps transparents beaucoup plus facilement que

Document numérisé par la Bibliothèque Interuniversitaire Scientifique Jussieu - UPMC

la chaleur obscure. J'admets la loi de Newton, quoiqu'elle soit très éloignée de la vérité pour des températures aussi élevées que celle du soleil. Il faudra avoir égard à cette hypothèse dans l'interprétation des résultats.

Soient e la température de l'enceinte, s celle du soleil, ω la partie de l'enceinte occupée par le disque du soleil, l la latitude du lieu, d la déclinaison du soleil, γ l'inclinaison de l'écliptique sur l'équateur, θ' la durée du jour solaire, θ le temps que la planète emploie à parcourir son orbite, v la température d'un point quelconque de la planète, x la profondeur à partir de la surface, K la conductibilité intérieure de la planète, C sa chaleur spécifique, D sa densité; enfin A et A' les constantes auxquelles sont proportionnelles les actions respectives d'un élément de l'enceinte et du disque du soleil sur l'élément de la surface de la planète.

Les températures provenant de l'état initial du globe placé dans l'enceinte dont la température est e seront à peu près égales à e à la surface, s'il s'agit de la terre, et elles croîtront avec la profondeur à raison d'un degré environ par 30 mètres. Il reste donc à chercher les températures périodiques, en supposant que l'enceinte ait la température zéro, excepté le disque ω qui aura la température $s-e$.

Les équations du problème seront

$$\frac{dv}{dt}=a^2\frac{d^2v}{dx^2} \qquad \frac{dv}{dx}-h\left(v-\zeta\right)=0 \quad \text{pour } x=0$$

en posant

$$\frac{\mathrm{K}}{\mathrm{C\,D}}=a^2 \quad , \quad \frac{\pi \mathrm{A}'}{\mathrm{K}}=h$$

Et désignant par δ l'angle formé par le plan horaire du soleil avec le méridien du lieu,

$$\zeta=\frac{\mathrm{A}\,\omega}{\pi\,\mathrm{A}'}(s-e)\left(\sin l\sin d+\cos l\cos d\cos\delta\right).$$

Cette valeur de ζ exprime la température uniforme d'une enceinte qui remplacerait l'action du soleil et du reste de l'enceinte donnée.

Les quantités d et δ peuvent être exprimées en fonction du temps t, dont on prendra à l'origine l'instant où le soleil passe au méridien du lieu le jour de l'équinoxe, époque que l'on peut considérer comme celle de l'équinoxe même.

On trouvera ainsi

$$\zeta=\frac{\mathrm{A}\,\omega\,(s-e)}{\pi\,\mathrm{A}'}\left\{\sin l\sin\gamma\sin\frac{2\pi t}{\theta}+\cos l\cos\frac{2\pi t}{\theta'}\sqrt{1-\sin^2\gamma\sin^2\frac{2\pi t}{\theta}}\right\},$$

et la valeur générale de v sera

$$v=\frac{1}{\theta}\int_0^\theta \zeta\,dt+\Sigma\, e^{-\frac{x}{a}\sqrt{\frac{n\pi}{\theta}}}\left\{\mathrm{A}_n\cos\left(\frac{2n\pi t}{\theta}-\frac{x}{a}\sqrt{\frac{n\pi}{\theta}}\right)+\mathrm{B}_n\sin\left(\frac{2n\pi t}{\theta}-\frac{x}{a}\sqrt{\frac{n\pi}{\theta}}\right)\right\},$$

Document numérisé par la Bibliothèque Interuniversitaire Scientifique Jussieu - UPMC

A_n et B_n étant déterminés par les équations

$$B_n\left(a h+\sqrt{\frac{n \pi}{\theta}}\right)-A_n=a h Q_n ,$$

$$B_n \sqrt{\frac{n \pi}{\theta}}+A_n\left(a h+\sqrt{\frac{n \pi}{\theta}}\right)=a h P_n$$

Les valeurs de P_n et Q_n sont

$$P_n=\frac{2}{\theta}\int_0^\theta \zeta \cos \frac{2 n \pi t}{\theta} d t \quad , \quad Q_n=\frac{2}{\theta}\int_0^\theta \zeta \sin \frac{2 n \pi t}{\theta} d t .$$

La forme de l'expression de v conduit immédiatement à quelques conséquences importantes.

On reconnaît d'abord qu'à une profondeur quelconque, la température moyenne de l'année est égale à la valeur moyenne de ζ; elle dépend de la latitude, mais elle est indépendante de la nature du terrain ; il suffit que sa conductibilité soit sensiblement la même dans une certaine étendue.

A mesure que la profondeur augmente, l'amplitude de l'oscillation annuelle de la température diminue rapidement, et se réduit bientôt à la moyenne commune.

La profondeur à laquelle ces variations cessent d'être sensibles est proportionnelle à la racine carrée de la période ; ce qui fait que les variations diurnes sont sensibles dans la terre à une profondeur environ 19 fois moindre que les variations annuelles. Ce résultat, donné pour la première fois par *Fourier*, suppose la déclinaison du soleil invariable ; notre formule permettra de faire la petite correction que sa variation nécessite.

Les coëfficients de notre série renferment des intégrales définies dont les limites dépendent de la durée du jour. Cette durée $\frac{\Delta \theta'}{2 \pi}$ est donnée par la formule

$$\operatorname{Cos} \frac{\Delta}{2}=-\operatorname{tang} l \operatorname{tang} d .$$

La formation générale de ces coëfficients exigerait des calculs pénibles, mais sans difficulté réelle. Elle se simplifie beaucoup quand on considère les points situés à l'équateur ou au pôle ; j'indiquerai ici les résultats qui m'ont paru offrir le plus d'intérêt.

Température de la terre à l'équateur et aux pôles.

La température moyenne, étant un élément important pour chaque climat, a été le sujet d'un grand nombre d'observations. Une discussion approfondie a conduit M. Arago à admettre qu'au pôle elle serait de plus de 30 degrés centigrades au dessous de zéro, si les continents se prolongeaient jusqu'au pôle ; ce qui est l'hypo-

Document numérisé par la Bibliothèque Interuniversitaire Scientifique Jussieu - UPMC

thèse relative à nos calculs. On peut de même admettre qu'elle serait de plus de 30° au dessus de zéro à l'équateur, si la mer était remplacée par les continents. C'est sur ces nombres que nous ferons l'application de nos calculs ; mais il sera facile d'y substituer toute autre valeur. Si l'on désigne par E et P les températures moyennes à l'équateur et au pôle, telles qu'on les observerait réellement près de la surface, on déduira facilement de notre calcul, par l'intégration très simple d'une fonction elliptique, les formules suivantes, qui se rapportent au globe terrestre :

$$E = e + \frac{959\,A\,(s-e)\,\omega}{1000\,\pi^2\,A'}, \quad P = e + \frac{398\,A\,(s-e)\,\omega}{1000\,\pi^2\,A'}.$$

Le disque du soleil sous-tendant un angle d'environ 32′, on aura

$$\omega = 0{,}000069.$$

Les deux équations précédentes donneront

$$e = \frac{959\,P - 398\,E}{561}, \quad s = e + \frac{1000\,\pi^2\,A'\,(E-P)}{561\,A\,\omega}.$$

On voit par là que la température de l'enceinte dans laquelle se meut le système planétaire est indépendante du rapport de A à A′.

En supposant

$$P = -30^\circ, \quad E = +30^\circ,$$

on trouve

$$e = -72^\circ{,}5 \quad , \quad s = -72^\circ{,}5 + 1529788^\circ\,\frac{A'}{A}.$$

La valeur de s montre que l'excès de température du soleil sur l'enceinte est proportionnel à $\frac{A'}{A}$, c'est-à-dire au rapport des nombres qui mesurent la facilité avec laquelle la chaleur obscure et la chaleur lumineuse traversent l'atmosphère.

Si l'on supposait ce rapport égal à un millième, on trouverait $s = 15225^\circ$

En le supposant dix fois moindre, on trouverait $s = 1457^\circ$, nombre assez voisin de celui que M. Pouillet paraissait disposé à conclure de ses observations directes. Mais, quel que soit ce rapport, il est bien remarquable que la température de l'espace déduite de nos calculs en soit complétement indépendante, et qu'il n'influe que sur celle qu'il faut attribuer au soleil.

En prenant pour P et E d'autres valeurs que -30° et $+30^\circ$, les formules précédentes donneront pour e et s d'autres valeurs ; et il est facile de voir l'effet produit par les variations des unes sur la valeur des autres ; par exemple, de calculer la diminution des températures moyennes de la terre résultant du refroidissement du soleil et des espaces planétaires.

Les courants d'air produisent des changements dans les températures des divers cli-

Document numérisé par la Bibliothèque Interuniversitaire Scientifique Jussieu - UPMC

mats, et il serait à désirer que l'on pût déterminer les modifications que cette cause, si difficile à soumettre à l'analyse, apporterait à nos résultats.

Or, sans en calculer exactement les effets, il m'a semblé qu'on pouvait obtenir un résultat important en se fondant sur cette considération évidente que les mouvements de l'atmosphère élèvent les températures les plus basses et abaissent les plus élevées.

En effet, les températures moyennes observées P et E se trouvent, la première plus élevée, et la seconde plus basse, que si l'air était immobile. Il faut donc, dans les formules fondées sur cette dernière supposition, diminuer P et augmenter E. Soient x, y, ces variations respectives, on trouvera

$$e = \frac{959\,P - 398\,E}{561} - x - \frac{7}{10}\left(x + y\right).$$

Donc, la température de l'espace est plus basse que celle que l'on déduirait des premiers calculs ; la différence est

$$x + \frac{7}{10}\left(x + y\right).$$

On voit ainsi comment influent sur cette température les changements x et y que les vents apportent aux températures moyennes des pôles et de l'équateur.

La température du soleil sera augmentée de

$$-x + (x + y)\left\{254963\,\frac{A'}{A} - \frac{7}{10}\right\},$$

ou d'environ $254\,(x + y)$, si l'on suppose $\frac{A'}{A}$ = un millième.

Applications aux températures lunaires.

L'analyse précédente s'applique avec beaucoup plus de facilité à la lune qu'à la terre. Ce globe n'ayant aucune atmosphère sensible, nos calculs y sont exactement applicables, en observant que sa distance à la terre n'étant environ que la quatre-centième partie de celle de la terre au soleil, on peut supposer que le centre de la lune se meut sur l'orbite même de la terre.

De plus, l'équateur lunaire n'étant incliné que de $1°\,1/2$ sur le plan de l'écliptique, on peut, sans altérer sensiblement les résultats, supposer que ces deux plans se confondent, et l'on obtient une formule simple, qui donne les températures à une profondeur quelconque en fonction du temps et de la latitude des points de la surface. La petite erreur que l'on commet ne peut, au reste, qu'élever tant soit peu les températures des points situés sur l'équateur de la lune.

Dans le cas actuel il faut supposer $A = A'$, $\sin \gamma = 0$, et l'on a pour la température moyenne à une latitude quelconque l

$$e + \frac{\omega\,(s - e)\cos l}{\pi^2}.$$

Document numérisé par la Bibliothèque Interuniversitaire Scientifique Jussieu - UPMC

Elle varie de l'équateur au pôle proportionnellement aux cosinus de la latitude au pôle, elle se réduit à e, c'est-à-dire à la température de l'espace : en ce point la température ne subit aucun changement.

A l'équateur, la température moyenne est

$$e + \frac{\omega\,(s - e)}{\pi^2}.$$

Elle n'est au-dessus de celle de l'espace que de la quantité $\frac{7\,(s - e)}{1.000.000}$, qui ne serait que de 7/10 de degré en supposant la température du soleil de 100.000°, et se réduirait à 1/10 si le soleil n'était qu'à 15.000°.

On ne peut admettre qu'un point de la surface, lorsqu'il est tourné vers le soleil, acquierre une température sensiblement plus élevée que quand il est du côté opposé.

En effet, nous avons vu que les choses se passaient comme si la température de l'enceinte, égale en tous ses points, était variable avec le temps, et représentée par une formule, qui devient, dans le cas actuel, et pour un point de l'équateur,

$$e + \frac{\omega\,(s - e)}{\pi} \cos \frac{2\,\pi\,t}{\theta},$$

θ étant la durée de la révolution synodique de la lune.

Or, la température d'un point de la surface ne peut surpasser, ni même atteindre la valeur maximum de celle de l'enceinte, qui est $e + \omega \frac{(s - e)}{\pi}$ ou $e + \frac{1^\circ}{3}$ en supposant $s = 15.000°$.

On arrive donc à cette conséquence que jamais aucun point de la lune ne parvient à une température qui surpasse de $\frac{1^\circ}{3}$ celle des espaces planétaires.

Cette proposition n'avait pas encore été démontrée, ni même énoncée, du moins à ma connaissance. Elle est bien opposée à celles qui sont avancées sur le même sujet dans l'astronomie de M. Herschell. Ce célèbre astronome pense que la température de l'hémisphère de la lune qui est tourné vers le soleil surpasse celle que l'on éprouve à midi sur l'équateur terrestre. Le calcul seul pouvait décider la question; mais il ne faut pas oublier que celui-ci est fondé sur l'hypothèse de Newton.

On peut maintenant se faire une idée de l'immense influence qu'exerce l'atmosphère sur les températures de la terre. Si elle en était privée, les points les plus échauffés de sa surface seraient à peu près à la même température que les espaces planétaires : car aucun point de sa surface ne serait dans des circonstances aussi favorables que ceux de l'équateur lunaire.

Nous terminerons en observant que l'absence d'atmosphère ne permet pas de conclure qu'il n'existe pas à la surface de la lune des corps de même nature que les liquides que nous connaissons : car, à une température aussi basse, la densité de leur vapeur serait tout-à-fait insensible.

Document numérisé par la Bibliothèque Interuniversitaire Scientifique Jussieu - UPMC