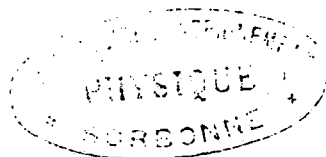
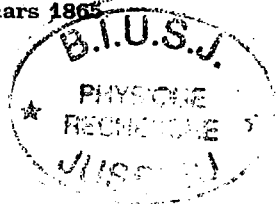


1
C. 42
4

SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE DE PARIS.



Extraits des séances des 4, 11 et 18 mars 1865



Recherches géométriques sur la réflexion de la lumière polarisée, par M. A. Cornu.

PREMIÈRE PARTIE.

La théorie de la réflexion de la lumière polarisée est un des problèmes les plus intéressants de l'optique mathématique et expérimentale. Malheureusement, si l'on excepte quelques cas particuliers, la question devient extrêmement compliquée à cause du grand nombre d'éléments ou paramètres arbitraires que comporte le problème.

Un certain nombre de théories mathématiques ont été données sur ce sujet par des géomètres éminents, parmi lesquels on peut citer Mac Cullagh, Neumann, Cauchy; mais le point de vue auquel se placent les géomètres n'est pas le même que celui des physiciens: les premiers cherchent plutôt à obtenir des formules analytiques qu'à éclairer la voie de l'expérimentation; les physiciens, au contraire, ont, avant tout, besoin de théorèmes géométriques faciles à retrouver et se prêtant aux vérifications numériques. Aussi,

PR 4310

malgré la valeur de ces travaux mathématiques sur la polarisation cristalline, cette branche de l'optique est-elle un peu délaissée par les expérimentateurs; circonstance fâcheuse, car c'est de l'étude des modifications de la lumière par les cristaux qu'on doit attendre les résultats les plus intéressants sur la constitution de la matière.

C'est dans le but de faciliter l'étude expérimentale de la réflexion cristalline que j'ai entrepris quelques recherches géométriques sur ce sujet. Avant de traiter le cas général, nous nous arrêterons un instant sur le cas particulier des milieux isotropes, dont la théorie se résume par un théorème géométrique d'une élégance remarquable.

M. Brewster a démontré expérimentalement que lorsqu'on fait tomber un rayon de lumière polarisée sur une surface plane taillée dans un milieu isotrope, comme le verre ou les cristaux du système régulier, le rayon qui s'y réfléchit et celui qui s'y réfracte sont tous deux polarisés. A l'aide d'observations très-précises, l'illustre physicien a déterminé empiriquement la loi d'orientation des plans de polarisation de ces trois rayons par rapport au plan d'incidence; il a trouvé qu'en désignant par α , α' , α'' les angles que font respectivement avec le plan d'incidence les plans de polarisation des rayons incident, réfléchi et réfracté, on a les relations :

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\cos (i-r)} = \frac{\operatorname{tg} \alpha'}{\cos (i+r)} = \frac{\operatorname{tg} \alpha''}{1} \quad (1).$$

i étant l'angle d'incidence et r l'angle de réfraction.

Ces formules ont été plus tard démontrées analytiquement par Fresnel, dans ses mémorables travaux sur la théorie de la lumière.

Considérons les plans normaux à ces plans de polarisation, menés respectivement par les rayons correspondants; ces trois plans seront liés par les relations :

$$\frac{\cot \alpha}{\cos (i-r)} = \frac{\cot \alpha'}{\cos (i+r)} = \frac{\cot \alpha''}{1} \quad (2).$$

Le théorème que nous avons annoncé consiste en ce que *ces trois plans se coupent suivant une même droite perpendiculaire au rayon réfracté.*

Pour le démontrer, il suffit de considérer les trièdres qu'on obtient en menant par une droite quelconque perpendiculaire au rayon réfracté et passant au point d'incidence :

1° Un plan perpendiculaire P au plan d'incidence D;

2° Trois plans A, A', A'', passant respectivement par les trois rayons. Les trois trièdres sont formés par le plan P, le plan d'incidence D et l'un des trois plans A, A', A''. Ils ont pour face commune le plan P et pour dièdre opposé à ce côté les dièdres $90^\circ + \alpha$, $90^\circ + \alpha'$, $90^\circ + \alpha''$. En écrivant les relations trigonométriques qui existent entre ces trois trièdres, on retrouve la relation (2).

Ce théorème résume de la manière la plus claire les propriétés de la lumière polarisée réfléchie ou réfractée par les milieux isotropes, et dégage des formules analytiques une expression synthétique de ces phénomènes.

On peut réaliser mécaniquement la loi d'orientation de ces trois plans au moyen d'un appareil très-simple.

Il existe en effet un organe cinématique qu'on nomme un *joint universel* ou *joint hollandais*, qui permet de transmettre un mouvement de rotation d'un axe à un autre axe incliné sur le premier, mais situé dans le même plan. Ce petit appareil, qu'on nomme encore *croisillon*, est trop connu pour que nous nous arrêtions à le décrire; nous ferons remarquer que les déplacements angulaires correspondants β β'' de ces deux axes sont liés par la relation :

$$\frac{y\beta}{y'\beta} = \cos V,$$

V étant l'angle des deux axes.

On en conclut que si l'on a deux axes faisant entre eux l'angle $(i+r)$ et qu'on les lie par un croisillon, leurs déplacements angulaires correspondants seront identiques à ceux du plan de polarisation du rayon incident et du plan de polarisation du rayon réfracté, définis respectivement par les angles i et r . De même, si on lie le second axe, celui qui représente le rayon réfracté, par un croisillon, à un troisième axe faisant avec lui l'angle $(i-r)$, on complètera la réalisation cinématique de la loi de Brewster, en déterminant la position du plan de polarisation du rayon réfléchi.

Tel est le principe de l'appareil qui a été mis sous les yeux de la Société ; il permet de suivre des yeux toutes les particularités des mouvements simultanés des plans de polarisation ; en un mot, il réalise une véritable *synthèse cinématique* des phénomènes de polarisation dans les milieux isotropes.

DEUXIÈME PARTIE.

Le théorème que nous avons établi ci-dessus a été démontré d'une façon synthétique sans faire voir par quelles idées nous y avons été conduit ; les considérations qui suivent permettront d'analyser la question à un autre point de vue, et de prévoir la méthode qui nous servira à traiter le cas beaucoup plus complexe des milieux cristallisés.

Il est facile de montrer, en effet, que les principes énoncés par Mac Cullagh et Neumann conduisent immédiatement à la propriété que possèdent les trois plans indiqués de se couper suivant une même droite ; ces géomètres, modifiant les idées de Fresnel, ont énoncé la proposition suivante :

Si l'on suppose les vibrations lumineuses transversales et parallèles au plan de polarisation, leurs amplitudes dans les rayons incident, réfléchi et réfracté des milieux isotropes composent comme en mécanique les droites représentatives des forces : elles forment un polygone fermé.

De là, nous concluons que le polygone des vibrations, étant un triangle, est nécessairement plan ; par suite, les trois plans dont ces vibrations sont les normales passent par une même droite, si ces trois plans passent par un même point. Quels sont ces plans ? Comme les vibrations sont transversales, les plans correspondants contiennent le rayon auquel appartient la vibration. Donc, ce sont les plans menés par les rayons perpendiculairement à leur plan de polarisation.

Ces considérations purement géométriques ne sont pas suffisantes pour aller plus avant, car on n'achève la question qu'en faisant appel au théorème des forces vives, lequel n'est pas aussi facile à traduire géométriquement ; mais elles ont l'avantage d'attirer l'attention sur cette droite commune à ces trois plans, et de présenter son mouvement comme l'élément caractéristique des déplacements simultanés des plans de polarisation.

Aussi, en ayant recours au principe des forces vives, on démontre que cette droite se meut dans un plan perpendiculaire au rayon réfracté.

En résumé, nous voilà conduit à étudier le lieu décrit par la droite commune aux plans de polarisation incident et réfléchi : tel est le problème dont nous allons exposer la solution dans le cas général.

THÉORÈME. *Dans les milieux cristallisés quelconques, la droite d'intersection des plans normaux aux plans de polarisation des rayons incident et réfléchi menés respectivement par ces rayons, décrit un cône du second degré.*

Ce cône passe par les deux rayons et par les positions de la normale au polygone des vibrations dans les trois cas où ce polygone devient plan.

Avant de démontrer cette proposition, nous ferons remarquer que, malgré une incompatibilité apparente, la propriété des milieux isotropes n'en est qu'un cas particulier. Dans ce dernier cas, en effet, le cône du second degré se réduit à un système de deux plans : l'un est le plan perpendiculaire au rayon réfracté, l'autre est le plan d'incidence. Cette seconde partie de la solution nous avait échappé, car elle constitue une généralisation géométrique plutôt minutieuse qu'importante au point de vue physique.

Ceci posé, nous admettons, sans chercher à l'établir mathématiquement, le résultat suivant dû à Neumann (voir la traduction de ce mémoire, *Journal de Liouville*, année 1842).

La relation qui lie les positions respectives des plans de polarisation des rayons incident et réfléchi dans les milieux cristallisés quelconques, est définie par l'expression :

$$A \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \alpha' + B \operatorname{tg} \alpha + C \operatorname{tg} \alpha' + D = 0,$$

dans laquelle α , α' représentent les angles que font respecti-

*

vement ces deux plans avec le plan d'incidence, et A, B, C, D des coefficients constants quand l'incidence et le plan de réflexion restent fixes.

Expérimentalement, on arrive à reconnaître que ces deux plans forment deux faisceaux homographiques, car, à une position de l'un d'eux ne correspond qu'une position de l'autre et réciproquement. Il résulte donc de l'une ou l'autre de ces considérations, que la droite commune décrit un cône du second degré passant par les deux rayons.

Restent trois génératrices à trouver pour achever la détermination du cône. A cet effet, considérons le polygone des vibrations. Ici, comme un rayon incident donne naissance à deux rayons réfractés et à un rayon réfléchi, le polygone est un quadrilatère, lequel en général sera gauche. Mais, suivant la théorie bien connue de la surface de l'onde, les vibrations réfractées ne sont plus mobiles comme dans les milieux isotropes autour de leur rayon; leur direction reste fixe, mais leur amplitude est variable, de sorte que le quadrilatère possède deux côtés fixes en direction. Dès lors il est facile de comprendre qu'il y aura trois cas où le polygone sera plan :

1^o et 2^o Les cas où l'une des vibrations réfractées s'éteindra, ce qui correspond à deux positions particulières du plan de polarisation incident ;

3^o Le cas où la vibration incidente sera située dans le plan des vibrations réfractées.

Mac Cullagh (voir la traduction de ce mémoire dans le *Journal de Liouville*, année 1842) a étudié géométriquement d'une manière fort élégante les deux premiers cas. Il a donné une formule très-simple pour définir le plan du triangle des vibrations dans le cas où l'un des rayons réfractés s'éteint. Il a démontré que, *lorsqu'il n'y a qu'un seul rayon réfracté, le plan des vibrations est le plan polaire de ce rayon*, en désignant par *plan polaire* d'un rayon réfracté extraordinairement le plan mené parallèlement à la vibration (laquelle est rigoureusement transversale) par une droite qui fait avec la normale au plan d'onde l'angle φ ainsi défini :

$$\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \varepsilon \cdot \frac{\sin^2 \rho}{\sin^2 i - \sin^2 \rho}$$

ϵ étant l'angle du rayon extraordinaire avec la normale à son onde plane; ρ l'angle que fait cette normale avec la normale à la surface réfléchissante.

Quant au troisième cas, il est très-simple, grâce à ce que les vibrations sont fixes en direction et ne dépendent que de la surface de l'onde.

Nous allons alors répéter ici le raisonnement énoncé ci-dessus. Quand le polygone des vibrations est plan, les plans dont ces vibrations sont les normales se coupent suivant une même droite; la droite d'intersection sera la normale au plan des vibrations.

Or, parmi les plans qui se coupent ainsi, se trouvent les plans menés par les rayons incident et réfléchi normalement à leurs plans respectifs de polarisation. On connaît donc, par les considérations qui précèdent, trois positions de cette droite commune; les deux rayons eux-mêmes achèvent de déterminer le cône du second degré, lieu des positions de cette droite d'intersection.

Le théorème se trouve ainsi démontré.

Si l'on rapproche la formule :

$$A \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \alpha' + B \operatorname{tg} \alpha + C \operatorname{tg} \alpha' + D = 0,$$

de la formule $\operatorname{tg} \alpha' = \operatorname{tg} \alpha \frac{\cos(i+r)}{\cos(i-r)}$ qui représente la loi d'ori-

entation des plans analogues dans les milieux isotropes, on sera conduit à mettre la première de ces relations sous la forme :

$$\operatorname{tg}(\alpha' + \beta') = K \operatorname{tg}(\alpha + \beta)$$

β' , β et K étant des constantes; on en tirera cette conséquence fort intéressante, à savoir qu'on peut déduire la loi des déplacements simultanés des plans de polarisation dans le cas le plus complexe de la réflexion cristalline de la loi si simple du phénomène correspondant des milieux isotropes. En effet, en choisissant un milieu isotrope dont l'indice soit défini par la condition :

$$\frac{\cos(i+r)}{\cos(i-r)} = K, \text{ c'est-à-dire } \operatorname{tg} i \operatorname{tg} r = \frac{1-K}{1+K}, \quad n = \frac{\sin i}{\sin r},$$

les plans qui feront avec les plans de polarisation du rayon incident et du rayon réfléchi sous l'angle i des angles constants et respectivement égaux à β et β' , représenteront exactement les plans analogues du milieu cristallisé. Il en résulte aussi que le petit appareil à *croisillons*, que nous avons mis sous les yeux de la Société, est un appareil général de *synthèse cinématique* et qu'il peut représenter tous les phénomènes de réflexion cristalline dans le cas le plus général.

Cet appareil a l'inconvénient de ne pas se prêter à une réalisation mécanique très-rigoureuse, à cause de la disposition même et de la forme des pièces. Mais nous sommes parvenu à une autre disposition, fondée sur un tout autre principe, qui permet de réaliser un instrument propre à des recherches expérimentales, et même à des déterminations très-précises. Il sera l'objet d'une description spéciale quand nous serons en mesure de donner les quelques résultats intéressants qu'il doit fournir.

TROISIÈME PARTIE.

D'après ce qui précède, la détermination expérimentale des angles β et β' et du coefficient K est le but que doit se proposer le physicien; les angles β et β' s'obtiennent très-aisément par les considérations suivantes.

Considérons les deux relations

$$\frac{\operatorname{tg} (\alpha + \beta)}{\operatorname{tg} (\alpha' + \beta')} = \frac{1}{K} \frac{\operatorname{tg} (z + \frac{\pi}{2} + \beta)}{\operatorname{tg} (z' + \frac{\pi}{2} + \beta')} = K.$$

Elles représentent deux cônes du second degré ayant deux génératrices communes ; elles en ont encore deux autres :

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha = -\beta \\ \alpha' = -\beta' \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \alpha = -(\beta + \frac{\pi}{2}) \\ \alpha' = -(\beta' + \frac{\pi}{2}) \end{array} \right.$$

On voit donc que les angles β , β' sont donnés par l'intersection de deux cônes ; l'un est le lieu de la droite commune aux deux plans de polarisation ; l'autre le lieu de la droite commune aux plans normaux à ces derniers.

On peut mettre cette propriété des angles β , β' sous une autre forme, et dire : Les angles sont les valeurs correspondantes des azimuts α , α' des plans de polarisation incident et réfléchi qui sont rectangulaires.

Le cône du second degré que nous venons d'étudier, peut se résoudre en un système de deux plans, et on obtient dans ce cas particulier la théorie du phénomène connu sous le nom de *polarisation complète*.

En effet, supposons que l'un des plans passe par le rayon incident, l'autre par le rayon réfléchi, ce système de deux plans formant le lieu de la droite commune aux plans de polarisation des deux rayons, il est évident que, quelle que soit la direction du plan de polarisation incident, le plan de polarisation réfléchi est fixe. Donc, si la lumière incidente est naturelle, la lumière réfléchie sera complètement polarisée.

D'après ce que nous venons de dire, on voit que tous les cas où le cône se réduit à un système de deux plans ne correspondent pas au phénomène de polarisation complète. Mais la discussion en est aisée, nous ne nous y arrêterons pas.

Le théorème qui précède suppose essentiellement que le plan de réflexion et l'angle d'incidence restent fixes ; dès que l'un ou l'autre de ces éléments varie, la complication devient extrême, parce qu'on introduit toutes les difficultés qui proviennent de la surface de l'onde, par suite de la variation des rayons réfractés. Mais on peut, en changeant simultanément le milieu extérieur et l'incidence, parvenir à conserver les mêmes rayons réfractés ; il suffit pour cela de choisir

des indices n n' n'' ... et des incidences liées par les relations

$$\frac{\sin i}{n} = \frac{\sin i'}{n'} = \frac{\sin i''}{n''} = \dots$$

Si, pour chaque incidence particulière, on construit le cône précité, on peut se proposer de chercher son enveloppe. Le théorème remarquable auquel on parvient consiste en ce que *tous ces cônes passent par quatre droites fixes*.

On aperçoit immédiatement l'une de ces droites : c'est la normale au plan des vibrations réfractées, lequel reste le même, puisque les rayons réfractés restent fixes.

Si le cristal est à un seul axe optique, on trouve aisément une seconde droite commune à tous les cônes : c'est la normale au plan des vibrations dans le cas où le rayon extraordinaire s'éteint.

Pour rechercher l'enveloppe dans le cas général, il suffirait d'exprimer analytiquement les relations suivant lesquelles les quatre génératrices caractéristiques du cône se déplacent quand varie l'incidence, car nous savons que la cinquième est fixe.

Les rayons incident et réfléchi restent dans le plan d'incidence, faisant des angles égaux avec la normale à la surface réfléchissante.

Les directions correspondant aux cas de l'extinction des rayons réfractés, sont toujours dans un plan parallèle à leur vibration respective et faisant, avec la normale à l'onde, l'angle φ ,

$$\operatorname{tg} \varphi = \cot g \varepsilon \frac{\sin^2 i - \sin^2 \rho}{\sin^2 \rho} \text{ pour l'autre } \operatorname{tg} \varphi' = \cot g \varepsilon' \frac{\sin^2 i - \sin^2 \rho'}{\sin^2 \rho'}$$

Ainsi traité, le problème offre des difficultés analytiques assez grandes; aussi vaut-il mieux décomposer la question, traiter d'abord le cas des milieux à un axe optique, où l'un seulement des deux rayons suit la loi extraordinaire; cette question une fois résolue, le cas général s'en déduit immédiatement.

Pour y arriver d'une manière assez élégante, on n'a qu'à considérer un lemme préliminaire dont voici l'énoncé :

Si l'on mène par la direction φ deux plans passant respectivement par les rayons incident et réfléchi, l'enveloppe de ce système de deux plans est un cône du second degré. Ce cône auxiliaire est tangent au plan d'incidence le long de la droite faisant, avec la normale à la surface réfléchissante, l'angle $(-\tau)$.

En comparant cette propriété avec celle qu'auraient les lignes correspondantes si le théorème était démontré, on arrive à une identification complète.

Il n'est pas besoin d'appeler l'attention des expérimentateurs sur l'importance de cette proposition : la condition géométrique à laquelle sont soumis les indices des milieux extérieurs et les incidences est l'une des plus simples à réaliser pratiquement.

En même temps, ce théorème permet, pour ainsi dire, de suivre des yeux la complication de ces phénomènes qui avaient tant surpris les premiers observateurs, de ces déviations exagérées du plan de polarisation dans la réflexion au sein des liquides, et de ces dispersions énergiques qui semblaient du domaine exclusif de la catoptrique.

Nous ajouterons encore quelques remarques.

Parmi tous ces cônes du second degré passant par quatre droites, il y a trois systèmes de deux plans. On parvient à en conclure que, dans la série des incidences qui correspondent aux mêmes rayons réfractés, il y a, en général, trois valeurs donnant lieu au phénomène de polarisation complète.

L'observation directe de ces incidences permet de construire la base de ce faisceau de cônes ; cependant, l'observation de deux positions du cône, par exemple, en prenant pour milieu extérieur l'air, puis un liquide quelconque, suffira pour la déterminer.

De tout ce qui précède on peut conclure :

1^o Étant données une surface cristalline plane, l'orientation des axes d'élasticité optique, et leurs valeurs absolues, on peut construire géométriquement, pour une incidence déterminée, toutes les particularités de la réflexion de la lumière polarisée.

2^o Réciproquement, étant données les mesures relatives à la réflexion cristalline dans des circonstances bien définies, on peut construire géométriquement autant de rayons ré-

fractés qu'on voudra, pour servir à définir les dimensions de la surface d'onde du cristal.

En particulier, de la position des quatre génératrices fixes on déduira si le cristal est à un ou deux axes optiques, suivant que l'un des deux rayons réfractés suivra ou ne suivra pas la loi ordinaire, et on déterminera très-simplement l'indice ordinaire quand il existera.

En un mot, on voit que les phénomènes de réflexion peuvent donner, sur les constantes optiques des cristaux, des indications et des mesures qu'on ne demande d'ordinaire qu'à la réfraction. C'est donc un nouveau champ d'observations offert aux expérimentateurs, et une méthode nouvelle qui leur permettra d'étendre leurs investigations à des cristaux que l'opacité, par exemple, ou la taille difficile rendent impropres à tout autre genre d'étude.

(Extrait de *l'Institut*, journal universel des sciences et des sociétés savantes en France et à l'étranger; 1^{re} section, *Sciences mathématiques, physiques et naturelles*; n^{os} 1629, 1630 et 1632.)

SOCIÉTÉ PHILOMATHIQUE DE PARIS.

Extrait de la séance du 23 décembre 1865.

Remarques sur quelques relations numériques entre les équivalents chimiques de certains minéraux des filons; par M. A. Cornu.

Ayant eu l'occasion de visiter les mines du Harz et d'étudier en particulier l'association des minéraux dans les filons de Clausthal, je rencontrai des relations numériques assez curieuses entre les équivalents chimiques de plusieurs de ces minéraux, relations auxquelles on pourra plus tard attacher quelque valeur théorique, et qui peuvent intéresser les minéralogistes.

A Clausthal, les six minéraux dominants sont le quartz, la pyrite, le cuivre pyriteux, la galène, la blende et la chaux carbonatée : deux autres minéraux, le fer carbonaté et la baryte sulfatée, qui forment, l'un le premier, l'autre le dernier des remplissages principaux, paraissent avoir une importance moindre au point de vue de la constitution des filons.

Le quartz, la pyrite, le cuivre pyriteux et la galène se rencontrent constamment ensemble, et appartiennent vraisemblablement à une période bien définie du remplissage : la blende et la chaux carbonatée forment un autre groupe. Si l'on considère les équivalents chimiques correspondant aux formules les plus simples de ces minéraux, on trouve, en prenant l'équivalent de l'hydrogène pour unité, les nombres suivants :

Quartz Si O_2	30	
Pyrite Fe S_2	60	$= 2 \times 30$
Cuivre pyriteux Fe Cu S_2	91	$= 2 \times 30$ à peu près.
Galène Pb S	120	$= 4 \times 30$

Quant au groupe blende et chaux carbonatée, leur équivalent est sensiblement le même, 50.

Le fer carbonaté avec la formule Fe O. CO_2 conduit au nombre 58, voisin de 60, équivalent de la pyrite, à laquelle il est souvent associé.

La baryte sulfatée, qui, dans d'autres contrées, comme en Saxe, est la gangue de la galène, possède un équivalent 117, également un peu inférieur et voisin du sien.

Dès qu'on se trouve conduit à aligner des chiffres on se laisse souvent entraîner un peu loin : cependant je veux citer encore quelques autres minéraux bien définis, qui se rencontrent ailleurs en abondance.

Le mispickel $\text{Fe S}_2 + \text{Fe As}_2 = 238$, à très-peu près le double de l'équivalent de la galène : ce minéral, si souvent associé à la série précitée, en formerait le huitième terme.

On trouverait le cinquième terme de la même série si l'on avait quelque motif de doubler la formule de l'étain oxydé $\text{Sn O}_2 = 75$; $\text{Sn}_2 \text{O}_4 = 150 = 5 \times 30$.

Ce minéral est également toujours accompagné par le quartz.

La blende et la chaux carbonatée, avec l'équivalent adopté, ne rentrent pas dans les multiples de 30 : mais si l'on rapproche de la chaux carbonatée l'arsenic et l'argent sulfuré Ag S , qui ont pour équivalents respectifs 75 et 124, on arrive à une série de multiples de 25 : ces trois derniers minéraux sont souvent groupés ensemble à Andriasberg, à Freiberg et à Przibram : l'argent rouge a une composition trop complexe et trop variable pour qu'il soit utile de le mentionner autrement que comme com-

binaison d'arsenic, de soufre, d'antimoine et d'argent. Je remarquerai à ce propos que l'antimoine a pour équivalent le nombre 120, comme la galène.

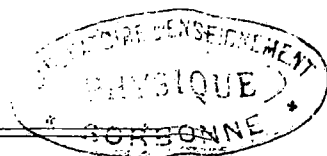
C'est avec la plus grande réserve que je présente ces considérations, qui paraîtront peut-être à quelques personnes des coïncidences fortuites : sans y attacher moi-même plus d'importance qu'elles n'en méritent, je ferai remarquer cependant que je ne parle pas ici de minéraux complexes, dont les formules complaisantes se plient à toutes les théories, mais des minéraux les plus répandus, les plus simples comme composition, et dont l'équivalent ne peut être qu'un multiple ou un sous-multiple des nombres adoptés : ainsi je laisse de côté les cuivres gris, les bourbonites, etc., les zéolithes, la topaze, dont il serait pourtant si intéressant de connaître définitivement la constitution, car elle est avec le quartz la gangue ordinaire de l'étain.

Il n'y a que le spath fluor qui manque dans cette liste des minéraux simples constituant les filons : mais quel est l'équivalent du fluor ? Le spath fluor Ca Fl donnerait 39 : je pourrais néanmoins le faire rentrer dans le groupe des compagnons de la galène, à laquelle il est si souvent associé, et le mettre à côté de la baryte sulfatée ; car en triplant 39 on arrive à 117, équivalent de ce minéral.

Aussi, malgré les objections qu'on peut faire à la valeur théorique de ces remarques, je crois qu'elles pourront apporter plus tard quelque lumière sur la constitution des filons, surtout si l'on discute avec soin les formules minéralogiques, et si on les contrôle par la détermination précise des chaleurs spécifiques, qui semblent jouer un rôle important dans ces formations.

(Extrait de *l'Institut*, journal universel des sciences et des sociétés savantes en France et à l'étranger, 1^{re} section : *Sciences mathématiques, physiques et naturelles*; n° 1671, publié le 10 janvier 1866.)

Paris, impr. Paul Dupont, 45, rue Grenelle-St-Honoré.



RÉPONSE A LA NOTE DU D^r WERNER SIEMENS SUR LA QUES-
TION DE L'UNITÉ DE RÉSISTANCE ÉLECTRIQUE (1);

PAR M. FLEEMING JENKIN, F. R. S.

Traduit de l'anglais par M. COHEN.

Extrait des *Annales de Chimie et de Physique*, 4^e série, t. X.

Dans le numéro de mai du *Philosophical Magazine* parut la traduction d'un Mémoire intitulé : *Sur l'unité de résistance électrique*, par le D^r Werner Siemens, contenant des vues notablement différentes des conclusions du Comité de l'Association Britannique chargé des unités électriques, et revenant souvent sur la part que j'ai prise à l'énoncé de ces conclusions.

Le D^r Siemens jouit d'une si haute réputation, que je désire répondre directement à ses arguments, au lieu de renvoyer simplement, comme je pourrais le faire, aux Rap-

(1) La reproduction de cette réponse (extraite du *Philosophical Magazine*, septembre 1866) n'a nullement pour but de prendre part à la polémique entre le Comité (*British-Association Electrical-Standard Committee*) et le D^r Siemens, de Berlin. L'Auteur, secrétaire-rapporteur du Comité, a bien voulu consentir à ce que la partie toute personnelle fût retranchée. Il ne reste donc qu'un exposé des principes qui ont guidé le Comité de l'Association Britannique dans le choix des unités électriques absolues, et une critique assez sévère des unités arbitrairement choisies et en usage jusqu'au jour où l'Association a pris l'heureuse initiative de ces nouvelles mesures.

F.-J.

ports du Comité, où la plupart des points discutés ont, je pense, été déjà traités.

Le Dr Siemens a traité plusieurs questions très-différentes qui peuvent être divisées comme il suit :

I. Quelle est la meilleure unité de résistance électrique ?

II. Quelle est la meilleure méthode pour construire et reproduire une unité ?

III. Les propositions et les travaux du Dr Siemens ont-ils été bien connus et pris en juste considération par le Comité et par moi-même ?

Sur le premier point, le Dr Siemens propose comme unité la résistance d'un prisme de mercure de 1 mètre de longueur et de 1 millimètre carré de section à zéro degré centigrade, ou un million de fois la résistance de 1 mètre cube de mercure à zéro degré.

Le Comité de l'Association Britannique propose comme unité dix millions de fois l'unité électro-magnétique absolue, ou le *mètre par seconde*, comme il a été déterminé par une Commission composée du professeur Thomson, du professeur Maxwell, de M. Balfour Steward et de moi-même (1).

(1) Le nouveau type publié par le Comité équivalant à dix millions de fois la résistance du *mètre par seconde*.

« La résistance du *mètre par seconde* absolu est telle que le courant engendré dans un circuit de cette résistance par la force électromotrice due au mouvement d'une barre droite de 1 mètre de long dans un *champ magnétique d'intensité* (définition de Gauss) perpendiculairement aux *lignes de force* avec une vitesse de 1 mètre par seconde dans la direction de ces lignes ; ce courant, s'il ne produisait aucun autre travail ou aucun autre phénomène équivalent, développerait dans ce circuit en une seconde de temps une somme totale de chaleur équivalant à une unité absolue de travail, c'est-à-dire assez de chaleur, d'après les expériences de Joule, pour échauffer de 1 degré centigrade 0,002 405 d'eau à son maximum de densité. » (*Report on the new unit of electrical resistance*, par M. Fleeming Jenkin. — *Proceedings of the Royal Society*, 6 avril 1865.)

Quant à la réalisation expérimentale de cette idée, elle a été obtenue par

Les arguments en faveur de l'une ou l'autre de ces unités sont tout à fait distincts de ceux qui militent en faveur des meilleures substances pour la construction ou la reproduction des types.

Si le mercure est la meilleure substance pour un type permanent, l'unité sera construite avec du mercure. Si le mercure est la meilleure substance pour reproduire un type, alors, lorsque la résistance spécifique du mercure pur aura été déterminée par rapport à l'unité choisie, le mercure pourra servir à la reproduction de cette unité. Inversement, si la définition du D^r Siemens est la meilleure définition pour une unité de résistance, alors le fait que le mercure est une mauvaise substance pour construire ou reproduire l'unité ne peut pas même affaiblir les arguments en faveur de sa définition.

Maintenant, laissant de côté la question de construction et de reproduction, pourquoi choisirait-on le mercure comme unité ? Je ne vois dans le Mémoire de M. Siemens aucun argument en faveur de sa propre définition, si ce n'est peut-être cette affirmation, que « le mercure est le conducteur qui, sans aucun doute, est le plus convenable pour servir d'unité dans la mesure des conductibilités. »

Le D^r Siemens sépare ici le pouvoir conducteur de la résistance, et semble penser que le pouvoir conducteur spécifique des corps doit être rapporté à un corps pris

le Comité de la manière suivante : un cadre circulaire, sur lequel est enroulé un fil conducteur formant un circuit fermé, tourne autour d'un axe vertical en recevant l'influence d'un très-petit aimant placé en son centre ; la réaction du courant induit sur l'aimant produit une déviation de l'aimant qui est librement suspendu ; on mesure la déviation et la vitesse de rotation, et par le calcul on déduit la résistance du fil en fonction de l'unité absolue. Il est bien entendu que cette simplicité de la conception théorique a exigé en pratique une foule de corrections. Mais, en général, elles étaient fort petites, et susceptibles souvent de vérifications expérimentales ; la description complète des appareils et des expériences se trouve dans le *Report of the British Association for* 1863, page III. (Note du traducteur.)

comme type, et que l'unité de conductibilité peut être distincte de l'unité de résistance. Mais le pouvoir conducteur est naturellement défini dans les calculs par l'inverse de la résistance, l'unité de résistance et l'unité de conductibilité étant la même; il n'y a donc nul besoin de choisir une substance comme unité de conductibilité, et même cela introduirait de la confusion dans l'expression mathématique des lois de l'électricité. Le Comité a donc adopté la définition du professeur Thomson pour le pouvoir conducteur des métaux, c'est-à-dire le pouvoir conducteur d'un fil ayant l'unité de longueur et l'unité de poids (ou l'inverse de la résistance de ce fil). De cette manière, les nombres exprimant les propriétés spécifiques sont rendus indépendants de la comparaison avec aucune substance, tandis que, de l'autre, il faut toujours demander par rapport à quel métal, mercure, argent, or, les valeurs données ont été exprimées. En outre, la convention du professeur Thomson est infiniment plus commode pour calculer, d'après les nombres spécifiques, la résistance ou la conductibilité d'un fil donné. Ces considérations me dispensent d'examiner si, dans le cas où une substance devrait être choisie comme unité, le mercure serait la meilleure, question que je regarde d'ailleurs comme ne pouvant pas être résolue affirmativement.

Le Dr Siemens en vante aussi les avantages pratiques, mais sans les énoncer. Le mercure est peu employé en télégraphie, comparé au cuivre, au laiton ou au fer.

Un mètre de long et 1 millimètre de section semblent très-symétriques; mais, excepté pour calculer la résistance de prismes de mercure, je ne vois pas quel avantage pratique a cette convention sur tout autre mode de mesure. Un mètre de cuivre pur pesant 1 gramme serait bien plus utile en pratique, parce qu'il servirait de terme immédiat de comparaison pour le cuivre employé comme fil conducteur.

Un mille de fil de fer de la grosseur employée généralement dans la télégraphie aurait un avantage pratique pour la recherche des points de déperdition. Je pourrais donner d'autres définitions ayant des avantages pratiques ; mais je n'en connais aucun qui soit ou qui puisse résulter d'une définition par rapport au mercure.

Ainsi, même pour le mercure, il n'y a aucune raison pour préférer l'une ou l'autre des définitions, telle que 1 mètre de mercure pesant 1 gramme ou contenu dans un tube de 1 millimètre de diamètre. En posant ces questions, je ne prétends pas que ces définitions soient meilleures que celles du D^r Siemens ; c'est simplement pour mettre en évidence la nature arbitraire de sa définition.

J'ai entendu, en faveur de cette définition, deux arguments qui, dans leur portée, sont réellement en sa faveur. D'abord, c'est que l'unité était déjà d'un usage très-répandu quand le Comité fut institué ; secondement, que sa définition est beaucoup plus intelligible.

Le premier argument a du vrai, quoique l'usage de l'unité du D^r Siemens ne soit pas du tout aussi général que le supposent quelques-uns de ses amis. Aucune grande compagnie télégraphique anglaise ne s'en servait, et je crois qu'elle n'a point été adoptée en France. Néanmoins j'admets que, grâce à l'incontestable qualité des bobines de résistance fabriquées par M. Siemens, et leur disposition fort commode, cette unité fût très-employée. Mais cet emploi général n'était pas, je pense, dû à l'excellence de sa définition. On commanda des bobines à la plus célèbre maison d'Europe, et l'on prit ce qui fut envoyé, le mille de fil de cuivre avant 1860, et, après, l'unité de mercure.

Cet argument, toutefois, fut sérieusement examiné par le Comité, mais fut rejeté, en considérant que des changements avaient été faits tous les ans dans les bobines employées ; que la définition, étant complètement arbitraire et n'ayant nul mérite intrinsèque, ne pourrait pas être com-

parée en valeur avec une approximation de l'unité naturelle adoptée; qu'enfin l'usage n'en était pas assez général pour l'emporter sur les deux arguments précédents.

J'arrive à la question d'intelligibilité. Certainement beaucoup de gens pensent savoir ce que signifie 1 mètre de mercure de 1 millimètre de section, et peu, relativement, comprennent la définition adoptée par le Comité. Mais qui est-ce qui, dans la vie pratique ou dans l'usage des unités, se reporte à leur définition? Quel est le Français qui, mesurant le cube d'un mur, songe au diamètre terrestre? Quel est l'Anglais qui, en se servant du *pied*, songe au pendule? Dans l'usage pratique, l'unité adoptée, et non pas la définition, est la chose importante.

De plus, la définition simple en apparence peut conduire à de notables erreurs. Il faut toute l'habileté du Dr Siemens pour construire une unité de mercure, si même il y arrive. L'essai de la part d'un opticien ordinaire conduirait à de grosses différences, qui malheureusement peuvent n'être découvertes qu'après que les bobines ont été en usage pendant des années. Le Comité ne pense donc pas que la difficulté d'expliquer la définition de son unité soit d'aucune importance sérieuse.

Jusqu'ici j'ai tâché de montrer qu'il n'y a pas de raison pour adopter la définition du Dr Siemens plutôt que toute autre; il me reste à montrer pourquoi toute autre définition aurait été préférée par le Comité à celle du Dr Siemens.

D'abord, les unités pratiques, le pied de fil de cuivre, le mille de fil de fer, etc. Une objection contre elles, c'est qu'il est impossible, dans la pratique, de les obtenir exactes. Les métaux purs ou les alliages ont été adoptés, mais en pratique on ne les a jamais obtenus. Pratiquement, il n'y a pas deux pieds de fil de cuivre ni deux milles de fil de fer qui soient identiques. Il y a encore d'autres arguments qu'on pourra trouver dans les Rapports précités.

J'arrive maintenant à la définition adoptée. Le motif de ce choix fut que les unités absolues ou naturelles sont celles qu'il faut nécessairement employer dans tous les calculs des relations entre les courants et les aimants, suivant les méthodes de mesure du magnétisme. Elles sont, en outre, très-commodes pour l'expression des lois entre toutes les grandeurs électriques elles-mêmes. A ce sujet j'ai déjà donné toutes les explications détaillées dans les Rapports que, comme secrétaire, j'ai eu l'honneur d'écrire au nom du Comité, et auxquels, je suis heureux de le dire, M. Siemens a donné quelque approbation. Les ouvrages de MM. Weber, Thomson et Clerk Maxwell en sont pleins d'exemples ; l'unité absolue est une expression de résistance électrique aussi naturelle que l'est le mètre cube pour les capacités quand le mètre est l'unité de longueur. C'est l'unité qui exprime nécessairement la résistance, exactement comme le cube exprime la capacité. Il doit être employé dans toutes les recherches scientifiques (même si l'unité du D^r Siemens a été d'un usage général), comme le mètre cube ou le pied cube sont employés dans les calculs, là même où les mesures pratiques en usage sont la chopine ou le gallon. Le Comité, donc, considéra qu'il n'avait pas le choix sous ce rapport.

D'un côté, il y avait une quantité de définitions ; de l'autre, l'unité naturelle inévitablement employée dans les calculs : sa décision pouvait-elle être douteuse ?

Jusqu'à présent j'ai discuté sur le fond même de la définition. Le D^r Siemens dit que l'unité de résistance doit consister en une définition ou bien être une mesure absolue qui puisse être reproduite à toute heure et en tout lieu. Je crois être dans le vrai en comprenant par ces paroles que le D^r Siemens préfère une pure définition à quelque type matériel que ce soit, même le sien, et je suis conduit à cette opinion par sa propre remarque, que, dans l'avenir, des déterminations plus complètes de son unité deviendront

nécessaires par suite des progrès de l'exactitude expérimentale ; d'ailleurs, ajoute-t-il, ces corrections n'auront aucun inconvénient pratique, parce qu'elles seront extrêmement petites.

Le Comité fut d'une opinion diamétralement opposée : il pensa que l'une des qualités essentielles d'un type était son invariabilité ; qu'aucun inconvénient possible n'égalerait la variation continuelle du type, faisant, comme cela est arrivé, que les douze pouces d'aujourd'hui soient les treize pouces de demain. Certainement nous croyons tous que les corrections ne seraient ni si grandes, ni si fréquentes, mais quel homme de science voudrait proposer des remaniements périodiques de la longueur du mètre pour le faire concorder avec quelque définition abstraite ? De pareils changements rendraient à chaque instant presque inutiles une incroyable quantité de travaux scientifiques. Par exemple, toutes les résistances spécifiques des métaux, du D^r Matthiessen, rapportées à l'unité Siemens, auraient, depuis leur première détermination, exigé deux ou trois révisions, et même^s seraient encore loin d'être fixées. Si donc nous pouvons faire une unité permanente, je pense que cette unité permanente sera meilleure qu'une définition ; mais si l'on doit seulement adopter une définition, la définition adoptée par le Comité est de beaucoup préférable à celle du D^r Siemens.

Le D^r Siemens reconnaît, avec une candeur parfaite, l'importance scientifique de la détermination de l'unité dynamique de Weber ; mais il pense que, comme la détermination de résistances combinées avec des valeurs dynamiques se présente rarement, son usage général n'est pas d'une grande importance pratique. Mais, quoique la combinaison de résistance avec des valeurs dynamiques se présente rarement en pratique, la combinaison de résistance avec les mesures de *quantité*, de *capacité* et de *courants* est d'une application journalière. L'unité proposée par le

D^r Siemens est complètement isolée et sans lien avec aucune de ces mesures. Le Comité a adopté un *système cohérent* dans lequel le *courant* est mesuré par la force électromotrice divisée par la résistance, la *quantité d'électricité* est comparée à la quantité transmise par l'unité de courant en une seconde, et la *capacité* à la capacité qui, lorsqu'elle est chargée par l'unité de force électromotrice, contient l'unité de quantité.

Des types pour la détermination ou la mesure de toutes les grandeurs seront publiés par le Comité.

Le D^r Siemens lui-même admet très-franchement que, dans les Rapports de l'Association Britannique, l'argument en faveur de ce système cohérent de mesures est présenté d'une manière très-convaincante. Le mercure est une définition isolée et arbitraire, tandis que toutes les unités du Comité seront une approximation vers les unités naturelles ou mathématiques. Maintenant cette relation entre les diverses unités est fort commode dans la pratique, ainsi que le prouvent les études sur les câbles sous-marins et bien d'autres expériences d'électricité.

Mais le D^r Siemens dit : *d'abord*, votre unité permanente, comme vous l'appellez, ne représente pas votre définition, même avec une exactitude raisonnable, et *ensuite* elle ne sera pas permanente.

En ce qui regarde le premier point, le D^r Siemens a parfaitement indiqué les grandes difficultés des déterminations ; mais je pense qu'il admet aussi que les noms de ceux qui ont dirigé les expériences offrent une certaine garantie des soins qu'on a pris, et que les noms des Membres du Comité en général sont une nouvelle garantie que les résultats n'ont pas été adoptés sans la ferme conviction qu'ils étaient dignes de confiance. En supposant même qu'il n'en soit pas ainsi, ce que je repousse complètement, l'unité de l'Association Britannique ne serait toujours pas plus arbitraire que celle du D^r Siemens, quoique je lui accorde qu'il n'y

aurait aucune raison de l'admettre, si ce n'était sa permanence.

Sera-t-il donc permanent? Le temps seul montrera si les dix types resteront parfaitement permanents; mais nous avons des garanties au moins aussi bonnes de leur permanence que celle du Dr Siemens pour le sien.

Si celui qu'il a donné en 1864 était exact, et je désirerais vivement que nous en fussions sûrs, l'unité de l'Association Britannique serait égale à $1^m,0486$ de mercure à zéro degré centigrade et de 1 millimètre carré de section, et cette résistance peut être obtenue aussi exactement que celle de 1 mètre. Si donc tous nos types varient, nous ne sommes pas dans une position pire que le Dr Siemens. Mais nous avons, puisque des divergences entre les déterminations du mercure existent et sont notables, nous avons ce qui ajoute beaucoup, je pense, à notre sécurité pour la probabilité de la permanence des types déjà obtenus. Nous avons tout ce qu'a le Dr Siemens, et beaucoup en plus.

Tout nouveau métal dont la résistance spécifique est déterminée avec soin donne une nouvelle garantie, et il est possible que quelque jour cette méthode d'assurer la permanence puisse être plus importante que la simple conservation des types matériels. Quant à présent, je pense qu'il n'en est pas ainsi.

En résumé, voici les arguments employés jusqu'ici :

L'unité de mercure, comme elle a été définie, est arbitraire, variable, sans avantage pratique, et ne fait partie d'aucun système cohérent de mesures générales de l'électricité.

L'unité de l'Association Britannique, basée sur l'unité naturelle et mathématique, est permanente et a l'avantage pratique de faire partie d'un système cohérent pour toutes les mesures générales de l'électricité.

Jusqu'ici la discussion a porté complètement sur les définitions, nous réservant de juger jusqu'à quel point le

D^r Siemens a réussi à produire et à reproduire son unité. Par exemple, quand je dis plus haut que l'unité de mercure est variable, je veux dire que le D^r Siemens est d'avis qu'elle variera à mesure que les déterminations seront de mieux en mieux faites; et quand je dis que l'unité de l'Association Britannique est permanente, je veux dire que le Comité veut la garder identique. Je vais maintenant considérer comment les procédés de construction ont pu et pourront réussir en pratique. En discutant ce point, je ne veux pas parler des divergences signalées précédemment dans les unités publiées par M. Siemens. La question importante est non pas de savoir si le D^r Siemens a, depuis la première jusqu'à la dernière, donné une unité de mercure correcte, mais de savoir si une unité quelconque peut être reproduite par une longueur, section ou poids donnés de mercure, ou s'il faut choisir une autre substance. J'ai montré, je pense, qu'il n'y a aucune raison d'adopter 1 mètre de mercure de 1 millimètre de section comme unité de résistance; mais le mercure pourrait être néanmoins la meilleure substance pour construire les unités ou pour les reproduire. J'ai peine à concevoir pourquoi les deux questions ont été confondues comme elles l'ont été; si le platine est le meilleur métal pour le type de l'unité de longueur, nous ne sommes pas pour cela obligés de prendre le mètre cube de platine pour unité de poids.

Il est certainement d'une grande importance d'avoir quelques moyens de reproduire une unité dans le cas où l'original serait perdu ou altéré, et les expériences du D^r Siemens sont extrêmement remarquables, quoiqu'on ne puisse pas affirmer avec certitude qu'elles soient concluantes. Le D^r Siemens croit qu'il peut reproduire son unité (et par conséquent celle de l'Association Britannique) à moins de 0,1 pour 100 d'approximation et, avec des soins suffisants, l'exactitude est pour ainsi dire illimitée. Ce serait pour les Membres du Comité un vrai plaisir, j'en

suis sûr, si cette conclusion pouvait être parfaitement établie; mais il n'en est point encore ainsi. J'admets que les divergences entre les bobines de résistance exposées en 1862 laissèrent quelque chose à désirer sous ce rapport; j'étais cependant informé par le D^r Esselbach que ces différences étaient dues à un changement dans le type du D^r Siemens; aujourd'hui ce n'est pas à ce motif que je les attribue. M. C. W. Siemens lui-même a déclaré à la Société Royale que ces erreurs provenaient de la publication prématurée de bobines basées sur un type imparfait; mais, après les explications du D^r Siemens, je ne puis pas croire que le type matériel ait eu la moindre imperfection, si ce n'est à leur insu. Aussi, j'admets que les erreurs reconnues par des déterminations nouvelles montraient que la reproduction du type n'était pas très-facile, ce que personne d'ailleurs ne prétend. En outre, je prétends que les bobines de résistance qu'on trouve dans le commerce ne peuvent pas être acceptées comme types; ce n'est pas qu'une erreur dans le poids spécifique du mercure affecte en aucune manière cette partie de la question, car une erreur dans le coefficient de correction pour le maillechort n'affecte pas l'argument; mais je maintiens que, lorsque le D^r Siemens et le D^r Matthiessen obtiennent des valeurs discordantes après avoir pris toutes les précautions possibles, il doit nous être permis de suspendre notre jugement pour décider lequel des deux a obtenu la valeur la plus approchée de la vérité. Suivant le Mémoire du D^r Siemens, si l'on fait aux types de 1864 les corrections qu'il désire de 0,287 pour 100, l'unité de l'Association Britannique = 1^m,0486 de mercure de 1 millimètre de section à zéro centigrade. Le D^r Matthiessen trouve 1,0396. Ces valeurs sont trop différentes pour nous permettre d'user, quant à présent, du mercure comme moyen certain de reproduction.

Dès que un ou plusieurs observateurs indépendants ob-

tiendront des résultats vraiment concordants, ils seront acceptés par tout le monde comme des moyens de contrôler la permanence des types déjà faits. Jusque-là, je crois que le meilleur contrôle est la comparaison des types eux-mêmes, qui peuvent être mesurés avec une approximation, atteignant au moins 0,01 pour 100; ils sont exacts, à cette limite près, quoique, d'après une petite erreur ou une ambiguïté de langage, le D^r Siemens ait cru qu'on n'avait pas même essayé d'obtenir cette rigueur.

Je n'entrerais pas dans la discussion entre le D^r Matthiessen d'une part, et M. Sabine et le D^r Siemens de l'autre. Le D^r Matthiessen est trop consciencieux, et sa réputation est trop grande pour que nous puissions accepter sans réserve les résultats du D^r Siemens, différant, comme ils le font, de ceux du seul observateur qui ait fait des recherches sur le même sujet dans un laboratoire distinct.

Le D^r Matthiessen accorde une bien plus grande confiance, pour les reproductions de types, au plomb ou aux alliages d'argent et d'or, qu'au mercure; mais, jusqu'à ce que le D^r Siemens ou quelque autre observateur compétent obtienne aussi des résultats tout à fait concordants avec ces matières, je ne puis accorder aucune confiance à ces moyens de reproduction.

Maintenant on ne peut pas nier que les dix *types permanents*, comme on les nomme, *ne peuvent pas* varier tous, et qu'à moins de découvrir quelque moyen de reproduction avant que la variation se fasse, l'unité peut être perdue.

Il serait donc d'une immense importance d'être en mesure de dire avec certitude que l'unité est égale à une certaine longueur d'un poids connu de mercure, ou de plomb, ou de platine, ou de toute autre substance; seulement je n'admets pas que si le plomb, le platine ou le mercure sont jugés les substances les plus propres à cet usage, on se croie obligé de prendre l'unité de longueur et poids ou section de ces métaux comme unité de résistance.

C'est là l'erreur que j'ai toujours voulu mettre en lumière. Personne dans le Comité n'a jamais déprécié la valeur des moyens chimiques de reproduction ; au contraire, on a volontiers voté des fonds, et des Commissions ont été annuellement désignés pour cette étude spéciale. Le D^r Matthiessen s'était opposé au mercure, et, pour soutenir son opinion, il arguait que, jusqu'ici, aucune méthode n'avait pu fixer exactement la valeur de l'unité de mercure, argument parfaitement justifiable, confirmé par les divergences des types publiés, quoique ne concluant rien contre la possibilité d'employer plus tard le mercure. Mais, jusqu'à ce que cette question soit vidée, le Comité a pensé que les types matériels de substances très-diverses, qui conserveraient leur égalité, apporteraient une grande garantie de permanence. Dussent-ils varier, on pourrait toujours revenir aux longueurs et poids de mercure, de plomb, d'alliages d'or et d'argent qui représentent l'unité de l'Association Britannique.

Ainsi, suivant le D^r Matthiessen, les dix types sont égaux aux fils ou prismes pesant 1 gramme par mètre, et dont les longueurs pour les diverses substances sont :

Plomb.....	0 ^m ,44307
Alliage d'or et d'argent.....	0,59952
Mercure.....	0,076505

Nous avons donc, comme on l'a dit plus haut, toutes les garanties que le D^r Siemens peut avoir pour la permanence de l'unité, et dix types en sus.

Ainsi, pour résumer, la reproduction d'un type, quel qu'il soit, par le mercure ou par tout autre métal, est, aux yeux du Comité, d'une grande importance, à la fois comme garantie additionnelle de permanence et comme sécurité en cas d'altération accidentelle ; mais il n'admet pas que, jusqu'à présent, on ait donné des moyens de reproduction

par le mercure ou autrement assez certains pour justifier leur adoption définitive, et il ne voit aucun motif pour adopter l'unité de longueur et poids ou section d'une substance quelconque comme unité de résistance électrique (1).

(1) Suivent ici quelques pages que le manque d'espace et le désir de ne point prendre part à la polémique nous font retrancher. Là, M. Fleeming Jenkin répond aux attaques directes du Dr Siemens. D'ailleurs, l'habileté et la science des expérimentateurs anglais, comme celles du savant allemand, sont connues de tout le monde; toute justification est donc superflue.

EXTRAITS DE MINÉRALOGIE

Par M. A. CORNU, ingénieur des mines, professeur à l'École polytechnique.

(ANNÉES 1864, 1865, 1866.)

1^{re} CRISTALLOGRAPHIE ET PROPRIÉTÉS DES CRISTAUX.

Sur la dilatation des cristaux; par M. FIZEAU.

Comptes rendus de l'Académie, t. LXII, p. 1101, 1133.

On a donné dans les précédents *Extraits de minéralogie* une description succincte de la méthode imaginée par M. Fizeau pour mesurer les petites variations d'épaisseur en général et en particulier la dilatation des corps réduits en plaques à faces parallèles. L'auteur, qui avait étudié d'abord la dilatation du quartz et du spath d'Islande, a repris l'étude complète d'un grand nombre d'espèces minérales appartenant aux divers systèmes cristallins. Voici les premiers résultats de ses recherches :

1^{er} *Système régulier* : Parmi ces minéraux dont la dilatation est la même dans tous les sens, deux d'entre eux, le *diamant* et le *cuivre oxydulé*, présentent la propriété singulière d'avoir un *maximum de densité* : le *diamant* vers -42 degrés et le *cuivre oxydulé* vers -4 degrés : ces nombres ont été déduits par *extrapolation* de la formule empirique qui représente leur dilatation. A la température de $+40$ degrés, les nombres qui représentent leur dilatation cubique sont :

Diamant.	$\alpha = 0,00002331$
Cuivre oxydulé	$\alpha = 0,00000354$
Pour la <i>Sénarmontite</i>	$\alpha = 0,00005889$
Pour l' <i>acide arsénieux</i>	$\alpha = 0,00012378$
Pour le <i>Périclase</i> (magnésie). . .	$\alpha = 0,00003129$

Les quatre minéraux suivants du genre *Spinelle* ont des coefficients de dilatation cubique presque identiques.

<i>Rubis</i> (magnésie).	$\alpha = 0,00001787$
<i>Pléonaste</i> (fer).	$\alpha = 0,00001805$
<i>Gahnite</i> (zinc).	$\alpha = 0,00001768$
<i>Kreiltonite</i> (zinc).	$\alpha = 0,00001750$

Système du prisme droit à base carrée. — Dans tous les systèmes autres que le système régulier, la dilatation linéaire varie avec l'orientation cristallographique ; l'auteur établit la formule générale qui donne cette dilatation en fonction de *trois dilatations principales*, ainsi que la dilatation cubique du cristal.

Dans les deux systèmes qui présentent un axe de symétrie binaire ou ternaire, les *dilatations principales se réduisent à deux*.

<i>Étain oxyd.</i>	{ Dilatation suivant l'axe.	$\alpha = 0,0000392$
	{ Dilatation normalement à l'axe.	$\alpha' = 0,00000321$
	{ Dilatation cubique.	$\alpha + 2\alpha' = 0,00001034$
<i>Rutile</i>	Dilatation cubique.	0,00002347

Système hexagonal et rhomboédrique.

Émeraude. Suivant l'axe il y a contraction, normalement à l'axe dilatation, mais faible. On peut conclure que l'émeraude possède aussi un maximum de densité vers -4 degrés.

Quartz. Les anciennes mesures ont été vérifiées

Suivant l'axe.	$\alpha = 0,00000781$
Normalement à l'axe	$\alpha' = 0,00001419$
Dilatation cubique.	$[\alpha + 2\alpha'] = 0,00003619$

Le corindon, le fer oligiste, l'oxyde de zinc ont été aussi étudiés en détail.

L'auteur développera dans un mémoire ultérieur des rapprochements numériques extrêmement importants au point de vue de la constitution chimique des espèces minérales.

Nouvelles recherches sur les propriétés optiques des cristaux ;
par M. DES CLOIZEAUX.

Mémoires des savants étrangers, t. XVIII.

L'auteur résume et complète ses recherches antérieures sur les propriétés optiques des cristaux, spécialement dans leurs relations

avec les systèmes cristallins; on peut trouver dans ce mémoire les constantes optiques d'un grand nombre d'espèces minérales, l'étude de l'action de la chaleur sur la position des axes optiques et diverses déterminations physiques relatives aux cristaux! Voici quelques-uns des résultats les plus récents :

1° Classification cristallographique d'après des propriétés optiques.

Le *Pollux* est cubique, tandis que le *Castor* possède deux axes optiques.

La *Stassfurtite* de G. Rose est bien réellement cubique; par suite il n'y a pas lieu de la distinguer de la *Boracite*.

La *Gyrolite* n'est que de l'*Apophyllite* aluminifère.

La *Tachydrile* de Stassfurt cristallise en rhomboédres voisins de 90 degrés (axe optique négatif).

2° Influence de la chaleur sur les propriétés optiques.

On sait que plusieurs cristaux (Émeraude, Mellite, etc.), cristallisant dans le système rhomboédrique ou carré, présentent dans la lumière polaire des irrégularités qui ont fait supposer à divers minéralogistes que la symétrie cristallographique ne se poursuivait pas jusque dans les propriétés optiques, ou bien alors que ces espèces minérales appartenaient à un système cristallographique moins régulier.

Mais l'action de la chaleur qui généralement écarte ou rapproche les axes optiques n'a aucune influence sur la croix noire disloquée (figurant plus ou moins vaguement une hyperbole) que présentent les cristaux. L'auteur conclut très-nettement en faveur de la corrélation parfaite entre les propriétés cristallographiques et optiques dans ces espèces minérales.

L'*Aragonite* ne présente aucun changement sensible dans l'écartement de ces axes optiques entre 0 degré et 180 degrés de température.

La *baryte sulfatée* au contraire, est assez sensible à l'action de la chaleur.

Le *sel de Seignette* présente des variations énormes.

Étude optique des Micas.

L'auteur conclut de ces observations qu'il est difficile d'admettre l'opinion de Sénarmont sur le mélange d'espèces isomorphes pour expliquer la variation de l'angle des axes.

Comme apparences intéressantes et parfaitement expliquées, on peut citer le *Borax* et la *Brewsterite* dont le plan des axes tourne de plusieurs degrés par la chaleur.

3° *Autres déterminations cristallographiques.*

Il y a transition complète entre l'*Anthophillite* de Kongsberg (prisme droit) et l'*Amphibole* (prisme oblique).

L'*Hydrargilite* de l'Oural est oblique, mais voisine de 60 degrés et non pas hexagonale.

La *Kotschubéite* est un véritable *Clinoclone* chromifère violet comme la *Kammererite* est une Pennine violette.

On sait que la *Boracite* (cubique) doit ses colorations dans la lumière polarisée à la présence de lamelles d'une substance étrangère que Volger a nommée *Parasite*. Cette substance paraît appartenir au prisme rhomboïdal droit; l'auteur est parvenu à voir le second système d'anneaux en taillant convenablement un cristal de boracite, et par suite à bien définir optiquement la *Parasite*.

La *Sénarmontite* présente aussi, quoique cubique, des colorations dues aussi vraisemblablement à une substance étrangère.

Le *Prussiate rouge de potasse* est oblique.

La *Violane* est un *Pyroxène* optiquement et chimiquement.

La *Prosopite* est doublement oblique.

La *Tankite* de Norwége est de l'*Anorthite hydratée*. Elle est à l'*Anorthite* ce que la *Villarsite* est au *Péridot*, le *Malacôn* au *zircon* ou l'*Aspasiulite* à la *Cordiérile*.

Analogie entre le système rhomboédrique et le système rhomboïdal droit ; par M. SCHRAUF.

L'auteur énumère les cristaux de forme-limite, c'est-à-dire dont l'angle à la base est voisin de 120 degrés ou de 60 degrés; il montre que l'élasticité optique suivant les diagonales du Rhombe, s'approche d'autant plus de l'égalité que ce rhombe est plus voisin de 60 degrés. Voici trois exemples :

	α	β	γ	M sur M
Aragonite.	1,680	1,676	1,527	63° 50'
Cérusite.	2,061	2,059	1,791	62° 30'
Salpêtre.	1,499	1,498	1,332	60° 36'

α et β sont les indices de réfraction des rayons lumineux dans la direction des diagonales du rhombe. M sur M est l'angle aigu de ce rhombe.

On sait que si cet angle était de 60 degrés, le cristal serait hexagonal, et alors α serait égal à β .

Notices minéralogiques; par HESSENBERG.

(*Leonhard's Jahrbuch*, t. XXXV, p. 715.)

Ces mémoires, publiés depuis plusieurs années dans les *Abhandlungen der Senckenberg. Naturf. Gesellsch. zu Frankfurt*, sont remarquables par la netteté des descriptions et la précision des mesures cristallographiques; dans la cinquième partie se trouve l'étude des minéraux suivants : *Fer oligiste* du Saint-Gothard et de Cavradi; *Blende* du Cumberland et de Schemnitz; *Malachit-spath. Etain oxydé*; *Sphène* de Rothenkopf en Zillerthal; *Linarite* de Cumberland : *Kupferuranite*

Études cristallographiques sur l'Idocrase; par M. VON ZEPHAROWICH.

(*Sitzungsberichte d. Math. — Naturw. Classe d. K. Akademie*, t. XLIX, p. 12.)
(*Leonhard's Jahrbuch*, t. XXXV, p. 841.)

C'est un travail très-complet sur cet important minéral : l'auteur y a ajouté une classification des modifications particulières que revêt la forme cristalline suivant le gisement et un catalogue géologique complet des localités où on les rencontre.

Sur la décoloration de la Topaze; par M. KOSCHAROW.

(*Bulletin de l'Académie de Saint-Petersbourg*, t. IV, p. 570.)
(*Leonhard's Jahrbuch*, t. XXXV, p. 238.)

L'auteur décrit quelques échantillons venant tous de l'Oural que la lumière ordinaire et diffuse a décolorés; ce phénomène de décoloration est très-remarquable, mais peu expliqué jusqu'ici.

Sur la structure mûclée du quartz; par M. Friedrich SCHARFF.

(*Leonhard's Jahrbuch*, t. XXXV, p. 530.)

L'auteur décrit divers mûcles et agglomérations de cristaux de quartz, mais n'arrive à formuler aucune loi simple relative à ce phénomène.

Sur les divers minéraux que renferme le diamant ;
par M. GÖPPERT.

(*Leonhard's Jahrbuch*, t. XXXV, p. 190.)

L'auteur, contrairement à l'opinion de M. Brewster, pense qu'on peut à peine douter que le diamant n'ait été formé par voie humide; les empreintes que présentent un certain nombre de diamants fameux (diamant appartenant à l'empereur du Brésil), les minéraux qui se trouvent souvent enclavés (*); enfin les restes organiques (**) témoigneraient de l'origine pour ainsi dire *végétale* du diamant.

Newton est le premier qui ait émis une opinion analogue; il avait conclu de son fort pouvoir réfringent que le diamant devait être combustible, et produit par la coagulation d'une substance huileuse.

Sur les cavités de la Topaze, du Beryl et du Diamant ;
par M. BREWSTER.

(*Philosophical magazine*, t. XXV, p. 174.)

L'auteur a, dans des études antérieures, observé deux liquides particuliers, la *Brewstoline* et la *Kryptoline*, enfermés dans les cavités de cristaux.

Le fameux diamant le Kohi-noor présente au microscope trois cavités assez irrégulières : dans beaucoup de diamants observés les cavités sont assez nombreuses pour qu'ils deviennent impropres à la joaillerie de luxe. Le diamant noir doit souvent son opacité à des cavités très-nombreuses.

La Topaze et le Beryl en présentent aussi : l'auteur conclut de ces faits que ces minéraux et leurs roches encaissantes ont une origine plutonique.

(*) M. Dumas, dans la détermination précise de l'équivalent du carbone, a remarqué dans les cendres du diamant quelques fragments de minéraux, en particulier de topaze.

(**) Petzholdt a reconnu dans les cendres du diamant les restes de véritables cellules végétales.

Sur un diamant à couleur variable; par MM. HALPHEN.

(*Comptes rendus*, t. LXII, p. 1036.)

Ce diamant pesant 4 grammes, un peu brun, prend, quand on le chauffe, une teinte rosée qu'il conserve pendant huit ou dix jours et qu'il perd peu à peu pour revenir à sa couleur primitive.

M. Gallardo Bastant attribue cette couleur variable au fluorure d'aluminium, que contiendrait toujours le diamant : la topaze, suivant lui, présenterait le même phénomène à cause de l'acide fluorique qu'il contient.

Sur quelques pseudomorphoses; par M. de TSCHERMACH.

(*Sitzungsberichte der K. Akademie*: Wien, t. XLVII, p. 443.— *Leonhard's Jahrbuch*, t. XXXV, p. 72.)

L'auteur a examiné au point de vue chimique diverses pseudomorphoses; voici les principales :

<i>Stilpnosidérile</i> sous la forme de.	<i>Mica.</i>
<i>Albite et épidote</i>	<i>Wernérite.</i>
<i>Disthène</i>	<i>Andalousite.</i>
<i>Quartz</i>	<i>Orthose.</i>
<i>Calcite</i>	<i>Analcime.</i>
<i>Quartz</i>	<i>Apophyllite.</i>

Un peu plus tard (*Leonhard's Jahrbuch*, p. 479), l'auteur examine les pseudomorphoses suivantes :

<i>Étain oxydé</i> sous la forme de.	<i>Quartz.</i>
<i>Voigtite</i>	<i>Fer oligiste.</i>
<i>Clinoclase</i>	<i>Vésuviane.</i>
<i>Diopside</i>	
<i>Grossulaire</i>	

Un échantillon de *vivianite* dans une nouvelle phase de formation.

Un pseudomorphose de *labradorite* en *porphyre vert antique*.

Sur les cristaux étrangers renfermés à l'intérieur de quelques minéraux ; par M. WISER.

(*Leonhard's Jahrbuch*, t. XXXV, p. 217.)

L'auteur décrit divers échantillons dont voici les principaux :

Spath fluor au milieu de *Schectite blanche* (Schlaggenwald).

Adulaire, *Chlorite*, *fer carbonaté* dans l'*Améthiste*.

Millerite dans la *Calcite*.

Rutile, *fer oligiste* et *chlorite* dans le *quartz*.

Sur quelques pseudomorphoses ; par M. BLUM.

(*Leonhard's Jahrbuch*, t. XXXVI, p. 257.)

L'auteur étudie au point de vue cristallographique et chimique diverses pseudomorphoses dont voici les principales :

<i>Mica</i> sous forme de.	<i>Spinelle</i> .
<i>Mica</i>	<i>Hornblende</i> .
<i>Chlorite</i>	<i>Idocrase</i> .
<i>Cérusite</i>	<i>Anglesite</i> .
<i>Fluorine</i>	<i>Feldspath</i> .

Sur un échantillon de Graphite cristallisé ; par M. CZECH.

(*Leonhard's Jahrbuch*, t. XXXVI, p. 309.)

Suivant l'auteur, cet échantillon de graphite de Ceylan serait formé d'une agglomération de cristaux rhomboédriques accolés parallèlement à l'axe et dont les pointements aigus apparaîtraient extérieurement ; ainsi ce serait au système rhomboédrique et non au système clinorhombique suivant, l'opinion de Nordenskjöld, qu'on devrait rapporter le *graphite*.

Sur la pyroélectricité du Quartz ; par M. NAUMANN.

(*Leonhard's Jahrbuch*, t. XXXVII, p. 201.)

L'auteur, en rappelant que M. Hankel a découvert la pyroélectricité du quartz, signale la nécessité de distinguer au point de

vue cristallographique le système hexagonal du système rhomboédrique; l'hémisymétrie moléculaire qui nécessite la pyroélectricité est une nouvelle preuve en faveur de cette distinction (*).

Sur les cristaux octaédriques de sel gemme trouvés à Stassfurt;
par M. KING VON NIDDA.

(*Leonhard's Jahrbuch*, t. XXXV, p. 80.)

Sur un spinelle noir de la Haute-Loire; par M. l'ISANI.

(*Comptes rendus*, t. LXIII, p. 49.)

La formule est celle d'un véritable pléonaste ($MgFe$ (Al $\frac{1}{2}Fe$). Il est cristallisé en octaèdre pyramidé, forme qui, d'après l'auteur, n'a encore été rencontrée dans aucun spinelle.

Sur la forme cristalline de l'Albite; par M. G. ROSE.

(*Poggendorff's Annalen*, t. CXXV, p. 457. — *Leonhard's Jahrbuch*, t. XXXVI, p. 457.)

L'auteur a décrit avec beaucoup de soin quelques macles très-intéressantes que présente l'albite, en particulier celle du Roc Rosé et du Col du Bonhomme.

Sur la forme cristalline de la Pachnolite; par M. DES CLOIZEAUX.

(*American Journal*, t. XLIII, p. 27.)

L'auteur donne des mesures cristallographiques précises, d'où il conclut que le *Pachnolite* est du système rhomboïdal oblique et non du système carré comme on l'avait cru; seulement il paraît toujours maculé de la même manière que l'*Amphibole*.

(*) Voir les *Études cristallographiques* de Bravais, qui depuis longtemps a démontré géométriquement ce résultat.

Tableaux cristallographiques; par M. VON ZEPHAROWICH.

Cette collection de tableaux de formes cristallines des minéraux est une très-utile publication qui facilite l'enseignement oral de la minéralogie.

Lehrbuch der physikalischen Mineralogie (Traité de minéralogie physique); par M. SCHRAUF.

Cet ouvrage, en cours de publication, formera un résumé intéressant des principales découvertes relatives à l'étude physique et mathématique des minéraux auquel l'auteur ajoute les résultats de ses propres recherches.

Atlas des formes cristallines du règne minéral; par M. SCHRAUF.

Vorlesugen über Mineralogie (Cours de minéralogie); par M. VON KOKSCHAROW.

(Saint-Petersbourg, 1^{er} volume.)

Ce premier volume est un traité complet de cristallographie où l'auteur a réuni comme exemples les résultats de ses belles études sur les minéraux de Russie (Materialen zur Mineralogie Russlands). Dans cet excellent ouvrage, l'auteur a exposé en détail non-seulement la classification complète des cristaux, leurs caractères généraux, les hémiedries, les combinaisons, les macles des divers systèmes, mais encore a décrit avec le plus grand soin les procédés pratiques pour la mesure des cristaux, le calcul des angles ainsi que l'application de la méthode des moindres carrés à la détermination des valeurs les plus probables.

Eléments de minéralogie (2^e édition); par M. ДОМЕЙКО.

L'auteur vient d'y adjoindre successivement deux appendices relatifs aux espèces minérales du Chili dont il a fait depuis longtemps l'objet de recherches consciencieuses et intéressantes.

Corso di mineralogia ; par M. BOMBICCI.

Outre la description complète des minéraux on trouve dans cet ouvrage un essai d'itinéraire minéralogique en Italie.

2° PRODUCTION DES MINÉRAUX.

Sur la production artificielle et naturelle du diamant ;
par M. de CHANCOURTOIS.

(*Comptes rendus*, t. LXIII, p. 2^e, 408.)

L'auteur énonce la proposition suivante : « Le diamant dérive des émanations hydrocarburées comme le soufre dérive des émanations hydrosulfurées. » Les circonstances favorables à cette réaction consisteraient en une combustion lente dans un milieu poreux. Il passe en revue les périodes géologiques qui ont fourni le carbone et indique leurs rapports avec les formations carburées et hydrocarburées qu'elles ont laissées, le diamant, le graphite, la houille et le pétrole.

M. Rossi réclame la priorité pour une idée analogue publiée dans un recueil peu répandu.

Sur la production naturelle et artificielle du carbone cristallisé ;
par M. LIONNET.

(*Comptes rendus*, t. LXIII, p. 213.)

D'après l'auteur, la formation naturelle du diamant serait l'analogue de l'expérience suivante : une longue feuille de platine est enveloppée en hélice d'une bande d'étain et plongée dans du sulfure de carbone : le carbone décomposé par cet élément voltaïque s'agrége et se dépose au fond du vase.

Sur un Diopside artificiel; par M. BRUSH.

(*American Journal*, t. XXXIX, p. 132.)

Dans un fourneau de l'usine de Philipsburg (New-Jersey), on a trouvé des cristaux rhomboïdaux très-brillants, très-durs (5 $\frac{1}{2}$), d'une densité de 3,16 qui, par leur composition chimique et leurs formes cristallines, se rapportent au *Diopside*; MM. de Kobel et Hausmann ont déjà décrit des diopsides artificiels provenant d'usines du Tyrol et de Suède.

Notices minéralogiques; par M. KOKSCHAROW.

(*Bulletin de l'Académie de Saint-Petersbourg*, t. IV, n° 9, p. 563. — *Leonhard's Jahrbuch*, t. XXXV, p. 71.)

Études cristallographiques sur le *Chrysobéryl*, l'*Euclase*, le *Zircon*, le *Monazite*, le *Rutile* et la *Chiastolite*.

Sur la composition de quelques silicates; par M. STRENG.

(*Leonhard's Jahrbuch*, t. XXXVI, p. 411.)

Les nouvelles théories de la chimie organique promettent de jeter quelque lumière sur la constitution des minéraux : l'auteur essaye de grouper en séries certains silicates d'après les lois d'atomicité multiple; malheureusement la complication des formules est encore assez grande et les vérifications numériques laissent à désirer.

Sur la densité de quelques silicates; par M. FUCHS.

Leonhard's Jahrbuch, t. XXXVI, p. 450.

L'auteur étudie la variation de densité qui s'opère dans la plupart des minéraux lorsqu'on les calcine : ce fait a observé déjà par MM. Mohr, Sainte-Claire Deville, Kobell, est étendu à quelques autres minéraux.

	Avant calcination.	Après calcination.	
Leucite.	D = 2,484	D' = 2,486	+ 0,002
Leucite.	2,497	2,510	+ 0,013
Augite.	3,415	3,453	+ 0 008
Wollastonite.	2,892	2,798	— 0,093

Cette variation doit être attribuée, suivant Mohr, à divers états de la silice dans la silicate; mais l'auteur combat cette explication.

Sur l'équivalent de l'acide silicique: par M. Th. SCHEERER.

(*Journal fur praktische Chemie*, t. XCI, p. 415. — *Leonhard's Jahrbuch*, t. XXXVI, p. 89.)

Malgré l'opinion de plus en plus répandue parmi les minéralogistes, l'auteur soutient que la formule SiO^3 représente le véritable équivalent de l'acide silicique.

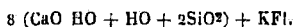
Sur la composition de l'Apophyllite; par M. KENNGOTT.

(*Journal fur praktische Chemie*, t. LXXXIX, p. 449). — *Leonhard's Jahrbuch*, t. XXXV, p. 355.)

La moyenne d'un grand nombre d'analyses très-concordantes a donné :

Chaux.	25,03
Potasse.	5,25
Silice.	52,27
Eau.	16,31

De plus, une quantité de fluor qui peut s'élever jusqu'à 2 p. 100. L'auteur propose et discute la formule



Esquisse de la région volcanique des bords du Rhin;
par M. VON RATH.

(*Zeitschrift der deutschen geologischen gesellschaft*, t. XV, p. 73.)

L'auteur examine diverses roches volcaniques et quelques miné-

438 EXTRAITS DE MINÉRALOGIE (1864 A 1866).

raux cristallisés qu'on rencontre. Voici quelques-unes de ses analyses:

	N° 1.	N° 2.	N° 3.	N° 4.
Silice.	36,46	48,80	49,18	38,97
Acide sulfurique.	7,34	1,70	1,60	10,00
Chlore.	0,70	0,26	0,28	1,08
Alumine.	29,61	16,83	20,65	26,60
Oxyde de fer.	0,91	6,60	5,97	0,28
Chaux.	2,37	6,50	2,43	4,05
Magnésie.	"	1,24	0,20	"
Potasse.	"	6,59	6,88	traces
Soude.	20,60	9,52	9,72	20,75
Eau.	2,02	1,96	1,60	0,37
	100,00	100,00	98,60	100,00

N° 1. Noséane du Selberg;

N° 2. Leucitophyre du Selberg;

N° 3. — du Schorenberg;

N° 4. Noséane transparente de Laach.

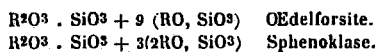
Sur l'Øedelforsite et le Sphenoklase; par M. KOBELL.

(*Leonhard's Jahrbuch*, t. XXXV, p. 626, 627.)

Le premier minéral est déjà très-connu; le second est nouveau : on le trouve en Norwége, à Gjellebäck. L'analyse a donné :

	Øedelforsite.	Sphenoklase.
Silice.	61,36	46,08
Alumine.	7,00	13,04
Chaux.	20,00	26,50
Magnésie.	8,63	6,25
Oxyde de fer.	2,70	4,77
Oxyde de manganèse.	"	3,23
	99,69	99,87

ce qui correspond aux formules $\text{SiO}^3 : \text{R}^2\text{O}^3 : \text{RO} = 50 : 3 : 9$ pour l'Øedelforsite et pour le Sphenoklase $= 4 : 1 : 2$. L'auteur les met encore sous la forme :



Sur le Grenat (Notices minéralogiques); par M. GÜTHE.

(*Leonhard's Jahrbuch*, t. XXXV, p. 627.)

Il y a eu probablement plusieurs fois confusion entre la *Schorlamite* et le grenat; l'analyse de M. Stromayer a donné pour un de ces échantillons douteux :

Silice.	31,255
Acide titanique.	3,161
Oxyde de fer.	31,8
Chaux.	33,297
Magnésie.	0,457
	100,000

Comme la *Schorlamite* doit contenir 22 p. 220 d'acide titanique. ce n'est pas à ce minéral qu'on avait affaire; c'est donc un grenat; l'auteur en conclut que *dans le grenat une partie de la silice peut être remplacée par de l'acide titanique.*

Sur la composition de l'Amphibole; par M. MICHAELSON.

(*Journal für praktische Chemie*, t. XCI, 221.— *Leonhard's Jahrbuch*, t. XXXV, p. 725.)

Les analyses suivantes se rapportent aux échantillons dont voici la provenance et la densité:

N° 1. Grammatite de Fahlun. D = 2,99

N° 2. Hornblende de Langbanshytta. . . . D = 3,09

N° 3. Hornblende d'Orijärfvi. D = 3,03

	N° 1.	N° 2.	N° 3.
Silice.	57,32	54,15	55,01
Alumine.	1,09	0,52	1,69
Magnésie.	24,70	20,18	23,85
Chaux.	13,61	6,06	13,60
Potasse.	"	6,37	0,38
Soude.	"	2,77	0,48
Peroxyde de fer.	"	1,77	0,56
Protoxyde de fer.	1,18	2,80	3,46
Protoxyde de manganèse.	0,85	5,09	0,51
Fluor.	0,35	"	"
Perte par calcination.	0,20	0,12	1,02

Grammatite de Fahlun. = $\text{CaO SiO}_2 + 3(\text{MgO} \cdot \text{SiO}_2)$.

Hornblende de Langbanshytta. . = $\text{CaO} \cdot \text{SiO}_2 + 2 \left\{ \begin{array}{l} \text{MgO} \\ \text{MnO} \end{array} \right\} \text{SiO}_2$.

Hornblende d'Orijärfvi. = $\text{CaO SiO}_2 + 2(\text{MgO} \cdot \text{SiO}_2)$.

Sur la Wöhlerite, l'Œschynite et l'Euxénite; par M. HERMANN.

(*Bulletin de l'Académie impériale des naturalistes de Moscou*, t. XXXVIII, n° 2.
p. 464. — *Leonhard's Jahrbuch*, t. XXXVII, p. 89.)

L'auteur donne l'analyse des deux premiers minéraux :

<i>Wöhlerite.</i>		<i>Œschynite.</i>	
Acide silicique.	29,16	Acide ilménique.	29,00
Acide niobique.	11,58	Acide niobique.	3,50
Zircone.	22,72	Acide titanique.	15,05
Chaux.	24,98	Thorine.	22,91
Protoxyde de fer.	1,28	Oxyde de Ca. La. Di.	15,96
Protoxyde de manganèse.	1,52	Yttria.	5,30
Magnésie.	0,71	Protoxyde de fer.	6,00
Soude.	7,63	Chaux.	1,50
Eau.	1,33	Perte calcinatrice.	1,70
	99,91		100,72

La formule de la *Wöhlerite* serait : $10(2RO.SiO_3) + RONb_2O_3$.

Celle de l'*Œschynite* : $3(2RO.TiO_2) + 2(RO.Ti_2O_3)$.

Quant à l'*Euxénite*, sa formule serait la même que celle de l'*Œschynite*, mais dans laquelle RO représente l'Yttria et l'Urané au lieu de la Thorine et des oxydes cériques.

Sur la composition de la Topaze; par M. RAMMELSBERG.

(*Journal für praktische Chemie*, t. XCVI, n° 17, p. 7. — *Leonhard's Jahrbuch*, t. XXXVII, p. 226.)

On peut résumer les analyses faites par l'auteur dans le tableau suivant ; les provenances des divers échantillons sont en tête de chaque colonne :

	Trumbull.	Schneckenstein.	Schlaggenwald.	Altenberg (Pyknite).	Adun-tschilon.	Brésil.
Silice. . .	32,38	33,69	33,37	31,28	33,56	33,73
Alumine. .	55,22	56,28	56,52	55,86	56,28	57,39
Fluor. . .	16,12	18,54	18,80	18,28	18,30	16,12

L'auteur en conclut :

1° Que la Topaze contient le silicium et l'aluminium dans le rapport de 1 à 2 équivalents ;

2° Que le fluor remplace l'oxygène, c'est-à-dire forme avec lui une somme de 5 équivalents vis-à-vis de 1 équivalent d'aluminium ;

3° Que le rapport du fluor à l'oxygène est de 2 à 9 ;

4° La formule de la Topaze est $(Al^3H^3.SiF^2) + 5 (AlO^3.SiO^2)$, ce qui donne 55,16 silice, 56,70 aluminium, 17,50 fluor.

Sur le Clinocllore et le Mica du Vésuve ; par M. KOKSCHAROW.

(*Leonhard's Jahrbuch*, t. XXXVII, p. 351.)

L'auteur fait remarquer la concordance des mesures de M. Hesseberg avec ses calculs antérieurs sur le système cristallin du Clinocllore et du Mica.

Le *Clinocllore* est cristallisé dans le système du prisme rhomboïdal oblique.

Le *Mica magnésien du Vésuve* (Biotite) est bien du système hexagonal malgré les propriétés optiques de ce minéral.

Sur la Gioseckite ; par M. PISANI.

(*Comptes rendus*, t. LXII, p. 1324.)

Ce minéral, découvert par Giesecke, au Groënland, a été retrouvé aux États-Unis ; sa composition chimique conduit à le regarder comme une épigénie d'*élaolite*. L'auteur compare cette transformation à celle qu'il a déjà observée entre la *Cancrinite* et la *Bergmannite*.

Sur la Roméine ; par M. Bertrand de LOM.

(*Comptes rendus*, t. LXII, p. 144.)

L'auteur décrit un filon de minéral rare près de Saint-Marcel.

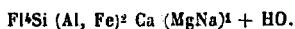
Sur l'Hugemanite ; par M. SHEPARD.

(American Journal, t. LXII, p. 221.)

Ce minéral, provenant de Arksutford en Groënland, contient :

	N° 1.	N° 2.	N° 3.
Fluor.	40,10	40,51	"
Alumine.	12,00	12,21	11,98
Fer.	5,82	5,87	6,17
Calcium.	11,20	11,19	11,16
Magnésium.	2,30	"	"
Sodium.	8,45	"	"
Silicium.	7,79	"	"
Eau.	10,44	"	"
Résidu.	1,08	"	"
	100,00		

Aucune formule simple ne correspond à cette composition ; on obtient à peu près comme formule brute :



3° SILICATES.

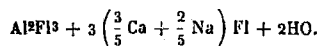
Sur la Pachnolite ; par M. KNOPP.

(American Journal, t. XLI, p. 119 et t. XLII, p. 93.)

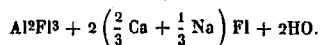
Dans les cavités d'un échantillon de *Cryolite* effleurie, l'auteur a trouvé des cristaux rhombiques droits dont la composition est (n° 1)

	N° 1.	N° 2.	N° 3.	N° 4.
Fluor.	50,79	51,15	50,08	51,03
Aluminium.	13,14	10,37	14,27	17,87
Sodium.	12,16	12,04	7,15	23,00
Calcium.	17,25	17,44	14,51	7,01
Eau.	9,60	8,63	9,70	0,57
Silice	"	"	2,00	"
	102,94	99,63	97,71	99,48

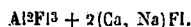
L'auteur donne pour formule de ce minéral (*Pachnolite*):



Les analyses n° 2 et n° 5 sont de M. Hagemann, qui conclut à la formule



Le n° 4 est l'analyse d'un autre minéral, l'*Arksutite*, accompagnant la cryolite et qui suivant, M. Hagemann, correspondrait à



Sur la Cryophyllite et la Lépidomelane; par M. COOKE.

(*American Journal*, t. XLIII, p. 217.)

La cryophyllite est une espèce de mica qui se trouve dans le granite du Cape Ann (Massachusetts). Les axes optiques sont écartés d'environ 55 degrés à 60 degrés; pourtant le goniomètre d'application donne 120 degrés très-exactement pour les faces latérales du prisme hexagonal, forme sous laquelle il cristallise.

	N° 1.	N° 2.	N° 3.	N° 4.
Silice.	51,49	39,55	37,59	37,40
Fluorure de silicium. . .	3,42	0,62	"	"
Alumine.	16,77	16,73	16,66	11,60
Peroxyde de manganèse.	0,34	0,60	0,64	"
Peroxyde de fer.	1,97	12,07	13,74	27,66
Protoxyde de fer.	7,98	17,48	19,03	12,43
Magnésie.	0,76	0,62	0,59	0,26
Potasse.	13,15	16,66	10,20	9,20
Lithine.	4,06	0,59	"	"
Eau	"	1,59	1,75	0,60
	99,94	100,42	100,00	99,15

La composition n° 1 est la moyenne de cinq analyses très-concordantes. Le rapport de longueur de la silice à l'oxygène des bases est sensiblement de 2 : 1.

Les nombres de la colonne n° 2 représentent la composition de la *Lépidomélane* (moyenne de plusieurs analyses).

La quantité d'oxygène de la silice et celle des bases est à peu près la même; mais l'erreur étant trop considérable pour être attribuée aux erreurs d'analyse, l'auteur a corrigé ces résultats en attribuant les divergences à un mélange de *Cryophyllite*; il a obtenu les nombres de la colonne 3 qui concordent avec l'analyse n° 4 de Soltmann et qui donnent l'égalité presque rigoureuse entre l'oxygène de la silice et celui des bases.

Sur la Téphroïte; par M. BRUSH.

(*American Journal*, t. XXXVII, p. 66.)

Ce minéral, décrit par M. Thomson et M. Breithaupt, est un silicate de magnésie; il est chimiquement et optiquement isomorphe de la Chrysolite (Péridot).

	N° 1.	N° 2.	N° 3.	N° 4.	N° 5.
Silice.	30,19	30,55	31,73	28,37	29,35
Oxyde de manganèse.	65,59	52,32	47,62	59,31	36,43
Oxyde de fer.	1,09	1,52	0,23	2,16	1,96
Magnésie.	1,38	7,73	14,03	2,16	18,60
Chaux.	1,04	1,60	0,54	0,39	"
Oxyde de zinc.	0,27	5,93	4,77	7,58	11,61
Perte au feu.	0,37	0,28	0,35	"	1,71
	99,93	99,93	99,27	99,97	100,26
	(Brush)	(Collier)	(Kague)	(Deville)	(Damour)

Ces cinq analyses d'échantillons à peu près identiques d'après les propriétés physiques, contiennent autant d'oxygène dans la silice que dans les bases (en excluant l'oxyde de zinc qui est manifestement dû à un mélange de *zincite*, minéral auquel la *rephroïde* est associée). Il y a donc substitution très-nette de manganèse à la magnésie.

Sur quelques minéraux du groupe Chlorite; par M. PEARSE.

(*American Journal*, t. XXXVII, p. 221.)

L'auteur résume les analyses des diverses chlorites dans le tableau suivant :

NUMÉROS d'ordre.		Silice.	Alumine.	Magnésie.	Eau.	AUTEURS de l'analyse.
1	<i>Kämmererite cristalline.</i>	5	2	8	8	Hermann.
2	<i>Chlorite vert, gastrite.</i>	5	2	9	8	Pearse.
3	<i>Chlorite.</i>	6	2	10	8	Rammelsberg.
4	<i>Kämmerite fibreuse.</i>	6	2	10	8	Herman.
5	<i>Chonikrite massive.</i>	7	2	10	6	Von Kobell.
6	<i>Rhodophyllite cristalline.</i>	7	2	12	10	Genth.
7	<i>Chlorite rouge.</i>	7	2	13	10	Pearse.
8	<i>Kämmererite.</i>	8	2	13	10	Smith et Brush.
9	<i>Pyrosclerite.</i>	8	2	12	10	Von Kobell.
10	<i>Zabergite.</i>	9	2	14	10	Svanberg.
11	<i>Kämmererite cristalline.</i>	9	2	11	10	Hartwall, Garrett.
12	<i>Pyrosclerite impure.</i>	9	2	14	6	Lychnell.

L'auteur discute ces analyses et les réduit aux types 2, 5, 6, 8.

Puis il conclut que les différences de composition sont dues aux minéraux associés de la chlorite.

Grasite. + Augite. = Chlorite.

Grasite. + Serpentine. = Rhodophyllite.

Grasite. + Péridot + Serpentine. . . = Kämmererite.

Analyse de quelques minéraux de Suède et de Norwège ;

par M. MICHAELSON.

(*American Journal*, t. XXXVIII, p. 274.)

Radiolyte. C'est une *Nutrolite* dans laquelle une petite partie de la soude est remplacée par la chaux.

Schefferite. C'est un pyroxène manganésien; l'auteur la place à côté de la *Jeffersonnité*.

Hédéphane. Phosphate de plomb et de chaux combinés au chlorure de plomb.

Kokscharowite. Isomorphe avec l'amphibole.

Semarskite. Contient 4,55 p. 100 de zircon et 6,05 de thorine.

446 EXTRAITS DE MINÉRALOGIE (1864 A 1866).

Kupfferite. Isomorphe avec l'Amphibole, contient 12,1 p. 100 d'oxyde de chrome. Hermann la considère comme une *Enstatite* sous forme d'amphibole.

Sur la composition des haches en pierre trouvées dans les monuments celtiques et chez les tribus sauvages; par M. DAMOUR.

(*Comptes rendus*, t. LXI, p. 313 et 357; t. LXII, p. 1038.)

L'étude de la nature minéralogique de ces objets archéologiques peut fournir des renseignements ou au moins faire naître des inductions sur l'état de l'industrie, des migrations des diverses peuplades qui les ont laissées : l'auteur décrit les substances qui forment ces instruments appartenant à diverses collections, cite quelques densités et quelques analyses, en particulier celles d'*Obsidiennes*, de *Sillimanites*, de *Jades* et *Jadéites*, de *Chloromélanite*. Ces deux dernières variétés ont été distinguées parmi les *Judes*.

Dans le second mémoire, l'auteur étudie les *Amphibolites*, *Diorites* et *Aphanites*, *Saussurites* et *Staurolites*.

4^e MÉTAUX.

Notices minéralogiques sur la Bohême; par M. A. REUSS.

(*Leonhard's Jahrbuch*, t. XXXV, p. 74.)

Étude de quelques minéraux des filons de Przibram : *Galène*, *Céruosite*, *Calamine*, *fer carbonaté*, *Psilomane*, *wulfénite*.

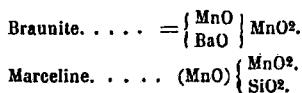
Sur les oxydes de Manganèse; par M. G. ROSE.

(*Poggendorfs Annalen*, t. CXXI, p. 1. — *Leonhard's Jahrbuch*, t. XXXV, 358.)

La présence de la baryte dans les divers minéraux oxydés du manganèse ne doit pas être, suivant l'auteur, considérée comme

due à un mélange de Baryte sulfatée, mais bien à une véritable substitution atomique de la Baryte du protoxyde de manganèse. La *Braunite* et la *Hausmannite* seraient des combinaisons de protoxyde et de bioxyde.

Cette remarque a conduit l'auteur à examiner de plus près la présence de la silice dans quelques variétés de *Braunite* (*Marceline*) et à l'attribuer aussi à une substitution; l'acide silicique se substituerait au bioxyde de manganèse; il y aurait donc un véritable isomorphisme; de sorte qu'on aurait :



Sur la Pyrochroïte; par M. IGELSTROM.

(*Poggendorfs Annalen*, t. CXXII, p. 181. — *Leonhard's Jahrbuch*, t. XXXVI, p. 33.)

Ce nouveau minéral, suivant l'auteur, peut être considéré comme une *Brucite* dans laquelle la plus grande partie de la magnésie serait remplacée par du protoxyde de manganèse; il ressemble beaucoup à la brucite et se trouve en Suède (district de Filipstadt) sous formes de petites veines dans du fer magnétique.

Sur la Carménite; par M. HAHN.

(*Leonhard's Jahrbuch*, t. XXXVI, p. 326.)

Ce minéral, trouvé dans l'île Carmen (golfe de Californie), est un cuivre sulfuré qui correspond à la formule



Sur l'argent antimoné; par M. RAMMELSBERG.

(*Zeitschrift d. deutsch. geol. gesellsch.*, t. XVI, p. 618. — *Leonhard's Jahrbuch*, t. XXXVI, p. 476.)

L'analyse a donné :

TOME XII, 1867.

448 EXTRAITS DE MINÉRALOGIE (1864 A 1866).

		Calculé.
Argent.	83,86	84,34
Antimoine. . . .	15,91	15,86
	99,66	

résultat qui s'accorde très bien avec ceux de Klaproth pour la formule $6Ag.Sb$.

Sur la composition des minéraux tantalliques; par M. HERMANN (*).

(Bulletin de la Société impériale des naturalistes de Moscou, t. XXXVIII, p. 345. — Leonhard's Jahrbuch, t. XXXVI, p. 855.)

L'auteur distingue trois variétés de *Colombite*, la *Tantal-Colombite*, la *Niob-Colombite* et l'*Ilmen-Colombite*, suivant les proportions relatives d'acides *tantalique*, *niobique* et *ilménique*. Voici une analyse des trois types avec leur provenance :

	Tantal-Colombite de Boden mais.	Niob-Colombite de Middletown.	Ilmen-Colombite. de Miasa (Groënland).
Acide stannique. . . .	0,45	0,40	"
Acide tantallique. . . .	25,25	"	"
Acide niobique.	41,68	52,27	"
Acide ilménique.	14,09	26,95	80,47
Acide tungstique. . . .	"	0,26	"
Protoxyde de fer. . . .	14,30	24,06	8,60
Acide de manganèse. . .	3,85	5,63	6,09
Oxyde de cuivre. . . .	0,13	"	"
Yttria.	"	"	2,44
Magnésie.	"	0,49	2,00
Protoxyde d'uranium. .	"	"	0,50
	99,75	99,06	100,00

La *Samaraskite* et l'*Ilmeno-ilménite*, qui ne se distinguent de la *Colombite* que par l'éclat de leur cassure et leur densité, ont des compositions assez semblables; l'auteur donne leur analyse ainsi que celle du *Pyrochlore*.

(*) Ce travail fait suite aux recherches qui avaient d'abord conduit l'auteur à la distinction de l'*acide ilménique*, puis à douter de l'existence du nouvel élément : mais ses études ultérieures ont confirmé sa première opinion, aussi a-t-il repris ses analyses pour y examiner la proportion d'*acide ilménique*.

	Samarakite.	Ytiro-liménite.	Pyrochlore.
Acide niobique.	34,12	23,80	13,65
Acide ilménique.	22,24	31,29	48,15
Acide titanique.	"	3,90	3,23
Ytria.	13,29	21,03	"
Protoxyde de fer.	8,87	11,07	1,54
Protoxyde de manganèse.	1,20	0,26	"
Protoxyde d'uranium.	18,63	3,01	"
Magnésie.	0,50	0,80	"
Thoria.	"	2,83	3,88
Oxyde de cer, lanth, dyd.	2,85	2,48	6,20
Chaux.	"	"	11,97
Potassium.	"	"	0,54
Sodium.	"	"	2,69
Fluor.	"	"	2,24
Perte par calcination.	0,33	"	"
	190,03	98,57	99,06

Sur l'Antimoine sulfuré; par M. KRENNER.

(*Sitzungs-Bericht d. kais. Akad. d. Wiss.* Décembre 1864.)

C'est une étude très-conscientieuse de la forme cristalline et des gisements de ce minéral.

Sur quelques minéraux de Suisse; par M. WISER.

(*Leonhard's Jahrbuch*, t. XXXVII, p. 805.)

L'auteur décrit quelques associations minérales en particulier des cristaux d'*anatase* englobés dans du quartz. (C'est le *rutile* qu'on y rencontre fréquemment.)

Sur la Psilomélane; par M. SCHMID.

(*Poggendorfs Annalen*, t. CXXVI, n° 9, p. 151. — *Leonhard's Jahrbuch*, t. XXXVII, p. 94.)

L'auteur a analysé des échantillons de provenances et d'aspect très-divers.

	Elgersburg (Thuringe).	Ohrenstock (Thuringe).	Nadabula (Hongrie).
	D = 4,307	4,134	4,332
Protoxyde de manganèse.	68,27	70,54	82,46
Peroxyde de fer.	0,10	0,17	0,30
Alumine.	0,31	0,21	0,08
Protoxyde de cobalt.	"	"	0,29
Oxyde de cuivre.	"	0,25	0,02
Oxyde de plomb.	0,11	"	"
Baryte.	17,27	10,92	0,005
Chaux.	0,16	1,26	0,20
Magnésie.	0,02	0,13	0,03
Potasse.	"	0,21	3,05
Soude.	0,08	0,25	0,22
Eau.	4,84	5,86	3,21
Oxygène.	8,15	10,09	9,87
Silice.	0,51	0,32	"
	99,82	100,21	99,74

Sur la Kalicine; par M. PISANI.

(Comptes rendus, t. LX, p. 918.)

Nouvelle espèce minérale de Chypis en Valais; c'est un bicarbonate de potasse, $\text{KC}^2 + \text{Aq}$, d'après l'analyse de M. Pisani, qui ne s'altère pas à l'air; il est de formation moderne, car on l'a trouvé dans les débris d'un arbre mort.

Sur le Chepexite; par M. PISANI.

(Comptes rendus, t. LXII, p. 690.)

C'est une nouvelle espèce d'arséniate de cuivre (à ajouter aux onze qu'on a déjà distinguées) disséminée en petites masses compactes dans une roche quartzreuse du Cornouailles.

Sur l'Adamine; par MM. FRIEDEL et DES CLOIZEAUX.

(Comptes rendus, t. LXII, p. 692.)

C'est un arséniate hydraté de zinc isomorphe avec l'olivénite et la libethenite (cuivre arseniaté et phosphaté). Sa forme cristalline

est prisme rhomboïdal droit de $91^{\circ} 33'$, la composition chimique, aussi bien que les propriétés optiques, vérifient l'isomorphisme cristallographique.

Sur le Laurite; par M. WÖHLER.

(*Comptes rendus*, t. LXII, p. 1059.)

Sa composition chimique est celle d'un sesquisulfure de ruthénium combiné ou mêlé avec du sulfure d'osmium : il provient d'un minerai de platine de Bornéo; c'est la première fois, d'après l'auteur, qu'on trouve un sulfure naturel des métaux du groupe du platine. Il forme des cristaux noirs très-brillants (octaèdres réguliers) qui rayent le quartz; sa densité est 6.99.

Sur les propriétés de la Blende hexagonale; par M. SIDOT.

(*Comptes rendus*, t. LXIII, p. 188.)

L'auteur prépare ce minéral par la volatilisation du sulfure de zinc dans l'azote, l'acide sulfhydrique ou l'acide sulfureux. Si l'on opère sur une grande quantité de sulfure, on obtient, au lieu de gros cristaux, des nodules cristallins qui jouissent de la propriété d'être très-phosphorescents.

Sur la phosphorescence de la blende hexagonale; par M. Edmond BECQUEREL.

(*Comptes rendus*, t. LXIII, p. 142.)

Cette variété hexagonale est beaucoup plus phosphorescente que la blende ordinaire et prend par insolation une teinte jaune qui rappelle celle des composés de l'uranium.

Analyse d'un minerai de cuivre; par M. Ch. MÈNE.

(*Comptes rendus*, t. LXIII, p. 53.)

Cet échantillon provenant de Monte-Leccia, en Corse, semble être un cuivre panaché; sa composition correspond exactement à la formule



5° MÉTÉORITES.

Expériences synthétiques relatives aux météorites ;
par M. DAUBRÉE.

(*Comptes rendus*, t. LXII, p. 200, 369. — *Bulletin de la Société géologique de France*, t. XXIII, p. 291.)

L'auteur a examiné les produits de la fusion des météorites au point de vue de la composition minéralogique; il a réussi à reproduire la structure particulière de certains fers météoriques et même à imiter complètement certaines météorites pierreuses à l'aide du *péridot* et de la *herzolite*, en soumettant les masses à une action réductrice. Des expériences ont été faites par un procédé inverse, c'est-à-dire par oxydation du siliciure de fer; il s'est produit du *péridot* cristallisé, associé à un silicate inattaquable comme le pyroxène, tandis que la majeure partie du fer s'est déposée, à l'état métallique, sous formes de grenailles. Il résulte de ces recherches que les roches magnésiennes du type *péridot* ont vraisemblablement autant d'importance dans la constitution du système planétaire que dans les régions profondes de l'écorce terrestre.

On se bornera ici à ces indications sommaires, l'auteur se proposant de donner un compte rendu plus détaillé de ses recherches dans un des prochains numéros des *Annales*.

Sur un fer météorique ; par M. HAIDINGER.

(*Leonhard's Jahrbuch*, t. XXXV, p. 71.)

Cette météorite pesant environ 100 livres, a été trouvée dans l'Inde (Dakotah) à plus de 90 milles anglais de toute habitation: M. Jackson, de Boston, en a examiné un échantillon : poids spécifique, 7,952; il contient :

Fer.	91,735
Nickel.	7,080
Phosphore.	0,010

EXTRAITS DE MINÉRALOGIE (1864 A 1866). , 453

Les météorites de la collection de l'université de Göttingen;

par M. WÖHLER.

(Götting. gel. Anz., 1864.)

Analyse d'une météorite; par M. BORTCHY.

(Leonhard's Jahrbuch, t. XXXVII, p. 808.)

Ce fer météorique vient de Carthago (Amérique du Nord).

Fe	Ni	Co	P	S	Si	Cl	Résidu insoluble.	Somme.
89,465	7,721	0,245	0,093	0,401	0,602	traces.	1,192	99,719

Sur la limonite pisolitique d'Iwaro (Hongrie); par M. PISANL.

(Comptes rendus, t. LX, p. 919.)

On lui attribue une origine météorique; l'analyse y montre du nickel et du cobalt en quantité suffisante pour appuyer cette opinion.

Sur les météorites de Pillistfer, Buschhof et Igast en Livonie et Courlande (Dorpat, 1864); par MM. GREWINCK et C. SCHMIDT.

Dans ce travail assez étendu, les auteurs donnent une description complète des météorites recueillies dans ces localités, ainsi que leur composition chimique. Ils présentent en outre quelques considérations relatives à la théorie de phénomène général qui comprend les chutes de pierre, les bolides et les étoiles filantes; enfin, une discussion sur leur origine planétaire.

Analyse et description des météorites de Nerft Honolulu, Lixna, etc.; par M. KUHMBERG.

(Archiv fur d. Naturkunde liv., Estl. und Kurland.: t. IV, p. 1.)

Nouvelle météorite de Newton-County (Arkansas), présentant à sa surface du carbonate de chaux; par J. Laurent SMITH.

(*Silliman's American Journal*, V. t. XL, Lept. 1865.)

M. Smith a reconnu à la surface de la météorite de Newton-County l'existence d'incrustations blanches dont la composition est celle du carbonate de chaux. L'auteur pense toutefois que ce minéral, qui n'a été reconnu dans aucune autre météorite, ne faisait pas partie de la masse au moment de sa chute, mais résulte des conditions auxquelles elle a été exposée depuis.

Chladnite de la météorite de Bishopville, reconnue comme pyroxène magnésien; par J. Laurent SMITH.

(*Silliman's American Journal*, t. XXXVII, p. 224. Sept. 1864.)

Le minéral caractéristique de la météorite de Bishopville et désigné par M. Shepard sous le nom de *chladnite* consiste en un bisilicate de magnésie ayant la formule minéralogique du pyroxène magnésien et mieux encore de l'espèce que M. Kennigott a désignée sous le nom de *enstatite*.

Composition chimique et minéralogique de la météorite de Dhumsalla;

par le Rév. Samuel HAUGHTON.

(*Proceedings of the Royal Society*, n° 85, 1866.)

Cette météorite, tombée le 14 juillet 1860, à Dhumsalla dans le Punjab, présente cette circonstance remarquable qu'au moment de leur chute les fragments ayant été brisés, on trouva que leur intérieur était froid au point que les Indiens qui les ramassèrent ne purent les conserver dans la main. Toutefois la surface externe avait été fondue et frittée comme à l'ordinaire.

Voici la composition minéralogique de cette météorite :

Fer nickélifère.	8,42	{ Fer. 6,88
Protosulfure de fer.	5,61	{ Fickel. t 1,54
Fer chromé.	4,16	
Chrysolithe (péridot ou olivine).	47,67	
Minéraux insolubles.	»	
Dans l'acide chlorhydrique.	34,14	
	<u>100,00</u>	

6° DIVERS.

Sur la fusion de la chaux carbonatée; par M. G. ROSE.

(*Zeitschrift des deutschen geologischen Gesellschaft*, t. XV, p. 456).—(*Leonhard's Jahrbuch*, t. XXXV, p. 364.)

L'auteur a répété, avec le concours de M. Siemens, la fameuse expérience de Hall; il a opéré dans des tubes de fer ou de porcelaine parfaitement fermés sur de l'*aragonite*, du calcaire *lithographique*, enveloppé de *craie*.

L'*aragonite* donna un vrai marbre de Carrare à gros grains; le calcaire transformé avait encore une structure grenue; quant à la *craie*, elle devint compacte et presque transparente sur les bords de la cassure.

Sur la Kainite de Stassfurt; par M. REICHARDT.

(*Leonhard's Jahrbuch*, t. XXXVI, p. 602.)

La composition de ce nouveau minéral correspond très-exactement à la formule



Sur la présence de la magnésie dans l'aragonite;

par M. BREITHAUP.

(*Leonhard's Jahrbuch*, t. XXXVI, p. 743.)

L'auteur cite l'*aragonite* d'Alsten-Moore en Cumberland comme environ $2 \frac{1}{2}$ p. 100 de magnésie carbonatée d'après l'analyse de Clémens Winkler.

Les minéraux de la Suisse; par M. KENNGOTT.

(*Leonhard's Jahrbuch*, t. XXXVII, p. 592.)

C'est un petit ouvrage qui contient la description des principaux

456 EXTRAITS DE MINÉRALOGIE (1864 A 1866).

minéraux de Suisse, leurs gisements, leurs associations, etc., qui pourrait servir utilement dans des excursions minéralogiques en Suisse.

Analyses diverses; sables granatifères de Pesaro; Thulite de Traversella; Bustamite de Vicentin; par M. PISANI.

(Comptes rendus, t. LXII, p. 100.)

La *Thulite*, variété rose de zoïsite, n'avait été rencontrée jusqu'ici qu'en Norvège. La *Bustamite* est un silicate de manganèse contenant une forte proportion de chaux qu'on a découverte en nodules au Mexique.

Sur un gisement de phosphate de chaux naturel dans l'Estramadure et sur des cristaux d'apatite de Juniella; par M. de LUNA.

(Comptes rendus, t. LXIII, p. 220.)

Ce phosphate naturel contient 60 p. 100 de phosphate tribasique de chaux. Les cristaux d'apatite contiennent 1,75 p. 100 de cérium lanthane et didyme.

Sur la Gay-Lussite; par M. BLAKE.

(American Journal, t. XLII, p. 221.)

L'auteur donne une description cristallographique d'échantillons provenant du Little-Salt-Lake, près Ragtown (Névéda), l'aspect et le développement des faces sont notablement différents de ceux qui ont été décrits.

Sur quelques minéraux formés dans une houillère, près de Dresde; par M. GROTH.

(Sitzungs-Bericht der Naturwissenschaftlichen gesellschaft Isis : 1867, p. 68.)

Les produits les mieux cristallisés sont le soufre, le Réalgar et le sel ammoniac.

7^e TABLE.*Cristallographie et propriétés des cristaux.*

Noms des articles.	Auteurs.	Pages
Dilatations des cristaux.	Fizeau.	425
Propriétés appliquées.	Des Cloizeaux.	428
Analogies optiques.	Schrauf.	428
Notices minéralogiques.	Hessenberg.	429
Sur l'idocrase.	Von Zepharowich.	429
Décoloration de la topaze.	Kokscharow.	429
Structure maclée du quartz.	Scharff.	429
Minéraux dans le diamant.	Göppert.	430
Cavités de la topaze, du beryl et du diamant.	Brewster.	430
Diamant à couleur variable.	Halphen.	431
Pseudomorphoses.	Tschermach.	431
Cristaux renfermés dans quelques minéraux.	Wiser.	432
Pseudomorphoses.	Blum.	432
Graphite cristallisé.	Czech.	432
Pyroélectricité du quartz.	Naumann.	432
Sel gemme octaédrique.	King.	433
Spinelle noir.	Pisani.	433
Albite.	G. Rose.	433
Pachnolite.	Dés Cloizeaux.	433
Tableaux cristallographiques.	Zepharowich.	434
Traité de minéralogie, physique.	Schrauf.	434
Cours de minéralogie.	Von Kokscharow.	434
Cours de minéralogie.	Domeyko.	434
Cours de minéralogie.	Bombicci.	435

Production des minéraux.

Production du diamant.	De Chancourtois.	435
Production du diamant.	Lionnet.	435
Diopside artificiel.	Brush.	436

Silicates.

Notices minéralogiques.	Kokscharow.	436
Sur la composition des silicates.	Streng.	436
Densité de quelques silicates.	Fuchs.	436
Équivalent de la silice.	Scheerer.	437
Composition de l'apophyllite.	Kenngott.	437
Région volcanique du Rhin.	Von Rath.	437

458 EXTRAITS DE MINÉRALOGIE (1864 A 1866).

Noms des articles.	Auteurs.	Pages.
OEdelforsite et sphénoclase.	Kobell.	438
Grenat et schorlamite.	Guthe.	439
Composition de l'amphibole.	Michaelson.	439
Wöhlerite, œschynite, euxénite.	Hermann.	440
Composition de la topaze.	Rammelsberg.	440
Clinocllore et mica du Vésuve.	Kokscharow.	441
Gieseckite.	Pisani.	441
Roméno	Bertrand de Lom.	441
Bagemanite.	Shepard.	442
Pachnolite.	Knopp.	442
Tryophyllite et lépidomelane.	Cook.	443
Tephroïte.	Brush.	444
Groupe chlorite.	Pearse.	445
Analyses de minéraux de Norwége.	Michaelson	445
Composition des haches en pierre, etc.	Damour.	446

Métaux.

Notices minéralogiques sur la Bohême.	Reuss.	446
Oxydes de manganèse.	G. Rose.	446
Pyrochroïte.	Igelström.	447
Carménite.	Hahn.	447
Argent antimoné.	Rammelsberg.	447
Minéraux tantaliqnes.	Hermann.	448
Antimoine sulfuré	Krenner.	449
Minéraux de Suisse.	Wiser.	449
Psilomelane.	Schmid.	449
Kalicine.	Pisani	450
Chenevixite.	Pisani	450
Adamine.	Friedel et Des Cloizeaux.	450
Laurite.	Wöhler.	451
Blende hexagonale.	Sidot.	451
Phosphorescence de la blende hexagonale.	Ed. Becquerel.	451
Mineral de cuivre.	Méne.	451

Météorites.

Expériences synthétiques.	Daubrée.	452
Fer météorique.	Haidinger.	452
Collection de Göttingen.	Wöhler.	453
Analyse d'une météorite.	Borichy.	453
Limonite pisolitique.	Pisani.	453
Météorites de Livonie et Courlande.	Grewinck et Schmidt.	453
Météorites de Russie.	Kuhlberg.	453
Météorites de Newton-County.	L. Smith.	454
Chladnite.	L. Smith.	454
Météorite de Dhumsalla.	S. Houghton.	454

Divers.

Noms des articles.	Auteurs.	Pages .
Fusion de la chaux carbonatée.	G. Rose.	455
Kainite.	Reichardt.	455
Aragonite.	Breithaupt.	455
Minéraux de Suisse.	Kenngott.	455
Analyses diverses.	Pisani.	456
Phosphates de chaux.	De Luna.	456
Gay-Lussite.	Blake.	456
Minéraux formés dans une houillère. .	Groth.	456

RECHERCHES

sur

LA RÉFLEXION CRISTALLINE,

PAR

M. A. CORNU.

Extrait des Annales de Chimie et de Physique, 4^e série, tome XI.

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE

DE L'ÉCOLE IMPÉRIALE POLYTECHNIQUE, DU BUREAU DES LONGITUDES,

SUCCESSEUR DE MALLET-BACHELIER,

Quai des Augustins, 55.

1867

RECHERCHES

SUR

LA RÉFLEXION CRISTALLINE.

1. L'étude des modifications que subit la lumière après réflexion sur la surface des corps intéresse la science à bien des points de vue, mais elle offre aux physiciens deux genres de difficultés assez graves : les unes résultant de la complication apparente des lois mathématiques qui régissent ces phénomènes ; les autres, purement expérimentales, relatives à la détermination précise des éléments nécessaires au contrôle de la théorie.

L'intérêt qui s'attache à cette branche de l'optique m'a fait entreprendre le présent travail : j'ai tâché d'abord de simplifier les résultats de la théorie mathématique, et ensuite de présenter une méthode expérimentale rigoureuse pour la mesure de ces phénomènes ; mais, comme la seule théorie mathématique complète de la réflexion cristalline

a été obtenue en partant d'hypothèses très-contestables et opposées à celle de Fresnel, j'ai essayé de démontrer en premier lieu que les équations fondamentales de cette théorie satisfont également bien aux deux systèmes d'hypothèses. C'est en reconstituant une théorie de la réflexion cristalline d'après les idées de Fresnel que je suis parvenu à ce résultat.

2. Ce Mémoire est divisé en trois Parties :

La première, purement théorique (1), offre un résumé succinct des travaux de Fresnel sur la réflexion et la réfraction de la lumière dans le cas des milieux isotropes, puis la comparaison de ces résultats avec ceux de la théorie opposée développée par Mac Cullagh et M. Neumann ; ensuite, l'extension de la théorie de ces deux géomètres au cas des milieux cristallisés ; enfin la solution du même problème général d'après les idées de Fresnel, solution qui n'avait pas encore été donnée ; j'arrive à conclure que les deux systèmes d'hypothèses conduisent à des formules identiques, même dans le cas le plus général, ainsi qu'on l'avait démontré depuis longtemps dans le cas simple des milieux isotropes.

La seconde Partie comprend le développement géométrique des théories précédentes : les équations fondamentales conduisent à des théorèmes élégants qui simplifient beaucoup l'étude de la réflexion cristalline, tant au point de vue mathématique qu'au point de vue expérimental.

Dans la troisième Partie, tout expérimentale, se trouve

(1) Ces études ne comprennent que l'étude de la lumière polarisée rectilignement : d'ailleurs les phénomènes de polarisation elliptique sont de l'ordre des perturbations, excepté dans le cas de la réflexion totale ; mais on sait qu'une interprétation convenable de la forme imaginaire que prennent alors les amplitudes vibratoires conduit très-simplement aux lois du mouvement elliptique.

la discussion des méthodes et des appareils propres à fournir des mesures précises, la description d'organes donnant une synthèse cinématique des lois précédemment établies ; enfin quelques tableaux de mesures et de vérifications expérimentales obtenues en opérant sur des faces de clivage du spath d'Islande ou sur des faces naturelles de cristaux de soufre.

PREMIÈRE PARTIE.

THÉORIE MÉCANIQUE DE LA RÉFLEXION ET DE LA RÉFRACTION DANS LES MILIEUX ISOTROPES (DE FRESNEL).

3. Dans le résumé rapide de ces théories on n'insistera pas sur les questions préliminaires relatives à l'éther, à la constitution de la lumière naturelle, à la propagation des ondes, à la forme des surfaces d'onde, etc., etc.

On sait en effet que le problème général de la réflexion et de la réfraction d'une lumière quelconque sur une surface de forme quelconque taillée dans une substance cristallisée, dans le cas le plus général, revient à l'étude de la réflexion et de la réfraction d'une onde plane polarisée sur une surface plane de la substance considérée : les méthodes analytiques permettent d'achever la question quand la solution de ce problème simple est connue.

I. — CAS DES MILIEUX ISOTROPES.

Les substances non cristallisées, comme le verre, les liquides, ou cristallisées dans le système cubique, comme le spath fluor ou le sel gemme, portent le nom de *milieux isotropes* au point de vue optique, parce qu'on admet que leur constitution moléculaire n'imprime à l'éther qu'ils renferment aucune dissymétrie dans quelque direction que ce soit : la surface de l'onde lumineuse y est sphérique ; les

ondes planes s'y propagent sans altération ; la vibration est située d'une manière quelconque dans le plan de l'onde ; leur vitesse de propagation est inversement proportionnelle à l'indice de réfraction de la substance.

Étant données une surface plane taillée dans un milieu isotrope et une onde plane polarisée, le nombre des données est quatre, à savoir :

1° L'indice de réfraction de la substance relatif à la couleur, c'est-à-dire à la *longueur d'onde* de la lumière incidente ;

2° L'angle d'incidence, c'est-à-dire l'angle de l'onde plane avec la surface, ou, ce qui revient au même, l'angle du rayon lumineux, ou normale à l'onde, avec la normale à la surface réfléchissante ;

3° L'amplitude commune des oscillations de l'onde incidente ;

4° Enfin l'azimut dans lequel s'exécutent ces oscillations, compté, par exemple, à partir du plan d'incidence.

Le nombre des inconnues spéciales au problème proposé est aussi quatre : l'amplitude et l'azimut de l'oscillation réfléchie et de l'oscillation réfractée.

Il est donc nécessaire de trouver quatre relations distinctes et compatibles.

Cette manière d'envisager le problème suppose :

1° Que la lumière est produite par les oscillations de l'éther, oscillations s'effectuant dans le plan de l'onde et qu'on nomme pour cela *vibrations transversales* ;

2° Que la lumière polarisée ne contient que des oscillations rectilignes et parallèles à une même direction ;

3° Que l'intensité de la lumière est mesurée par la force vive des oscillations, c'est-à-dire proportionnelle dans un même milieu au carré de l'amplitude vibratoire.

4. Fresnel adopta en outre les principes ou *postulata* suivants :

1° *Principe de la conservation des forces vives.*

Quand le mouvement lumineux se réfléchit ou se réfracte, il n'y a aucune force vive perdue, et la force vive des vibrations incidentes se retrouve en totalité dans les vibrations des ondes réfléchie et réfractée.

2° *Principe de la composition des petits mouvements dans un même milieu.*

Les amplitudes des vibrations peuvent être composées et décomposées suivant les principes de la Cinématique, c'est-à-dire suivant la règle du parallélogramme.

3° *Principe de continuité*, ou composition des amplitudes exécutées à la surface de séparation des milieux différents.

L'oscillation de l'onde incidente se partage entre les ondes réfléchie et réfractée, de manière que les composantes des trois amplitudes parallèles à la surface réfléchissante se composent suivant la règle du parallélogramme : ce qu'on exprime en disant qu'il y a *continuité* dans les vibrations, parallèlement à la surface de séparation des milieux.

Fresnel admit que la continuité ne devait pas s'étendre aux composantes normales à cette surface.

4° *Principe de concomitance des vibrations.* — Les vibrations des rayons incident, réfléchi et réfracté ont la même phase sur la surface de séparation des milieux.

5° *Extension de la loi de Newton* au calcul de la vitesse de propagation de la lumière.

Cette vitesse ν est proportionnelle à la racine carrée du quotient de l'élasticité e par la densité d du milieu où

s'exécutent les vibrations, $\nu = \sqrt{\frac{e}{d}}$.

Fresnel en conclut immédiatement que les densités de l'éther dans les divers milieux sont en raison inverse du carré des indices de réfraction, en admettant que la force élastique élémentaire reste la même dans tous les milieux *isotropes*.

5. Ces divers principes conduisent aux équations suivantes :

1^o *Équation des forces vives.* — La propagation par ondes planes donne aux rayons lumineux une constitution périodique dans l'espace telle, qu'à un instant donné le mouvement oscillatoire se retrouve le même dans des tranches parallèles distantes d'une ou de plusieurs longueurs d'onde : il suffit donc de considérer l'intervalle compris entre deux de ces tranches consécutives.

Si l'on isole dans chacun des trois rayons incident (*fig. 1, Pl. II*), réfléchi et réfracté un prisme d'éther dont les arêtes soient respectivement parallèles à leur direction ayant une base commune sur la surface de séparation des milieux, le mouvement lumineux incident compris dans le *prisme incident* se transmettra intégralement sans sortir des deux autres. On évaluera aisément la force vive moyenne relative des trois rayons en limitant la longueur de ces prismes à une *longueur d'onde* entre deux sections droites, c'est-à-dire entre deux tranches parallèles à l'onde, *mm'*, *nn'*, *pp'*.

Soient *T* la durée d'une vibration, *A* son amplitude, *S* l'aire de la section droite du prisme, λ la longueur d'onde correspondante ou sa hauteur, *D* la densité du milieu où s'exécute la vibration *A*; la force vive d'une tranche d'épaisseur *dx*, située à une distance *x* de la base, à l'instant *t*, sera

$$S \cdot D \cdot A^2 \sin^2 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right) dx.$$

La force vive totale sera la somme des forces vives élémentaires

$$S \cdot A^2 \cdot D \cdot \int_0^\lambda \sin^2 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right) dx.$$

On aurait trois expressions identiques; mais l'intégrale aura la même valeur, c'est-à-dire une valeur indépendante

de λ ; car en posant $\frac{x}{\lambda} = z$, l'expression se réduit à

$$\text{S.D.} \cdot A^2 \lambda \cdot \int_0^1 \sin^2 2\pi \left(\frac{t}{T} + z \right) dz.$$

Donc, en désignant par 1 l'amplitude incidente, A et B les amplitudes réfléchie et réfractée, D la densité de l'éther dans le premier milieu, d dans le milieu réfringent, i et r les angles d'incidence et de réfraction, il viendra, en écrivant que la force vive incidente est égale à la somme des forces vives incidente et réfléchie, après la suppression de l'intégrale facteur commun,

$$D \cdot \sin i \cos i = D \cdot A^2 \cdot \sin i \cos i + d \cdot B^2 \cdot \sin r \cos r,$$

car les aires des sections droites sont proportionnelles aux cosinus de leur angle avec la surface réfléchissante et les longueurs d'onde aux vitesses de propagation, c'est-à-dire au rapport des sinus des mêmes angles. L'interprétation précitée de la loi de Newton donne la valeur du rapport des densités $\frac{d}{D} = \frac{\sin^2 i}{\sin^2 r}$; d'où l'on conclut

$$(1 - A^2) \sin r \cos i = B^2 \sin i \cos r.$$

Cette équation est indépendante de l'orientation des oscillations dans le plan d'onde.

6. Fresnel particularise alors l'orientation des vibrations et traite les deux cas suivants :

1° *Vibrations perpendiculaires au plan d'incidence.*
— Par raison de symétrie ces vibrations se partagent sans altération dans leur direction, et si l'on désigne par des minuscules les amplitudes dans ce cas particulier, on aura d'abord entre elles la relation précédente

$$(1 - a^2) \sin r \cos i = b^2 \sin i \cos r,$$

et la relation de continuité complète, puisqu'elles restent parallèles à la surface de séparation (*fig. 2, Pl. II*),

$$1 + a = b.$$

2° *Vibrations parallèles au plan d'incidence.* — Distinguant les amplitudes dans ce cas par un indice, on aura toujours

$$(1 - a_1^2) \sin r \cos i = b_1^2 \sin i \cos r,$$

et l'équation de continuité entre les projections de ces amplitudes sur la surface de séparation (*fig. 3, Pl. II*)

$$(1 - a_1) \cos i = b_1 \cos r.$$

On rejette l'équation de continuité entre les projections de ces amplitudes normalement à cette surface,

$$(1 + a_1) \sin i = b_1 \sin r.$$

Il y aurait, en effet, incompatibilité entre cette relation et les deux précédentes.

On arrive ainsi aux valeurs

$$a = -\frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)}, \quad a_1 = \frac{\tan(i-r)}{\tan(i+r)},$$

$$b = \frac{2 \sin r \cos i}{\sin(i+r)}, \quad b_1 = \frac{2 \cos i \sin r}{\sin(i+r) \cos(i-r)},$$

lesquelles permettent, d'après le principe de la composition des petits mouvements dans le même milieu, de déterminer les amplitudes et les directions des oscillations réfléchie et réfractée A et B dans le cas général.

7. 3° *Cas général : vibrations orientées d'une manière quelconque.* — Décomposons l'amplitude incidente en deux (*fig. 4, Pl. II*), l'une $\cos \omega$ sur le plan d'incidence, l'autre $\sin \omega$ normale à ce plan; on obtiendra, à l'aide des coefficients de réduction calculés ci-dessus, les composantes correspondantes $A \cos \alpha$, $A \sin \alpha$, $B \cos \beta$ et $B \sin \beta$ des amplitudes réfractée et réfléchie

$$\begin{cases} A \cos \alpha = a_1 \cos \omega, & \begin{cases} B \cos \beta = b_1 \cos \omega, \\ B \sin \beta = b \sin \omega, \end{cases} \\ A \sin \alpha = a \sin \omega, \end{cases}$$

d'où l'on conclut

$$\tan \omega = \frac{a_1}{a} \tan \alpha = \frac{b_1}{b} \tan \beta,$$

expression qui donne l'orientation des vibrations réfléchie et réfractée en fonction de l'orientation de la vibration incidente.

On en déduit encore

$$\left\{ \begin{array}{l} A^2 = \frac{1}{\frac{\cos^2 \alpha}{a^2} + \frac{\sin^2 \alpha}{a^2}}, \\ B^2 = \frac{1}{\frac{\cos^2 \alpha}{b^2} + \frac{\sin^2 \alpha}{b^2}}, \\ \left\{ \begin{array}{l} A^2 = a^2 \cos^2 \omega + a^2 \sin^2 \omega, \\ B^2 = b^2 \cos^2 \omega + b^2 \sin^2 \omega, \end{array} \right. \end{array} \right.$$

formules qui représentent l'amplitude des mêmes vibrations en fonction de leur orientation propre et en fonction de celle de la vibration incidente : A^2 et B^2 expriment évidemment l'intensité de ces rayons.

8. Tel est l'admirable et simple enchaînement d'idées qui soumit désormais au calcul les phénomènes si variés de la réflexion et de la réfraction de la lumière, phénomènes qui avaient semblé jusque-là déjouer la sagacité des plus grands géomètres. Fresnel montra sans peine que les lois déduites de ses formules s'accordaient parfaitement avec les expériences de Malus et de M. Brewster; il put donc légitimement identifier les propriétés de la lumière polarisée avec celles du mouvement défini par ses calculs.

De cette identification il conclut que la vibration lumineuse doit être perpendiculaire au plan de polarisation.

La démonstration en est très-simple : l'expérience avait montré à Malus que la lumière polarisée dans le plan d'incidence se réfléchit sans jamais s'éteindre quelle que soit l'incidence, tandis que la lumière polarisée perpendiculairement au plan d'incidence s'éteint par réflexion sous une incidence particulière dont M. Brewster formula la loi : cet angle, d'après la *loi de Brewster*, est défini par la

condition $i + r = 90$ degrés. Or, la discussion des valeurs de a et de a_1 montre que a_1 s'annule pour cette incidence, tandis que a varie sans jamais passer par zéro : comme a_1 est l'expression de la vibration réfléchie parallèle au plan d'incidence, la vibration lumineuse est normale au plan de polarisation.

Des vérifications détaillées furent faites alors par Fresnel et par d'autres physiciens éminents, et c'est à cette occasion que M. Brewster déclara que les lois de la réflexion et de la réfraction de la lumière étaient désormais connues avec autant d'exactitude que celles du mouvement des astres.

Théorie modifiée de Mac Cullagh et de M. Neumann.

9. Au milieu de l'admiration qui entourait une œuvre si neuve et si profonde, s'élevaient quelques doutes sur la solidité de cette théorie : plusieurs des principes adoptés paraissaient à certains esprits faire tâche dans l'œuvre. Fresnel, il est vrai, n'a pas donné toujours les meilleurs arguments pour justifier ses hypothèses, et un certain nombre de géomètres ne se contentèrent pas de ces espèces d'oracles du génie. La discontinuité normale à la surface de séparation des milieux paraissait surtout leur déplaire; il leur semblait que dans une théorie parfaite une irrégularité géométrique si grossière ne devait pas exister : aussi saluèrent-ils avec enthousiasme la théorie modifiée à laquelle Mac Cullagh et M. Neumann arrivèrent simultanément quelques années plus tard.

Ces géomètres reproduisaient les raisonnements de Fresnel, mais avec deux altérations profondes : ils admettaient la continuité parfaite des amplitudes vibratoires et l'égalité absolue des densités de l'éther dans tous les milieux.

Par l'effet d'une compensation singulière dans les hypothèses, les formules auxquelles ils arrivaient étaient identiques à celles de Fresnel pour les éléments du rayon réfléchi ; l'amplitude réfractée n'était modifiée que par un

coefficient constant égal à l'indice du milieu réfringent; mais la vibration était forcément parallèle au plan de polarisation.

10. Cette théorie se résume dans les équations suivantes.

En effaçant le rapport des densités devenu égal à 1, la relation déduite de la conservation des forces vives s'écrit

$$(1 - A'^2) \sin i \cos i = B' \sin r \cos r;$$

par suite, les cas particuliers étudiés précédemment deviennent :

1° *Vibrations particulières au plan d'incidence.*

$$(1 - a'^2) \sin i \cos i = b' \sin r \cos r,$$

$$1 + a' = b'.$$

2° *Vibrations parallèles au plan d'incidence.*

$$(1 - a_1'^2) \sin i \cos i = b_1' \sin r \cos r,$$

$$(1 - a_1') \cos i = b_1' \cos r,$$

$$(1 + a_1') \sin i = b_1' \sin r.$$

La mise en équation est la même que dans le calcul de Fresnel, à une exception près, car il y a une équation de plus dans le second groupe, équation superflue d'ailleurs, vu le nombre d'inconnues; elle exprime que la continuité est rigoureuse normalement à la surface de séparation des milieux. Quoiqu'elle soit superflue, elle n'est nullement incompatible avec les deux autres, comme dans la théorie de Fresnel, et l'on peut s'assurer qu'en multipliant membre à membre les deux équations de continuité du second groupe on reproduit l'équation correspondante des forces vives.

Les valeurs qu'on déduit de ces relations sont les suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} a' = \frac{\tan(i-r)}{\tan(i+r)}, \\ b' = \frac{\sin i}{\sin r} \cdot \frac{2 \cos i \sin r}{\sin(i+r) \cos(i-r)}, \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} a_1' = - \frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)}, \\ b_1' = \frac{\sin i}{\sin r} \cdot \frac{2 \sin r \cos i}{\sin(i+r)}. \end{array} \right.$$

On reconnaît immédiatement l'identité de ces valeurs avec celles de la théorie de Fresnel, au facteur constant près $\frac{\sin i}{\sin r} = n$, qui affecte les vibrations réfractées ; seulement il y a inversion dans les symboles accentués :

$$\left\{ \begin{array}{l} a' = a_1, \\ b' = nb_1, \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} a'_1 = a \\ b'_1 = 1 \end{array} \right.$$

ce qui revient à dire que les directions des amplitudes sont à angle droit de ce qu'elles étaient dans la théorie de Fresnel : par suite, les hypothèses modifiées exigent que la vibration soit dans le plan de polarisation.

Quant au facteur constant n , il est loin de constituer une divergence entre les deux théories ; il restitue, au contraire, l'égalité d'intensité de leurs rayons réfractés ; car, dans les idées de Fresnel, l'intensité relative du rayon réfracté n'est pas mesurée par le carré de l'amplitude, mais par ce carré que multiplie la densité relative du milieu où elle s'exécute. L'identification des deux théories est donc complète ; on reviendra plus loin sur ce point important.

Comparaison des deux théories. Introduction du principe de la conservation des quantités de mouvement des composantes vibratoires normales à la surface de séparation des milieux.

11. Comparons maintenant les deux théories, non pas au point de vue de l'analyse mathématique, qui pourrait gagner en rigueur, mais en ce qui regarde les principes physiques.

Chacune semble avoir son point faible : celle de Fresnel, on l'a vu, renferme cette discontinuité qui a choqué quelques esprits ; l'autre admet que l'éther possède la même densité dans tous les corps, hypothèse grave par ses conséquences ; elle détruit, en effet, du même coup, l'explication si naturelle de l'aberration et de quelques autres

phénomènes fondamentaux de l'optique ; elle est même contredite par la belle expérience de M. Fizeau sur l'entraînement des ondes dans les corps en mouvement.

Mais quelques physiciens ou géomètres lui pardonnent cette contradiction en faveur du rétablissement de la continuité rigoureuse, et la compatibilité des équations de continuité avec celle des forces vives leur paraît une confirmation péremptoire de la vérité des hypothèses.

Ces deux difficultés ont-elles la même importance ? Évidemment non : l'une conduit à une contradiction grave de faits et d'analogies presque incontestables ; l'autre est une simple irrégularité inexpiquée, mais qui ne contredit aucun principe sérieux.

12. Je pense même avoir résolu cette difficulté relative à la *discontinuité normale* de la théorie de Fresnel, et interprété d'une manière plus plausible la suppression de cette équation litigieuse. Aussi verra-t-on dans ce qui va suivre non-seulement pourquoi cette équation est fausse, mais comment on doit la modifier pour la rendre exacte.

Voici comment on peut formuler cette interprétation :

Le postulatum de Fresnel sur la continuité des amplitudes cache, sous une forme géométrique, un principe de Mécanique bien connu, celui de la *conservation des quantités de mouvement* : leur expression mathématique coïncide dans le cas du mouvement vibratoire parallèle à la surface de séparation des milieux, tandis qu'elle diffère pour la composante normale.

Cette différence dans le mode de propagation des deux genres de mouvement ressort naturellement de l'idée qu'on se fait sur la constitution de l'éther à la surface de séparation des milieux : il doit y avoir transition insensible entre la densité de l'éther des deux milieux ; cette variation s'opère dans les tranches avoisinant cette surface, et l'épaisseur des couches de transition, quoique très-petite en valeur absolue, doit être cependant fort appréciable relati-

vement à l'amplitude de l'oscillation lumineuse ou à la longueur d'onde.

Si l'on considère la propagation des composantes vibratoires parallèles à la surface de séparation des milieux, les trois vibrations concomitantes, s'effectuant dans les mêmes couches, mettront donc en mouvement un fluide qui aura une densité commune aux trois oscillations dans toute l'étendue de leur course; la loi de conservation des quantités de mouvement se réduira donc à la loi de composition des petits mouvements dans un même milieu, c'est-à-dire à la règle du parallélogramme.

Cette grande régularité dans la transmission du mouvement ne se présentera plus pour les composantes normales à la surface de séparation; chaque oscillation ne s'effectuera plus dans un fluide homogène; le mécanisme de transmission dans l'intérieur de la tranche de passage sera donc assez complexe et difficile à définir; mais l'hypothèse généralement acceptée, que la régularité se rétablit au delà de cette tranche et qu'aucun mouvement ne se diffuse au dehors, légitime l'application du théorème des quantités de mouvement qui élimine, comme on le voit, ces mouvements irréguliers et mal définis dont la résultante n'a pas d'effet hors d'un certain espace limité.

Les oscillations de part et d'autre de la tranche de passage s'effectuant dans des milieux différents, la continuité géométrique des amplitudes n'a plus de sens. Si, au contraire, on multiplie chaque amplitude par une quantité proportionnelle à la densité du milieu dans lequel elle s'exécute, on aura la véritable continuité; non plus la continuité géométrique, mais la continuité dynamique: l'équation des composantes normales devient alors

$$(1 + a_1) \sin i \, D = b, \sin r d;$$

substituant au rapport $\frac{d}{D}$ sa valeur $\frac{\sin^2 i}{\sin^2 r}$, il vient

$$(1 + a_1) \sin r = b, \sin i,$$

équation parfaitement compatible avec l'équation de continuité et l'équation des forces vives du second groupe.

13. En résumé, le raisonnement précédent, qu'on pourrait exposer, sinon avec plus de simplicité, peut-être avec plus de rigueur, lève une difficulté qui a arrêté un certain nombre de physiciens et de géomètres, et donne à l'assertion de Fresnel une interprétation plus plausible, en supprimant les explications peu satisfaisantes qui ont été proposées pour la justifier.

La théorie de Fresnel recouvre donc cette symétrie qui donnait à la théorie modifiée une allure si élégante ; elle a, en outre, sur celle-ci, l'incontestable supériorité d'être d'accord avec des expériences importantes, et de conserver l'explication naturelle de plusieurs phénomènes fondamentaux.

Cette interprétation de la discontinuité géométrique conduit non-seulement au rétablissement d'une équation, mais montre encore comment s'introduit la polarisation elliptique.

En effet, le raisonnement suppose que la *tranche de transition* n'a qu'une influence négligeable sur la masse des particules oscillantes : c'est ce qui aura lieu dans la réflexion sur la surface de séparation de deux milieux ayant des densités peu différentes ; mais si la différence de densité entre les deux milieux est assez grande, la zone de transition aura nécessairement une épaisseur beaucoup plus considérable ; l'analyse précédente ne sera qu'une approximation plus ou moins grossière, et il sera nécessaire de tenir compte des temps inégaux que mettront à se propager dans cette tranche les composantes parallèles et normales. De là ces différences de marche entre les rayons polarisés dans le plan d'incidence et dans le plan perpendiculaire, différences qui sont mises en évidence par les phénomènes de polarisation elliptique auxquels donne lieu la réflexion : d'un autre côté, l'indice de réfraction, c'est-à-dire le rap-

port des densités des deux milieux, serait la cause unique de ces avances ou retards dans la phase des oscillations; c'est ce que confirmerait la loi que M. Jamin a donnée sur la relation entre la grandeur de l'indice de réfraction et le signe de la différence de phase : au-dessous de l'indice 1,46 la réflexion est négative, au-dessus elle est positive.

Comme conclusion, je substitue à la discontinuité admise par Fresnel le *principe de la conservation des quantités de mouvement des composantes vibratoires normales à la surface de séparation des milieux*.

II. — RÉFLEXION CRISTALLINE.

Observations préliminaires.

14. La solution du problème de la réfraction et de la réflexion de la lumière dans les milieux isotropes ouvrirait évidemment la voie à la solution du problème analogue relatif aux milieux cristallisés. Fresnel fut enlevé trop tôt à la science, et n'eut pas le temps de couronner son œuvre; ce furent Mac Cullagh et M. Neumann qui, avec leur théorie modifiée, eurent l'honneur de donner, chacun suivant une méthode propre, l'expression mathématique de ces phénomènes, et les expériences antérieures de M. Brewster et de Seebeck fournirent à ces calculs de précieuses vérifications.

Ces deux géomètres n'apportèrent d'ailleurs aucune idée nouvelle dans la mise en équations du problème; le principe des forces vives et la continuité absolue qui, cette fois, ne donne plus de condition superflue, fournissent le nombre de relations nécessaires et suffisantes; ce nombre, égal à celui des inconnues, est encore quatre, comme dans le cas des milieux isotropes, à savoir : l'amplitude réfléchie, son azimut et les deux amplitudes réfractées.

Grâce à l'hypothèse de l'égalité de densité de l'éther dans tous les milieux, l'évaluation des forces vives n'offrait au-

cune difficulté spéciale; il ne restait pour achever la solution qu'à effectuer des calculs longs et peu symétriques; Mac Cullagh résolut la difficulté par une élégante méthode géométrique. Quant à M. Neumann, il osa attaquer de front les pénibles éliminations de sa théorie, et son travail restera un chef-d'œuvre de patience analytique.

15. Si Mac Cullagh et M. Neumann ont réussi à généraliser la théorie des milieux isotropes pour l'appliquer aux milieux cristallisés, il n'en fut pas de même pour Fresnel : on ne trouve presque rien dans ses Mémoires ou dans ses papiers inédits qui témoigne d'essais dans cette voie. Aussi, en voyant le peu d'efforts qu'a coûté aux deux géomètres éminents la généralisation de leurs principes, il paraît étrange que Fresnel, avec toutes les ressources de son génie, n'ait pas le premier posé les équations de la réflexion cristalline.

Quand on essaya de combler cette lacune, on se trouva arrêté sur plusieurs points : d'abord on n'apercevait dans la théorie des milieux isotropes de Fresnel que trois relations applicables au cas général au lieu de quatre, celle des forces vives et les deux équations de *continuité parallèle*; en outre, comment devait-on évaluer la densité de l'éther dans les milieux cristallisés ? Dans son mémorable travail sur l'explication mécanique de la double réfraction, Fresnel avait d'ailleurs passé assez légèrement sur la constitution de l'éther, attribuant à l'élasticité un rôle exclusif et tranchant par divination les autres difficultés relatives au mouvement lumineux efficace; l'importance de toutes ces questions cependant ne lui échappait pas; mais il espérait vivre assez pour revenir sur ces assertions et en justifier la valeur; malheureusement il n'en fut pas ainsi.

Aussi, la théorie de la réflexion cristalline, traitée avec les idées de Fresnel, est-elle restée jusqu'à ce jour au point où l'a laissée le créateur de ces belles théories, c'est-à-dire

réduite à un système incomplet de trois équations contenant même un coefficient inconnu.

L'un des résultats de ce travail est de reconstituer cette théorie; je me suis efforcé de la présenter en suivant les idées et la méthode si simple de Fresnel.

16. Avant d'arriver à la solution du cas général des milieux cristallisés, il est utile de montrer d'abord que si le problème des milieux isotropes avait été traité par une marche différente, les principes de Fresnel auraient, même dans ce cas simple, conduit en apparence à un système incomplet de trois équations, insuffisant pour achever la question.

En effet, au lieu de traiter séparément les deux cas particuliers cités plus haut, on peut se proposer de mettre directement en équations le cas où la vibration incidente est située dans un azimut quelconque; la relation déduite des forces vives étant indépendante de l'orientation des vibrations s'applique immédiatement à ce cas :

$$(1 - A^2) \sin r \cos i = B^2 \cos r \sin i.$$

La difficulté se présente dans l'application du principe de continuité, car, Fresnel rejetant la continuité normale, le nombre d'équations qu'on en peut déduire est de deux seulement.

Conservant les mêmes notations, on aura pour expression de la continuité parallèle (*fig. 4*)

$$\text{axe des } x \dots \cos \omega \cos i - A \cos \alpha \cos i = B \cos \beta \cos r,$$

$$\text{axe des } y \dots \sin \omega + A \sin \alpha = B \sin \beta.$$

Ainsi donc, trois équations seulement, en adoptant le principe de discontinuité (sans l'interprétation qui a été proposée précédemment); par suite, on ne peut achever la solution du problème.

La solution de ce système incomplet paraît donc impossible; pourtant elle a été donnée; par quel artifice implicite y est-on parvenu?

17. Fresnel aurait probablement songé à obtenir une quatrième équation en analysant de plus près la discontinuité normale, si cette nouvelle marche s'était présentée à son esprit; mais la symétrie du plan d'incidence l'avait avant tout préoccupé, et c'est en vertu de cette symétrie qu'il dédoubla l'équation des forces vives, en sorte qu'il obtint un nombre suffisant d'équations. Il admit alors implicitement qu'il y a égalité non-seulement entre la force vive de la vibration incidente et celle des vibrations réfractée et réfléchie, mais que cette égalité a lieu *séparément* dans chacun des deux systèmes qui forment leurs composantes parallèles ou normales au plan d'incidence. C'est ainsi qu'il écrivit les deux relations

$$(\sin^2 \omega - A^2 \sin^2 \alpha) \sin r \cos i = B^2 \sin^2 \beta \cos r \sin i,$$

$$(\cos^2 \omega - A^2 \cos^2 \alpha) \sin r \cos i = B^2 \cos^2 \beta \cos r \sin i,$$

lesquelles, jointes aux deux équations de continuité, ont permis de trouver les quatre valeurs

$$\frac{A \sin \alpha}{\sin \omega}, \quad \frac{A \cos \alpha}{\cos \omega}, \quad \frac{B \sin \beta}{\sin \omega}, \quad \frac{B \cos \beta}{\cos \omega},$$

dans lesquelles on reconnaît $-a$, $-a_1$, b , b_1 .

18. Dans la théorie de Mac Cullagh et Neumann, cette condition de symétrie était implicitement apportée par les conditions géométriques. Aussi, lorsqu'on pose les équations en suivant la marche précédente, on retrouve comme conséquence immédiate, sans qu'on l'ait introduite explicitement dans les hypothèses, que le plan d'incidence est un plan de symétrie et que, par suite, il y a deux systèmes particuliers de vibrations auxquels s'applique séparément le principe des forces vives; ce sont les deux cas particuliers de Fresnel :

$$(1) \quad (1 - A'^2) \sin i \cos i = B'^2 \sin r \cos r,$$

$$(2) \quad \text{axe des } x \dots \cos \omega' \cos i - A' \cos \alpha' \cos i = B' \cos \beta' \cos r,$$

$$(3) \quad \text{axe des } y \dots \sin \omega' + A' \sin \alpha' = B' \sin \beta',$$

$$(4) \quad \text{axe des } z \dots \cos \omega' \sin i + A' \cos \alpha' \sin i = B' \cos \beta' \sin r.$$

Il est évident qu'en multipliant membre à membre les équations (2) et (4) on obtient

$$(\cos^2 \omega' - A' \cos^2 \alpha') \sin i \cos i = B'^2 \cos^2 \beta' \sin r \cos r,$$

laquelle, retranchée membre à membre de l'équation (1), donne

$$(\sin^2 \omega' - A'^2 \sin^2 \alpha') \sin i \cos i = B'^2 \sin^2 \beta' \sin r \cos r,$$

équations qui sont identiques avec les suivantes :

$$(1 - a'^2) \sin i \cos i = b'^2 \sin r \cos r,$$

$$(1 - a_1'^2) \sin i \cos i = b_1'^2 \sin r \cos r.$$

On voit qu'il était superflu d'écrire l'équation des forces vives dans les deux cas particuliers traités plus haut, puisque c'était imposer comme nouvelle une condition implicitement contenue dans l'énoncé. Il n'y a donc pas lieu d'admirer cette compatibilité observée dans la théorie modifiée et encore moins de l'invoquer comme une preuve en faveur de ses hypothèses fondamentales.

19. Mais puisque nous avons rétabli précédemment l'équation qui manquait en substituant la continuité dynamique à la continuité géométrique, nous pouvons, même dans la théorie de Fresnel, supprimer la condition explicite de symétrie du plan d'incidence en rétablissant la quatrième équation

$$\cos \omega \sin i - A \cos \alpha \sin i = B' \frac{d}{D} \cos \beta \sin r.$$

Substituant à $\frac{d}{D}$ sa valeur et comparant aux trois autres, on obtient le système

$$(1 - A^2) \sin r \cos i = B^2 \sin i \cos r,$$

$$\cos \omega \cos i - A \cos \alpha \cos i = B \cos \beta \cos r,$$

$$\sin \omega + A \sin \alpha = B \sin \beta,$$

$$\cos \omega \sin r + A \cos \alpha \sin r = B \cos \beta \sin i;$$

d'où l'on déduit, comme précédemment,

$$(\cos^2 \omega - A' \cos^2 \alpha) \sin r \cos i = B' \sin i \cos r,$$

$$(\sin^2 \omega - A' \sin^2 \alpha) \sin r \cos i = B' \sin i \cos r,$$

expressions qu'on avait posées directement.

20. Ainsi, plus on avance dans l'examen des deux théories, plus on voit leur identité s'accroître dans leur expression mathématique; on arrive même à soupçonner que cette identité n'est due qu'à une coïncidence de calcul, sans valeur au point de vue de la théorie physique, que c'est la même analyse traitée pour ainsi dire avec d'autres variables et dans laquelle les formules de transformation ont reçu une interprétation heureuse. Le calcul suivant confirme dans cette opinion.

Il n'est pas difficile, en effet, de montrer *à priori*, sans résoudre les équations et en tirer les valeurs précédemment données, que les équations de la théorie modifiée ne sont que le résultat d'un véritable changement de nom donné aux variables dans les équations de la théorie de Fresnel.

Pour le démontrer le plus simplement possible, on va d'abord, dans les deux théories, substituer à l'équation des forces vives, qui est du second degré par rapport aux amplitudes, une équation linéaire par rapport à ces variables, afin de rendre le calcul beaucoup plus symétrique; cette transformation d'ailleurs n'est pas nouvelle, car elle a été employée dans la résolution des cas particuliers étudiés en premier lieu.

On l'obtiendra aisément dans chaque théorie en divisant l'une des équations dédoublées des forces vives par l'une des équations de continuité; autrement dit, on obtiendra le système cherché de quatre équations linéaires en décomposant en facteurs linéaires les deux équations partielles des forces vives, de manière à reproduire les trois équations de continuité.

21. Dans la théorie de Fresnel on trouve :

$$(p) \text{ axe des } x \dots (\cos \omega - A \cos \alpha) \cos i = B \cos \beta \cos r,$$

$$(q) \text{ axe des } z \dots (\cos \omega + A \cos \alpha) \sin i = B \cos \beta \sin r \frac{d}{D},$$

$$(r) \text{ axe des } y \dots \sin \omega + A \sin \alpha = B \sin \beta,$$

$$(s) \quad (\sin \omega - A \sin \alpha) \sin i \cos i = B \sin \beta \sin r \cos r \frac{d}{D}.$$

On reconnaît les trois équations de continuité dans les trois premières; quant à la dernière, elle reproduit l'une des équations partielles des forces vives par multiplication convenable avec la précédente.

Les équations de la théorie modifiée s'obtiennent sans calcul nouveau, en effaçant le facteur $\frac{d}{D}$ et en accentuant les symboles A, B, ω , α , β :

$$(p') \quad (\cos \omega' - A' \cos \alpha') \cos i = B \cos \beta' \cos r,$$

$$(q') \quad (\cos \omega' + A' \cos \alpha') \sin i = B' \cos \beta' \sin r,$$

$$(r') \quad \sin \omega' + A' \sin \alpha' = B' \sin \beta',$$

$$(s') \quad (\sin \omega' - A' \sin \alpha') \sin i \cos i = B' \sin \beta' \sin r \cos r.$$

Or, ce deuxième système est identique au premier. *équation pour équation*, par le changement de variables que voici :

$$A = -A',$$

$$B = B' \sqrt{\frac{D}{d}},$$

$$\omega = \omega' + \frac{\pi}{2},$$

$$\alpha = \alpha' + \frac{\pi}{2},$$

$$\beta = \beta' + \frac{\pi}{2}.$$

En effet, substituant ces valeurs dans le premier système,

il vient

$$(p'') \quad (\sin \omega' - A' \sin \alpha') \cos i = B' \sin \beta' \cos r \sqrt{\frac{D}{d}} = 0,$$

$$(q'') \quad (\sin \omega' + A' \sin \alpha') \sin i = B' \sin \beta' \sin r \sqrt{\frac{d}{D}} = 0,$$

$$(r'') \quad \cos \omega' + A \cos \alpha' = B' \cos \beta' \sqrt{\frac{D}{d}} = 0,$$

$$(s'') \quad (\cos \omega' - A \cos \alpha') \sin i \cos i = B' \cos \beta' \sin r \cos r \sqrt{\frac{d}{D}} = 0.$$

Comparant les équations (p'') et (s') , (q'') et (r) , (r'') et (q') , (s'') et (p') , on obtient *quatre fois* comme condition d'identité de toutes ces équations la même expression

$$\sqrt{\frac{d}{D}} = \frac{\sin i}{\sin r} \quad \text{ou} \quad \frac{d}{D} = \frac{\sin^2 i}{\sin^2 r} = n^2.$$

L'interprétation de ce changement de variables constitue justement l'énoncé des principes de la théorie modifiée quant à la valeur de α ; le changement de signe de A s'explique géométriquement (17) et ne constitue aucune divergence entre les deux théories.

THÉORIE DE MAC CULLAGH ET NEUMANN DANS LE CAS GÉNÉRAL DE LA RÉFLEXION CRISTALLINE.

22. Si l'on voulait conserver une exposition symétrique des deux théories cristallines, ce serait ici le lieu de développer les idées qui m'ont permis de reconstituer une théorie d'après les principes de Fresnel; mais ce serait à la fois déroger à l'ordre historique et manquer de bonne foi que de reléguer au second plan des travaux dont l'importance, sinon l'originalité, est si considérable : on ne doit pas en effet dissimuler que si la théorie de Mac Cullagh et Neumann doit beaucoup à l'œuvre de Fresnel, dont elle est née, l'œuvre de Fresnel lui devra beaucoup aussi : il est donc juste d'exposer d'abord les travaux qui ont frayé le premier chemin sur ce terrain difficile, résultat impor-

tant dont tout l'honneur revient aux savants géomètres déjà si souvent cités.

Les considérations présentées plus haut montrent avec quelle facilité Mac Cullagh et M. Neumann obtinrent les équations fondamentales de la réflexion cristalline : aucune généralisation n'était utile, le développement analytique seul de ces équations présentait des difficultés ou plutôt des longueurs. On ne suivra pas le géomètre allemand dans ses laborieux calculs ; il sera plus intéressant de résumer l'élégant Mémoire de Mac Cullagh dont la méthode servira plus loin à reconstituer la théorie cristalline d'après les idées de Fresnel.

23. La méthode géométrique de Mac Cullagh est fondée sur les remarques suivantes :

Si l'on connaissait les azimuts de polarisation et les intensités relatives du rayon incident et du rayon réfléchi correspondant aux deux cas particuliers où l'un des rayons réfractés est éteint, le problème serait résolu ; car il suffirait de décomposer la vibration incidente suivant les deux *directions uniradiales* connues, de calculer les deux *composantes uniradiales* de la vibration réfléchie, laquelle peut être alors reconstituée en grandeur et en direction : c'est une décomposition d'amplitude analogue à celle que Fresnel imagina dans sa théorie des milieux isotropes.

Or, comme on connaît *à priori*, d'après la théorie de la double réfraction, la direction de la vibration réfractée (laquelle reste fixe quelle que soit la polarisation incidente), les quatre éléments inconnus, à savoir : les amplitudes des vibrations réfractée et réfléchie, les azimuts des vibrations réfléchie et incidente, se détermineront dans chacun des deux cas particuliers uniradiaux à l'aide des quatre équations connues déduites de la continuité rigoureuse et de la conservation des forces vives.

Equations d'un système uniradial.

24. Étant donnés l'angle d'incidence de l'onde plane i , la direction de la surface réfléchissante par rapport aux axes principaux d'élasticité optique, et la position du plan d'incidence sur cette surface, la construction d'Huyghens généralisée par Fresnel permet de calculer les directions des ondes planes réfractées, les directions de propagation lumineuse efficaces correspondantes, c'est-à-dire les rayons réfractés et la position de la vibration réfractée dans chaque rayon. Cette vibration est dans le plan de l'onde; Fresnel conclut qu'elle est la projection du rayon réfracté sur son onde plane, mais Mac Cullagh et Neumann admettent qu'elle est à angle droit sur cette direction, de sorte que, dans la théorie qui va suivre, la vibration sera rigoureusement transversale au rayon réfracté.

Il n'entre pas dans le cadre de ce Mémoire de développer les calculs relatifs à la surface d'onde; on supposera donc donnés ou calculés les éléments suivants, où l'on ne considère que l'un *seulement* des deux rayons réfractés :

- i , l'angle d'incidence;
- r , l'angle de réfraction de l'onde plane;
- θ_1 , l'angle de la vibration incidente avec le plan d'incidence dans la position uniradiale, c'est-à-dire celle qui conserve seulement l'un des rayons réfractés;
- θ_2 , l'angle de la vibration réfractée conservée avec le plan d'incidence;
- θ_3 , l'angle de la vibration réfléchie dans la position uniradiale correspondante;
- τ_1, τ_2, τ_3 , les amplitudes respectives de ces vibrations.

Les équations fondamentales d'un système uniradial ne se distinguent de celles des milieux isotropes que par l'évaluation du volume des prismes d'éther de Fresnel.

On voit aisément, d'après Mac Cullagh, que *ces volumes sont entre eux comme les ordonnées abaissées des points*

de contact des ondes planes d'Huyghens sur la surface de séparation des milieux.

En désignant par z_1 , z_2 , z_3 ces ordonnées, on aura l'équation des forces vives

$$(\tau_1^2 - \tau_2^2) z_1 = \tau_2^2 z_2,$$

car évidemment $z_1 = z_3$. La densité de l'éther étant supposée la même dans tous les milieux, on n'a pas à tenir compte de cet élément.

25. Les équations de continuité ont, en réalité, été déjà données, avec des notations différentes : la vibration réfractée, étant dans le plan d'onde, est transversale à la normale au plan d'onde. Cette normale joue donc le rôle du rayon réfracté des milieux isotropes, quoique n'étant pas ici la direction lumineuse efficace : les équations de continuité du milieu cristallisé seront alors identiques avec celles des milieux isotropes (*fig. 5, Pl. II*) :

$$(1) \quad (\tau_1 \cos \theta_1 - \tau_3 \cos \theta_3) \cos i = \tau_2 \cos \theta_2 \cos r,$$

$$(2) \quad \tau_1 \sin \theta_1 + \tau_3 \sin \theta_3 = \tau_2 \sin \theta_2,$$

$$(3) \quad (\tau_1 \cos \theta_1 + \tau_3 \cos \theta_3) \sin i = \tau_2 \cos \theta_2 \sin r.$$

Ce sont les équations du n° 21 dans lesquelles on a substitué θ_1 , θ_2 , θ_3 à la place de ω , α , β et $\frac{\tau_2}{\tau_1}$, $\frac{\tau_3}{\tau_1}$ au lieu de B et A.

Reste à évaluer les ordonnées z_1 et z_2 . La valeur de z_1 est proportionnelle à $\sin i \cos i$; mais z_2 est plus compliqué, car le point de contact de la surface de l'onde avec l'onde plane réfractée ne coïncide pas avec la trace de la normale à l'onde plane.

Soient CTT' (*fig. 7, Pl. II*) la surface de séparation des milieux, NTT' l'onde plane réfractée, C le point d'incidence, CR la normale à l'onde réfractée, CV le rayon réfracté, V le point de contact, VV' la vibration (d'après Mac Cullagh) de l'onde plane avec la surface d'onde, VCR = ϵ , NCR = r , on prend TC comme unité (pour obtenir RU

ou bien $z_1 = \sin i \cos i$, et la perpendiculaire cherchée z_2 ou VS a pour valeur

$$\sin r \cos r + \sin r \operatorname{tang} \epsilon \sin \theta_2 \sin r,$$

car l'angle NRV est le complément de θ_2 , ou bien

$$z_2 = \sin r \cos r (1 + \operatorname{tang} r \operatorname{tang} \epsilon \sin \theta_2).$$

Dès lors, l'équation des forces vives devient

$$(\tau_1^2 - \tau_3^2) \sin i \cos i = \tau_2^2 \sin r \cos r (1 + \operatorname{tang} \epsilon \operatorname{tang} r \sin \theta_2).$$

26. Cette équation du second degré, par rapport aux amplitudes, peut être remplacée par une équation linéaire.

En effet, multipliant membre à membre (1) et (3) après avoir fait passer les termes en τ_2 dans le second membre, il vient

$$(\tau_1^2 \cos^2 \theta_1 - \tau_3^2 \cos^2 \theta_3) \sin i \cos i = \tau_2 \cos^2 \theta_2 \sin r \cos r,$$

équation qui, retranchée de celle des forces vives, donne

$$\begin{aligned} & (\tau_1^2 \sin^2 \theta_1 - \tau_3^2 \sin^2 \theta_3) \sin i \cos i \\ & = \tau_2^2 \sin r \cos r (\sin^2 \theta_2 + \operatorname{tang} r \sin \epsilon \sin \theta_2); \end{aligned}$$

celle-ci, comparée à l'équation (2), conduit à l'équation linéaire cherchée; les équations fondamentales peuvent donc se mettre sous la forme du système suivant :

$$(\tau_1 \sin \theta_1 - \tau_3 \sin \theta_3) \sin i \cos i = \tau_2 \sin r \cos r (\sin \theta_2 + \operatorname{tang} r \operatorname{tang} \epsilon),$$

$$(\tau_1 \cos \theta_1 - \tau_3 \cos \theta_3) \cos i = \tau_2 \cos \theta_2 \cos r,$$

$$\tau_1 \sin \theta_1 + \tau_3 \sin \theta_3 = \tau_2 \sin \theta_2,$$

$$(\tau_1 \cos \theta_1 + \tau_3 \cos \theta_3) \sin i = \tau_2 \cos \theta_2 \sin r.$$

Au second rayon réfracté correspond un système analogue : on l'obtient sans calcul nouveau en accentuant r , θ_1 , θ_2 , θ_3 , τ_1 , τ_2 , τ_3 : le problème est donc résolu, car on peut calculer θ_1 , θ_1' les azimuts uniradiaux du rayon polarisé incident; θ_3 , θ_3' les azimuts uniradiaux du rayon polarisé réfléchi; $\frac{\tau_3}{\tau_1}$, $\frac{\tau_3'}{\tau_1'}$ les coefficients d'altération de l'amplitude réfléchie relativement à l'amplitude incidente : dès

lors un calcul simple, qui sera développé dans la deuxième Partie de ce Mémoire, donnera l'amplitude réfléchie en grandeur et en direction dans le cas général.

RECONSTITUTION D'UNE THÉORIE D'APRÈS LES PRINCIPES DE
FRESNEL POUR LE CAS GÉNÉRAL DE LA RÉFLEXION CRIS-
TALLINE.

27. On a vu que la marche suivie par Fresnel dans le cas des milieux isotropes supposait que le plan d'incidence était un plan de symétrie : le rétablissement d'une équation de continuité normale aurait permis seul d'établir les équations fondamentales de ce cas simple indépendamment de cette symétrie. Il n'est donc pas étonnant qu'on n'ait pas réussi à obtenir la solution du problème général de la réflexion cristalline, car dans ce cas le plan d'incidence cesse d'être un plan de symétrie, et le nombre d'équations de condition est insuffisant.

Maintenant que la discussion de la discontinuité normale a permis de rétablir une équation nouvelle, la question va se simplifier; mais la complication des éléments des ondes réfractées soulève des difficultés d'un autre ordre.

En effet, si l'on veut suivre les principes de Fresnel et accepter toutes ses conclusions, il faut admettre les résultats de sa théorie de la double réfraction : comment accommoder le principe de la continuité et celui des forces vives avec les conclusions suivantes ?

1° La direction du rayon lumineux réfracté extraordinairement est inclinée sur le plan de l'onde.

2° La vibration lumineuse est donnée en direction par la projection du rayon sur son plan d'onde.

3° La force élastique mise en jeu par cette oscillation n'est pas dans la direction du mouvement, elle est dans le plan projetant le rayon sur le plan d'onde et normale à ce rayon.

4° La vitesse de propagation normale de l'onde est proportionnelle à la racine carrée de la composante dans le plan d'onde de la force élastique.

5° La composante de la force élastique dans le plan d'onde est la seule qui produise une impression lumineuse : la composante normale à l'onde est étrangère aux phénomènes lumineux.

28. Le principe de continuité géométrique n'est plus évidemment applicable à la vibration réfractée. Ne doit-on pas en chercher une généralisation ?

Je pense qu'ici la généralisation la plus plausible consiste à appliquer la continuité, non pas aux amplitudes, mais aux forces élastiques qui produisent l'oscillation ; dans les milieux isotropes, parallèlement à la surface de séparation des milieux, composer géométriquement les amplitudes, c'était composer les vitesses, ou bien les quantités de mouvement, ou bien encore les forces ou accélérations, car toutes ces quantités étaient proportionnelles en grandeur et identiques en direction. Dans les milieux cristallisés où la force élastique n'est plus parallèle au mouvement, les vitesses et les accélérations ne peuvent plus être confondues ; donc, si l'on veut conserver des conditions relatives à la continuité, il est nécessaire de choisir entre ces deux éléments.

La transition insensible de l'éther du milieu extérieur à celui du milieu cristallisé me paraît parfaitement compatible avec l'idée de la continuité entre les forces élastiques du milieu extérieur et celles du milieu cristallisé, du moins en ce qui concerne leurs composantes parallèles à la surface de séparation.

29. Quant aux composantes normales à la surface de séparation des milieux que Fresnel avait considérées comme discontinues, le mode d'équivalence ne sera plus de même nature : la transmission du mouvement a de l'analogie avec

un choc et le principe des quantités de mouvement qui en a si bien rendu compte dans le cas des milieux isotropes doit fournir encore une généralisation naturelle du principe de continuité. Mais il y a encore une ambiguïté; la vibration lumineuse efficace est située dans le plan de l'onde, mais elle n'est l'effet que d'une seule des composantes de la force élastique, la composante parallèle au plan de l'onde : l'autre composante devrait produire une oscillation longitudinale. Fresnel admit que cette oscillation n'a aucun effet lumineux; mais au point de vue mécanique doit-on la négliger aussi dans l'évaluation de la quantité de mouvement? J'admettrai purement et simplement, comme Fresnel, qu'on doit négliger cette composante longitudinale des vibrations réfractées.

30. Il reste encore un point délicat : la formule de Newton déjà citée, $V = \sqrt{\frac{e}{d}}$, contient à la fois l'élasticité et la densité du milieu vibrant : c'est elle qu'on a invoquée pour calculer la densité de l'éther dans le cas des milieux isotropes; pourra-t-elle encore servir sans réserve dans le cas des milieux cristallisés? Fresnel avait admis que dans toutes les substances isotropes l'élasticité est la même, et que la diversité des vitesses de propagation est uniquement due à l'inégalité de la densité de l'éther dans ces milieux. Mais dans les cristaux la vitesse de propagation est différente dans les diverses directions, et c'est à l'élasticité variable qu'il attribua cette variété : cependant la densité doit être également variable dans tous les sens, c'est-à-dire qu'une droite ne doit pas rencontrer le même nombre de molécules dans toutes les directions, et c'est cette constitution de l'éther qui est vraisemblablement la cause de cette élasticité variable. Il y aurait donc à distinguer si, dans la formule de Newton, c'est la *densité moyenne* ou la *densité linéaire* ci-dessus définie qu'il faut considérer. L'élasticité

variable ayant joué un rôle exclusif dans la théorie de la double réfraction de Fresnel, il faudrait admettre que c'est la densité moyenne qui doit entrer dans la formule. Mais alors il y aura deux inconnues dans cette formule, la densité et l'élasticité, de sorte que la connaissance de la vitesse de propagation sera insuffisante pour déterminer la valeur relative de la densité, laquelle est nécessaire pour le calcul de l'équation des forces vives.

34. En présence de ces difficultés, il y a lieu de se demander si l'extension de la loi de Newton est bien légitime :

la formule $\nu = \sqrt{\frac{e}{d}}$ a été établie en partant de l'hypothèse de la compressibilité du milieu vibrant, tandis que l'éther lumineux vibrerait, suivant Fresnel, sans changement de densité. Dans le cas des milieux isotropes, on a supposé que l'élasticité est la même dans tous les milieux pour déduire de la loi de Newton le rapport inconnu des densités de l'éther ; mais on a fait deux hypothèses gratuites : il aurait mieux valu en admettre la conclusion finale, à savoir, que la densité de l'éther est proportionnelle au carré de l'indice de réfraction, plutôt que d'admettre sans démonstration suffisante d'abord la loi de Newton, puis l'égalité d'élasticité dans tous les milieux.

Si donc on se laisse guider par l'induction, on sera conduit à étendre cette conclusion aux milieux cristallisés ; on ne parlera pas de l'élasticité de l'éther. A la vérité, le célèbre Mémoire sur la double réfraction est fondé tout entier sur la considération de cette élasticité ; mais si l'on y regarde de plus près, on verra que les calculs et les raisonnements ne s'appliquent pas aux forces élastiques en particulier, mais à *toute cause* qui produirait une vitesse de propagation variable avec la direction du mouvement élémentaire. Je n'insiste pas sur ce point important auquel je réserve un Mémoire spécial, et je conclus sans autre

discussion à l'extension pure et simple aux milieux cristallisés de l'expression de la densité de l'éther dans les milieux isotropes.

32. En résumé, voici les principes auxquels je m'arrête pour l'établissement des équations fondamentales de la réflexion cristalline d'après les idées de Fresnel :

1° Il y a continuité entre les composantes des forces élastiques parallèles à la surface de séparation des milieux.

2° Il y a équivalence entre les quantités de mouvement des composantes lumineuses efficaces normalement à cette surface.

3° Il y a conservation des forces vives entre les amplitudes lumineuses efficaces.

4° La densité de l'éther est variable suivant la direction de l'oscillation et proportionnelle au carré de l'indice de réfraction de l'onde correspondante.

Calcul des équations fondamentales.

33. D'après la remarque de Mac Cullagh, il suffira d'établir séparément les équations des deux systèmes unira-diaux. Soient donc pour l'un de ses systèmes :

i , l'angle d'incidence ;

r , l'angle de réfraction de l'onde plane extraordinaire (*fig. 8, Pl. II*) ;

ε , l'angle du rayon extraordinaire avec sa normale d'onde ;

Θ_1 , l'azimut uniradial de la vibration incidente compté à partir du plan d'incidence ;

Θ_2 , l'azimut de la vibration réfractée ;

Θ_3 , l'azimut uniradial de la vibration réfléchie.

La *fig. 7, Pl. II*, montre la disposition des divers éléments du rayon réfracté : CR la normale à l'onde, CV rayon correspondant, NTT' plan de l'onde, RV vibration, RL force élastique (normale au rayon CV dans le plan RCV).

On calcule aisément les cosinus des angles que fait la force élastique avec la normale au plan d'incidence prise comme axe des y et la trace de ce plan sur la surface de séparation des milieux prise comme axe des x (*fig. 8, Pl. II*) :

$$\cos Lx = \cos LR \cos Rx + \sin LR \sin Rx \cos LRx$$

$$\begin{aligned} &= \cos \left(\frac{\pi}{2} + \varepsilon \right) \cos \left(\frac{\pi}{2} + r \right) \\ &\quad + \sin \left(\frac{\pi}{2} + \varepsilon \right) \sin \left(\frac{\pi}{2} + r \right) \cos \Theta_2 \\ &= \sin \varepsilon \sin r + \cos \varepsilon \cos r \cos \Theta_2, \end{aligned}$$

$$\cos Ly = \cos Vy \cdot \cos LV = \sin \Theta_2 \cos \varepsilon.$$

Le troisième cosinus à calculer est $\cos KZ$, c'est-à-dire le cosinus de la direction de la vibration avec l'axe des Z :

$$\cos VZ = \sin ZR \cos ZRV = \sin r \cos \Theta_2.$$

Par une simple substitution de lettres et en faisant $\varepsilon = 0$, on aura les cosinus qui se rapportent aux vibrations incidente et réfléchie, comme l'indique le tableau suivant.

VIBRATIONS.	X	Y	Z
T_1 incidente.	$\cos i \cos \Theta_1$	$\sin \Theta_1$	$\sin i \cos \Theta_1$
T_2 réfractée..	$\sin \varepsilon \sin r + \cos \varepsilon \cos r \cos \Theta_2$	$\cos \varepsilon \sin \Theta_2$	$\sin r \cos \Theta_2$
T_1 réfléchie..	$\cos i \cos \Theta_1$	$\sin \Theta_1$	$-\sin i \cos \Theta_1$

1° *Continuité des forces élastiques parallèlement à la surface de séparation.*

34. La force élastique incidente est proportionnelle à T_1 .

» réfléchie » T_2 .

» réfractée » $\frac{T_1}{\cos \varepsilon}$.

Il suffit d'écrire que la somme des projections de ces

forces sur l'axe des X et l'axe des Y est nulle :

$$T_1 \cos i \cos \Theta_1 - T_3 \cos i \cos \Theta_3 = \frac{T_2}{\cos \varepsilon} (\sin \varepsilon \sin r + \cos \varepsilon \cos r \cos \Theta_2),$$

$$T_1 \sin \Theta_1 + T_3 \sin \Theta_3 = \frac{T_2}{\cos \varepsilon} \cos \varepsilon \sin \Theta_2.$$

2° *Continuité ou équivalence des quantités de mouvement des vibrations efficaces normalement à la surface de séparation.*

La quantité de mouvement de la vibration incidente est proportionnelle à $T_1 D$.

La quantité de mouvement de la vibration réfléchie est proportionnelle à $T_3 D$.

La quantité de mouvement de la vibration réfractée est proportionnelle à $T_2 d$.

Écrivant que la somme des projections de ces quantités de mouvement sur l'axe des z est nulle, il vient

$$T_1 \sin i \cos \Theta_1 - T_3 \sin i \cos \Theta_3 = T_2 \sin r \cos \Theta_2 \frac{d}{D}.$$

3° *Équation des forces vives.*

Elle ne présente aucune difficulté. On a vu précédemment que les volumes des prismes d'éther de Fresnel sont proportionnels aux ordonnées abaissées des points de contact des ondes sur la surface de séparation des milieux; ces ordonnées sont respectivement :

$$\text{ondes incidente et réfléchie} = \sin i \cos i,$$

$$\text{onde réfractée} = \sin r \cos r + \sin r \tan \varepsilon \cos \Theta_2 \sin r,$$

d'où

$$(T_1^2 - T_3^2) \sin i \cos i = T_2^2 \sin r \cos r \frac{d}{D} (1 + \tan r \tan \varepsilon \cos \Theta_2).$$

Substituant à $\frac{d}{D}$ sa valeur $\frac{\sin^2 i}{\sin^2 r}$, il vient

$$(T_1 - T_3) \sin r \cos i = \sin i \cos r T_2^2 (1 + \tan r \tan \varepsilon \cos \Theta_2).$$

On peut, comme plus haut, remplacer l'équation des forces vives, qui est du second degré par rapport aux amplitudes, par une équation linéaire, combinaison des précédentes; on arrive ainsi au système

$$\begin{aligned}(T_1 \sin \Theta_1 - T_3 \sin \Theta_3) \sin r \cos i &= T_2 \sin \Theta_2 \cos r \sin i, \\ (T_1 \cos \Theta_1 + T_3 \cos \Theta_3) \sin r &= T_2 \cos \Theta_2 \sin i, \\ T_1 \sin \Theta_1 + T_3 \sin \Theta_3 &= T_2 \sin \Theta_2, \\ (T_1 \cos \Theta_1 - T_3 \cos \Theta_3) \cos i &= T_2 \cos r (\tan \varepsilon \tan r + \cos \Theta_2).\end{aligned}$$

On formerait immédiatement le second système uniaxial en accentuant les lettres r , ε , Θ_1 , Θ_2 , Θ_3 , T_1 , T_2 , T_3 .

Ces calculs seront développés dans la seconde Partie de ce Mémoire.

35. Si l'on compare ce système d'équations avec le système correspondant de la théorie de Mac Cullagh, on peut aisément se convaincre qu'il n'en diffère que par un changement de notations, comme dans le cas des milieux isotropes. En effet, substituant dans les équations précédentes

$$\begin{aligned}T_1 &= \tau_1, & \Theta_1 &= \theta_1 + \frac{\pi}{2}, \\ T_2 &= k\tau_2, & \Theta_2 &= \theta_2 + \frac{\pi}{2}, \\ T_3 &= -\tau_3, & \Theta_3 &= \theta_3 + \frac{\pi}{2},\end{aligned}$$

il vient

$$\begin{aligned}(\tau_1 \cos \theta_1 - \tau_3 \cos \theta_3) \sin r \cos i &= k\tau_2 \cos \theta_2 \cos r \sin i, \\ (\tau_1 \sin \theta_1 + \tau_3 \sin \theta_3) \sin r &= k\tau_2 \sin \theta_2 \sin r, \\ \tau_1 \cos \theta_1 + \tau_3 \cos \theta_3 &= k\tau_2 \cos \theta_2, \\ (\tau_1 \sin \theta_1 - \tau_3 \sin \theta_3) &= k\tau_2 \cos r (\tan \varepsilon \tan r + \sin \theta_2) = 0.\end{aligned}$$

Comparant ces équations avec le système précité, on trouve quatre fois comme conditions d'identité

$$k = \frac{\sin r}{\sin i} = \sqrt{\frac{d}{D}}.$$

36. Des calculs précédents il résulte que les deux théories qui conduisaient aux mêmes résultats dans le cas des milieux isotropes offrent le même genre d'identité définitive dans le cas le plus général des milieux cristallisés.

On doit donc rendre aux idées de Fresnel toute la confiance qu'elles avaient inspirée aux physiciens à l'époque où elles parurent : si des hypothèses contradictoires ont semblé jeter quelque doute sur leur fécondité en arrivant les premières à expliquer des phénomènes plus compliqués, elles perdent maintenant leur principal mérite puisque les idées primitives possèdent la même puissance.

Les principes de Fresnel ont d'ailleurs le privilège incontestable d'être tout à fait d'accord avec nos idées physiques sur l'explication de la polarisation totale, sur la constitution cristallographique des milieux uniaxes, sur l'aberration ; enfin, ils ont reçu une confirmation délicate par la belle expérience de M. Fizeau citée précédemment.

Il faut donc conclure que la densité de l'éther est différente dans les divers milieux, et que les vibrations d'un rayon polarisé rectilignement sont normales au plan de polarisation.

Aussi l'on serait tenté de dire que, depuis l'illustre Fresnel, la solution des questions fondamentales de l'optique a plutôt reculé qu'avancé, si la science ne gagnait pas toujours à la discussion consciencieuse d'hypothèses même peu admissibles.

DEUXIÈME PARTIE.

DÉVELOPPEMENTS GÉOMÉTRIQUES DES THÉORIES DE LA RÉFLEXION CRISTALLINE.

37. Les équations fondamentales établies dans la première Partie de ce Mémoire permettent de résoudre tous les problèmes relatifs à la réflexion cristalline. Comme on a

démontré l'identité, dans leur résultat définitif, de la théorie de Mac Cullagh et de celle de Fresnel, et que la probabilité physique est en faveur de cette dernière, il semble qu'on doive abandonner la première et effectuer les calculs ou les raisonnements en suivant les principes de la seconde.

Mais si l'une des théories a pour elle une grande valeur de principes, l'autre possède une simplicité géométrique qui ne prouve rien en faveur de ses hypothèses, mais qui, dans une foule de cas, facilite singulièrement les raisonnements et les calculs.

Il ne faut donc pas dédaigner de se familiariser à la fois avec les deux théories : l'une représente la certitude dans les principes fondamentaux, l'autre sert à exécuter les calculs; il suffit de *traduire* les notations pour passer de l'une à l'autre; l'usage simultané de ces deux théories rappelle l'emploi des logarithmes, qui simplifie les opérations arithmétiques sans contraindre pour cela à modifier le système de numération.

On évitera d'ailleurs toute confusion dans l'emploi simultané des deux théories, en adoptant des majuscules pour les calculs de la théorie de Fresnel, et des minuscules pour les calculs de l'autre; on conservera le nom de *vibrations* dans le premier cas, et on adoptera l'expression de *transversales*, employée par Mac Cullagh, dans le second. Les formules de transformation seront :

$$t_1 = T_1, \quad \theta_1 = \frac{\pi}{2} + \Theta_1,$$

$$t_2 = T_2, \quad \theta_2 = \frac{\pi}{2} + \Theta_2,$$

$$t_3 = -T_3, \quad \theta_3 = \frac{\pi}{2} + \Theta_3.$$

38. Dans les calculs exposés plus haut, les seules inconnues qui s'y trouvent sont des amplitudes et des azimuts, c'est-à-dire des intensités et des déviations de plans de polarisation; de là deux groupes de vérifications à pré-

senter à l'expérience et deux groupes de théorèmes à dégager de ces formules. Mais ce qui simplifie singulièrement l'étude de la réflexion cristalline, c'est qu'en réalité ces deux groupes de vérifications sont identiques; l'un se déduit immédiatement de l'autre, comme l'a remarqué depuis longtemps M. Neumann. En effet, le principe des forces vives peut être posé *à priori*, comme à peu près incontestable (dans le cas des milieux tout à fait transparents). Donc, en considérant d'abord les milieux isotropes, si l'on désigne par R^2 et R'^2 les forces vives du rayon réfléchi et du rayon réfracté, on a, en prenant pour unité l'intensité du rayon incident dans le cas du plan de polarisation parallèle au plan d'incidence,

$$1 = R^2 + R'^2,$$

et dans le cas où ce plan est perpendiculaire au plan d'incidence, R_1^2 et $R_1'^2$ étant les intensités de ces deux rayons.

$$1 = R_1^2 + R_1'^2.$$

En admettant comme vérifiées expérimentalement les lois de la rotation du plan de polarisation, on a

$$\frac{R_i}{R} = -\frac{\cos i + r}{\cos(i-r)}, \quad \frac{R_i'}{R_i} = \frac{1}{\cos(i-r)}.$$

Ces rapports expriment ceux des tangentes des angles du plan de polarisation avec le plan d'incidence.

De ces quatre équations il est facile de déduire R^2 et R'^2 , R_1^2 et $R_1'^2$, et l'on retrouve ainsi les valeurs de la théorie de Fresnel.

Donc la loi des intensités résulte du principe des forces vives et de la loi de la direction du plan de polarisation.

Cette démonstration s'étend immédiatement au cas uniaxial des milieux cristallisés; la seule vérification d'intensité consiste à mesurer les azimuts de polarisation uniaxiaux; mais ce n'est pas, à proprement parler, une mesure d'intensité, puisqu'on n'a qu'à constater l'extinction d'un rayon réfracté.

39. Ainsi donc, c'est sur l'étude des déviations du plan de polarisation que va désormais porter l'attention.

Mais avant d'entrer dans cette étude, il est utile de signaler et de combler une lacune dans les définitions relatives au rayon polarisé. Le rayon de lumière polarisée présente dans ses propriétés optiques deux plans de symétrie rectangulaires : or, l'un de ces plans, le *plan de polarisation*, porte seul un nom et, malheureusement, ce n'est pas celui qui donne aux énoncés leur plus grande simplicité. Pour abréger le discours et rétablir la symétrie, j'ai essayé de donner un nom à l'autre; mais ce n'était pas chose facile, car le nom de *plan de polarisation* est déjà assez long et dissonant pour ne souffrir l'adjonction d'aucun suffixe; d'un autre côté, il est bon que la dénomination rappelle sa rectangularité et possède une consonnance analogue. Faute d'avoir trouvé mieux, je me suis arrêté au nom de *plan de normalisation* qui, en fait, ne me paraît ni plus ni moins barbare que son frère aîné. Le mot *plan de normalisation* remplacera donc, dans ce qui va suivre, la périphrase suivante : *plan passant par un rayon et normal à son plan de polarisation*.

THÉORÈMES RELATIFS AUX MILIEUX ISOTROPES.

Loi de Fresnel sur la rotation des plans de polarisation par réflexion et réfraction.

40. La transversalité des vibrations exige qu'à chaque changement de direction d'un rayon son plan de polarisation varie; un rayon polarisé qui se réfléchit et se réfracte donne naissance à des rayons polarisés réfléchis et réfractés dont l'orientation vibratoire a été calculée par les théories précédentes. Dans le calcul de Fresnel, on a vu, n° 7, que si l'on désigne par ω , α , β les angles des vibrations incidente réfléchie et réfractée avec le plan d'incidence, on a

$$\operatorname{tang} \omega = \frac{a_1}{a} \operatorname{tang} \alpha = \frac{b_1}{b} \operatorname{tang} \beta.$$

Substituant les valeurs calculées de $a, a_1, b, b_1,$

$$\operatorname{tang} \omega = - \frac{\cos(i+r)}{\cos(i-r)} \operatorname{tang} \alpha = \frac{\operatorname{tang} \beta}{\cos(i-r)},$$

ou bien

$$\operatorname{tang} \omega \cos(i-r) = - \operatorname{tang} \alpha \cos(i+r) = \operatorname{tang} \beta,$$

ou encore, en appelant ω', α', β' les angles des plans de polarisation correspondant avec le plan d'incidence,

$$\frac{\operatorname{tang} \omega'}{\cos(i-r)} = - \frac{\operatorname{tang} \alpha'}{\cos(i+r)} = \frac{\operatorname{tang} \beta'}{1}.$$

C'est la loi de Fresnel, qu'on peut énoncer ainsi :

Les tangentes trigonométriques des angles que font les plans de polarisation des trois rayons avec le plan d'incidence sont respectivement proportionnelles aux cosinus que fait chacun des rayons avec le rayon réfracté.

41. *Remarque.* — Cette loi est plus générale qu'elle ne le paraît au premier abord; elle comprend aussi la loi de M. Stokes sur la *diffraction* de la lumière polarisée. La diffraction produit aussi une *brisure* dans le rayon incident, il n'est donc pas étonnant que le rayon diffracté suive la même loi. M. Stokes a démontré que, sous l'incidence normale, les *tangentes trigonométriques des angles que font le plan de vibration du rayon incident et du rayon diffracté avec le plan de diffraction sont respectivement proportionnelles aux cosinus que fait chacun des rayons avec le rayon diffracté.*

Cette expérience de la diffraction de lumière polarisée avait été proposée pour trancher l'ambiguïté relative à la direction de la vibration; mais il est facile de montrer que l'analyse sur laquelle cette loi se fonde est tout aussi discutable que les hypothèses qui ont présidé à l'étude de la réflexion et de la réfraction, et que la formule de Stokes,

$$\operatorname{tang} \delta = \frac{\operatorname{tang} \omega}{\cos \theta},$$

doit être généralisée et devenir

$$\text{tang } \delta = \frac{\cos(\theta - \zeta)}{\cos \zeta} \text{tang } \omega,$$

dans laquelle ζ est un angle indéterminé *à priori* qui peut, dans deux cas limites, prendre les valeurs $\zeta = \theta$, ce qui redonne la formule du géomètre anglais, et $\zeta = 0$, dont l'interprétation correspond à l'autre hypothèse sur la direction de la vibration dans le rayon polarisé.

La diffraction ne paraît donc pas, jusqu'à présent, apporter sur les questions fondamentales de l'optique plus de certitude que les phénomènes de réflexion et de réfraction.

THÉORÈME DE MAC CULLAGH.

42. *Les transversales des rayons incident, réfléchi et réfracté sont dans un même plan qui contient aussi le rayon réfracté.*

On démontrerait aisément ce théorème à l'aide des équations précédemment exposées, mais je préfère déduire la démonstration de la loi de Fresnel en transformant son énoncé de manière à le rendre indépendant de toute théorie. Il est évident, en effet, que la transversale de Mac Cullagh est la normale du plan de normalisation du rayon correspondant; d'où l'on conclut cet autre énoncé: *Les plans de normalisation des rayons incident, réfléchi et réfracté se coupent suivant une même droite perpendiculaire au rayon réfracté.*

On démontre aisément l'identité géométrique de cet énoncé avec celui de la loi de Fresnel sur la rotation des plans de polarisation des rayons réfléchi et réfracté.

La représentation sphérique des droites et des plans (fig. 9, Pl. II) est d'un grand secours dans la démonstration de ce théorème.

Soient :

C le point d'incidence, centre de la sphère auxiliaire;

Cz la normale à la surface réfléchissante PP';

ICF le plan d'incidence;

IC, FC, RC les rayons incident, réfléchi et réfracté;

MI $z = \omega$; MF $z = \alpha$; MR $z = \beta$;

CMQ la projection de la trace du plan normal au rayon réfracté RC.

Dans les triangles sphériques MIQ, MFQ, MRQ rectangles ayant leur angle droit Q et un côté MQ commun, on a

$$\begin{aligned}\text{tangMQ} &= \sin IQ \text{ tang} \omega = \sin FQ \text{ tang} \alpha = \sin RQ \text{ tang} \beta \\ &= \sin \left(\frac{\pi}{2} + i - r \right) \text{ tang} \omega = \sin \left[\frac{\pi}{2} - (i + r) \right] \text{ tang} \alpha \\ &= \sin \frac{\pi}{2} \text{ tang} \beta\end{aligned}$$

ou bien

$$\cos(i - r) \text{ tang} \omega = \cos(i + r) \text{ tang} \alpha = \text{tang} \beta,$$

expression qui devient identique à la formule de Fresnel (si l'on a égard au sens dans lequel est compté l'angle α dans la *fig. 9, Pl. II*), quand on y substitue $\omega' = \omega + \frac{\pi}{2}, \dots$

Donc cette expression définit bien la loi des plans de normalisation.

43. Le théorème précédent va fournir un premier exemple de l'utilité de la théorie modifiée de Mac Cullagh et Neumann; sans recourir aux formules, elle conduit immédiatement à la propriété que possèdent ces trois plans de se couper suivant une même droite. En effet, avec ces idées de continuité géométrique complète, le polygone des *transversales* doit être fermé; ce polygone se réduit, dans le cas des milieux isotropes, à un triangle qui est nécessairement plan; par suite, les trois plans dont ces transversales sont les normales passent par une même droite si ces trois plans passent par un même point: il est facile de voir que ces trois plans sont précisément les plans de normalisation.

Ces considérations, purement géométriques, ne sont

pas suffisantes pour aller plus avant, car on n'achève la question qu'en faisant appel au théorème des forces vives, lequel n'est pas aussi facile à traduire géométriquement; mais elles ont l'avantage d'attirer l'attention sur cette droite commune aux plans de normalisation et de présenter son mouvement comme l'élément caractéristique de leur déplacement simultané. Cet élément est d'une importance capitale en réflexion cristalline.

44. Cette normale au plan du triangle de Mac Cullagh, qui représente la droite commune aux trois plans de normalisation, jouit donc de la propriété d'être à la fois perpendiculaire :

1° Au rayon réfracté; 2°, 3° et 4° aux transversales incidente, réfléchie et réfractée.

De là on conclut qu'on peut cheminer du rayon incident au rayon réfléchi en passant par le rayon réfracté et les trois transversales, en marchant seulement par angles droits; il suffit, en effet, de suivre l'ordre suivant (fig. 10, Pl. II) : 1° rayon incident; 2° transversale incidente; 3° normale au triangle des transversales (laquelle peut être considérée comme une vibration réfractée auxiliaire, puisqu'elle est également perpendiculaire au rayon réfracté); 4° la transversale réfractée; 5° le rayon réfracté; 6° retour à la normale; 7° transversale réfléchie; 8° le rayon réfléchi.

On en déduirait encore, en admettant un instant que la transversale réfractée soit cette vibration auxiliaire qui lui est normale, l'énoncé suivant :

En passant du rayon incident aux rayons réfracté et réfléchi, les transversales tournent d'un angle droit à chaque changement de rayon.

Ou, si l'on veut, en supposant que le mouvement lumineux passe du milieu extérieur au milieu réfringent pour donner naissance au rayon réfracté, puis retourne au milieu extérieur en formant le rayon réfléchi :

La transversale tourne d'un angle droit à chaque changement de milieu.

Cette hypothèse, qui n'est justifiée, il est vrai, par aucune des théories précédentes, conduit évidemment à des conclusions exactes et peut être adoptée pour simplifier les calculs dans tous les cas où la réfraction a lieu *deux fois* dans le même milieu, par exemple dans le calcul de rotation des plans de polarisation des lames parallèles, des piles de glace et même des lames prismatiques.

Dans ce cas, ces deux énoncés sont encore exacts en substituant aux transversales les plans de polarisation ou de normalisation.

45. On a vu plus haut quelle liaison intime unit les intensités et les azimuts de polarisation : les propositions suivantes en offrent un nouvel exemple.

Si à partir du point d'incidence on porte en grandeur et en direction l'amplitude réfléchi ou réfractée, c'est-à-dire la racine carrée de l'intensité de ces rayons, l'intensité incidente étant constante, les lieux des extrémités de ces droites sont des ellipses situées dans leurs plans d'onde respectifs et dont les axes coïncident, l'un avec la trace du plan d'incidence, l'autre avec une normale à ce plan.

Les formules déjà données,

$$A^2 = \frac{I}{\left(\frac{\cos^2 \alpha}{a^2}\right) + \left(\frac{\sin^2 \alpha}{a_1^2}\right)}, \quad B^2 = \frac{I}{\left(\frac{\cos^2 \beta}{b^2}\right) + \left(\frac{\sin^2 \beta}{b_1^2}\right)},$$

démontrent immédiatement le théorème.

La vitesse angulaire de rotation du plan de polarisation des rayons réfléchi et réfracté est dans chaque position de ce plan inversement proportionnelle à l'intensité correspondante de ces rayons, l'intensité du rayon incident restant constante et la vitesse angulaire de rotation de son plan de polarisation étant uniforme.

On sait qu'on a pour définir les amplitudes réfléchie et réfractée des expressions de la forme

$$\begin{cases} a_1 \cos \omega = A \cos \alpha, \\ a \sin \omega = A \sin \alpha, \end{cases}$$

d'où

$$\frac{a}{a_1} \tan \omega = \tan \alpha;$$

différentiant par rapport au temps t ,

$$\frac{a}{a_1} \frac{d\omega}{dt} \frac{1}{\cos^2 \omega} = \frac{d\alpha}{dt} \frac{1}{\cos^2 \alpha};$$

substituant à $\frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \omega}$ sa valeur $\frac{a_1^2}{A^2}$, il vient la relation cherchée

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{aa_1}{A^2} \cdot \frac{d\omega}{dt}.$$

On voit de plus que le paramètre aa_1 représente la moyenne géométrique des intensités extrêmes.

Sous la forme $A^2 \frac{d\alpha}{dt} = a_1 a \cdot \frac{d\omega}{dt}$, l'expression montre que la *vitesse aréolaire du rayon vecteur de l'ellipse est constante*.

Ainsi le mouvement du plan de polarisation est d'autant plus lent que la lumière correspondante du rayon est plus intense, et inversement; par suite, que les maxima et minima de la vitesse angulaire du plan correspondent aux minima et maxima de l'intensité des rayons (1).

THÉORÈMES RELATIFS AUX MILIEUX CRISTALLISÉS.

46. Les théorèmes précédents peuvent s'étendre aux milieux cristallisés; mais la généralisation ne s'aperçoit pas immédiatement, elle exige quelques calculs préliminaires.

(1) Je suis porté à croire que cette propriété générale de la lumière pourrait être démontrée indépendamment de toute hypothèse particulière sur la forme du mouvement dans la lumière polarisée.

Dans toutes les propositions relatives aux mouvements des plans de polarisation, les rayons réfractés n'entreront plus, puisque leur polarisation est fixe, mais leur intensité y figurera explicitement ou implicitement.

LEMME. — *Les plans de polarisation du rayon incident et réfléchi ou leurs plans de normalisation forment deux faisceaux homographiques.*

Il suffit de prouver, en effet, que leurs angles avec le plan d'incidence sont liés par une relation de la forme

$$P \operatorname{tang} \omega . \operatorname{tang} \alpha + Q \operatorname{tang} \omega + R \operatorname{tang} \alpha + S = 0.$$

On pourrait aisément déduire cette proposition de la forme même des équations fondamentales; mais comme le calcul direct donnera des résultats utiles, on va développer ce calcul.

47. Le système d'équations fondamentales de Mac Culagh donne par un calcul très-simple :

$$\tau_1 \sin \theta_1 = \frac{\tau_2}{\sin 2i} [\sin(i+r) \cos(i-r) \sin \theta_2 + \sin^2 r \operatorname{tang} \epsilon],$$

$$\tau_1 \sin \theta_3 = \frac{\tau_2}{\sin 2i} [\sin(i-r) \cos(i+r) \sin \theta_2 - \sin^2 r \operatorname{tang} \epsilon],$$

$$\tau_1 \cos \theta_1 = \frac{\tau_2}{\sin 2i} \sin(i+r) \cos \theta_2,$$

$$\tau_1 \cos \theta_3 = \frac{\tau_2}{\sin 2i} \sin(i-r) \cos \theta_2,$$

d'où l'on déduit

$$\operatorname{tang} \theta_1 = \cos(i-r) \operatorname{tang} \theta_2 + \frac{\sin^2 r \operatorname{tang} \epsilon}{\sin(i+r)},$$

$$\operatorname{tang} \theta_3 = -\cos(i+r) \operatorname{tang} \theta_2 + \frac{\sin^2 r \operatorname{tang} \epsilon}{\sin(i-r)}.$$

Ces formules déterminent la position des vibrations incidente et réfléchie uniradiales; le second système correspondant à l'autre rayon réfracté s'écrirait immédiatement en accentuant toutes les lettres à l'exception de i .

Si l'on désigne maintenant par P_1 et P_3 les amplitudes totales des vibrations incidente et réfractée, on écrira que P_1 est la résultante de τ_1 et τ'_1 et P_3 de τ_3 et τ'_3 :

$$\frac{P_1}{\sin \tau_1 \tau'_1} = \frac{\tau_1}{\sin \tau'_1 P_1} = \frac{\tau'_1}{\sin P_1 \tau_1},$$

et l'équation analogue pour P_3 , ou, en désignant par Ω et A les angles de P_1 et P_3 avec le plan d'incidence,

$$\frac{P_1}{\sin(\theta'_1 - \theta_1)} = \frac{\tau_1}{\sin(\theta'_1 - \Omega)} = \frac{\tau'_1}{\sin(\Omega - \theta_1)},$$

d'où

$$\begin{cases} \tau_1 = P_1 \frac{\sin(\theta'_1 - \Omega)}{\sin(\theta'_1 - \theta_1)}, \\ \tau'_1 = P_1 \frac{\sin(\Omega - \theta_1)}{\sin(\theta'_1 - \theta_1)}, \end{cases} \quad \begin{cases} \tau_3 = P_3 \frac{\sin(\theta'_3 - A)}{\sin(\theta'_3 - \theta_3)}, \\ \tau'_3 = P_3 \frac{\sin(A - \theta_3)}{\sin(\theta'_3 - \theta_3)}. \end{cases}$$

Divisant membre à membre pour éliminer P_1 et P_3 , et substituant les valeurs déjà calculées de $\frac{\tau_1 \cos \theta_1}{\tau'_1 \cos \theta'_1}$ et $\frac{\tau_3 \cos \theta_3}{\tau'_3 \cos \theta'_3}$, il vient

$$\frac{\sin(i + r') \tan \theta'_1 - \tan \Omega}{\sin(i + r) \tan \Omega - \tan \theta_1} = \frac{\sin(i - r') \tan \theta'_3 - \tan A}{\sin(i - r) \tan A - \tan \theta_3},$$

expression qui se réduit aisément à la condition d'homographie annoncée.

48. Cette équation, qui donne la généralisation de la loi de Fresnel, définit complètement la loi de rotation des plans de polarisation incident et réfléchi, et permet de calculer toutes les particularités relatives à ces phénomènes.

La loi d'homographie permet de se représenter aisément les positions simultanées de ces plans, car on en déduit :

La droite commune aux plans de polarisation ou aux plans de normalisation des rayons incident et réfléchi, dans leurs positions correspondantes, décrit un cône du second degré.

L'équation précédente détermine complètement ces deux

cônes; on voit bien immédiatement que les rayons incident et réfléchi eux-mêmes, axes des faisceaux, sont sur les deux surfaces; mais les trois autres conditions déterminantes auraient été bien difficiles à dégager des formules sans le secours de la théorie de Mac Cullagh, comme on va le voir.

Il suffit d'ailleurs de déterminer l'un des deux cônes; l'autre s'en déduira aisément, puisque les *plans vecteurs* de l'un sont respectivement normaux aux *plans vecteurs* de l'autre. Or l'énoncé le plus simple s'applique, ainsi qu'on l'a dit plus haut, aux cônes des plans de normalisation: c'est celui qu'on va étudier.

49. Dans les milieux cristallisés quelconques, la droite commune aux plans de normalisation des rayons incident et réfléchi décrit un cône de second degré.

Ce cône passe par les deux rayons et par les positions de la normale au polygone des transversales de Mac Cullagh dans les trois cas où ce polygone devient plan.

Raisonnant dans les idées de Mac Cullagh, on voit que, comme un rayon incident donne naissance à deux rayons réfractés et à un rayon réfléchi, le polygone des *transversales* est un quadrilatère, lequel, en général, sera gauche. Mais, suivant les propriétés bien connues de la surface de l'onde, les transversales réfractées ne sont point mobiles comme celle des milieux isotropes quand varie la polarisation incidente; leur direction reste fixe, mais leur amplitude est variable, de sorte que le quadrilatère possède deux côtés fixes en direction.

Dès lors il est facile de comprendre qu'il y aura trois cas où le polygone sera plan :

1°-2° Les cas où l'une des transversales réfractées s'éteindra, car alors le polygone se réduit à un triangle; 3° les cas où la transversale incidente sera située dans le plan des transversales réfractées.

Dans ce quadrilatère les deux côtés variables en direction sont les transversales des rayons incident et réfléchi; les plans dont ces côtés sont les normales sont les plans de normalisation de ce rayon; la normale au plan des deux transversales est la droite d'intersection qui décrit le cône précité. On voit que cette normale, qui, d'après le calcul précédent, décrit un cône du second degré, peut coïncider successivement avec les trois positions de la normale au polygone des transversales où ce polygone devient plan.

Cette démonstration est une preuve de l'utilité que conservent les idées de Mac Cullagh et Neumann dans les questions de la réflexion cristalline; il est à peine utile de faire remarquer encore une fois que cette simplicité géométrique ne présume rien sur la valeur de leurs principes physiques, et que cette théorie ne sert ici que comme une méthode de transformation analogue à celles dont on se sert dans la géométrie moderne.

50. La connaissance des cinq droites permettrait de retrouver, par un simple calcul de géométrie analytique, l'équation d'homographie déduite des équations fondamentales. Trois de ces droites sont connues, à savoir : les rayons incident et réfléchi, et la normale aux transversales réfractées; les deux autres, moins simples, ont été déterminées par Mac Cullagh : ce sont les normales aux deux *plans uniradiaux*.

Il est inutile d'insister sur ce calcul, mais le *plan uniradial* mérite d'arrêter l'attention.

On a vu que dans le cas des milieux isotropes le plan des transversales contenait aussi le rayon réfracté; on a vu que les cas particuliers uniradiaux des milieux biréfringents avaient beaucoup d'analogie avec le cas général des milieux isotropes; ils ne s'en distinguent, dans les équations fondamentales, que par un seul coefficient dans l'équation des forces vives, à savoir, l'ordonnée du point de contact avec la surface d'onde de l'onde plane réfractée, ordonnée qui

diffère de l'ordonnée du pied de la normale à l'onde comme dans les milieux isotropes. Il en résulte que le plan des transversales, dans les cas uniradiaux, ne contient plus la normale au plan d'onde réfractée qui formait le rayon réfracté dans le premier cas; il ne contient pas non plus, comme on va le voir, le rayon, le rayon réfracté proprement dit, mais il est normal au plan de ces directions comme contenant la transversale réfractée. Mac Cullagh a démontré que l'angle φ du plan uniradial avec la normale à l'onde plane du rayon réfracté qui subsiste est donné par la formule très-simple

$$\operatorname{tang} \varphi = \operatorname{tang} \varepsilon \cdot \frac{\sin^2 r}{\sin^2 i - \sin^2 r},$$

angle en général très-petit comme ε , mais compté en sens inverse de cet angle.

51. On démontre aisément cette formule en remarquant que les trois plans dont les trois transversales uniradiales sont les normales se coupent suivant une même droite qui n'est autre que la normale au plan uniradial. Ces trois plans sont les plans de normalisation des trois rayons.

Il s'agit de déterminer l'angle que forme le plan uniradial avec la normale à l'onde réfractée ou bien l'angle des deux normales à ces plans. Or cette normale est à la fois l'intersection du plan mené par la normale à l'onde réfractée et son rayon avec les plans de normalisation des rayons incident et réfléchi. Les angles que font ces plans avec le plan d'incidence sont justement les angles $\frac{\pi}{2} + \theta_1, \frac{\pi}{2} + \theta_2, \frac{\pi}{2} + \theta_3$ déjà calculés. La formule des quatre éléments de trigonométrie sphérique appliquée aux plans de normalisation incident et réfracté donnera (*fig. 11, Pl. II*)

$$\begin{aligned} \cot a \sin b &= \cot A \sin C + \cos b \cos C \\ \cot a \sin(i - r) &= \operatorname{tang} \theta_1 \cos \theta_2 - \cos i - r \sin \theta_2 \\ &= \cos(i - r) \sin \theta_2 + \frac{\sin^2 r \operatorname{tang} \varepsilon}{\sin(i + r)} - \cos(i - r) \sin \theta_2, \end{aligned}$$

d'où

$$\cot \alpha = \operatorname{tang} \epsilon \cdot \left(\frac{\sin^2 r}{\sin^2 i - \sin^2 r} \right).$$

Une valeur toute semblable correspond au plan uniradial de l'autre rayon, en sorte que le cône se trouve analytiquement défini.

Cas où l'indice du milieu extérieur varie de manière toutefois que les rayons réfractés restent les mêmes.

§2. Les mêmes rayons réfractés peuvent correspondre à une infinité de rayons incidents et réfléchis, tous compris dans le même plan d'incidence, si l'on change l'indice du milieu extérieur au cristal de telle sorte que le rapport $\frac{\sin i}{n}$ reste constant. Si pour chaque incidence on construit le cône précité, on arrive à cette proposition d'une simplicité inattendue :

Tous ces cônes passent par quatre droites fixes.

On aperçoit immédiatement une de ces droites : c'est la normale au plan des transversales réfractées, lequel reste fixe puisque les rayons réfractés restent les mêmes.

Si le cristal est à un seul axe optique, le plan *uniradial ordinaire* est indépendant de l'incidence puisque l'angle ϵ est nul ($\varphi = 0$) ; sa normale reste également fixe : dans ce cas particulier c'est une seconde droite fixe du théorème précédent.

Pour rechercher les variations de forme du cône dans le cas général, il suffirait de calculer son équation d'après la méthode indiquée précédemment et de chercher son enveloppe en prenant l'incidence i comme paramètre variable ; on verrait que cette enveloppe se réduit à quatre droites. Ainsi traité, le problème conduit à des calculs assez laborieux. Mais on peut, en s'appuyant seulement sur la forme des expressions de $\operatorname{tang} \varphi$ et $\operatorname{tang} \varphi'$, son analogue, démontrer la proposition énoncée.

En effet, on peut écrire

$$\begin{aligned}\operatorname{tang} \varphi &= \operatorname{tang} \varepsilon \cdot \frac{(\sin^2 i + \cos^2 i) \sin^2 r}{\sin^2 i - \sin^2 r (\sin^2 i + \cos^2 i)}, \\ &= \frac{\operatorname{tang}^2 r (1 + \operatorname{tang}^2 i)}{\operatorname{tang}^2 i - \operatorname{tang}^2 r} \operatorname{tang} \varepsilon,\end{aligned}$$

expression qui se réduit aisément à la forme

$$\operatorname{tang} \varphi \cdot \operatorname{tang}^2 i + M \operatorname{tang} \varphi + N \operatorname{tang}^2 i + P = 0.$$

On reconnaît que $N = P$, mais ce qui va suivre s'applique même au cas général où les trois coefficients seraient distincts.

53. Qu'on imagine un cône du second degré assujetti à passer par quatre droites fixes et coupant un plan fixe mené par l'une de ces droites; à *chaque* position du cône, à qui il reste une condition de variabilité, ne correspondra qu'*une* position de la droite d'intersection avec le plan, et réciproquement. Donc, si l'on désigne par ψ l'angle de cette droite avec la génératrice fixe contenue dans ce même plan, on aura entre $\operatorname{tang} \psi$ et le paramètre λ , caractéristique de la position du cône, une relation d'homographie, c'est-à-dire une relation de forme

$$A \operatorname{tang} \psi \cdot \lambda + B \operatorname{tang} \psi + C \lambda + D = 0.$$

Or, comme paramètre caractéristique du cône, on peut prendre un élément géométrique quelconque lié par la condition de n'avoir qu'*une* valeur pour *chaque* position du cône, et réciproquement. On va choisir un élément qu'on puisse identifier avec l'*incidence*.

On sait que quand une conique passe par quatre points, le diamètre conjugué d'une direction quelconque passe par un point fixe. Si l'on mène par ce point fixe une parallèle à la direction donnée, la conique variable coupera cette corde en deux points symétriquement placés par rapport à ce point; on pourra prendre pour paramètre caractéristique le carré de la demi-longueur de la corde.

Cette propriété n'a pas besoin de démonstration nouvelle pour s'appliquer au cône dans l'espace; il suffit de prendre un point quelconque pour sommet et la conique précédente pour base; ainsi le paramètre caractéristique sera le même.

54. Maintenant l'identification est facile.

Le sommet du cône sera pris sur la perpendiculaire élevée sur le plan de la conique au milieu de la corde considérée (*fig. 12, Pl. II*); la demi-longueur de corde sera proportionnelle à $\pm \tan i$, en appelant $\pm i$ l'angle que font les génératrices GG' menées aux extrémités de la corde avec la ligne qui joint le sommet à son milieu. On aura donc pour la valeur de l'angle ψ qui fait la trace du cône sur le plan précité

$$A \tan \psi \tan^2 i + B \tan \psi + C \tan^2 i + D = 0.$$

Ce plan passait par une génératrice fixe du cône; qu'on mène un autre plan par la même génératrice, et l'on aura pour l'intersection avec ce second plan

$$A' \tan \psi' \tan^2 i + B' \tan \psi' + C' \tan^2 i + D' = 0.$$

Ces relations ne changeraient pas de forme si, au lieu de compter l'origine des angles ψ, ψ' à partir de la génératrice fixe, on la comptait par rapport à toute autre droite menée dans leurs plans respectifs.

Si on identifie maintenant la normale au point d'incidence, les rayons incident et réfléchi avec les trois droites qui font entre elles les angles $\pm i$, la génératrice fixe par laquelle on a mené deux plans avec la normale au plan des transversales, enfin les deux plans eux-mêmes, avec les plans que décrivent les normales aux deux cas uniradiaux, on conclura, de l'identité des relations homographiques, que le cône de normalisation doit passer par trois autres droites fixes.

Les six coefficients des deux relations d'homographie permettent de calculer les six coefficients nécessaires à la détermination de ces trois droites.

55. Ce théorème va conduire à des conséquences très-importantes en s'appuyant sur la remarque qui suit :

Dans le cas de polarisation complète du rayon réfléchi, le cône de normalisation se réduit à un système de deux plans passant respectivement, l'un par le rayon incident, l'autre par le rayon réfléchi.

Cette proposition est évidente, car c'est le seul cas possible où le plan de polarisation du rayon réfléchi conserve une direction fixe quand l'azimut de polarisation incidente varie d'une manière quelconque; c'est, en effet, là la condition nécessaire pour que la lumière naturelle, qu'on peut considérer comme polarisée dans tous les azimuts, se réfléchisse polarisée dans un plan unique.

Ceci admis, on déduit des propositions précédentes :

Dans la série des incidences qui correspondent au même système de rayons réfractés, il y a, en général, trois valeurs donnant lieu aux phénomènes de polarisation complète.

En effet, quand une conique (fig. 13, Pl. II), passant par quatre points, se déforme d'une manière continue, on sait qu'elle se réduit trois fois à un système de deux droites; ces trois systèmes distincts constituent les six droites qui joignent deux à deux les quatre points fixes.

La généralisation pour le cône est immédiate.

56. Un exemple fera ressortir l'importance de ce théorème.

Étant donnée une surface cristallisée dans le cas le plus général, un azimut de réflexion quelconque, si l'on choisit une incidence qui soit, dans l'air, un peu plus grande que l'incidence de polarisation complète et qu'on augmente progressivement l'indice de réfraction du milieu extérieur en prenant d'autres gaz, des vapeurs, puis des liquides de plus en plus réfringents, on rencontre successivement trois incidences de polarisation complète en ayant soin de faire

varier l'incidence en même temps que l'indice du milieu suivant la loi $\frac{\sin i}{n} = \text{const.}$, de manière à conserver les mêmes rayons réfractés.

57. La démonstration précédente permet d'arriver assez simplement à l'existence des quatre génératrices fixes; mais, fondée sur la forme seulement des relations, elle ne les définit pas par une construction géométrique. Les théorèmes suivants conduisent à ce résultat; ils font, en outre, connaître d'autres propriétés dignes de remarque relatives à l'axe uniradial.

On a vu que dans chacun des systèmes uniradiaux l'axe uniradial ou normal aux plans des trois transversales était variable avec l'incidence, d'après la formule de Mac Cullagh

$$\cot a = \tan g \frac{\sin^2 r}{\sin^2 i - \sin^2 r}.$$

Une construction géométrique assez simple permet de l'obtenir: pour cela, il suffit de mener par le rayon réfléchi, ou le rayon incident, un plan tangent à un certain cône auxiliaire qu'on va définir. Ce plan coupe le plan où se meut cet axe (plan mené par la normale d'onde et le rayon) suivant la position correspondant au rayon incident ou réfléchi.

58. *Les plans menés par un axe uniradial et les rayons incident et réfléchi enveloppent un même cône du second degré quand varient à la fois l'incidence et le milieu extérieur de manière à conserver les mêmes rayons réfractés.*

La démonstration en est très-simple: il suffit de considérer la trace de ces plans et de ces droites sur un plan parallèle au plan d'onde réfractée; on trouve pour enveloppe une conique qui définit les conditions suivantes:

Le cône est tangent au plan d'incidence suivant une droite symétrique de la normale d'onde par rapport à la normale à la surface réfléchissante.

Il possède deux génératrices dans le plan mené par la normale d'onde et le rayon : leurs plans tangents correspondent à $i = 0$ et $i = 90$ degrés.

On obtient un cône tout semblable pour le second système uniradial. Ces cônes, une fois tracés, permettent de déterminer les deux axes uniradiaux correspondants à une incidence donnée à l'aide de plans tangents menés par le rayon incident aux deux cônes auxiliaires : le cône de normalisation peut donc être construit géométriquement.

59. Il est facile, maintenant, d'apercevoir les cas où le cône de normalisation se réduira à des systèmes de plans : ce sera quand le plan tangent à l'un des cônes auxiliaires sera aussi tangent à l'autre ; car alors on aurait trois génératrices d'un cône du second degré dans un même plan, ce qui est absurde, à moins que le cône ne se réduise à deux plans : l'un le plan tangent commun, l'autre qui passe par les deux autres génératrices. Or, on peut mener quatre plans tangents communs aux deux cônes ; ce nombre se réduit à trois, car le plan d'incidence forme le quatrième. *Donc, les trois systèmes de deux plans auxquels se réduit le cône de normalisation sont déterminés par les trois plans tangents communs aux deux cônes auxiliaires, distincts du plan d'incidence.*

60. Dans le cas particulier des cristaux uniaxes, on n'a plus qu'un seul axe uniradial mobile, celui qui correspond à l'extinction du rayon ordinaire ; l'autre est fixe et s'obtient aisément ; il est perpendiculaire à la fois à la transversale et au rayon ordinaire, lequel se confond ici avec sa normale d'onde ; autrement dit, le plan uniradial passe par le rayon réfracté comme dans les milieux isotropes.

Que devient alors le cône auxiliaire correspondant ? Il est infiniment aplati, c'est-à-dire il se réduit à deux génératrices : l'une dans le plan d'incidence, symétrique de la normale d'onde ordinaire ; l'autre, qui est l'axe uniradial

fixe, en sorte que les plans tangents qu'on lui mène passent tous par l'axe uniradial, car l'autre génératrice ne donne pas autre chose que le plan d'incidence.

Ainsi, dans le cas des milieux à un axe optique, l'un des deux cônes auxiliaires se réduit à ses deux *génératrices-sommets*.

61. Ces propriétés des cônes auxiliaires permettent d'interpréter géométriquement une propriété très-importante de la surface de l'onde, découverte par Mac Cullagh. C'est la relation qui existe entre les six paramètres θ , r , ε , θ' , r' , ε' des deux rayons réfractés; l'éminent géomètre l'a obtenue par une méthode très-ingénieuse que nous allons rapporter, car elle complète en même temps les considérations développées précédemment.

« Il paraît très-évident (1) que, si une transversale incidente est décomposée sur deux directions quelconques, les transversales réfractée et réfléchie déduites directement de cette transversale incidente seront les résultantes de celles qui se déduiraient des composantes traitées chacune séparément : supposer qu'il en pût être autrement, ce serait faire violence à nos idées sur la physique. Néanmoins il est nécessaire de prouver que ce principe n'est pas contraire à la loi des forces vives, car, bien que la force vive puisse être conservée pour chaque couple de composantes, comme cela a lieu, par exemple, quand elles sont uniradiales, nous ne pouvons cependant en conclure qu'elle sera nécessairement conservée par leurs résultantes. Là se trouve une preuve de la vérité de notre théorie : car nous sommes parvenus à démontrer que la loi des forces vives n'est pas enfreinte par l'adoption du principe en question. Quelles que puissent être les deux directions sur lesquelles la transversale incidente est décomposée, comme les transversales réfléchie et réfractée qui appartiennent à chaque compo-

(1) *Journal de Mathématiques pures et appliquées*, t. VII, p. 240.

sante peuvent être obtenues à l'aide d'une décomposition sur les directions uniradiales, il suffit de considérer le cas de cette dernière décomposition.

» La transversale incidente étant désignée par T_1 , soit T_2 la transversale réfléchie déterminée par la règle connue, soient τ_1, τ'_1 les composantes uniradiales de la première, τ_2, τ'_2 celles de la seconde. Alors on aura

$$\begin{aligned} T_1^2 &= \tau_1^2 + \tau'_1{}^2 + 2\tau_1\tau'_1 \cos(\theta_1 - \theta'_1), \\ T_2^2 &= \tau_2^2 + \tau'_2{}^2 + 2\tau_2\tau'_2 \cos(\theta_2 - \theta'_2), \end{aligned}$$

où $\theta_1, \theta'_1, \theta_2, \theta'_2$ ont les mêmes significations que précédemment.

» La force vive d'un rayon réfracté est $m_1(\tau_1^2 - \tau'_1{}^2)$ et celle de l'autre $m_2(\tau_2^2 - \tau'_2{}^2)$; la force vive des deux rayons réfractés est donc

$$m_1(\tau_1^2 + \tau'_1{}^2 - \tau_2^2 - \tau'_2{}^2),$$

quantité qui doit être égale à $m_1(T_1^2 - T_2^2)$, c'est-à-dire que l'on doit avoir

$$\tau_1\tau'_1 \cos(\theta_1 - \theta'_1) = \tau_2\tau'_2 \cos(\theta_2 - \theta'_2),$$

ou, à l'aide des expressions données pour τ_1, τ_2 , et de leurs semblables pour τ'_1, τ'_2 ,

$$\begin{aligned} \sin(i+r)\sin(i+r')(1 + \tan\theta_1 \tan\theta'_1) \\ = \sin(i-r)\sin(i-r')(1 + \tan\theta_2 \tan\theta'_2), \end{aligned}$$

et enfin, par substitutions des valeurs de $\theta_1, \theta'_1, \theta_2, \theta'_2$ en fonctions de θ_2, θ'_2 ,

$$\sin(r+r')[\cos(r-r') + \cot\theta_2 \cot\theta'_2] + h + h' = 0,$$

en posant

$$h = \frac{\sin^2 r \tan \epsilon}{\sin \theta_2}, \quad h' = \frac{\sin^2 r' \tan \epsilon'}{\sin \theta'_2};$$

on peut observer que l'angle d'incidence a disparu de cette équation.

» Donc, si les lois que nous avons obtenues sont réellement celles de la réflexion cristalline, cette dernière équation

tion doit être satisfaite à l'aide des relations déduites des lois de la propagation ; ou mieux, cette équation doit exprimer une propriété de la surface des ondes d'un cristal, quoiqu'il puisse paraître étrange que cette propriété puisse dériver des lois de la réflexion, lois qui paraîtraient au premier abord n'avoir aucun rapport avec la forme de la surface des ondes. Or, nous avons trouvé que cette équation exprime une propriété rigoureusement vraie de la surface des ondes d'un cristal à deux axes découverte par Fresnel ; fait très-curieux, qui prouve, non-seulement que les lois de la réflexion et celles de la réfraction sont parfaitement adaptées l'une à l'autre, mais aussi que les deux espèces de lois ont leur source commune dans d'autres lois plus intimes et non encore découvertes. »

62. Il n'est pas besoin d'insister longuement pour combattre l'assertion de Mac Cullagh : « Là se trouve une preuve de la vérité de notre théorie ; » puisque les principes de Fresnel conduisent aux mêmes équations fondamentales, il suffirait de mettre des lettres majuscules à la place des minuscules, en ayant égard aux formules de transformation indiquées ci-dessus, pour déduire la même relation des principes de Fresnel qui à son tour serait en droit de dire : « Là se trouve une preuve de la vérité de notre théorie. » En fait, si ce calcul ne prouve pas la vérité des idées de Mac Cullagh, il montre clairement la sagacité du géomètre anglais.

Cette relation entre les six constantes des rayons réfractés se traduit par une construction géométrique assez simple en faisant usage des cônes auxiliaires.

Cas des milieux uniaxes.

63. On sait que la surface d'onde dans ce cas est de révolution : ses deux nappes sont une sphère et un ellipsoïde tangents sur l'axe de révolution, en sorte que la méridienne,

en prenant l'axe de révolution pour axe des x , se compose d'un cercle

$$x^2 + y^2 = a^2,$$

et d'une ellipse

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

Soit MQ une tangente quelconque (*fig. 14, Pl. II*) qui sera la trace d'un plan tangent quelconque à la nappe ellipsoïde; soit Q le pied de la perpendiculaire abaissée du centre O sur cette tangente et M le point de contact : $QOX = \alpha$, $MCX = \beta$, $QOM = \epsilon$.

On a évidemment

$$\tan \beta = \frac{b^2}{a^2} \tan \alpha,$$

d'où

$$\tan (\alpha - \beta) = \frac{\sin \alpha \cos \alpha (a^2 - b^2)}{a^2 \cos^2 \alpha + b^2 \sin^2 \alpha};$$

mais

$$\overline{OQ}^2 = a^2 \cos^2 \alpha + b^2 \sin^2 \alpha,$$

et OQ est la longueur de la normale d'onde extraordinaire, c'est-à-dire l'inverse de l'indice de réfraction de cette onde

$$OQ = \frac{\sin r}{\sin i}.$$

D'un autre côté, a est l'inverse de l'indice de réfraction ordinaire

$$a = \frac{\sin r'}{\sin i};$$

substituant, il vient

$$\tan (\alpha - \beta) = \tan \epsilon = \cot \alpha \cdot \frac{\sin^2 r' - \sin^2 r}{\sin^2 r},$$

d'où

$$\cot \alpha = \tan \epsilon \cdot \frac{\sin^2 r'}{\sin (r' - r) \sin (r' + r)}.$$

64. D'un autre côté, on peut calculer α , c'est-à-dire l'angle que forme la normale de l'onde extraordinaire avec

l'axe optique, en remarquant que les plans θ_2 , θ'_2 définis plus haut ont une relation très-simple avec l'axe.

Le plan θ'_2 passe par la normale à l'onde ordinaire et contient la transversale ordinaire; par suite, il passe par l'axe optique, puisque dans la théorie de Mac Cullagh la vibration ordinaire est dans la section principale. Le plan $\frac{\pi}{2} + \theta_2$ passe par la normale à l'onde extraordinaire et contient également l'axe optique : l'intersection donne l'axe optique.

Appliquant la formule connue

$$\cot a \sin b = \cot A \sin C + \cos b \cos c,$$

on calculera α ,

$$\cot \alpha \sin(r' - r) = \cot \theta'_2 \sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta_2\right) - \cos(r' - r) \cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta_2\right),$$

$$\cot \alpha \sin(r' - r) = \cot \theta'_2 \cos \theta_2 + \cos(r' - r) \sin \theta_2;$$

substituant la valeur de α déduite de la surface d'onde,

$$-\frac{\tan \varepsilon \cdot \sin^2 r}{\sin \theta_2 \sin(r' + r)} = \cot \theta'_2 \cot \theta_2 + \cos(r - r'),$$

ou bien

$$[\cot \theta'_2 \cot \theta_2 + \cos(r - r')] \sin(r + r') + h = 0,$$

formule qui coïncide avec la relation de Mac Cullagh.

La valeur de

$$\cot \alpha = \tan \varepsilon \frac{\sin^2 r}{\sin^2 r' - \sin^2 r},$$

rapprochée de (n° 37)

$$\cot \alpha = \tan \varepsilon \frac{\sin^2 r}{\sin^2 i - \sin^2 r},$$

on voit que si $i' = r'$, alors $\varphi = \alpha$, d'où l'on conclut :

L'axe uniradial extraordinaire coïncide avec l'axe optique quand le milieu extérieur possède un indice égal à l'indice ordinaire.

Si l'on se reporte à la construction de l'axe uniradial

à l'aide du cône auxiliaire, on en conclura la condition que doit remplir ce cône par rapport au rayon ordinaire :

Le plan uniradial ordinaire est assujéti à être tangent au cône auxiliaire : de plus, son intersection avec le plan normal au plan uniradial extraordinaire donne l'axe optique.

65. Le cas général se traite exactement de la même manière, seulement les calculs sont assez laborieux : on retrouve de même la relation de Mac Cullagh et une interprétation géométrique analogue.

66. J'avais eu d'abord l'intention de traiter complètement la détermination des constantes optiques d'après une méthode entièrement géométrique et même graphique : le cadre de ce Mémoire, déjà trop étendu, m'oblige à supprimer ce chapitre. Les considérations précédentes montrent que le problème est complètement résolu ; je compte développer ces solutions dans un travail ultérieur.

67. On a démontré plus haut que la relation qui liait les azimuts de polarisation des rayons incident et réfléchi est de la forme

$$A \operatorname{tang} \omega \operatorname{tang} \alpha + B \operatorname{tang} \omega + C \operatorname{tang} \alpha + D = 0 ;$$

on peut la mettre sous une forme très-utile.

En effet, posons

$$\omega = \omega' + \zeta \quad \text{et} \quad \alpha = \alpha' + \xi,$$

il vient, en supprimant le symbole tang pour abrégé l'écriture,

$$A \frac{\omega' + \zeta}{1 - \omega' \zeta} \cdot \frac{\alpha' + \xi}{1 - \alpha' \xi} + B \frac{\omega' + \zeta}{1 - \zeta \omega'} + C \frac{\alpha' + \xi}{1 - \alpha' \xi} + D = 0.$$

Développant et ordonnant, on aura

$$\begin{aligned} & \omega' \alpha' (A - B\xi - C\zeta + D\xi\zeta) + \omega' (A\xi + B - C\xi\zeta - D\xi) \\ & + \alpha' (A\zeta - B\xi\zeta + C - D\xi) + A\xi\zeta + B\zeta + C\xi + D = 0. \end{aligned}$$

Ces coefficients sont fort remarquables. En effet, désignant par $F(\omega, \alpha)$ la fonction homographique proposée, on écrira l'équation transformée

$$\begin{aligned} \omega' \alpha' F\left(\zeta + \frac{\pi}{2}, \xi + \frac{\pi}{2}\right) + \omega' F\left(\zeta + \frac{\pi}{2}, \xi\right) \\ + \alpha' F\left(\zeta, \xi + \frac{\pi}{2}\right) + F(\zeta, \xi) = 0. \end{aligned}$$

On peut disposer des valeurs des deux constantes pour simplifier cette relation; par exemple, pour annuler les coefficients du premier et du dernier terme, il suffira de poser

$$\begin{aligned} F\left(\zeta + \frac{\pi}{2}, \xi + \frac{\pi}{2}\right) &= 0, \\ F(\zeta, \xi) &= 0, \end{aligned}$$

deux relations qui déterminent ξ et ζ : il reste alors

$$\frac{\tan \alpha'}{\tan \omega'} = - \frac{F\left(\zeta + \frac{\pi}{2}, \xi\right)}{F\left(\zeta, \xi + \frac{\pi}{2}\right)},$$

ou bien

$$\frac{\tan(\alpha - \xi)}{\tan(\omega - \zeta)} = K.$$

68. L'interprétation des équations qui déterminent ξ et ζ est très-simple: si l'on considère en effet les cônes de normalisation et de polarisation, leurs équations sont précisément

$$F(\omega, \alpha) = 0, \quad F\left(\omega + \frac{\pi}{2}, \alpha + \frac{\pi}{2}\right) = 0.$$

Donc les valeurs cherchées de ξ et ζ ne sont autres que les coordonnées des génératrices d'intersection de ces deux cônes.

Ces deux cônes en ont deux autres: ce sont les rayons incident et réfléchi, axes de ces faisceaux homographiques.

Cette intersection est toujours réelle: additionnant puis

retranchant les équations de condition, il vient

$$(A + D)(1 - \xi\zeta) - (B - C)(\xi - \zeta) = 0,$$

$$(A - D)(1 - \xi\zeta) - (B + C)(\xi + \zeta) = 0,$$

d'où

$$\text{tang}(\xi - \zeta) = \frac{A + D}{B - C}, \quad \text{tang}(\xi + \zeta) = \frac{A - D}{B + C},$$

valeurs toujours réelles.

Les coordonnées azimutales ξ, ζ ont encore une interprétation utile : si l'on considère deux valeurs rectangulaires $\omega, \omega + \frac{\pi}{2}$ de l'azimut de polarisation incidente, les deux valeurs α, α_1 de l'azimut de polarisation réfléchie ne seront pas en général rectangulaires entre elles : mais si l'on choisit $\omega = \zeta$ et $\omega = \zeta + \frac{\pi}{2}$, on obtiendra alors les deux azimuts rectangulaires $\alpha = \xi, \alpha_1 = \xi + \frac{\pi}{2}$.

Aussi désignera-t-on désormais ces azimuts sous le nom d'*azimuts principaux*; leur propriété fondamentale s'énoncera ainsi :

Il existe toujours deux azimuts rectangulaires de polarisation du rayon réfléchi sur une surface cristalline quelconque qui correspondent à deux azimuts rectangulaires de polarisation du rayon incident : ce sont les azimuts principaux. Leur direction est donnée par les intersections du cône de polarisation et du cône de normalisation.

Ces azimuts, dans le cas usuel des milieux peu biréfringents observés dans l'air ou dans les gaz, se rapprochent beaucoup du plan d'incidence et du plan perpendiculaire. Rigoureusement parlant, les azimuts principaux jouent dans les milieux cristallisés le même rôle que les deux plans de symétrie dans les milieux isotropes. Les théorèmes qui suivent en sont une preuve remarquable.

69. Si, à partir du point d'incidence, on porte, en

grandeur et en direction, l'amplitude réfléchie, c'est-à-dire la racine carrée de l'intensité du rayon réfléchi, le lieu des extrémités de cette droite est une ellipse située dans le plan d'onde de ce rayon, et dont les axes coïncident en direction avec les azimuts principaux.

Soient ι l'amplitude vibratoire du rayon incident, ω son angle avec le plan d'incidence, A l'amplitude réfléchie, α l'angle analogue. En décomposant les deux vibrations suivant les directions de leurs azimuts principaux respectifs, on aura évidemment

$$a \cos (\omega - \zeta) = A \cos (\alpha - \xi),$$

$$a_1 \sin (\omega - \zeta) = A \sin (\alpha - \xi),$$

d'où

$$A^2 = \frac{1}{\frac{\cos^2 (\alpha - \xi)}{a^2} + \frac{\sin^2 (\alpha - \xi)}{a_1^2}},$$

a, a_1 étant les coefficients d'altération des composantes incidentes déterminés par les calculs connus.

La vitesse angulaire de rotation du plan de polarisation du rayon réfléchi est, dans chaque position de ce plan, inversement proportionnelle à l'intensité correspondante de ce rayon, l'intensité du rayon incident étant constante et la vitesse angulaire de rotation de son plan de polarisation étant uniforme.

Éliminant A par division, on a

$$\operatorname{tang} (\alpha - \xi) = \frac{a_1}{a} \operatorname{tang} (\omega - \zeta).$$

Différentiant par rapport au temps t ,

$$\frac{d\alpha}{dt} \frac{1}{\cos^2 (\alpha - \xi)} = \frac{a_1}{a} \cdot \frac{d\omega}{dt} \frac{1}{\cos^2 (\omega - \zeta)},$$

ou bien

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{a a_1}{A^2} \frac{d\omega}{dt}.$$

Ce théorème est fort utile dans l'étude des erreurs expérimentales de α .

On voit donc que le mouvement du plan de polarisation est d'autant plus lent que la lumière correspondante du rayon est plus intense, et inversement : par suite, les maxima et minima de la vitesse angulaire correspondent aux minima et maxima de l'intensité du rayon réfléchi.

La forme $A^2 \frac{d\alpha}{dt} = a n_1 \frac{d\omega}{dt}$ montre que la vitesse aréolaire du rayon vecteur de l'ellipse est constante.

70. L'existence de deux systèmes correspondants d'azimuts rectangulaires n'avait point échappé à Mac Cullagh; quoiqu'il n'ait point développé leurs propriétés, il en a néanmoins tiré une conséquence importante pour l'explication de la polarisation partielle par réflexion de la lumière naturelle; on peut l'énoncer ainsi :

Le plan de polarisation de la lumière réfléchie est l'azimut principal du maximum d'intensité.

71. *Dans les cas de polarisation complète, le plan de polarisation de la lumière réfléchie coïncide avec l'azimut principal du maximum d'intensité.*

Il est évident, en effet, que le coefficient k doit être nul dans la formule

$$\tan(\alpha - \xi) = k \tan(\omega - \zeta),$$

pour donner $\alpha = \xi$ quel que soit ω .

Les azimuts principaux du rayon incident conservent leur propriété caractéristique de correspondre au maximum et minimum d'intensité du rayon réfléchi : ici seulement le minimum est nul.

72. Les théorèmes précédents se rapportent tous à un même système de rayons réfractés; c'est là le secret de leur simplicité: dès qu'on veut, comme M. Neumann, au début du calcul exprimer explicitement les coefficients en fonc-

tion des constantes de la surface de l'onde, la complication devient extrême; aussi le savant géomètre allemand n'a-t-il obtenu aucun théorème géométrique proprement dit, et est-il obligé de recourir à des formules approximatives pour dégager quelques résultats.

Il ne faudrait pourtant pas croire que l'introduction des propriétés de la surface de l'onde dans la théorie de la réflexion cristalline soit destinée à compliquer la question : comme le pense Mac Cullagh, « les lois de la réflexion et de la réfraction sont parfaitement adaptées l'une à l'autre. » Malheureusement elles ont été établies indépendamment les unes des autres et leur lien nous échappe encore.

Voici une nouvelle remarque qui confirme l'opinion de Mac Cullagh et qui prouve que si, jusqu'à présent, l'introduction de la surface de l'onde a plutôt entravé qu'aïdé la théorie de la réflexion cristalline, c'est qu'on n'a pas encore trouvé l'aspect sous lequel ces théories se prêtent le mieux à l'adaptation mutuelle.

La proposition suivante renferme deux systèmes de rayons réfractés et, néanmoins, elle exprime un résultat extrêmement simple.

73. Si l'on fait tourner de 180 degrés le plan de réflexion autour de la normale à la surface réfléchissante sans changer l'angle d'incidence, de sorte que le nouveau rayon incident coïncide avec le rayon primitif; malgré le changement des rayons réfractés, les systèmes de cônes sont les mêmes, seulement il y a inversion; le cône de polarisation de la position directe coïncide avec le cône de normalisation de la position inverse, et réciproquement.

Cette réciprocité se traduit expérimentalement par la vérification la plus simple qu'on puisse imaginer.

Dans l'appareil bien connu destiné à ce genre d'expériences, la lumière se polarise en traversant un *prisme po-*

l'analyseur, se réfléchit sur la surface cristalline qu'on a choisie et traverse, après réflexion, un prisme analyseur. C'est en déterminant les azimuts d'extinction de l'analyseur correspondant à des azimuts divers du polariseur qu'on vérifie les lois de ces phénomènes. Mais la vérification de cette réciprocité n'exige aucune détermination nouvelle; si, en effet, l'analyseur étant dans l'une quelconque de ces positions d'extinction, on renverse la marche de la lumière sans toucher à l'appareil, c'est-à-dire si l'on fait entrer le faisceau naturel par l'analyseur et qu'on le fasse sortir par le polariseur, l'extinction du rayon réfléchi a lieu aussi nettement que dans le premier cas.

74. Ce théorème peut se démontrer à l'aide de la formule générale donnée plus haut, en substituant à ε , r , Θ , ε' , r' , Θ' les valeurs du second système de rayons déduites des relations de la surface de l'onde : la vérification en est facile quoique un peu laborieuse. On se bornera ici au cas simple où le plan d'incidence est un plan principal de la surface de l'onde; les deux cônes dégénèrent alors en un même système de deux plans, à savoir : le plan d'incidence et un plan perpendiculaire.

Dans les idées de Mac Cullagh on prouvera aisément que les équations fondamentales seront les mêmes pour des azimuts de réflexion distants de 180 degrés.

1^o *Milieux à un axe optique.* — Le plan de réflexion est la section principale.

D'abord la vibration ordinaire sera dans le plan d'incidence et dans les deux cas fera le même angle avec la normale.

La vibration extraordinaire est normale au plan d'incidence, quelle que soit la direction du rayon extraordinaire.

D'où l'on conclut que les équations de continuité seront les mêmes dans les deux cas.

L'équation des forces vives sera la même aussi; car le

rapport des masses d'éther est le même que le rapport des ordonnées des points de la surface d'onde : pour l'onde ordinaire, c'est évident; quant à l'onde extraordinaire, il y a égalité dans les deux cas.

En effet, soit MT l'onde extraordinaire (*fig. 17*) dans le premier cas; $T'M'$ sera l'onde extraordinaire dans le second, avec la condition $OT = OT'$. Mais la surface d'onde est représentée ici par une ellipse dans laquelle les ordonnées MP , $M'P'$ sont égales, car $M'P' = M, P_1$, tel que TM , soit parallèle à $M'T'$, puisque la corde M, M est coupée en deux segments égaux $M, H = HM$ par le diamètre TT' .

75. 2° *Milieux à deux axes optiques.* — Le plan de réflexion est l'un des trois plans principaux de la surface de l'onde.

Les sections correspondantes de cette surface se composent d'une ellipse et d'un cercle séparés (*fig. 18, Pl. II*); aussi la démonstration précédente peut s'appliquer au cas présent, puisque rien n'y suppose que les deux courbes soient tangentes; mais il reste à montrer que la vibration réfractée extraordinairement, c'est-à-dire celle qui correspond à l'ellipse, est normale au plan d'incidence dans les trois cas. En effet, si elle était dans le plan d'incidence, elle coïnciderait avec la trace de l'onde plane correspondante, c'est-à-dire avec une tangente à l'ellipse; alors elle serait inclinée sur le rayon vecteur mené au point de contact; elle ne serait donc pas rigoureusement transversale, ce qui est contre l'hypothèse adoptée.

TROISIÈME PARTIE.

MÉTHODES EXPÉRIMENTALES DE LA RÉFLEXION CRISTALLINE.

Choix des substances destinées aux mesures.

76. Si l'on veut se livrer à des vérifications expérimentales sur les lois de la réflexion de la lumière polarisée, il

est nécessaire de choisir des substances spéciales dont le nombre se trouve, en fait, assez limité.

Dans le cas des milieux isotropes, les diverses espèces de verre, crown-glass et flint-glass récemment polis, le spath fluor récemment clivé sont d'un usage facile.

Dans le cas des milieux cristallisés, les conditions sont plus difficiles à remplir ; outre la transparence, il faut une biréfringence aussi grande que possible, sinon les phénomènes particuliers à ces substances se confondraient avec les erreurs d'observation : aussi le quartz, la topaze, l'orthose et la plupart des beaux cristaux qui ornent les collections minéralogiques sont-ils de peu d'utilité dans les recherches de réflexion cristalline.

Les deux substances dont j'ai fait usage dans mes expériences sont le spath d'Islande et le soufre en cristaux artificiels : encore n'ai-je utilisé dans ces cristaux que les clivages pour le spath et les faces naturelles pour le soufre. Le poli altère notablement la structure cristalline, ainsi que Seebeck l'a fait remarquer depuis longtemps, et, bien que l'habile physicien ait indiqué comment on peut en atténuer les effets, il est toujours préférable de ne pas s'exposer à ces erreurs. Voilà pourquoi je conseille de n'employer dans les *mesures de vérification* que des surfaces naturelles, et d'éviter toute espèce de poli artificiel.

77. Les mesures expérimentales de la réflexion cristalline portent sur quatre éléments :

- 1° Orientation cristallographique de la face réfléchissante ;
- 2° Orientation cristallographique du plan d'incidence ;
- 3° Angles d'incidence et de réflexion du rayon polarisé ;
- 4° Azimuts de polarisation des rayons incident et réfléchi.

Dans le cas particulier des milieux isotropes, on n'a point à s'occuper des deux premiers éléments ; la détermi-

nation des deux autres se fait de la même manière que dans le cas général; il est donc inutile de s'arrêter à ces milieux.

*Détermination de l'orientation cristallographique
de la face réfléchissante.*

78. Lorsqu'on emploie des faces de clivage ou des faces naturelles bien connues cristallographiquement, cette première opération devient inutile; mais lorsqu'on opère sur des faces artificielles ou sur des facettes secondaires dont on ignore la notation cristallographique, on doit effectuer les mesures suivantes :

On mesure l'angle que forme cette facette avec trois faces naturelles connues, ce qui exige que le fragment sur lequel on opère soit suffisamment complet au point de vue cristallographique; à la rigueur deux faces naturelles suffiraient, mais la troisième fournit une vérification des calculs et des mesures, vérification qu'il est toujours bon de se ménager.

Ces mesures d'angles peuvent s'effectuer avec le goniomètre à réflexion de Wollaston, car les facettes de repère n'ont pas nécessairement une largeur et un poli qui permettent d'employer avec avantage le goniomètre à collimateur; l'approximation de deux à trois minutes que donne d'ordinaire ce goniomètre est largement suffisante en général, en supposant toutefois que les angles mesurés ne soient ni trop aigus ni trop obtus.

La trigonométrie sphérique permet ensuite de calculer l'orientation de la surface réfléchissante par rapport aux axes de symétrie optique du cristal.

Dans le cas des cristaux du système carré et du système rhomboédrique, l'axe principal de symétrie du cristal coïncide avec l'axe optique, ou axe de révolution de la surface d'onde caractéristique de ces milieux.

Les trois axes principaux d'élasticité optique coïncident

avec les trois axes principaux cristallographiques dans le système du prisme droit rectangulaire.

Quant aux systèmes cristallins obliques, ils ne peuvent servir aux expériences de réflexion cristalline qu'après des mesures optiques préliminaires qui les rendent impropres aux expériences de contrôle théorique.

*Détermination de l'orientation cristallographique
du plan d'incidence.*

79. Si l'on pouvait matérialiser la trace du plan d'incidence sur la surface réfléchissante en traçant une ligne ou un repère quelconque, le problème serait résolu. Mais cette surface étant posée parallèlement à un limbe gradué, il suffit de connaître à quel point de la graduation correspond un repère bien défini par rapport au plan d'incidence. Ce qu'il y a de plus exact, c'est d'utiliser une des facettes du cristal dont on peut aisément mettre l'intersection idéale avec la face réfléchissante normalement au plan de réflexion de l'appareil.

Ainsi la présence d'une petite facette d'orientation connue, peu inclinée sur la surface à étudier, est indispensable pour fixer l'orientation cristallographique du plan d'incidence; on va voir dans un instant comment on opère en pratique.

Détermination de l'angle d'incidence du rayon polarisé.

80. Quelques observateurs ont cru devoir n'employer, dans des mesures de réflexion cristalline, aucune disposition de lentilles pour définir l'incidence, se bornant à fixer la direction des faisceaux par deux œilletons, l'un à l'entrée, l'autre à la sortie de l'appareil, et par un trait marqué à la surface réfléchissante. Mais c'était dans des cas spéciaux; ils voulaient éviter, soit une perte de lumière, soit une *dépolarisation* ou une *elliptisation* de la lumière polarisée rectilignement qu'ils employaient.

On peut, néanmoins, avec quelques réserves, adapter aux expériences de polarisation le système de collimateur et lunette du goniomètre de Babinet : la précision des mesures est pour ainsi dire illimitée avec ce dispositif, tandis qu'avec de simples œilletons l'erreur peut s'élever à 15 ou 20 minutes.

Dans ce cas, le collimateur et la lunette ne diffèrent pas l'un de l'autre, de sorte que l'appareil est réversible : l'un et l'autre se composent d'une lentille au foyer principal de laquelle est un réticule ; ils sont portés respectivement par les alidades d'un cercle horizontal, de telle sorte que leurs axes optiques soient parallèles au plan du limbe et coupent l'axe de rotation des alidades.

81. Il est inutile d'insister sur l'usage de cet appareil, qui ne diffère pas sensiblement du goniomètre déjà cité ; mais il est bon de rappeler le réglage de l'axe optique de ces collimateurs, pour lequel on a l'habitude de s'en remettre au constructeur.

Il s'agit de rendre les axes optiques parallèles au plan du limbe ; à cet effet, on les met en coïncidence en plaçant le collimateur et la lunette à 180 degrés de distance et en faisant en sorte que l'image du premier réticule coïncide avec le second. On déplace la lunette et on dispose une lunette auxiliaire dont l'axe optique coïncide avec l'axe du collimateur ; alors on substitue au collimateur la lunette du cercle en déplaçant convenablement les alidades ; le réticule de cette lunette sert de mire, et on cherche si on peut mettre son image en coïncidence avec le réticule de la lunette auxiliaire restée fixe. Si la coïncidence a lieu, les axes optiques sont réglés ; sinon, la déviation observée est double de l'erreur de parallélisme, qu'on peut ainsi corriger aisément.

82. L'utilité des collimateurs étant bien reconnue, une difficulté d'un ordre nouveau se présente à cause de l'em-

ploi de lumière polarisée. Deux systèmes sont en présence. dans l'un on *polarise* la lumière avant le réticule du collimateur et on *analyse* après le réticule de la lunette ; dans l'autre, on place au contraire le polariseur après l'objectif du collimateur et l'analyseur avant l'objectif de la lunette.

Ces deux systèmes ont, dans la pratique, chacun leurs inconvénients propres, inconvénients qu'on peut atténuer dans une grande proportion, mais qu'on annule difficilement ; aussi l'emploi de l'un ou de l'autre dans un cas donné n'est-il pas indifférent, ainsi que vont le montrer les remarques suivantes.

83. 1° *Objectifs situés entre les appareils polariseurs.* — Quand on fait passer un rayon polarisé rectilignement suivant l'axe optique d'une lentille, il y a une *dépolarisation* partielle d'une nature spéciale ; en effet, comme les divers rayons se trouvent brisés, la vibration, après réfraction, pour conserver sa transversalité rigoureuse, ne reste parallèle au même plan que si la réfraction s'est opérée dans ce plan ou dans le plan perpendiculaire ; dans tous les autres azimuts, il y a une déviation du plan de polarisation ainsi qu'on l'a calculé plus haut ; il y a donc une dispersion angulaire du plan de polarisation par le passage à travers une lentille. Le phénomène est même assez complexe car si la notion du plan de polarisation de rayons parallèles est bien nette, celle du plan de polarisation de rayons convergents ou divergents mérite une étude spéciale.

Tel est le reproche principal qu'on fait à cette disposition : on lui reconnaît le grand mérite de la perfection dans la marche géométrique des rayons, mais on l'accuse de laisser à désirer sous le rapport de la polarisation de la lumière. Cependant il faut dire que si les lentilles ont un long foyer, par suite une courbure peu sensible, et si le faisceau lumineux ne couvre qu'une petite étendue au centre de la lentille, ces inconvénients sont pour ainsi dire annulés.

Un inconvénient accidentel, mais qu'on peut éviter avec un peu de soin, c'est la *trempe* des lentilles, qui font alors fonction d'une lame mince biréfringente et dépolarisent la lumière par elliptisation.

Pour rechercher si une lentille est *trempée*, on la place entre deux prismes de Nicol croisés donnant l'extinction complète d'une lumière intense et on la fait tourner dans son plan; si la lumière reparaît dans certains azimuts, la lentille est *trempée*; il faut la rejeter ou essayer de la recuire, ce qui est assez dangereux.

84. 2° *Appareils polariseurs entre les objectifs*. — Le collimateur étant réglé pour fournir de la lumière parallèle, le passage à travers un polariseur quelconque donne un plan de polarisation bien mieux défini théoriquement que ci-dessus; l'analyseur, de son côté, produit aussi une action beaucoup plus nette que dans la lumière convergente: les lentilles ne produisent plus ici aucune perturbation fâcheuse, mais il faut laisser aux polariseurs et à l'analyseur la faculté de tourner autour du rayon qui les traverse, et c'est alors que se présente l'inconvénient grave de ce dispositif. Ces appareils, ainsi qu'on le verra plus loin, par un défaut de construction qu'il est difficile d'éviter, dévient légèrement la lumière comme un prisme d'un angle très-petit, en sorte qu'ils dépointent notablement les repères dans la lunette quand on change leur azimut; de plus, comme l'action de l'analyseur et celle du polariseur se superposent, la correction qu'on doit faire subir à la direction du rayon et même à l'azimut d'extinction est très-complexe.

Ainsi cette disposition, à l'inverse de la précédente, favorise la pureté de la polarisation au détriment de la marche géométrique des rayons. Chacun de ces systèmes a donc ses avantages: on ne saurait dire qu'il y a compensation et qu'on peut indifféremment employer l'un ou l'autre, cela dépend évidemment du but qu'on se propose. Si l'on veut étudier la polarisation elliptique dans les phénomènes de

réflexion ou de réfraction, on emploiera la meilleure disposition comme polarisation rectiligne, afin d'observer les altérations de la vibration rectiligne sans autre complication; si, au contraire, négligeant les effets de polarisation elliptique, on s'attache à la mesure d'un *plan de polarisation moyen* sous des incidences bien définies, on emploiera le premier dispositif. C'est d'ailleurs celui qui se prête le mieux à la construction des cercles actuellement en usage, et c'est celui que j'ai adopté dans l'appareil qui sera décrit ultérieurement.

*Détermination de l'azimut de polarisation
des deux rayons.*

85. Le plan de polarisation d'un rayon, n'ayant pas d'existence matérielle, ne peut être réglé que par des vérifications optiques : le plan d'incidence était dans le même cas; mais les phénomènes auxquels on a demandé son réglage sont d'une tout autre nature; la difficulté est d'accorder ensemble ces deux réglages.

Les opérations que je vais décrire s'appliquent aux deux systèmes de dispositifs indiqués précédemment.

On prend comme *repère fondamental de direction* la normale au plan du limbe mené par le centre de ce limbe, ou plutôt l'axe de rotation des alidades et autres pièces de l'appareil : c'est là la base d'opérations. On a vu comment cette ligne idéale définit le plan d'incidence; il s'agit de l'employer à la détermination des azimuts de polarisation.

A cet effet, les polariseur et analyseur sont placés au centre de petits cercles sur une alidade mobile : le plan de ces petits cercles est normal à l'axe optique du collimateur ou lunette; l'erreur de perpendicularité est tout à fait négligeable au point de vue de la mesure géométrique des azimuts. On verra, au contraire, qu'elle ne l'est pas sous le rapport de la détermination du plan de polarisation du

rayon. Supposons donc d'abord une construction parfaite des cercles azimutaux.

Le problème se réduit à connaître à quelle division du limbe correspond l'alidade d'un des polariseurs quand la *section principale* de cet appareil est rigoureusement parallèle à la *direction repère*; l'opération peut être conduite comme dans le cas du réglage du plan d'incidence.

Les deux axes optiques des collimateurs étant en coïncidence, on tourne l'analyseur sur son limbe, de telle sorte qu'une lumière intense traversant l'appareil soit complètement éteinte, puis on déplace l'analyseur; on ajuste alors une lunette auxiliaire portant aussi un analyseur, de manière à faire coïncider son axe optique avec celui du collimateur; puis on détermine l'extinction par une rotation convenable de l'analyseur; alors on substitue au collimateur polariseur la lunette analyseur; le réticule de cette lunette sert de mire; le réglage préalable assure la coïncidence de son image avec le réticule de la lunette auxiliaire, et on examine si l'extinction de la lumière est complète; si elle est satisfaisante, les appareils polariseurs sont réglés; sinon, on mesure la déviation sur l'analyseur auxiliaire, on en prend la moitié, et on règle les appareils sur la position calculée de cet analyseur; on fait, enfin, une dernière vérification.

86. Il est évident que l'opération précédente ne définit pas si c'est le plan de polarisation de l'appareil polariseur ou son plan perpendiculaire qui est parallèle à l'axe de l'instrument; elle indique simplement que l'un des deux plans de symétrie est parallèle à cet axe; le croisement du polariseur et de l'analyseur montre même que ce sont des plans différents pour l'un et pour l'autre. Cette indétermination n'existera pas si l'on a pris soin de régler approximativement ces appareils de la manière suivante :

On place une lame de verre normalement au plan du limbe horizontal en se servant des collimateurs bien réglés;

on cherche ensuite l'incidence de polarisation complète par la condition que la lumière incidente polarisée s'éteigne complètement par réflexion ; on est assuré alors que le plan de polarisation du rayon incident est normal au plan d'incidence ; on lit la graduation azimutale du polariseur, lequel se trouve ainsi réglé très-approximativement et sans ambiguïté. On règle alors l'analyseur et on vérifie, ou plutôt on corrige l'opération par la méthode décrite plus haut.

87. Ces méthodes, fondées sur les *retournements autour d'axes* tels qu'ils sont pratiqués avec les appareils d'astronomie ou de géodésie, ont l'avantage d'opérer les réglages en s'appuyant sur *une seule* condition de construction, laquelle se trouve ordinairement remplie avec une très-grande exactitude, les axes de ces appareils étant travaillés au tour, puis rodés avec beaucoup de soin. On a proposé pour ces mêmes réglages un certain nombre de méthodes, mais elles ont toutes l'inconvénient de s'appuyer sur des conditions de construction multiples ou sur des données étrangères à la question ; je pense que la simplicité et la rigueur des opérations qui viennent d'être décrites dispensent de toute discussion à ce sujet.

Appareils polariseurs.

88. Les seuls appareils polariseurs qu'on puisse adopter dans des expériences précises sont les tourmalines, les prismes de Nicol ou même de simples morceaux de spath ; les autres, tels que les piles de glace, les glaces noires, etc., offrent l'inconvénient grave, soit de polariser incomplètement la lumière, soit de mal se prêter à la construction des instruments azimutaux.

1° *Tourmalines.* — Les belles tourmalines sont extrêmement rares ; cependant on peut en trouver quelques morceaux très-purs sans être trop foncés ; mais on est toujours, dans le choix de leur épaisseur, entre deux difficultés :

trop épaisses, elles absorbent une quantité énorme de lumière; trop minces, elles ne polarisent pas complètement.

La construction de ces polariseurs a été, chez quelques opticiens, assez perfectionnée pour contre-balancer parfois les prismes de Nicol, qui ne conservent leur incontestable supériorité que dans le cas d'une perfection assez grande.

Dans la lumière un peu convergente, l'extinction d'une lumière intense ne se fait pas dans tout le champ de vision à la fois : une barre noire traverse le champ et se meut parallèlement à elle-même quand on tourne l'une des tourmalines dans son plan. Cette frange noire permet de fixer avec une grande précision l'azimut d'extinction, car on peut amener cette frange en coïncidence avec le réticule; malheureusement il faut d'excellentes tourmalines pour qu'elle soit très-étroite et tout à fait obscure. Une propriété assez utile des tourmalines, c'est que leur coloration propre équivalant à l'interposition d'un verre coloré monochromatique, et si l'on prend soin d'examiner avec un prisme la partie du spectre la moins absorbée, on a une donnée assez nette sur la valeur des indices de réfraction à choisir pour les vérifications des mesures de la réflexion cristalline.

89. 2° *Prismes de Nicol.* — Le prisme de Nicol possède au plus haut degré la propriété de donner une polarisation parfaite à la lumière qui le traverse; mais il faut pour cela qu'il soit bien construit, c'est-à-dire que les faces recollées au baume de Canada aient été parfaitement polies, sans quoi il reste, quand la lumière incidente est très-intense, un nuage blanc qui ôte un peu de netteté aux extinctions. La frange d'extinction est d'une perfection admirable comparativement à celle des tourmalines; dans la lumière directe, elle est très-étroite et d'un bleu très-sombre; dans la lumière polarisée et réfléchie, elle est irisée par suite d'une véritable dispersion des couleurs, et ses teintes rappellent celles du premier des *anneaux colorés* à centre blanc, c'est-à-dire une bande sombre limitée d'un côté par

un bleu violacé, et de l'autre par un brun clair particulier. Cette irisation est plutôt un avantage qu'un inconvénient, car on peut alors choisir telle teinte que l'on veut et même à la rigueur faire des mesures approximatives de la dispersion.

90. Jusqu'ici le prisme de Nicol n'a que des avantages incontestables sur les tourmalines; mais il a un inconvénient grave qui n'a pas encore, à ma connaissance du moins, été signalé; heureusement on peut toujours l'éliminer, mais il est à craindre que quelques observateurs n'aient pas compté avec cette cause d'erreur.

Les meilleurs prismes de Nicol, c'est-à-dire ceux dont les faces d'entrée et de sortie sont taillées avec soin, de manière à ne donner qu'une *déviatiou insignifiante* du rayon qui les traverse, doivent cependant être étudiés de près. On remarquera alors que dans la lumière solaire directe, là où l'approximation de l'azimut s'élève à 1 minute environ, si l'on essaye de retrouver l'extinction en tournant de 180 degrés l'analyseur, cette *extinction n'a pas lieu* à 180 degrés exactement; si l'on change l'azimut du polariseur pour recommencer la même opération, l'erreur de l'analyseur n'est plus la même. En étudiant de proche en proche cette erreur, on trouve qu'il y a deux positions du polariseur pour laquelle l'erreur s'évanouit; dans l'intervalle, l'erreur est positive d'un côté, négative de l'autre; les maximum et minimum peuvent atteindre ± 15 ou 20 minutes.

Si l'on construit la courbe de ces divergences, on reconnaît une sinussoïde pour chacun des deux appareils analyseur et polariseur, absolument comme si les cercles azimutaux avaient dans leur graduation une *grosse erreur d'excentricité*.

Si l'on dérange notablement le faisceau incident, en déplaçant l'héliostat, par exemple, on trouve que la position d'extinction varie également.

91. Ces erreurs, qui m'ont arrêté longtemps, sont dues à la cause suivante, ainsi qu'on peut aisément le vérifier.

Le prisme de Nicol, monté sur une alidade, tourne autour d'un axe qui ne coïncide pas rigoureusement avec la direction des rayons qui le traversent; il en résulte que dans chaque azimut le rayon incident suit une marche particulière dans l'intérieur du spath d'Islande, et par suite sa polarisation ne suit pas exactement le mouvement angulaire de la section principale. Comment se fait-il que les tourmalines ne présentent pas cet inconvénient ?

Cela tient d'abord à ce que les tourmalines ont la forme de lames beaucoup plus faciles à travailler comme parallélisme des faces que les prismes de Nicol, dont les faces utiles sont très-éloignées et surtout inclinées sur les arêtes du prisme. De plus, les tourmalines sont faciles à ajuster parallèlement au plan du limbe; quant au prisme de Nicol, c'est la section principale qui devrait être parallèle à l'axe optique du collimateur; mais jusqu'à présent on n'a pas proposé de réglage pratique répondant à cette condition.

En outre, les tourmalines sont taillées parallèlement à l'axe optique, tandis que les prismes de Nicol sont inclinés d'environ 45 degrés sur cet axe; or, d'après les propriétés des milieux uniaxes, il est facile de voir qu'une petite variation dans la direction du rayon incident modifie infiniment peu le plan de polarisation dans le cas des tourmalines, et au contraire le déplace d'un angle comparable à la variation angulaire du rayon, dans le cas des prismes de Nicol.

92. Le moyen d'éliminer cette erreur est bien simple; on procède comme pour éliminer l'erreur d'*excentricité* dans les cercles, c'est-à-dire en ayant recours aux observations croisées à 180 degrés de distance; on n'observera aucun azimut d'extinction sans mesurer aussi le second, qui ne sera pas en général à 180 degrés exactement; alors on prendra la moyenne des deux lectures qui sera rigoureux-

sement exacte en admettant, comme je l'ai observé, que l'erreur du prisme de Nicol suit la loi

$$\varepsilon = A \cos (\alpha + \varphi),$$

φ et A étant des constantes, α l'azimut observé, $\alpha + \varepsilon$, l'azimut vrai.

Le polariseur, comme l'analyseur, devra être soumis aux mêmes opérations.

93. Ainsi, pour obtenir l'azimut α d'extinction de l'analyseur correspondant à l'azimut ω du polariseur, il y aura six lectures à faire :

- 1° Adaptation du polariseur à l'azimut ω ;
- 2° Lecture de la première position de l'analyseur α_1 ;
- 3° Lecture de la deuxième position de l'analyseur $180^\circ + \alpha_1$;
- 4° Adaptation du polariseur à l'azimut $180^\circ + \omega$;
- 5° Lecture de la première position correspondante de l'analyseur α_2 ;
- 6° Lecture de la deuxième position de l'analyseur $180^\circ + \alpha_2$.

La moyenne $\frac{1}{4} (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4)$ donne l'angle α cherché.

Cette multiplicité des lectures sur chaque limbe rend les opérations fort longues; mais elle contribue singulièrement à leur exactitude. Ces lectures ont d'abord pour effet d'éliminer l'erreur résultant des appareils de polarisation; de plus elles concourent par leur nombre à donner une *moyenne* d'autant meilleure que les conditions dans lesquelles on les obtient sont légèrement différentes.

L'expérience, du reste, justifie toutes ces précautions; avec des prismes de Nicol, dont la précision est représentée par 1 minute d'erreur pour l'extinction de la lumière solaire directe, les vérifications s'obtiennent à $1 \frac{1}{2}$ minute ou 2 minutes près, tandis que si l'on opère sans *marche systématique*, on peut trouver des erreurs de 30 à 40 minutes.

94. Il était utile d'insister sur les anomalies de ces instruments si précieux qu'on nomme prismes de Nicol, d'abord parce que ces remarques ont montré que leur supériorité sur tous les autres polariseurs n'est nullement atteinte; elles font soupçonner aussi que les autres polariseurs sont sujets aux mêmes irrégularités, lesquelles se confondent dans les instruments moins parfaits avec les erreurs non susceptibles d'être réduites en loi.

Ces considérations montrent encore que la nécessité d'éliminer des erreurs bien définies a l'heureux effet de forcer l'expérimentateur à adopter une *méthode d'observations systématiques* qui éliminent en même temps, sans surcroît de travail ni d'attention, d'autres erreurs moins bien définies, résultant d'influences personnelles.

Je n'ai pas eu l'occasion d'essayer les prismes de M. Foucault; je crains que le peu d'étendue de leur champ ne soit un obstacle à leur emploi dans ces mesures; pourtant, dans le dispositif précédemment décrit où la lumière est polarisée et analysée en faisceaux parallèles, ils seraient peut-être d'un bon usage.

Mais j'attends beaucoup de la modification apportée par M. Hartnack dans la construction du prisme de Nicol; on n'utilise, dans ce nouveau prisme, aucune des faces naturelles du rhomboëdre; l'axe du prisme est taillé normalement à l'axe optique, de sorte que le rayon qui traverse l'instrument suit la loi ordinaire; sa polarisation est analogue à celle de la tourmaline en ce sens qu'elle doit être très-peu influencée par les écarts que fait le rayon avec l'axe de l'instrument.

La mauvaise saison m'a empêché de vérifier ces prévisions.

95. 3° *Spaths simples*. — M. Jamin a depuis longtemps conseillé de substituer aux prismes de Nicol de longs morceaux de spath dont on arrête l'image extraordinaire par un diaphragme. Cette disposition, la plus parfaite incon-

testablement comme pureté de polarisation et intensité de lumière, a l'inconvénient d'exiger une grande longueur de spath, par suite d'être très-coûteuse et de se prêter moins aisément à la construction actuelle des cercles; de plus, leur champ est très-limité et ils sont soumis aux mêmes erreurs que le prisme de Nicol. L'étude expérimentale de la *lumière elliptique* me paraît être le seul cas où l'emploi des spaths simples doive être non-seulement préféré, mais commandé.

96. Puisqu'aucun appareil polariseur ou analyseur ne donne, par une seule lecture, la position exacte du plan de polarisation, la méthode de réglage indiquée plus haut ne donnera qu'un résultat approximatif; autrement dit, les sections principales des polariseurs ne seront pas rigoureusement dans le plan d'incidence après le réglage. Dès lors il semble que la complication doive devenir extrême, s'il faut emprunter à l'astronomie ses formules de corrections d'instruments: mais de même qu'on a éliminé l'erreur des prismes de Nicol par des observations croisées, de même encore va-t-on éliminer les erreurs *du zéro* par une méthode analogue.

On a proposé souvent à cet effet d'observer toujours des azimuts égaux de part et d'autre du zéro incorrect, afin que l'erreur positive dans l'une des positions fût négative dans l'autre: mais je ne m'arrêterai pas à décrire cette méthode, qui est fausse dès qu'on s'approche notablement du zéro ou de l'azimut rectangulaire.

97. Voici le mode d'opération que je conseille.

On peut supposer d'abord que quand le collimateur et la lunette, c'est-à-dire le polariseur et l'analyseur, sont bout à bout et traversés par la lumière solaire directe, la position d'extinction de l'analyseur lue sur son cercle, *après toutes les observations croisées nécessaires*, donne exactement 90 degrés de différence avec la lecture corres-

pondante de l'alidade du polariseur. S'il en était autrement on noterait, une fois pour toutes, la différence avec son signe et on l'ajouterait à toutes les lectures faites sur le même cercle. Il est commode de ne pas dépasser 15 à 20 minutes pour ce terme constant de correction.

Grâce à ce que tous nos appareils collimateurs et polariseurs sont réversibles, on peut introduire le faisceau de lumière, soit par le collimateur, soit par la lunette : c'est à ce *renversement* qu'on devra l'élimination de l'*erreur du zéro*.

En effet, prenons le cas général : on cherche l'azimut de polarisation et du rayon réfléchi sur une surface cristallisée correspondant à un azimut de polarisation ω du rayon incident, dans un azimut de réflexion ζ et sous un angle d'incidence choisis.

Si l'on met l'alidade du polariseur à l'angle ω , on commet une petite erreur inconnue ω' sur cet angle à cause du défaut de réglage (même après les observations croisées déjà indiquées), et on lit un angle α également erroné de α' sur le limbe de l'analyseur; mais qu'on renverse la marche de la lumière; qu'on fasse entrer le faisceau lumineux par l'*analyseur* et sortir par le *polariseur*, en ayant soin de tourner de 180 degrés la surface réfléchissante autour de sa propre normale, les rôles seront renversés : le nouveau polariseur, placé à l'azimut ω , sera en erreur de $-\omega'$ cette fois, et le nouvel analyseur donnera un angle α_1 entaché de l'erreur $-\alpha'$, de sorte que la moyenne $\frac{\alpha + \alpha_1}{2}$ sera correcte.

Il est à peine utile de répéter ici que ces lectures considérées comme simples sont déjà des moyennes, afin d'éliminer les erreurs propres aux appareils polariseurs.

Comme vérification expérimentale de ces méthodes on opérera la réflexion sur une lame de crown-glass récemment polie dans un cas particulier simple; par exemple,

on cherchera l'azimut de polarisation du rayon réfléchi correspondant à l'azimut 0 ou 90 degrés du rayon incident, sous une incidence quelconque voisine de 45 degrés. On devra trouver 90 degrés ou 0 pour l'angle cherché à 2 ou 3 minutes près. Comme aucun réglage rigoureux n'est fondé sur l'emploi de ce phénomène, cette vérification, dans le cas des milieux isotropes, est extrêmement précieuse: aussi l'expérimentateur devra-t-il d'abord s'exercer à l'obtenir couramment, et n'avoir aucune confiance dans sa propre habileté avant de l'avoir soumise à cette épreuve.

98. Le tableau ci-après résume la série des opérations à effectuer pour obtenir le résultat suivant :

Étant donnés l'angle d'incidence i , l'azimut cristallographique ζ de réflexion sur la surface cristallisée, l'azimut ω de polarisation du rayon incident, déterminer l'azimut α de polarisation du rayon réfléchi.

L'appareil est supposé rigoureusement réglé pour la mesure de l'incidence et approximativement pour le reste.

1° *Marche directe de la lumière.*

Azimut cristallographique de la réflexion = ζ .

Polariseur P placé à l'azimut ω : l'analyseur A donne . . . $\left\{ \begin{array}{l} \alpha_1 \\ \pi + \alpha_2 \end{array} \right.$

Polariseur P placé à l'azimut $\pi + \omega$: l'analyseur A donne $\left\{ \begin{array}{l} \alpha_3 \\ \pi + \alpha_4 \end{array} \right.$

2° *Marche renversée de la lumière.*

Azimut cristallographique de la réflexion = $\pi + \zeta$.

La lumière entre par l'appareil A, devenu polariseur, placé à l'azimut ω : l'analyseur P donne $\left\{ \begin{array}{l} \alpha_1 \\ \pi + \alpha_2 \end{array} \right.$

Polariseur A placé à l'azimut $\pi + \omega$: l'analyseur P donne $\left\{ \begin{array}{l} \alpha_3 \\ \pi + \alpha_4 \end{array} \right.$

L'angle cherché est la moyenne des huit valeurs $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_8$

99. On peut avoir, même dans le cas général, une vérification précieuse sans être obligé de répéter les mêmes me-

sures; on recommencera la série analogue en opérant la réflexion symétriquement par rapport au plan vertical mené par le rayon incident. C'est encore une *observation croisée* : elle a, en outre, l'avantage d'éliminer l'erreur du zéro du cercle azimutal sur lequel on lit les incidences.

Dans certains cas, par exemple dans la recherche des angles de polarisation complète, cette double série est absolument nécessaire.

Que si quelque physicien doutait de l'utilité de ces précautions et croyait pouvoir obtenir des résultats exacts sans l'emploi des observations croisées, qu'il essaye par ses méthodes quelques-unes des vérifications indiquées ci-dessus, et il pourra se convaincre du peu de fondement de son opinion.

De l'approximation des mesures.

100. Cette question ne me paraît pas avoir été traitée par les observateurs qui se sont occupés de réflexion cristalline : dans les Mémoires où l'on donne des vérifications expérimentales, on met en évidence le nombre calculé et le nombre observé, la différence plus ou moins grande fait juger de la concordance de l'expérience ou de la théorie.

Mais rien n'est variable comme l'approximation qu'on peut attendre de ces phénomènes ; la petitesse ou la grandeur de la différence entre le calcul et l'observation ne peut, sans examen préalable, servir à justifier ou à faire rejeter une théorie : on va voir, en effet, par ce qui suit que dans certains cas une divergence de 1 degré peut être moins inacceptable qu'une erreur de 5 minutes.

En général, on se propose de déterminer l'azimut de polarisation α du rayon réfléchi correspondant à l'azimut de polarisation ω du rayon incident, ou réciproquement. Mais ces azimuts sont donnés par la coïncidence de la *frange noire*, ci-dessus décrite, avec le réticule. Si la lumière incidente est très-intense, cette frange est très-étroite

et il est aisé de la bissecter : mais l'approximation angulaire ne dépend pas seulement de la netteté de cette coïncidence, elle dépend surtout de la vitesse avec laquelle elle se ment dans le champ de l'instrument quand on déplace l'alidade du polariseur ou de l'analyseur.

Dans le cas où ces deux appareils sont *bout à bout*, traversés par la lumière solaire directe, un déplacement de 2 à 3 minutes de l'un ou de l'autre *dépointe* très-notablement la frange; mais dans la lumière qui a subi une réflexion sous un angle un peu éloigné de l'incidence rasante le *dépointement* est très-inégal suivant qu'on déplace l'analyseur ou le polariseur de la même quantité angulaire : c'est au voisinage de l'incidence principale que ce phénomène est surtout sensible. Si le polariseur *dépointe* aisément la frange par un petit écart angulaire, l'analyseur, au contraire, devient *paresseux* , la frange semble ne plus lui obéir; mais si l'on rétablit l'extinction en mettant le polariseur à 90 degrés de sa position primitive, les rôles sont complètement changés, c'est à l'analyseur que la frange obéit et non plus au polariseur.

101. La proposition du n° 69 de la deuxième Partie rend compte de ces particularités, et précise ce qu'on doit entendre par *approximation normale* de ces mesures d'azimuts.

On voit, en se reportant à ce théorème, qu'un déplacement $d\omega$ du polariseur produit une variation $\frac{a_1 a}{A^2} d\omega$ sur l'analyseur, tandis que le même déplacement $d\alpha = d\omega$ de l'analyseur produit l'écart $\frac{A^2}{a_1 a} d\omega$ pour le polariseur. Par suite, si le rapport $\frac{a_1 a}{A^2}$ est plus petit que l'unité, l'autre sera plus grand, ce qui explique l'opposition dans le rôle des deux appareils.

Leur inversion s'explique aisément en substituant à A^2 sa

valeur

$$A^2 = \frac{a^2 a_1^2}{a_1^2 \cos(\alpha - \gamma) + a^2 \sin^2(\alpha - \gamma)}.$$

En discutant cette valeur, on a vu que les azimuts principaux correspondent au maximum et au minimum du coefficient $\frac{a_1 a}{A^2}$, que ces deux valeurs sont $\frac{a_1}{a}$ et $\frac{a}{a_1}$, inverses l'une de l'autre, et que les variations angulaires $d\alpha$ et $d\omega$ deviennent égales pour les azimuts α et ω correspondant à la valeur

$$\tan(\omega - \alpha) = \sqrt{\frac{a}{a_1}}.$$

102. On énonce ce résultat sous une forme un peu différente :

Les variations angulaires correspondantes des plans de polarisation des rayons incident et réfléchi sont égales quand les azimuts de polarisation correspondants des rayons font des angles égaux avec l'un de leurs azimuts principaux.

On pourra donc prendre comme valeur de l'approximation normale pour une incidence donnée l'erreur moyenne du pointé correspondant aux variations égales; une moyenne de quelques observations la donnera aisément; l'erreur probable correspondante à d'autres azimuts sera donnée par la formule

$$\varepsilon_\alpha = \varepsilon_\omega \frac{a a_1}{A^2},$$

où

$$d\omega = \varepsilon_\omega \quad \text{et} \quad d\alpha = \varepsilon_\alpha;$$

substituant à A^2 sa valeur $a \frac{\cos(\omega - \zeta)}{\cos(\alpha - \xi)}$, et au rapport $\frac{a_1}{a}$

sa valeur $\frac{\tan(\alpha - \xi)}{\tan(\omega - \zeta)}$, il viendra

$$\varepsilon_\alpha = \varepsilon_\omega \cdot \frac{\sin 2(\alpha - \xi)}{\sin 2(\omega - \zeta)},$$

qui servira inversement à comparer les erreurs pour tous les azimuts à *l'approximation normale*.

Ainsi le coefficient qui affecte *l'erreur normale* est suivant les cas $\frac{a_1}{a}$ et $\frac{a}{a_1}$, c'est-à-dire extrêmement variable; dans le cas de l'incidence principale en particulier, l'un des rapports est nul, l'autre infini. Il sera donc nécessaire en chaque cas de calculer l'approximation *réelle* des mesures; ce sera à l'observation d'en donner les éléments, lesquels dépendent, comme la formule l'indique, non-seulement de la nature de la surface cristallisée, mais aussi de l'intensité de la lumière incidente.

Choix de l'intensité et de la teinte de la lumière incidente.

103. Dans les mesures de réflexion cristalline, la lumière n'est jamais trop intense, aussi la lumière solaire est-elle la seule qui convienne. Elle n'est pas homogène et la réflexion sur les corps réfringents *disperse* les couleurs, de sorte que la frange est irisée : dans certains cas, c'est un avantage; dans d'autres, comme dans la recherche des incidences de polarisation complète où les perturbations dues à la lumière elliptique ôtent beaucoup de netteté aux extinctions, c'est un inconvénient; aussi a-t-on intérêt à *monochromatiser* la lumière, ce qu'on ne peut faire rigoureusement qu'en diminuant beaucoup l'intensité incidente.

Mais on peut prendre un moyen terme, une sorte de compromis, qui consiste à ne pas employer de lumière parfaitement monochromatique et à saisir les conditions où l'incertitude du phénomène est minimum; cette limite est du domaine des impressions physiologiques et échappe au calcul; mais voici le résultat de l'expérience.

Le verre rouge de vitraux est en général trop foncé, la perte de la lumière ne compense pas la netteté de l'extinc-

tion. D'autres verres colorés ne m'ont pas donné de meilleurs résultats. Ce qui me paraît préférable, c'est une solution saturée de bichromate de potasse maintenue dans une petite cuve à faces parallèles sous une épaisseur de quelques centimètres; la lumière qui traverse ne contient que le rouge, l'orangé et une petite partie du jaune du spectre (jusqu'à la raie *b* de Fraunhofer); elle est très-intense, et malgré cela la frange perd toute irisation appréciable; les calculs de vérification peuvent être alors effectués en prenant comme indice de la lumière employée celui qui correspond à la raie *D*.

Description de l'appareil de mesures.

104. J'ai fait construire, pour mes recherches, un appareil spécial dans lequel j'ai cherché à réunir les meilleures conditions d'exactitude, tout en conservant une assez grande simplicité relative. (*fig. 19, Pl. III.*)

Si l'on songe que toute mesure comprend l'évaluation de quatre éléments, que les réglages exigent environ une douzaine de mouvements indépendants les uns des autres, cette simplicité relative est en réalité une complication assez grande; mais l'indépendance même des mouvements facilite beaucoup l'intelligence ou le maniement de cet appareil.

C'est un grand cercle divisé de 30 centimètres de diamètre, dont le limbe est horizontal; au lieu de porter deux alidades mobiles, il porte deux cercles concentriques *U*, *V*, ayant leurs axes emboîtés l'un dans l'autre; les alidades, en effet, n'auraient pas pu tourner d'une circonférence entière sans se gêner mutuellement, tandis que dans la disposition adoptée les rotations sont complètement indépendantes.

Le limbe divisé est porté sur le cercle intermédiaire; le plus petit cercle porte des verniers *V*, le plus grand deux microscopes à réticule, de sorte que la même graduation sert à mesurer les deux mouvements, qui ne se gênent en aucune façon.

Chacun de ces cercles porte une colonne, laquelle soutient un petit limbe vertical L, L', L'' , comme dans les appareils décrits par M. Jamin et de Senarmont. Au centre de chacun de ces limbes entre à frottement un petit collimateur composé d'une lentille et d'un réticule (*fig. 21, Pl. III*) : le réticule placé à peu près dans le plan du limbe, la lentille en arrière, à 7 centimètres environ vers le centre du cercle horizontal, de sorte que les trois collimateurs tournent leurs objectifs du côté de l'axe général de l'appareil ; leurs axes de figure sont à fort peu près dans un même plan horizontal.

Chaque petit limbe porte une alidade au centre de laquelle une bonnette mobile fixe l'appareil polariseur tourmaline ou prisme de Nicol.

Au centre du grand cercle horizontal s'élève une pièce assez compliquée (*fig. 20, Pl. III*), destinée à soutenir et à régler la surface réfléchissante ; c'est un petit limbe vertical L , porté sur un chariot qui peut avancer ou reculer horizontalement, guidé par une coulisse ; le plan de ce limbe peut en outre basculer autour d'un axe horizontal D à l'aide d'un levier à vis B ; enfin tout le système tourne autour de l'axe général de l'instrument.

105. On voit par ce qui précède que dans la construction de cet appareil tous les retournements possibles ont été ménagés ; c'est qu'en effet une foule de vérifications importantes s'obtiennent sans peine quand ces conditions sont remplies ; aussi en ai-je tiré un grand parti dans l'étude des diverses méthodes de mesures exposées plus haut ; après beaucoup d'essais, je me suis arrêté, non pas aux méthodes les plus simples, mais à celles qui exigent le moins de dispositions inaccoutumées dans les instruments de ce genre. On peut remarquer en effet que les réglages indiqués s'appliquent à un goniomètre quelconque et ne demandent aucun des retournements que je m'étais imposés dans la construction de mon appareil.

106. Il suffira maintenant de quelques mois pour expliquer les divers réglages.

1° *Direction des axes optiques dans le plan de l'axe général de l'instrument.*

La croisée des fils du réticule est à fort peu près au centre de chaque collimateur ; l'axe optique se déplace par de petits mouvements de l'objectif, ainsi que le permet une disposition très-simple. Cette direction n'a nul besoin d'être rigoureusement réglée ; un des moyens d'y parvenir consiste à projeter l'ombre solaire du réticule sur une lame de verre dépolie, placée exactement dans le plan de l'axe général ; en examinant l'ombre sur diverses positions de la lame, on arrive d'abord à ajuster la lame, puis à vérifier la condition cherchée.

2° *Réglage des axes optiques dans un même plan.*

Grâce à l'existence de trois collimateurs sur le même appareil, l'opération de réglage indiquée plus haut est simplifiée puisqu'on n'a pas besoin d'un collimateur auxiliaire étranger à l'instrument.

3° *Réglage des appareils de polarisation.*

La même remarque s'applique ici au réglage des prismes de Nicol ; le troisième collimateur fournit le prisme auxiliaire.

Je ferai remarquer en passant que les dimensions des petits limbes verticaux sont calculées de telle sorte qu'ils ne se gênent nullement dans leurs mouvements, aussi peuvent-ils être mis en *opposition* ou en *conjonction*, comme on dit en astronomie ; de là des vérifications de réglage sur lesquelles je n'insisterai pas.

4° *Réglage de la surface réfléchissante.*

Le cristal à essayer est collé avec un peu de cire molle sur le limbe vertical du centre ; il ne repose pas directement sur la surface de ce limbe, mais sur une lame métallique maintenue par trois vis avec ressorts, de telle sorte qu'on peut rendre la surface réfléchissante exactement

normale à l'axe de rotation de ce limbe. A cet effet on projette l'ombre solaire du réticule sur un écran fixe et on tourne les vis jusqu'à ce que l'image reste fixe quand on tourne le cristal dans tous les azimuts.

Le reste du réglage ne présente plus de difficultés.

Mesures effectuées avec cet appareil.

107. Quoique j'aie effectué un grand nombre de mesures avec cet appareil, je n'en citerai que quelques-unes; la discussion et l'essai des méthodes précédemment décrites m'ont occupé longtemps, et je ne suis parvenu que depuis une époque assez récente à ce système si complet et si simple d'observations systématiques. Beaucoup des mesures effectuées avant cette époque sont entachées d'erreurs que je n'avais pas alors aperçues ou du moins éliminées avec certitude. Je me bornerai donc à un petit nombre d'exemples, me réservant plus tard de donner un tableau complet de vérifications expérimentales.

108. Les mesures suivantes portent sur quelques cas simples, mais caractéristiques; les substances choisies sont le spath d'Islande et le soufre; la surface réfléchissante était pour l'un une face de clivage récemment obtenue, pour l'autre une face de l'octaèdre. Je ne dirai rien des milieux isotropes, qui ont été si souvent étudiés.

Comme il est impossible d'embrasser tous les cas, même en se bornant à une seule surface réfléchissante, on va choisir comme types les phénomènes suivants :

- 1° Phénomènes sous l'incidence rasante;
- 2° Sous l'incidence de polarisation complète;
- 3° Sous l'incidence de 45 degrés environ;
- 4° Sous l'incidence normale.

Et ainsi de même pour divers azimuts, ou au moins pour deux azimuts rectangulaires convenablement choisis.

Le premier groupe ne donne lieu à aucune mesure intéressante au point de vue de la polarisation.

Incidence de polarisation complète.

109. Il y a trois méthodes pour déterminer cet angle. On cherche l'incidence qui éteint la lumière réfléchie :

1° En se servant d'un polariseur seul ;

2° En se servant d'un analyseur seul ;

3° Enfin , on peut employer à la fois les deux appareils en se fondant sur ce que sous cette incidence l'azimut de polarisation du rayon réfléchi est indépendant de l'azimut de polarisation incident. On cherche pratiquement cette incidence par la condition que la frange *pivote* autour du réticule quand on déplace le polariseur ou l'analyseur.

Sur diverses faces de clivage de spath d'Islande, le plan d'incidence étant la section principale, j'ai trouvé pour l'angle de polarisation complète :

57°20',8, moyenne de 12 observations très-concordantes.

57°22' $\frac{1}{2}$ " 10 "

57°17' " 10 "

57°16' " 16 "

Théoriquement on calcule (1) 57°22' ; la vérification est donc très-satisfaisante.

En choisissant comme plan d'incidence le plan perpendiculaire, j'ai obtenu

59°44' et 59°50'.

Théoriquement on trouve 59°50'.

Ici il y a un contrôle de plus, car le plan de polarisation du rayon réfléchi ne coïncide pas avec le plan d'incidence. J'ai observé qu'il est dévié de 2°27' $\frac{1}{2}$; le calcul donne 2°32'.

De plus, l'azimut de polarisation incidente qui éteint complètement le rayon réfléchi n'est pas exactement 90 degrés. La déviation observée est 2°25' $\frac{1}{2}$. Théoriquement elle devrait être la même que précédemment et égale à 2°32'.

Le contrôle est donc encore très-satisfaisant.

(1) En prenant comme indices les valeurs de Rudberg pour la raie D.

110. J'avais fait plusieurs séries de déterminations d'angles de polarisation complète dans divers azimuts de réflexion sur des lames de clivage du spath; mais comme elles remontent à une époque assez ancienne, elles ne présentent pas les vérifications qui assureraient de leur validité; je ne les citerai pas. Mais je donnerai une série complète de semblables mesures effectuées sur une face de l'octaèdre du soufre. Les valeurs théoriques ne sont pas calculées parce que les trois indices principaux de cette substance que j'ai déterminés n'étant pas à l'abri de toute discussion, je n'ai pas voulu entreprendre inutilement des calculs numériques fort laborieux; mais ces mesures, outre l'intérêt qui s'attache à un cristal du système le plus général, offrent un intérêt particulier, à savoir une nouvelle vérification du théorème énoncé au n° 73. La vérification indiquée plus haut est indépendante des mesures; celle qui suit dépend, au contraire, des valeurs numériques trouvées et va, par conséquent, donner une idée de l'approximation qu'on peut attendre de ces mesures. Ainsi, c'est un contrôle des méthodes de mesure autant qu'une vérification du théorème.

En effet, d'après cette proposition on conclut aisément que dans la formule $\tan g(\omega - \zeta) = k \tan g(\alpha - \xi)$, ζ et ξ se changent mutuellement l'un en l'autre pour des azimuts de réflexion distants de 180 degrés, l'incidence restant la même.

AZIMUT de réflexion Z	I	ξ	ζ	AZIMUT de réflexion Z ₁	I ₁	ξ_1	ζ_1	DIFFÉRENCES.		
								I	ξ	ζ
0°	63.26'	-2.11'	-1.39'	180°	63.26'	-1.40'	-2.6'	0	5	1
30	62.19	-1.26	0.14	210	62.39	-0.14	-1.16	-10	10	0
60	62.33	0.26	1.52	240	62.33	1.52	0.27	0	-1	0
90	63.39	1.12	2.47	270	63.49	2.56	1.17	-10	-5	9
120	64.58	0.17	1.27	300	64.45	1.28	0.23	+13	6	1
150	64.45	-1.23	-0.53	330	64.38	-0.51	-1.20	+7	3	-2
180	63.26	-1.40	-2.6	360	63.26	-2.11	-1.39	0	1	5

L'influence de la polarisation elliptique se fait sentir dans la mesure des incidences qui perdent une partie de leur précision, puisque la divergence s'élève une fois jusqu'à 13'; chacun des nombres I est la moyenne de douze observations.

Les angles ξ et ζ sont beaucoup plus concordants : chacun d'eux est la moyenne de huit observations.

Pour achever de déterminer l'orientation cristallographique des plans de réflexion, il suffira de dire que l'arête de la base de l'octaèdre est normale au plan d'incidence quand l'azimut $Z = 138^\circ 55'$.

Sur tous les limbes, les angles positifs sont comptés dans le sens des aiguilles d'une montre, l'observateur étant situé à l'extérieur de l'appareil (voir fig. 19, Pl. III).

Réflexion sous l'angle de 45 degrés.

111. A l'aide d'un grand nombre d'observations sur une lame de clivage de spath, j'ai calculé les trois coefficients ξ , ζ et k de la formule

$$\tan tg(\alpha - \xi) = k(\tan \omega - \zeta)$$

pour divers azimuts. La symétrie de la section principale montre qu'on peut se borner à considérer les azimuts compris entre 0 et 90 degrés. Mais les observations ont été faites

et calculées avant que j'aie découvert la proposition n° 73, de sorte qu'on jugera de l'approximation de ces mesures en comparant les azimuts symétriques par rapport à la section principale; on verra qu'elles sont un peu moins bonnes que les précédentes, mais elles ont pour moi un intérêt assez grand; elles ont été corrigées de l'erreur due aux prismes de Nicol à l'aide d'une formule empirique à une époque où je n'avais pas encore aperçu la cause de ces erreurs ni le moyen de les éliminer; en tout cas, ces mesures donnent une idée très-précise de la variation des déviations ξ et ζ avec l'azimut.

Z	ζ	ξ	arc tang k	Z	ζ	ξ	arc tang k
0°	0°	0°	16° 30'	120°	0°	0°	16° 47'
20	-2.43	-1.20	17.15	160	1.35	2.20	17.15
40	-3.55	-2.30	18.40	140	2.13	3.49	18.30
60	-3.52	-2.15	20.10	120	1.50	3.51	20.5
80	-2.22	-0.17	21.15	100	+0.7	+2.12	21.15

Le nombre des observations était de 306.

Je n'ai calculé théoriquement dans cette série que la valeur de arc tang k pour la section principale; j'ai trouvé 16° 36'. La moyenne entre 16° 30' et 16° 47', valeurs observées, donne 16° 38' $\frac{1}{2}$: la concordance ne laisse rien à désirer.

112. J'ai effectué les mesures analogues à peu près à la même époque sur une face de l'octaèdre du soufre; les calculs ont été obtenus de la même manière et ont conduit au tableau suivant, résumé de 204 observations.

Les azimuts principaux sont avec le plan d'incidence et sa normale des angles qui peuvent dépasser 5 degrés, ce qui montre l'énergie biréfringente du soufre.

AZIMUT de réflexion Z	ζ	ξ	arc tang k	AZIMUT de réflexion Z	ζ	ξ	arc tang k
0°	-4. 0'	-3. 25'	22. 45'	180°	-3. 20'	-3. 55'	22. 45'
30	+1. 0	+1. 30	21. 45	210	+1. 30	+1. 15	21. 45
60	+3. 40	+5. 5	23. 20	240	+5. 15	+3. 55	23. 25
90	+4	+5. 5	27	270	+5. 15	+4. 5	27
120	-1. 35	-0. 58	28. 30	300	-0. 59	-1. 41	28. 33
150	-5. 10	-5. 20	26	330	-5. 10	-5. 5	26
180	-3. 20	-3. 55	22. 45	360	-4	-3. 25	22. 45

À l'azimut 10 degrés, l'arête de base de l'octaèdre est normale au plan d'incidence.

La concordance est encore ici bien satisfaisante, surtout si l'on songe combien le soufre est difficile à manier, combien sa surface est altérable, et quelles incertitudes cause la lumière elliptique produite par la réflexion.

113. J'ajouterai quelques remarques sur la manière de calculer ces constantes ξ , ζ , k . Les valeurs de ω et α , telles que l'observation les donne, satisfont à la relation générale d'homographie

$$A \tan \omega \tan \alpha + B \tan \omega + C \tan \alpha + D = 0.$$

On a vu comment de cette formule on déduit la relation

$$\tan(\alpha - \xi) = k \tan(\alpha - \zeta).$$

Pour calculer ces azimuts principaux ξ , ζ , il suffirait de déterminer le rapport des coefficients A, B, C, D à l'aide de trois systèmes d'observations. Mais le calcul direct et rigoureux est très-long, aussi vaut-il mieux prendre une méthode graphique rapide, et ensuite achever le calcul par approximations successives.

La méthode graphique suivante m'a rendu de grands services.

On trace sur une feuille de papier quadrillé à une échelle

aussi grande que possible une série de courbes (*fig. 12, Pl. III*),

$$\text{tang } \gamma = \text{tang } \varphi \text{ tang } x.$$

En donnant à φ les valeurs 90, 89, 88 degrés, . . . , 46, 45, 44 degrés, . . . , 3, 2, 1 degrés, on limite ces courbes à un carré dont le côté représente 90 degrés. Elles s'épanouissent en partant du sommet $x = 0, \gamma = 0$, et vont converger au sommet opposé.

On applique sur ce tableau une feuille d'un papier transparent, et on marque par abscisses et ordonnées les nombres observés; on fait, en outre, un point de repère sur cette feuille, par exemple $x = 45$ degrés, $y = 45$ degrés; puis on déplace la feuille parallèlement à elle-même, jusqu'à ce que la série des points observés coïncide avec une des courbes tracées, ou avec une ligne fictive intermédiaire; le numéro d'ordre de la courbe donne à 10 ou 15 minutes près la valeur de φ .

La variation de l'abscisse et de l'ordonnée du point de repère définit les valeurs de ξ et ζ à 5 ou 6 minutes près. De plus, on aperçoit d'un seul coup d'œil les observations à rejeter et celles qu'on peut prendre pour base d'un calcul rigoureux.

114. On achève avec une règle à calcul particulière : les logarithmes des tangentes trigonométriques des arcs compris entre 45 degrés et 0° 30' y sont tracés; avec une règle de 75 centimètres de longueur, l'approximation ne s'abaisse pas au-dessous de 1 minute; on peut donc effectuer sans aucune peine toutes les opérations de la forme

$$\text{tang } (x - \zeta) = k \text{ tang } (\omega - \xi).$$

En différenciant cette relation, on obtient aisément une formule linéaire qui peut servir au calcul des approximations successives, à la condition de ne pas prendre pour x et ω d'angles dont la tangente trigonométrique soit trop grande ou trop petite.

Telle est la méthode à suivre dans le cas où l'on veut utiliser une série d'observations quelconques; en général, il vaut mieux définir les trois coefficients ξ , ζ , k par trois systèmes de valeurs convenablement espacées, choisir, par exemple, les systèmes correspondants à

$$\omega = 0, \quad \omega = 45 \text{ degrés}, \quad \omega = 90 \text{ degrés},$$

et y joindre comme vérification $\omega = 135$ degrés. Dès lors le tableau de courbes n'est plus aussi utile, parce que la détermination de ξ et ζ , généralement très-petits, s'obtient par l'intersection de deux lignes droites, dégénérescence de la courbe $\tan \gamma = \tan \varphi \tan \gamma$ aux environs de ses points d'inflexion $\gamma = 0, x = 0; \gamma = 90 \text{ degrés}, x = 90 \text{ degrés}$. Mais la règle à calcul conserve toujours son utilité.

Il est à peine utile de faire remarquer que ces constructions et ces calculs contrôlent et vérifient la proposition du n° 46, à savoir que les plans de polarisation des rayons incidents et réfléchis forment deux faisceaux homographiques.

Réflexion sous l'incidence normale.

115. Le phénomène de la déviation du plan de polarisation sous l'incidence normale est trop connu pour que j'insiste longuement sur sa description. On sait que si l'on prend pour axes de coordonnées sur la surface cristalline les deux directions rectangulaires des vibrations réfractées correspondant au rayon incident normal, on obtient la formule

$$\tan x = \tan \omega \frac{n_1 - 1}{n_1 + 1} \cdot \frac{n_2 + 1}{n_2 - 1},$$

dans laquelle ω est l'azimut de polarisation incidente, et x l'azimut de polarisation réfléchi.

Cette expression, qui est de la forme

$$\tan x = h \tan \omega,$$

peut être transformée en cette autre

$$\tan(\omega - x) = \frac{1 - h}{2\sqrt{h}} \sin 2\gamma,$$

en posant

$$\tan \varphi = \sqrt{h} \tan \omega;$$

d'où l'on conclut la *loi de déviation* du plan de polarisation réfléchi. Les écarts extrêmes sont donnés par la formule

$$\pm \frac{1-h}{2\sqrt{h}}.$$

La disposition très-simple indiquée (*fig. 17* et *18, Pl. II*) permet de réaliser aisément les mesures.

Un rayon polarisé dans le plan d'incidence se réfléchit sur une lame de crown-glass sous l'angle de 45 degrés environ : le rayon se réfléchit normalement sur la surface cristalline choisie; il revient, traverse la lame et est analysé par un prisme de Nicol placé sur un petit cercle divisé. La surface cristalline est également posée sur un limbe gradué. Le reste se comprend aisément. Les déviations observées ont été altérées par le passage du rayon réfléchi à travers la lame; mais on les corrige aisément en substituant au rayon réfléchi sur la face cristalline un rayon directement polarisé dont on fait varier l'azimut.

116. Je citerai seulement les résultats que j'ai obtenus.

Pour le spath j'ai trouvé $\pm 3^{\circ} 17'$; la théorie donne $\pm 3^{\circ} 18'$. J'ai contrôlé encore cette valeur $3^{\circ} 18'$ en déterminant directement les indices n_1, n_2 à l'aide de trois prismes en spath, dont l'une des faces était un clivage naturel. En opérant la réfraction *sous l'incidence normale*, j'ai obtenu pour la raie D

$$n_1 = \begin{cases} 1,6595 \\ 1,6585 \\ 1,6581 \end{cases} \quad n_2 = \begin{cases} 1,5677 \\ 1,5661 \\ 1,5664 \end{cases}$$

$$\text{Moyenne } n_1 = 1,6588 \quad \text{Moyenne } n_2 = 1,5668$$

En substituant ces valeurs dans la formule, on trouve $3^{\circ} 18'$.

Pour le soufre, face de l'octaèdre, j'ai effectué la même série d'opérations. La dérivation observée $= \pm 3^{\circ} 41'$. A

l'aide de quatre prismes en soufre, j'ai déterminé les deux indices correspondants :

$$n_1 = \begin{Bmatrix} 1,9954 \\ 2,0064 \\ 2,0050 \\ 2,0070 \\ \hline \end{Bmatrix} \quad n_2 = \begin{Bmatrix} 2,2044 \\ 2,2172 \\ 2,2187 \\ 2,2110 \\ \hline \end{Bmatrix}$$

$$\text{Moyenne } n_1 = 2,0035 \quad \text{Moyenne } n_2 = 2,2128$$

d'où l'on déduit $\pm 3^{\circ} 48'$.

C'est la seule *comparaison numérique* que j'aie obtenue, pour le soufre, entre les phénomènes de réflexion et ceux de réfraction (1).

Description de quelques organes cinématiques destinés à vérifier ou à représenter quelques lois de la réflexion de la lumière polarisée.

117. *Appareil de mesures.* — On peut avec l'appareil décrit plus haut vérifier synthétiquement les lois géométriques fondamentales de la réflexion de la lumière polarisée.

1° *Milieux isotropes.* — On a vu au n° 42 que dans ce cas simple les trois plans de normalisation se coupent suivant une même droite perpendiculaire au rayon réfracté; une disposition cinématique très-simple permet de donner aux prismes de Nicol de mon appareil les mouvements simultanés définis par cette proposition.

En effet, les petits limbes verticaux L, L', L'', peuvent

(1) J'ai éprouvé beaucoup de difficultés à mesurer les indices principaux du soufre. Je crains d'ailleurs que, pour un corps aussi réfringent et aussi biréfringent, la forme admise pour la surface d'onde lumineuse ne soit pas à l'abri de toute discussion. Je donnerai néanmoins ici les nombres que j'ai obtenus pour la raie D en appliquant les calculs ordinaires; mais je me réserve de revenir sur ce point :

1,958 2,038 2,240

tourner autour de leur axe de figure : un arc métallique E , E' , E'' , lié à leur mouvement, définit matériellement un plan passant par le rayon correspondant. L'arc métallique E'' figurant le plan de normalisation réfracté porte une tige rigide $E''T$ normale à la direction du rayon ; cette tige, à l'aide de pinces à ressorts, s'appuie toujours sur les deux autres arcs, de sorte que son mouvement entraîne le mouvement des deux autres arcs : ces arcs, de forme semi-circulaire, sont travaillés avec soin de façon que leur bord soit aussi plan que possible : on a tenu compte de l'épaisseur de la tige directrice.

118. Si l'on dispose au centre du cercle une surface réfléchissante, et qu'on dirige l'axe des collimateurs suivant les rayons incident, réfléchi et réfracté, la disposition cinématique adoptée permettra de diriger les sections principales des prismes de Nicol, de telle sorte que les rayons réfléchis et réfractés soient constamment éteints quelle que soit la polarisation incidente. Je n'insiste pas sur les conditions de réglage qui s'offrent d'elles-mêmes après tout ce qui a été dit à ce sujet. Mais il est nécessaire d'ajouter que pour que le rayon réfracté soit éteint dans toutes les positions, il faut que la réfraction à la seconde surface ne modifie pas l'azimut de polarisation produit par la réfraction à la première surface ; donc la seconde surface doit être normale au rayon réfracté ; par suite, la surface réfléchissante doit être la face d'un prisme d'angle convenable.

Le phénomène est assez net pour qu'on puisse, dans le cas où l'on opère avec une seule surface réfléchissante, déterminer le rayon réfracté, par suite l'indice de réfraction à l'aide de phénomènes de pure réflexion. En effet, les rayons incident et réfléchi étant réglés, on détermine la position du troisième collimateur par la condition d'extinction dans tous les azimuts de polarisation incidents : on obtient ainsi la direction du rayon réfracté.

On obtient même très-exactement le double de l'angle de réfraction en remarquant que *les plans de polarisation des rayons incident et réfléchi se coupent suivant une droite normale au symétrique du rayon réfracté.*

119. 2° *Milieux cristallisés.* — La détermination de l'indice de réfraction des milieux isotropes m'a réussi assez bien avec le dispositif précédent pour que j'aie songé à déterminer directement les trois constantes ξ, ζ, k des milieux cristallisés : on voit en effet que le mécanisme peut, même dans le cas le plus général des cristaux, guider la position relative des prismes de Nicol incident et réfléchi, de telle sorte que le rayon réfléchi soit constamment éteint ; car la loi $\tan(\alpha - \xi) = k \tan(\omega - \zeta)$ des milieux cristallisés ne diffère de la loi correspondante des milieux isotropes $\tan \alpha' = h \tan \omega'$ que par la déviation de l'origine des azimuts $\alpha', \alpha, \omega', \omega$; donc, si on fait subir aux prismes de Nicol les déviations ξ et ζ et qu'on donne au collimateur réfracté la position définie par l'angle auxiliaire r ,

$$k = \frac{\tan(i + r)}{\tan(i - r)},$$

la condition d'extinction constante du rayon réfléchi sera obtenue.

J'ai trouvé plusieurs méthodes assez simples pour opérer cette détermination directe de ξ, ζ et k : malheureusement la précision des organes cinématiques est assez limitée, et comme les angles ξ et ζ sont très-petits en général, les flexions inévitables de la tige directrice introduisent des erreurs assez graves et difficiles à éliminer : je ne parlerai donc pas de ces méthodes. Mais si l'on se borne à demander à l'appareil, non plus des déterminations directes, mais de simples vérifications de valeurs déjà calculées, l'emploi de ce dispositif est satisfaisant.

Appareil de démonstration.

120. On a vu que dans les milieux isotropes la loi d'orientation simultanée des plans de polarisation des rayons incident, réfléchi et réfracté était exprimée analytiquement par la formule

$$\frac{\tan \omega}{\cos(i - r)} = \frac{\tan \beta}{\cos(i + r)} = \frac{\tan \gamma}{1},$$

loi qu'on peut énoncer ainsi (n° 40) :

Les tangentes trigonométriques des angles que font les plans de polarisation des trois rayons avec le plan d'incidence sont respectivement proportionnelles aux cosinus que fait chacun des rayons avec le rayon réfracté.

Or, il existe un organe cinématique nommé *joint universel* ou *joint hollandais*, ou encore *croisillon*, qui permet de transmettre un mouvement de rotation d'un axe à un autre axe incliné sur le premier, mais situé dans le même plan. Ce petit appareil est représenté *fig. 24, Pl. III*. On démontre aisément que les déplacements angulaires correspondants θ, θ' de ces deux axes sont liés par la relation

$$\frac{\tan \theta}{\tan \theta'} = \cos V.$$

V étant l'angle des deux axes.

On en conclut que si l'on a deux axes faisant entre eux l'angle $(i + r)$ et qu'on les lie par un croisillon, leurs déplacements angulaires correspondants seront identiques à ceux des plans de polarisation des rayons incident et réfracté, définis respectivement par les angles i et r . De même, si on lie le second axe, celui qui représente le rayon réfracté, par un croisillon faisant avec lui l'angle $(i - r)$ et avec le premier l'angle $2i$, on complètera la réalisation

cinématique de la loi de Fresnel en déterminant la position du plan de polarisation du rayon réfléchi.

On peut, à l'aide de ce petit appareil, suivre toutes les lois des milieux isotropes : des articulations rigides peuvent aisément lier les axes suivant la loi du sinus (*voir fig. 25 et 26. Pl. III*), en sorte qu'on résume en un organe cinématique très-simple les lois de la réflexion et de la réfraction de la lumière.

C'est, je crois, un bon appareil de démonstration.

Toutes les remarques énoncées dans les nos 41, 42, 43, 44 deviennent évidentes à la simple inspection de ce petit appareil.

Recherches sur la Réflexion cristalline; par M. A. Cornu.

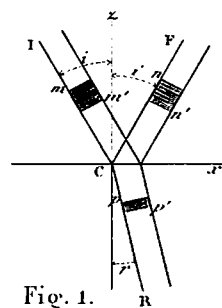


Fig. 1.

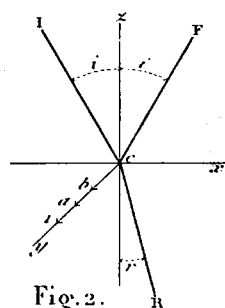


Fig. 2.

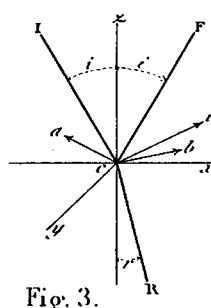


Fig. 3.

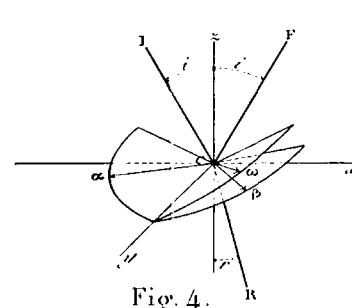


Fig. 4.

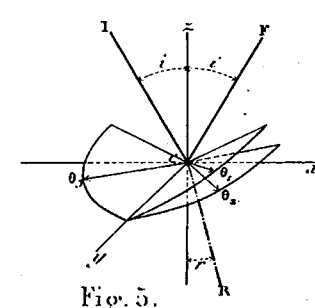


Fig. 5.

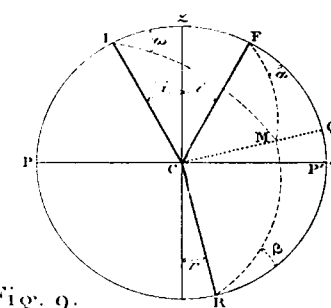


Fig. 9.

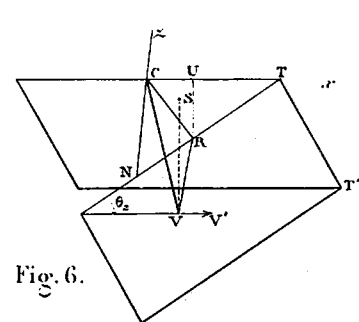


Fig. 6.

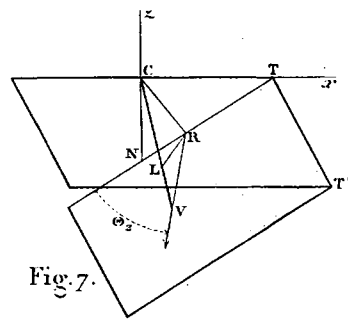


Fig. 7.

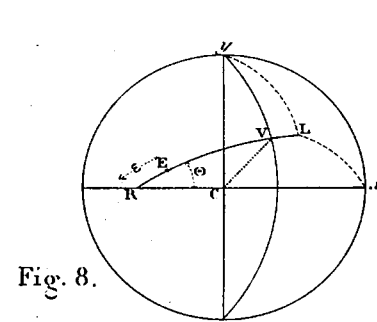


Fig. 8.

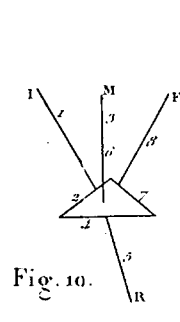


Fig. 10.

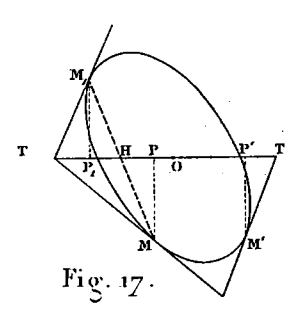


Fig. 17.

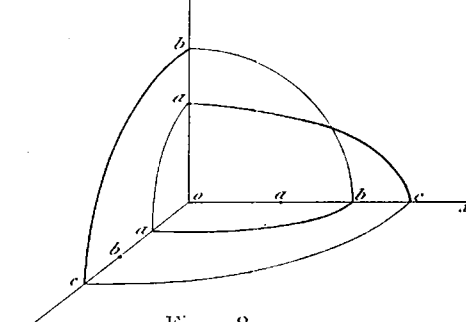


Fig. 18.

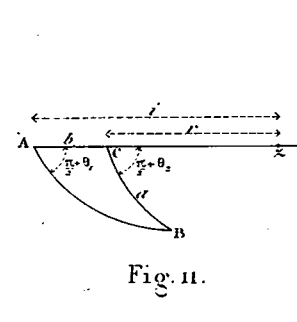


Fig. 11.

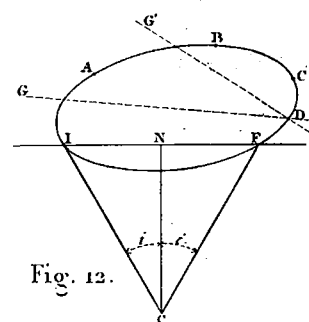


Fig. 12.

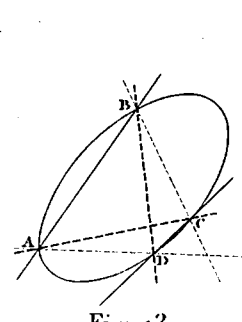


Fig. 13.

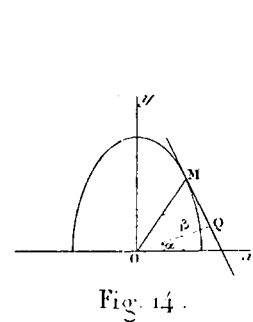


Fig. 14.

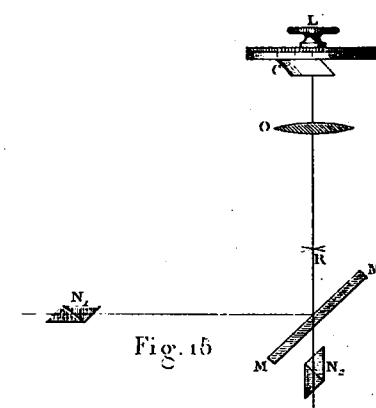


Fig. 15.

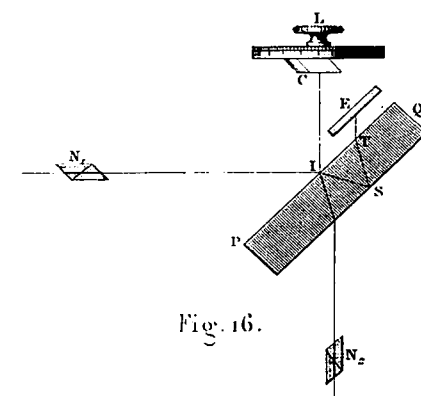


Fig. 16.

Recherches sur la Réflexion cristalline, par M. A. Cornu

Fig. 20.

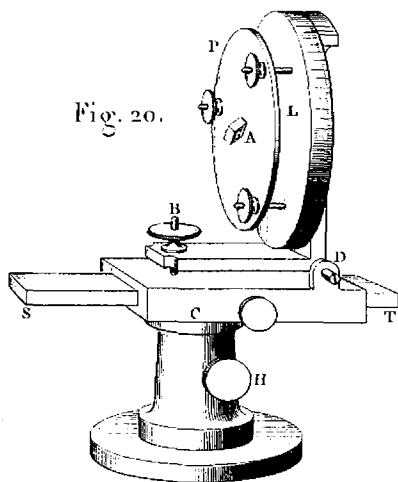


Fig. 25.

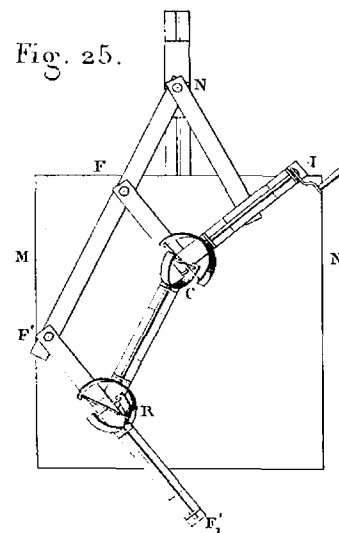


Fig. 26.

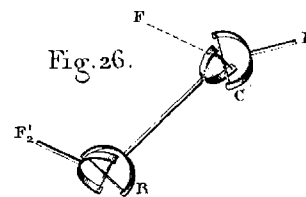


Fig. 19.

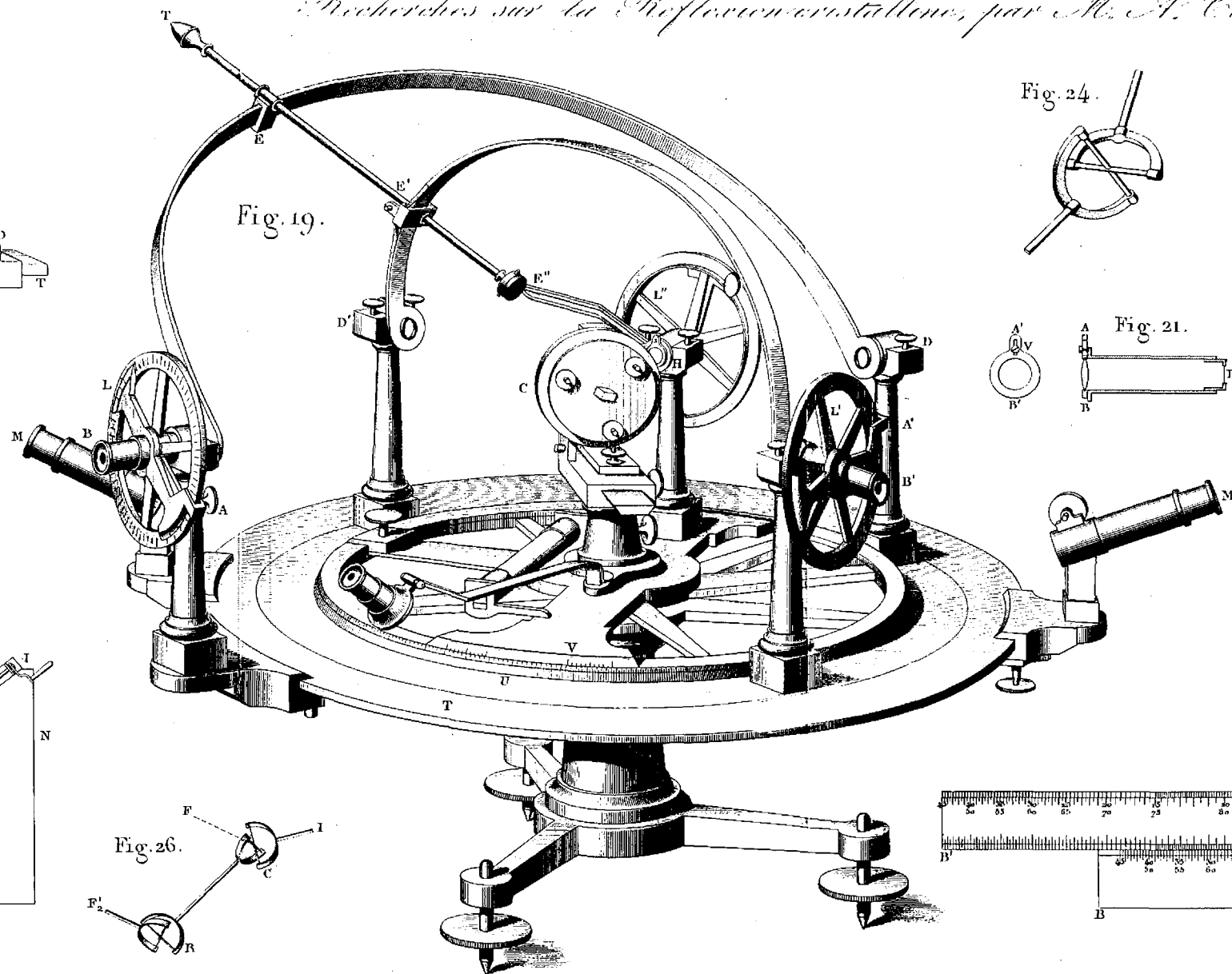


Fig. 24.

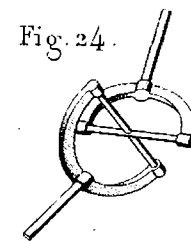


Fig. 21.

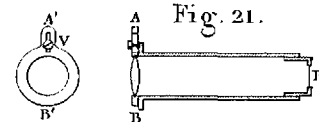


Fig. 22.

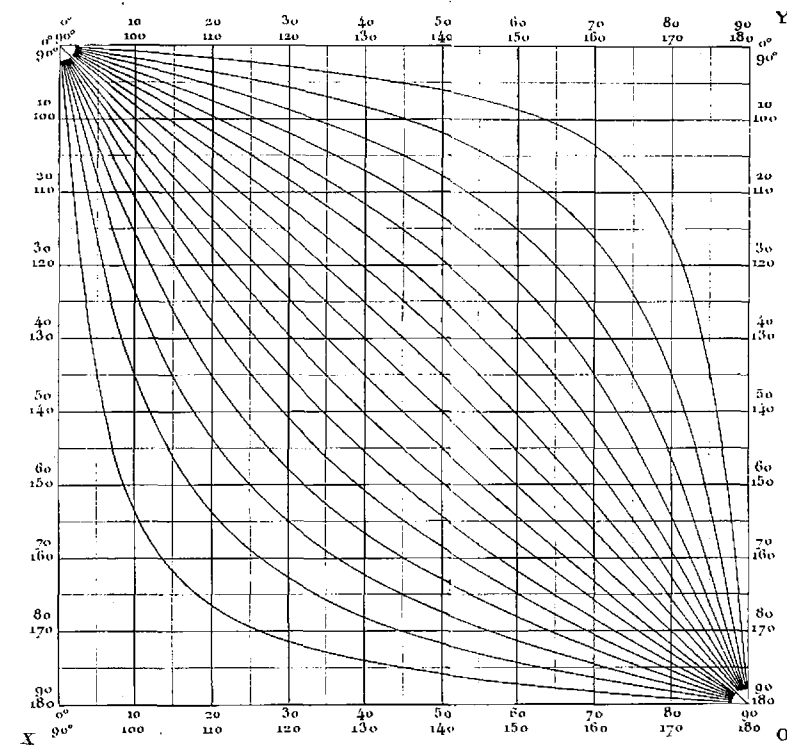
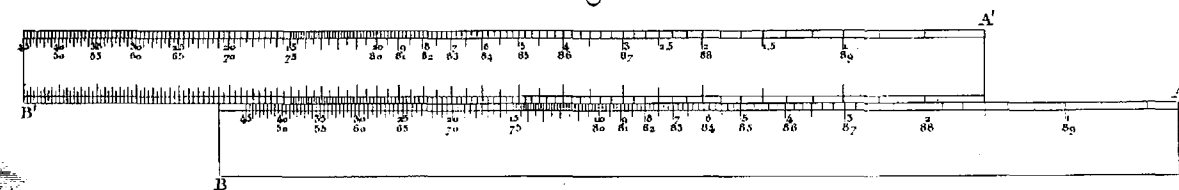


Fig. 23.



EXTRAITS

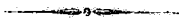
DE

MINÉRALOGIE

(ANNÉE 1867)

PAR

M. A. CORNU,
INGÉNIEUR DES MINES.



PARIS

DUNOD, ÉDITEUR,

SUCCESSEUR DE V^o DALMONT,

Précédemment Carilian-Gœury et V^o Dalmont,

LIBRAIRE DES CORPS IMPÉRIAUX DES PONTS ET CHAUSSEES ET DES MINES,

Quai des Augustins, 49.

1869

EXTRAITS DE MINÉRALOGIE

(ANNÉE 1867)

Par M. A. CORNU, ingénieur des mines.

RAPPORTS SPÉCIAUX.

Rapport sur les progrès de la minéralogie; par M. DELAFOSSE.

Ce rapport, qui fait partie de la série publiée par ordre de M. le ministre de l'instruction publique à l'occasion de l'Exposition de 1867, est un résumé de toutes les découvertes importantes faites depuis le commencement du siècle dans les diverses branches de la minéralogie; les développements relatifs à la cristallographie théorique et appliquée, aux propriétés physiques et optiques des cristaux présentent un intérêt tout spécial.

Rapport sur les progrès de la géologie expérimentale;
par M. DAUBRÉE.

Quoique ce rapport soit en dehors du sujet ordinaire de ces extraits, il est nécessaire de le citer, car il renferme, sous une forme très-intéressante, le compte rendu succinct des expériences les plus importantes relatives à la reproduction de minéraux, de roches, à l'étude des produits de leur altération et d'une foule de questions qui sont aussi bien du domaine de la géologie que de la minéralogie.

CRISTALLOGRAPHIE.

Sur la corrélation entre la forme cristalline et la constitution chimique; par M. DANA.

(*Silliman's Journal*, t. XLIV, p. 89, 252 et 398.)

L'auteur donne quelques exemples des minéraux où le nombre d'atomes d'oxygène doublé, définit la symétrie de la cristallisation : ainsi les protoxydes sont cubiques, les sesquioxides hexagonaux (fer, alumine, chrome), les deutroxydes carrés (étain, titane). Les exceptions sont considérées comme dues à des condensations moléculaires, analogues aux isoméries des composés organiques.

L'auteur passe ensuite en revue les composés plus complexes ; le nombre d'atomes d'oxygène, ou en général d'atomes électronégatifs, est la plupart du temps en accord avec la symétrie du cristal.

Par exemple : les proto-silicates, où l'oxygène de la base égale l'oxygène de la silice, appartiendraient, en général, au système carré ($2 \times 2 = 4$). Les bisilicates [$(1 + 2) \times 2 = 6$] seraient hexagonaux.

L'auteur est amené en suite à appliquer aux minéraux diverses hypothèses de la chimie organique sur l'atomicité et la saturation des éléments ; il est difficile d'en extraire quelques-unes qui simplifient la constitution, soit des silicates dont l'auteur donne une classification détaillée, soit des éléments minéralisateurs qui se partagent en groupes jouant des rôles analogues.

Il serait injuste, en cette occasion, de ne pas revendiquer pour M. Gaudin la priorité de ces considérations moléculaires appliquées non-seulement à la minéralogie, mais à l'ensemble des composés chimiques doués de structure cristalline. Il y a longtemps que M. Gaudin a posé le principe de la symétrie et de l'équilibre des atomes identiques ; il est même parvenu à l'aide d'hypothèses, quelquefois contestables, mais la plupart du temps fort ingénieuses, non-seulement à définir la symétrie ou l'isomorphisme des cristaux, mais même à imaginer un édifice moléculaire reproduisant les angles naturels de la substance.

Sur la forme cristalline de la cryolite; par M. M. WEBSKY.

(*Neues Jahrbuch, Leonhard und Geinitz*, 1867, p. 810.)

La cryolite, d'après les observations de M. des Cloizeaux, ne peut pas, malgré l'apparence des clivages, être rapportée au système rectangulaire droit; des mesures directes ont permis à l'auteur de déterminer la forme primitive de ce minéral, laquelle est un prisme oblique dissymétrique.

Les vérifications cristallographiques des facettes ou des mâcles, ainsi que quelques propriétés optiques, sont exposées en détail dans ce mémoire.

Les propriétés optiques distinguent immédiatement la cryolite de la *chiolite* et de la *pachnolite*, qui sont des espèces très-voisines.

Sur la forme cristalline de la gadolinite; par M. WAAGE.

(*Neues Jahrbuch*, 1867, p. 696.)

L'auteur a mesuré avec précision un cristal de gadolinite à facettes très-brillantes, et relativement nombreuses, recueilli en Norvège (Hiterø), et a pu ainsi faire cesser l'incertitude qui régnait sur le système cristallin de ce minéral. Les vérifications cristallographiques sont très-précises, la gadolinite appartient au système du prisme oblique symétrique; de plus elle est complètement isomorphe avec l'épidote, les angles des faces homologues diffèrent seulement de quelques minutes.

Étude cristallographique de la chlorite; par M. COOKE.

(*Silliman's Journal*, t. XLIV, p. 201.)

L'auteur a pu étudier des cristaux d'une beauté exceptionnelle, provenant de divers points de l'Amérique du Nord, et confirmer les observations de M. des Cloizeaux.

Le *kämmererite* (chlorite violette) est rhomboédrique; au microscope polarisant elle est *uniaxe* et *positive*; les cristaux sont nettement dichroïques (le rayon ordinaire est violet, l'extraordinaire, rouge hyacinthe).

Le *clinocllore* du *Texas* n'a pas la régularité cristallographique

de la variété précédente ; ses propriétés optiques sont aussi notablement différentes, car il possède deux axes optiques écartés dans l'air d'angles variables, quelquefois leur bissectrice est inclinée sur le clivage facile ; de plus les cristaux sont toujours mâclés.

D'autres échantillons de Pensylvanie et de Massachusetts présentent des variations analogues relativement aux mâcles, aux axes optiques et à leur dispersion.

Sur les groupements des cristaux de quartz ; par M. JENZSCH.

(*Poggendorfs Annalen*, 1867, CXXX, p. 597.)

L'auteur décrit six groupements réguliers de prismes de quartz qu'il est difficile d'exposer sans figure géométrique.

Notices minéralogiques et cristallographiques ; par M. VOM RATH.

(*Poggendorfs Annalen*, 1867, t. CXXXII, p. 517.)

Ce mémoire contient la description de formes cristallines nouvelles ou rares de mâcles observées sur des échantillons de calcite d'Alston Moor (Cumberland), de Hausach (Bade), d'Andreasberg, d'Årendal, de Beresowsk, de Maxen (Saxe), d'Islande, de Cuba, etc.

SILICATES.

Sur la staurotide et la prehnite ; par M. PAYKUL.

(*Neues Jahrbuch*, 1867, p. 590.)

Des cristaux de staurotide provenant d'une masse de dolomie grenue d'une formation gneissique, colorés en brun rouge, d'une dureté 6,2 et d'une densité 5,54, ont donné à l'analyse :

Si	Al	Fe	Mn	H	Somme.
36,05	35,18	13,73	11,01	2,51	99,08.

Dans un granite-gneissique avec amphibole des environs d'Upsal, se trouvent quelques veinules renfermant quelques zéolites et de la calcite.

La prehnite en masse avait comme composition :

Si.	Al.	Fe.	Ca.	H.	Somme.
44,11	22,99	3,22	25,83	4,26	100,41.

Sur un nouveau minéral, la syhedrite ; par M. SHEPARD.

(*Silliman's Journal*, t. XL, p. 110.)

C'est un silicate d'alumine et de fer hydraté en masse cristalline verte ; dureté 3 $\frac{1}{2}$; densité 2,321. Sa composition chimique a été trouvée.

	Al.	Fe.	Ca.	Mg.	H.	Si.
	15,06	2,71	6,45	2,46	16,40	56,92.
Rapport des quantités d'oxygène	2	1			4	9

ou bien, en supposant le fer à l'état de peroxyde :

$$\ddot{R} : \dot{R} : \dot{H} : \ddot{Si} = 3 : 1 : 5 : 11,$$

composition qui rapprocherait ce minéral de la stilbite.

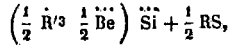
Sur un nouveau minéral, la danalite ; par M. COOKE.

(*Silliman's Journal*, t. XLII, p. 73.)

C'est un silicate de glucine renfermant aussi des sulfures :

Si.	Fe.	Zn.	Mn.	Be.	S.
31,73	27,40	17,51	6,28	13,83	5,48.
Densité 3,427.		Dureté 5 — 5.			

Il cristallise quelquefois en octaèdres réguliers, sa couleur varie de gris à rose clair. On le rencontre dans le granite de Rockport (Massachusetts) ; l'analyse précédente conduit l'auteur à la formule :

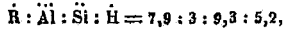


où R représente Fe Zn Mn.

Analyse de la tabergite; par M. W. C. FUCHS.

(*Neues Jahrbuch*, 1867, p. 822.)

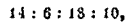
Ce minéral, semblable à la chlorite provenant de Taberg (Wermland), fut analysé pour la première fois par Svanberg, qui trouva pour les quantités d'oxygène des divers éléments les rapports :



ou bien



M. Fuchs, d'après son analyse, a trouvé :



et suppose pour obtenir une formule plus simple



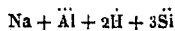
Mais les formules chimiques sont tellement compliquées qu'il est peu utile de les citer ici. La proportion de fluor est de 0,67 d'après Svanberg, de 0,97 0/0 d'après M. Fuchs.

Sur quelques phénomènes présentés par la natrolite;

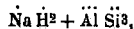
par M. A. KENNGOTT.

(*Neues Jahrbuch*, Leonhard und Geinitz, 1867, p. 77.)

Les cristaux de natrolite (mésotype) chauffés perdent une certaine quantité d'eau et deviennent opaques; mais, en prolongeant l'action de la chaleur, ils reprennent une véritable transparence sans qu'on remarque aucune trace de fusion; l'auteur en conclut que la formule brute :



doit être groupée :



car l'expulsion de l'eau rendrait libre la soude anhydre, laquelle alors attaquerait le silicate alumineux pour former un silicate plus basique.

L'auteur donne comme vérification de cette manière de voir la réaction alcaline sur le papier de curcuma de la natrolite rendue opaque par calcination ; la poussière même du cristal naturel porphyrisée au mortier d'agate et mouillée de quelques gouttes d'eau distillée produit la même coloration sur le réactif coloré. L'analcime et d'autres zéolithes donnent également une réaction alcaline (*).

MÉTAUX,

Sur la reproduction de la mimétèse et de quelques chloroarsénites;
par M. LECHARTIER.

(Comptes rendus, t. LXV, p. 172.)

Ces composés ont été obtenus par voie sèche en fondant de l'arséniate de chaux, du chlorure de calcium, des sels de plomb ou de magnésie. Les deux séries de combinaisons répondent à l'apatite et à la wagnerite; l'acide arsénique y remplace l'acide phosphorique.

Analyses diverses de la pyromorphite ; par MM. SEIDEL,
LINDENBORN et FUCHS.

(Neues Jahrbuch, 1867, p. 449.

Ce mémoire renferme une analyse (1) de pyromorphite jaune arsenicale de Badenweiler faite par M. Seidel avec celle d'une variété verte de la même localité faite par M. Lindenberg (2).

	Pb	Ca	Pb	As	Cl.
(1)	77,46	2,40	16,11	0,66	2,64 (jaune).
(2)	77,22	2,36	16,80	0,00	2,73 (verte).

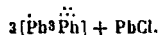
(*) On a remarqué, il y a longtemps, que le verre lui-même, après porphyrisation, donne une réaction alcaline; faudrait-il en conclure que le verre contient de la soude libre? Evidemment non : c'est un exemple, très-commun en chimie, du partage des éléments acides et basiques proportionnellement aux affinités : la même remarque s'applique aux résultats décrits plus loin, p. 313.

La variété verte ne contient pas sensiblement d'arsenic ; les variétés jaune orangé sont colorées par le chrome, qui apparaît souvent en quantité notable sous forme de plomb chromaté.

Des cristaux de pyromorphite d'Ems, de couleur brune (Braunbleierz), dont la dureté est 4 et la densité 7,56, ont donné à l'analyse :

	Pb	Pb	$\ddot{\text{Pb}}$	Cl.	Somme.
	73,08	8,45	15,60	2,90	101,03,
Théoriquement	74,03	7,64	15,71	2,61.	

en supposant à la pyromorphite la formule :



Note sur l'indium ; par M. RICHTER.

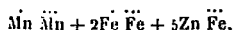
(*Comptes rendus*, t. LXIV, 827.)

Ce métal nouveau, découvert par l'auteur de cette note, se rencontre en quantité notable dans les blendes de Freiberg (environ 25 à 40 gr. aux 100 kilogr.). On l'extrait du zinc provenant de ces blendes en dissolvant le métal dans l'acide chlorhydrique ; le résidu insoluble renferme la totalité de l'indium. Le métal isolé, par une série de purifications chimiques, est blanc, mou et ductile ; sa densité est 7,15, son équivalent chimique 35,9 par rapport à l'hydrogène. Il doit son nom à la belle raie indigo que présente son spectre.

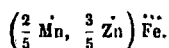
Sur la composition de la franklinite ; par M. RAMMELSBERG.

(*Poggendorfs Annalen*, 1867, t. CXXX, p. 146.)

Ce minéral étant composé de protoxydes et de sesquioxydes, laisse dans son analyse quelques points douteux sur la répartition de l'oxygène ; l'auteur, en discutant les analyses de M. Von Kobell (Académie de Munich, 9 juin 1866) et les siennes propres, arrive à donner à la franklinite la formule suivante :



ou bien, si l'on ne veut pas y voir un mélange de fer magnétique (la franklinite est altérable à l'aimant), on peut simplifier et écrire :



les nombres trouvés à l'analyse par MM. Von Kobell (K) et Ram-
melsberg (R), sont :

	K	R
$\overset{\cdot\cdot}{\text{Fe}}$	66,20	66,05
$\overset{\cdot\cdot}{\text{M}}$	11,16	11,00
$\overset{\cdot\cdot}{\text{Zn}}$	21,00	21,38
$\overset{\cdot\cdot}{\text{Al}}$	0,80	
	99,16	98,93

*Sur la présence du nickel dans un fer magnétique dans une roche
à péridot ; par M. PETERSEN.*

(*Neues Jarhbuch*, 1867, p. 836.)

Ces échantillons, provenant de Preregratten en Tyrol, renferment 1,75 p. 100 de protoxyde de nickel, et seulement des traces de manganèse, chrome et titane ; ils sont cristallisés en gros dodécaèdres rhomboïdaux et englobés dans une masse porphyroïde riche en péridot.

L'auteur fait en outre remarquer que, depuis la découverte dans la Nouvelle-Zélande de masses énormes de péridot en roche accompagnées de serpentine (par Hochstetter, 1859), on se confirme de plus en plus dans l'idée que ces roches ont dû avoir une importance très-grande à la surface de la terre ; on ne voit plus la plupart du temps que les produits de leur altération. En profondeur, elles doivent exister en masses très-considérables, si l'on en juge par les nombreux fragments qu'on trouve englobés dans les roches éruptives anciennes et récentes.

*Sur les minéraux sélénifères et thallifères de Skrikerum ;
par M. NORDENSKIÖLD.*

(*Bulletin de la Société de chimie*, t. VII, p. 109.)

Le minéral où Berzelius découvrit le sélénium est l'*eukairite* ; il se présente sous la forme de petits grains d'aspect métallique disséminés dans du spath calcaire ou dans une roche serpentineuse :

sa dureté est 2,5, sa densité 7,5 environ. Les échantillons analysés par l'auteur contenaient des traces de thallium :

	I	II	III	Calculé.
Cuivre	25,30	24,86	23,83	24,88
Argent	42,73	42,57	44,21	43,15
Fer	"	0,35	0,36	"
Sélénium	31,97	32,22	32,01	31,97
	100,00	100,00	100,40	100,00

Ces analyses s'accordent avec la formule donnée par Berzélius (Cu + Aq) Se.

La *berzelianite* est un sélénure de cuivre renfermant environ 7 p. 100 d'argent seulement.

La *crookesite* (dédiée à M. Crookes, qui a le premier aperçu la raie verte caractéristique du thallium) accompagne l'eukaïrite; elle est très-riche en thallium.

Cuivre	46,11	46,55	44,21
Argent	1,44	5,04	5,09
Thallium	18,55	16,27	16,89
Fer	0,63	0,36	1,28
Sélénium	32,27	30,56	32,10

Ces analyses conduisent à une formule (Cu, Tl, Aq) Se.

Sur un nouveau minéral de Kremnitz, la *pettkoïte*;

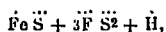
par M. PAULINYI.

(*Neues Jahrbuch*, 1867, p. 457.)

Dans le remplissage bréchiforme du filon principal de Kremnitz, imprégné de veinules soyeuses de fer sulfaté se trouvent de petits cristaux noirs et brillants. Leur forme appartient au système cubique: leur dureté est 2,5, ils n'ont pas de clivage; donnent un peu d'eau par calcination et sont entièrement solubles dans l'acide chlorhydrique étendu. L'analyse chimique a donné :

$\ddot{S}$	$\ddot{Fe}$	$\ddot{Fe}$	$\ddot{H}$
45,32	6,66	44,92	1,51,

d'où l'on conclut la formule :



c'est-à-dire une combustion de sulfate de protoxyde et de peroxyde de fer.

Sur les minéraux de la mine d'émeri, à Chester (Massachusetts),
par MM. SHEPARD, LAWRENCE SMITH, JACKSON.

(*Silliman's Journal*, t. XL, p. 112 et 123. — *Id.*, t. XLII, p. 83.
— *Id.*, t. XLII, p. 107.)

Outre le corindon qu'on trouve en veines de 2 à 3 centimètres et présentant une composition très-constante Fe Al₂, on rencontre le diaspre, l'indianite, le masonite, la brookite, la chlorite, la biotite, la tourmaline, le fer titané et l'oxyde magnétique.

L'émeri paraît avoir été déposé dans la roche talqueuse au moment où cette roche était en lits horizontaux, comme dans l'Archipel et en Turquie dans les lits de calcaire.

M. Smith, qui a fait une étude spéciale de ces roches à émeri, décrit avec quelques détails le gisement de Chester et donne quelques compositions d'émeris de diverses qualités livrés au commerce : l'oxyde de fer magnétique, compagnon inséparable du corindon dans ces roches, existe dans l'émeri de Chester en bien plus grandes quantités que dans les émeris des gisements anciennement connus. (Naxos, Samos, Éphèse, Kulah.)

Comme remarques purement théoriques, l'auteur apporte quelques analyses prouvant l'identité de l'émeryllite et de la margarite, ainsi que de la corundophilite et de la chlorite.

Sur la présence du columbite dans le wolfram d'Amérique;
par M. PHIPSON.

(*Comptes rendus*, 1867, t. LXV, p. 419.)

L'eau régale attaque le wolfram et laisse le columbite (niobate de fer et de manganèse) ; on sait, d'après M. Gustave Rose, que ces deux minéraux sont isomorphes.

Sur la présence de l'indium dans le wolfram;
par M. HOPPE SEYLER.

(*Annalen der Chemie und Pharmacie*, 1866, t. CXL, p. 247. — *Bulletin de la Société chimique*, 1867, t. VII, p. 395.)

Certains échantillons de wolfram, notamment celui de Zinnwald, contiendraient environ autant d'indium que les blendes de Freiberg.

Sur un gisement simultané de rutile d'anatase et de brookite;
par M. FR. WISER.

(*Neues Jahrbuch*, 1867, p. 332.)

Ces trois variétés d'acide titanique se sont rencontrés sur les mêmes échantillons du Griesern-Rhal qui avaient été vendus comme *byssolite* (1). Jusqu'à présent, une pareille association n'avait été rencontrée qu'une fois (Kenngott, Beschreibung der minerale der Schweiz, 1866) dans un échantillon du Tavetscher-Thal.

Les trois espèces sont contiguës. Les aiguilles de rutile semblent *larder* la brookite et l'anatase.

Sur quelques associations de minéraux accompagnant l'or en
Georgie (Amérique du Nord); par M. HERM. CREDNER.

(*Neues Jahrbuch*, 1867, p. 142.)

Dans les États de Maryland, Virginie, les deux Carolines, de Ténéssee, de Georgie et de l'Alabama, les gisements aurifères font partie d'une longue bande de schistes chloriteux ou micacés de quartzites et d'itacolumites représentants du système antésilurien.

Les minéraux métalliques (fer, plomb, manganèse, cuivre, or) se rencontrent spécialement en amas lenticulaires ou sous forme d'imprégnations ou de couches parallèles aux lits de la roche encaissante.

Les principales associations sont les suivantes :

1° Or avec *grenat* et *tellurure de bismuth* (*tetradymite*) dans un schiste chloriteux ;

2° Or avec *tellurure de bismuth* dans un gneiss amphibolique ;

3° Or cristallisé avec *mispikel*, *scorodite* et *pharmacosidérite* dans un schiste talqueux.

4° Or avec pyrite et *fer oxydé* dans le quartz.

Le fer oxydé provient de l'altération de la pyrite; souvent même la décomposition a été incomplète et le soufre reste en cristaux isolés. Le même phénomène a été signalé par M. G. Rose dans la description de la mine d'or de Beresow (Oural).

(*) Variété d'amphibole en aiguilles fixes, roides et cassantes, ce qui la distingue de l'asbeste dont les filaments sont soyeux et flexibles.

DIVERS.

Sur les associations polygéniques. Classification des minéraux sulfurés; par M. BOMBICCI.

(Bologne, 1867.)

L'auteur, par des considérations ingénieuses relatives aux propriétés physiques et chimiques des corps, arrive à formuler diverses remarques assez générales sur la structure hypothétique des corps composés, et spécialement sur l'association constante et plus ou moins intime de certains minéraux de natures différentes (associations polygéniques). Il passe ensuite en revue les différents minéraux sulfurés ou sulfatés et étudie les proportions de minéraux étrangers qui peuvent s'y rencontrer; il y a généralement une vérification numérique assez satisfaisante pour la densité du minéral, calculée d'après la proportion de ceux qui forment cette association mécanique.

Sur la réaction alcaline de quelques minéraux; par M. KENNGOTT.

(*Neues Jahrbuch, Leonhard und Geinitz*, 1867, p. 302, 429 et 769.)

Après avoir observé la réaction alcaline de la mésotype après porphyrisation, l'auteur a répété la même épreuve sur un très-grand nombre de minéraux; les zéolites, en général les silicates de toute provenance, le spinelle, les terres carbonatées et sulfatées donnent une réaction alcaline plus ou moins prononcée lorsqu'on les pulvérise et qu'on les humecte d'un peu d'eau distillée; il n'y a guère que quelques minéraux, tel que l'étain oxydé, le rutile, le diaspre qui ne présentent pas cette réaction, même après calcination (*).

Sur des cavités à liquides dans un feldspath; par M. BURSCHLY.

(*Neues Jahrbuch*, 1867, p. 701.)

Des cristaux de feldspath provenant d'un basalte de Lichtenberg en Franconie, a présenté au microscope des cavités remplies de liquide avec des bulles gazeuses mobiles.

(*) Voir la note de la page 307.

Sur la présence du diamant dans les sables métallifères de Freemantle (Australie); par M. PHIPSON.

(*Comptes rendus*, 1867, t. LXIV, p. 17.)

Ces sables, examinés au microscope, donnent un exemple d'associations minérales qui pourrait plus tard jeter quelque jour nouveau sur les roches à diamant ; ils contenaient des grains de fer titané octaédrique, de zircons quadratiques, de quartz vitreux et irréguliers, de topazes, d'apatites et de diamants reconnaissables, à la multiplicité de leurs facettes cristallines plus ou moins arrondies.

Nouveau procédé pour étudier la structure de fers météoriques;
par M. DAUBRÉE.

(*Comptes rendus*, 1867, t. LXIV, p. 685.)

L'auteur propose d'immerger la plaque polie dans une solution de sulfate de cuivre : le dépôt successif du cuivre donne des indications délicates et précises sur les éléments étrangers mélangés au fer dans la météorite.

Analyses de divers graphites cristallisés et amorphes ;
par M. Ch. MÈNE.

(*Comptes rendus*, 1867, t. LXIV, p. 1091.)

L'auteur donne une série d'analyses de graphites de diverses provenances avec la composition de leurs cendres.

TABLE.

1^o *Rapports spéciaux.*

NOMS DES ARTICLES.	ACTEURS.	Pages.
Minéralogie.	Delafosse.	300
Géologie expérimentale.	Daubrée.	300

2^e *Cristallographie.*

	Pages.
Cristallisation et composition chimique.	Dana. 301
Forme de la cryolite.	Websky. 302
Forme de la gadolinite.	Waage. 302
Forme de la chlorite.	Cooke. 302
Groupements des quartz.	Jenzsch. 303
Notices cristallographiques.	Vom Rath. 303

3^e *Silicates.*

Staurotide et prehnite.	Paykull. 303
Syhedrite.	Shepard. 304
Danalite.	Cooke. 304
Tabergite.	Fuchs. 305
Natrolite.	Kenngott. 305

4^e *Métaux.*

Reproduction de la mimetèse.	Le Chartier. 306
	Seidel. 306
Analyses de pyromorphite.	Lindenborn. 306
	Fuchs. 306
Indium.	Richter. 307
Franklinite.	Rammelsberg. 307
Nickel dans un fer magnétique.	Petersen. 308
Minéraux sélénifères et thallifères.	Nordenskiöld. 308
Pettkoïte.	Paulinyi. 309
Eméri.	Shepard. 310
Columbite dans le Wolfram.	Phipson. 310
Indium dans le Wolfram.	Hoppe Seyler. 310
Gisement simultané de rutile, anatase et brookite.	Wiser. 311
Minerai d'or.	Credner. 311

5^e *Divers.*

Associations polygéniques.	Bombicci. 312
Réaction alcaline des minéraux.	Kenngott. 312
Cavités à liquide dans le feldspath.	Bütschly. 312
Diamants dans les sables métallifères.	Phipson. 313
Structure des météorites.	Daubrée. 313
Graphites.	Mène. 313

ÉTUDE

DES

BANDES TELLURIQUES

α , B ET A

DU SPECTRE SOLAIRE.

L'étude attentive des raies sombres du spectre solaire a été faite si souvent et par tant d'observateurs éminents, qu'on serait tenté de considérer comme désormais stériles les efforts dirigés dans cette voie : on va voir bientôt qu'il n'en est rien et que, grâce aux perfectionnements des instruments ou des méthodes, le champ des études nouvelles, bien loin d'être épuisé, soulève des problèmes nouveaux et importants.

La présente étude, entreprise en vue d'obtenir des repères caractéristiques du pouvoir absorbant de l'atmosphère, s'est élargie peu à peu : elle a conduit d'abord à une méthode extrêmement simple pour la distinction immédiate des deux espèces principales de raies constituant le spectre solaire ; enfin, par l'application de cette méthode à l'examen de certains groupes telluriques, elle a permis de mettre en évidence une symétrie et des analogies qui n'avaient point encore été soupçonnées.

HISTORIQUE.

Depuis les travaux de Brewster et de M. Janssen, on distingue dans le spectre solaire deux espèces de raies

sombres : les unes dont l'aspect reste toujours le même, les autres qui deviennent plus larges et plus sombres à mesure que le Soleil s'approche de l'horizon. Les premières, pour la plupart identifiées avec les raies brillantes de vapeurs métalliques incandescentes (fer, magnésium, calcium, sodium, nickel, etc.), ont été attribuées à l'absorption produite par les substances métalliques vaporisées à la surface du Soleil; les autres, en raison de leur intensité variable avec l'épaisseur atmosphérique traversée par les rayons solaires, s'expliquent par l'absorption élective que produisent les vapeurs ou les gaz froids de l'atmosphère terrestre: le spectre solaire est donc formé par la superposition de raies d'origine solaire et de raies d'origine terrestre, que l'on distingue, pour abrégé, sous le nom de raies *solaires* et de raies *telluriques*.

Les désignations des principaux groupes de raies par des lettres A, B, C, ..., H, *a*, *b*, ..., imaginées dès le début par Fraunhofer (1817), c'est-à-dire bien avant les travaux précités, n'établissent aucune distinction entre ces deux sortes de raies; quelques lettres nouvelles ont même été ajoutées, de sorte qu'actuellement la nomenclature des raies ne présente aucune symétrie et prêterait même à la confusion, si le nombre de groupes à distinguer n'était fort restreint. Voici, en effet, le résumé des dénominations conventionnelles généralement adoptées par les spectroscopistes, en nous bornant au spectre visible.

Parmi les huit raies principales primitivement dénommées par Fraunhofer depuis A jusqu'à H, pour séparer à *peu près* les sept couleurs principales du spectre (A, rouge extrême; B, rouge; C, orangé; D, jaune; E, vert; F, bleu; G, indigo; H, violet), six d'entre elles sont caractéristiques d'éléments métalliques et sont d'origine solaire (C et F, hydrogène; D, sodium; E, G, fer; H, calcium); les deux autres, A et B, sont telluriques.

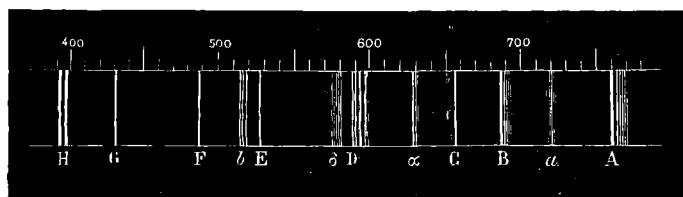
Fraunhofer avait encore distingué deux groupes com-

plexes, à savoir : une bande α , assez large, dans le rouge extrême, et une raie triple très apparente b , dans le vert ; b est métallique (magnésium) et α est d'origine terrestre.

Le croquis ci-dessous (fig. 1), dont la graduation représente l'échelle des longueurs d'onde (exprimées en millièmes de millimètre), figure les raies ou groupes dont il a été question.

Brewster, en découvrant de nouvelles bandes d'intensité variable dans le spectre, ajouta de nouvelles désignations qu'il est inutile de rappeler ici. Nous citerons seulement

Fig. 1.



l'une des plus importantes, située dans l'orangé et nommée α dans le beau Mémoire d'Ångström sur le spectre normal du Soleil.

La distinction de ces deux sortes de raies a exigé les efforts assidus de plusieurs physiciens : en voici brièvement le résumé.

C'est surtout aux observations de M. Janssen qu'on doit la démonstration de l'origine tellurique des principaux groupes de la région la plus lumineuse du spectre solaire, en particulier de ceux qui sont près de la raie D dans l'orangé ⁽¹⁾ ; il a montré que ces bandes étaient résolubles en raies fines lorsqu'on augmente le pouvoir dispersif du spectroscopie d'observation. Il est même parvenu à recon-

(¹) *Annales de Chimie et de Physique*, 4^e série, t. XXIII, p. 274. Dans ce Mémoire on trouvera reproduite la Carte de MM. Brewster et Gladstone, publiée en 1860 dans les *Philosophical Transactions*.

naître que ces groupes telluriques doivent être attribués à la vapeur d'eau.

Ångström ⁽¹⁾ a confirmé l'opinion de M. Janssen en observant la disparition complète de ces groupes au mois de janvier 1864, à Upsal, par une température de -27°C . En effet, pendant les grands froids de l'hiver, l'atmosphère est presque absolument desséchée ; aussi les raies voisines de D, de C et la bande α , si visibles en été, à égalité de hauteur du Soleil au-dessus de l'horizon, ayant disparu complètement, doivent-elles être attribuées à la vapeur aqueuse.

Quelque temps après, M. Janssen ⁽²⁾ observa directement le spectre d'absorption de la vapeur d'eau surchauffée à travers un long tube et annonça l'identité du spectre observé avec les bandes telluriques correspondantes du spectre solaire. Bien que la carte de ce spectre n'ait jamais été publiée, la concordance est maintenant admise et se trouve vérifiée par les observations journalières des physiciens et des météorologistes : on peut citer en particulier celles de l'Astronome royal d'Écosse, M. Piazzi Smith ; à Lisbonne et à Madère ⁽³⁾, l'intensité de ces bandes aqueuses (*rain bands*), observée avec un spectroscopie à faible dispersion, est même devenue une donnée météorologique dans certains observatoires. J'ai montré récemment ⁽⁴⁾ que l'emploi d'une dispersion un peu forte, résolvant ces bandes en raies isolées, permettait, par des comparaisons convenables avec les raies métalliques, une évaluation précise de la quantité totale de vapeur d'eau existant à un moment donné dans l'atmosphère.

Voilà ce qui concerne les raies de la vapeur aqueuse,

⁽¹⁾ *Spectre normal du Soleil*.

⁽²⁾ *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. LXIII, p. 289.

⁽³⁾ Voir le Mémoire détaillé *Madeira spectroscopic*, dans lequel l'auteur résume tous les travaux de ses devanciers et ses propres observations.

⁽⁴⁾ *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XCV, p. 801, et *Journal de l'École Polytechnique*, LIII^e Cahier, p. 175.

groupées en bandes compactes comme celles qui avoisinent les raies C et D; on verra plus loin qu'il en existe d'autres plus ou moins isolées dont la distinction n'est pas encore complètement établie.

Il reste peu de chose à ajouter pour compléter les résultats relatifs aux autres groupes telluriques. Ångström, dans l'observation précitée, en voyant disparaître les bandes de la vapeur aqueuse, constata au contraire que les groupes A, B et α subsistaient seuls par les grands froids : il en conclut que A, B et α , d'ailleurs assez analogues d'aspect, doivent avoir probablement pour origine l'absorption produite par un gaz permanent de l'atmosphère terrestre; mais, tout en mentionnant l'acide carbonique et l'ozone, il ne se prononça pas sur la nature chimique de l'absorbant ⁽¹⁾.

Une étude fort intéressante d'un astronome américain, M. Langley, sur les groupes A et B, a conduit à un résultat très curieux ⁽²⁾; ces deux groupes, observés avec une forte dispersion, présentent une structure tout à fait analogue et sont formés d'une bande résoluble et d'une série de doubles lignes formant cannelures : il est donc naturel de conclure que A et B sont dus tous deux à la même substance absorbante existant dans l'atmosphère sèche.

Quant à la bande α que M. Piazzi Smith a étudiée récemment en détail dans *Madeira spectroscopic*, comme A et B, elle était considérée, jusque dans ces derniers temps, comme un groupe complexe et d'origine *mystérieuse*, suivant l'expression du savant Astronome royal d'Écosse.

⁽¹⁾ Les études de MM. Hautefeuille et Chappuis (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XCII, p. 80, et *Annales de l'Ecole Normale*, 2^e série, t. XI, p. 137) dans le spectre d'absorption de l'ozone n'ont fourni aucune coïncidence avec les bandes telluriques importantes du spectre solaire.

⁽²⁾ *Proceedings of the American Academy*; 1878.

Tout récemment (¹), M. Egoroff, en étudiant directement le spectre d'absorption de divers gaz existant dans l'atmosphère, a conclu que les groupes A et B doivent être attribués à l'oxygène.

Enfin les opinions sur l'origine de la bande α sont loin d'être concordantes. M. Egoroff l'attribue à la vapeur d'eau ; mais de nouvelles études sont nécessaires pour arriver à la certitude complète.

Tel est le résumé succinct de nos connaissances sur la part qui doit être attribuée à l'absorption atmosphérique dans le spectre solaire ; on voit combien elles sont imparfaites et combien il faudra encore d'efforts pour résoudre toutes les questions qui se rattachent à l'influence de notre atmosphère sur les apparences spectrales.

PREMIÈRE PARTIE.

APPAREILS ET MÉTHODES D'OBSERVATION.

APPAREILS D'OBSERVATION.

Les spectroscopes dont je fais usage se composent essentiellement d'un collimateur, d'une lunette et d'un réseau ; les réseaux sont d'un emploi si facile et atteignent un pouvoir dispersif si considérable, qu'on doit, dans l'état actuel de la construction du spectroscope, les préférer de beaucoup aux prismes pour le spectre visible.

Les observations préliminaires et les mesures absolues ont été faites avec le réseau (²) que M. Rutherford de New-York a bien voulu me donner en 1877 et que j'ai

(¹) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XCIII, p. 555.

(²) Réseau de 7387 traits et d'environ 2^{cm}, 17 de large ; la distance moyenne des traits, déduite de la déviation de la raie D, est de 0^{mm}, 002935.

eu plusieurs fois l'occasion d'utiliser. Monté sur un petit goniomètre de MM. Brunner, dont les objectifs ont 24^{cm} , 2 de distance focale, il offre des images si parfaites qu'on peut remplacer l'oculaire de la lunette par un microscope composé grossissant 25 fois et observer, sous diffraction normale, le spectre du quatrième ordre.

Les observations de détail ont été faites avec un autre réseau plus admirable encore, que M. le professeur Rowland m'a adressé récemment pour être offert à l'École Polytechnique, de la part de l'université John Hopkins de Baltimore; ce réseau, tracé sur métal des miroirs, offre une surface striée de $5^{\text{cm}}, 5$ (longueurs des traits) sur $8^{\text{cm}}, 0$ de largeur; il est plan, et la distance moyenne des traits est égale à $0^{\text{mm}}, 001760$; il est placé sur un plateau circulaire mobile autour de son centre, au point de concours de l'axe d'un collimateur ($0,090$ d'ouverture, $1^{\text{m}}, 18$ de longueur focale) et d'une lunette munie d'un micromètre à fil ($0,105$ d'ouverture et $1^{\text{m}}, 40$ de distance focale), le tout fixé sur une large table horizontale en bois.

Quelques vis calantes permettent d'obtenir le réglage des diverses parties de l'appareil. L'axe optique de la lunette fait, avec celui du collimateur, un angle fixe d'environ 43° , calculé par la condition que le deuxième spectre soit, dans la région BCD, observé normalement au réseau.

La définition des images est si parfaite, que l'on dépasse en finesse et en netteté les beaux dessins que M. Thollon a donnés des groupes *b*, *D*.

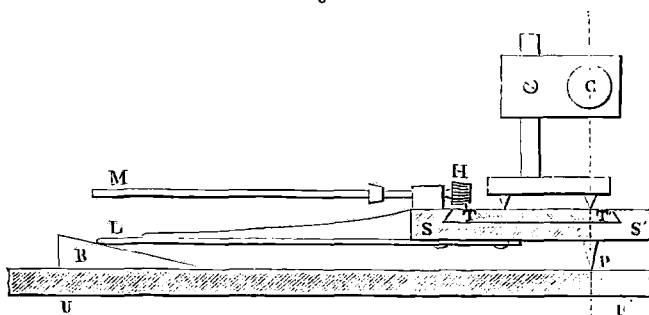
Un héliostat simplifié très portatif ⁽¹⁾ envoie le faisceau

(1) Il est plus facile qu'on ne le croit généralement d'improviser un héliostat : une montre-réveil dont on remplace l'aiguille des heures par une poulie en bois, montée sur un petit tube, suffit comme moteur; le mouvement est transmis à une seconde poulie d'un diamètre double montée sur un tube formant axe horaire, prolongée par la branche d'un compas qui fournit l'articulation du bras de déclinaison. Quelques

solaire, qu'une lentille collectrice concentre sur la fente du collimateur.

La lentille collectrice C peut recevoir deux espèces de mouvements; à cet effet, elle est portée par un dispositif spécial qui se réduit (*fig. 2*) à une tablette TT', guidée à coulisse parallèlement à l'axe du collimateur et mobile à l'aide d'un pignon H et d'une crémaillère T; on peut ainsi, en manœuvrant une manette M, amener avec précision

Fig. 2.



l'image focale du Soleil dans le plan de la fente : tel est le premier mouvement. Le second mouvement est produit de la manière suivante.

Le socle SS', qui porte la tablette mobile, repose sur la table UU' du spectroscopie par deux pointes (qui se projettent l'une sur l'autre en P sur la figure) autour desquelles il peut pivoter; l'axe de rotation, passant par ces deux pointes, est dans le plan vertical de l'axe du collimateur; le centre optique de la lentille collectrice est aussi placé dans ce plan, d'où il résulte que tout balancement de l'appareil fait décrire, à chaque point de l'image solaire,

aiguilles à tricoter et de petits tubes de laiton servent à confectionner les axes et les manchons : on obtient ainsi, à peu de frais, un héliostat du type de celui de Gambey, marchant d'une manière très satisfaisante.

un petit élément circulaire sensiblement horizontal dans le plan de la fente du collimateur.

L'observateur produit à volonté ce mouvement, en élevant ou abaissant un levier L fixé transversalement au socle; un coin en bois B soutient l'extrémité du levier et l'arrête à la hauteur voulue.

Cette disposition très simple permet d'amener sur la fente un point donné du disque solaire, en particulier les bords parallèles à la fente.

Enfin, un prisme de verre dit *hypoténuse*, placé sur le trajet du faisceau de l'héliostat de manière à le réfléchir une fois sans le dévier, sert à modifier l'orientation de l'équateur solaire suivant une propriété bien connue de ce genre de prisme.

MÉTHODES D'OBSERVATION.

Le but que je me proposais d'abord était de continuer, dans la région orangée du spectre solaire, entre C et D, l'étude détaillée des raies telluriques faite précédemment au voisinage des raies D (¹). Le groupe α (Ångström) attirait particulièrement mon attention, par l'intensité lumineuse de la région sur laquelle il se détache, même aux très basses hauteurs du Soleil au-dessus de l'horizon. L'incertitude qui planait sur l'origine de ce groupe était un motif de plus pour en poursuivre l'étude détaillée.

Le premier soin, dans ce genre de recherches, est de dresser à grande échelle la carte de la région à étudier; j'avais, pour me guider, l'Atlas d'Ångström, dont l'échelle est trop réduite, et celui de M. Fievez, plus complet, mais qui ne fait aucune distinction des deux sortes de raies.

(¹) *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. XCV, p. 801, et *Journal de l'École Polytechnique*, LIII^e Cahier, p. 175.

L'appareil étant réglé, les premières journées d'observation [août et septembre 1883, à Courtenay (Loiret)] se passèrent à relever au micromètre les raies visibles et à noter leurs variations relatives d'intensité avec la hauteur du Soleil; je ne tardai pas à démêler l'origine solaire de plusieurs d'entre elles, mais sans distinguer d'abord dans ce groupe autre chose qu'un amas assez confus de lignes sombres, distribuées irrégulièrement comme les raies telluriques voisines de D. Je me disposai à répéter méthodiquement, tous les jours favorables, les séries des évaluations relatives d'intensité aux diverses hauteurs du Soleil, observations pénibles et minutieuses, laissant toujours place à un peu d'incertitude, à moins d'être prolongées pendant un temps considérable; mais il n'y avait pas d'autre moyen connu pour distinguer sûrement les raies telluriques des raies solaires.

Dans les intervalles de ces observations, utilisant l'admirable spectre que j'avais sous les yeux, j'exécutai divers essais, en particulier l'expérience du déplacement relatif des raies solaires et telluriques décrites par M. Thollon⁽¹⁾, déplacement qui démontre, conformément au principe de M. Fizeau, le mouvement de rotation du globe solaire: il suffit pour cela, comme on sait, de projeter successivement sur la fente les deux extrémités de l'équateur solaire: les raies telluriques restent fixes, tandis que les raies métalliques d'origine solaire présentent, par rapport à ces dernières, un déplacement très appréciable.

La grande dispersion du réseau Rowland me permit de trouver un assez grand nombre de semblables groupes formés de raies contiguës, d'espèces différentes, montrant le mouvement différentiel avec encore plus de netteté que

(¹) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XCI, p. 369.

celui de M. Thollon; on peut citer, en particulier, les groupes suivants :

	627,85 métallique.
	87
	92
	95 métallique.
	630,03 métall. (Fer).
Groupe α	99
	13 métallique.
	16
	631,31
	35 métallique.
	39
	42 métallique.
	647,45
Groupe près de C	43
	48 métallique.
	50

On peut citer encore les régions 649,4, 651,5, 654-655, où le mélange des raies telluriques et métalliques est intéressant à examiner.

Ces observations me conduisirent naturellement à rechercher un moyen d'utiliser ce déplacement, pour distinguer les raies d'origine solaire et celles d'origine terrestre, afin d'abrégier le travail fastidieux de l'observation des intensités relatives.

Dans le cas particulier où les raies d'espèce différente sont très rapprochées, l'utilisation paraît immédiate; mais, comme les déplacements obtenus sont extrêmement petits et sont *relatifs*, il y a indétermination; car on ne distingue pas nettement quelles sont les raies fixes et quelles sont les raies mobiles; la méthode semble donc en défaut.

Le problème à résoudre consistait donc à distinguer les raies fixes des raies mobiles, non seulement dans le cas

des groupes mixtes très serrés, mais encore dans le cas général des raies isolées.

Ce problème n'était pas nouveau; c'est celui que tous les astronomes occupés du mouvement des étoiles (Secchi, Huggins, etc.) ont été amenés à considérer. C'est celui que Zöllner et M. Langley ont cherché à résoudre avec des dispositifs à réversion. Malheureusement les résultats ne paraissent pas avoir été absolument concluants: il est facile d'en découvrir la raison. D'abord la plupart des spectroscopes employés jusqu'ici présentaient une dispersion insuffisante; ensuite les dispositifs optiques employés pour l'inversion et la duplication du déplacement offrent pour la plupart des erreurs propres, qui peuvent se doubler aussi par réversion: dans ces conditions, les raies telluriques, qui n'auraient dû présenter aucun déplacement, n'offrent pas franchement la fixité qui est leur caractère. C'est ce qui explique pourquoi les résultats obtenus, jusqu'à l'expérience différentielle de M. Thollon, ont été considérés comme contestables.

En présence du même problème, je me trouvais dans les mêmes conditions que mes devanciers, mais avec l'avantage d'une dispersion plus considérable et d'une perfection d'images probablement supérieure. L'importance physique et astronomique du problème à résoudre était trop grande pour n'en pas tenter la solution. La solution était-elle possible? Le déplacement n'était-il pas trop petit, même avec le beau réseau Rowland pour être utilisable en valeur absolue? La mesure micrométrique du déplacement relatif conduisait à un chiffre très petit, il est vrai, mais parfaitement appréciable: la difficulté était de rendre ce déplacement *absolu*.

Essais en vue d'utiliser le déplacement astronomique des raies spectrales. — Les premiers essais ne furent pas favorables: en faisant tomber successivement les deux bords de l'équateur solaire sur la fente du spectroscope,

SPECTRE SOLAIRE.

les raies solaires rapportées au réticule de la lunette éprouvaient bien le déplacement prévu, mais les raies telluriques paraissaient aussi se déplacer un peu.

C'était la disposition la plus simple de l'expérience : en compliquant l'appareil, il n'y avait guère de chances d'améliorer les résultats ; néanmoins j'essayai un dispositif donnant *simultanément* les spectres des deux bords solaires, au lieu des deux spectres *successifs*.

Pour dédoubler l'image du Soleil, le plus simple était d'adopter l'héliomètre de Bouguer, à savoir la lentille coupée en deux suivant un diamètre. Mais, au point de vue des aberrations, ce dispositif n'est pas plus correct que ceux des spectroscopes à réversion, puisque les deux faisceaux à comparer ne traversent pas les mêmes surfaces réfringentes.

L'emploi du prisme biréfringent de Wollaston ne comporte pas les mêmes objections : dans cet appareil, les faisceaux dédoublés ont traversé sensiblement les mêmes parties du cristal. Le prisme employé séparait les deux faisceaux d'un angle égal à $40'$; il était placé sur un support fixe entre la lentille collectrice et la fente, dans la position qui rendait exactement tangentes les deux images du disque solaire, sous-tendant un angle de $32'$ environ ; le réglage est facile, puisque l'écart des images varie depuis zéro, lorsque le prisme est au contact de la fente, jusqu'à $40'$, lorsque le prisme atteint la lentille. On arrive ainsi aisément à placer le point de contact et les centres des deux disques solaires sur la fente du spectroscopie. Le prisme hypoténuse permettait d'ailleurs de rendre parallèle à la fente le diamètre équatorial du Soleil ; il suffisait de le tourner autour de son axe d'un angle de 45° , par rapport à la position qui fournit le plus grand déplacement dans un groupe mixte facile à observer.

Dans la lunette, on aperçoit alors deux spectres situés l'un au-dessus de l'autre, séparés par une zone sombre si

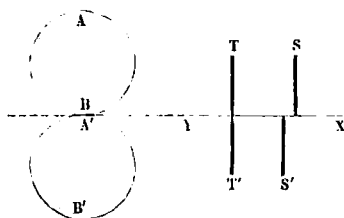
les deux images du disque solaire sont séparées, par une zone plus claire si les images empiètent l'une sur l'autre et qui, théoriquement, doit devenir presque invisible si l'on règle avec soin :

1^o Le foyer de la lentille collectrice dans le plan de la fente ;

2^o La position du prisme biréfringent.

Dans ces deux spectres superposés, les raies sont exactement les mêmes, mais les raies telluriques et les raies solaires se distinguent immédiatement. Les raies telluriques T, T' (*fig. 3*) forment des lignes droites en passant

Fig. 3.



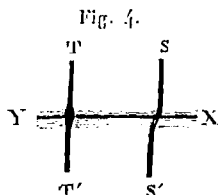
d'un spectre à l'autre; les raies solaires S, S' sont brisées sur la zone de séparation des deux spectres.

En effet, sur cette ligne de séparation, se trouvent contigus les spectres des deux bords opposés B, A' de l'équateur solaire; les variations de longueur d'onde des mêmes radiations sont de signe opposé et par suite se doublent : de là cette brisure caractéristique dans la disposition de la raie sombre observée.

Théoriquement le phénomène doit être d'une netteté extrême, mais pratiquement il est accompagné de perturbations qui tendent à l'altérer; ainsi la ligne de séparation (*fig. 4*) n'est pas une ligne mathématique : c'est une zone de largeur appréciable, un peu estompée, sur laquelle les raies s'élargissent et par conséquent perdent leur netteté. Or, à mesure que ces perturbations augmentent, l'appré-

ciation *physiologique* de la coïncidence ou de la dislocation devient rapidement incertaine.

Tous mes efforts portèrent donc sur la recherche des conditions optiques nécessaires pour rendre aussi nette que possible la ligne de séparation des deux spectres. Les diverses pièces de la tête du collimateur furent modifiées, rendues mobiles de façon à varier les distances, les positions relatives, etc. Les raies spectrales étaient dans tous les cas très nettes; mais tantôt le phénomène de coïncidence était d'une netteté parfaite; tantôt, avec un dispositif présumé identique, l'incertitude reparaissait. Ces altérations singulières sans cause apparente me parurent mé-



riter une étude minutieuse. Les essais furent alors répétés méthodiquement, et bientôt apparut la condition fondamentale de réglage, condition si évidente qu'elle aurait dû s'offrir en quelque sorte *a priori*, au lieu de ne ressortir que péniblement d'une longue série d'essais.

Voici en effet la discussion bien simple qui y conduit.

RÉGLAGE APLANÉTIQUE DU SPECTROSCOPE.

Discussion de la formation des images. — La première condition à remplir est de donner aux raies spectrales le maximum de netteté dans le plan de visée de l'oculaire, que nous supposons coïncider avec le plan du réticule de la lunette; la seconde est de faire en sorte que le bord de chaque spectre présente un maximum analogue de netteté : ce bord n'est autre que la limite de l'étalement

par dispersion de la portion de l'image du bord solaire projetée dans le plan de la fente, et perpendiculairement à la direction de cette fente ; d'où l'on conclut que l'on doit voir, dans le plan du réticule, avec une netteté égale, aussi bien les lignes verticales que les lignes horizontales situées dans le plan de la fente.

Or cette condition n'est presque jamais remplie dans les spectroscopes (¹), à cause des petites imperfections des surfaces réfringentes ou diffringentes, et on le constate aisément en examinant le spectre, généralement sillonné de stries noires horizontales ; si l'on met bien au point les raies verticales, les stries horizontales n'y sont pas et inversement : en un mot les images sont *astigmatiques* ; la différence de tirage peut s'élever à plusieurs millimètres dans le cas d'instruments réputés très parfaits, alors que la tolérance de la mise au point ne dépasse pas quelques dixièmes de millimètre.

Je reconnus alors que le collimateur de mon appareil, réglé *approximativement* sur l'infini, entraînait cet astigmatisme dont je ne m'étais pas préoccupé tout d'abord, la perfection des raies spectrales étant indépendante, dans une large étendue, des tirages du collimateur : de là vraisemblablement ces inégalités singulières dans la netteté du phénomène observé. Je relevai alors méthodiquement la position des tirages de la lunette donnant dans le plan du réticule le maximum de netteté des raies verticales et des stries horizontales, en faisant varier le tirage de la fente du collimateur de 5^{mm} en 5^{mm}.

Le résultat fut le suivant : les variations de tirage de la lunette et du collimateur sont sensiblement proportionnelles pour une même espèce d'image focale, mais le coefficient de proportionnalité n'est pas le même pour les deux ;

(¹) On paraît même souvent chercher à l'éviter, car l'image spectrale gagne en pureté lorsqu'elle est débarrassée des stries horizontales provenant des inégalités ou des poussières inévitables de la fente.

d'où il résulte la possibilité de trouver, par une interpolation numérique ou graphique, le tirage qui donne la coïncidence exacte des deux espèces de foyers, à savoir la coïncidence du foyer des raies et du foyer des stries transversales.

Voici un exemple numérique ⁽¹⁾ :

Tirage du collimateur.	Tirage de la lunette.		Différence V — II.
	Raies verticales V.	Stries horizontales II.	
^{cm} $x = 12,0$	^{cm} $y = 1,16$	0,75	+0,41
11,0	1,96	2,14	—0,18
10,5	2,37	2,93	—0,56

d'où l'on conclut les valeurs correspondantes de x et y qui donnent les deux images dans le même plan

$$\frac{x - 11}{12 - x} = \frac{0,18}{0,41}, \quad x = 11,30$$

et

$$\frac{1,96 - y}{y - 1,16} = \frac{0,18}{0,41}, \quad y = 1,72.$$

Effectivement, si l'on règle le tirage de la lunette à la division 1,72 et celui du collimateur à la division 11,30, on reconnaît que l'image des raies spectrales et celle des stries transversales se font exactement dans le même plan, qui est celui du réticule.

Pour abrégér, nous conviendrons d'appeler ce réglage, *réglage aplanétique*.

MODES D'OBSERVATIONS.

Observation par brisure des raies solaires. — Ce réglage une fois effectué, on règle aisément le foyer de la lentille collectrice, de manière que les deux bords so-

(¹) Le collimateur a pour distance focale environ 1^m,17 et la lunette 1^m,40.

laires normaux à la fente donnent deux bords nets aux spectres contigus; il suffit alors d'approcher ou de reculer légèrement le prisme de Wollaston pour amener les deux spectres à se toucher, suivant une ligne d'une perfection très satisfaisante. Si l'un des spectres n'a pas la même intensité que l'autre, cela tient généralement à ce que le faisceau de l'héliostat n'est pas bien centré sur l'axe de la lentille collectrice, car la polarisation des deux images du prisme n'introduit aucune différence gênante dans l'aspect des deux spectres.

Lorsque toutes ces conditions sont remplies, le phénomène de coïncidence des raies telluriques et de brisure des raies solaires prend un caractère de netteté incontestable, et la distinction des deux espèces de raies n'exige plus qu'un peu d'attention, lorsque le champ est suffisamment intense.

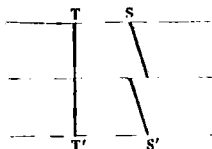
Amenée à cet état, la question pouvait donc être considérée comme résolue : néanmoins, je n'ai pas cru devoir me contenter de cette solution, et j'ai cherché à la perfectionner, afin de rendre plus manifestes encore les déplacements qui, par leur nature même, ont si peu d'amplitude.

Observation par brisure et obliquité des raies solaires.

— Le premier perfectionnement a consisté à faire concourir non seulement les bords contigus des spectres, mais toute l'étendue de la ligne spectrale, à la mise en évidence du phénomène. On peut remarquer en effet que, le long du diamètre équatorial du disque solaire, qu'on projette sur la fente, la longueur d'onde de la raie observée varie d'une manière continue; d'où il résulte que, dans ce cas, les raies solaires S, S' doivent non seulement être disloquées à la ligne de séparation des deux spectres, mais encore être inclinées sur la direction normale des raies que conservent les raies telluriques T, T' (*fig. 5*). On doit donc pouvoir exagérer cette inclinaison en donnant aux images des disques

un très petit diamètre, c'est-à-dire en employant une lentille collectrice d'un très court foyer ($0^m,08$ à $0^m,03$).

Fig. 5.



L'expérience vérifie cette conséquence de la théorie, et le phénomène fournit un nouvel élément d'appréciation qui le rend encore plus manifeste.

Observation par simple obliquité des raies solaires. — Il y a plus : dans les groupes mixtes de raies très serrées, comme ceux qui ont été cités plus haut, l'obliquité des raies solaires au milieu des raies telluriques est si sensible que la considération de la brisure devient en quelque sorte inutile ; on peut alors supprimer le prisme biréfringent et se contenter d'une seule image pour observer l'effet différentiel : l'intensité, n'étant plus décuplée par le prisme, est alors deux fois plus grande, ce qui, dans certains cas, ajoute encore à la manifestation du phénomène ⁽¹⁾. Dans des circonstances favorables, l'obliquité est même suffisamment visible par comparaison avec le réticule préalablement réglé sur une raie tellurique fine.

⁽¹⁾ Je ne doute pas qu'on puisse aller très loin dans cette voie et arriver, par la diminution du diamètre de l'image solaire comparativement à la dispersion de l'appareil, à une telle obliquité de raies solaires que la distinction des deux espèces de raies devienne immédiate.

Mais il faudra perfectionner en même temps la construction des lentilles et des réseaux, car les moindres aberrations deviennent alors extrêmement gênantes.

Pour diminuer l'image solaire, j'ai usé d'un artifice recommandé autrefois par MM. Fizeau et Foucault en vue d'obtenir un spectre sans aucune strie transversale. Cet artifice consiste à remplacer la fente très fine par l'image focale très réduite d'une fente de largeur moyenne obte-

Pour les raies des régions invisibles, mais susceptibles d'être photographiées, l'artifice de l'obliquité des raies solaires serait extrêmement précieux, et c'est en vue de ces études que j'ai exécuté ces essais.

Possibilité d'un mode d'observation par effacement partiel des raies solaires. — Dans le cas où l'intensité photographique serait suffisante (les plaques à la gélatine permettent d'aller bien loin), on pourrait employer un perfectionnement qui conduirait à un résultat très curieux, que je me borne ici à indiquer. Si l'on prenait une très petite image solaire, qu'on ferait osciller *parallèlement à la fente*, les raies telluriques conserveraient leur netteté, tandis que les raies solaires seraient partiellement effacées : je me réserve de revenir sur cette méthode, qui pourrait s'appliquer aussi aux observations visuelles.

MÉTHODE DU BALANCEMENT DES RAIES.

Discussion de la formation des images. — Les avantages du *réglage aplanétique* étant bien établis par les expériences précédentes, je revins au premier mode d'observation, dont la simplicité théorique est complète, et qui consiste à amener successivement l'image des deux extrémités de l'équateur solaire tangentiellement à la fente du collimateur : il donna, comme on va le voir, les résultats les plus satisfaisants.

nue à l'aide d'une lentille cylindrique de court foyer. Si l'on remplace la lentille cylindrique par une lentille sphérique, on obtient dans le plan focal de cette lentille l'image réduite de la fente et du disque solaire que l'on peut projeter sur cette fente. On peut donc, par un choix convenable des dimensions et du foyer, obtenir telle réduction que l'on veut.

J'ai été arrêté dans la poursuite de ces essais par les imperfections des objectifs et du réseau : le grossissement par l'oculaire, nécessaire pour donner au spectre une largeur suffisante, exige dans les images une perfection complète : les dispositifs devenant plus compliqués, les réglages deviennent plus difficiles, les aberrations s'ajoutent et la confusion s'introduit ; l'étroitesse du ruban lumineux devient, d'ailleurs, une gêne pour l'appréciation des raies.

Lorsque l'appareil est insuffisamment réglé, aucune des raies, même parmi les raies telluriques, n'est absolument fixe, ainsi que l'a remarqué M. Thollon dans la Note où il a décrit son expérience différentielle.

On peut d'abord montrer que cette perturbation est une conséquence de la constitution *astigmatique* des faisceaux que l'on fait concourir à l'observation. En effet, si les lignes verticales et horizontales supposées tracées dans le plan de la fente du collimateur ne donnent pas des images en coïncidence dans le plan focal de l'oculaire, en un mot, si le réglage n'est pas *aplanétique*, l'image d'un point de la fente donnera deux images focales linéaires rectangulaires, l'une parallèle à la fente, l'autre perpendiculaire. La *mise au point* de ces images focales imparfaites est une opération physiologique instinctive assez difficile à analyser, par laquelle notre œil s'accommode à l'image de dimension minimum : dans le cas d'une aberration astigmatique faible, c'est la section moyenne du faisceau située entre les deux foyers linéaires qui représente l'image du point correspondant au faisceau astigmatique ; et c'est, en quelque sorte, le centre de gravité des intensités superficielles de cette section qui représente le centre de l'image.

Si le faisceau considéré est l'altération d'un faisceau conique de révolution d'intensité uniforme sur sa base, la section minima aura une constitution symétrique au point de vue des intensités, et le centre apparent coïncidera avec le centre géométrique.

Mais, si le faisceau peut être assimilé à la déformation légère d'un faisceau conique dont la base n'offre pas une intensité uniforme, la section minima représentant l'image du point aura une constitution dissymétrique, et le centre *physiologique* de l'image sera nécessairement reporté du côté des rayons les plus intenses.

D'où il résultera que la position apparente de l'image imparfaite du point dépendra de la loi de succession des

intensités sur la base du faisceau conique qui lui donne naissance, et l'inversion du sens de la répartition des intensités amènera nécessairement un déplacement dans la position que l'œil lui assignera. Telle paraît être l'origine des déplacements ou *parallaxes* observés dans la plupart des appareils à *réversion* appliqués aux spectroscopes.

L'emploi d'une fente d'une certaine hauteur donne lieu à un phénomène analogue et l'œil adopte comme foyer moyen une section voisine de l'image linéaire verticale située du côté le plus intense. Mais cette accommodation physiologique comporte toujours une assez grande incertitude, d'autant que ces foyers linéaires sont mal définis : l'image linéaire est donc insaisissable et sera inévitablement entachée de l'erreur qui affecte les sections intermédiaires. Donc la perturbation est inévitable et, bien qu'atténuée par diverses conditions favorables, elle sera appréciable dans l'image linéaire des raies spectrales.

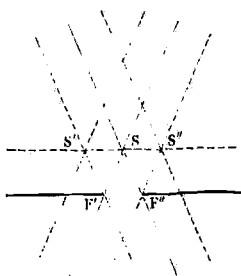
Il reste à montrer maintenant que les faisceaux émanés des bords solaires projetés sur la fente ont incontestablement dans leur intensité la constitution dissymétrique, cause de ces parallaxes, lorsque la marche de ces faisceaux est astigmatique.

Cela résulte de l'opération par laquelle on cherche à opérer la coïncidence de l'image du disque solaire avec le plan de la fente : en effet, pour effectuer ce réglage, on commence par mettre le bord du disque solaire perpendiculairement à la fente et l'on avance ou recule la lentille collectrice jusqu'à ce que l'on voie avec netteté dans le plan du réticule à la fois le bord du spectre et les raies spectrales : on ne peut guère faire autrement, parce que, sous tout autre angle avec la fente, le bord solaire serait plus ou moins estompé suivant la largeur de la fente. Le réglage sous l'angle normal est, au contraire, précis et facile à exécuter.

Mais, d'après ce que l'on vient de voir, si le réglage n'est pas aplanétique, cette opération n'implique nullement la

coïncidence de l'image du disque solaire avec la fente : en effet, les raies spectrales et le bord solaire étant perpendiculaires, si les foyers conjugués de ces deux directions coïncident avec le plan du réticule, il est certain que la coïncidence n'a pas lieu pour les lignes elles-mêmes. Il en résulte que le plan focal de la lentille collectrice, c'est-à-dire le plan focal de l'image solaire, est en deçà ou au delà du plan de la fente : dans ces conditions, le faisceau qui pénètre par la fente du collimateur est un mélange provenant d'une série de points de l'image du disque solaire (*fig. 6*) situés entre S' et S'' , et la série des points concou-

Fig. 6.



rant à la formation de ce faisceau sera évidemment proportionnelle à la distance des deux plans ; or, au voisinage du bord solaire, la variation de l'intensité est notable et elle est de sens inverse aux extrémités d'un même diamètre ; donc, sans entrer dans de plus amples détails, on reconnaît que les faisceaux qui pénètrent dans le collimateur possèdent cette constitution dissymétrique analysée plus haut : telle est l'explication de ces effets de parallaxe, très petits il est vrai, mais de l'ordre des déplacements qu'il s'agit d'observer.

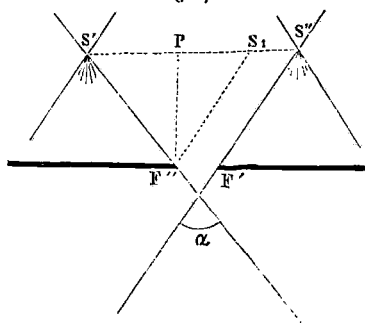
Il reste maintenant à montrer que, si le spectroscope possède le *réglage aplanétique*, les perturbations que l'on vient de décrire sont sensiblement annulées.

En premier lieu, la cause même des parallaxes est détruite : le foyer d'un point est théoriquement le sommet d'un cône, au lieu d'être le tétraèdre compris entre les deux foyers linéaires rectangulaires : le foyer transversal n'existe donc plus. Toutefois on pourrait craindre, en raison de phénomènes secondaires (diffractions, aberrations), qu'une petite partie de l'effet perturbateur subsistât.

Mais la seconde cause d'erreur disparaît aussi ; en effet, le réglage de la coïncidence de l'image du disque solaire avec le plan de la fente était alors rigoureuse : il en résulte que les seuls points de l'image qui concourent à la production du faisceau pénétrant dans le collimateur se réduisent à ceux qui sont compris entre les bords de la fente ; dans ces conditions, la fente est si étroite ($\frac{1}{100}$ à $\frac{2}{100}$ de millimètre) que la variation d'éclat du disque solaire dans cet intervalle est insensible (le disque n'eût-il qu'un millimètre de diamètre) ; l'effet de l'inversion du sens de cette variation ne pourrait être que très petit par rapport à cette largeur de la fente : il est donc entièrement inappréciable.

Pour juger de l'ordre de grandeur de l'erreur que donne un faisceau astigmatique présentant une différence δ entre

Fig. 7.



les foyers rectangulaires et une ouverture angulaire α du collimateur, calculons la longueur $S'S'' = x$ de la portion du diamètre solaire (fig. 7) perpendiculaire à la fente.

qui fournit des rayons au faisceau pénétrant dans la fente $F'F''$ du collimateur ; on aura évidemment, en appelant φ la largeur de la fente $F'F''$ et δ la distance $F''P$ du plan focal de l'image solaire $S'S''$ au plan de la fente,

$$S'S'' = F'F'' + S'S_1 \quad \text{ou} \quad x = \varphi + x\delta.$$

Exemple numérique : $\alpha = \frac{1}{12}$ environ, $\varphi = \frac{1}{100}$ de millimètre ; si δ atteint $0^m,010$, ce qui n'a rien d'exagéré avec des objectifs de $1^m,50$ de foyer, on aura

$$x = \frac{1}{100} + \frac{10}{12} = \frac{1}{100} + 0,83 = \frac{1 + 83}{100}.$$

Il entrerait donc dans le collimateur des rayons provenant d'une région du disque 83 fois plus large que la fente : tous les points n'envoient pas, il est vrai, une quantité de lumière proportionnelle à leur éclat, et l'étendue moyenne efficace est notablement plus faible ; mais on juge par la de l'influence énorme de l'astigmatisme sur la composition du faisceau pénétrant dans le collimateur. Le réglage aplanétique conduit à $\delta = 0$, c'est-à-dire réduit la région efficace du disque à la largeur de la fente.

En résumé, il résulte de cette discussion que le réglage *aplanétique* du spectroscope est absolument nécessaire, quel que soit le mode d'observation employé à la recherche du déplacement astronomique des raies spectrales.

Disposition définitive.—Après avoir reconnu et éprouvé les avantages du réglage aplanétique, appliqué au dispositif le plus simple de l'expérience, c'est-à-dire au cas où l'on examine les bords équatoriaux du Soleil tangentielle-ment à la fente du spectroscope, j'ai été naturellement conduit à chercher un dispositif pratique pour opérer rapidement la substitution des deux bords. La lentille collectrice placée sur une coulisse mobile, perpendiculairement à l'axe du collimateur, devait recevoir un mouvement alternatif : des organes cinématiques très divers (crémaill-

lères, excentriques, etc.) peuvent servir à produire ce mouvement; en essayant quelques-uns d'entre eux, je reconnus un fait physiologique important : c'est que le déplacement *rythmé* de la lentille collectrice rendait le phénomène beaucoup plus apparent; l'effet est tellement sensible, que le déplacement paraît avoir subi une véritable multiplication, si on le compare à celui qu'on observe par la brisure des raies.

La période du rythme n'est pas indifférente : elle ne doit être ni trop lente ni trop rapide (environ 2 à 3 oscillations simples par seconde); il faut donc que l'organe cinématique destiné à le produire soit facile à manier; par simplifications successives, j'arrivai à supprimer tout intermédiaire et à réduire l'opération à un simple mouvement de bascule, qu'on imprime au socle de la lentille collectrice par le moyen d'un levier. L'appareil a été décrit plus haut (p. 12 et *fig. 2*) : il suffit d'ajouter que l'extrémité L de ce levier M arrive sous la main de l'observateur; on le manœuvre donc sans cesser d'avoir l'œil au spectroscope. On n'a pas besoin, pour régler l'amplitude de l'oscillation, d'examiner l'image solaire sur la fente du collimateur : il suffit de suivre les variations de largeur du spectre; elle est maximum lorsque le centre est sur la fente, et se réduit à zéro lorsque les bords sont tangents : en deçà et au delà, on ne voit plus qu'un faible spectre, celui de la lumière diffusée par le ciel, le miroir, la lentille collectrice, etc. Dans la manœuvre du levier, on doit éviter les trépidations horizontales de la table qui pourraient déplacer légèrement les raies spectrales par l'élasticité des supports. Si l'on maintient le bras bien fixe et qu'on se serve d'une légère oscillation des doigts et du poignet pour effectuer le mouvement, comme le déplacement de l'extrémité du levier s'exécute suivant une verticale, c'est-à-dire dans une direction normale à celle qui causerait une trépidation fâcheuse, on parvient à faire

facilement l'observation quand même la table du spectroscope serait flexible. Il est utile de connaître cette cause d'erreur, ce qui n'empêche pas d'ailleurs de prendre les précautions nécessaires pour assurer la parfaite stabilité de l'appareil.

MODE PRATIQUE D'OBSERVATION POUR DISTINGUER LES RAIES
SOLAIRES DES RAIES TELLURIQUES.

La distinction des raies solaires et des raies telluriques devient alors immédiate, lors même que ces raies sont tout à fait isolées ; à cet effet, on amène la raie considérée près d'un repère, par exemple le fil vertical du réticule, ou mieux l'un des inévitables petits grains de poussière qui se fixent sur le fil horizontal ; la coïncidence avec ce petit grain étant établie, on fait osciller le levier de la lentille collectrice, de manière à amener alternativement les deux bords équatoriaux du disque solaire tangentielllement à la fente. Si la raie est tellurique, elle reste absolument fixe relativement au repère ; si elle est solaire, elle suit les oscillations du levier et paraît se *balancer* suivant le même rythme. Comme le balancement de la main et celui des raies sont rectangulaires, l'observateur n'a aucune prévention sur le sens correspondant des deux mouvements et, par suite, ne risque pas d'être le jouet d'une illusion.

D'ailleurs, l'amplitude apparente du déplacement, visible dans mon appareil, était si grande qu'il ne pouvait y avoir aucun doute ; il y a plus, le phénomène est si net, qu'il n'est pas besoin de régler exactement l'image de l'équateur solaire perpendiculairement à la fente ; quelle que soit l'orientation du disque solaire, on aperçoit toujours un balancement, surtout si le diamètre de l'image est petit par rapport à la dimension du champ de vision ; il en résulte qu'on peut la plupart du temps supprimer le prisme

Il est facile de voir que cette ligne est une droite ; en effet, considérons le cercle $B'MAC'$, dont la corde BC est la projection ; le point P est la projection d'un point M , qui décrit le cercle avec la vitesse angulaire ω ; la vitesse du point M , dirigée suivant la tangente, a pour mesure $MV = \omega r$, r étant égal à $O'M$, rayon du parallèle, et la composante, dirigée vers l'observateur, est la projection

$$MQ = \omega r \cos \widehat{MVQ} = \omega \sin MO'S ;$$

mais

$$r \sin MO'S = MS = OP ;$$

par conséquent, la composante demandée est proportionnelle à OP ; donc le lieu cherché est une droite dont le coefficient angulaire est proportionnel à r . Il en résulte que l'inclinaison de cette droite représentative varie avec la distance de la corde au diamètre équatorial, car $r = R \cos L$, R étant le rayon du disque et L la latitude du parallèle ; elle va en diminuant comme $\cos L$: elle est donc maximum pour le diamètre équatorial, elle diminue lentement pour les parallèles voisins et tend rapidement vers zéro pour les parallèles se rapprochant du pôle.

Cette droite représentative n'a pas seulement une valeur de démonstration ; l'inclinaison qu'elle présente figure justement l'inclinaison d'une raie spectrale solaire, lorsque le diamètre BC du parallèle considéré coïncide avec la fente du spectroscopie dans l'image solaire projetée sur la fente ⁽¹⁾, car les ordonnées de cette droite sont proportionnelles aux déplacements, étant proportionnelles à la composante de la vitesse.

De ces considérations on conclut le résultat suivant, qui ne s'applique qu'au cas où le réglage est aplanétique :

(¹) On néglige ici l'influence de l'obliquité de l'équatorial solaire sur l'écliptique ; l'inclinaison n'étant que de 7° , l'effet est négligeable.

Lorsque le diamètre équatorial de l'image solaire, supposée très petite, est parallèle à la fente, si l'on déplace le disque de manière que cette fente coïncide successivement avec toutes les cordes parallèles au diamètre équatorial, chaque raie solaire sur le spectre du disque paraîtra pivoter autour de son milieu.

L'inclinaison de la raie, nulle pour les cordes polaires, est maximum pour le diamètre équatorial.

Il n'est pas utile de pousser plus loin l'analyse géométrique de ce phénomène : ce qu'on vient de dire suffit pour montrer qu'avec une lentille collectrice à court foyer, même dans le cas le plus défavorable, on peut observer le déplacement caractéristique des raies solaires ; seulement, au lieu de se produire sur la ligne médiane, il se présente sur les bords du spectre.

Ces résultats démontrent l'avantage d'une lentille collectrice à court foyer, projetant une petite image du disque, lorsqu'il s'agit de la distinction des raies solaires dans le cas où l'orientation du disque solaire est défavorable.

Il n'est pas besoin de dire qu'il vaut beaucoup mieux se placer dans les conditions les meilleures, soit en utilisant le prisme hypoténuse ⁽¹⁾, soit en attendant le moment (qui se présente à peu près toutes les six heures) où le diamètre équatorial de l'image solaire réfléchi par un héliostat est perpendiculaire à la fente du collimateur. Dans ce cas, la lentille de très court foyer n'est plus nécessaire ; les raies se déplaçant par translation, on a au contraire intérêt à les observer dans toute la hauteur du champ et l'emploi d'un plus long foyer devient avantageux.

(¹) Le prisme hypoténuse peut être logé dans l'intérieur du collimateur, ainsi que l'a indiqué récemment M. Thollon. Je n'ai pas employé ce dispositif qui aurait entraîné des complications dans mon appareil, surtout redoutant l'astigmatisme que peut produire cette réflexion : je reconnais cependant qu'avec une construction très soignée ce prisme intérieur peut rendre de grands services.

Particularités curieuses de l'observation. — Il se présente même alors un fait physiologique curieux : l'œil perçoit le déplacement absolu des raies du foyer presque sans avoir besoin de repère, et, ce qui est fort singulier, la sensibilité pour le balancement des raies paraît maximum un peu en dehors de la ligne de visée : cela rappelle, dans un autre ordre d'idées, la sensibilité de l'œil dans la perception sur le ciel des étoiles à côté de la région que l'on regarde, étoiles qui s'effacent lorsqu'on cherche à les viser directement.

Comme exemple de ce fait, on peut citer les raies D, dont le balancement paraît toujours énorme lorsqu'elles sont au bord du champ, l'examen portant sur des raies situées dans la région centrale; vient-on à diriger le regard sur elles, le balancement reprend les proportions ordinaires.

Je terminerai l'exposé de ces observations en rapportant un autre phénomène physiologique concernant la vision des raies oscillantes. Si l'on examine un groupe mixte, en particulier le groupe $\lambda = 631$ dans la bande α lorsque les raies telluriques sont faibles, on éprouve une singulière illusion : au moindre balancement les raies mobiles paraissent se détacher en relief et osciller en avant du plan des raies fixes; il est juste d'ajouter que les deux espèces de raies n'ont pas le même aspect, ce qui contribue déjà à les différencier; aussi l'œil, conformément à ses habitudes de perspective, est-il porté à considérer les moins sombres comme les plus éloignées et les plus sombres comme les plus proches. Ce sont précisément les conditions de l'observation précitée.

Dans d'autres circonstances moins tranchées, l'illusion de perspective s'affaiblit ou s'inverse.

Je pense qu'on ne doit pas dédaigner d'étudier toutes ces singularités physiologiques qui paraissent en dehors du phénomène considéré; mais, comme notre œil est, en définitive, l'organe qui nous révèle les faits, l'examen minu-

tiens des impressions qu'il nous transmet peut servir à accroître la netteté de ces impressions. On en a vu un exemple dans l'emploi du déplacement rythmé des raies où l'on profite d'une propriété un peu imprévue de l'œil pour multiplier en quelque sorte la puissance de notre organe et rendre manifestes des impressions voisines de la limite de perception.

Détermination théorique et expérimentale de la grandeur du déplacement des raies. — On calcule aisément la grandeur du déplacement d'une raie spectrale de longueur d'onde donnée λ d'après le principe de M. Fizeau (*Bulletin de la Société Philomathique*, décembre 1848. et *Annales de Chimie et de Physique*, 4^e série, t. XIX, p. 211). La longueur d'onde λ de la source devient

$$\lambda' = \lambda \left(1 - \frac{v}{V} \right),$$

v étant la composante des vitesses relatives de la source par rapport à l'observateur suivant la direction du faisceau reçu, et V la vitesse de la lumière. Dans le cas où l'on considère comme source le contour apparent du Soleil aux extrémités de l'équateur, le rapport $\frac{v}{V} = \frac{2}{300000}$, car la vitesse absolue du point de l'équateur solaire est égale très sensiblement à 2^{km} par seconde.

Le rayon solaire équatorial égale 108,6 fois le rayon terrestre de 6378^{km}, et la durée de la rotation solaire est de 25^j 4^h 29^m, suivant l'*Annuaire du Bureau des Longitudes* pour 1884.

On en conclut aisément que le déplacement des raies spectrales dans le voisinage des raies D ($\lambda_1 = 589,40$, $\lambda_2 = 588,89$) est environ $\pm \frac{1}{100}$ de la distance de ces deux raies, suivant qu'on prend comme source le bord oriental ou le bord occidental de l'équateur solaire : le déplacement total atteint donc $\frac{1}{75}$ de cette distance.

Voici quelques observations directes faites pour contrôler ce résultat, au moment du maximum d'effet :

Observations du 16 février 1884.

Pointés croisés sur les raies D.

D ₁	223 ^d ,0	293,6
D ₂	454 ^d ,0	525,1
D ₁ D ₂ =	231 ^d ,0	232,5
Moyenne..	231 ^d ,8	

Déplacement de la raie du nickel (Ni) rapportée aux deux raies telluriques contiguës (*g* et *d*) de 2^h58^m à 3^h5^m, pointés croisés.

Différences des lectures.

Image solaire tangente

à gauche de la fente.		à droite de la fente.	
Ni— <i>g</i> .	<i>d</i> —Ni.	Ni— <i>g</i> .	<i>d</i> —Ni.
21,1	23,5	19,1	24,6
22,3	22,0	17,7	26,4
21,6	22,4	19,3	25,7
21,7	22,6	18,7	25,6

Déplacement doublé (21,7 — 18,7) = 3^d,0.
(25,6 — 25,6) = 3^d,0.

Le double déplacement en fonction de la distance des raies D est donc égal à

$$\frac{3,0}{230,8} = \frac{1}{77,3},$$

c'est-à-dire bien rapproché du chiffre théorique.

L'appareil n'avait pas assez de stabilité pour permettre d'effectuer des vérifications plus complètes.

DEUXIÈME PARTIE.

ÉTUDE DES GROUPES A, B ET SPÉCIALEMENT DU GROUPE α
D'ANGSTROM.

Si l'on range les principaux groupes telluriques décrits ci-dessus suivant l'ordre d'éclat du champ sur lequel ils apparaissent, le groupe des raies aqueuses voisines de D est le premier, et le groupe α vient immédiatement après. Ce groupe, situé dans l'orangé, entre D et C, est visible même sous une forte dispersion, jusqu'à ce que le Soleil atteigne l'horizon : on pouvait donc en faire une étude complète à peu près à toutes les hauteurs du Soleil.

En été, aux environs de midi, les raies qui le composent sont assez faibles pour qu'il soit difficilement reconnaissable par lui-même : quelques lignes solaires, dont l'éclat est indépendant de l'épaisseur atmosphérique traversée par le faisceau lumineux, subsistent presque seules et modifient complètement l'aspect du groupe : à mesure que le Soleil descend vers l'horizon, les raies telluriques noircissent, atteignent successivement l'éclat des raies solaires et finissent même par dépasser les plus fortes lorsque le Soleil n'est plus qu'à quelques degrés de l'horizon ; toutefois, l'observation devient difficile lorsque le ciel n'est pas très pur : s'il y a de la brume, la région s'assombrit, les détails s'effacent et l'observation devient impossible, faute de lumière. Si l'on diminue beaucoup la dispersion, alors le groupe paraît se réduire à une ligne unique qu'on peut confondre aisément avec la raie C, d'autant que C s'enveloppe de raies telluriques qui en modifient l'apparence.

Dans les jours bien clairs, au contraire, on suit la progression indiquée ; mais le groupe se complique bientôt de raies nouvelles qui, très rapidement, prennent un éclat

extraordinaire, après avoir été presque invisibles durant la plus grande partie de la journée.

En résumé, les groupes situés entre α , C et B revêtent des aspects très divers, suivant la hauteur du Soleil : aussi les premiers relevés micrométriques que j'effectuai sur les lignes qui les composent me donnèrent-elles l'impression pénible qu'on éprouve lorsqu'on se voit attelé à une besogne compliquée sans grand espoir d'en tirer quelque résultat net ou élégant.

C'est à l'étude du groupe α que j'ai consacré le plus d'efforts : les résultats obtenus ayant permis d'en démêler la constitution, j'ai été conduit à examiner aussi en détail les bandes B et A, avec les réseaux dont je disposais. Il a fallu modifier les méthodes ordinaires de réduction numérique des observations ; j'insisterai un peu longuement sur les modifications qui permettent d'utiliser toute la puissance dispersive de ces réseaux, et je décrirai deux méthodes de réduction applicables aux observations faites avec un spectroscopie de grandes dimensions, non muni du cercle gradué.

La première méthode ne met en œuvre que la valeur angulaire du micromètre, la constante approchée du réseau et la connaissance de la longueur d'onde d'une seule raie du groupe étudié ; on peut l'appeler *méthode du facteur deréduction*, parce que l'on calcule *a priori* le facteur qui permet de réduire en longueur d'onde les pointes micrométriques.

La seconde méthode, applicable lorsque l'on connaît la longueur d'onde d'un certain nombre de raies, est une simple *méthode d'interpolation*.

MÉTHODES DE MESURE.

1° *Méthode du facteur de réduction.*

Il est bon de décrire cette méthode avec quelques détails, parce qu'elle s'applique au cas où le réseau n'est pas installé sur un cercle gradué susceptible de donner des mesures de précision. Ce cas se présentera de plus en plus à mesure que la construction des réseaux se perfectionnera : il est probable, en effet, que ces réseaux, tracés sur des surfaces de métal de miroir, seront de plus en plus larges et pesants; ils nécessiteront des lunettes dont le pouvoir optique et par conséquent les dimensions seront assez considérables pour qu'on renonce à les monter sur des goniomètres à cercles gradués.

On arrivera donc, par nécessité ou au moins par économie, à prendre le parti que j'ai été obligé d'adopter pour utiliser le beau réseau de M. Rowland, c'est-à-dire à installer l'appareil sur une table sur laquelle on fixe le collimateur et la lunette, et de se borner, comme appareil de précision, à un micromètre à fil.

Cette installation économique peut, à la rigueur, ainsi qu'on le verra, suffire pour dresser des cartes spectrales, avec tous les détails que comporte la dispersion du réseau : elle permet des *mesures différentielles* très précises; elle conduit même à des *déterminations absolues* lorsqu'on connaît des repères avec une précision suffisante.

La précision des repères est inférieure à celle des pointés différentiels qu'on obtient avec l'appareil décrit ci-dessus, parce que les goniomètres ordinaires des cabinets de Physique sur lesquels on peut placer ces beaux réseaux ont un pouvoir optique insuffisant. Lorsqu'on voudra aller plus loin que l'approximation dont j'ai dû me con-

tenter, on sera probablement arrêté par des difficultés analogues à celles que j'ai rencontrées ⁽¹⁾.

On sera donc dans l'alternative inévitable, ou de perdre de la précision par l'emploi d'un appareil différenciel, ou de la perdre par les erreurs survenant dans la détermination absolue.

FORMULES RELATIVES AU SPECTROSCOPE DÉCRIT CI-DESSUS.

L'appareil, comme on l'a vu plus haut, ne comporte aucun cercle gradué; il comprend, outre le réseau, un collimateur et une lunette munie d'un micromètre à fil. Les axes optiques principaux de ces deux instruments sont inclinés d'un angle voisin de 43° , calculé par la condition que certaines raies du spectre du deuxième ordre soient diffractées normalement au plan du réseau.

L'axe optique du collimateur est fixe et bien défini : c'est la droite qui joint le milieu de la fente au centre optique de l'objectif. Au contraire, l'axe optique de la lunette, bien que le corps cylindrique de l'instrument soit égale-

(1) Dès que je fus en possession du réseau Rowland, je l'installai sur la plate-forme centrale du goniomètre Brunner appartenant au laboratoire de Physique de l'École Polytechnique et dont j'ai eu plusieurs fois l'occasion de signaler la précision.

A ma grande surprise je trouvai des erreurs atteignant parfois $30''$, $40''$ et même $90''$ dans la mesure des incidences, c'est-à-dire huit à dix fois l'ordre de grandeur que comportaient d'ordinaire les pointés avec cet instrument.

Après divers essais, je reconnus que ces erreurs venaient probablement du poids, et par suite du moment d'inertie du réseau : le frottement des axes emboîtés, celui des pinces de serrage ne suffisaient pas à le maintenir fixe; à chaque mouvement de l'alidade, la pince de serrage cédait d'une petite quantité dans le sens du mouvement.

Ce cercle, qui n'avait jamais présenté de semblables anomalies auparavant, dut être examiné minutieusement par le constructeur : la plate-forme et la pince de serrage furent modifiées; depuis, ces grosses erreurs ne se sont plus montrées, mais la charge produite par ce lourd réseau sur la plate-forme exige une bien plus grande délicatesse dans la manœuvre de l'appareil.

ment fixe, peut être considéré comme indéterminé; c'est la droite qui joint le centre optique de l'objectif à la croisée du fil du réticule : comme le fil vertical est mobile, l'axe optique *secondaire* dépend donc de la position ou coordonnée x de ce fil.

Il n'y a aucun intérêt à déterminer l'axe optique principal de la lunette dont les propriétés ne se distinguent en rien de celles des axes optiques secondaires.

Il résulte de ces remarques que l'angle des axes optiques des deux instruments n'est déterminé que si l'on se donne la coordonnée x du fil mobile, coordonnée exprimée en tours et fractions de tour de la vis micrométrique qui le mène.

Si l'on connaît la valeur angulaire q d'un tour de cette vis, il suffira de déterminer l'angle φ_0 des deux axes correspondant à une position x_0 du fil pour en conclure l'angle φ correspondant à une position x quelconque de ce fil; on aura en effet (vu l'exiguïté du champ qui se réduit à quelques minutes d'angle)

$$(1) \quad \varphi = \varphi_0 - q(x - x_0),$$

q étant l'angle sous-tendu au centre optique de l'objectif par le déplacement du fil correspondant à un tour de vis : le signe — adopté ici provient de ce que le sens des x positifs (de gauche à droite) correspond ici à une diminution de φ (*fig. 9*).

Soient

OC la direction de l'axe optique du collimateur;

OL celle de la lunette;

ON celle de la normale au plan du réseau.

En appelant l'angle d'incidence $i = \text{NOC}$, l'angle de diffraction $\vartheta = \text{NOL}$, l'angle des deux axes optiques

$$\varphi = \text{LOC},$$

on aura

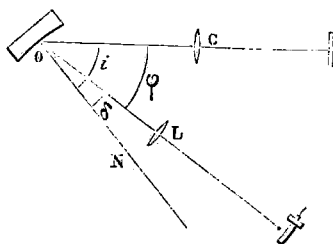
$$(2) \quad i = \varphi + \delta,$$

et la relation bien connue qui lie dans les réseaux plans l'angle d'incidence à l'angle de diffraction

$$(3) \quad \sin i + \sin \delta = \frac{m\lambda}{a},$$

a étant la constante du réseau (intervalle moyen de deux traits consécutifs) et m l'ordre du spectre de diffraction observé.

Fig. 9.



Éliminant i , qu'on ne mesure pas directement, et remplaçant la somme des sinus par un produit, il vient

$$2 \sin \left(\frac{\varphi}{2} + \delta \right) \cos \frac{\varphi}{2} = \frac{m\lambda}{a},$$

expression qui sera employée pour calculer δ lorsque φ , λ , m et a seront connus, en les mettant sous la forme

$$(4) \quad \sin \left(\frac{\varphi}{2} + \delta \right) = \frac{m\lambda}{2a \cos \frac{\varphi}{2}}.$$

OPÉRATIONS À EFFECTUER.

La première opération consiste à déterminer l'angle φ_0 correspondant à une position x_0 du fil du micromètre. On y parvient en observant une région du spectre (solaire ou

autre) offrant des raies facilement reconnaissables et dont les longueurs d'onde sont bien déterminées; pour éviter toute mesure directe d'angle, on fera cette observation pour une incidence telle, que les faisceaux diffractés soient sensiblement normaux à ce plan du réseau.

Soit λ_0 la longueur d'onde de la raie réelle ou idéale qui, diffractée normalement au plan du réseau, correspond au point x_0 . Dans ce cas on a rigoureusement $\delta = 0$: il reste donc $i = \varphi$.

Substituant dans la formule (3), il vient

$$\sin \varphi_0 = \frac{m_0 \lambda_0}{a},$$

m_0 étant l'ordre du spectre observé (¹).

La seconde opération consiste à amener dans le champ de la lunette, en tournant le réseau, la région qu'on veut relever au micromètre; on fixe le réseau dans la position qui place au milieu du champ une raie dont la longueur d'onde λ_1 est connue d'avance.

Soient

x_1 le pointé sur λ_1 ;

δ_1 la déviation de cette raie;

m_1 l'ordre du spectre observé.

On calculera δ_1 à l'aide de la formule (4)

$$\sin \left(\frac{\varphi_1}{2} + \delta_1 \right) = \frac{m_1 \lambda_1}{2 a \cos \frac{\varphi_1}{2}},$$

(¹) On peut profiter de cette première opération pour déterminer la valeur φ angulaire du tour de vis du micromètre en pointant quelques-unes des raies du champ: comme ces raies sont voisines de l'angle de diffraction normale, on a la relation très simple (9) et (10), qu'on démontre plus loin.

$$d\lambda = \frac{a}{m} d\delta = \frac{a\varphi}{m} dx.$$

expression qui suppose que l'on connaît une valeur approchée de la constante a du réseau.

L'angle φ_1 est l'angle de l'axe optique secondaire de la lunette, défini par la position x_1 de la raie λ_1 avec l'axe du collimateur : il est donné par la formule (1)

$$\varphi_1 = \varphi_0 - g(x_1 - x_0);$$

par suite, tout est connu dans l'expression ci-dessus, sauf ∂_1 , qui est ainsi déterminé (1).

La troisième opération, ou opération principale, est le relevé micrométrique des raies visibles dans le champ de la lunette ; à cet effet, on détermine chaque raie par un point x qui définit la distance de cette raie au repère λ_1 ; dans cette opération le réseau reste fixe, $i = \text{const.}$, la déviation ∂ correspondant à x varie avec la raie pointée λ .

Grâce à l'exigüité du champ, qui n'a que quelques minutes d'étendue angulaire, on peut considérer les distances micrométriques $x - x_1$, les distances angulaires $\partial - \partial_1$, par suite les différences $\lambda - \lambda_1$, comme des variations infiniment petites de x , de ∂ et de λ , c'est-à-dire comme des différentielles, et écrire

$$x = x_1 + dx_1, \quad \partial = \partial_1 + d\partial_1, \quad \lambda = \lambda_1 + d\lambda_1.$$

Ces variations sont liées par les relations suivantes, qu'on obtient en différentiant les équations (1), (2) et (3) ; l'équation (3), écrite ainsi

$$\sin i_1 + \sin \partial_1 = \frac{n\lambda_1}{a},$$

(1) Si l'on ne connaissait pas la constante du réseau, on pourrait se passer de la détermination de cette constante en disposant un cercle gradué donnant la minute pour supporter le réseau : alors on mesurerait directement ∂_1 à l'ordre d'approximation suffisante pour les calculs ultérieurs.

Il est facile de voir qu'avec le même cercle gradué les deux opérations sont équivalentes ; de sorte qu'on peut employer ce cercle soit à la mesure approchée de a , soit à la mesure approchée de ∂_1 , et finalement on calcule a et δ_1 .

donne d'abord, en y faisant $di = 0$,

$$\cos \delta_1 d\delta_1 = \frac{m}{a} d\lambda_1;$$

on en tire

$$(5) \quad d\lambda_1 = \frac{a}{m_1} \cos \delta_1 d\delta_1.$$

D'autre part, la relation (2) différenciée donne

$$d\varphi + d\delta = 0;$$

d'où l'on conclut (ce qui est évident sur la figure) que les variations de δ sont égales et de signe contraire aux variations angulaires correspondant aux déplacements du réticule.

Enfin la relation (1) donne

$$\varphi = \varphi_0 - q(x - x_0);$$

on aura donc

$$d\varphi = -q dx$$

et par suite

$$(6) \quad d\lambda_1 = + \frac{aq}{m} \cos \delta_1 dx,$$

expression qui permet de réduire en longueur d'onde les pointés micrométriques effectués sur les diverses raies dans le voisinage du repère λ_1 .

On désignera, pour abrégé, par *facteur de réduction* la quantité

$$(7) \quad R = + \frac{aq}{m} \cos \delta_1,$$

qui ramène (6) à la forme

$$(8) \quad d\lambda_1 = R dx.$$

Les formules (5) et (6), dans le cas où δ_1 est voisin de

zéro, se simplifient, puisque $\cos \delta_1 = 1$,

$$(9) \quad d\lambda_1 = \frac{a}{m_1} \cdot d\delta_1,$$

$$(10) \quad d\lambda_1 = \frac{a\eta}{m} dx_1;$$

ce sont celles qu'on emploie dans la première opération pour déterminer la valeur angulaire η du tour de vis.

Remarque. — Le même coefficient de réduction sera applicable dans un champ d'autant plus étendu que δ_1 sera plus voisin de zéro; en effet, au voisinage de $\delta_1 = 0$, $\cos \delta_1$ passe par un maximum et reste constant dans une très grande étendue angulaire ⁽¹⁾.

Comme on est maître de l'angle φ dans l'installation de l'appareil, on le choisira de manière que δ soit un petit angle. Il résulte de ce choix des simplifications notables non seulement dans le calcul des réductions, mais même dans la méthode d'observation; en effet, si $\cos \delta_1$ varie peu avec δ_1 , une petite erreur sur δ_1 n'aura pas d'influence sur le facteur R.

Dès lors la valeur de φ_1 ou celle de φ_0 n'a pas besoin de les déterminer avec une extrême rigueur; quelques secondes, souvent même plusieurs minutes d'erreur, n'auront qu'un effet négligeable.

On en conclut aussi qu'un léger défaut de stabilité dans l'appareil, modifiant de quelques secondes l'angle φ_0 des axes optiques, ne présente aucun inconvénient appréciable lorsque δ_1 est très petit.

Mais cette stabilité doit être parfaite pendant le relevé

(¹) Si l'on veut, par exemple, que le facteur $\cos \delta_1$ ne varie pas de $\frac{1}{1000}$ de sa valeur, on en conclut $\cos \delta_1 = 1 - \frac{1}{1000}$, 0,999; d'où l'on tire

$$\log \cos \delta_1 = \overline{1.99957} \quad \text{et} \quad \delta_1 = \pm 3^{\circ}, 33'.$$

Donc, dans un intervalle de $2^{\circ} 30'$ de part et d'autre de la position de diffraction normale ou dans une étendue totale de plus de 5° , le facteur de réduction reste constant à un millième près de sa valeur.

micrométrique, car toute variation accidentelle du repère dx_1 entraîne une erreur correspondante $d\lambda_1$. Des variations légères, mais continues, se présentent quelquefois; on les élimine par des lectures croisées, c'est-à-dire répétées en ordre inverse; mais ces variations n'affectent pas le facteur de réduction.

DÉTERMINATION EXPÉRIMENTALE DES QUANTITÉS QUI ENTRENT
DANS LE FACTEUR DE RÉDUCTION.

*1^{re} Angle des axes optiques de la lunette
et des collimateurs.*

Réglage préalable. — On tourne le réseau autour de l'axe vertical de la plate-forme ⁽¹⁾ sur lequel il est fixé, de manière à le rendre normal à l'axe optique de la lunette. A cet effet, on enlève l'oculaire et même au besoin toute la pièce oculaire, et l'on envoie, à l'aide d'une glace sans tain, un faisceau de lumière dans l'axe de la lunette: l'apparition de points brillants sur l'objectif témoigne que le faisceau est bien dirigé: l'illumination de la surface du réseau, surtout dans la partie non striée, permet de constater que le réseau est presque normal à l'axe optique; on replace alors le micromètre, et avec une loupe de foyer convenable on cherche, à travers la glace sans tain, l'image du fil du réticule amené au milieu du champ. On établit la coïncidence du fil et de l'image en tournant convenablement le réseau et en réglant le tirage de la lunette.

Finalement on remet l'oculaire, on éclaire la fente du collimateur par un rayon de lumière solaire et l'on relève

⁽¹⁾ Cette opération montre comment l'installation de l'appareil doit être conduite. La plate-forme, plus ou moins improvisée, doit tourner autour d'un axe perpendiculaire à la table sur laquelle la lunette et le collimateur sont fixés; les axes optiques de ces deux pièces sont rendus sensiblement parallèles à la table.

avec le fil du micromètre les raies principales visibles dans le champ. Les pointés sur les raies dont les longueurs d'onde sont connues permettent, par un calcul de parties proportionnelles, de déterminer la longueur d'onde λ_0 correspondant à la fonction x_0 du fil en coïncidence avec son image. On en conclut l'angle φ_0 des deux axes par l'application de la formule (3).

2° Valeur angulaire du tour de vis du micromètre à fil.

Le relevé des raies du spectre solaire qu'on vient d'effectuer permet en outre de déterminer la valeur angulaire q du tour de vis si les longueurs d'onde de ces raies sont exactement connues : en effet, la formule (6) donne, dans le cas où ∂_1 est voisin de zéro (10)

$$d\lambda_1 = \frac{aq}{m_1} dx_1$$

ou

$$\lambda' - \lambda'' = \frac{aq}{m_1} \cdot x' - x'',$$

m_1 étant l'ordre du spectre observé : on en tire la valeur (exprimée en tours de vis) correspondant aux pointés des raies λ', λ'' .

On voit que la valeur de la constante a du réseau n'a pas besoin d'être connue explicitement pour l'emploi des formules (6) ou (10); elle n'est utile que pour la détermination de q et pour le calcul de φ et de ∂ ; comme ces deux angles n'exigent pas une précision comparable à celle des pointés micrométriques, on peut se contenter pour a d'une valeur approchée.

3° Valeur approchée de la constante du réseau.

D'après ce qu'on vient de dire, il suffit de déterminer la constante a du réseau dans des conditions de précision or-

dinaire, c'est-à-dire en mesurant les angles à moins d'une minute près. Les incertitudes que peuvent entraîner l'installation et la manœuvre de ces lourds réseaux en métal n'ont donc pas d'inconvénient dans la méthode actuelle.

L'opération consiste à mesurer la déviation des spectres de différents ordres de la lumière de la soude par exemple, dont les longueurs d'onde sont prises comme point de départ.

EXEMPLE NUMÉRIQUE.

1° *Valeur angulaire du tour de vis.* — Observations du 16 août 1884. Réseau Rowland. Lunette : distance focale, 1^m,40; tirage de l'oculaire (origine arbitraire), 4^{cm}, 20.

Relevé sous l'incidence sensiblement normale de cinq raies du spectre du second ordre, dont voici les valeurs, empruntées à mon Mémoire sur les raies telluriques ⁽¹⁾ :

λ .	600,20.	600,76.	601,57.	602,09.	602,62.
	tours	tours	tours	tours	tours
x	0,669	2,863	5,970	7,964	10,006
x	0,720	2,869	5,985	7,976	10,004
x	0,735	2,873	6,013	8,009	10,043
x	0,744	2,898	6,031	8,005	10,068

Prenant les moyennes des deux lignes consécutives, de manière à éliminer la petite variation avec le temps :

λ .	600,20.	600,76.	601,57.	602,09.	602,62.
	tours	tours	tours	tours	tours
x	0,695	2,836	5,978	7,970	10,005
x	0,728	2,871	5,999	7,993	10,024
x	0,740	2,886	6,022	8,007	10,056
Moy...	0,721	2,864	6,000	7,990	10,028

λ .	600,20	600,76.	601,57.	602,09.	602,62.	Somme.
	tours	tours	tours	tours	tours	tours
dx	0,000	2,143	5,279	7,269	9,307	23,998
$d\lambda$	"	0,56	1,37	1,89	2,42	6,24

(1) *Journal de l'École Polytechnique*, LIII^e Cahier, p. 175.

L'application de la formule (10) donne

$$aq = m \frac{\Sigma(\lambda' - \lambda'')}{\Sigma(x' - x'')} = \frac{2 \times 6,24}{23,995},$$

d'où

$$\log aq = 1,71604;$$

comme on a (voir plus loin, p. 52),

$$\log a = 3,24530,$$

on en tire

$$\log q = 1,47074, \quad (q)'' = \frac{q}{\sin 1''} = 60'',977,$$

$$\log (q)'' = 1,78517.$$

La constante a du réseau qui figure dans la valeur de aq est exprimée, comme les longueurs d'onde, en millionièmes de millimètre.

Remarque. — Il ne faut pas oublier que cette valeur de q correspond au tirage $4^{\text{cm}}, 20$ pour un autre tirage; cette valeur doit être multipliée par le rapport inverse des distances focales.

2° *Calcul de l'angle φ_0 des axes optiques de la lunette et du collimateur.* — Le fil coïncidait avec son image par réflexion normale à la lecture $x_0 = 7^{\text{tours}}, 116$ du micromètre. Dans la même incidence, la raie $\lambda = 600,20$ du spectre du second ordre était dans le champ; le fil était en coïncidence avec elle pour la lecture $7^{\text{tours}}, 636$ (les lectures croissent dans le même sens que les longueurs d'onde).

On pourrait négliger la différence des deux pointés qui ne diffèrent que de $dx = 0^{\text{tour}}, 520$ ou environ une demi-minute; mais la réduction est si facile, qu'il vaut mieux appliquer la règle; cherchons donc quelle est la longueur d'onde de la raie fictive correspondant au point $7^{\text{tours}}, 116$ qui définit l'axe optique de la lunette: on appliquera la formule (10), puisque $\cos \vartheta = 1$; on aura d'ailleurs $m = 2$,

$$d\lambda = \frac{aq}{2} dx;$$

on en tire

$$d\lambda = -0,135,$$

d'où

$$\lambda_0 = 600,200 - 0,135 = 600,065,$$

avec

$$m_0 = 2.$$

On déduit de cette coïncidence l'angle φ que font entre eux les axes optiques du collimateur et de la lunette,

$$\sin \varphi_0 = \frac{m_0 \lambda_0}{a}.$$

La valeur de a a été déduite d'une série assez nombreuse de déterminations faites en novembre 1883, à l'aide d'un grand goniomètre Brunner, appartenant au Laboratoire de Physique de l'École Polytechnique⁽¹⁾. Les chiffres étaient très concordants; j'ai adopté la moyenne :

$$\log a = 3,24530, \quad (a = 1759,13 = 0^{\text{mm}},00175913 ;$$

d'où l'on tire

$$\varphi_0 = 43^{\circ} 1' 8''.$$

(¹) Voici l'une de ces déterminations (22 novembre 1883) qui donne trois valeurs de a , reproduisant précisément la valeur moyenne adoptée; elle comprend l'observation de la raie D_2 de la soude ($\lambda = 588,89$, valeur donnée par Ångström) dans trois spectres : on emploie la formule (2), dans laquelle on pose

$$i + \delta = \Delta_m \quad \text{ou} \quad \delta = \Delta_m - i,$$

parce qu'on rapporte les déviations au faisceau réfléchi; par suite,

$$\sin i + \sin (\Delta_m - i) = \frac{m \lambda}{a}$$

ou

$$2 \sin \left(\frac{\Delta_m}{2} \right) \cos \left(i - \frac{\Delta_m}{2} \right) = \frac{m \lambda}{a},$$

expression calculable directement par logarithmes.

	Pointés.	D'où l'on conclut.	Et par calcul logarithmique.
Faisceau direct.....	89.59.56 ⁰	180° - 2 i =	99.14.38 ⁰
Faisceau réfléchi.....	350.45.18	i =	40.22.41
1 ^{er} spectre de gauche.....	29.39. 0	$\Delta_{-1} =$	-38.54.42
1 ^{er} spectre de droite.....	328.37. 9	$\Delta_{+1} =$	+22. 8. 9
2 ^e spectre de gauche.....	309. 8.15	$\Delta_{+2} =$	+41.37. 3
		Moyenne.....	$\log a = 3,24530$

3° *Calcul du facteur de réduction.* — Je prendrai comme exemple une partie du groupe α dans le spectre du troisième ordre. La raie choisie comme repère dans cette région est définie par la longueur d'onde $\lambda_1 = 627,67$, ainsi qu'il résulte d'une série d'observations faites avec le réseau Rutherford dont il a été question précédemment.

Cette raie a été amenée dans le champ de la lunette, et le pointé sur elle a donné $0^{\text{h}} 9^{\text{m}} 40^{\text{s}} = x_1$. Appliquant la formule (1), on aura, pour l'angle φ_1 correspondant à ce pointé,

$$\varphi_1 = \varphi_0 - (q)''(x_1 - x_0),$$

expression dans laquelle on substituera les données ou résultats précédents

$$\varphi_0 = 43^{\circ} 1' 8'', \quad \log(q)'' = 1,78517, \quad x_0 = 7,116.$$

Comme φ_0 est exprimé en degrés, minutes et secondes sexagésimales, les deux membres de la formule (1) ont été divisés par $\sin 1''$, de sorte que q est remplacé par

$$(q)'' = \frac{q}{\sin 1''}.$$

On en déduit

$$\varphi_1 = 43^{\circ} 1' 8'' + 6' 18'' = 43^{\circ} 7' 26''.$$

Connaissant φ_1 , on calculera δ_1 par la formule (4)

$$\sin\left(\frac{\varphi_1}{2} + \delta_1\right) = \frac{m_1 \lambda_1}{2a \cos\left(\frac{\varphi_1}{2}\right)};$$

substituant,

$$m_1 = 3, \quad \lambda_1 = 627,67, \quad \log a = 3,24530$$

et

$$\varphi_1 = 43^{\circ} 7' 26'',$$

on trouve

$$\delta_1 = 13^{\circ} 34' 14''.$$

Le facteur de réduction se calcule par la formule (7), qui donne

$$R = \frac{aq}{m_1} \cos \delta_1,$$

d'où l'on déduit

$$\log R = 1,22662, \quad R = 0,16851.$$

On remarquera que ce facteur n'est valable que dans le voisinage de λ_1 .

Si δ_1 était voisin de zéro, on n'aurait aucune crainte de l'appliquer dans un intervalle de plusieurs degrés (*voir* ci-dessus); mais ici, où cet angle est de $13^\circ 34' 14''$, on peut se demander quelle est l'étendue angulaire dans laquelle la formule (8)

$$d\lambda = R dr$$

est applicable.

Il faut remarquer que les pointés micrométriques ne sont guère exacts à plus de $\frac{1}{1000}$ de tour du micromètre. Le champ total comprenant environ 10 tours, l'approximation de $\frac{1}{1000}$ est la limite extrême qu'on peut demander. Cherchons donc entre quelles limites δ_1 doit être compris pour que R , c'est-à-dire $\cos \delta_1$, ne varie pas de $\frac{1}{1000}$.

On a

$$\log \left(1 + \frac{1}{1000} \right) = 0,00043;$$

or $\log \cos \delta$ aux environs de $13^\circ 34'$ varie de 0,00003 pour un accroissement de $1'$.

Donc δ peut varier de $\frac{43}{3} = 14'$, c'est-à-dire presque une fois et demie l'étendue du champ, sans que $\cos \delta$ varie de $\frac{1}{1000}$ de la valeur.

La valeur de R ainsi calculée pourra donc actuellement servir pour la réduction des pointés de toutes les raies du champ où λ_1 sert de repère direct, et même pour toutes les raies du groupe 2; car l'approximation du $\frac{1}{1000}$ sur les $d\lambda$ est bien supérieure à celle que l'on conserve pour les valeurs de λ déduites de ces relevés.

Du reste, il est, en général, utile de se ménager d'autres repères, à titre de vérification, de manière à comparer le résultat obtenu par le relevé micrométrique et le chiffre obtenu par une détermination directe.

Calcul de proche en proche du facteur de réduction. —

On pourrait à la rigueur, en l'absence de repères suffisamment rapprochés, calculer les longueurs d'onde des raies provenant de relevés micrométriques successifs dans un intervalle angulaire relativement considérable, par l'emploi réitéré de la méthode que l'on vient d'exposer.

Ainsi, partant du repère λ_1 qui donne φ_1 , δ_1 et le coefficient de réduction R_1 , on calculera la longueur d'onde λ_2 et δ_2 d'une certaine raie commune à la série des pointés et à la suivante : cette raie, dans la nouvelle série, occupera dans le champ la position définie par le pointé x_2 ; on pourra donc calculer φ_2 par la formule (1)

$$\varphi_2 = \varphi_0 - (q)''(x_2 - x_0),$$

de là déduire δ_2 par la formule (4) et finalement R_2 . Ce coefficient de réduction servira à calculer la longueur d'onde de toutes les raies de la série, y compris une certaine raie λ_3 commune à la série présente et à la suivante. Cette raie λ_3 occupera la position x_3 dans le champ de la lunette lors de cette troisième série : ces deux données λ_3 et x permettront donc de calculer φ_3 , δ_3 , R_3 et ainsi de suite.

On voit que la précision de ces calculs de proche en proche n'est limitée que par l'exactitude avec laquelle on connaît la valeur angulaire des tours de vis du micromètre et par la stabilité des instruments.

Correction de la valeur angulaire du micromètre avec la longueur focale. — Il est utile de faire remarquer que, dans une grande étendue, le défaut inévitable d'achromatisme des objectifs ou la courbure du réseau conduit à modifier légèrement la mise au point pour conserver la netteté des raies dans le plan du réticule. Cette modification entraîne une correction à la valeur angulaire du tour de vis : en effet, soient q cette valeur correspondant à

une distance focale F et q' pour une distance F' , on aura évidemment

$$Fq = F'q' \quad \text{ou} \quad \frac{q'}{F} = \frac{q}{F'} = \frac{q' - q}{F - F'},$$

d'où l'on tire

$$q' - q = \frac{F - F'}{F} q'$$

et

$$q' \left(1 + \frac{F' - F}{F} \right) = q.$$

Or $F' - F$ représente la différence des tirages de la pièce que porte le micromètre à fil ; si donc on appelle t et t' les lectures de la graduation (gravée sur le tube de tirage) qui définit la position des micromètres, on aura

$$t' - t = F' - F ;$$

on l'exprimera avec la même unité que F et la graduation croissant dans le même sens.

La fraction $\frac{t' - t}{F}$ sera généralement un nombre très petit dont on pourra négliger le carré devant l'unité : on aura donc

$$q' = q \left(1 - \frac{t' - t}{F} \right),$$

correction facile à appliquer et qui sera souvent négligeable.

DEUXIÈME MÉTHODE. — MÉTHODE D'INTERPOLATION.

C'est la méthode à recommander lorsqu'on possède des déterminations suffisamment précises de repères assez rapprochés. La méthode du *facteur de réduction* est un peu complexe lorsqu'on veut l'appliquer en toute

rigueur, mais elle a l'avantage de donner avec une grande exactitude, sinon les valeurs absolues, du moins les différences de longueur d'onde des raies d'un groupe qu'on veut étudier, par le calcul *a priori* du facteur de réduction : elle sert donc en tout cas de contrôle.

En effet, on reconnaît aisément que les pointés effectués avec un micromètre à fil, au foyer d'une lunette présentant une grande distance focale, offrent une précision beaucoup plus grande que les mesures angulaires effectuées avec un goniomètre à vernier muni de lunettes à faible distance focale.

Mais, d'autre part, si le goniomètre ne donne pas des pointés différentiels aussi précis, il a l'avantage de donner, par des calculs *indépendants*, la longueur d'onde absolue des raies observées ; la précision est moindre, il est vrai, mais l'erreur à craindre n'est pas très considérable et peut souvent être estimée.

Il sera donc bon d'employer concurremment les deux méthodes de réduction ; celle des pointés micrométriques donnant, en quelque sorte, le détail des groupes ; celle du goniomètre fournissant les repères. Lorsque les repères sont suffisamment nombreux, c'est alors que l'on peut combiner les deux méthodes d'observation et calculer *a posteriori* le facteur de réduction. Il suffit en effet de déterminer les longueurs d'onde λ_1 et λ_2 de deux raies correspondant à deux pointés micrométriques x_1 et x_2 ; comme les intervalles sont très petits, on peut appliquer la loi de proportionnalité et calculer λ correspondant à x par la formule

$$\frac{x_1 - x}{x_1 - x_2} = \frac{\lambda_1 - \lambda}{\lambda_1 - \lambda_2} ;$$

c'est donc une *simple interpolation* par parties proportionnelles.

Ce mode de réduction est évidemment le plus simple de tous : j'ai cherché à l'employer dès le début. Malheureu-

sement le grand réseau Rowland, placé sur le plus grand cercle dont je disposais, conduisait alors, ainsi qu'on l'a vu plus haut, à des erreurs inacceptables : j'ai été obligé de me contenter de déterminations absolues faites avec le réseau Rutherford, monté sur un petit cercle; il était donc bon de réduire au minimum le nombre de données absolues et de profiter du calcul *a priori* du *facteur de réduction*. Pour les raies du groupe α , l'éclat du champ étant considérable, j'ai pu opérer sur le spectre du quatrième ordre : l'approximation a été très satisfaisante, malgré l'emploi d'un petit cercle et d'un réseau relativement moins dispersif. A la fin de ces études, étant parvenu à faire corriger le défaut présenté par le grand cercle Brunner, j'ai pu faire quelques déterminations absolues avec le réseau Rowland et employer la méthode d'interpolation.

On verra que les deux méthodes conduisent à des résultats extrêmement voisins et se prêtent un mutuel contrôle.

TROISIÈME PARTIE.

RÉSULTATS NUMÉRIQUES.

I. — ÉTUDE DU GROUPE α (ANGSTRÖM).

Je ne m'arrêterai pas à décrire les séries d'opérations préliminaires exécutées pour étudier le groupe α ; elles ont été fort longues : elles ont compris tous les essais décrits ci-dessus pour arriver à la méthode du balancement des raies. Mais, si l'on fait abstraction de ces études générales, on peut dire que les mesures ont été conduites en quelque sorte par approximations successives :

1° Une première série de relevés a été faite en vue de construire une Carte provisoire, destinée à dénommer chaque raie.

2° Cette Carte une fois obtenue, une série de pointés micrométriques plus soignés a donné les éléments du calcul des positions définitives des raies.

3° Les déterminations des longueurs d'onde de quatre raies principales destinées à servir de *repères*, faites avec le réseau Rutherford et le petit cercle portatif de Brunner.

4° Une nouvelle détermination de ces repères avec le réseau Rowland et le grand cercle Brunner modifié.

5° Une série de pointés micrométriques des raies purement telluriques du groupe α , en vue de la comparaison avec les raies correspondantes de B et A.

6° Enfin la série des opérations décrite précédemment suivant la méthode du *facteur de réduction*.

Le Tableau suivant renferme les déterminations utilisées pour le calcul des résultats définitifs.

L'*ordre de grandeur* des raies indiqué dans la dernière colonne est représenté par un chiffre de 1 à 10 en chiffres arabes pour les raies d'origine solaire ou raies métalliques : elles sont définies dans la dernière colonne par le mot *solaire*. Les chiffres romains majuscules sont appliqués aux raies telluriques, que je crois devoir attribuer à l'atmosphère sèche : ces raies sont réparties suivant une loi quasi régulière qui donnera lieu plus loin à des remarques intéressantes. Enfin les chiffres romains minuscules sont réservés pour noter la grandeur des raies telluriques (désignées en outre par Aq), qui semblent devoir être attribuées à la vapeur d'eau.

TABLEAU I.

Raies sombres composant le groupe α (Angström).

Méthode du facteur de réduction.		Méthode d'interpolation.		Dénomination des raies.	λ . Valeurs adoptées.	Ordre de grandeur des raies.	Nature des raies.
α .	λ .	α .	λ .				
Pointés micro- métriques.	Valeur en longueur d'onde.	Pointés micro- métriques.	Valeur en longueur d'onde.				
tours	tours						
-0,884	627,521	-0,813	627,520	Bord.	627,54	IV	»
-0,814	533	-0,710	539	»	56	V	»
»	»	»	»	»	58	VII	»
-0,475	590	-0,440	589	»	61	V	»
-0,386	605	-0,360	603	»	62	V (double)	»
-0,273	624	-0,246	625	»	64	VII	»
»	»	»	»	»	67	VIII	»
»	627,670*	»	627,670*	Raie principale.	627,69	I	»
»	»	»	»	»	72	VIII	»
»	»	»	»	»	75	IX	»
+0,467	749	0,420	748	»	77	III	»
0,603	772	0,540	770	»	79	III	»
»	»	0,884	834	»	85	6	Solaire.
1,074	851	0,976	851	»	87	III	»
1,363	900	1,247	901	»	92	III	»
»	»	1,362	922	»	627,85	VII	Solaire.

A. CORNU.

1,823	627,977	1,864	627,078	"	628,00	III	"
2,303	628,058	2,087	628,056	"	628,08	III	"
"	"	2,394	628,113	"	628,13	ij	Aq.
2,788	628,140	2,508	134	"	15	III	"
"	"	"	"	"	16	IV	Solaire.
3,418	246	3,085	241	"	26	VI	"
3,839	317	3,484	315	"	34	9	"
"	"	3,845	381	"	40	i	Solaire.
"	"	4,168	441	"	46	7	Aq.
"	"	4,360	477	"	50	V	Solaire.
5,764	641	5,217	635	Isolée α_0 .	66	ij	"
"	"	5,316	654	"	67	Aq.	Aq.
"	"	5,977	776	"	80	IV	"
0,971	805	6,110	801	α'_1 .	82	III	"
1,455	628,886	6,555	883	α''_1 .	90	VIII	"
"	"	6,870	941	"	96	3	"
"	"	6,955	628,957	"	628,98	IV	Solaire.
2,615	629,085	7,598	629,076	α'_2 .	629,10	ij	"
"	"	7,852	123	"	14	III	Aq.
3,086	161	8,046	159	α''_2 .	18	IX	"
"	"	8,559	254	"	27	VIII	"
"	"	8,959	328	"	35	II	"
4,401	382	9,237	379	α'_3 .	40	II	"
4,873	462	9,667	459	α''_3 .	48	VIII	"
"	"	9,952	512	"	53	ij	Aq.
"	"	10,377	590	"	61	3	Solaire.
"	"	10,655	642	"	66	II	"
6,353	629,711	11,017	629,709	α'_4 .	629,73		

Raies sombres composant le groupe α (Angström).

62

Méthode du facteur de réduction.		Méthode d'interpolation.		Dénomination des raies.	λ . Valeurs adoptées.	Ordre de grandeur des raies.	Nature des raies.
x . Pointés micro- métriques.	λ . Valeur en longueur d'onde.	Pointés micro- métriques.	Valeur en longueur d'onde.				
tours 6,811	tours 629,788	11,426	784	α_4'	80	II	»
»	»	11,629	629,822	»	629,84	7	Solaire.
»	»	12,646	630,010*	»	630,03	1	Solaire Fe.
8,483	630,070	0,303	066	α_5'	09	II	»
»	»	0,554	111	»	13	2	Solaire.
8,935	146	0,725	143	α_5''	16	II	»
10,738	449	2,359	442	α_6'	46	III	»
0,440	523	2,770	519	α_6''	54	III	»
»	»	4,307	799	»	83	ij	Aq.
2,418	856	4,545	843	α_7'	87	IV	»
»	»	4,758	882	»	91	VII	»
2,865	630,931	4,967	630,920	α_7''	630,95	IV	»
»	»	5,431	631,005	»	631,04	7	Solaire.
»	»	6,161	138	»	17	VIII	»
5,018	631,294	6,895	273	α_3'	31	V	»
»	»	7,123	315	»	35	4	Solaire.
5,466	369	7,310	349	α_8''	39	V	»
»	»	7,485	381	»	42	5	Solaire.
»	»	7,622	388	»	43	5	Solaire.

A. CORNU.

»	»	8,512	569	»	62	ij	Aq.
»	»	8,638	631,592	»	631,64	VIII	»
»	»	8,952	631,650*	»	631,70	2	Solaire.
»	»	0,365	718	»	77	5	»
7,766	631,757	0,461	736	α'_9 .	79	VI	»
»	»	0,661	774	»	82	7	Solaire.
8,208	831	0,872	813	α''_9 .	86	VI	»
»	»	1,055	847	»	90	X	»
»	»	1,558	631,941	»	631,99	VIII	»
»	»	2,256	632,072	»	632,11	8	Solaire.
»	»	2,534	124	»	16	3	Solaire Fe.
»	»	3,107	231	α'_{10} .	27	VIII	»
»	»	3,174	244	»	28	9	Solaire.
»	»	3,512	307	α''_{10} .	35	VIII	»
»	»	5,182	619	»	66	5	Solaire.
»	»	5,892	752	α'_{11} .	78	IX	»
»	»	6,280	825	α''_{11} .	86	IX	»
»	»	6,520	869	»	90	6	Solaire.
»	»	6,932	632,946	»	632,98	5	Solaire.
»	»	7,537	633,060	»	633,08	8	Solaire.
»	»	7,612	074	»	09	IX	»
»	»	9,357	633,400*	»	633,42	2	Solaire Fe.
»	»	10,167	552	»	57	2	Solaire Fe.
»	»	11,267	757	»	78	4	Solaire.
»	»	11,412	633,784	»	633,80	4	Solaire.
»	-»	13,150	634,109	»	634,13	ij	Aq.
»	»	14,112	289	»	31	3	Solaire.

DONNÉES NUMÉRIQUES RELATIVES AU TABLEAU N° I.

1° *Méthode du facteur de réduction.*

La première colonne représente les pointés (exprimés en tours de vis), effectués sur les diverses raies du groupe α avec le micromètre à fil. Pour abrégé, on n'a pas consigné les chiffres dont l'origine est arbitraire ; mais seulement les différences des pointés avec le pointé de la raie prise comme origine.

Les raies choisies successivement comme origines sont :

$$\lambda \dots\dots 627,670 \quad 628,641 \quad 630,442$$

Ces pointés formaient donc trois séries, ayant toujours quelques termes communs à titre de contrôle : ces termes de contrôle ont été supprimés pour ne pas encombrer le Tableau : la concordance était d'ailleurs complète.

Le seul repère employé pour le calcul de cette série est la raie $\lambda = 627,670$, déduite d'une série de mesures effectuées sur le quatrième spectre du réseau Rutherford installé sur le petit cercle Brunner et dont le détail sera donné plus loin.

Les pointés de la première colonne proviennent d'une série effectuée le 16 août 1884 sur le spectre du troisième ordre du réseau Rowland. Le calcul du facteur de réduction employé pour les mesures a été donné comme exemple précédemment (*voir* p. 53). On trouvera donc plus haut :

1° La détermination de la valeur angulaire du tour de vis ;

2° La détermination de la constante du réseau ;

3° La détermination de l'angle des axes optiques de la lunette et du collimateur ;

4° La détermination du facteur de réduction R, c'est-à-dire le nombre par lequel on doit multiplier la varia-

tion dx des pointés pour obtenir la variation correspondante $d\lambda$ en longueur d'onde,

$$R = 0,16851.$$

Ce facteur peut servir, comme on l'a vu plus haut, à toute l'étendue des pointés du groupe α .

Cette série de déterminations ne comprend que les raies telluriques d'une certaine nature, ainsi qu'on l'expliquera plus loin.

Remarque. — Le calcul numérique a été poussé jusqu'à trois décimales, mais il est bien évident que le dernier chiffre est la plupart du temps illusoire, parce que la valeur angulaire du tour de vis du micromètre, déduite du pointé de certaines raies du groupe D, n'est pas connue avec l'approximation nécessaire : si les chiffres ne donnent pas la valeur absolue de λ , ils donnent au moins les distances mutuelles des raies avec la même approximation que les pointés, et c'est à ce titre qu'ils ont été conservés.

2^o Méthode d'interpolation.

La première colonne (la troisième à partir de la gauche) donne, comme précédemment, les différences des pointés micrométriques avec le pointé de la raie servant de repère.

Ces nombres représentent le résumé de plusieurs séries très concordantes, dont la principale a été faite le 13 octobre 1882, sur le deuxième spectre du réseau Rowland.

Le micromètre à fil n'était pas le même que dans la série du 16 août 1884 : le pas de la vis était de $\frac{1}{3}$ de millimètre, tandis que celui du micromètre plus récemment adapté à l'appareil est de $\frac{1}{2}$ millimètre ; il était nécessaire de donner ce détail dans le cas où l'on voudrait établir la concordance plus ou moins approchée des deux séries de pointés.

Les raies de repère ont été choisies au nombre de quatre :

λ	627,67	630,01	631,65	633,40
Différence.	$\frac{2,34}{2,34}$	$\frac{1,64}{1,64}$	$\frac{1,75}{1,75}$	

Les intervalles entre ces raies, relevés au micromètre à fil, ont donné

$$12^{\text{tours}}, 646, \quad 8,952, \quad 9,357$$

ce qui a conduit aux trois quotients

$$\frac{2,34}{12,646} = 0,18507,$$

$$\frac{1,64}{8,952} = 0,18320,$$

$$\frac{1,75}{9,357} = 0,18703.$$

Ces trois quotients devraient être, sinon égaux, du moins en progression continue : il y a donc à craindre une petite erreur d'environ $\frac{1}{100}$, soit sur les pointés, soit plutôt sur les valeurs des longueurs d'onde. Je n'ai pas cru devoir répéter ces séries en égard à la petitesse de cette erreur : elle correspondrait en effet à la correction positive $\Delta\lambda = +0,02$ sur les chiffres 631,65, qui deviendrait alors 631,67 : on aurait alors, pour les trois quotients, les nombres presque identiques :

$$\frac{2,34}{12,646} = 0,18507,$$

$$\frac{1,66}{8,952} = 0,18543,$$

$$\frac{1,73}{9,357} = 0,18489.$$

Cette correction de 0,02 atteint la limite d'approximation que pouvait donner la détermination des longueurs

d'onde avec le réseau Rutherford et le petit cercle Brunner (donnant les 10"), dont je disposais alors; j'ai donc dû me contenter de cette série ⁽¹⁾.

Depuis cette époque, le grand cercle Brunner ayant été réparé, j'ai pu y installer le réseau Rowland et faire une nouvelle série de déterminations des quatre raies de repère : les chiffres obtenus en prenant comme point de départ les longueurs d'onde de D_2 (588,90) et C (656,18) d'Angström (spectre normal, p. III et V) ont été :

627,6793, 630,0206, 631,6707, 633,4020,

qui s'accordent presque entièrement avec la série précédente corrigée ⁽²⁾ :

627,69, 630,03, 631,71, 633,42.

Il serait difficile d'aller beaucoup plus loin sans prendre des précautions minutieuses, tout à fait en dehors du cadre de ces recherches.

En conséquence, on peut donc, pour les valeurs définitives, adopter les chiffres suivants :

627,69, 630,03, 631,71, 633,42,

(1) Elle a été exécutée le 12 octobre 1883, sur le spectre de quatrième ordre; voici les lectures du cercle (moyenne des deux verniers — 5" l'estime) :

Image directe de la fente.....	90.10'.25"
Image réfléchie sur la face striée.....	28.28.45
Repère n° 1.....	329.32.00
» n° 2.....	329.21.00
» n° 3.....	— 13.18
» n° 4.....	— 5.10
Raie C.....	327.18.45
Raie D_2	332.33.45
Image réfléchie.....	28.28.55

Le pointé sur la raie D_2 (λ adopté, 588,89) a permis de conclure la constante du réseau ($\log a = 3,46785$), et celui sur la raie C a fourni un contrôle; on calcule, en effet, $\lambda = 656,11$; Angström donne 656,17.

(2) Voici les chiffres des lectures qui résument les observations croisées faites en vue d'éliminer l'effet d'une petite variation continue avec le

en corrigeant proportionnellement les différences très petites entre ces chiffres et les résultats de la deuxième série.

Je ne crois pas qu'il soit utile de conserver plus de cinq chiffres significatifs dans les résultats définitifs : si l'on avait besoin, dans certains cas particuliers, des valeurs *différentielles* plus exactes, les pointés de la deuxième série pourront les fournir.

II. — ÉTUDE DU GROUPE B (FRAUNHOFER).

La distinction, devenue si facile à l'aide des méthodes indiquées plus haut, entre les raies telluriques et les raies d'origine solaire ayant révélé une analogie complète de structure entre le groupe α et les groupes B et A, j'ai été naturellement amené à étudier ces deux autres groupes en détail.

Commençant par le groupe B, j'ai étudié d'abord les moyens de l'observer avec la plus grande dispersion possible.

Dans le spectre du premier ordre, le groupe est bien isolé sans mélange d'autres couleurs, mais la dispersion est un peu faible : elle est pourtant suffisante pour montrer assez nettement le balancement des raies métalliques situées entre le huitième et le neuvième doublet. Le

temps. C'était le spectre du deuxième ordre : les faisceaux diffractés étaient sensiblement normaux au réseau (18 février 1885).

Lumière directe.....	90°. 0'.35"
» réfléchi.....	1.43.57
Raie D ₂	318.67.47
Repère n° 1.....	316. 5.15
» n° 2.....	315.56. 6
» n° 3.....	315.49.39
» n° 4.....	315.42.53
Raie C.....	314.13.54

Les résultats numériques ont été vérifiés par l'emploi de la formule (9), fondée sur la normalité approchée des faisceaux diffractés.

spectre du deuxième ordre donne une dispersion double, mais la superposition de la région bleue du spectre (λ 458 à λ 464) qu'il comporte inévitablement devient très gênante. Un verre rouge à vitrail permet d'isoler les radiations rouges et donne beaucoup de netteté aux raies ; mais l'absorbant qui réussit le mieux est une solution alcoolique de violet d'aniline : placée dans une ampoule soufflée, servant en même temps de lentille collectrice, cette solution se conserve indéfiniment ; la concentration la plus convenable pour l'observation de B, en même temps que A, est celle qui absorbe le vert, le jaune et l'orangé jusqu'à C.

Si l'on veut conserver une lentille collectrice à foyer aplanétique pour observer le balancement des raies, on place la solution près de la fente dans une cuve à faces parallèles.

Le même dispositif réussit pour l'observation du spectre du troisième ordre ; mais, avec le réseau dont je faisais usage, la quantité de lumière reçue était trop faible pour l'obtention de bonnes mesures.

Le Tableau suivant donne le résumé des mesures et présente les mêmes dispositions conventionnelles que le Tableau I du groupe α .

TABLEAU II.

Raies sombres composant le groupe B.

Méthode du facteur de réduction.		Méthode d'interpolation.		Dénomination des raies.	λ. Valeurs adoptées.	Ordre de grandeur des raies.	Nature des raies.
x.	λ.	x.	λ.				
tours	tours						
—1,042	686,659	—1,478	686,645	»	686,62	IV	»
»	»	»	»	»	66	VII	»
—0,942	685	—1,282	682	»	65	IV	»
»	»	—1,124	711	»	68	VII	»
»	»	—1,020	730	Double.	70	II	»
—0,696	742	—0,955	742	»	71	V	»
—0,565	783	—0,775	776	»	75	V	»
—0,408	824	—0,598	809	»	78	IV	»
—0,346	840	—0,486	830	»	80	IV	»
»	»	—0,222	879	»	85	VI	»
»	»	—0,055	910	»	88	III	»
»	686,93 *	»	»	Raie principale	686,90	III	»
»	»	+0,055	686,930	(double).			
+0,374	687,028	0,504	687,014	»	686,98	III	»
0,512	663	0,716	653	»	62	II	»
0,877	158	1,208	145	»	12	III	»
1,114	219	1,558	210	»	18	II	»
1,463	315	2,252	321	»	27	III	»

2,075	010	25020	095	-	66	III	"
2,974	702	4,115	687,686	"	686,80	II	"
3,519	687,844	4,864	686,825	"	687,89	V	"
3,849	929	5,356	687,916	"	687,96	8	Solaire.
4,113	"	"	"	"	688,04	iiij	Aq.
4,434	"	"	"	"	7	7	Solaire.
4,542	"	"	"	"	15	7	Solaire.
4,561	"	"	"	"	21	7	Solaire.
5,068	"	"	"	"	688,28	III	"
5,370	688,324	7,453	688,307	B ₀ .	47	III	"
0,760	521	0,192	499	B' ₁ .	57	II	"
1,143	621	1,576	599	B'' ₁ .	79	III	"
2,001	843	2,758	818	B' ₂ .	688,89	II	"
2,363	688,937	3,286	688,916	B' ₂ .	689,13	II	"
3,315	689,185	4,625	689,164	B' ₃ .	23	I	"
6,680	279	5,135	259	B''.	50	II	"
4,736	553	6,593	529	B' ₄ .	59	I	"
5,110	651	7,093	622	B'' ₄ .	73	9	Solaire.
"	"	"	"	"	689,89	III	"
6,260	689,949	8,687	689,917	B' ₅ .	689,98	II	"
6,605	690,039	9,203	690,013	B'' ₅ .	690,18	9	Solaire.
"	"	"	"	"	690,30	III	"
7,865	690,366	10,923	690,331	B' ₆ .	40	II	"
8,209	455	11,435	426	B'' ₆ .	75	III	"
9,578	810	13,334	778	B' ₇ .	84	II	"
9,921	690,899	13,827	870	B'' ₇ .	691,22	IV	"
11,380	691,278	15,856	691,245	B' ₈ .	31	III	"
0,341	367	0,497	337	B'' ₈ .			"

Méthode du facteur de réduction.		Méthode d'interpolation.		Dénomination des raies.	λ. Valeurs adoptées.	Ordre de grandeur des raies.	Nature des raies.
x.	λ.	x.	λ.				
tours	tours						
»	»	0,747	384	»	35	4	Solaire.
»	»	»	»	»	44	VIII	(Double?).
»	»	1,905	599	»	57	5	Solaire.
»	»	»	»	»	65	VIII	»
1,910	774	2,660	739	B' ₉ .	71	V	»
2,255	691,863	3,125	826	B' ₉ .	80	IV	»
3,942	692,301	5,448	692,257	B' ₁₀ .	692,23	IV	»
4,280	389	5,924	346	B'' ₁₀ .	32	IV	»
»	»	6,077	692,374	»	692,34	iiij	Aq.
»	»	6,515	456	»	43	8	Solaire.
»	»	7,241	591	»	56	8	Solaire.
»	»	7,301	602	»	57	iiij	Aq.
6,025	692,542	8,373	801	B' ₁₁ .	77	VI	»
»	»	8,570	838	»	81	vj	Aq.
»	»	8,691	860	»	83	ij	Aq.
6,380	692,934	8,822	884	B'' ₁₁ .	85	VI	»
»	»	8,985	915	»	89	iiij	Aq.
»	»	9,378	692,988	»	692,96	X	»
»	»	9,760	693,059	»	693,03	VI	»
»	»	10,215	120	»	8	VII	»

A. CORNU.

»	»	11,103	308	»	28	i	Aq.
8,238	693,417	— 7,036	357	B' ₁₂ .	34	VII	»
8,567	693,502	— 6,590	449	B' ₁₂ .	42	VII	»
»	»	— 6,281	507	»	48	IV	Aq.
»	»	— 5,284	692	»	66	III	»
»	»	— 4,984	747	»	72	V	»
»	»	— 4,236	887	»	86	VI	»
»	»	— 3,961	938	»	91	IV	»
»	»	— 3,851	693,958	B' ₁₃ .	693,93	VIII	»
»	»	— 3,483	694,027	B'' ₁₃ .	694,00	VIII	»
»	»	— 3,371	048	»	02	VI	»
»	»	— 2,902	694,135	»	694,11	VII	»
»	»	— 2,752	163	»	13	7	Solaire?
»	»	— 2,003	302	»	27	IV	»
»	»	— 1,256	441	»	41	3	Solaire.
»	»	— 0,496	582	»	55	VIII	»
»	»	»	694,674	»	64	II	»
»	»	+ 0,824	827	»	694,80	IV	»
»	»	1,738	694,997	»	694,97	iiij	Aq.
»	»	2,029	695,051	»	02	6	Solaire.
»	»	3,250	278	»	25	6	Solaire.
»	»	3,389	304	»	27	iiij	Aq.
»	»	4,817	569	»	54	I	»
»	»	6,450	695,873	»	695,84	III	»
»	»	7,412	696,051	»	696,02	IV	»
»	»	9,192	382	»	35	7	Solaire.

DONNÉES NUMÉRIQUES RELATIVES AU TABLEAU N° II.

I. — *Méthode du facteur de réduction.*

La première colonne représente, comme dans le Tableau n° I, les différences des pointés micrométriques avec ceux des raies prises comme origines successivement ; elles proviennent d'une série effectuée le 16 août 1884 sur le spectre du second ordre du réseau Rowland. Le seul repère employé pour le calcul de cette série est la raie $\lambda = 686,930$, déduite d'une série de mesures effectuées sur le quatrième spectre du réseau Rutherford, installé sur le petit cercle Brunner, et dont le détail sera donné plus loin.

Le calcul du facteur de réduction se déduit des données suivantes :

Le réseau amené sous l'incidence normale était dans une position telle que le fil vertical du réticule coïncidait avec son image pour le point $x_0 = 8^t, 600$.

Dans cette même position du réseau, la raie $\lambda = 600,20$ du deuxième spectre correspondait à $x = 6,242$.

On en conclut, par la formule

$$(10) \quad d\lambda = \frac{aq}{2} dx,$$

la correction $d\lambda$ à faire subir à $\lambda = 600,20$ pour obtenir λ_0 la longueur d'onde de la raie idéale sous le fil, au point x_0 , on trouve $\lambda_0 = 599,73$; d'où l'on conclut, par la formule (3), l'angle φ_0 des axes du collimateur et de la lunette (voir p. 44).

On trouve

$$\varphi_0 = 42^\circ 59' 14''.$$

Le repère adopté étant la raie $\lambda_1 = 686,93$, dont le pointé était $x_1 = 2^t, 198$, on en conclut

$$\varphi_1 = \varphi_0 - (q'')(x_1 - x_0) = 43^\circ 5' 10'';$$

substituant dans la formule (4)

$$\sin \left(\frac{\varphi_1}{2} + \cos \delta_1 \right) = \frac{m_1 \lambda_1}{2a \cos \frac{\varphi_1}{2}};$$

on en déduit $\delta_1 = 3^{\text{m}} 16' 50''$, et, par suite, le facteur de réduction (7)

$$R = \frac{aq}{m_1} \cos \delta_1 = 0,25960,$$

facteur qu'on a appliqué à toute la série, grâce à ce que l'angle δ_1 est très petit.

II. — Méthode d'interpolation.

Elle est appliquée au résumé d'un groupe de séries effectuées, pour la plupart, le 14 octobre 1883 (avec intercalations de pointés sur des raies secondaires obtenues à diverses époques).

Les repères ont été choisis au nombre de quatre ⁽¹⁾; ils sont déduits d'une série de déterminations faites le 13 février 1885 avec le réseau Rowland, installé sur le grand cercle Brunner.

Ces repères correspondent à des raies du groupe B; en voici les valeurs :

$$686,8980, \quad 688,2842, \quad 691,2226, \quad 694,6515.$$

(1) Le calcul avait d'abord été fait, à l'aide de trois repères, avec le réseau Rutherford et le petit cercle Brunner; ayant eu quelques doutes sur leur exactitude, j'ai refait la série de déterminations dont il est question ci-dessus; les trois repères étaient

$$\lambda = 686,93, \quad 690,80, \quad 694,65.$$

Le premier et le troisième sont les mêmes que ci-dessus.

Le second est le milieu du doublet n° 7.

La série faite avec le réseau Rowland et le grand cercle Brunner a

Le premier correspond à une raie tellurique intense que la lunette du cercle Brunner ($0^m,45$ de distance focale) montrait simple, mais que la lunette de $1^m,40$ du spectroscopie dédouble aisément.

Le second est la raie tellurique isolée qui précède la série des doublets.

Le troisième est la première raie du huitième doublet.

Le quatrième est une raie tellurique intense vers la fin du groupe.

Les moyennes des lectures des observations croisées qui ont conduit à ces chiffres sont les suivantes (deuxième spectre) :

Faisceau direct.	90. 0.48
» réfléchi.	14. 0.57
Raie D ₂	328. 49.24
» C.	324. 25.39
Repère n° 1.	322. 25.36
» n° 2.	322. 20.11
» n° 3.	322. 8.42
» n° 4.	321. 55.18

donné pour les mêmes repères (en interpolant le second repère d'après le tableau II, ce qui se fait sans erreur appréciable)

686,90, 690,80, 694,65.

Voici les lectures qui ont fourni les trois repères (observations du 13 octobre 1883) :

Faisceau direct.	90.15.15
» réfléchi.	50.21.30
Raie C.	342.57.35
Repère n° 1.	340.33.35
» n° 2.	340.15.30
» n° 3.	339.57.30
Faisceau réfléchi.	50.21.53
» direct.	90.15.30

La constante du réseau a été déterminée à l'aide de la raie C (adopté : $\lambda = 656,17$). L'adoption de 656,21 comme valeur de λC ajouterait 0,04 environ aux valeurs calculées.

La constante du réseau adoptée est la moyenne des deux constantes déduites de l'observation de D_2 ($\lambda = 588,900$) et de C ($656,180$).

Comme les faisceaux diffractés étaient sensiblement normaux au réseau, les résultats numériques ont été vérifiés par l'emploi de la formule (9).

Dans les trois intervalles en lesquels se trouve ainsi partagé le groupe B, on calcule les variations de longueur d'onde par les trois facteurs

$$\frac{1,3865}{7,453} = 0,18603, \quad \frac{2,9387}{15,856} = 0,185337, \quad \frac{3,4288}{18,451} = 0,185837$$

Leur marche progressive n'est pas très régulière, mais la différence est de l'ordre des erreurs commises dans les deux espèces de déterminations qui figurent dans ces formules.

C'est cette dernière série qui a été adoptée pour le calcul des valeurs adoptées.

Les raies de la bande B ont été gravées sur la Planche d'après les chiffres déduits de la première série figurant dans la colonne *méthode d'interpolation*; ces chiffres n'ont pas été corrigés pour conserver la concordance avec la Planche dont la gravure était terminée lorsque la révision des calculs a été opérée.

Malgré la concordance de toutes ces séries, j'ai cherché des vérifications de diverse nature : on verra à la fin du Mémoire quelques observations destinées à estimer l'erreur probable relative des chiffres adoptés (*voir* p. 98).

ÉTUDE DU GROUPE A (FRAUNHOFER).

Le groupe A est à peu près invisible, même dans le premier spectre, si l'on n'emploie aucun absorbant; le verre bleu violet, seul ou doublé d'un verre rouge, permet de l'apercevoir; une solution aqueuse de permanganate de potasse, mais surtout la solution alcoolique du violet

d'aniline, déjà citée pour l'observation du groupe B, donnent au groupe A une netteté particulière.

Le spectre du second ordre est trop peu intense pour qu'on puisse l'utiliser aux mesures. La solution d'aniline présente un avantage sur les absorbants précités : avec la concentration indiquée plus haut, elle laisse subsister une légère teinte bleue sur les raies sombres, qui n'ôte rien à la netteté des raies et facilite beaucoup leur pointé.

En réglant convenablement cette concentration et, au besoin, en ajoutant un verre bleu-cobalt clair devant l'oculaire, on parvient à saisir dans le groupe A des détails assez délicats.

Il est nécessaire, évidemment, d'ouvrir la fente du collimateur un peu plus que pour le groupe B ; mais on peut la conserver assez fine pour séparer encore dans le groupe B les trois raies qui s'ajoutent aux deux raies du onzième doublet.

Dans un champ aussi sombre, on n'a aucun intérêt à conserver un fort grossissement : aussi est-il utile de remplacer, pour l'observation de A, l'oculaire employé pour B ou α par un oculaire moitié moins fort ; on regagne par l'éclat ce qu'on perd par la diminution de grossissement, et, en définitive, il y a bénéfice au point de vue de la visibilité et, par conséquent, de la précision des mesures.

L'observation de A doit être faite lorsque le Soleil est assez élevé sur l'horizon ; autrement, le milieu du premier groupe est tellement empâté qu'on ne peut plus y distinguer les raies qui le composent ; même aux grandes hauteurs, les raies sont tellement larges (sauf les raies d'origine solaire, rares et difficiles à voir) que les pointés laissent à désirer sous le rapport de la précision.

TABLEAU III.

Raies sombres composant le groupe A.

Méthode du facteur de réduction.				Méthode d'interpolation.		Dénomination des raies.	λ. Valeurs adoptées.	Ordre de grandeur des raies.	Nature des raies.
x.	λ.	λ.	λ.	λ.	λ.				
tours		tours							
—5,297	759,293	»	»	759,298	»	{ Raie du bord extérieur. }	759,30	V	»
»	»	»	»	»	»		37	VII	»
—5,027	432	»	»	437	»	{ Estompement intérieur. }	44	V	»
»	»	»	»	»	»		50	VII	»
—4,795	551	»	»	556	»		56	IV	»
—4,567	669	»	»	673	»	»	67	V	»
—4,300	806	»	»	810	»	Double.	81	III	»
—4,050	935	»	»	939	»	»	91	V	»
—3,990	759,966	»	»	759,970	»	»	759,97	V	»
—3,756	760,087	»	»	760,090	»	»	760,09	IV	»
—3,645	143	»	»	147	»	»	15	IV	»
—3,382	279	»	»	282	»	»	28	III	»
—3,226	359	»	»	362	»	»	36	III	»
—3,007	472	»	»	475	»	»	48	III	»

SPECTRE SOLAIRE.

79

Méthode du facteur de réduction.				Méthode d'interpolation.		Dénomination des raies.	λ. Valeurs adoptées.	Ordre de grandeur des raies.	Nature des raies.
α.	λ.		λ.	λ.	λ.				
tours		tours							
-2,760	599	»	»	602	»	»	60	III	»
-2,544	710	»	»	713	»	»	71	III	»
-2,271	851	»	»	853	»	»	85	IV	»
-2,040	760,970	»	»	760,972	»	»	760,97	IV	»
-1,744	761,122	»	»	761,124	»	»	761,12	IV	»
-1,505	245	»	»	247	»	»	25	V	»
-1,175	415	»	»	416	»	»	42	IV	»
-0,935	761,539	»	»	540	»	»	54	V	»
»	762,020*	»	762,020*	762,020*	762,020*	Isolés A ₀ .	762,02	II	»
+0,419	762,236	0,420	236	238	238	{ A' ₁ .	24	I	»
0,675	368	0,689	375	371	357	{ A' ₁ .	36	I	»
1,145	610	1,161	618	615	622	{ A' ₂ .	62	I	»
1,414	762,748	1,406	762,744	762,755	762,749	{ A' ₂ .	762,75	I	»
1,910	763,003	1,958	763,038	763,013	763,036	{ A' ₃ .	763,04	I	»
2,190	148	2,190	148	159	156	{ A' ₃ .	16	I	»
2,757	450	2,779	451	453	472	{ A' ₄ .	47	I	»
2,969	549	3,002	567	564	577	{ A' ₄ .	58	I	»
3,593	763,870	3,631	763,890	763,884	763,904	{ A' ₅ .	763,90	II	»
3,855	764,005	3,853	764,004	763,024	764,019	{ A' ₅ .	764,02	II	»
4,480	327	4,521	348	349	365	{ A' ₆ .	35	II	»
4,702	421	4,743	442	452	460	{ A' ₆ .	47	II	»

5,670	764,939	5,692	764,951	764,968	764,983	A ₇ .	764,97	III	"
6,420	765,326	6,450	765,342	765,358	765,366	A ₈ .	765,36	III	"
0,243	451	6,667	453	484	478	A ₈ .	47	III	"
"	"	"	"	"	"	"	75	3	Solaire?
1,022	852	7,483	874	765,889	765,902	A ₉ .	765,89	IV	"
1,278	765,984	7,701	765,986	766,022	766,015	A ₉ .	766,00	IV	"
2,112	766,413	8,565	766,431	456	463	A ₁₀ .	45	IV	"
"	"	"	"	766,517*	766,517*	"	"	"	"
2,347	535	8,773	538	766,578	766,571	A ₁₀ .	56	IV	"
3,220	766,984	9,660	766,995	767,032	767,031	A ₁₁ .	02	V	"
3,464	767,110	9,899	767,118	159	155	A ₁₁ .	15	V	"
4,388	586	10,848	607	639	647	A ₁₂ .	64	V	"
4,654	767,723	11,074	767,723	767,778	765	A ₁₂ .	76	V	"
5,137	767,971	"	"	768,029	"	"	768,01	"	"
5,612	768,216	"	"	276	"	A ₁₃ .	26	VI	"
5,840	333	"	"	394	"	A ₁₃ .	38	VI	"
6,854	768,856	"	"	921	"	A ₁₄ .	91	VI	"
7,137	769,001	"	"	068	"	A ₁₄ .	05	VII	"
7,395	134	"	"	203	"	"	18	"	Solaire?
8,848	769,883	"	"	958	"	"	768,93	"	Solaire?

DONNÉES NUMÉRIQUES RELATIVES AU TABLEAU N° III.

1° *Méthode du facteur de réduction.*

La première colonne représente, comme dans les Tableaux précédents, les différences des pointés micrométriques avec ceux des raies prises comme origines successives : elles proviennent de deux séries, raccordées par des pointés communs, effectuées les 16 et 17 août 1884 sur le spectre du premier ordre du réseau Rowland.

Comme il se trouvait en double une série indépendante de relevés des doublets de 1 à 12, celle-ci a été réduite à part pour servir de contrôle dans cette partie importante du spectre.

Le seul repère employé pour la réduction de ces séries est la raie isolée $\lambda = 762,020$, provenant d'une détermination effectuée le 11 mars 1885 avec le réseau Rowland installé sur le grand cercle Brunner : on trouvera plus loin les données numériques relatives à cette détermination.

Le facteur de réduction a été calculé comme il suit. Le réseau amené sous l'incidence normale était dans une position telle, que le fil vertical du réticule coïncidait avec son image pour le pointé $x_0 = 7^{\text{ours}}, 450$. Dans cette même position du réseau, la raie $\lambda = 600,20$ du deuxième spectre correspondait à $x = 7,015$. On en conclut par la formule (10) que la raie idéale en coïncidence avec le fil aurait pour longueur d'onde $\lambda_0 = 600,313$: d'où l'on tire, par (3), $\varphi_0 = 43^\circ 2' 30''$.

La raie de repère adoptée étant de $\lambda_1 = 762,020$ correspondait au pointé $x_1 = 5,500$ dans la première série de mesures (spectre de premier ordre) ; on en déduit

$$\varphi_1 = \varphi_0 - (q'') (x_1 - x_0) = 43^\circ 5' 0'' ;$$

substituant dans la formule (4), où l'on fait $m = 1$, on

calcule $\delta_1 = -8^\circ 4' 34''$, et par suite le facteur de réduction (7), qui se réduit, pour $m = 1$, à

$$R = a\eta \cos \delta_1 = 0,51488 :$$

c'est ce facteur qui a été employé à réduire les pointés depuis le bord le moins réfrangible de A jusqu'au huitième doublet.

J'ai voulu, eu égard à la grandeur de la déviation δ_1 , voir si le facteur de réduction changeait d'une manière notable dans toute l'étendue du champ, et, à cet effet, j'ai calculé ce facteur par la marche de proche en proche, en prenant comme point de départ la longueur d'onde calculée de la seconde raie du huitième doublet $\lambda_1 = 765,440$, qui correspondait dans la série complémentaire à $x_1 = 6,790$: on en conclut $\varphi_1 = 43^\circ 3' 10''$, $\delta_1 = 7^\circ 59' 57''$ et finalement

$$R' = 0,51498,$$

qui, on le voit, ne diffère que de $\frac{1}{3000}$ de la valeur précédente.

Au point de vue numérique, l'emploi de ce facteur, au lieu du précédent, pour le calcul de la seconde partie du spectre est indifférent ; car la différence des résultats n'altère au plus que d'une unité la troisième décimale de λ , c'est-à-dire d'une quantité bien inférieure à l'approximation des mesures.

Il était bon toutefois de vérifier, dans le cas le plus défavorable, la constance du facteur de réduction.

2^e Méthode d'interpolation.

Elle a été appliquée aux mêmes pointés que la méthode précédente ; aussi a-t-on jugé inutile de reproduire la colonne des différences x : j'aurais pu, comme pour les deux autres groupes, utiliser des séries faites en octobre 1883 ; mais ces séries étaient incomplètes, à cause de l'em-

pâtement du groupe A ; de plus, elles étaient relevées avec une moindre approximation, parce que le champ de vision obtenu par un verre rouge et un verre violet était extrêmement sombre : je n'avais pas encore trouvé la solution d'aniline. Elles m'ont servi à construire graphiquement une carte provisoire du groupe A, qui s'accorde d'une manière satisfaisante avec celle qu'on déduit du Tableau III, mais elles ne pourraient en rien servir à la corriger : je ne crois pas utile d'en donner le détail.

Les repères choisis sont au nombre de trois :

$$\lambda = 759,2982, \quad 762,0200 \quad 766,5170.$$

Le premier est le bord le moins réfrangible du groupe A.

Le deuxième est la raie isolée.

Le troisième est le milieu du dixième doublet.

Ces repères proviennent d'une détermination effectuée le 11 mars 1885 avec le réseau Rowland, installé sur le grand cercle Brunner. Le spectre observé était celui du premier ordre.

L'incidence a été choisie par la condition de donner au spectre le plus grand éclat possible.

Voici les lectures du cercle :

	Observations croisées.	
	11 mars 1885.	24 février 1885.
Faisceau direct.....	90. 1'.25"	90. 0'.47"
» réfléchi.....	40.45.32	335.40.48
Raie C.....	7.48.11	312.35.15
A (bord le moins réfrangible) .	3.54.26	309.11.48
Raie isolée.....	3.48.23	309. 6.35
Milieu du dixième doublet....	3.38.24	308.57.41

Je donne en même temps une série faite le 24 février, par un soleil brumeux, dans laquelle les pointés étaient très pénibles, et que je considère comme moins bonne que

la précédente; elle a conduit aux trois valeurs ⁽¹⁾, en adoptant $C = 656,210$,

$$759,2845, \quad 761,9382, \quad 766,4652.$$

La concordance des déterminations est moins bonne que pour les groupes α et B; mais le groupe A est si difficile à observer qu'il faut encore s'estimer heureux de l'approximation obtenue; les observations prouvent, en effet, plusieurs causes d'infériorité: d'abord, l'emploi du spectre de premier ordre, au lieu du spectre de second ordre, qui double l'erreur moyenne; ensuite les mauvaises conditions physiologiques de l'observation, à savoir l'assombrissement du champ et le défaut de sensibilité de l'œil arrivé à la limite de la région des radiations perceptibles.

(¹) Je dois mentionner aussi, pour ne rien omettre, deux déterminations faites le 18 octobre 1883 avec le réseau Rutherford (spectre du premier ordre) installé sur le petit cercle Brunner.

Les trois repères étaient les mêmes que ci-dessus, sauf que je me suis efforcé de pointer sur la première raie du dixième doublet, au lieu de me contenter du milieu des deux raies, plus facile à viser.

Première série.....	759,30	761,80	766,54
Deuxième série....	759,30	761,96	766,38

Les lectures du cercle (observations non croisées) étaient :

	Première série.	Deuxième série.
Faisceau direct	90.15.15"	90.15.18"
» réfléchi.....	27.15.14	27.17.43
A, bord le moins répandu.....	5.12.00	5.14.10
Raie isolée.....	5. 8.20	5.10.15
Première raie du dixième doublet...	5. 1.30	5. 3.50
Faisceau réfléchi.....	27.14.55	27.17.43
» direct.....	90.15.18	90.15.20

On a adopté, pour la constante du réseau, celle déterminée le 13 octobre dans l'étude de B (*voir plus haut*) et calculée d'après la valeur de C ($\lambda = 656,21$, adopté, au lieu de 656,17, qui est plus exacte; la différence est insignifiante eu égard à l'approximation des pointés).

QUATRIÈME PARTIE.

RÉSUMÉ ET CONCLUSIONS.

CONSTRUCTION DE LA PLANCHE RÉSUMANT LES RÉSULTATS
NUMÉRIQUES.

La Planche a été construite d'après les nombres consignés aux Tableaux I, II et III (valeurs adoptées) : la graduation est celle des longueurs d'onde exprimées en millièmes de millimètre; mais l'échelle est différente pour chacun des trois groupes. Elle a été choisie par la condition de donner sensiblement les mêmes dimensions à la série des doublets; or les différences de longueur d'onde entre la raie isolée et la seconde raie du dixième doublet sont respectivement égales aux nombres suivants dans

$$\alpha \text{ à } 3,67 = 8 \times 0,459$$

$$B \quad 4,04 = 9 \times 0,449$$

$$A \quad 4,54 = 10 \times 0,454$$

Donc, en prenant l'unité de longueur dans les rapports 10:9:8, on réduira cet intervalle à être le même dans les trois groupes. J'ai adopté les chiffres de 40^{mm}, 36^{mm} et 32^{mm} comme longueur représentative du millième de millimètre ⁽¹⁾.

La raie isolée de chaque groupe étant alignée suivant la même verticale du dessin, les analogies de structure deviennent alors évidentes.

L'examen de cette Planche permet, lorsqu'on fait abstraction par la pensée des raies d'origine solaire, de constater la concordance presque complète des séries de dou-

(¹) Dans le *Spectre normal* d'Angström, la longueur correspondante est 10^{mm}.

blets de même ordre dans les trois groupes : la seule différence est l'extension de leur nombre ; on en observe environ quinze dans A, treize dans B (¹) et onze dans α ; au delà l'incertitude devient assez grande, soit par la faiblesse des raies, soit par le mélange avec des raies étrangères.

La correspondance si complète à droite de la raie isolée s'efface de plus en plus à mesure qu'on s'écarte de cette raie vers la gauche ; on reconnaît d'abord un doublet isolé en correspondance presque complète dans les trois groupes : dans B, on en voit deux semblables ; dans A, trois ; au delà, on rencontre un groupe de trois raies équidistantes qui se retrouve dans les trois bandes ; en poursuivant, on aperçoit trois doublets dont les composantes vont en se resserrant presque jusqu'à zéro, et que les trois bandes montrent nettement. Enfin la terminaison du côté le moins réfrangible est très semblable, sans pourtant être identique.

Lorsqu'on analyse le groupement de ces raies, on est amené à les ranger en séries superposées, reconnaissables par la loi de leur espacement ou par celle de leur intensité ; n'étant pas parvenu jusqu'ici à découvrir quelque loi utilisable pour permettre une classification méthodique de ces raies, je me borne ici à signaler l'existence de ces groupements.

(¹) L'intensité du dixième doublet de B présente une anomalie singulière lorsque le Soleil est très élevé sur l'horizon : elle rompt la décroissance continue qu'on observe dans la série des doublets, depuis le troisième ou le quatrième ; ce doublet paraît alors plus intense que le huitième. A mesure que le Soleil s'abaisse, l'anomalie s'efface, et, lorsque le Soleil est à l'horizon et que toutes les raies de B sont devenues larges et intenses, elle disparaît. J'attribue cette anomalie à la coïncidence avec deux raies métalliques : la méthode du balancement appliquée à ce groupe rend cette explication probable, car j'ai eu voir que, quand l'anomalie existe, le dixième doublet n'est pas absolument fixe.

DISTINCTION DE TROIS ESPÈCES DE RAIES DANS LES BANDES A, B, α .

Les méthodes exposées dans la première Partie de ce Mémoire permettent de distinguer avec une grande facilité les raies d'origine solaire des raies d'absorption attribuables à l'atmosphère terrestre. Il n'est pas utile de revenir sur ce sujet après l'exposition détaillée qui a été faite de ces méthodes : sur la Planche qui résume le présent Mémoire, les raies d'origine solaire ou présumées telles ont été prolongées vers le bas de chaque spectre. Outre ces raies, il est utile d'indiquer sommairement comment on peut distinguer encore deux espèces de raies parmi celles qu'on doit attribuer à l'atmosphère terrestre.

Les observations d'Angström (*voir* plus haut, p. 8) ont montré que les bandes A, B, α sont dues à l'absorption produite par l'atmosphère sèche.

Or il existe, parmi les raies constituant ces groupes, des raies qui ne sont pas d'origine solaire et qui ne font pas partie de cette structure régulière commune à A, B et α . Parmi ces raies, les unes ont toujours les mêmes rapports d'intensité avec les groupes réguliers; d'autres, et ce sont généralement les plus faibles pour les hauteurs moyennes du Soleil, présentent des intensités variables suivant les conditions météorologiques. Lorsqu'on les suit méthodiquement pendant tout le cours d'une année, on reconnaît qu'elles s'effacent pendant les froids secs de l'hiver et qu'elles s'accroissent par les temps chauds et humides; en suivant les observations pendant les années 1882, 1884, 1885, j'ai pu en démêler quelques-unes, et je suis porté à les attribuer à la vapeur aqueuse.

Elles sont distinguées, sur la Planche finale, par un prolongement terminé par un petit point.

Il est difficile de les représenter graphiquement avec l'intensité qui leur conviendrait, parce que cette intensité

est extrêmement variable, soit avec l'état hygrométrique de l'air, soit avec la hauteur du Soleil : je me suis donc borné à représenter leur position sans trop chercher à figurer leur intensité relative.

La difficulté de représenter leur intensité est encore accrue par la singularité qu'elle présente, singularité qui pourrait conduire à une condition caractéristique. Lorsqu'on observe une de ces raies attribuées à la vapeur d'eau, et qu'on la suit à mesure que le Soleil s'abaisse vers l'horizon, on reconnaît qu'à partir d'un certain instant elle croît en intensité avec une rapidité extrême; ainsi, la plupart de ces raies, presque invisibles aux grandes hauteurs solaires, atteignent et finissent par surpasser les raies voisines du groupe α ou B, dont l'assombrissement croît régulièrement dans les mêmes circonstances.

On en conclut que, pour ces raies, la loi qui lie l'absorption à l'épaisseur d'atmosphère traversée est très différente de celle qui régit les groupes α , B et A; des mesures photométriques convenables permettraient donc de caractériser ces raies; mais c'est un point qui réclamerait une analyse approfondie et sur lequel je me propose de revenir à l'occasion ⁽¹⁾.

RELATIONS NUMÉRIQUES ENTRE CES TROIS GROUPES A, B, α .

Les remarques exposées précédemment (p. 86) montrent que les analogies si complètes existant dans les trois groupes, du côté le moins réfrangible, vont en s'altérant du côté opposé. Un tracé graphique permet de préciser cette ressemblance, limite des trois bandes.

Traçons sur l'axe des x une série de points représentant la position des raies du groupe A définies par les Tableaux

(1) Voir mon Mémoire *Sur les raies telluriques voisines de D* (*Journal de l'École Polytechnique*, LIII^e Cahier, p. 201).

précédents, et élevons, par les points de division, une série de lignes parallèles à l'axe des y .

Faisons l'analogie sur l'axe des y , en portant la position des raies du groupe B ou du groupe α , et menons par les points de division des parallèles à l'axe des x .

Joignons les points d'intersection des lignes représentant les raies *analogues*. Il n'y a aucune incertitude pour la série des doublets et de la raie isolée. On reconnaît alors que tous ces points sont sensiblement en ligne droite.

En suivant progressivement, par continuité, la série des points d'intersection, la ligne perd sa simplicité de forme, tout en paraissant s'infléchir vers le point représentatif du bord extrême des deux bandes; mais la difficulté d'établir une corrélation entre les raies montre qu'au bord le plus réfrangible on a affaire à une relation d'un ordre très complexe, mais qui, du côté le moins réfrangible, tend vers l'exacte proportionnalité.

Cette comparaison graphique montre que, si l'on se propose de rechercher quelque relation simple entre les trois bandes, c'est dans la série des doublets qu'on a chance de la rencontrer.

Il existe, en effet, une relation très simple, qu'on doit considérer évidemment comme une loi limite et qu'on peut énoncer ainsi :

La loi de répartition des doublets est sensiblement la même dans les trois bandes.

Cet énoncé indique quelque chose de plus que ce qui montrait la ligne droite de la construction graphique précédente; il fait savoir que le coefficient angulaire de cette droite est sensiblement le même dans les comparaisons des trois bandes deux à deux.

Analytiquement, on l'écrira

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\Delta\lambda'}{\lambda'} = \frac{\Delta\lambda''}{\lambda''},$$

en désignant par $\Delta\lambda$, $\Delta\lambda'$, $\Delta\lambda''$ les distances respectives d'une même raie à la raie isolée et λ , λ' , λ'' la longueur d'onde moyenne de l'intervalle.

Pour vérifier numériquement cette loi, on prendra dans les Tableaux précédents les longueurs d'onde de la raie isolée et de la seconde du dixième doublet; cet intervalle est le plus grand qu'on puisse former avec exactitude dans les trois bandes.

Bandes.	Seconde raie du		$\Delta\lambda$.	λ moyen.	$\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$.
	Raie isolée.	dixième doublet.			
α	628,66	632,33	3,67	630,50	0,00582
B....	688,31	692,35	4,04	690,33	0,00585
A....	762,02	766,56	4,54	764,29	0,00594

Le rapport $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ est sensiblement constant, ce qui est la vérification de la loi énoncée.

Toutefois, on voit une légère variation dans ce quotient, indiquant un accroissement lorsqu'on s'avance de α à A; c'est qu'en effet la valeur de ce quotient paraît ne devoir être rigoureusement la même dans les trois bandes que pour les doublets les plus éloignés.

On pourrait se rendre compte de la marche de ce quotient vers une limite fixe en prenant un intervalle plus petit dont l'origine serait un doublet d'ordre de plus en plus élevé; mais les erreurs accidentelles risqueraient de masquer cette progression; il vaut donc mieux, pour constater le sens de la variation de ce quotient avec l'ordre de réfrangibilité des trois bandes, prendre le cas extrême, c'est-à-dire un intervalle aussi éloigné que possible des conditions où la loi limite indiquée peut s'appliquer. A cet effet, nous prendrons comme intervalle correspondant la distance entre le bord le plus réfrangible et la raie isolée.

Bandes.	Bord extrême.	Raie isolée.	$\Delta\lambda$.	λ moyen.	$\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$.
α	627,54	628,66	1,12	628,10	0,00178
B. . . .	686,65	688,31	1,66	687,48	0,00241
A. . . .	759,30	762,02	2,72	760,66	0,00357

Le quotient grandit rapidement de α en A, conformément aux prévisions.

Si l'on craignait que la correspondance des raies dans les trois groupes fût mal établie, on pourrait, sans aller jusqu'au bord extrême des bandes, prendre comme intervalle $\Delta\lambda$ la distance de la raie isolée à la dernière du groupe préliminaire, c'est-à-dire l'intervalle qui existe entre les deux parties principales de chaque bande : on trouverait

Bandes.	Raie finale du premier groupe.	Raie isolée.	$\Delta\lambda$.	λ moyen.	$\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$.
α . . .	628,34	628,66	0,32	628,50	0,000509
B. . .	687,92	688,31	0,39	688,12	0,000567
A. . .	761,54	762,02	0,48	761,78	0,000630

La variation du quotient est moindre, mais toujours dans le même sens.

La conclusion de ces comparaisons est que le quotient $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ tend vers la même limite dans les trois bandes α , B, A, à mesure que l'on considère des régions homologues de plus en plus éloignées du bord réfrangible : la limite est déjà presque atteinte dans la série des doublets.

RELATION APPROCHÉE ENTRE LA LONGUEUR D'ONDE MOYENNE DES TROIS BANDES α , B, A.

On est naturellement conduit à rechercher si les positions de ces bandes dans le spectre ne sont pas liées elles-mêmes par une relation simple.

Quelques essais numériques montrent immédiatement

que les inverses des longueurs d'onde des raies homologues sont sensiblement en progression géométrique ; voici le calcul pour trois raies : le bord réfrangible, la raie isolée et la seconde raie du dixième doublet :

Bords réfrangibles.		
λ .	$\frac{1}{\lambda}$.	Différences.
627,54	0,0015935	
686,65	0,0014563	1372
759,30	0,0013170	1363
Raies isolées.		
λ .	$\frac{1}{\lambda}$.	Différences.
628,66	0,0015907	
688,31	0,0014528	1379
762,02	0,0013123	1405
Raies.		
λ .	$\frac{1}{\lambda}$.	Différences.
632,33	0,0015814	
692,35	0,0014444	1370
766,56	0,0013045	1401

La progression arithmétique entre les inverses de longueur d'onde est, comme on le voit, assez approchée, mais n'est rigoureuse pour aucune des trois raies choisies ; elle pourrait peut-être l'être pour l'une des premières raies fortes correspondantes des trois groupes ; nous ne nous arrêterons pas à la définir, car ce serait probablement une coïncidence fortuite.

L'existence de cette progression approchée conduit à quelques conséquences hypothétiques qui seront discutées à la fin du Mémoire (voir l'Appendice I).

APPENDICE I.

EXISTENCE POSSIBLE D'AUTRES BANDES APPARTENANT A LA MÊME FAMILLE :
POSITION PROBABLE DE CES BANDES.

L'analogie de structure dans les parties semblables des trois bandes α , β , Λ et la continuité dans la loi de variation de cette structure dans les parties dissemblables conduit naturellement à penser que ces trois bandes font partie d'une série que la complication des raies du spectre solaire ou la limite de visibilité optique des radiations rend difficilement observable. Si l'on suit l'ordre historique de la découverte des trois termes de cette série, on reconnaîtra, en effet, que la détermination de chaque nouveau terme a exigé une plus grande somme d'efforts que celle du précédent. Le premier terme découvert est β , dont la structure est visible dès que le spectroscope offre une dispersion notable; le second terme, découvert dans Λ par Langley, a nécessité l'emploi d'un réseau très dispersif de Rutherford et des précautions très grandes pour faire l'observation dans une région aussi peu intense que l'est l'extrême rouge.

Le troisième terme reconnu dans la bande α présentait des difficultés d'un autre ordre, à savoir la faiblesse des raies atmosphériques et leur mélange avec des raies solaires d'intensité diverse.

Il est donc naturel de rechercher s'il n'existe pas d'autres termes de cette série, soit du côté de l'infra-rouge, soit du côté plus réfrangible du spectre solaire.

Bien que je n'aie pas encore réussi à mettre complètement en évidence un de ces nouveaux termes, je dirai quelques mots des indications que peuvent fournir les résultats précédents pour aider à découvrir ces termes encore inconnus.

1° *Position calculée.* — On peut, par extrapolation, calculer la position de ces bandes, non pas qu'on puisse compter sur une précision bien grande, ni même sur une exactitude en rapport avec l'approximation des lois numériques sur lesquelles le calcul est fondé, mais ce calcul suffit pour indiquer la région du spectre où l'examen devra porter.

Comme les données numériques relatives aux trois bandes montrent que les inverses des longueurs d'onde des raies homologues sont sensiblement en progression arithmétique, il est naturel d'adopter cette loi pour effectuer l'extrapolation.

Appliquée à la différence sensiblement constante des valeurs de $\frac{1}{\lambda}$ correspondant au bord le plus réfrangible, on obtient la série suivante :

	$\frac{1}{\lambda}$		
α''	0,0018671	1368	535,59 calculé.
α'	0,0017363	1368	577,93 »
+ α	0,0015935	1372	637,59 } observé.
+ B.....	0,0014563	1363	689,65 }
+ A.....	0,0013170	1368	759,30 }
A'.....	0,0011803	1368	847,31 calculé.
A''.....	0,0010434	1368	958,40 »

On a adopté la différence moyenne 1368 et calculé les deux termes hypothétiques α' , α'' du côté du vert, et A', A'' du côté de l'infra-rouge.

2° *Intensité.* — Si l'on admet que la même continuité doit exister dans les intensités des bandes, l'ordre décroissant étant celui-ci, A, B, α , on est conduit à supposer que α' et surtout α'' devront être très faibles : au contraire, A' et A'' encore plus intenses que A.

3° *Largeur de la bande préliminaire.* — Elle va en décroissant de A en α ; donc le premier groupe de raies dans α' et α'' devra être extrêmement réduit, à tel point qu'on ne devra guère chercher que deux ou trois raies en avant de la série des doublets; au contraire, du côté de l'infra-rouge, l'importance du groupe préliminaire doit être de plus en plus grande.

4° *Distance des doublets.* — La loi approximative

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \text{const.},$$

reconnue pour la série des doublets, permet de calculer la distance des doublets homologues; appliquons le calcul au troisième doublet, qui est, en général, le plus intense, et prenons pour le λ moyen la longueur d'onde du bord réfrangible, ce qui ne change pas sensiblement la valeur numérique de l'intervalle calculé; on trouve :

	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$	$\Delta\lambda$
α''	0,0018671	0,000145	0,17
α'	0,0017363	0,000145	0,08
α	0,0015935	0,000147	0,09
B.....	0,0014563	0,000146	0,10
A.....	0,0013170	0,000144	0,11
A'.....	0,0011803	0,000145	0,12
A''.....	0,0010434	0,000145	0,14

Ces distances indiquent l'écartement approximatif qu'on doit essayer de reconnaître dans les groupes telluriques à distinguer.

Résumé des observations faites en vue de trouver les groupes hypothétiques.

Les régions calculées $\alpha' = 577,93$, $\alpha'' = 535,59$ contiennent effectivement des raies telluriques assez nombreuses, mais tellement faibles qu'il

est nécessaire d'attendre que le Soleil soit tout près de l'horizon pour les bien observer.

Il y a, en outre, deux autres genres de difficultés qui rendent l'identification extrêmement pénible : d'abord, le nombre considérable de raies métalliques fines qui couvrent les régions; ensuite, l'existence de raies atmosphériques qu'on doit attribuer à la vapeur d'eau. Or, les groupes cherchés appartenant à l'atmosphère sèche ne doivent pas être confondus avec ceux de la vapeur aqueuse. Il est donc nécessaire, pour résoudre la question proposée, de réunir les conditions suivantes :

- 1° Une atmosphère aussi sèche que possible ;
- 2° Une atmosphère extrêmement pure ;
- 3° Une hauteur très faible du Soleil au-dessus de l'horizon.

Ces conditions ne se trouvent guère réunies dans nos climats, et c'est à la difficulté de les rencontrer ensemble que j'attribue l'insuccès de mes recherches.

Il est utile d'ajouter qu'on trouve des séries de doublets paraissant, au premier abord, répondre à la question; mais, lorsqu'on examine leurs intervalles, on reconnaît qu'ils sont trois ou quatre fois plus grands que ceux que l'analogie leur assigne : on retrouve, d'ailleurs, de semblables doublets telluriques dans le rouge, et c'est peut-être l'indication de l'existence de nouvelles séries; j'espère avoir plus tard l'occasion de les dé mêler.

Quant aux termes A' , A'' de l'infra-rouge, je ne les ai cherchés que sur la Carte de M. W. de W. Abney (*Philosophical Transactions*, 1880). La région $A' = 847,31$ est dépourvue de raies intenses. On s'attendrait, au contraire, à y trouver un groupe possédant une grande intensité.

La région $A'' = 958,40$, au contraire, présente des groupements où l'on pourrait bien trouver les structures communes aux bandes visibles; malheureusement, les détails de la Carte sont insuffisants comme finesse. On retrouve ainsi dans l'infra-rouge de ces séries de doublets très écartés qui rappellent celles dont il a été question plus haut; il y a donc encore bien des rapprochements intéressants à faire dans cette voie.

En résumé, bien que je ne puisse formuler aucune conclusion certaine sur l'existence d'autres termes de la série A, B, α , je crois devoir attirer l'attention des spectroscopistes sur ce genre d'observations, qui paraît promettre des résultats curieux et inattendus.

APPENDICE II.

COMPARAISON DES LONGUEURS D'ONDE ADOPTÉES CI-DESSUS AVEC LES RÉSULTATS DONNÉS PAR DIVERS AUTEURS. — APPROXIMATION PROBABLE DES RÉSULTATS.

Les valeurs adoptées ci-dessus pour les longueurs d'onde des diverses raies des groupes A, B, α résultent de mesures différentielles, en prenant

comme point de départ des nombres empruntés au *spectre normal* d'Angström.

Ces valeurs ne peuvent donc pas prétendre à une précision supérieure à celle du savant suédois, quoique la dispersion de mon appareil fût de beaucoup supérieure à celle du sien.

Mais comme, dans l'emploi des réseaux, il suffit de connaître un seul résultat pour pouvoir en déduire tous les autres, il est utile de vérifier jusqu'à quel point la concordance des résultats s'étend aux raies qui se trouvent à la fois dans mes observations et dans la carte du *spectre normal*. C'est un contrôle mutuel qui permet de se rendre compte de l'approximation des résultats.

1^{re} Comparaison des résultats ci-dessus avec ceux du spectre normal d'Angström.

Groupe α . — Le repère emprunté à Angström est en général la raie D_2 , $\lambda = 588,89$; cette raie est un peu large et estompée dans le spectre solaire, mais elle constitue un repère si facile à reproduire avec la vapeur d'un sel de soude qu'il est difficile d'en trouver une autre plus avantageuse.

C'est par l'observation de la position de cette raie et des angles d'incidence et de diffraction qu'on déduit la constante a du réseau par la forme

$$a (\sin i + \sin r) = m \lambda.$$

ainsi qu'il a été expliqué précédemment (*voir* p. 49).

De cette seule donnée, j'ai déduit par des observations angulaires les longueurs d'onde des raies du groupe α .

Le mode de vérification le plus immédiat consiste à identifier un certain nombre de raies dans la Carte d'Angström et dans la mienne et à comparer les deux valeurs de la longueur d'onde.

Voici quelques comparaisons prises parmi les raies principales du groupe α ⁽¹⁾ relevées sur l'Atlas :

A (Angström).	C (Cornu).	A — C.
629,00	628,98	0,02
630,03	630,03	»
630,15	630,16	— 0,01
631,37	631,35	0,02
631,67	631,70	— 0,03
633,52	633,42	»
634,32	635,32	»

L'accord est donc satisfaisant; c'est un contrôle mutuel des deux séries. Je n'ai pas besoin de dire que cette comparaison a été faite depuis

(1) La bande préliminaire est tellement simplifiée dans l'Atlas du *Spectre normal* qu'il est impossible d'établir l'identification des groupes.

l'achèvement de mon Mémoire et qu'elle n'a eu aucune influence sur le choix des valeurs adoptées.

Il ne faudrait pas, d'ailleurs, attribuer à cette concordance une importance exagérée : en effet, la dispersion des deux Cartes est tellement différente que l'assimilation des raies est difficile, les groupes n'ayant pas exactement le même aspect.

Aussi, ai-je cru nécessaire d'ajouter un autre mode de contrôle spécial aux réseaux et employé bien souvent depuis Angström : je veux parler de la superposition des spectres de divers ordres.

Il se trouve justement que le troisième spectre du groupe α coïncide avec un groupe de raies bien définies, situées dans la région bleue du quatrième spectre.

Parmi ces raies du bleu, j'en citerai quatre qui sont en coïncidence sinon parfaite, du moins très approchée avec des raies du groupe α .

Il suffit donc de multiplier par $\frac{2}{3}$ les valeurs numériques λ' des longueurs d'onde des raies de la région bleue pour en conclure la longueur d'onde λ des raies correspondantes du groupe α .

Observations du 21 septembre 1885.

λ' (Angström).	$\lambda = \frac{2}{3} \lambda'$ calculé.	λ observé (C).	A - C.
470,66	627,55	627,54	+ 0,01
470,83	626,76	626,76	"
470,95	627,93	627,93	"
473,62	631,49	631,47	+ 0,02

Le genre d'observations, si simple en théorie, est en pratique compliqué d'une question de défaut d'achromatisme qui sera expliquée bientôt ; dans le cas présent, la difficulté d'observation est moindre qu'avec le groupe B ; aussi n'est-il pas nécessaire d'avoir recours à un dispositif spécial. La conclusion est que, *pour les raies du groupe α l'approximation des résultats du Tableau I est à une ou deux unités près en accord complet avec les nombres d'Angström.*

C'est, comme on l'a déjà dit, une vérification de l'exactitude des mesures d'Angström aussi bien que des miennes.

Groupe B. — Le groupe B a été pour moi l'objet d'études très minutieuses : j'ai cherché divers moyens de contrôle sans être parvenu à faire disparaître entièrement des divergences très petites, il est vrai, mais d'un ordre appréciable.

La comparaison de mes résultats avec les nombres d'Angström conduit au Tableau suivant (les longueurs d'onde ont été calculées d'après la constante du réseau déduite de l'observation de la raie C d'Angström $\lambda = 656,19$).

A (Angström).	C (Cornu).	A - C.
686,68	686,62	+ 0,06
686,81	686,89	- 0,08
688,21	688,38	- 0,17
619,10	619,13	- 0,03

L'identification est encore plus difficile que dans le cas du groupe α . D'ailleurs, l'exactitude de cette région paraît avoir été pour Angström d'un ordre de précision moins élevé, car dans les Tableaux de l'Appendice du *Spectre normal* le dernier chiffre décimal a été supprimé.

J'ai donc été obligé, pour me rendre compte de la valeur de ces divergences, d'employer une autre méthode.

Méthode d'observation des coïncidences. — Le spectre du second ordre de B coïncide avec le spectre du troisième ordre d'une région bleue très intense et riche en raies sombres. Il semble donc que l'application de la méthode des coïncidences ou du moins des positions relatives des raies des deux spectres soit particulièrement facile. En effet, les raies sombres de B se peignent en bleu sombre sur le champ violacé commun aux deux spectres, et les raies sombres de la région bleue en rose carminé, les deux systèmes offrant une netteté très satisfaisante malgré la confusion qu'entraîne leur superposition.

Mais lorsqu'on cherche à observer avec exactitude les positions mutuelles avec le micromètre à fil sous un grossissement convenable, on est tout étonné de voir que les deux systèmes de raies spectrales ne sont nullement dans le même plan; de plus, le moindre déplacement de l'œil à droite ou à gauche entraîne un déplacement relatif des raies, détruit ou rétablit des coïncidences, en un mot, rend toute observation précise impossible (*).

J'avais d'abord attribué cette apparence au défaut d'achromatisme de l'objectif; effectivement j'ai pu l'atténuer en modifiant l'achromatisme de l'objectif de la lunette par l'écartement progressif des verres; mais l'effet subsistait toujours.

L'emploi d'un réseau concave de M. Rowland (gracieusement mis à ma disposition par M. de Chardonnet) ne m'a pas donné de meilleurs résultats; dans ce cas, pourtant, il paraît bien démontré que les spectres superposés doivent avoir la même distance focale.

Il ne restait plus, dès lors, que l'oculaire et l'œil auxquels on pût attribuer le défaut d'achromatisme observé. L'emploi d'un objectif de microscope bien achromatique en guise d'oculaire est loin encore de détruire la parallaxe des deux spectres; je suis donc porté à conclure que c'est à la constitution optique de l'œil qu'il faut attribuer cette erreur si gênante pour la comparaison des deux spectres.

Je suis néanmoins parvenu à atténuer dans une très grande proportion cet effet fâcheux par l'emploi du dispositif suivant :

En arrière de l'oculaire, on dispose un petit prisme à vision directe qui sépare les deux spectres, en limitant la hauteur de la fente du colli-

(*) Angström ne paraît pas avoir rencontré cette difficulté : cela s'explique aisément. Les réseaux si étroits de Nobert employés par l'illustre physicien suédois ne donnant qu'une ouverture angulaire très petite aux faisceaux diffractés, les plans focaux sont, par suite, très mal déterminés. Au contraire, avec la grande largeur des réseaux de M. Rowland, le plan focal de chaque raie est défini avec une grande précision.

mateur par une lame de clinquant percée d'une fente horizontale à bords obliques; on parvient aussi facilement à régler la hauteur des deux spectres de manière qu'ils aient un bord commun.

Pour faire une observation :

1° On règle le réticule du micromètre bien parallèlement aux raies des spectres ;

2° On tourne le prisme à vision directe de manière que les deux images ou plutôt les deux ombres du réticule sur les deux spectres soient exactement sur le prolongement l'une de l'autre ;

3° On rectifie la hauteur des deux spectres de manière qu'ils se touchent par un bord.

L'appareil étant ainsi disposé, on peut effectuer avec le réticule les pointés sur les raies de l'un et l'autre spectre, et les mesures sont sensiblement indépendantes de la position de l'œil; il est facile de déduire le facteur de réduction qui permet de passer dans chaque spectre des distances micrométriques aux longueurs d'onde; une simple interpolation proportionnelle permet alors de conclure la longueur d'onde de la raie observée.

Les raies repères ont été pour la plupart empruntées au Mémoire récent de M. Thalén sur le spectre du fer, dont les indications sont rapportées au spectre normal d'Angström.

J'en ai vérifié les valeurs en photographiant la région utile avec l'appareil même d'observations; le relevé micrométrique a permis d'établir la concordance précise des raies principales et de calculer par interpolation la longueur d'onde des raies repères; la vérification s'est trouvée exacte à $\pm 0,01$ ou $0,02$ près.

Voici le résumé des calculs numériques obtenus d'après les observations du 22 août 1885 :

C. — Calculé d'après les nombres d'Angström et de Thalén.	A. Adopté Tableau II.	A. — C.
686,66.	686,65	—0,01
72.	71	—0,01
688,30.	688,28	0,02
50.	47	—0,03
688,57.	688,57	»
79.	79	»
690,32.	690,30	—0,02
690,41.	40	—0,01
691,56.	691,57	0,01
691,70.	71	0,01
694,63.	694,61	0,02
95.	96	0,01
695,53.	54	0,01

La différence entre mes résultats et ceux d'Angström atteint ici 0,02.

elle est de même ordre que la différence similaire trouvée pour le groupe α , et elle ne paraît pas systématique.

Il faut dire que les observations de B sont beaucoup plus difficiles à cause du peu d'intensité de la région.

En outre, on doit mettre en ligne de compte le défaut d'achromatisme des lunettes; l'erreur qui résulte de ce défaut provient de ce que le tirage nécessaire pour mettre au point la raie D ou même la raie C diffère sensiblement de celui qui correspond au groupe B; comme on doit éviter de toucher au tirage des lunettes pendant le cours d'une détermination au goniomètre, on est obligé de se contenter d'un tirage moyen qui n'est exact pour aucune des deux régions: de là des erreurs de quelques secondes suffisantes pour expliquer les divergences de l'ordre observé.

On peut, en effet, montrer par un calcul numérique que l'ordre de l'erreur moyenne observée, soit 0,02 pour $\lambda = 694$, correspond à un très petit nombre de secondes d'arc pour l'erreur d'incidence ou de déviation. Différentiant la formule

$$a (\sin i + \sin \delta) = m\lambda,$$

on tire

$$a (\cos i di + \cos \delta d\delta) = m d\lambda.$$

Si l'on suppose approximativement $di = 0$, $\delta = 0$, il reste

$$d\delta = \frac{m}{a} d\lambda.$$

Pour le groupe B₂, $m = 2$, $\log a = 3,24530$; si $d\lambda = 0,02$, on calcule $d\delta = 5''$.

L'erreur trouvée est donc de l'ordre des approximations des pointés avec les lunettes de nos plus grands goniomètres des cabinets de Physique (0^m,45 de longueur focale et 0^m,64 d'ouverture utile).

Groupe A. — Angström n'a donné qu'un seul nombre 760,40 pour caractériser le groupe A; il est difficile d'y voir autre chose qu'une approximation pour une bande si difficile à voir: il n'y a donc pas lieu de s'étonner de la grande divergence entre ce chiffre et les miens.

Comparaison avec les résultats de M. W. de W. Abney pour le groupe A⁽¹⁾.

A (Abney).	G (Cornu).	A — G.
759,37	759,30	+0,07
764,43	764,42	0,01

Ces deux comparaisons sont aussi satisfaisantes que possible.

J'ai cependant lieu de croire (voir p. 85) que les chiffres relatifs à la bande A sont trop forts d'environ 0,04.

(¹) Voir *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. XCVII, p. 1206.

Les remarques que M. Abney présente relativement à l'Atlas de M. Fievez me dispensent de cette comparaison, qu'on pourrait faire avec cet ouvrage.

Conclusions. — En résumé, je conclus des déterminations et comparaisons très nombreuses effectuées sur le groupe B et les régions auxquelles on peut superposer dans les spectres de diffraction que, dans l'état actuel de construction de nos goniomètres, il est très difficile d'atteindre avec certitude l'approximation de 0,02 dans la détermination même différentielle des longueurs d'onde (l'unité étant le millionième de millimètre), loin des repères et surtout dans la région la moins réfrangible du spectre. Pour obtenir la grande précision que les réseaux actuels peuvent donner, il faudrait employer des cercles gradués aussi précis, c'est-à-dire d'un diamètre aussi grand que ceux employés dans l'Astronomie et des lunettes ayant la distance focale correspondante à la précision du cercle.

Faute d'employer des instruments de mesure assez rigoureux, on se condamnera, pour les déterminations absolues, à ces divergences qui deviendront tout à fait grossières devant la perfection des images fournies par les réseaux.

Il sera donc utile, en attendant, que l'on dispose d'instruments assez puissants, d'user de certains artifices, tels que la méthode des coïncidences, pour atteindre la précision nécessaire. C'est pourquoi j'ai exposé cette méthode avec quelques détails.

ERRATA.

PLANCHE. — La Planche offre quelques petites imperfections qu'il eût été difficile de corriger sans compromettre la netteté de la gravure : voici celles qu'il est nécessaire de signaler :

Bande z. — La raie solaire 627,85 est un peu trop écartée de la raie tellurique 627,87, ce qui change un peu l'aspect du groupe 627,85 — 627,95.

Bande B. — Le premier doublet, 688,50 — 688,60, est un peu trop large; le quatrième un peu trop étroit. Conformément à ce qui a été dit p. 77, toutes les longueurs d'onde des raies sont trop fortes de 0,03.

(Extrait des *Annales de Chimie et de Physique*, 6^e série, t. VII :
janvier 1886.)

TABLE DES MATIÈRES.

	Pages.
Préambule et historique.....	5

PREMIÈRE PARTIE.

APPAREILS ET MÉTHODES D'OBSERVATION.

Appareils d'observation.....	10
Méthodes d'observation. Distinction des raies solaires et des raies telluriques.....	13
Essais en vue d'utiliser le déplacement astronomique des raies spectrales.....	16

Réglage aplanétique du spectroscopie.

Discussion de la formation des images.....	19
Exemple numérique d'un réglage aplanétique.....	21

Modes d'observation.

Observation par brisure des raies solaires.	21
Observation par brisure et obliquité.....	22
Observation par simple obliquité.....	23
Possibilité d'un mode d'observation par effacement partiel des raies solaires.....	24

Méthode du balancement des raies.

Discussion de la formation des images.....	24
Erreurs lorsque le réglage n'est pas aplanétique.....	26
Exemple numérique.....	29
Disposition définitive.....	29
Déplacement rythmé de la lentille collectrice.....	30

Mode pratique d'observation pour distinguer les raies solaires des raies telluriques.

Analyse du mouvement de pivotement des raies solaires.....	32
Particularités physiologiques curieuses de l'observation.....	35
Détermination théorique et expérimentale de la grandeur du déplacement des raies....	36

DEUXIÈME PARTIE.

ÉTUDE DES GROUPES α , B ET A.

	Pages.
Remarques préliminaires.....	38
<i>Méthodes de mesure.</i>	
1 ^{re} Méthode du facteur de réduction.....	40
Formules relatives au spectroscopie ci-dessus décrit.....	44
Opérations à effectuer.....	43
Définition du facteur de réduction.....	46
<i>Détermination expérimentale des quantités qui entrent dans le facteur de réduction.</i>	
Angle des axes optiques de la lunette et des collimateurs.....	48
Valeur angulaire du tour de vis du micromètre à fil.....	49
Valeur approchée de la constante du réseau.....	49
Exemple numérique.....	50
Calcul de proche en proche du facteur de réduction.....	54
Correction de la valeur angulaire du micromètre avec la longueur focale.....	55
2 ^{re} Méthode d'interpolation.....	56

TROISIÈME PARTIE.

RÉSULTATS NUMÉRIQUES.

I. Étude du groupe α (Ångström).....	58
Tableau I.....	60
Données numériques relatives au Tableau I.....	64
II. Étude du groupe B (Fraunhofer).....	68
Tableau II.....	70
Données numériques relatives au Tableau II.....	74
III. Étude du groupe A (Fraunhofer).....	77
Tableau III.....	79
Données numériques relatives au Tableau III.....	81

QUATRIÈME PARTIE.

RÉSUMÉ ET CONCLUSIONS.

Construction de la Planche résumant les résultats numériques..	86
Distinction de trois espèces de raies dans les bandes α , B, A.....	88
Relations numériques entre ces trois groupes α , B, A.....	89
Relation approchée entre la longueur d'onde moyenne des trois bandes α , B, A.....	93

TABLE DES MATIÈRES.

193

Pages.

Appendice I.

Existence possible d'autres bandes appartenant à la même famille; position probable de ces bandes.....	94
Résumé des observations faites en vue de trouver les groupes hypothétiques.....	95

Appendice II.

Comparaison des longueurs d'onde adoptées ci-dessus avec les résultats donnés par divers auteurs. — Approximation probable des résultats.....	96
Méthode d'observation des coïncidences des raies dans les spec- tres superposés.....	99

<i>Errata</i>	102

PLANCHE.

*Etude des bandes telluriques α , B et A du spectre solaire,
par M. A. Cornu.*

Bande α

627 628 629 630 631 632 633 634 635

Bande B

686 687 688 689 690 691 692 693 694 695

Cornu - 0,03

Bande A

760 761 762 763 764 765 766 767 768 769 770

Cornu del.

Gauthier-Villars, Editeur.

Blanquet sc.

LES
PHÉNOMÈNES OPTIQUES
DE L'ATMOSPHÈRE

Conférence faite le 23 février 1889
A L'ASSOCIATION FRANÇAISE
POUR L'AVANCEMENT DES SCIENCES

PAR
M. A. CORNU
Membre de l'Institut
et du Bureau des longitudes

EXTRAIT DE LA *REVUE SCIENTIFIQUE*

PARIS
ADMINISTRATION DES DEUX REVUES
111, BOULEVARD SAINT-GERMAIN

1889

LES

PHÉNOMÈNES OPTIQUES

DE L'ATMOSPHÈRE

Mesdames, messieurs,

L'atmosphère dans laquelle nous vivons et qui nous enveloppe de toutes parts est le siège de phénomènes optiques très importants. Les uns, comme la couleur bleue de la voûte céleste, comme les teintes variées du crépuscule, nous sont si familiers que nous ne leur prêtons qu'une attention distraite et superficielle. D'autres, comme les couronnes, les halos, les parhélies, sont plus rares ou plus difficiles à observer, et passent le plus souvent inaperçus. Ils offrent cependant, tous, un vif intérêt au point de vue des causes qui régissent les grands phénomènes naturels. Aussi les savants les plus illustres, physiciens, géomètres, naturalistes, Descartes, Huyghens, Newton, Young, Fresnel, Bravais, en ont-ils fait le sujet de leurs méditations; c'est à leurs efforts que nous devons la solution de plusieurs des beaux problèmes suscités par ces phénomènes. Nous allons passer en revue les principaux phénomènes optiques que nous présente l'atmosphère terrestre; nous les décrirons dans leur ordre de

fréquence et de facile observation, en commençant par les plus ordinaires. En voici l'énumération :

1° Les phénomènes de coloration que présente la voûte céleste;

2° L'arc-en-ciel;

3° Les couronnes qui apparaissent autour du soleil et de la lune;

4° Les grands cercles ou halos qui se montrent quelquefois autour de ces deux astres et quelques phénomènes secondaires.

Dans chaque cas, je m'efforcerai de vous présenter une reproduction artificielle de ces divers phénomènes, soit pour vous les rappeler, soit pour vous les faire connaître; mais je vous demanderai beaucoup d'indulgence pour ces images, qui seront nécessairement imparfaites; elles n'offriront ni la vivacité ni la richesse de teintes des phénomènes naturels; néanmoins, ces images auront l'avantage de vous présenter les traits essentiels de ces phénomènes et de vous en montrer l'explication la plus vraisemblable; à ce titre, elles mériteront d'arrêter un instant votre attention.

I.

COLORATIONS QUE PRÉSENTE LA VOUTE CÉLESTE.

L'un des plus beaux phénomènes qu'il nous soit donné d'observer dans l'atmosphère, c'est cette coloration bleu d'azur que revêt la voûte céleste lorsque le ciel est sans nuages. Je ne m'arrêterai pas à vous décrire ce magnifique spectacle chanté par les poètes de tous les temps et de tous les pays. Je me bornerai à vous rappeler que, quand le soleil est élevé au-dessus

de l'horizon, le ciel est d'un bleu profond; lorsque le soleil s'abaisse, le ciel prend une teinte bleu clair, tournant parfois au vert d'eau; le soleil s'approchant de l'horizon, la teinte s'adoucit et passe au vert jaunâtre, puis au jaune orangé; lorsque le soleil est très bas, elle vire au rouge; lorsque enfin le soleil est à l'horizon et se couche, les teintes crépusculaires sont d'un rouge cramoisi. Le ciel présente cette même richesse de nuances lorsque le soleil se lève. Les poètes n'ont pas de couleurs assez vives pour peindre et pour exalter ces teintes resplendissantes de l'aurore et du crépuscule. Ils ont devancé, par leurs séduisantes peintures, les descriptions des physiciens.

A notre point de vue de physicien, nous nous bornerons à vous demander : Quelle est la cause de ces phénomènes si divers? Il n'est pas facile d'y répondre. On n'est pas d'accord sur le mécanisme optique qui produit la coloration de l'atmosphère. On a proposé plusieurs explications, la plupart d'entre elles ont été rejetées : je vous exposerai brièvement celle qui me paraît la plus probable.

La première question que l'on ait à se poser est celle-ci : Pourquoi le ciel est-il bleu? Il semble au premier abord que la question soit bien simple. On dira, c'est un fait. Le ciel est bleu parce que l'air est bleu. L'air est bleu comme les bleuets sont bleus, comme les coquelicots sont rouges, comme les feuilles sont vertes.

Mais la recherche des causes de la coloration des corps est un des problèmes les plus difficiles de l'optique physique, et ce problème posé depuis Newton n'a pas encore reçu de solution définitive. Pour ce qui concerne les plantes, cet insuccès n'est pas très étonnant, car la constitution des plantes et des feuilles est très complexe. Il y a, dans les plantes, des cellules, des canaux et tant d'éléments différents qu'il n'est pas sur-

prenant qu'on n'ait pas encore saisi la cause de la coloration. Pour l'air, il semble que le problème soit bien plus simple; l'air étant un milieu gazeux, diaphane, sans cellules, sans fibres, les conditions du problème se trouvent par suite notablement simplifiées. La solution cependant n'est pas aussi facile à trouver qu'il pourrait sembler à première vue.

Pour élucider cette question, nous allons faire quelques expériences. Cherchons à imiter la coloration bleue du ciel. Voici, dans cette cuve à parois de verre, une solution de sulfate de cuivre. Versons-y quelques gouttes d'ammoniaque, faisons l'obscurité dans la salle et éclairons la cuve, afin que la couleur du liquide, telle que vous la verriez par transparence, se projette sur le tableau. Vous voyez se développer une coloration bleu d'azur, c'est le *bleu céleste* des chimistes : effectivement elle est, sur cette petite longueur d'eau que vous voyez ici, aussi intense que celle du bleu du ciel. Vous voyez sur le tableau cette teinte qui rappelle non seulement celle du ciel, mais aussi celle de l'eau pure que vous avez pu observer dans les eaux du Rhône à Genève, des lacs d'Italie ou de la Méditerranée. Ce rapprochement nous fournira-t-il l'explication que nous cherchons? L'air, l'eau, le sulfate de cuivre ammoniacal sont-ils bleus de la même manière? Vous allez voir qu'il y a une différence considérable.

Il y a des phénomènes essentiels qui ne sont pas reproduits. Si l'air était bleu comme l'eau teintée, le soleil devrait paraître bleu; or il n'est pas bleu, il paraît au contraire jaunâtre, et il jaunit d'autant plus qu'il s'approche davantage de l'horizon; à l'horizon, il devient jaune orangé, rouge, et finalement cramoisi. Nous ne tenons donc pas, par l'expérience précédente, l'explication exacte de la coloration du ciel. On peut cependant faire une objection et dire : Le soleil, il est vrai, n'est pas bleu; mais les horizons, les lointains

sont d'un bleu extrêmement foncé; par conséquent, l'air est bleu comme l'eau. La réponse est facile : L'air est bleu, mais c'est par diffusion, c'est-à-dire lorsqu'il est éclairé latéralement. Les horizons que nous voyons bleus sont en réalité sombres. Ces rochers, qui de loin nous paraissent bleus, ce sont des rochers noirs que nous apercevons à travers l'atmosphère, et l'on peut s'en convaincre en s'approchant. Ce n'est donc pas par un effet de transparence de l'air intermédiaire qu'ils nous paraissent bleus. Si l'on regarde à l'horizon une maison blanche, un rocher blanc, cette maison, ce rocher ne nous paraîtront pas bleus, mais au contraire jaunâtres, et d'un ton d'autant plus orangé que la distance sera plus considérable. En un mot, c'est l'éclairement latéral de l'air qui produit les teintes bleues en se projetant sur un fond noir. Par conséquent, nous voici avertis que l'atmosphère ne peut pas être comparée, au point de vue de la coloration, à un liquide bleu. La comparaison avec la solution de sulfate de cuivre ammoniacal n'est pas exacte pour l'air, mais elle est exacte pour l'eau, car si on regarde un caillou blanc à travers l'eau du Rhône à Genève, un coquillage blanc au fond de la Méditerranée, ce caillou, ce coquillage paraît parfaitement bleu; tandis que si l'on suit des yeux, à travers les mêmes eaux, un objet noir qu'on y projette, on le voit disparaître sans exciter de coloration bleue particulière. Ainsi, le bleu de la solution de sulfate de cuivre ammoniacal est l'image fidèle du bleu des eaux transparentes, mais ne reproduit aucunement les phénomènes qu'offre le bleu du ciel.

Je dois mentionner une autre explication. MM. Chapuis et Hautefeuille ont découvert le fait curieux que l'oxygène modifié par l'étincelle électrique, l'*ozone*, prend une teinte bleue quand on le regarde par transparence; il était tout naturel de penser qu'on pouvait

expliquer, au moins en partie, le bleu du ciel par l'ozone. Mais l'ozone, comme la solution de sulfate de cuivre, laisse voir en bleu les corps blancs : à travers un tube rempli d'ozone, les objets blancs paraissent bleus. Par conséquent, s'il y avait beaucoup d'ozone dans l'air, si l'ozone était la cause efficiente de la coloration bleue du ciel, on verrait le soleil bleu. Le bleu du ciel n'est donc pas dû à l'ozone : les observations spectrales confirment d'ailleurs cette opinion.

Je vais maintenant vous présenter un second type de liquide qui reproduira également un bleu comparable à celui de la voûte céleste. Il suffira de jeter dans l'eau une solution alcoolique de résine pour faire apparaître la teinte bleue d'un ciel légèrement voilé de brume. J'aurais pu prendre également une solution alcoolique de térébenthine, ou de l'eau de Cologne, ou de l'extrait de Saturne, ou une solution aqueuse de savon. Pour que l'imitation fût parfaite, il faudrait ne mettre qu'une goutte de liquide dans un très long tube. Avec une colonne d'un ou deux mètres, on obtiendrait la teinte exacte. Le bleu serait d'autant plus pur que la colonne liquide serait plus longue et la quantité de matières étrangères plus diluée. Vous voyez que cette solution, qui est bleuâtre par éclaircissement latéral, est jaune brunâtre par transparence. Vous apercevez sur le tableau la couleur jaune brunâtre qui caractérise les objets lumineux à l'horizon.

Pour vous prouver que cette coloration et celle de l'atmosphère sont bien de même nature, je vais imiter, à l'aide de substances d'une opalescence bleuâtre, les teintes que présente le soleil couchant. Comme substance opalescente, nous allons prendre un de ces verres opalins qu'on emploie en grande quantité, par exemple, sous forme de globes ou d'abat-jour. Si l'on examine ces verres par réflexion sous une très faible

épaisseur, ils paraissent bleus. Prenons deux de ces lames taillées en biseau très allongé : en les superposant et les faisant glisser l'un sur l'autre, nous formerons une lame à face parallèle d'épaisseur variable depuis quelques dixièmes de millimètre jusqu'à quelques millimètres. Projets, d'autre part, un faisceau de lumière à travers un diaphragme circulaire qui nous représentera le soleil ; couvrons le diaphragme par cette double lame : le disque prend une teinte fauve très légère au début pour l'épaisseur la plus faible ; à mesure que l'épaisseur augmente, la teinte passe à l'orangé, au brun rouge, en un mot à des teintes très rapprochées du soleil couchant, et si nous pouvions augmenter encore l'épaisseur, l'analogie avec la teinte du soleil couchant serait encore plus sensible. Le verre opalin mince est donc dans le même cas que l'émulsion résineuse : il paraît bleuâtre par éclaircissement latéral et roux par transparence.

Reprenons maintenant cette émulsion résineuse. Nous obtenons le même effet : bleu par diffusion, ce fluide est jaune rougeâtre par transparence.

Or le jaune rougeâtre est la teinte complémentaire du bleu que nous sommes accoutumés à voir au ciel. Cette expression veut dire que, si l'on ôte du bleu à la lumière blanche, il reste du jaune rougeâtre. Eh bien, voilà le lien physique qui relie les deux sortes de colorations atmosphériques ; les divers bleus du ciel et les teintes jaunes ou cramoisies des crépuscules sont complémentaires, et leur séparation est due à l'action des molécules d'air sur la lumière du soleil. C'est ce que nous allons tâcher d'éclaircir par quelques expériences.

Vous savez que la lumière blanche est composée de rayons de diverses couleurs ; vous savez que cet ensemble de couleurs porte le nom de spectre et que les

couleurs en lesquelles on décompose la lumière s'appellent souvent les couleurs du prisme, à cause de l'appareil qui sert à les produire. Nous allons commencer par produire cette décomposition de la lumière, afin que vous sachiez bien ce qu'est la lumière employée. Nous prenons comme source de lumière une fente étroite éclairée par une lampe électrique et que nous projetons avec une lentille sur le tableau ; sur le trajet de ce faisceau, nous plaçons un prisme qui étale les couleurs sur ce tableau dans l'ordre bien connu : rouge, orangé, jaune, vert, bleu, indigo, violet. Maintenant il est facile d'opérer la recomposition de toutes ces couleurs ; pour cela nous placerons une seconde lentille en avant du prisme, de manière à projeter la face d'émergence de ce prisme sur le tableau ; la lumière blanche est reconstituée.

Nous pouvons maintenant montrer que les divers bleus du ciel et les teintes cramoisies du crépuscule sont complémentaires. C'est une variante d'une expérience bien connue que Léon Foucault a faite en 1853. En avant de la seconde lentille et en son foyer où se trouve l'image du spectre (qui sans cette lentille se formerait sur le tableau), plaçons un système de deux lames prismatiques qui rejette une partie du spectre à droite et une partie à gauche. Voyez : notre image blanche se sépare en deux. Nous avons, d'un côté, du bleu et, de l'autre côté, du rouge cramoisi, sans que la partie commune aux deux images cesse de donner du blanc parfait. En déplaçant la bilame prismatique, nous obtenons toutes les teintes bleuâtres du ciel, depuis le vert d'eau jusqu'à l'azur, et à côté les teintes complémentaires, depuis le cramoisi jusqu'à l'orangé.

Par un mécanisme différent, les molécules d'air effectuent cette séparation ; elles arrêtent le bleu et le renvoient dans tous sens, c'est-à-dire le diffusent et ne laissent passer que du rouge. Voilà donc, réduite à ses

termes les plus simples, l'explication des colorations si variées de la voûte céleste.

L'air ne diffère pas, à cet égard, d'un grand nombre de substances. Nous venons de voir que les verres opalins produisaient le même effet. De même toutes les fumées, par exemple la fumée de tabac, bleues par éclaircissement latéral, sont jaune brunâtre par transparence. Telle est aussi la fumée diaphane qui s'élève au-dessus de nos foyers. Les essences, les vapeurs légères produisent le même effet. L'air atmosphérique n'est donc plus pour nous une exception; il rentre dans la règle commune (1).

Je vous rappellerai, à ce propos, ces lueurs rouges qui ont apparu si souvent, le soir, dans l'atmosphère à la fin du mois de novembre 1883, et qui ont persisté pendant près de deux ans. Je veux simplement vous faire remarquer que ces lueurs rouges nous offrent une nouvelle preuve directe de cette propriété de l'air de disperser les rayons bleus et de transmettre les rayons rouges.

Le Krakatoa, volcan des îles de la Sonde, lors de l'épouvantable éruption qui eut lieu le 27 août 1883, et qui a coûté la vie à plus de 50 000 personnes, lança dans sa dernière explosion une immense colonne de cendres et de poussières à une hauteur qu'on estime à plusieurs dizaines de kilomètres. Les plus légères, dispersées dans les hauteurs de l'atmosphère par les courants supérieurs, se sont répandues peu à peu sur tout le globe terrestre et ont formé en quelques semaines, au-dessus de nos têtes, une espèce de nuée invisible qui ne se trahissait le jour que par une

(1) On doit à lord Rayleigh une théorie mathématique de ces phénomènes qui en rend un compte très exact et fournit la loi mathématique de la quantité relative de lumière diffusée suivant la réfrangibilité de la couleur.

teinte blanchâtre du ciel et une couronne rousse autour du soleil. Mais, au crépuscule, les parties les plus élevées de ces poussières restaient, comme un nuage, longtemps encore éclairées par les rayons solaires rasant la surface terrestre. La lumière, dans son long trajet à travers l'atmosphère, s'était dépouillée de ses rayons bleus, qui formaient l'azur pour d'autres régions, et il ne nous arrivait que les rayons rouge cramoisi qui constituaient dans nos pays ces beaux crépuscules que l'on a admirés à cette époque.

Il nous resterait, pour achever l'étude optique des teintes de la voûte céleste, à discuter l'influence des poussières et celle de la vapeur d'eau qui absorbe certaines radiations du spectre à l'exclusion des autres; nous ne nous y arrêterons pas : je me bornerai à mentionner une action particulière à laquelle certains observateurs ont attribué un rôle important dans les teintes bleues du ciel : je veux parler des phénomènes de fluorescence.

Voici une solution d'*esculine*, substance qu'on extrait de l'écorce des marronniers : elle paraît légèrement bleuâtre. Au lieu d'éclairer cette solution par de la lumière blanche, projetons sur elle des rayons d'un violet très foncé, qui constituent la majeure partie des rayons chimiques; sous l'influence de ces rayons, la solution d'*esculine* s'illumine d'un éclat extrêmement vif, offrant une teinte bleue très riche que ne présentera pas du tout l'émulsion résineuse que voici, à côté. Ce phénomène d'illumination est encore plus visible avec d'autres substances, mais les teintes développées sont de diverse nature. Ainsi les pétroles, les huiles lourdes, certains hydrocarbures, donnent des bleus violacés, les sels et le verre d'urane un jaune verdâtre, la fluorescéine un jaune vif. La lumière transmise est d'ailleurs toujours complémentaire.

Bien que cette assimilation de l'atmosphère à un

corps fluorescent soit loin d'être démontrée, il n'est pas impossible que, dans l'air atmosphérique, il existe en petite quantité des composés carbonés fluorescents, capables de donner à l'atmosphère sinon la totalité de cette couleur azur que nous lui connaissons, du moins d'en fournir une certaine part.

II.

ARC-EN-CIEL.

Quoiqu'il reste encore bien des choses intéressantes à dire sur les colorations du ciel, je passe rapidement à un phénomène auquel on accorde généralement plus d'attention : l'arc-en-ciel.

L'arc-en-ciel est connu de toute antiquité. Il est mentionné dans la Bible comme le signe d'alliance. Dans la mythologie, l'arc en-ciel figurait parmi les divinités ; c'était Iris, la messagère des dieux. Les physiciens, moins poétiques, se bornent à en déterminer la cause et à l'imiter. Voici une image représentant les deux arcs concentriques qu'on aperçoit généralement à la fois : l'arc intérieur est plus brillant, l'arc extérieur est plus pâle. En outre, la disposition des couleurs n'est plus la même. Dans l'arc intérieur, le rouge se trouve à l'extérieur ; dans l'arc extérieur, c'est l'inverse. La succession des couleurs est celle que vous avez aperçue dans le spectre lorsque nous avons décomposé la lumière blanche par le prisme. Ce phénomène de l'arc-en-ciel apparaît quand la pluie tombe et que le soleil luit en même temps. Pour le voir, il faut tourner le dos au soleil et regarder les traînées de pluie éclairées. L'arc-en-ciel n'ap-

paraît, du reste, que sur les nuages, origines de ces traînées de pluie ; il en suit la marche, s'interrompt si la traînée se sépare, s'affaiblit graduellement à mesure que le nuage pluvieux se disperse et disparaît. L'eau en gouttelettes, telle que celle des cascades, des jets d'eau ou même de simples pulvérisateurs, permet de reproduire l'aspect des arcs-en-ciel.

Sous cette forme, il serait difficile de vous en rendre tous témoins, la disposition de la salle ne s'y prête pas ; mais je puis au moins vous en présenter une image qui servira à vous rappeler la disposition des couleurs ; on la produit à l'aide d'un prisme, en projetant l'image spectrale d'une fente analogue à celle que vous avez vue tout à l'heure ; si l'image est brillante, elle n'est pas absolument fidèle, car elle ne présente pas tout à fait les mêmes teintes. Les couleurs du prisme que vous avez sous les yeux sont séparées et juxtaposées : elles sont pures. Dans l'arc-en-ciel, au contraire, le rouge seul est pur ; quant aux autres couleurs, elles sont toujours mélangées avec celles qui les précèdent. De sorte que les teintes sont lavées de blanc et de plus en plus jusqu'au violet. Le spectre arqué vous offre la disposition naturelle des couleurs : rouge, orangé, jaune, vert, bleu, indigo, violet. Nous l'obtenons avec une fente courbe, une lentille et un large prisme à vision directe. Voici le premier arc-en-ciel, celui dans lequel le rouge est extérieur, c'est-à-dire forme la bordure du haut ; voici maintenant le second arc qu'on obtient en tournant le prisme de 180° , de façon à mettre le rouge en bordure intérieure, c'est-à-dire vers le bas. Pour être plus exact, il faudrait en même temps affaiblir les couleurs de ce second arc, qui sont toujours beaucoup moins vives que celles du premier.

C'est à Descartes que l'on doit la première explication physique et géométrique de l'arc-en-ciel ; il l'a

donnée dans le *Traité des météores*, publié en 1637 à la suite du célèbre *Discours sur la méthode*. Newton, après lui, n'a plus eu qu'à préciser la question par le calcul. Il l'a fait avec toutes les ressources du calcul infinitésimal qu'il venait d'inventer en y ajoutant le résultat de ses admirables expériences sur la réfraction et les couleurs.

Voici, d'après la figure du *Traité des météores* de Descartes, les traits essentiels du phénomène : vous voyez la coupe d'une goutte de pluie sous forme d'un cercle ; ces droites figurent le trajet du rayon incident qui pénètre dans la goutte d'eau en se réfractant ; le rayon se réfléchit sur la surface intérieure de la goutte et en sort après une nouvelle réfraction. Le faisceau solaire arrive donc à l'œil de l'observateur après deux réfractions et une réflexion : telle est la marche d'un rayon dans l'arc intérieur, c'est-à-dire le plus brillant. Descartes avait d'ailleurs reconnu par expérience que les rayons bleus sont plus réfrangibles que les rayons rouges ; il put donc compléter l'explication et prévoir l'ordre de succession des couleurs.

Dans cette autre figure, qui représente aussi la coupe d'une goutte d'eau, vous voyez la marche des rayons qui produisent l'arc extérieur. Ces rayons subissent toujours deux réfractions : l'une à l'entrée, l'autre à la sortie ; mais ils subissent deux réflexions à l'intérieur de la goutte d'eau. C'est ce qui explique d'abord la différence de position de cet arc et aussi le moindre éclat de l'arc extérieur, car la lumière s'affaiblit à chaque réflexion.

La différence de réfrangibilité entre le rouge et le violet permet aussi d'expliquer pourquoi, dans l'arc extérieur, la disposition des couleurs est inverse, comparée à celle du premier.

Le calcul numérique de Descartes, effectué avec les valeurs précises des indices de réfraction de l'eau,

donne des résultats absolument conformes à l'expérience. L'arc-en-ciel intérieur sous-tend un angle de $42^{\circ} 30'$ pour les rayons rouges; l'arc extérieur, un angle de $50^{\circ} 30'$ environ.

Nous pouvons reproduire les phénomènes qui se passent dans la goutte d'eau de Descartes : il suffit de prendre un petit ballon rempli d'eau distillée, de l'éclairer par un faisceau de lumière et de diriger le faisceau réfléchi à l'intérieur sur le tableau. A la vérité, les couleurs sont moins vives que celles de l'arc-en-ciel; mais leur disposition est la même. On peut, d'ailleurs, produire à volonté l'un ou l'autre des deux arcs en dirigeant le faisceau tangentiellement au ballon d'un côté ou de l'autre : si le faisceau couvre le ballon tout entier, on obtient les deux arcs à la fois avec l'espace obscur qui les sépare. Ainsi voici le premier avec le rouge vif à l'extérieur, la teinte tournant au bleu à l'autre extrémité. En déplaçant le faisceau, voici le second arc avec les couleurs inverses et beaucoup plus faibles. Et maintenant voici les deux arcs simultanément. Nous avons donc une reproduction complète du phénomène de l'arc-en-ciel.

Il resterait à expliquer pourquoi le nombre d'arc-en-ciel est limité et pourquoi la réfraction dans une direction quelconque ne produit pas des colorations stables, comme on serait tenté de le supposer; mais il y aurait là des développements géométriques, aperçus par Descartes, précisés par Newton, qui nous entraîneraient trop loin; il me suffira de vous dire que la condition de production d'un arc-en-ciel est celle d'un minimum de déviation du faisceau lumineux.

Pour compléter l'explication, il me reste à lever une objection que l'on pourrait faire à la théorie de Descartes. Nous avons dit que la lumière se réfléchit à l'intérieur de la goutte; les personnes peu familiari-

sées avec les expériences d'optique pourraient douter de la possibilité de cette réflexion et supposer que les arcs projetés sur le tableau sont produits par les parois de verre du ballon. Pour lever tous les doutes, nous ferons l'expérience de la fontaine lumineuse, qui consiste à faire couler une veine liquide et à l'éclairer, par l'orifice qui lui donne passage, dans le sens même du jet, au moyen de la lumière électrique : la veine s'illumine, mais en même temps elle conduit la lumière par réflexion jusqu'à l'extrémité de sa course, et là rebondit sous forme d'une gerbe lumineuse. Cette expérience, bien que fort connue et employée souvent au théâtre, est instructive : elle démontre la possibilité de la réflexion de la lumière sur une surface idéale produite, non par un corps solide, mais par un corps liquide.

III.

PHÉNOMÈNE DES COURONNES.

Vous avez certainement tous vu, par une nuit claire, des nuages passer sur la lune et se revêtir des colorations les plus vives sous forme de couronnes ou anneaux circulaires. Les gens de la campagne connaissent bien ce phénomène, qu'ils confondent avec le halo, dont le diamètre est plus grand ; ils prétendent, non sans quelque raison, que lorsque le cercle ou la couronne est près de la lune, la pluie est loin ; ils affirment, au contraire, que si la couronne est loin, la pluie est proche. Effectivement la grande couronne ou halo est signe de pluie ; quant aux petites couronnes, elles n'ont pas, dans nos climats, de signification météorologique bien précise.

Il se produit aussi des couronnes autour du soleil, mais la clarté du soleil est tellement vive qu'il est impossible de les regarder sans un dispositif spécial. Le moyen le plus commode est d'observer le soleil par réflexion sur un baquet d'eau ou sur un verre noir.

Je vais vous montrer une image affaiblie du phénomène des couronnes. Le faisceau lumineux passant par une petite ouverture va nous représenter le disque du soleil ou celui de la lune. Nous interposons de la poudre de lycopode. Toutes les poudres formées de grains égaux et très fins peuvent produire le même phénomène. Voilà ces couronnes formées d'anneaux irisés dont les couleurs, très vives au centre, se reproduisent périodiquement, mais en s'effaçant peu à peu.

Si l'on opère, avec des couleurs simples, en interposant des verres colorés, rouge ou bleu, par exemple, les anneaux sont alternativement clairs et obscurs; mais leurs diamètres correspondants sont inégaux; le diamètre apparent est d'autant plus petit que la lumière est plus réfrangible. Ainsi les anneaux bleus sont plus étroits que les anneaux rouges. Dans la lumière blanche, il y a superposition des anneaux de toutes les couleurs simples et production des irisations que vous apercevez lorsqu'on enlève les verres de couleur.

Dans l'atmosphère, ces phénomènes sont causés par la vapeur d'eau; l'expérience serait facile à répéter si nous disposions d'un générateur de vapeur: mais je vais les reproduire avec beaucoup d'éclat à l'aide de réseaux formés de traits circulaires équidistants et très rapprochés; ces traits jouent le même rôle que les petits disques égaux et diffractent la lumière suivant les mêmes lois. C'est à Young et Fraunhofer qu'on doit les expériences les plus complètes sur les couronnes, et à Fresnel l'explication complète des phénomènes de

diffraction dont les couronnes sont un cas particulier simple.

On doit probablement rapporter au même ordre de phénomènes le cercle brun rougeâtre qu'on a observé autour du soleil de 1883 à 1886, à la suite de l'éruption du Krakatoa. Les fines poussières répandues dans l'atmosphère jouaient le même rôle que les grains de lycopode. Ce sont elles qui produisaient autour du soleil ce cercle irisé qu'on a vu persister pendant deux années de suite.

IV.

HALOS ET PARRÉLIES.

L'apparition des *halos*, fréquente dans les régions polaires, est souvent regardée chez nous comme extrêmement rare : c'est une erreur ; les halos sont au contraire assez fréquents, même dans nos climats tempérés.

Les gens de la campagne les observent très bien : ils savent que c'est surtout quand le temps va se gâter qu'on voit apparaître ces grands cercles autour du soleil ou de la lune ; ce pronostic est, en effet, très sûr : dix-neuf fois sur vingt, surtout en été, lorsque le halo apparaît, la pluie arrive dans les quarante-huit heures. Ce phénomène s'aperçoit généralement quand le ciel a un aspect blanchâtre, ou bien lorsqu'on voit se former les *cirrus*, petits nuages légers en forme de balayures appelées vulgairement *queues de chat*. Ces nuages très élevés planent à trois, quatre, cinq et quelquefois 6000 mètres au-dessus de la terre, à une hauteur où la température est devenue très basse. Les halos apparaissent alors sous forme d'un grand cercle lumineux concentrique au soleil ; il est continu si les cir-

rus sont uniformément répartis sur le ciel, interrompu lorsque les cirrus offrent des lacunes; en tout cas, le cercle ainsi formé est bordé de rouge intérieurement, se détachant nettement sur un fond plus sombre : le bord extérieur, au contraire, d'un bleu pâle et lavé de blanc comme dans l'arc-en-ciel.

Le halo le plus fréquent se nomme halo de 22° , parce qu'il a 22° de rayon; un autre moins fréquent, mais plus large et plus pâle, se nomme halo de 46° . Ils apparaissent rarement tous deux à la fois, sauf dans les régions polaires. On observe le halo de 22° autour de la lune plus facilement qu'autour du soleil, à cause de l'éclat éblouissant de l'astre; mais l'observation devient facile si l'on protège les yeux de l'éclat direct du soleil avec un écran convenable.

C'est encore à Descartes que l'on doit l'idée mère de l'explication des halos, qu'il a d'ailleurs un peu confondus avec les couronnes, comme ses contemporains. Descartes n'hésite pas attribuer ces phénomènes à la réfraction de la lumière solaire par les petits cristaux de glace qui flottent dans l'atmosphère à l'état de neige fine.

Voici encore une figure extraite du *Traité des météores* où l'explication est clairement énoncée.

On y voit le soleil, entouré de ses rayons; au-dessous, un nuage formé d'étoiles de glace à six branches; au bas, l'œil de l'observateur. Descartes remarque que, puisque ces apparences entourent le soleil ou la lune et forment des cercles, c'est qu'ils sont causés par des réfractions à travers des prismes d'angle à peu près tous égaux. Il conclut même que, par suite de ces réfractions, le bleu doit être en dehors, sur chaque cercle, et le rouge en dedans, ce qui est conforme à la réalité.

La figure du *Traité des météores* montre des petites étoiles de glace à six branches : effectivement l'eau

cristallise sous forme de prismes hexagonaux. Képler l'avait déjà observé : depuis, la chose est devenue vulgaire; il suffit d'examiner avec précaution la neige qui tombe pour apercevoir des prismes hexagonaux plus ou moins allongés. Malheureusement les cristaux sont petits, et, quand on s'approche de trop près, la chaleur du visage ou du souffle les fait fondre. Le capitaine Scoresby, qui dans les mers polaires a subi des froids de 40 à 50° au-dessous de zéro, a eu le loisir d'examiner un grand nombre d'échantillons et de les dessiner : tous montrent des groupements hexagonaux extrêmement réguliers. Enfin, ces cristaux flottent dans l'atmosphère; les aéronautes, en particulier Barral et Bixio, en ont recueilli des quantités en traversant les cirrus; ils ont même pu constater la forme prismatique allongée de ces prismes hexagonaux. L'existence de ces prismes dans l'atmosphère n'est donc pas douteuse. L'explication précise devient alors facile; si l'on considère deux des faces latérales de ce prisme, séparées par une autre face latérale, on voit qu'elles forment entre elles un angle de 60°. C'est à la réfraction par cet angle qu'est dû le halo de 22°. Il se produit parce que nécessairement les rayons réfractés s'accumulent dans la direction voisine du minimum de déviation. D'autre part, vous voyez que la base du prisme forme avec les faces latérales un angle droit. C'est la réfraction par cet angle droit qui de la même manière produit le second halo, celui de 90°.

C'est à Bravais, physicien éminent, mort il y a une quarantaine d'années, qu'on doit la théorie complète et précise de tous les phénomènes optiques produits par les cristaux atmosphériques, ainsi que la reproduction artificielle de ces phénomènes. Voici un prisme de 60° rempli d'eau dont l'indice de réfraction diffère très peu de celui de la glace; c'est donc comme si nous opérions sur un prisme de glace. Ce prisme est limité par des

lames de verre et sa base est un triangle équilatéral; dans toutes les positions, il fournit un spectre plus ou moins dévié et étalé : dans celle qui correspond au minimum de déviation, les couleurs sont beaucoup plus vives. Vous voyez cette image qui se produit sur l'écran; elle se forme à $22''$ de l'image directe, elle ne peut se rapprocher davantage, car, en continuant la rotation du prisme, elle rétrograde. C'est la représentation du phénomène fondamental du halo; on voit aussi quelquefois ce spectre à $22''$ à droite ou à gauche du soleil; on le nomme alors *aux soleil* ou *parhélie*; lorsqu'il se produit de part ou d'autre de la lune, il prend le nom de *parasélène*. Actuellement faisons tourner le prisme très rapidement : la série des spectres se mêle, et la persistance des impressions sur la rétine donne l'aspect d'une longue bande terminée nettement du côté du soleil et suivant une partie estompée du côté opposé; c'est vraiment là le parhélie, pâle, bordé de rouge du côté du soleil et qui passe au jaune, puis au bleu clair, comme l'arc-en-ciel. L'image symétrique représente le second parhélie.

Le prisme hexagonal de la glace présente aussi un angle de $90''$ qui peut se laisser traverser par la lumière et donner un spectre. Plaçons donc sur l'appareil Bravais un prisme d'eau de $90''$. Dans la position du minimum de déviation, il fournit un spectre très étalé; en rotation continue, il donne l'image fidèle du parhélie de $46''$.

Ces parhélies, plus rares que les halos, ne se forment que lorsque l'atmosphère est parfaitement tranquille; parce qu'alors les prismes de glace peuvent s'orienter dans leur chute lente, de manière que les arêtes réfringentes identiques soient verticales. Aussi le parhélie de $22''$ dû à des prismes allongés est-il de beaucoup le moins rare, parce que la forme est plus favorable à l'orientation commune.

Les mêmes expériences se font avec des prismes de verre, d'angle convenable, qui fournissent des parhélies beaucoup plus brillants. Voici le parhélie de 22° et celui de 46° . De là il est facile de passer à l'explication des halos. Imaginez que nous ayons une infinité de ces prismes orientés dans toutes les directions, nous aurons une infinité d'images parhéliques qui ne pourront s'approcher du soleil de plus de 22° d'une part, et de l'autre, de plus de 46° . Mais nous remplacerons ce grand nombre de prismes pareils en en faisant tourner un petit nombre à l'aide d'un mécanisme particulier, et la persistance de l'impression lumineuse sur la rétine vous fera voir une lumière continue dans tous les points par où la lumière aura passé successivement. Vous voyez sur l'écran l'image de 22° et au plafond celle de 46° .

Je suis parvenu à reproduire les halos d'une façon plus simple et plus conforme aux conditions naturelles en perfectionnant une idée de Brewster. Plaçons une solution saturée d'alun dans une cuve de quelques millimètres d'épaisseur; ajoutons un peu d'alcool dans lequel l'alun est insoluble: l'alun se précipite sous forme de cristaux octaédriques extrêmement petits, orientés dans tous les sens, qui flottent au sein du liquide comme les glaçons dans l'atmosphère. Les cristaux d'alun réfractent comme eux la lumière dans tous les sens et permettent la projection de deux cercles, qui sont l'image fidèle du halo de 22° et du halo de 46° .

Enfin il me reste à dire quelques mots de ces bandes lumineuses qui traversent les halos en passant par le centre du soleil. Elles sont dues à la réflexion de la lumière sur les faces des aiguilles de glace ou sur des stries parallèles à une même direction. On aperçoit une de ces bandes dans l'expérience de Bravais en même temps que les parhélies. En effet, lorsque le

prisme tourne, la lumière se réfléchit sur les faces planes du prisme, et l'ensemble des rayons réflecteurs forme une bande blanche horizontale passant par le soleil. On la nomme *cercle parhélitique*, parce qu'elle s'étend sur un cercle parallèle à l'horizon et passant par les quatre parhélies.

Les cristaux de glace se groupent, comme on l'a vu, suivant des formes très diverses, et les faces ou les stries parallèles qui s'y rencontrent donnent naissance à des cercles parhéliques en *croix* ou en *étoiles*. On les reproduit aisément en plaçant, dans les faisceaux projetés, des tubes de verre en croix ou en étoiles ; l'apparence est extrêmement curieuse.

Il y aurait encore bien des particularités intéressantes à signaler dans les phénomènes optiques de l'atmosphère, en particulier ceux qui se rapportent à la polarisation de la lumière du ciel, de l'arc-en-ciel et des halos ; leurs relations avec les phénomènes météorologiques seraient également dignes d'une mention toute spéciale ; mais le champ est trop vaste pour pouvoir nous y aventurer. J'ai dû me borner aux faits les plus saillants, et l'heure m'oblige à m'arrêter ici.

En vous remerciant de la bienveillante attention que vous m'avez prêtée, permettez-moi d'espérer que le but de cette conférence, malheureusement un peu longue, aura été atteint. Il l'aura été, si j'ai pu réussir à vous inspirer le désir d'observer vous-mêmes tous ces beaux phénomènes et à vous faire partager les sentiments d'admiration que nous ressentons pour les savants illustres, Descartes, Huyghens, Newton, Young, Fresnel, Bravais, qui nous en ont révélé les lois et l'harmonie.

NOTE

SUR

CERTAINES APPARENCES

QUE PRÉSENTENT LES SURFACES ARTIFICIELLEMENT POLIES

TAILLÉES DANS LE QUARTZ, PARALLÈLEMENT A L'AXE

Par M. CORNU

M. Des Cloizcaux a bien voulu me confier quelques échantillons de quartz analogues à celui qu'il a décrit dans son *Manuel de Minéralogie*, page 14 :

« Si l'on polit parallèlement à l'axe une plaque dans laquelle la lumière polarisée manifeste des lignes neutres, on voit, dans une direction correspondant aux faces de la pyramide, toutes les lames qui, par leur présence, neutralisent une partie de la rotation de la plaque où elles sont enchassées (fig. 23, pl. IV); quelques-unes de ces lames paraissent terminées par l'équiaxe b' ou par la base a' . »

Cette visibilité est indiquée par des stries, perceptibles par réflexion sous une incidence convenable, qui séparent des plages paraissant en relief et d'autres en creux. Il y avait lieu d'examiner d'abord l'orientation cristallographique des faces limitant ces plages de rotation inverse, puis de rechercher quelque relation entre ce phénomène de saillie ou de creux et le pouvoir rotatoire.

L'examen d'un assez grand nombre d'échantillons a d'abord permis de reconnaître que les lignes de séparation de ces plages, obtenues sur les faces parallèles à l'axe, polies artificiellement étaient le plus souvent irrégulières: dans certains cas les contours sont tellement dentelés qu'on ne saurait mieux les comparer qu'aux lignes de suture des os du crâne.

Il restait à étudier si les parties enchâssées offraient un relief ou un creux en relation avec leur pouvoir rotatoire. La question a été tranchée immédiatement, lorsqu'on a pu suivre la trace de la même plage sur deux faces opposées de l'échantillon. Dans tous les cas où cette observation a été possible, j'ai reconnu que la région en saillie d'un côté était en creux de l'autre. L'effet ne dépend donc pas seulement du sens de l'hémiédrie plagièdre, puisque la même plage produit à la fois le relief et le creux :

Je me suis proposé de vérifier si ces apparences correspondaient à une réalité et n'étaient pas dues à une illusion d'optique.

Les anneaux colorés, produits avec la lumière blanche entre la surface polie à examiner et une lame de glace, montrent des différences de teintes qui, d'après l'échelle de Newton, permettent de conclure la différence d'épaisseur: les saillies ou les creux peuvent atteindre une frange, c'est-à-dire un demi-millième de millimètre. Des expériences d'interférence et de diffraction conduisent au même résultat. Mais on pourrait objecter que la différence de structure moléculaire de ces plages contiguës suffirait à expliquer une si petite différence de marche dans les ondes réfléchies: on conçoit en effet que le *plan moyen* de réflexion ne soit pas le même, par suite de l'inégalité d'orientation des molécules du quartz dans les deux plages et leur inégale altération par le poli artificiel.

Les deux expériences suivantes ne paraissent pas soumises aux mêmes objections.

Si l'on argente la surface par voie chimique, les appa-

rences restent les mêmes ; en particulier, les franges de diffraction produites par la simple réflexion d'une onde sphérique présentent les mêmes caractères que lorsque la surface n'est pas argentée : autour de chaque ligne de suture des deux plages, on voit se dessiner des franges caractéristiques de la différence de marche. En opérant avec la lumière solaire, le phénomène est très facile à photographier, et les clichés ont été mis sous les yeux de la Société.

Enfin, on peut prendre l'empreinte de ces creux ou saillies ; avec la cire à cacheter ou le soufre, l'observation est difficile, mais elle réussit d'une manière surprenante avec le sélénium fondu.

L'étude de la cause qui produit ces reliefs et ces creux n'est pas encore terminée : elle se lie aux inégalités d'élasticité, de conductibilité ou aux inégalités de dilatation que j'ai rencontrées avec le quartz dans une autre occasion (*Journal de Physique*, 2^e série, t. I^{er}, p. 158) ; en un mot, elle paraît résider dans la chaleur développée au polissage du quartz. Si cette idée est exacte, on s'explique ce fait extraordinaire que des arêtes vives ayant un demi-millimètre de millimètre de saillie aient pu naître et se conserver dans l'opération du polissage : c'est qu'alors les reliefs n'existeraient pas au moment même du travail et ne se développeraient qu'après que le bloc de quartz a repris son équilibre intérieur de température et d'élasticité.

Mais, on le voit, la question a besoin d'être encore approfondie et elle mérite cette étude en raison de l'intérêt qui s'attache à la connaissance des propriétés physiques du quartz.

Détermination des trois paramètres optiques principaux d'un cristal, en grandeur et en direction, par le réfractomètre ;

Par M. A. CORNU.

La détermination des trois indices et des trois axes principaux d'un cristal intéresse au plus haut point l'Optique, la Minéralogie et la Pétrographie.

Cette détermination, longue et difficile lorsqu'on opère par la méthode des prismes (qui exige la taille de faces planes rigoureusement orientées), devient théoriquement très simple lorsqu'on opère par réflexion totale dans un milieu suffisamment réfringent, car une seule face plane, orientée d'une manière quelconque, fournit toutes les données nécessaires.

C'est ce qui résulte des travaux de MM. F. Kohlrausch, Quincke, Liebisch, Brill, Ch. Soret; d'autre part, la construction de réfractomètres (Pulfrich, Abbe) a rendu les observations très pratiques.

La mesure des trois indices principaux est donc devenue particulièrement aisée; mais la détermination des trois directions principales est restée jusqu'ici, du moins à ma connaissance ⁽¹⁾, hérissée de calculs inabordables pour la pratique courante.

L'étude géométrique directe de la réflexion totale sur une surface cristalline m'a conduit, pour cette importante appli-

⁽¹⁾ M. LAVENIR, *Bulletin de la Société française de Minéralogie*, t. XIV, 1891; p. 100.

cation du réfractomètre, à des relations analytiques d'une simplicité inespérée.

Cette étude est fondée sur la construction de la surface de l'onde (indiquée par Fresnel, développée par Ampère et Plücker), qui permet d'obtenir un point et la normale en ce point en partant de l'ellipsoïde dont les axes a, b, c sont les inverses des indices principaux n_x, n_y, n_z :

$$(1) \quad \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad \text{avec} \quad n_x = \frac{1}{a} < n_y = \frac{1}{b} < n_z = \frac{1}{c}.$$

La surface de l'onde est le lieu des points obtenus en portant, à partir de l'origine, sur la normale à chaque plan diamétral, la longueur des deux axes de la section elliptique déterminée par ce plan dans l'ellipsoïde.

Cette construction revient à faire tourner d'un angle droit chaque axe de la section elliptique autour de l'autre axe. Si, dans cette rotation, on entraîne aussi la normale à l'ellipsoïde au sommet correspondant de l'ellipse, cette normale reste dans le plan de rotation et coïncide avec la normale à la surface d'onde au point ainsi déterminé. On construit donc ainsi, outre le point de la surface, la normale en ce point, c'est-à-dire la normale à l'onde plane tangente en ce point à la surface de l'onde.

Conditions relatives à la réflexion totale. — Pour qu'une onde plane venant d'un milieu extérieur isotrope pénètre à travers une face plane dans l'intérieur d'un cristal, il faut, d'après la construction d'Huygens :

1° Que la normale à l'onde plane réfractée soit dans le plan d'incidence;

2° Que l'on puisse mener, par la trace de l'onde incidents sur la face cristalline, un plan tangent à la surface d'onde du cristal: il faut donc que cette trace ne coupe pas la section

de la surface d'onde par la face cristalline : la limite de tangence correspond à la *réflexion totale*.

Donc, pour déterminer les angles et plans d'incidence de réflexion totale sur une face plane cristalline, il suffit de connaître la section de la surface de l'onde par cette face.

Chaque tangente à cette courbe est la normale d'un plan d'incidence, et l'angle de réflexion totale correspondant I est défini par la distance p à l'origine de cette tangente suivant la formule

$$p \sin I = R,$$

R étant l'inverse de l'indice N du milieu extérieur.

On peut ainsi mesurer, dans une série d'azimuts $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots$ autour de la normale $O\mathfrak{N}$ à la face cristalline, les distances $p_1, p_2, \dots$ et, par suite, déterminer expérimentalement une courbe $p = f(\omega)$, qui est évidemment la *podaire* de la section de la surface d'onde.

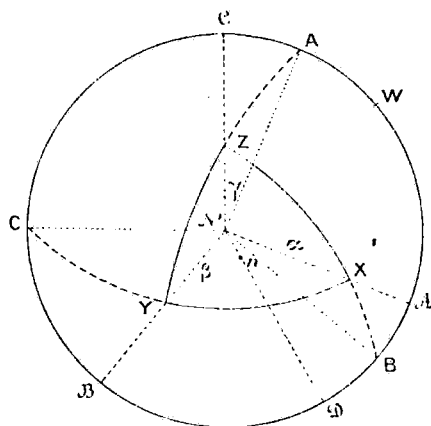
La connaissance de cette podaire définit complètement cette surface, car les coefficients de son équation (qui est du huitième degré) sont des fonctions connues des trois paramètres n_x, n_y, n_z et des angles α, β, λ que la normale à la face cristalline fait avec les axes principaux du système; mais la complexité de ces fonctions en rend l'utilisation presque inabordable.

Maxima et minima des angles d'incidence. — L'équation de la podaire devient inutile si l'on se borne à l'observation des maxima et minima des angles de réflexion totale et des azimuts correspondants du plan d'incidence, c'est-à-dire des distances p maxima et minima en grandeur et en direction; la construction des rayons vecteurs de la surface de l'onde permet d'en obtenir directement la valeur.

Il suffit de rappeler la génération de la section plane

considérée de la surface d'onde : comme tous ses rayons vecteurs sont dans un même plan, les ellipses génératrices sont des sections de l'ellipsoïde par un plan tournant autour de la normale $O\mathfrak{X}$ à la face cristalline. On aperçoit alors immédiatement trois valeurs présentant un maximum ou un minimum : en effet, aucune ellipse ne peut avoir d'axe plus grand que a ni plus petit que c , par conséquent l'ellipse dont le plan $\mathfrak{X}\dot{X}\dot{A}$ (fig. 1) passe par l'axe des x ⁽¹⁾ aura néces-

Fig. 1.



sairement pour grand axe l'axe maximum a , tourné d'un angle droit autour de son petit axe. Il constituera le rayon vecteur maximum absolu de la section ; son azimut $\mathfrak{X}A$ normal à $\mathfrak{X}A$ sera la trace du plan d'incidence dont l'angle limite l_x fournit l'indice minimum $n_x = \frac{1}{a}$. Il en sera de

(¹) La figure représente une projection stéréographique sur le plan ABC de la face cristalline (dont la normale $O\mathfrak{X}$ se projette en $\mathfrak{X}$) des trois plans principaux XY, YZ, ZX de la surface de l'onde.

même pour l'azimut $\mathfrak{AC}$ (à angle droit de la projection $\mathfrak{AC}$ de l'axe z), où l'on observera l'angle limite I_z correspondant à l'indice maximum $n_z = \frac{1}{c}$.

Par raison de symétrie, l'axe moyen b sera aussi l'un des axes d'une section elliptique : il fournira dans l'azimut $\mathfrak{AB}$ (à angle droit de $\mathfrak{AB}$, projection de l'axe y) un angle limite I_y correspondant à l'indice moyen $n_y = \frac{1}{b}$. Mais cet angle sera, suivant les cas, un maximum ou un minimum.

En résumé, les trois indices principaux n_x , n_y , n_z sont donnés par les incidences I_x , I_y , I_z respectivement observées dans les plans $\mathfrak{AB}$, $\mathfrak{AC}$, $\mathfrak{BC}$, tracés sur la face cristalline des plans principaux : $\mathfrak{AB}$ trace de YZ , $\mathfrak{AC}$ de ZX , $\mathfrak{BC}$ de XY .

Mais la section plane de la surface d'onde étant une courbe centrée du quatrième degré doit présenter quatre rayons vecteurs alternativement maximum ou minimum en valeur absolue. On doit donc trouver un quatrième plan d'incidence fournissant un angle limite I maximum ou minimum correspondant à un indice intermédiaire n .

Or, parmi tous les plans diamétraux passant par la normale $O\mathfrak{A}$, il en est un qui se distingue de tous les autres : c'est le plan $\mathfrak{AO}$, qui contient la normale à l'ellipsoïde au point où $O\mathfrak{A}$ coupe la surface : c'est le quatrième plan d'incidence cherché ; car il remplit toutes les conditions requises.

En effet, sa trace $\mathfrak{AO}$ est la normale d'une section elliptique dont un des sommets est en $\mathfrak{A}$, puisque la normale à l'ellipsoïde en $\mathfrak{A}$ se projette suivant $O\mathfrak{A}$: donc $O\mathfrak{A}$ est un axe de l'ellipse. La rotation autour de l'autre axe, s'effectuant dans le plan $\mathfrak{AO}$, entraîne dans ce plan la normale à l'ellipsoïde, qui devient la normale à la surface d'onde au point de la section plane que cette construction détermine. La normale en ce point se projette donc sur la section plane suivant

la direction $\mathfrak{N}\mathfrak{O}$; donc le rayon vecteur ayant pour longueur $\mathfrak{O}\mathfrak{N}$ (diamètre de l'ellipsoïde normal à la surface cristalline) est maximum ou minimum : c. q. f. d.

Le quatrième plan d'incidence $\mathfrak{N}\mathfrak{O}$ s'obtiendra donc sur la projection stéréographique en joignant par un grand cercle $\mathfrak{N}$ au point n représentatif de la direction de la normale à l'ellipsoïde au point $\mathfrak{N}$ et prolongeant jusqu'en $\mathfrak{O}$, plan de la surface cristalline.

Les observations au réfractomètre fournissent les azimuts $A, B, C, \mathfrak{O}$ et, dans chacun d'eux, les angles limites I_x, I_y, I_z, I .

Calcul des trois indices et vérification. — Le calcul des indices n'exige que la détermination des angles de réflexion totale. Si l'on désigne par N l'indice de réfraction du milieu extérieur, on a

$$(2) \quad n_x = N \sin I_x, \quad n_y = N \sin I_y, \quad n_z = N \sin I_z, \quad \nu = N \sin I.$$

Il se présente une ambiguïté entre n_y et ν , intermédiaires entre n_x et n_z . On la lève aisément si l'on connaît les angles α, β, γ que fait la normale $\mathfrak{N}$ à la face cristalline avec les trois axes x, y, z .

En effet, le rayon vecteur r de l'ellipsoïde (1) suivant la direction $\mathfrak{O}\mathfrak{N}$ est précisément celui de la section de la surface d'onde dans l'azimut $\mathfrak{N}\mathfrak{O}$: l'inverse de ce rayon vecteur est égal à l'indice calculé ν .

Or, on a, pour le point $\mathfrak{N}$,

$$x = r \cos \alpha, \quad y = r \cos \beta, \quad z = r \cos \gamma,$$

d'où

$$\left(\frac{\cos^2 \alpha}{a^2} + \frac{\cos^2 \beta}{b^2} + \frac{\cos^2 \gamma}{c^2} \right) = \frac{1}{r^2}$$

ou

$$(3) \quad \nu^2 = n_x^2 \cos^2 \alpha + n_y^2 \cos^2 \beta + n_z^2 \cos^2 \gamma,$$

relation qui permet de calculer ν^2 , de lever l'ambiguïté ⁽¹⁾ et d'obtenir une précieuse vérification.

Calcul des trois directions principales. — Si l'on ne connaît pas les trois directions principales, c'est-à-dire l'orientation des axes OX, OY, OZ, on pourra les déduire de l'observation des azimuts A, B, C, ω rapportés dans le plan de la face cristalline à une orientation cristallographique quelconque $\mathfrak{XW}$.

Les formules suivantes résolvent le problème de plusieurs manières.

Connaissant les azimuts A, B, C, on en déduit les angles α , β , γ que fait la normale à la face $\mathfrak{X}$ avec les trois axes OX, OY, OZ

$$(4) \quad \cot^2 \alpha = - \frac{\cos \widehat{AB} \cos \widehat{AC}}{\cos \widehat{BC}} \quad \text{ou} \quad \cos^2 \alpha = \cot \widehat{AB} \cot \widehat{CA}$$

et les deux autres par permutation tournante.

On vérifie le calcul en remarquant que

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1.$$

L'orientation cristallographique des trois axes est alors complètement définie, puisqu'on suppose connue l'origine des azimuts A, B, C par rapport à une direction de repère $\mathfrak{XW}$.

Il importe également de déterminer l'azimut $\mathfrak{X}\omega$ du plan d'incidence du quatrième indice : on obtient la valeur des

angles $\widehat{A\omega}$, $\widehat{B\omega}$, $\widehat{C\omega}$ par des expressions de la forme

$$(5) \quad \tan \widehat{A\omega} = \frac{\cos \alpha}{\cos \beta \cos \gamma} \frac{n_x^2 - \nu^2}{n_y^2 - n_z^2} = \tan \widehat{BC} \frac{n_x^2 - \nu^2}{n_y^2 - n_z^2}.$$

(1) Pratiquement, on la lève en répétant les observations sur une autre face cristalline : sur les quatre indices calculés, trois reproduisent les valeurs déjà obtenues n_x, n_y, n_z ; les deux non identifiables sont ν et ν' , qui dépendent de $\alpha\beta\gamma$ ou $\alpha'\beta'\gamma'$.

Ces formules tombent en défaut quand la normale $\mathfrak{N}$ à la face utilisée coïncide avec l'un des plans principaux. L'un des facteurs $\cos\alpha$, $\cos\beta$, $\cos\gamma$ devient nul, ce dont on est prévenu par la réctangularité ou l'égalité de certains azimuts A, B, C, D. Mais alors le problème est beaucoup plus simple : l'expression (3) du quatrième indice suffit pour déterminer la position de la normale $\mathfrak{N}$ dans le plan de ces axes.

Je me suis assuré, par de nombreuses observations au réfractomètre Abbe sur divers cristaux, que ces formules sont exactes à l'ordre d'approximation corrélatrice de celle des données expérimentales. J'ai opéré le plus souvent sur de beaux cristaux clinorhombiques d'acide tartrique du commerce qui présentent une biréfringence considérable, condition nécessaire pour une vérification efficace des formules.

Je réserve pour un Mémoire ultérieur la démonstration de ces formules et leurs vérifications numériques (*voir* p. 17).

Démonstration et usage des formules relatives au réfractomètre;

Par M. A. CORNU.

Les formules données précédemment (p. 6 et 7) pour la détermination complète en grandeur et en direction des paramètres optiques d'un cristal peuvent être établies d'une manière assez simple.

Le premier groupe (4) est purement géométrique : il fournit les angles α , β , γ , que la normale $\mathfrak{N}$ à la face cristalline (*fig. 1*) fait avec les trois axes principaux X, Y, Z, indépendamment de la grandeur des paramètres ($a = \frac{1}{n_x}$, $b = \frac{1}{n_y}$, $c = \frac{1}{n_z}$) de

l'ellipsoïde qui caractérise la surface de l'onde lumineuse dans le cristal.

Le second groupe (5), au contraire, dépend essentiellement de ces paramètres en grandeur et en direction, ainsi que la formule (3) établie au cours de l'analyse du phénomène.

Premier groupe. — La projection stéréographique ci-après fournit immédiatement les triangles sphériques qui lient les angles inconnus α , β , γ aux données de l'observation : ces données sont les azimuts $\mathfrak{A}A$, $\mathfrak{A}B$, $\mathfrak{A}C$ des trois plans de réflexion dans lesquels on a mesuré les incidences qui ont fourni respectivement les indices n_x , n_y , n_z .

La normale $\mathfrak{N}$ à la face réfléchissante (supposée dans l'intérieur du trièdre trirectangle des axes, comme sur la figure, hypothèse que l'on peut toujours faire) est le sommet des trois triangles rectilatères $X\mathfrak{N}Y$, $Y\mathfrak{N}Z$, $Z\mathfrak{N}X$ dont les côtés communs sont précisément les arcs α , β , γ : les angles en $\mathfrak{N}$ ont pour mesure les arcs $\widehat{\mathfrak{A}B}$, $\widehat{\mathfrak{B}C}$, $\widehat{\mathfrak{C}A}$ respectivement égaux aux arcs $\widehat{AB}$, $\widehat{BC}$, $\widehat{CA}$ comme tournés *dans le même sens* de 90° . (Il n'en serait pas ainsi dans le cas où $\mathfrak{N}$ serait en dehors du triangle XYZ.) Ainsi dans $X\mathfrak{N}B$ on a la relation

$$0 = \cos z \cos \beta + \sin z \sin \beta \cos \widehat{AB},$$

d'où l'on tire $\cos \widehat{AB}$ et les deux autres cosinus analogues, par permutation tournante, car la permutation s'applique dans le même sens à l'ordre de succession des points $ABC : XYZ$, YZA , ZXB . Il vient donc :

$$\cos \widehat{AB} = -\cot z \cot \beta,$$

$$\cos \widehat{BC} = \cot \beta \cot \gamma,$$

$$\cos \widehat{CA} = -\cot \gamma \cot z.$$

Divisons la seconde équation par le produit des deux autres; il vient

$$(4a) \quad \text{tang}^2 \alpha = - \frac{\cos \widehat{BC}}{\cos \widehat{AB} \cos \widehat{CA}}.$$

C'est la première formule du groupe (4) (p. 7).

Les trois angles $\widehat{AB}$, $\widehat{BC}$, $\widehat{CA}$ ayant entre eux la relation

$$\widehat{AB} + \widehat{BC} + \widehat{CA} = 360^\circ,$$

on peut éliminer l'un d'eux dans la formule (4a), par exemple $\widehat{BC}$,

$$\cos \widehat{BC} = \cos(\widehat{AB} + \widehat{CA}).$$

Substituant et réduisant, il vient ⁽¹⁾.

$$(4b) \quad \begin{cases} \cos^2 \alpha = \cot \widehat{AB} \cot \widehat{CA}, \\ \cos^2 \beta = \cot \widehat{BC} \cot \widehat{AB}, \\ \cos^2 \gamma = \cot \widehat{CA} \cot \widehat{BC}, \end{cases}$$

(¹) On peut, par une simple construction géométrique, obtenir ces angles α , β , γ , c'est-à-dire déduire directement les points X, Y, Z des points A, B, C, en superposant à la projection stéréographique une projection orthogonale auxiliaire sur le plan de la face cristalline qui est ici le plan de la figure. On sait, en effet, que la projection orthogonale du sommet d'un trièdre trirectangle sur un plan qui coupe ses trois arêtes est le point de concours des trois hauteurs du triangle, intersection des trois faces avec le plan sécant. On reconnaît aisément que les trois côtés de ce triangle sont parallèles aux directions $\mathcal{N}A$, $\mathcal{N}B$, $\mathcal{N}C$ et les trois hauteurs à $\mathcal{N}A$, $\mathcal{N}B$, $\mathcal{N}C$.

Prenant le point $\mathcal{N}$ comme point de concours des trois hauteurs $\mathcal{N}A$, $\mathcal{N}B$, $\mathcal{N}C$ d'un triangle de dimension arbitraire, on est conduit à un trièdre dont on construit tous les éléments angulaires par des rabatte-ments évidents.

valeurs qui satisfont d'elles-mêmes à la condition

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1.$$

Ces formules, purement géométriques, sont théoriquement à l'abri de toute difficulté dans leur emploi : mais, en pratique, l'incertitude inévitable que présente la détermination de l'azimut d'un maximum ou d'un minimum amène parfois des embarras dont il faut être prévenu.

Ainsi, il peut arriver que les données de l'observation substituées dans les formules (4_b) conduisent à des valeurs négatives pour les carrés des cosinus, c'est-à-dire à des solutions imaginaires pour les angles α , β , γ . Or, d'après la nature du problème, ces valeurs sont nécessairement réelles ⁽¹⁾ : il faut donc que les trois cotangentes soient de même signe ; par suite, les angles $\widehat{AB}$, $\widehat{BC}$, $\widehat{CA}$ ramenés entre 0° et 90° par addition ou soustraction de 180° doivent aussi être de même signe. Cette condition fournit un contrôle qualitatif de l'exactitude des observations ; si elle n'est pas remplie, c'est qu'il s'est glissé quelque erreur ; il y a lieu alors de reviser les observations et, au besoin, de recommencer les mesures jusqu'à ce que les azimuts satisfassent à la condition de réalité du cosinus.

Il y a cependant un cas où l'on n'y parvient pas d'une manière satisfaisante à cause de l'incertitude des observations. C'est celui où certaines différences d'azimut sont très voisines de 90° ; alors une petite erreur dans les mesures peut rendre un angle plus petit ou plus grand que 90° et, par conséquent, faire passer la cotangente du signe positif au négatif. Mais on est averti par là du fait que la face cristalline utilisée

(¹) La construction géométrique précitée en donne la preuve : la construction du triangle auxiliaire dont les directions des trois hauteurs sont données est toujours possible et d'une seule manière.

est presque parallèle à l'un des axes principaux : les valeurs des produits des cotangentes sont indéterminées; dès lors cette face, bien que susceptible de fournir les trois indices principaux, est, par son orientation, impropre à la détermination précise des trois directions principales, du moins à l'aide des formules (46).

On est alors amené à supposer que, au moins comme première approximation, l'un des angles α , β , γ , par exemple α , est égal à 90° exactement; et, par suite, $\cot \alpha = 0$.

Il reste la relation

$$\cos^2 \beta' + \cos^2 \gamma' = 1 \quad \text{ou} \quad \beta' + \gamma' = 90^\circ.$$

On utilise alors la valeur du quatrième indice ν pour la détermination de β' , laquelle demeure la seule inconnue.

L'équation

$$(2) \quad \nu^2 = n_x^2 \cos^2 \alpha + n_y^2 \cos^2 \beta + n_z^2 \cos^2 \gamma$$

peut en effet se mettre sous la forme

$$\nu^2 (\cos^2 \beta' + \sin^2 \beta') = n_y^2 \cos^2 \beta' + n_z^2 \sin^2 \beta',$$

d'où l'on tire

$$\tan^2 \beta' = \frac{\nu^2 - n_z^2}{n_y^2 - \nu^2};$$

expression (1) qui achève de déterminer l'orientation de la normale à la face cristalline dans l'hypothèse où cette face est rigoureusement parallèle à l'axe OY ($\alpha = 90^\circ$, $\beta = \beta'$, $\gamma' = 90^\circ - \beta'$).

En général, l'hypothèse $\alpha = 90^\circ$ ne sera qu'approchée et, bien que la valeur de β' soit plus exacte qu'on ne pourrait le

(1) Étant homogène par rapport à n_y , n_z et ν , la valeur de β' est indépendante de la valeur de l'indice de refraction de la substance réfringente auxiliaire des réfractomètres.

penser, la conclusion qu'on tirera de ces mesures sera la nécessité de recourir à une autre face cristalline orientée dans une direction plus favorable, afin d'obtenir des données meilleures et une vérification des résultats obtenus. Lorsqu'on est maître de choisir cette orientation, on prend, pour $O\mathfrak{X}$, la direction qui fait, avec les axes OX , OY , OZ (supposés connus approximativement), des angles sensiblement égaux.

Remarques. — En dehors du cas particulier qui vient d'être signalé, on ne rencontre pas, en général, d'autre difficulté que l'ambiguïté existant entre l'indice moyen n_y et le quatrième indice ν .

Dans ce qui précède, on l'a supposée levée par des considérations étrangères aux mesures; mais cette ambiguïté n'entraîne d'autre inconvénient que celui d'un calcul supplémentaire. En effet, si l'on n'a aucun motif de distinguer n_y de ν , on considère arbitrairement l'un des deux indices comme n_y et, à l'aide des trois azimuts correspondant aux trois indices n_x , n_y , n_z adoptés, on calcule les angles α , β , γ . Si le choix est bon, l'équation (3) vérifiera la valeur du quatrième indice considéré comme représentant ν ; sinon on intervertira n_y et ν , B et $\mathfrak{Q}$, et l'on recommencera le calcul de α , β , γ : la vérification de (3) devra alors être satisfaisante.

Second groupe. — Le second groupe de formules (5) est destiné à fournir des vérifications en utilisant les données relatives au quatrième indice dont on mesure d'une part la grandeur ν , d'autre part l'azimut $\mathfrak{X}\mathfrak{Q}$ du plan de réflexion où on l'observe.

L'équation (3), déjà employée, doit être rangée dans ce groupe, bien qu'elle ait été établie directement, car elle constitue aussi une relation de contrôle entre les indices n_x , n_y , n_z , ν et les angles α , β , γ .

Celles qu'il reste à démontrer se rapportent aux azimuts $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$ et $\mathfrak{D}$: la définition géométrique de la surface de l'onde déduite de l'ellipsoïde établit entre eux des relations qui permettent de calculer les angles $A\mathfrak{D}$, $B\mathfrak{D}$, $C\mathfrak{D}$.

La démonstration de ces formules se réduit à calculer les cosinus directeurs des diverses directions nécessaires pour obtenir l'expression des angles qu'elles font entre elles. Ce calcul un peu laborieux n'offre, d'ailleurs, aucune difficulté.

Direction $\mathfrak{D}$. — D'après l'analyse du phénomène (p. 10), l'azimut $\mathfrak{D}$ est la trace du plan qui passe par la normale n à l'ellipsoïde au point où la normale $\mathfrak{D}$ à la face réfléchissante rencontre cette surface.

Calculons d'abord les cosinus directeurs ξ' , η' , ζ' de la normale $\mathfrak{D}$ à ce plan (non tracée sur la figure) rapportée aux axes X , Y , Z .

Ils sont déterminés par les trois conditions

$$\xi'^2 + \eta'^2 + \zeta'^2 = 1, \quad \xi'x + \eta'y + \zeta'z = 0, \quad \xi' \frac{x}{a^2} + \eta' \frac{y}{b^2} + \zeta' \frac{z}{c^2} = 0$$

qui expriment, outre la rectangularité des axes, que $\mathfrak{D}$ est normale à $\mathfrak{D}$ et à n (on a remplacé, pour abréger l'écriture, $\cos \alpha$, ... par x , y , z); d'où l'on tire

$$(\mathfrak{D}) \quad \frac{\xi'}{\beta\gamma(n_x^2 - n_y^2)} = \frac{\eta'}{\gamma x(n_x^2 - n_z^2)} = \frac{\zeta'}{\alpha\beta(n_y^2 - n_z^2)} = \frac{1}{\mathfrak{A}},$$

expressions où les carrés des indices principaux remplacent les inverses des carrés des axes de l'ellipsoïde.

D'après les relations bien connues entre les neuf cosinus d'un trièdre trirectangle, on écrira immédiatement les cosinus directeurs ξ , η , ζ de la trace $\mathfrak{D}$ du plan $\mathfrak{D}n$ sur le plan de la face cristalline, car elle forme un trièdre trirectangle avec $\mathfrak{D}(x, y, z)$ et $\mathfrak{D}(\xi', \eta', \zeta')$

$$\xi = \beta\zeta' - \gamma\eta', \quad \eta = \gamma\xi' - \alpha\zeta', \quad \zeta = \alpha\eta' - \beta\xi'.$$

Après substitution et réduction en ayant égard à l'équation (3), on trouve

$$(\omega) \quad \frac{\xi}{\alpha(\nu^2 - n_x^2)} = \frac{\eta}{\beta(\nu^2 - n_y^2)} = \frac{\zeta}{\gamma(\nu^2 - n_z^2)} = \frac{1}{\mathcal{R}},$$

le radical $\mathcal{R}$ étant évidemment le même que pour $\omega'(\xi', \eta', \zeta')$.

Directions $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$. — Calculons par exemple les cosinus directeurs de $\mathfrak{A}(X_a, Y_a, Z_a)$, les autres s'obtiennent par permutation tournante. $\mathfrak{A}$ est la normale au plan qui passe par $\mathfrak{C}(\alpha, \beta, \gamma)$ et par l'axe $OX(\iota, 0, 0)$: d'où les trois conditions

$$X_a^2 + Y_a^2 + Z_a^2 = \iota, \quad X_a \alpha + Y_a \beta + Z_a \gamma = 0, \quad X_a = 0,$$

d'où

$$\frac{X_a}{0} = \frac{Y_a}{\gamma} = \frac{Z_a}{-\beta} = \frac{\iota}{\sqrt{\beta^2 + \gamma^2}}.$$

On en conclut

$$(A) \quad X_a = 0, \quad Y_a = \frac{\gamma}{\sqrt{\beta^2 + \gamma^2}}, \quad Z_a = \frac{-\beta}{\sqrt{\beta^2 + \gamma^2}}.$$

Calcul des angles $\widehat{A\omega}$, $\widehat{B\omega}$, $\widehat{C\omega}$. — On a évidemment, à l'aide des valeurs calculées ci-dessus,

$$\cos \widehat{A\omega} = \xi X_a + \eta Y_a + \zeta Z_a = \frac{\xi \gamma (n_x^2 - n_y^2)}{\mathcal{R} \sqrt{\beta^2 + \gamma^2}}.$$

Le radical $\mathcal{R}$ est compliqué et se prête mal au calcul numérique. On tourne cette difficulté en utilisant $\cos A\omega'$ qui est égal et de signe contraire à $\sin A\omega$, puisque $\mathfrak{A}\omega$ et $\mathfrak{A}\omega'$ sont rectangulaires et que $\widehat{A\omega}$ et $\widehat{A\omega'}$ doivent être comptés dans le même sens que $\widehat{AB}$, $\widehat{BC}$ et $\widehat{CA}$,

$$-\sin \widehat{A\omega} = \xi' X_a + \eta' Y_a + \zeta' Z_a = \frac{\alpha (n_x^2 - n_y^2)}{\mathcal{R} \sqrt{\beta^2 + \gamma^2}}.$$

Divisant membre à membre, il vient, après avoir remis $\cos \alpha$, $\cos \beta$, $\cos \gamma$ au lieu de α , β , γ ,

$$(5a) \quad \widehat{\text{tang A}(\hat{O})} = \frac{\cos \alpha}{\cos \beta \cos \gamma} \frac{v^2 - n_x^2}{n_z^2 - n_y^2},$$

et les deux autres expressions analogues de $\widehat{\text{B}(\hat{O})}$, $\widehat{\text{C}(\hat{O})}$.

On les simplifie encore en remplaçant les cosinus par leur valeur tirée de (4b)

$$(5b) \quad \begin{cases} \widehat{\text{tang A}(\hat{O})} = \widehat{\text{tang BC}} \frac{n_x^2 - v^2}{n_y^2 - n_z^2}, \\ \widehat{\text{tang B}(\hat{O})} = \widehat{\text{tang CA}} \frac{n_y^2 - v^2}{n_z^2 - n_x^2}, \\ \widehat{\text{tang C}(\hat{O})} = \widehat{\text{tang AB}} \frac{n_z^2 - v^2}{n_x^2 - n_y^2}, \end{cases}$$

expressions très simples qui fournissent un contrôle précieux de l'ensemble des paramètres optiques du cristal, car les trois angles calculés ci-dessus ont été directement observés. La valeur de v est celle qui est calculée par l'équation (3) et non la valeur observée.

Pour achever la détermination de la constitution optique du cristal, il reste à définir l'orientation des trois axes X, Y, Z, par rapport aux axes cristallographiques. Or la direction de repère $\mathfrak{XW}$ observée en même temps que $\mathfrak{XA}$, $\mathfrak{XB}$, $\mathfrak{XC}$ permet d'opérer ce raccordement, car l'orientation cristallographique de la face $\mathfrak{X}$ est supposée connue ainsi que $\mathfrak{XW}$. Il ne reste plus alors à effectuer que des calculs familiers aux cristallographes.

EXEMPLE NUMÉRIQUE. — L'acide tartrique droit qu'on trouve dans le commerce en gros cristaux clinorhombiques hémédres se prête très bien à l'application des théories exposées ci-dessus : les trois indices sont assez différents entre eux pour permettre des vérifications concluantes; de plus les

cristaux sont relativement faciles à tailler et à polir ⁽¹⁾. Ils réuniraient toutes les conditions désirables si les faces naturelles étaient plus régulières. Toutefois le clivage facile p et les faces e' presque toujours bien développées offrent des repères cristallographiques suffisants.

Je citerai comme exemple de l'emploi des formules précitées les calculs numériques relatifs aux mesures effectuées sur une face artificielle $\mathfrak{K}$ représentant approximativement d' .

Données cristallographiques. — La projection stéréographique ci-contre (*fig. 2*) résume les angles relevés sur des cristaux assez médiocres; leurs valeurs s'accordent à peu près avec celles de Rammelsberg, La Provostaye et Pasteur.

Faces naturelles.	Face artificielle.
$pm = 83^{\circ} 0'$	$\mathfrak{K}m = 43.57'$
$pe' = 31.50$	$\mathfrak{K}p = 39.6$
$mo' = 34.50$	
$e'o' = 63.59$	$\mathfrak{K}m - \mathfrak{K}p = 80^{\circ} 3' \quad pm = 83^{\circ} 0'$
$me' = 31. 5 \text{ obs. } 50^{\circ} 40'$	

Données optiques. — D'après diverses mesures assez concordantes, la bissectrice aiguë Z est dans le plan de la figure $o'pa'$ et fait du côté de a' un angle de $18^{\circ} 15'$ avec la normale p (clivage facile) : l'axe X d'élasticité optique coïncide avec g^1 : le trièdre XYZ de la figure 1 est donc représenté sur la figure 2 par les mêmes lettres. En traçant les grands cercles $\mathfrak{K}X$, $\mathfrak{K}Y$, $\mathfrak{K}Z$ jusqu'à la rencontre du cercle dont $\mathfrak{K}$ est le pôle, on obtient

(1) On taille à la lime la facette orientée dans la direction choisie; en la frottant sur un verre donc légèrement humecté par l'huile on la rend bien plane; on la frotte ensuite sur une peau de chamois très fine tendue sur une glace et humide de pétrole, puis sur une autre à sec. On arrive en quelques minutes à un poli très satisfaisant. (Voir F. KOHLRAUSCH, *Wied. Annalen*, t. VI, p. 86. — FR. LOUIS PERROT, *Arch. de Genève*, 3^e période, t. XXI.

(lumière jaune de la soude, température moyenne 20°C.) :

$$n_x = 1,49606, \quad n_y = 1,53593, \quad n_z = 1,60554;$$

le dernier chiffre est très douteux, la précision ne dépassant guère une unité de la quatrième décimale.

On en déduit, pour l'angle intérieur 2V et pour l'angle extérieur 2E des axes optiques,

$$\begin{aligned} 2V &= 77^{\circ}9'34'' \text{ calculé,} & 2E &= 156^{\circ}35'42'', \\ &77^{\circ}4' & \text{observé dans la benzine.} \end{aligned}$$

Observations sur la farete $\mathfrak{F}$ précitée (cristal F). — Les mesures du 11 février 1902 ont donné les résultats suivants (moyenne de deux groupes d'observations faites à 180° en azimut) :

Incidence maximum ou minimum de réflexion totale.	Azimut correspondant (origine arbitraire).
$I_x = 52^{\circ}20'43''$	$A = 169^{\circ}13'$
$I_y = 54.22.13$	$B = 232.38$
$I_z = 58.11.30$	$C = 282.53$
$I = 55.13.20$	$(\Omega) = 212.28$

d'où l'on conclut

$$\begin{aligned} \widehat{AB} &= B - A = 63^{\circ}25' & \widehat{A(\Omega)} &= (\Omega) - A = +43^{\circ}15' \\ \widehat{BC} &= C - B = 50^{\circ}15' & \widehat{B(\Omega)} &= (\Omega) - B = -20^{\circ}10' \\ \widehat{CA} &= A - C = 56^{\circ}20' - 180^{\circ} & \widehat{C(\Omega)} &= (\Omega) - C = -70^{\circ}25' \end{aligned}$$

L'identité des signes des angles $\widehat{AB}$, $\widehat{BC}$, $\widehat{CA}$ ramenés entre 0° et 90° montrent que ces valeurs sont compatibles et peuvent servir au calcul des angles $\alpha\beta\gamma$.

Calcul des indices n_x, n_y, n_z, ν . — L'indice N du flint lourd qui constitue la demi-sphère auxiliaire a été déterminé de plu-

unités de la quatrième décimale, pourrait faire supposer qu'il y a eu confusion entre la valeur de ν et celle de n_y : on verra plus loin qu'en effectuant l'inversion la concordance n'est pas meilleure. Il y a eu quelque erreur dans l'observation de l'angle de réflexion totale (le rideau obscur manque parfois de netteté dans certains azimuts) ou dans l'azimut du minimum de cet angle d'incidence.

C'est une occasion de montrer que le meilleur contrôle du bon choix de l'indice moyen est celui qui résulte du calcul théorique des azimuts relatifs des plans d'incidence.

Calcul des azimuts relatifs $\widehat{A\omega}$, $\widehat{B\omega}$, $\widehat{C\omega}$ par les formules (5_b).

— Les valeurs de n_x^2 , n_y^2 , n_z^2 étant connues et celle de ν^2 venant d'être calculée $\nu^2 = 0,21400$ (car c'est la valeur calculée de ν^2 et non la valeur observée qui entre dans les formules) on en déduit :

$$\begin{array}{ll} n_x^2 - n_y^2 = -0,12090 & n_z^2 - \nu^2 = +0,17455 \\ n_y^2 - n_z^2 = -0,21990 & n_y^2 - \nu^2 = +0,05365 \\ n_z^2 - n_x^2 = +0,34080 & n_z^2 - \nu^2 = -0,16625 \end{array}$$

Les logarithmes de $\cot \widehat{BC}$, $\cot \widehat{CA}$, $\cot \widehat{AB}$ ayant déjà été obtenus précédemment, on a tous les éléments nécessaires pour calculer $\widehat{A\omega}$, $\widehat{B\omega}$, $\widehat{C\omega}$ et les comparer aux valeurs observées données ci-dessus.

$\log \tan \widehat{BC} = 0,08004$	$\log \tan \widehat{CA} = 0,35825$	$\log \tan \widehat{AB} = 0,30068$
$\log(n_x^2 - \nu^2) = 1,24192 n$	$\log(n_y^2 - \nu^2) = 2,72957 n$	$\log(n_z^2 - \nu^2) = 1,22076$
$-\log(n_y^2 - n_z^2) = 0,65777 n$	$-\log(n_z^2 - n_x^2) = 0,46750$	$-\log(n_x^2 - n_y^2) = 0,91757$
$\log \tan \widehat{A\omega} = 1,97973$	$\log \tan \widehat{B\omega} = 1,55532 n$	$\log \tan \widehat{C\omega} = 0,43901$
$\widehat{A\omega} = + 43^\circ 40' \text{ calc.}$	$\widehat{B\omega} = - 19^\circ 45'$	$\widehat{C\omega} = - 70^\circ 0'$
$43^\circ 15' \text{ obs.}$	$- 20^\circ 10'$	$- 70^\circ 25'$
$\text{obs. — calc.} \dots - 25'$	$\text{obs. — calc.} \dots - 25'$	$\text{obs. — calc.} \dots - 25'$

La concordance est ici très satisfaisante, ce qui tend à prouver que l'erreur d'observation porte plutôt sur l'incidence I de réflexion totale correspondant à ν que sur les azimuts ABC ⁽¹⁾.

La différence observée — calculée est exactement la même pour les trois directions, puisque dans le calcul des azimuts relatifs $\widehat{A\omega}$, $\widehat{B\omega}$, $\widehat{C\omega}$ entrent les angles déjà employés $\widehat{AB}$, $\widehat{BC}$, $\widehat{CA}$ et que la seule erreur qui puisse se présenter c'est celle qui porte sur l'origine commune, c'est-à-dire sur la direction ω .

Orientation cristallographique des axes d'élasticité optique. — Le cristal F se prêtait mal par sa forme et sa grosseur à la détermination de l'azimut cristallographique W indiqué plus haut. Néanmoins j'ai pu conclure que l'arête $e'e'$ projetée sur le plan de la facette $\mathfrak{K}$ était sensiblement parallèle au plan du limbe pour l'azimut $155^{\circ}42'$ compté à partir de la même

(¹) Cette vérification suffirait donc (en dehors de la connaissance préliminaire de n_x) à montrer que l'indice moyen adopté est bien choisi. Si l'on veut en avoir la preuve directe, on n'a qu'à recommencer les calculs en intervertissant B et C , n_y et ν , qui deviennent respectivement $(\omega'B')$, ν' et n_y' .

$$\alpha' = 62^{\circ}4', \quad \beta' = 49^{\circ}49', \quad \gamma' = 53^{\circ}55'.$$

La valeur calculée

$$\nu'^2 = n_x^2 \cos^2 \alpha' + n_y'^2 \cos^2 \beta' + n_z^2 \cos^2 \gamma' = \dots$$

donne

$$\nu' = 1,53583 \text{ calculé}$$

$$\nu' = 1,53637 \text{ observé}$$

$$\text{obs.} - \text{calc.} = 0,00104$$

La différence observée — calculée est sensiblement la même que dans le premier système de valeurs et dépasse aussi l'erreur ordinaire de ce genre de contrôle.

Mais le second critérium est tout à fait décisif; les azimuts relatifs calculés de $\widehat{A(\omega')}$, $\widehat{B(\omega')}$, $\widehat{C(\omega')}$ ne s'accordent plus du tout avec les valeurs observées

$$\begin{array}{l} A(\omega') = 180^{\circ} + 11^{\circ}19' \text{ calculé} \\ \quad \quad \quad = 116^{\circ}35' \text{ observé} \end{array} \quad \begin{array}{l} B(\omega') = 18^{\circ}35' \text{ calculé} \\ \quad \quad \quad = 20^{\circ}10' \text{ observé} \end{array} \quad \begin{array}{l} C(\omega') = 180^{\circ} - 50^{\circ}14' \\ \quad \quad \quad = 50^{\circ}15' \end{array}$$

origine arbitraire que ABC. On la reporte aisément sur le cercle $\mathcal{A}\mathcal{B}\mathcal{C}$, car l'arête $e'e'$ est représentée par le pôle du cercle $pe'e'p$, c'est-à-dire par le point W_1 et l'intersection du grand cercle $\mathcal{A}W_1$ avec $\mathcal{A}\mathcal{B}\mathcal{C}$ fournit le point W.

La construction de Stöber (*Voir le Bulletin*, t. XXII, p. 42; 1899) permet de résoudre directement sur la projection stéréographique la détermination de l'orientation cristallographique des trois axes X, Y, Z avec une approximation suffisante.

Connaissant au préalable les trois directions, ainsi qu'on l'a vu plus haut, je me suis borné à la vérification graphique inverse, c'est-à-dire, connaissant XYZ, à déterminer ABC; la concordance a été de l'ordre des erreurs des tracés, c'est-à-dire de 1" ou 2", approximation suffisante, en égard à l'incertitude du repère cristallographique W; avec des données plus précises, il vaudrait mieux opérer par le calcul.

En résumé, on voit que les théories exposées ci-dessus sont vérifiées par l'expérience au degré de précision que comportent la perfection de la face réfléchissante et celle des faces naturelles.

Les formules très simples dont on vient de voir l'application permettent donc de se contenter, à la rigueur, d'une seule facette pour obtenir, par un calcul facile, les trois paramètres optiques principaux du cristal en grandeur et en direction. Les erreurs deviennent presque impossibles, grâce aux contrôles qu'on rencontre à chaque pas dans le calcul numérique.

(Extrait du *Bulletin de la Société française de Minéralogie*,
Janvier-Février 1902.)

CONSERVATOIRE NATIONAL DES ARTS ET MÉTIERS.

1891-1892

CONFÉRENCES PUBLIQUES
SUR LA PHOTOGRAPHIE
THÉORIQUE ET TECHNIQUE.

CONFÉRENCE DU 17 JANVIER 1892:

Par M. A. CORNU.



PARIS,

GAUTHIER-VILLARS ET FILS, IMPRIMEURS-LIBRAIRES

DU CONSERVATOIRE NATIONAL DES ARTS ET MÉTIERS,

55, Quai des Grands-Augustins.

1892

LA

PHOTOGRAPHIE CÉLESTE,

CONFÉRENCE DU 17 JANVIER 1892 (1)

Par M. A. CORNU,

Membre de l'Institut et du Bureau des Longitudes,
Professeur à l'École Polytechnique,
Membre d'honneur de la Société française de Photographie.

MESSIEURS,

Il y a quelques semaines, mon savant confrère, M. Janssen, vous faisait le tableau éloquent des services que la Photographie a rendus et doit rendre encore à la science astronomique, la *Science des Sciences*, suivant l'heureuse expression par laquelle il commençait son discours. Dans ce brillant exposé, l'habile directeur de l'Observatoire de Meudon a eu surtout en vue l'Astronomie physique, c'est-à-dire la description des objets célestes, leur structure, leur variation d'aspect. Les magnifiques épreuves qu'il a fait passer sous vos yeux vous ont apporté, sous des formes saisissantes, les grands résultats dont il décrivait l'importance et l'intérêt.

Aujourd'hui, je vais aborder devant vous l'exposé d'un autre genre de services rendus à la même science par la Photographie. Sous le titre de *Photographie céleste*, nous comprendrons le concours que la Photographie apporte aux mesures astronomiques de haute précision.

Vous savez, en effet, que l'Astronomie ne se borne plus,

(1) Cette conférence a déjà paru dans la *Revue générale des Sciences pures et appliquées*, dont le Directeur, M. Louis Olivier, a eu l'obligeance de nous prêter les clichés des figures insérées ci-après, p. 268, 269 et 275.

comme au temps des pasteurs de la Chaldée, à la contemplation des astres. Depuis longtemps, son rôle est devenu plus difficile : elle détermine les trajectoires de ces astres, elle recherche les lois de leurs mouvements, de leurs transformations, pour déduire des observations du passé les mouvements et les transformations de l'avenir. C'est du résultat de ces calculs, exécutés plusieurs années d'avance, que le voyageur, dans les déserts, que le marin, sur les océans, attendent la direction de leur route. Pour ces admirables prévisions, il faut des mesures d'une délicatesse incomparable. Jusqu'à ces derniers temps, on faisait ces observations sur les images visibles au foyer des télescopes et des lunettes. La Photographie a ouvert une ère nouvelle : c'est sur l'image des astres fixée à la surface de la plaque sensible que l'on cherche maintenant à effectuer tout ce travail de haute précision.

Il n'est donc pas nécessaire d'insister plus longuement sur l'importance de cette nouvelle méthode. Les développements que je vais vous exposer à ce sujet seront peut-être un peu arides, un peu sévères; mais j'espère qu'ils vous feront comprendre d'une manière bien nette les grands services que la Photographie est appelée à rendre à l'Astronomie de précision et, par suite, à la Mécanique céleste.

Dans cet exposé, je me bornerai à choisir, dans l'ordre historique, les principales étapes des progrès successivement accomplis.

I. — Procédés et appareils.

Ces progrès ont toujours été corrélatifs de ceux de la sensibilité des substances impressionnables à la lumière. Ainsi, on a commencé par la photographie du Soleil, dont l'éclat considérable n'exige qu'une sensibilité médiocre. Quand les procédés se sont perfectionnés avec les collodions, on a passé aux observations de la Lune et des planètes, en un mot des astres errants donnant le plus de lumière par unité de surface. Enfin, la découverte des plaques extrêmement sensibles, au gélatinobromure d'argent, a permis d'attaquer les grands problèmes de la carte céleste, c'est-à-dire l'obtention directe et en quelque sorte automatique de l'image des étoiles fixes.

La Carte photographique du ciel offre en effet à peu près tous les genres de difficultés que la Photographie a été appelée successivement à vaincre : finesse des images, perfection de la similitude géométrique, compensation du mouvement de l'objet, etc. Le succès de cette grande entreprise est donc le couronnement de tous les progrès accomplis par la Photographie. D'après ces nouveaux perfectionnements, vous devez comprendre que la Photographie se prête à l'emploi des méthodes les plus délicates de l'Astronomie. Si, sous quelques rapports, la Photographie est inférieure à l'observation directe, sous beaucoup d'autres, elle lui est supérieure.

L'infériorité générale de la méthode photographique, c'est la substitution à l'image, en quelque sorte immatérielle, qui se produit au foyer des lunettes et des télescopes, d'une image matérielle, composée de petits grains plus ou moins grossiers. De plus, on utilise, pour la Photographie, non pas les radiations que notre œil perçoit, mais d'autres, peu différentes, il est vrai, mais qui cependant ne sont pas les mêmes ; de sorte que la Photographie ne représente pas exactement l'image que notre œil est accoutumé à observer. Si cette dernière altération de la nature de l'image est parfois un inconvénient, il est juste de dire que, le plus souvent, elle constitue un grand avantage, puisque la Photographie permet de fixer des détails que l'œil n'apercevait pas. D'ailleurs, cet inconvénient, comme beaucoup d'autres, a été considérablement atténué par les progrès successivement réalisés. Ces réserves faites, les avantages de l'observation photographique sur l'observation de l'image directe sont considérables. En premier lieu, la simultanéité d'impressions de tous les objets du champ visuel permet d'éliminer, au point de vue des mesures, les petites erreurs d'appréciation qui entachent des observations optiques inévitablement successives. En second lieu, on doit considérer comme un avantage inappréciable l'obtention simultanée, sur une même épreuve, d'un nombre considérable d'objets ou de phénomènes que l'œil aurait été obligé d'examiner successivement. Les cartes d'étoiles que je vous soumettrai tout à l'heure vous montreront combien, en quelques minutes, on peut obtenir d'étoiles sur la même plaque.

Au point de vue des études stellaires, la Photographie rend sous ce rapport un service incalculable à l'astronome : elle lui économise un temps précieux ; elle lui permet de mieux utiliser les heures si rares où les observations peuvent être faites favorablement ou encore de conserver l'image fidèle de phénomènes trop rapides pour pouvoir être étudiés au moment où ils ont lieu.

Passons maintenant rapidement en revue les conditions essentielles que doit remplir une épreuve photographique pour se prêter aux mesures de haute précision.

Ces conditions se résument à trois : l'épreuve doit être *fidèle*, *détaillée* et *rapide*. L'épreuve doit être fidèle, c'est-à-dire qu'elle doit présenter les formes générales, sans aucune altération ni *distorsion*. L'épreuve doit être remplie de détails : une image grossière, fût-elle correcte dans l'ensemble, n'aurait, pour l'astronome, qu'une valeur insignifiante. Enfin la rapidité est une condition, en quelque sorte, essentielle : c'est celle qui a guidé le progrès. Tant qu'on n'a eu que des substances peu rapides, l'Astronomie n'a tiré qu'un profit médiocre de la Photographie ; au contraire, les applications se sont multipliées à l'infini depuis l'invention des émulsions très sensibles.

Voyons comment les appareils d'optique peuvent donner des images fidèles et détaillées.

D'abord, je vous ferai remarquer que ce sont toujours des lentilles, des miroirs, ou des combinaisons plus ou moins simples de ces éléments qui sont chargés de produire, à leur foyer réel, les images photographiques. Chaque point de ces images est constitué par la réunion des radiations émanées de l'objet lumineux. Or, les radiations utilisées en Photographie ne sont pas, nous l'avons déjà dit, les mêmes radiations que celles qui impressionnent notre œil. Vous savez, en effet, que les rayons de la lumière blanche ne sont pas simples, et que la partie qui fournit le plus grand éclat visible, c'est la lumière jaune. En Photographie, c'est la partie située entre bleu et violet, au voisinage de la raie G de Fraunhofer, qui correspond au maximum d'impression photochimique.

D'où résulte ce fait bien connu de ceux qui manient les ap-

pareils photographiques : à savoir, que la plus grande netteté des épreuves ne se produit pas exactement dans le même plan focal que la plus grande netteté des images visibles.

Avec des lentilles simples, le *foyer chimique* est notablement en avant du *foyer visible*, parce que tous les verres réfractent plus les rayons violets que les rayons jaunes ; le point de convergence des rayons violets est donc plus rapproché de la lentille que le point de convergence des rayons jaunes.

Lorsqu'on cherche méthodiquement à obtenir ce foyer chimique, on reconnaît qu'une lentille simple ne donne jamais, sauf dans des cas très particuliers, une très grande finesse d'image ⁽¹⁾. Cela tient à ce que, si le maximum d'impression photochimique a lieu pour les radiations indigo, voisines de G, la radiation bleue, moins réfrangible, et surtout la série des radiations violettes et ultra-violettes, plus réfrangibles, ont une action très appréciable.

Or, ces diverses radiations formant leur foyer en avant et en arrière du plan focal de la radiation de couleur indigo superposent une série d'images imparfaites à l'image principale. Chacune individuellement n'aurait pas grande influence ; mais leur superposition, fournissant une *somme* d'impressions, cause un trouble très appréciable sur les contours.

De là, la nécessité de rendre les lentilles achromatiques pour les rayons chimiques, comme on est obligé de les rendre achromatiques pour les rayons visibles lorsqu'on les destine aux observations de pure Optique.

Vous savez comment on y parvient : on accole à la lentille simple convergente (en *crown glass*) une lentille divergente d'un verre particulier (*flint glass*) plus *dispersif*, c'est-à-dire qui, toutes choses égales, offre une différence plus considérable dans la réfraction des couleurs extrêmes, rouge et violet.

Cette lentille additionnelle allonge considérablement le foyer moyen de la lentille convergente, mais elle agit inégalement

(1) On doit citer le procédé que M. Janssen a utilisé très ingénieusement pour la Photographie solaire : un temps de pose de plus en plus rapide affaiblit l'action de toutes les radiations ; à la limite il ne reste plus que celle de la plus intense ; de sorte que, dans ces conditions, la lentille simple fonctionne comme une lentille achromatique.

sur les diverses radiations : elle allonge le foyer du violet plus que celui du rouge, de sorte qu'on arrive à établir la coïncidence entre les foyers des couleurs extrêmes. De là un achromatisme très approché. La comparaison des *fig. 1* et *2*, qui montrent la répartition des foyers des sept couleurs principales

Fig. 1.



Lentille simple.

du spectre, vous donnera une idée exacte de ce que produit l'adjonction de la lentille divergente.

Avec la lentille simple (*fig. 1*), la série des distances focales croîtrait du violet au rouge (VIBVJOR).

Avec le système de deux lentilles (*fig. 2*) calculées pour

Fig. 2.



Système de deux lentilles.

donner le meilleur achromatisme visible, la série des distances focales est en quelque sorte repliée sur elle-même, comme le serait un ruban qu'on replierait de manière à mettre en coïncidence deux de ses points ; le meilleur effet s'obtient en faisant coïncider le foyer des rayons bleus avec celui des rayons rouge orangé.

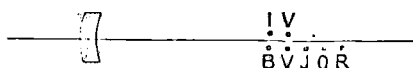
On voit, d'après cela, que l'achromatisme obtenu n'est pas rigoureux, puisque toutes les couleurs ne forment pas leur foyer au même point ; mais cependant l'effet est pratiquement très satisfaisant, car les radiations comprises entre le vert et l'orangé, les plus efficaces pour la vue, sont réunies dans un espace extrêmement restreint qui se trouve définir le minimum de distance focale du système.

Cette analyse de l'achromatisme pour les rayons visibles, montre immédiatement comment on doit répartir les foyers

pour obtenir le meilleur achromatisme du rayon photographique. Il faut *replier* le spectre de manière que les foyers des radiations les plus efficaces au point de vue photochimique soient resserrés dans la région du minimum de distance focale.

La *fig.* 3 montre la répartition des foyers des diverses couleurs d'un objectif achromatique pour les rayons chimiques;

Fig. 3.



Objectif achromatique pour les rayons chimiques.

le foyer de l'indigo occupe la place correspondant au jaune dans les objectifs achromatisés pour les rayons visibles.

On voit ainsi que, *pour utiliser le mieux possible la plus grande partie, sinon la totalité, des radiations efficaces* d'une source donnée, la Photographie exige des objectifs spéciaux, calculés en vue de la région spectrale où la couche impressionnable offre le maximum de sensibilité. Actuellement les émulsions les plus sensibles, dites au *gélatinobromure*, offrent un maximum très marqué vers l'indigo; mais si, par le progrès des préparations photochimiques, la position du maximum était modifiée soit du côté de l'ultra-violet, soit de préférence du côté jaune (ce qu'on recherche avec les plaques isochromatiques), il faudrait changer le calcul des objectifs afin de donner la distance focale minimum à la radiation d'action maximum.

Telle est la condition correcte pour obtenir la meilleure utilisation de la totalité des radiations photochimiques efficaces; mais, le plus souvent, il n'est pas nécessaire d'utiliser toutes les radiations; la plus intense suffit généralement pour obtenir des images sinon parfaites, du moins très suffisantes: alors la rigueur de l'achromatisme chimique devient secondaire, et l'on peut très bien se contenter de l'achromatisme optique, que les opticiens réussissent en général d'une manière remarquable. La *fig.* 2, qui représente dans ce cas la répartition des foyers des diverses radiations, montre que le

foyer des rayons indigo est un peu en arrière du foyer des rayons jaunes : c'est, on le voit, la disposition inverse que présente la lentille simple (*fig. 1*).

On est donc assuré de trouver le *foyer chimique* en le cherchant méthodiquement en arrière du foyer visible, qu'on détermine avec une grande précision ⁽¹⁾ : il se trouve généralement à une distance voisine de $\frac{1}{2v}$ de la distance focale principale. On comprend, en voyant combien les foyers sont déjà rapprochés, comment on peut obtenir des images relativement bonnes avec des objectifs achromatisés pour les rayons visibles. Si, en outre, l'ouverture angulaire de l'objectif est faible ($\frac{1}{2v}$ à $\frac{1}{3v}$), on arrive alors à des résultats très satisfaisants, à cause de la *tolérance* subsistant pour la mise au point.

C'est ce qui a permis, dans un certain nombre d'observations, d'utiliser les objectifs des grands équatoriaux (qui remplissent toujours ces conditions de faible ouverture), d'obtenir de très belles épreuves d'astres brillants comme le Soleil ou la Lune, et même d'astres faibles comme les étoiles : nous aurons d'ailleurs l'occasion de revenir plus loin sur ce point.

L'idée si naturelle d'utiliser pour la Photographie les grands objectifs astronomiques, dont les qualités optiques sont reconnues, a conduit à rechercher un moyen d'obtenir l'achromatisme chimique sans altérer les courbures des verres, de manière à se servir alternativement du même instrument pour les observations optiques ou photographiques.

Rutherford, en Amérique, imagina d'ajouter un troisième verre compensateur qui transformait l'achromatisme optique en achromatisme chimique, et c'est grâce à cette adjonction qu'il obtint ces belles épreuves de la Lune, remarquables par la finesse des détails.

Ce procédé a malheureusement le défaut non seulement d'être très coûteux, mais de nécessiter un verre aussi parfait

(1) Il suffit de placer dans le châssis porte-plaque une glace présentant des rayures sur la face qui remplace la couche sensible; avec une forte loupe on met les traits en coïncidence avec l'image focale.

comme matière et comme surfaces que les deux verres de l'objectif employé.

On peut arriver au même résultat à l'aide d'un artifice infiniment plus simple et qui a l'avantage de n'exiger aucun verre additionnel : l'artifice consiste à écarter d'une petite quantité les deux verres qui composent l'objectif ; on voit, en effet, en comparant sur les *fig.* 1, 2 et 3 la répartition du foyer des diverses couleurs, que l'achromatisme optique est un achromatisme chimique *dépassé*, en ce sens que la lentille divergente a allongé la distance focale des rayons indigo plus qu'il ne faudrait pour en maintenir le foyer au voisinage du minimum ; la lentille agit donc d'une manière trop énergique.

On conçoit alors que, pour en diminuer l'influence, il suffise de l'interposer moins près de l'origine des faisceaux convergents à leur sortie du flint : c'est précisément ce qu'on réalise par l'écartement progressif de deux verres, qu'on poursuit jusqu'à ce que la distance focale de l'indigo soit minimum. On constate, à mesure que l'écartement augmente, une amélioration progressive de la finesse des images ; on s'arrête lorsque le maximum de perfection est atteint, car, au delà d'un certain écartement (voisin de 1 pour 100 de la distance focale principale), la perfection des images s'altère de nouveau. Dans ces essais méthodiques, on se guide sur la différence de position de l'image optique et de l'image photographique ; on reconnaît, conformément aux figures ci-dessus, qu'on approche du maximum de perfection lorsque le foyer chimique, d'abord en arrière du foyer optique, l'atteint peu à peu, et finit par passer en avant.

Cette transformation de l'achromatisme des rayons visibles en achromatisme chimique a été employée dans diverses occasions que nous citerons bientôt : elle n'offre que des avantages au point de vue de la facilité des observations des deux genres ; elle a toutefois un petit inconvénient qui empêche de l'appliquer aussi souvent qu'il serait utile de le faire dans les Observatoires : l'écartement utile du verre entraîne une diminution notable de la distance focale (environ 7 à 8 pour 100) que la construction antérieure des corps de lunette n'a pas toujours prévu.

J'ai insisté un peu longuement, Messieurs, sur cette question si intéressante de l'achromatisme des objectifs, bien qu'il existe un autre type d'instrument qui donne des images focales rigoureusement achromatiques : ce sont les miroirs concaves ou miroirs de télescope ; mais cette perfection théorique est contrebalancée par un inconvénient pratique qui rend très difficile l'emploi des miroirs pour les images photographiques, particulièrement dans le cas des longues durées d'exposition : cet inconvénient est la déformation accidentelle du miroir, qui, altérant la forme de la surface réfléchissante, modifie la distance focale et la perfection des images. Aussi, bien que des observateurs habiles aient obtenu des épreuves admirables au moyen des miroirs, la grande majorité des astronomes s'est déclarée en faveur des objectifs pour les études courantes de Photographie astronomique, en particulier pour la Carte du ciel.

J'ajouterai encore quelques mots pour terminer ces préliminaires un peu pénibles, mais nécessaires pour bien comprendre les conditions à remplir. On démontre, en Optique, que l'intensité d'une image, au foyer d'un objectif, est proportionnelle à la surface libre de l'objectif, et en raison inverse du carré de la distance focale, ou, en d'autres termes, proportionnelle au carré de l'angle sous lequel un point de la plaque sensible voit le diamètre de l'objectif. Donc, quand nous aurons un objet très lumineux, nous pourrons réduire cet angle à être très petit. Par exemple, on peut photographier le Soleil avec un très petit objectif à très long foyer. Si, au contraire, on veut photographier un astre extrêmement petit, il faut prendre une ouverture d'objectif considérable : on est vite arrêté dans cette voie, car, lorsqu'on emploie des lentilles d'ouverture angulaire trop grande, on arrive à des aberrations de sphéricité ou à des distorsions, en un mot à des altérations de l'image focale : on est donc forcé de rester dans des limites assez étroites : on ne peut guère dépasser une ouverture égale à $\frac{1}{12}$, c'est-à-dire « *le pied pour pouce* », suivant la règle des opticiens, autant de pieds de distance focale que de pouces de diamètre de l'objectif.

II. — Photographie du Soleil, de la Lune et des planètes.

Passons maintenant rapidement en revue les progrès successifs de l'application de la Photographie aux mesures astronomiques de précision.

C'est par le Soleil, à cause de son énorme intensité, qu'on a commencé. La première couche impressionnable appliquée aux observations solaires est la couche d'iodure d'argent, de Daguerre. Vous connaissez tous ce procédé : aussi ne vous le décrirai-je pas. La plaque iodée, peu sensible pour le portrait, était au contraire trop facilement impressionnable quand il s'agissait d'une épreuve solaire ; il y avait donc une véritable méthode d'observation à imaginer pour utiliser cet agent nouveau.

C'est dès 1845, c'est-à-dire six ans après la divulgation de la découverte de Daguerre par Arago, que MM. Fizeau et Foucault, sur les conseils d'Arago (qui, dans un lumineux rapport, avait déjà fait pressentir les services que la Photographie était appelée à rendre à l'Astronomie), ont obtenu la première image du Soleil : non pas une empreinte vague que tout le monde pouvait produire et sans aucune valeur, mais une véritable image astronomique présentant toutes particularités intéressantes de la surface solaire : taches, facules, apparence sphérique bien marquée, etc...

Voici une de ces plaques, que m'a gracieusement prêtée M. Fizeau ; c'est la seule peut-être qui existe remontant à une date aussi éloignée. Elle a été obtenue de manière à donner une image de 0^m,08 au Soleil avec un objectif de 10^m de foyer, et recevant le faisceau d'un héliostat, avec un écran mobile interrupteur.

Après Daguerre, c'est à M. Fizeau que l'on doit les plus grands perfectionnements dans les procédés photographiques ; car c'est lui qui a découvert la première substance accélératrice, à savoir la vapeur de brome. De plus, il a trouvé la manière de rendre absolument fixe cette image daguerrienne si fugitive, que le moindre attouchement pouvait détruire, en

durant l'épreuve par l'action d'un sel d'or, l'hyposulfite double d'or et de soude, composé isolé depuis lors par Fordos et Gélis.

Ces études sont restées à l'état d'essai pendant un certain nombre d'années, et il faut aller jusqu'au delà de 1850 pour trouver une observation régulière du Soleil, non plus par des dessins sur papier blanc, d'après une projection comme le faisait Carrington et le P. Secchi, mais par la Photographie. C'est à Warren de la Rue que l'on doit la création de l'héliographe pour l'étude méthodique des taches solaires, vers 1851. Le photo-héliographe est un appareil assez simple, qui a l'avantage, non pas d'être le plus correct (la précision n'ayant pas besoin d'être d'extrême, vu le caractère nébuleux et irrégulier des taches), mais d'être le plus commode des instruments à employer pour les observations courantes de Physique solaire.

L'appareil de MM. Fizeau et Foucault était un instrument très précis, se composant d'un objectif et d'une plaque sensible située au foyer même de l'objectif. Mais cette distance focale de 10^m était un obstacle pour avoir un appareil pratique. Cet appareil présentait encore un inconvénient : il lui fallait un héliostat, c'est-à-dire un miroir dirigeant le faisceau solaire dans l'axe de la lunette.

L'héliographe de Warren de la Rue a l'avantage, avec une petite longueur et sans héliostat, de donner une grande image.

Le principe de l'instrument remonte à Galilée. L'illustre physicien avait remarqué que, si l'on dirigeait une lunette vers le Soleil, il suffisait de retirer très légèrement l'oculaire pour obtenir, en arrière, sur un papier blanc, l'image du Soleil avec une très grande dimension et une très grande netteté. Voici d'anciennes gravures du xvii^e siècle montrant des observateurs prenant des mesures avec un compas et l'ombre d'un fil à plomb sur l'image amplifiée d'une lunette de Galilée.

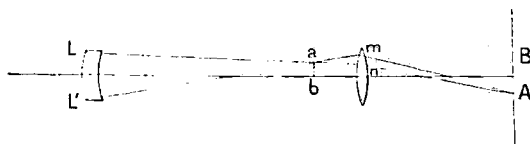
L'héliographe est donc composé d'un objectif d'environ 1^m de distance focale : l'image réelle produite au foyer est reçue sur une sorte d'oculaire à deux verres, lequel reprend les rayons divergents de cette image et les fait converger à nouveau de manière à donner une image amplifiée qu'on reçoit sur la plaque sensible. Pour obtenir une durée d'exposition

suffisamment courte, une lame métallique percée d'une fente, mue par un ressort, se déclenche dans le plan de la première image à la volonté de l'observateur.

Ces grandes images offrent de grands avantages et de graves inconvénients; je vous demanderai la permission de m'arrêter quelques instants à les décrire. Les avantages résident dans la grandeur et la perfection apparentes de l'image amplifiée : la mise au point, en effet, présente une grande tolérance à cause de la faible ouverture des faisceaux angulaires, laquelle est en raison même du grossissement; l'achromatisme rigoureux n'est donc pas nécessaire : aussi les images photographiques sont-elles faciles à obtenir, et les imperfections dues à la mise au point ne dépassent jamais celles dues au grain de la couche sensible.

L'inconvénient grave de ces amplifications par l'oculaire est

Fig. 4.



Comparaison de l'image directe et de l'image amplifiée.

la distorsion inévitable des images amplifiées : un coup d'œil jeté sur la *fig. 4* montre la grande différence qui existe entre l'image directe *ab*, formée directement au foyer d'un objectif et celle qui a été reprise et amplifiée en *AB* par un système oculaire réduit ici à un seul verre *mn*.

Chaque point *a* de l'image directe est formé par le concours de toute la surface de l'objectif *LL'* : il en résulte que tous les points de cette image sont produits dans des conditions identiques : dès lors, même avec un objectif imparfait, si les images manquent de finesse, du moins ne présentent-elles aucune altération systématique tant qu'on reste au voisinage de l'axe principal.

Au contraire, chaque point *A* de l'image amplifiée est produit par un pinceau particulier *amnA*. On n'utilise donc pour

chaque point qu'une petite portion *mn* de l'oculaire amplificateur, variable avec le point considéré. D'où il résulte que chaque inégalité dans la taille du verre *mn* entraîne une erreur systématique dans la position du point focal correspondant, bien que la finesse du détail puisse ne pas être altérée.

L'amplification des images convient donc très bien lorsqu'on veut une peinture à grande échelle d'un phénomène brillant; mais elle est à rejeter dans le cas où l'on doit exécuter des mesures de haute précision sur des images qui doivent, avant tout, être affranchies de toute altération systématique.

J'ai l'honneur de faire passer sous vos yeux une série de magnifiques épreuves de la surface solaire, obtenues avec des héliographes à Greenwich, à Meudon; elles m'ont été confiées les unes par M. Christie, astronome royal, les autres, par M. Janssen; je prie ces savants et habiles directeurs d'agréer ici l'expression de mes remerciements.

L'un des phénomènes les plus importants que présente le Soleil, c'est celui des éclipses, non seulement au point de vue du phénomène physique, mais aussi et surtout au point de vue de la Mécanique céleste pour le perfectionnement des Tables de la Lune. La Lune, vous le savez, permet aux marins et aux voyageurs de déterminer la longitude du lieu où ils se trouvent: les observations lunaires cessent évidemment au moment de la Nouvelle Lune, sauf dans les cas très rares des éclipses, où l'on peut alors déterminer avec une grande précision la position de notre satellite.

L'observation photographique des éclipses de Soleil s'imposait donc aussi bien au point de vue de la Physique solaire que de la Mécanique céleste; les astronomes n'ont pas manqué de faire appel à ce nouveau mode d'observation dès qu'il est devenu praticable pour eux.

La première expédition qui ait été faite pour observer une éclipse de Soleil fut celle du 18 juillet 1860. C'était l'époque du grand progrès de la Photographie par la découverte du collodion sensible. Les plus illustres physiciens et astronomes prirent part à cette expédition. En Espagne, s'étaient donné rendez-vous: pour la France, Le Verrier et Foucault; pour

l'Angleterre, Warren de la Rue, qui s'était spécialement installé pour photographier les phases du phénomène, surtout en ce qui touchait l'étude des protubérances. Le P. Secchi s'était placé à la station du Desierto de Las Palmas, où Arago et Biot avaient fait naguère leurs observations géodésiques. Enfin, à Batna, en Algérie, le ministre de la guerre avait envoyé une expédition composée de plusieurs membres du corps enseignant de l'École Polytechnique, et commandée par le capitaine Laussedat, aujourd'hui colonel et directeur du Conservatoire des Arts et Métiers. Au point de vue de la Physique solaire les résultats furent des plus intéressants : les fameuses protubérances, dont l'existence avait été contestée ou attribuée à des volcans lunaires, furent photographiées et la belle épreuve de Warren de la Rue, dont j'ai l'honneur de projeter devant vous une copie, en est une preuve devenue classique.

Au point de vue des observations astronomiques de précision, le colonel Laussedat, qui avait disposé ses appareils de manière à obtenir des mesures absolues par la Photographie, montra d'une manière décisive que la Photographie était capable de donner toute l'exactitude requise pour la correction des Tables de la Lune. Voici d'ailleurs en projection la série des phases du phénomène observé à Batna, obtenue avec le concours de M. Aimé Girard, aujourd'hui professeur au Conservatoire des Arts et Métiers, et connu déjà à cette époque par ses belles recherches de Chimie photographique.

Voici d'ailleurs l'appareil même du colonel Laussedat : c'est un héliographe horizontal qui reçoit les rayons solaires par réflexion sur le miroir d'un héliostat ; mais (et c'est le point capital au point de vue de la précision des mesures) la lunette de l'héliographe peut, lorsque l'héliostat est enlevé, pointer sur une lunette méridienne qui fournit les coordonnées absolues de l'axe optique de la lunette photographique, et permet de corriger l'influence des petites déviations du miroir de l'héliostat.

Les expéditions les plus importantes qui aient été faites, tant pour l'intérêt astronomique que pour le rôle considérable qu'y joua la Photographie, furent celles relatives aux passages de Vénus sur le Soleil les 9 décembre 1874 et 6 décembre 1882.

Il est juste de dire que, dès 1849, M. Faye, le doyen des astronomes français, avait proposé d'employer la Photographie pour la plupart des observations de précision du Soleil et, particulièrement, pour les observations du passage de Vénus, afin de les débarrasser de toute intervention de l'observateur : les essais qu'il avait faits, dès 1858, avec Porro, avaient confirmé les prévisions du savant astronome.

Quelques mots, d'abord, sur les passages de Vénus : vous savez qu'ils sont extrêmement rares : ils n'arrivent que deux fois par siècle, et encore pas dans tous les siècles. C'est ainsi que le xx^e siècle ne verra pas de passage de Vénus sur le Soleil.

Cette observation si rare est très importante, parce qu'elle fournit la distance du Soleil à la Terre par une méthode entièrement géométrique et indépendante de la construction et de la précision des Tables astronomiques de ces deux astres.

Dans tous les pays, on a organisé des expéditions permettant de faire des observations où la Photographie a joué un très grand rôle. Je n'ai besoin de vous donner que l'appareil photographique de l'expédition française de 1874, les autres nations ayant adopté l'héliographe anglais. Voici d'abord l'un des appareils originaux, que nous avons reconstitué : c'est celui de la station de Nouméa ; il rappelle, comme disposition générale, l'appareil du colonel Laussedat avec un miroir et une lunette azimutale, dirigeable sur l'axe de la lunette photographique ; il en diffère par des perfectionnements importants : il s'agissait, en effet, d'obtenir avec les images des mesures de la plus haute précision ; on y est parvenu de la manière suivante :

Pour éviter la distorsion, on a supprimé l'oculaire amplificateur : la longueur de la distance focale (voisine de 4^m) fournissait une image solaire suffisante ($0^m,038$ de diamètre).

On a obtenu la perfection optique des images, en employant le procédé d'achromatisme par séparation des verres de l'objectif, reconnu préalablement très parfait pour les images visibles.

Un troisième perfectionnement a consisté à mettre l'écran obturateur au foyer même, à une très petite distance en avant

de la plaque impressionnable. Cette disposition permet de conserver toute la puissance optique de l'objectif et d'éliminer l'influence du mouvement diurne par une orientation convenable de la fente de l'obturateur.

Enfin, pour éviter les ondulations des images causées par l'air chaud enfermé dans le tube de la lunette, un ventilateur énergique fonctionnait avant chaque observation et donnait à l'air intérieur une homogénéité très complète de température sur le trajet du rayon lumineux.

J'ajouterai que l'un des perfectionnements, et non le moins important, était l'emploi, par M. Fizeau, du procédé de Daguerre pour l'obtention des images : au point de vue de la précision, rien ne vaut, en effet, la surface d'un métal comme réceptacle de l'image; il n'y a à craindre ni le boursofflement, ni le retrait de la couche sensible lors du développement par voie humide ou de la dessiccation; de plus, la finesse du daguerréotype, procédé un peu dédaigné parce qu'on ne le pratique plus, est merveilleuse lorsqu'on prend les précautions nécessaires. Or, de ce côté, l'expédition française avait un maître incomparable, M. Fizeau, qui avait apporté à la Commission le concours de sa haute expérience tant pour le contrôle de l'appareil optique que pour le perfectionnement du procédé daguerrien.

Voici, du reste, la projection des diverses phases du passage de Vénus sur le Soleil : ce sont des épreuves originales choisies parmi les plus intéressantes. Vous pouvez juger de la netteté des contours du petit disque circulaire de la planète; cette belle projection est particulièrement difficile à obtenir avec l'épreuve daguerrienne, opaque et miroitante. Vous voyez avec quel succès M. Gustave Tresca, qui a bien voulu aider M. Molteni, a réussi à vaincre les difficultés.

Voici d'autres clichés originaux obtenus au collodion sec et qu'on peut projeter comme les épreuves ordinaires de démonstration.

Ce passage du 9 décembre 1874 a été observé par cinq stations formant autant de missions distinctes, mais munies d'appareils identiques, étudiés longuement avant le départ.

La mission de l'île Saint-Paul était dirigée par l'amiral C.

Mouchez ; celle de Pékin, par le lieutenant de vaisseau Fleuriat ; celle de l'île Campbell, dirigée par M. Bouquet de la Grye ; celle du Japon par MM. Janssen et Tisserand, et enfin celle de la Nouvelle-Calédonie par MM. André et Angot.

[Le conférencier décrit en particulier la mission de l'île Saint-Paul et projette des épreuves relatives aux diverses installations, notamment la lunette photographique, le miroir et la lunette méridienne conjuguée.]

Sauf à l'île Campbell où le ciel a été nuageux, l'observation du passage de Vénus a été accomplie dans des conditions favorables ; les épreuves daguerriennes ont été mesurées avec des machines micrométriques spéciales et ont fourni une valeur de la parallaxe solaire égale de $8'',79$; on peut même remarquer qu'au lieu des résultats discordants donnés par d'autres expéditions, le résultat photographique de la mission française a été l'un des premiers à montrer que la valeur $8'',85$, considérée jusque-là comme la plus probable, était au contraire trop forte.

Je ne dirai rien des expéditions françaises de 1882 ; le chiffre, plus faible que celui qu'on attendait, obtenu en 1874 pour la parallaxe solaire, avait, dans l'esprit de certains savants, jeté du discrédit sur la Photographie. On décida d'abord de ne plus faire d'observation photographique au prochain passage ; mais on se ravisa au dernier moment et, abandonnant la voie de perfectionnements suivie jusque-là, on adopta le vieil héliographe employé partout. C'était un progrès à rebours, car l'appareil offre à peu près tous les défauts optiques qu'il eût fallu éviter : non-achromatisme, amplification, distorsion, etc., et l'on fit des épreuves sur gélatine. Il est vrai qu'on ajouta au foyer un réseau tracé sur verre pour corriger la distorsion optique et celle de la gélatine ; mais la complication du procédé n'a rien de rassurant et n'est pas comparable à l'élégance de l'emploi des images directes sur plaque métallique.

Je passe rapidement sur les épreuves obtenues par la photographie de la Lune. En 1850, l'astronome américain Bond essayait l'expérience sur plaque daguerrienne, mais sans résultat appréciable ; depuis, à mesure que les préparations sen-

sibles ont été perfectionnées, les progrès ont été croissants : les premières épreuves qui ont excité une véritable admiration sont celles de Warren de la Rue, puis de Rutherford.

Voici quelques épreuves plus récentes : d'abord une épreuve lunaire obtenue à l'Observatoire de Paris, en 1876, avec l'équatorial de la tour de l'Est rendu achromatique par l'écartement des verres ; puis une épreuve de la lumière cendrée, exécutée par M. Janssen à Meudon et une épreuve comparative de la Pleine Lune obtenue en une seconde pour la mesure relative des intensités. C'est, comme vous le voyez, une nouvelle application de la Photographie : la Photométrie astronomique.

A côté de l'étude photographique de la Lune se place celle des planètes, beaucoup plus difficile, à cause du peu de lumière ou de la délicatesse des détails. Comme curiosité, voici une épreuve de la planète Vénus obtenue au collodion humide, de jour, à 3 heures de l'après-midi, avec l'équatorial de la tour de l'Est de l'Observatoire de Paris. Vous voyez la forme en croissant, mais les détails manquent. Vous connaissez, en effet, ce dicton astronomique : « Il n'y a pas de mauvaise lunette pour la Lune, mais il n'y en a pas de bonne pour Vénus. » Avec le gélatinobromure on a pu aller beaucoup plus loin, témoin ces beaux clichés de Jupiter et de Saturne, obtenus par MM. Henry à l'Observatoire de Paris. Enfin, on a pu même photographier les pâles lueurs des comètes : celle que je vous présente a été obtenue au cap de Bonne-Espérance par M. Gill, astronome royal à l'Observatoire du Cap.

III. — Photographie des étoiles.

Nous arrivons, maintenant, à la Photographie la plus difficile, celle des étoiles. Le ciel stellaire a le privilège d'attirer la curiosité humaine ; on espère toujours découvrir quelque chose de nouveau dans ce monde mystérieux ; on veut toujours pénétrer plus loin dans ce monde qui ne nous apparaît, à première vue, que comme un amas de petits points lumineux, mais qui nous a révélé et doit nous révéler encore tant de secrets !

Dans ce domaine, on n'a pu réussir à obtenir des résultats utiles que par les nouveaux procédés photographiques. Dès 1850, pourtant, Bond était arrivé, aux États-Unis, à obtenir une épreuve daguerrienne de α de la Lyre et α des Gémeaux. Mais le manque de sensibilité des plaques et surtout l'insuffisance du mouvement d'horlogerie destiné à diriger la lunette sur le même point du ciel avaient fait abandonner ces essais.

En 1857, le même astronome américain, avec le collodion, est parvenu à obtenir le cliché d'une étoile double, ζ de la Grande Ourse, et à mesurer la distance et l'angle de position des deux composantes de cette étoile avec une précision égale à celle des meilleures observations visuelles. On vit, dès lors, tout l'intérêt de la question.

En 1879, M. Common, un astronome amateur anglais, qui a construit lui-même dans son observatoire à Ealin, près de Londres, de très beaux télescopes, réussit à photographier les étoiles de la constellation d'Orion jusqu'à la neuvième grandeur.

Mais les progrès décisifs ont été accomplis, en 1885, par MM. Henry à l'Observatoire de Paris. Ils étaient occupés, depuis un grand nombre d'années, à continuer la construction des cartes elliptiques de Chacornac jusqu'à la treizième grandeur : ce travail consiste, comme vous savez, à mesurer l'ascension droite, la déclinaison de chaque étoile, à en apprécier la grandeur, puis à reporter les observations sur un papier quadrillé que le graveur ensuite reproduit sur une planche de cuivre. Mais, arrivé au voisinage de la voie lactée, le travail était devenu presque impossible. Ils résolurent d'essayer la Photographie, et alors, perfectionnant les procédés de leurs devanciers, ils sont arrivés à des résultats qui ont excité un véritable enthousiasme.

Les étoiles sont relativement faciles à photographier, et voici pourquoi. Leur diamètre apparent est insensible ; il en résulte que leur éclat intrinsèque est énorme. C'est parce que notre pupille est extrêmement petite que nous attribuons aux étoiles un éclat faible ; pourtant cet éclat est au moins du même ordre que celui du Soleil. On démontre, en Physique, que l'éclat

intrinsèque de l'image focale d'une étoile est proportionnel au carré de la surface de l'objectif, parce que le diamètre réel est insensible; cette loi est beaucoup plus favorable que celle à laquelle nous sommes accoutumés dans la pratique des observations ordinaires avec des objets de diamètre apparent fixe. Dans ce cas, vous savez tous que les images focales ont une intensité proportionnelle surtout à la surface de l'objectif employé. De sorte qu'avec un objet visible, si nous voulons avoir quatre fois plus de lumière, nous prenons une ouverture deux fois plus grande. Avec une lunette astronomique ayant un objectif double, nous aurons pour les étoiles une concentration seize fois plus grande. Par conséquent, le problème de la photographie des étoiles est facilité beaucoup par cette condition tirée de la constitution de ces astres et de la nature de la lumière : on peut donc atteindre des grandeurs d'ordre extrêmement élevé.

L'instrument propre à photographier le ciel est composé d'un simple objectif achromatique ou achromatisé pour les rayons chimiques. MM. Henry, qui sont, en même temps que de savants astronomes, des opticiens fort habiles, sont arrivés à construire couramment des verres dont le foyer chimique réunit au même point le maximum de lumière. Le reste n'est plus qu'une question en quelque sorte géométrique. Il faut faire ensorte que ce petit point lumineux reste immobile, sur la plaque sensible, malgré le mouvement diurne de la voûte céleste. Il y a, pour cela, deux moyens : l'un purement mécanique qui consiste à produire le mouvement parallactique de la lunette en liant automatiquement le mouvement d'horlogerie à une horloge astronomique. L'instrument employé à Greenwich, notamment, construit par M. Grubb, de Dublin, est dans ce cas : les transmissions sont faites par le moyen de l'électricité.

Le second système est mixte : on ne cherche pas à obtenir un mécanisme d'horlogerie absolument parfait, on surveille le mouvement et on le rectifie : la lunette photographique est en effet liée à un pointeur. C'est une lunette jumelle de la première, fixée au même corps et qui offre à peu près la même puissance optique; il suffit alors de maintenir, sous le fil du

réticule, par un moyen de rectification très délicat, l'image de l'une des étoiles qu'on photographie. Voici l'appareil de MM. Henry à l'Observatoire de Paris; vous remarquerez la simplicité de l'appareil, surtout si on le compare à la multiplicité des pièces que présentent certains grands équatoriaux, comme celui de l'Observatoire de Lick (Californie).

La principale difficulté, pour obtenir des clichés utilisables, c'est de se mettre au point. Voici la méthode employée : on cherche méthodiquement (à l'aide d'une graduation faite sur le tube de tirage du porte-plaque) quelle est l'image rectiligne la plus fine que laisse la trace d'une étoile brillante (1^{re} à 4^e grandeur) lorsqu'on arrête le mouvement d'horlogerie. On arrive ainsi à resserrer entre quelques dixièmes de millimètre la position exacte du plan de plus grande netteté. Je ne dirai qu'un mot du mode de développement du cliché : tous les procédés indiqués réussissent; cependant l'oxalate de fer paraît donner la plus grande vigueur. Voici quelques exemples de clichés stellaires.

[Projection des Pléiades; de l'amas des Gémeaux; de l'amas de la Crèche; de l'amas de Proxépe; de l'amas d'Hercule.]

Voici un autre type de cliché avec un quadrillage particulier. Ce quadrillage, provenant d'un réseau tracé sur glace argentée, sert à éliminer les distorsions que la gélatine pourrait subir.

J'appellerai également votre attention sur les clichés multiples où chaque étoile est reproduite deux ou trois fois à une très petite distance, de manière à former un groupe d'aspect reconnaissable par la forme. Ces groupements permettent de reconnaître les fausses images des vraies; elles permettraient aussi de signaler de petites planètes, parce que l'aspect du groupe serait tout à fait altéré.

Les beaux résultats obtenus par MM. Henry ont montré que l'étude méthodique du ciel au moyen de la Photographie, en un mot, la Carte photographique du ciel, devenait possible et avantageuse.

L'initiative de ce grand travail a été prise par M. l'amiral Mouchez, qui a convoqué, sous le patronage de l'Académie

des Sciences en 1887, un congrès international, pour décider qu'on entreprendrait de concert, dans tous les pays, la Carte du ciel. Les astronomes les plus illustres ont répondu à l'appel et ont étudié le programme de cette œuvre d'un si grand intérêt pour les progrès ultérieurs de l'Astronomie stellaire ; après discussion, on s'est mis d'accord sur la nature et les dimensions de l'instrument à adopter. C'est la lunette photographique de MM. Henry, achromatisée pour les rayons chimiques de $0^m,32$ d'ouverture et de $3^m,40$ de distance focale, qui a réuni tous les suffrages. Actuellement près de vingt Observatoires, répartis sur toute la surface du globe, possèdent leurs appareils et commencent à photographier les zones qui leur ont été attribuées.

Dans l'accomplissement de ces grands travaux, il est juste de mentionner les collaborateurs de MM. Henry : en effet, il fallait, pour construire ces grands objectifs photographiques, obtenir des verres d'une pureté irréprochable : c'est la maison Feil, dirigée par son habile successeur, M. Mantois, qui s'est chargée de cette tâche difficile : elle réussit si bien qu'elle a, en quelque sorte, acquis pour le monde entier le monopole des verres d'Optique astronomique.

La construction de ces lunettes photographiques offrait d'autre part des problèmes difficiles : il s'agit, en effet, de réunir sur le même instrument, d'abord une stabilité parfaite et ensuite les moyens délicats de rectification nécessaires pour suivre dans le pointeur l'étoile de repère avec la plus grande précision. C'est à M. Gautier, dont l'habileté est bien connue dans les genres les plus variés, qu'on doit d'avoir réussi à remplir toutes ces conditions : il a été chargé de construire près de la moitié des appareils employés actuellement à la confection de la Carte du ciel.

Une émulation féconde a d'ailleurs permis à d'autres constructeurs de mettre en évidence leur ingéniosité et leur intelligence. Je mets sous vos yeux la lunette photographique de Greenwich avec sa rectification automatique au moyen de l'électricité, et celle de l'Observatoire du Cap, construites par M. Grubb, de Dublin.

Je vous ai dit que les télescopes à miroir avaient été écartés

pour la construction de la Carte du ciel : je crois utile de vous montrer par quelques clichés quels beaux résultats ils donnent entre des mains habiles : les précieux clichés que j'ai l'honneur de vous proposer m'ont été donnés par M. Common, à qui j'offre ici le témoignage d'une admiration que vous allez partager.

Voici d'abord une magnifique épreuve des Pléiades ; puis une succession instructive des progrès faits dans l'observation de la nébuleuse d'Orion ; d'abord la reproduction d'un dessin exécuté en 1840 par Bond ; il a passé longtemps pour une image parfaite de cette nébuleuse. Voyez maintenant combien l'épreuve photographique obtenue avec un miroir de trois pieds de diamètre lui est supérieure ; quant à celle obtenue récemment par M. Common avec son nouveau miroir de cinq pieds, c'est une véritable merveille !

Nos lunettes photographiques de la Carte du ciel ne sont d'ailleurs pas si inférieures, comme vous pouvez en juger par cette épreuve de la même nébuleuse et celle de la nébuleuse de la Lyre obtenues à Toulouse par MM. Andoyer et Montau-geron.

A propos de la Photographie des nébuleuses, je mentionnerai rapidement un effet secondaire qui certainement trouble les images dans les longues durées de pose : c'est le phénomène bien connu du *halo*, qui se produit quand on photographie un rayon lumineux très intense : on le voit aisément sur ces clichés de l'image d'une lampe, d'une lumière électrique, d'un coucher de soleil, etc. Mais vous savez qu'en prenant la précaution d'enduire le revers de la plaque d'un vernis noir de même indice que le verre, le halo disparaît complètement.

Tous les phénomènes que je viens de décrire ont, au point de vue de l'Astronomie physique, un intérêt considérable ; mais, au point de vue de l'Astronomie de précision, on attend, de la Carte du ciel, des résultats importants. D'abord, nous pourrions désormais laisser à nos successeurs une image complète et fidèle du ciel à notre époque, ce qui facilitera singulièrement les recherches ultérieures. Vous savez qu'on a vu des étoiles paraître et disparaître sans laisser de trace, comme celle de Tycho-Brahé, qui a apparu subitement en 1572 dans

Cassiopeé, et qui s'est éteinte peu à peu. Si l'on en avait conservé une image fidèle au milieu de cette constellation, on aurait pu la rechercher dans le ciel et reconnaître si elle est réellement perdue. Depuis, le même phénomène s'est représenté plusieurs fois.

Certaines étoiles offrent des variations d'éclat à grandes périodes, comme π Argo, dont la période est voisine de 70 ans. Des clichés donneront les renseignements les plus précis sur ces variations de grandeur.

La recherche et l'étude des petites planètes (dont le nombre dépasse aujourd'hui 300) seront singulièrement facilitées par la Photographie. En voici un exemple : MM. Henry ont montré qu'on avait tout avantage à faire, sur le même cliché, deux ou trois épreuves contiguës des mêmes étoiles (particulièrement en triangle équilatéral), de façon à éliminer toutes les fausses images. Si l'on avait le bonheur de tomber sur une planète d'éclat suffisant, les trois impressions successives n'auraient ni la forme, ni la disposition en triangle équilatéral ; ainsi on pourra reconnaître immédiatement la présence d'une planète transneptunienne, car Neptune, sur les clichés stellaires, donne déjà naissance à une déformation très notable du petit triangle ci-dessus, condition tout à fait caractéristique du mouvement planétaire.

Enfin, en étudiant avec soin les clichés, on pourra, dans le courant de l'année, mettre en évidence les déplacements relatifs d'étoiles, et alors, non seulement mesurer le mouvement propre des étoiles, mais même déterminer leur parallaxe annuelle, c'est-à-dire le déplacement apparent que le mouvement orbital de l'observateur terrestre produit sur l'étoile (perspective de l'orbite terrestre sur le ciel). Vous savez que ces observations fournissent la distance des étoiles au système solaire. Tout à l'heure je vous parlais de la détermination de la distance de la Terre au Soleil comme d'un problème admirable ; les études stellaires conduisent à des problèmes autrement grandioses, car ici la distance du Soleil à la Terre se multiplie par le chiffre de 200 000..., un million..., et bien davantage encore !

Enfin, on arrivera à préciser cette admirable découverte de

W. Herschel, à savoir que ces petits mouvements propres, observés depuis de longues années, ne sont pas distribués au hasard; que beaucoup d'entre eux offrent des directions convergentes vers un même point du ciel: c'est la preuve que notre système solaire se déplace lui-même dans l'espace, en se dirigeant, avec une vitesse de deux ou trois fois le rayon de l'orbite terrestre par an, vers un point situé dans la constellation d'Hercule.

Vous voyez, Messieurs, les immenses progrès promis ou déjà réalisés dans la Science à l'aide de la Photographie; il suffira de rappeler en terminant ce qu'elle a apporté dans la méthode de *mesure des grandeurs*. Elle a d'abord, à la surface de la Terre, perfectionné les mesures topographiques, comme le prouvent les travaux des officiers du génie et de M. le colonel Laussedat à leur tête. On lui a demandé ensuite la distance de la Terre au Soleil, par l'observation du passage de Vénus: elle l'a donnée avec autant de précision que les anciennes méthodes; voilà que, maintenant, on attend d'elle la mesure de la distance du système solaire aux étoiles.

Vous jugez, par cet aperçu rapide, combien est vaste et grandiose le champ ouvert aux progrès de la Photographie, simplement dans le domaine de l'Astronomie de précision, sans parler de ceux dont nos illustres collègues vous ont déjà entretenus.

En réclamant, devant l'opinion publique, la création d'une chaire de Photographie au Conservatoire des Arts et Métiers, l'éminent directeur de cet Établissement, M. le colonel Laussedat, est donc bien dans la voie des innovations fécondes. Mieux que personne il connaît le grand rôle de la Photographie dans la Science, car il en a donné des preuves personnelles dans des directions bien diverses. J'ai tout lieu de croire, à en juger par la bienveillante attention avec laquelle vous m'avez écouté, que vous vous joindrez à lui et à nous pour applaudir à ses efforts et appuyer ses instances.

(Extrait des *Annales du Conservatoire des Arts et Métiers*, 3^e S^{ie}, t. IV).

Paris. — Imp. Gauthier-Villars et fils, 55, quai des Grands-Augustins.

ANNUAIRE
DE
L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE
POUR L'AN 1894

NEUVIÈME PARTIE

NOTICE SUR LA CORRÉLATION
DES PHÉNOMÈNES D'ÉLECTRICITÉ STATIQUE ET DYNAMIQUE
ET LA
DÉFINITION DES UNITÉS ÉLECTRIQUES

Par M. A. CORNU

PROFESSEUR A L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE, MEMBRE DE L'INSTITUT

PARIS || **LIMOGES**
11, PLACE SAINT-ANDRÉ-DES-ARTS. || 46, NOUVELLE ROUTE D'AIXE, 46.
HENRI CHARLES-LAVAUZELLE
Éditeur militaire.

1894

SOMMAIRE

DE LA NEUVIÈME PARTIE

	Pages.
Introduction	3
I. Phénomènes électrostatiques.	
Distinction de deux notions principales d'après le caractère de l'étincelle	6
Quantité ou masse d'électricité statique. — Sa mesure	7
Unité de masse électrostatique	10
Tension. — Transmission d'une charge électrique par communication lointaine	10
Définition du potentiel d'un conducteur sphérique. — Unité de potentiel électrostatique	12
Extension de la définition du potentiel aux conducteurs quelconques ...	14
Rayon de la sphère équivalente	14
Capacité électrostatique. — Sa mesure. — Unité de capacité	17
Image hydrostatique représentant les trois éléments : quantité, potentiel, capacité	18
Emploi des signes algébriques pour la distinction des deux électricités.	19
Lien intime entre les phénomènes électrostatiques et mécaniques	21
II. Phénomènes électromagnétiques.	
Existence d'une différence de potentiel électrostatique aux deux pôles d'une pile. — Force électromotrice	22
Principe de Volta : addition algébrique des forces électromotrices	25
Unité de force électromotrice : <i>volt</i>	26
Résistance électrique ; unité de résistance : <i>ohm</i>	30
Résistance spécifique	31
Unité d'intensité électromagnétique : <i>ampère</i>	32
Existence d'un potentiel électrostatique tout le long d'un conducteur traversé par un courant	33
Phénomènes calorifiques. — Equivalence des énergies calorifique, mécanique et électrique. — Loi de Joule	34
Unité pratique de puissance des forces électriques : <i>watt</i>	36
Digression sur la découverte des lois précédentes	37
Idees actuelles des électriciens	39
Appendice.	
RELATION entre les unités pratiques d'intensité, de résistance et de potentiel électromagnétiques et les unités irréductibles de la mécanique.	40
Remarques sur les unités dites absolues	40
Unité d'intensité. — Unité de quantité	41 à 43
Unité de résistance. — Unité de force électromotrice	44
Choix des unités mécaniques irréductibles, système <i>C. G. S.</i>	44
Valeur des unités pratiques en unités <i>C. G. S.</i>	44
Relation entre les systèmes d'unités électrostatiques et électrodynamiques	45
Valeur du <i>facteur de transformation</i>	47

NOTICE SUR LA CORRÉLATION
DES
PHÉNOMÈNES D'ÉLECTRICITÉ STATIQUE ET DYNAMIQUE
ET LA
DÉFINITION DES UNITÉS ÉLECTRIQUES

PAR M. A. CORNU

Introduction. — Le siècle qui va finir a déjà été appelé, et, à juste titre, le *siècle de l'Électricité* : effectivement, jusqu'en 1794, les connaissances en électricité, concentrées autour de la machine à frottement, de la bouteille de Leyde et du paratonnerre, se bornaient aux éléments de l'Électrostatique, dont Coulomb venait de découvrir les lois (1785). L'ère nouvelle de l'électricité s'ouvre avec Volta, Ampère et Faraday, c'est-à-dire avec la pile (1794), l'électro-aimant (1820) et la machine d'induction (1832). Le domaine de la science électrique prend tout à coup un développement extraordinaire ; il s'étendra bientôt à toutes les branches de l'activité humaine et c'est le XIX^e siècle qui a vu ces grands progrès s'accomplir.

S'il convient de faire remonter la gloire de ces progrès aux génies illustres que nous venons de nommer, parce qu'ils ont apporté non seulement des faits inattendus, mais encore des vues nouvelles, il est juste de rendre hommage à tous ceux qui ont fécondé et étendu les idées de ces précurseurs, idées nécessairement entachées d'obscurités et de lacunes ; car il a fallu bien des efforts pour dégager les phénomènes électriques de leur origine souvent mystérieuse, pour découvrir leurs liens intimes sous leurs aspects si variés, enfin, pour les rattacher aux principes ordinaires de la Mécanique, conformément à l'admirable synthèse cartésienne où tous les phénomènes de la nature doivent dériver des lois générales régissant la matière et le mouvement.

Telle a été, en électricité, l'œuvre du siècle qui vient de s'écouler. Aussi, aux noms éclatants des initiateurs, convient-il d'associer ceux des physiciens dont le rôle moins brillant a pourtant été décisif dans cet immense labeur de corrélation des phénomènes physiques : Cavendish, Coulomb, Laplace, Poisson, Biot, Ørsted, Ohm, Pouillet, Gauss, Weber, Helmholtz, Kirchhoff, Lord Kelvin (Sir W. Thomson), Maxwell et tant d'autres moins illustres qui ont pourtant apporté leur pierre à l'édifice grandiose qui fera tant d'honneur à l'esprit scientifique de notre époque.

Au fur et à mesure que la théorie avançait, les applications faisaient des progrès rapides, tantôt suivant, tantôt devançant la marche de la Science; ici, demandant un appui à la théorie, ailleurs, au contraire, lui apportant un aperçu nouveau; l'histoire du développement de la télégraphie aérienne et sous-marine en offre de curieux exemples.

Aujourd'hui, tous les phénomènes électriques sont utilisés, non seulement dans les recherches scientifiques, mais dans la vie industrielle, commerciale et domestique; les télégraphes, le téléphone, l'éclairage électrique, le transport de la force sont maintenant aux mains des ingénieurs et non plus des savants; chaque manifestation électrique a été étudiée et cotée en quelque sorte suivant son prix de vente; chaque effet a un nom spécial, une mesure pratique, une unité particulière; les nouveaux mots créés ont donné une existence robuste à des phénomènes délicats qui, il y a quarante ans, étaient à peine découverts et ne pouvaient être appréciés que par les plus habiles physiciens.

L'extension croissante des applications a donc modifié profondément les points de vue sous lesquels, il y a un demi-siècle seulement, on envisageait les phénomènes électriques; des notions essentielles se sont dégagées, des dénominations spéciales sont devenues nécessaires et une langue nouvelle s'est peu à peu formée. Il en résulte que ceux qui sont restés étrangers pendant quelques années aux progrès de l'électricité pratique se trouvent aujourd'hui déroutés complètement lorsqu'ils cherchent à comprendre la description des applications actuelles et à les rattacher à leurs connaissances antérieures.

C'est ainsi qu'ils trouvent, à chaque page, des publications courantes relatives aux appareils d'électricité, des expressions telles que : *potentiel, pression en volts, perte de voltage, débits en ampères-heure, résistance en ohms ou mégohms, capacité en microfarads, puissance en kilowatts*, etc., dans lesquelles non seulement bien

des mots sont pour eux incompréhensibles, mais où l'assemblage même des noms connus témoigne d'idées vraiment nouvelles.

Des Traités nombreux et fort estimables expliquent en détail et avec rigueur toutes ces expressions primitivement établies par les géomètres ou les physiciens, mais plus ou moins modifiées par la pratique; c'est donc à ces Ouvrages qu'on doit renvoyer ceux qui aspirent à une connaissance approfondie des théories électriques et de leurs applications.

Quant au lecteur désireux seulement de connaître les idées générales qui règnent actuellement en électricité, la manière dont les notions essentielles se sont dégagées, les motifs qui ont nécessité la création de dénominations particulières et d'unités spéciales, nous pensons que la présente Notice suffira à les satisfaire.

On suivra donc approximativement l'ordre historique; on supposera seulement que le lecteur a déjà une connaissance ordinaire des phénomènes électriques, tels qu'ils étaient exposés dans les anciens Traités de Physique et que les expériences classiques des cours élémentaires sont encore présentes à son esprit; le but que nous nous proposons d'atteindre est donc de rattacher ces souvenirs parfois superficiels ou incohérents aux idées, très précises aujourd'hui, qui constituent un corps de doctrine homogène intimement aux principes généraux de la Mécanique.

On rappellera d'abord que les phénomènes électriques se présentent sous deux formes en apparence très distinctes; les phénomènes d'*électricité statique*, déjà connus au siècle dernier, qu'on produit avec les machines à frottement, les condensateurs, etc., et qu'on mesure à l'électromètre; ceux d'*électricité dynamique*, nés de la découverte de Galvani et dont le siège est dans les fils traversés par le courant des piles ou des machines d'induction, qu'on étudie à l'aide du galvanomètre.

Bien qu'on ignore encore actuellement le mécanisme intime de ces manifestations électriques et qu'on soit réduit à des symboles non seulement pour expliquer les faits, mais même pour en abréger l'exposition, on s'est aperçu, dès le début, que les deux ordres de phénomènes d'aspects si divers sont de même nature; on ira plus loin dans ce qui suit, on montrera qu'ils existent toujours simultanément dans toutes les manifestations électriques, leurs proportions seules variant suivant les cas. C'est même de l'étude comparative des propriétés statiques et dynamiques d'un même phénomène qu'on dégagera ces notions essentielles qui ont si

profondément modifié les idées primitives et qu'il importe de bien mettre en lumière.

I. — Phénomènes électrostatiques.

Distinction de deux notions principales d'après le caractère de l'étincelle. — Commençons par les faits les plus anciennement connus; chacun sait qu'un morceau d'ambre, de soufre, de résine ou de verre frotté acquiert la propriété d'attirer les corps légers et de donner dans l'obscurité des lueurs accompagnées d'un crépitement spécial. Cette *vertu électrique*, comme on l'appelait autrefois, développable par frottement sur tous les corps et transmissible par contact aux *bons conducteurs* convenablement *isolés*, peut offrir les degrés les plus divers : tantôt elle se manifeste par de faibles attractions ou des lueurs à peine visibles, tantôt par des attractions énergiques et surtout par des étincelles éclatantes.

Ces étincelles, qui ont, dès le début, excité l'étonnement général, méritaient bien l'attention des observateurs réfléchis, car les caractères différents qu'elles présentent suffisent déjà à faire entrevoir les distinctions capitales dans les phénomènes électriques; un exemple tiré de l'histoire de l'électricité en apporte la preuve.

Au milieu du siècle dernier, où la mode fut longtemps aux expériences d'électricité, on construisait déjà des machines électriques fort puissantes avec de simples globes de soufre en rotation rapide frottés avec la main et mis en communication par une chaîne avec des conducteurs métalliques. Les physiciens rivalisaient alors pour obtenir les étincelles les plus longues et les plus brillantes; il est résulté de ces expériences demi-plaisantes, demi-sérieuses une remarque à laquelle on n'a pas attaché, à cette époque, l'importance qu'elle méritait.

On s'était parfaitement rendu compte de ce double fait que la longueur de l'étincelle dépendait surtout du bon état de la surface du soufre et son éclat de l'étendue des conducteurs. Aussi, pour produire le maximum d'effet, devait-on commencer par réaliser une sphère de soufre qui, frottée dans l'obscurité, projetait des lueurs vives et crépitanes : on était sûr alors d'obtenir de longues étincelles; mais, pour leur donner un vif éclat, il fallait accroître l'étendue des surfaces conductrices, comparables alors à de véritables réservoirs d'électricité.

L'examen de ces expériences et la discussion de faits analogues

(en particulier de la charge et de la décharge des bouteilles de Leyde) nous permettent donc déjà d'apercevoir deux éléments principaux caractérisés par l'étincelle. On peut, en effet, d'une part, produire des étincelles longues, pâles et grêles, en frottant un bâton de résine avec une fourrure, ou une simple bande de papier bien sec sur un morceau de drap chauffé. Ces étincelles, qui jaillissent à plusieurs centimètres de distance quand on approche le doigt, révèlent une force expansive de l'électricité produite, une *tension électrique*, comme on l'a souvent appelée, très énergique dans le cas présent, et qui, en général, caractérise la source productrice d'électricité. D'autre part, si l'on fait jaillir en grand nombre ces étincelles grêles sur un conducteur à large surface, on observe que le conducteur se *charge* de plus en plus, car il devient capable, à son tour, de restituer des étincelles de plus en plus vives; mais ces étincelles ont changé de caractère : de longues, pâles et grêles qu'elles étaient en jaillissant de la source, elles deviennent courtes, brillantes et nourries; elles éclatent avec bruit et font aux mains qui les excitent des piqûres douloureuses. L'électricité mise en jeu dans ces étincelles a donc perdu en *tension*, mais gagné en *quantité*, car la décharge du conducteur doit représenter la somme des quantités d'électricité apportées par chaque étincelle. On comprend alors que, si l'on réunit dans une même machine les conditions qui fournissent à la fois la forte tension et la grande quantité, on obtiendra des effets physiques et physiologiques étonnants : la foudre, qui n'est qu'une immense étincelle électrique, comme l'avaient soupçonné Dufay (1734) et l'abbé Nollet (1748), comme le prouvèrent ensuite Franklin (1752) et de Romas (1757), doit sa puissance terrible à la réunion de ces éléments associés tous deux avec des valeurs considérables. Tension et quantité, voilà les deux notions fondamentales, révélées par l'étincelle, qui paraissent dominer l'ensemble des phénomènes électrostatiques : il importe donc de les bien distinguer, d'en préciser les caractères, enfin de les mesurer.

Quantité ou masse d'électricité statique. — Sa mesure. — C'est à Coulomb qu'on doit d'avoir donné à la fois la définition et la mesure de l'électricité statique en *quantité* : il y est parvenu en étendant aux charges électriques la loi de l'attraction universelle découverte par Newton :

La force agissant entre deux masses infiniment petites est dirigée

suivant la ligne qui les joint : elle est proportionnelle au produit de ces masses et en raison inverse du carré de leur distance (1).

L'expression mathématique de cette loi s'écrit

$$(1) \quad F = h \frac{mm'}{d^2}$$

(F étant la force, m , m' les masses, d la distance et h le coefficient de proportionnalité).

Voyons comment, de cette loi, on peut déduire la *mesure numérique* de la charge électrique d'un conducteur donné; il faut se rappeler que l'électricité se porte à la surface des corps : Coulomb a démontré cette propriété curieuse, qui est une conséquence mathématique de sa loi, par l'expérience bien connue de la sphère électrisée dont on enlève toute la charge en la recouvrant de deux hémisphères isolés. On est donc amené à se représenter *symboli-*

(1) On remarquera que cette extension très hardie suppose implicitement que les masses électriques comme les masses matérielles se juxtaposent sans s'altérer ou, plus exactement, s'ajoutent algébriquement sur un conducteur; car il y a, comme on sait, deux sortes d'électricité en quelque sorte complémentaires, l'une vitrée, l'autre résineuse; cette remarque impose une condition nouvelle, à savoir que la règle des signes algébriques s'applique au produit des masses électriques en comptant l'une des espèces comme positive, l'autre comme négative.

On doit donc écrire, en mettant les signes en évidence,

$$F = h \frac{(\pm m)(\pm m')}{d^2}.$$

On sait que l'interprétation algébrique du signe du produit coïncide avec l'énoncé du sens de l'action mutuelle des masses de même nom ou de nom contraire.

Nous n'insisterons pas sur la manière dont Coulomb a établi la réalité de cette belle loi; tous les traités donnent à ce sujet des détails suffisants, mais nous avons tenu à faire remarquer en passant (ce qu'on ne fait généralement pas) à combien de conditions différentes et délicates était subordonnée cette généralisation de l'hypothèse newtonienne; la vérification complète de la loi de Coulomb est donc un résultat capital parce qu'elle nous met en possession, non pas d'une propriété superficielle, mais d'un élément caractéristique de la constitution intime de l'électricité. Cette loi, complétée par les conditions ci-dessus énoncées, est, en effet, tellement caractéristique qu'elle suffit aux géomètres pour expliquer tous les phénomènes électrostatiques et prévoir numériquement le résultat de toutes les expériences quand les circonstances expérimentales sont bien déterminées.

quement l'électricité comme une couche mince, extrêmement mobile, répartie à la surface du conducteur, suivant une épaisseur qui dépend, en chaque point, de la forme géométrique de cette surface. Sur une sphère, la couche électrique est nécessairement uniforme, par raison de symétrie ; bornons-nous donc d'abord au cas des sphères, qui va simplifier tous les raisonnements. D'après l'expérience précédente, si l'on applique sur la surface électrisée un disque de rayon très petit, la couche électrique passe sur le disque ; en enlevant ce disque par un manche isolant, on emporte la charge qui était tout à l'heure répartie sur l'aire correspondante ; on emporte donc une fraction connue de la quantité totale d'électricité répartie sur la sphère entière. On est ainsi ramené à mesurer la quantité ou masse électrique emportée par ce disque qu'on nomme aussi *plan d'épreuve*. Portons ce disque dans la balance de torsion, où un disque identique, non électrisé, est suspendu au levier mobile et mettons-les en contact : la charge va se partager entre eux en deux parties égales ; les deux disques, chargés d'électricité de même nom, se repoussent suivant une force que la torsion du fil équilibre en les maintenant à une distance déterminée. On réalise donc, avec ces deux petits conducteurs, les conditions énoncées dans la loi de Coulomb, à savoir : deux masses électriques égales, $m = m' = x$, situées à une distance d , qui se repoussent avec une force F , que la connaissance du coefficient de torsion du fil (1) permet d'exprimer. Substituant les valeurs numériques de F et de d dans l'expression mathématique (1) de la loi de Coulomb, on tirerait immédiatement l'inconnue x

$$(2) \quad x^2 = \frac{F d^2}{h} \quad \text{ou} \quad x = d \sqrt{\frac{F}{h}},$$

si le coefficient h était déterminé. Mais, comme le mécanisme intime des forces électriques nous est inconnu, nous n'avons aucune idée de la valeur numérique de ce coefficient ; on est alors réduit à lui donner une valeur arbitraire et l'on choisit celle qui simplifie le plus l'expression de l'inconnue, c'est-à-dire $h = 1$, d'où

$$x = d \sqrt{F}.$$

(1) Cette détermination, qui ne saurait trouver place ici, exige des mesures préliminaires : on trouvera un exemple numérique de ce genre de détermination dans le *Journal de Physique*, 1^{re} série, t. I, p. 10.

Le second membre étant entièrement connu, on obtient la mesure x de la masse électrique commune aux deux plans d'épreuve en la doublant (puisqu'elle provient du partage égal de la masse apportée par l'un d'eux), puis la multipliant par le rapport des surfaces; on arrive finalement à la mesure de la quantité totale d'électricité répartie sur la sphère donnée. C'était le problème qu'il s'agissait de résoudre.

Unité de masse électrostatique. — Il résulte de l'hypothèse arbitraire $h = 1$ la définition suivante : *L'unité de masse électrostatique est la quantité d'électricité qui, en agissant sur une quantité identique placée à l'unité de distance, exerce une répulsion égale à l'unité de force.*

En effet, d'après la formule (1), on a

$$m = m' = 1,$$

lorsqu'on y fait

$$h = 1, \quad F = 1, \quad d = 1.$$

Ainsi, quoiqu'on ignore la nature intime de l'électricité et qu'on ne puisse pas se représenter par l'imagination une masse électrique, on n'en arrive pas moins à définir numériquement la masse électrique répartie sur un conducteur donné en fonction d'une unité parfaitement déterminée.

Tension. — Transmission d'une charge électrique par communication lointaine. — Il faut maintenant préciser la notion désignée provisoirement sous le nom de *tension électrique*, qui nous représente cette tendance de l'électricité à l'expansion ou à la transmission de la charge aux conducteurs environnants.

Le problème général de la transmission, par contact direct, de l'électricité entre deux conducteurs de forme quelconque serait

(1) Il est évident que la même méthode s'appliquerait théoriquement à un conducteur de forme quelconque sur lequel la distribution électrique serait variable d'un point à l'autre de la surface; seulement l'opération serait beaucoup plus longue; il faudrait, en effet, partager la surface du conducteur en éléments superficiels assez petits pour pouvoir y considérer la couche électrique comme uniforme. On opérerait avec un plan d'épreuve autant de fois qu'il y aurait d'éléments et l'on ferait la somme des masses électriques ainsi mesurées.

très complexe parce qu'il dépendrait évidemment de leurs dimensions relatives, de leurs formes, ainsi que du point de contact. Mais le problème se simplifie beaucoup si l'on se borne d'abord aux conducteurs sphériques, et surtout si l'on effectue la transmission, non par contact direct, mais par l'intermédiaire d'un long fil métallique : cette transmission *par communication lointaine* offre, on le verra bientôt, de grands avantages théoriques et pratiques ; de plus, elle nous fournit la transition toute naturelle entre les phénomènes statiques et dynamiques, puisque le passage de l'électricité d'un conducteur à l'autre à travers le fil établira ce *courant électrique* qui constitue le phénomène électrodynamique fondamental.

On remarquera d'abord que tout conducteur électrisé, par ce seul fait qu'il est chargé d'électricité (dont les masses élémentaires se repoussent mutuellement), offre cette tendance à la transmission extérieure qu'il s'agit d'évaluer numériquement : de sorte que, si l'on met une sphère électrisée en communication par un long fil avec une sphère à l'état neutre, l'électricité de la première se rendra partiellement à la seconde ; on verra, en effet, dans l'obscurité, au point de contact du fil, une petite étincelle caractéristique du passage ou, si l'on veut, du partage de l'électricité entre les deux conducteurs.

Lorsque le phénomène de transmission, dont la durée est d'ailleurs extrêmement courte, sera terminé, le système des deux sphères et du fil sera en *équilibre électrostatique*, puisque tout mouvement électrique aura cessé.

Les deux sphères sont maintenant toutes deux électrisées ; on serait tenté de dire *également électrisées*, puisque l'une ne cède plus rien à l'autre : cela serait vrai et même nécessaire par raison de symétrie, si les sphères étaient identiques ou de même rayon ; mais si leurs rayons sont inégaux, en quoi consistera cette égalité apparente d'électrisation qui constitue l'état d'équilibre électrique ? La quantité totale d'électricité est-elle la même sur chacune d'elles ? Cela n'est pas vraisemblable, car on en conclurait qu'une toute petite sphère, mise en communication lointaine avec une très grande sphère, partagerait sa charge par moitié. Poussant les choses à l'extrême, on conclurait que nos petits conducteurs sphériques, mis en communication avec le globe terrestre, ne perdraient que la moitié de leur charge ; or nous savons que, après communication au sol, les conducteurs perdent toute électrisation ; donc les grandes sphères, en partageant leur charge électrique avec les petites, en gardent la plus grosse part.

Dans quelle proportion s'effectue donc le partage ? Ce n'est probablement pas dans le rapport des volumes, car l'électricité statique, d'après l'expérience de Coulomb, se porte à la surface des conducteurs. Le rapport des aires paraîtrait plus vraisemblable; toutefois, la courbure inégale des surfaces doit intervenir pour modifier ce rapport, car, toutes choses égales d'ailleurs, les forces répulsives mutuelles des masses électriques doivent offrir vers l'extérieur une composante plus grande sur les surfaces à petit rayon que sur celles à grand rayon de courbure.

L'expérience tranche aisément la question : opérons comme ci-dessus et déterminons avec un plan d'épreuve la quantité totale d'électricité répartie sur chaque sphère après le partage. Le résultat est très simple : nous l'énoncerons sous forme de théorème, car le calcul le démontre comme conséquence de la loi de Coulomb :

Lorsque deux conducteurs sphériques en communication lointaine sont en équilibre électrostatique, les quantités d'électricité réparties sur chacune d'elles sont respectivement proportionnelles à leurs rayons (1).

Il résulte de cette condition que, si l'on charge séparément deux conducteurs sphériques de quantités d'électricité respectivement proportionnelles à leurs rayons et qu'on établisse entre elles une communication avec un long fil, aucune transmission d'électricité n'aura lieu entre les deux sphères, quelque grandes et, par conséquent, quelque inégales que soient les deux charges : la tendance à l'expansion électrique, que nous avons jusqu'ici appelée *tension*, sera donc la même sur chaque sphère.

Nous pouvons donc adopter comme représentation de la tension électrique d'un conducteur sphérique le quotient de sa charge M par son rayon R , de sorte que l'expression $M : R$ en sera la mesure.

Comme la charge M ou quantité totale d'électricité est déjà mesurée par un nombre en fonction de l'unité d'électricité définie précédemment; comme le rayon, qui est une longueur, est aussi exprimable par un nombre, le quotient de ces deux nombres sera l'expression numérique ou mesure de la tension.

Définition du potentiel d'un conducteur sphérique. — Unité de poten-

(1) On néglige, bien entendu, l'action de la petite quantité d'électricité répartie sur le fil de communication.

tiel électrostatique. — Ce quotient que nous avons adopté comme mesure de la tension par communication lointaine

$$V = \frac{M}{R},$$

a déjà un nom parmi les géomètres : on le nomme *potentiel électrique* (1). Nous adopterons ce terme qui a passé dans le langage

(1) On dit, en mécanique rationnelle, qu'une force fonction des trois coordonnées rectangulaires (a, b, c) de son point d'application admet une *fonction potentielle* ou un *potentiel* relativement au point abc , lorsque les trois composantes de cette force sont exprimées par les trois dérivées partielles du potentiel par rapport aux trois coordonnées. La force en raison inverse du carré de la distance mm' : r^2 admet pour potentiel — $mm' : r$, ainsi qu'on le vérifie avec la valeur

$$r^2 = (x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2,$$

x, y, z étant les coordonnées d'un point fixe. L'action de la masse électrique m , placée au point xyz , sur la masse m' , placée au point (abc) , a donc pour potentiel $mm' : r$. Si plusieurs points, tels que (m, xyz) , agissent sur le point (m', abc) , le potentiel relatif à (abc) de ce système sera égal à la somme des potentiels, parce que la somme des composantes est la somme des dérivées de ces potentiels ou la dérivée de leur somme. Le potentiel de la couche élec-

trique d'un conducteur relatif au point (m', abc) sera donc $\Sigma \frac{mm'}{r}$ ou $m' \Sigma \frac{m}{r}$;

il sera constant si le point est à l'intérieur d'un conducteur en équilibre électrostatique, car la force exercée sur m doit être nulle, quels que soient (a, b, c) .

La condition d'équilibre électrostatique d'un conducteur quelconque sera donc

$$\Sigma \frac{m}{r} = \text{const.},$$

laquelle signifie que la distribution superficielle des masses électriques m doit être telle que la somme des quotients de chaque masse (m, xyz) par sa distance à un point arbitraire (abc) , pris à l'intérieur, soit constante. Dans le cas de la sphère de rayon R , cette constante se réduit à la valeur du potentiel relatif au centre, c'est-à-dire $\Sigma m : R$ ou $M : R$.

La différentielle de la fonction potentielle V , relative à un point (abc) , est la différentielle $d\mathcal{G}$ du travail des forces électriques pour un déplacement infiniment petit da, db, dc du point (abc) chargé de l'unité d'électricité. En effet, on a nécessairement

$$dV = \frac{\delta V}{\delta a} da + \frac{\delta V}{\delta b} db + \frac{\delta V}{\delta c} dc.$$

Mais les trois dérivées partielles de V sont, par définition, les trois composantes A, B, C de la force totale exercée (sur abc); donc

$$dV = A da + B db + C dc = d\mathcal{G}.$$

Pour un déplacement fini, le travail est donc la différence $V_1 - V_0$ des valeurs de V correspondant aux positions extrêmes du point (abc) .

courant des électriciens de préférence au mot *tension*, dont la signification a été plusieurs fois modifiée. On aura donc le théorème suivant :

Le potentiel électrique d'un conducteur sphérique électrisé est le quotient de sa charge par son rayon.

D'où l'on conclut la définition de l'unité du potentiel.

L'unité de potentiel est le potentiel d'une sphère de rayon un chargé de l'unité d'électricité.

La propriété précédemment établie peut donc s'énoncer ainsi :

Deux conducteurs sphériques en communication lointaine sont en équilibre électrostatique quand leurs potentiels électriques ont la même valeur et réciproquement.

Il reste à montrer que cette définition du potentiel électrique représente bien l'allure des phénomènes qui nous en ont fourni la notion.

On voit, par exemple, qu'une même quantité d'électricité portée sur des conducteurs sphériques de plus en plus grands doit produire des tensions ou potentiels de plus en plus petits ; effectivement, les étincelles de décharge deviennent de plus en plus courtes.

Si le conducteur sphérique a un rayon infiniment grand comme le globe terrestre, la charge finie qu'on lui communiquera lui donnera un potentiel infiniment petit, c'est-à-dire le potentiel d'une sphère dont la charge est nulle. Donc, quelle que soit la quantité finie d'électricité cédée à cette sphère infinie, aucune manifestation électrique ne subsistera : c'est pourquoi on a souvent appelé la terre le *réservoir commun*, réservoir infini où l'électricité semble disparaître complètement.

Inversement, si le rayon sphérique devient de plus en plus petit, la tension, ou plus exactement le potentiel, tend à devenir infinie ; on retrouve ainsi le phénomène connu sous le nom de *pouvoir des pointes* ; car une pointe peut être grossièrement assimilée à une portion de sphère de rayon infiniment petit ; or on sait que les pointes laissent échapper leur charge électrique. D'après l'expression précédente du potentiel, la tendance à la transmission extérieure doit, en effet, y être extrêmement grande ; alors cette transmission s'effectue énergiquement aux particules d'air contiguës ; celles-ci s'électrisent et emportent donc peu à peu dans leur mouvement de répulsion la charge électrique de la pointe.

Extension de la définition du potentiel aux conducteurs quelcon-

ques. — *Rayon de la sphère équivalente.* — Nous avons donc précisé les deux notions caractéristiques de l'électricité statique *quantité* et tension ou mieux *potentiel*, et nous savons maintenant les mesurer avec des unités bien définies. Il est vrai que nous nous sommes bornés à l'étude des conducteurs sphériques; mais les résultats obtenus sont généraux et s'étendent immédiatement à des conducteurs de forme arbitraire.

D'abord la mesure de la quantité totale d'électricité répartie sur la surface d'un conducteur quelconque n'offre théoriquement aucune difficulté; le plan d'épreuve appliqué successivement à tous les éléments superficiels donne les charges élémentaires dont la somme forme la charge totale cherchée.

Quant au potentiel, l'extension n'en est pas immédiatement évidente; on ne voit pas dans un conducteur quelconque ce qui peut géométriquement correspondre au rayon d'une sphère. Au point de vue électrique, la généralisation paraît plus difficile encore; en effet, il semble impossible d'appliquer un coefficient unique à une surface électrisée à courbures très diverses, la force expansive de la charge devant nécessairement être variable en chaque point.

Mais toutes ces difficultés s'évanouissent si l'on se borne, comme ci-dessus, à la considération de la charge transmise par un fil très long relativement aux dimensions du conducteur : c'est ce que va démontrer l'expérience suivante.

Prenons comme type de conducteur quelconque un ellipsoïde très allongé; le plan d'épreuve nous montrera effectivement que la distribution électrique est loin d'être uniforme comme sur une sphère; que l'électricité s'accumule aux sommets aigus et que, par conséquent, la tendance à la transmission à un point extérieur voisin de la surface est bien plus grande à ces sommets qu'au voisinage des parties de moindre courbure; tout cela était prévu.

Mais ce qu'il était difficile de prévoir, c'est le résultat que voici : si l'on transmet cette tension par l'intermédiaire d'un long fil, on reconnaît qu'elle devient indépendante du point de départ sur l'ellipsoïde. Pour le prouver, il suffit de joindre par ce long fil l'ellipsoïde avec une sphère d'épreuve préalablement ramenée à l'état neutre. On reconnaît alors que la sphère, dans le partage de l'électricité avec le conducteur, reçoit une charge indépendante du point sur lequel le contact est effectué, absolument comme si le conducteur était sphérique.

Comme ce résultat est capital, il est bon de nous y arrêter en-

core un instant ; pour l'établir, nous avons fait appel à une expérience de *mesure quantitative*. Ayons recours maintenant à une vérification *qualitative*, qui dispensera de toute mesure, mais qui sera plus délicate, et en tout cas très instructive.

S'il est établi que la communication lointaine élimine l'influence de la forme du conducteur électrisé, au lieu d'une sphère d'épreuve (qui ne donne de mesure que par une opération complexe), prenons un électroscope à feuilles d'or dont la divergence des feuilles rend visibles de très petites variations d'état électrique, et fixons-y le fil de communication. Cet électroscope, malgré sa structure compliquée, équivaudra à une sphère au point de vue du partage de la charge avec l'ellipsoïde : dès que le fil sera mis en communication avec ce dernier, les feuilles d'or divergeront, car on avait pris soin de ramener préalablement l'électroscope à l'état neutre ; mais la divergence des feuilles restera constante, quel que soit le point touché, aussi bien aux sommets aigus de l'ellipsoïde, où la tension est forte, qu'aux régions de faible courbure où elle est moindre. Le partage de l'électricité entre l'électroscope et l'ellipsoïde est donc indépendant du point touché, comme si l'ellipsoïde était remplacé par une sphère. Sous cette forme, l'expérience est tout à fait concluante ; elle montre un résultat inattendu et en apparence paradoxal, mais qu'on ne saurait trop méditer, parce qu'il précise les conditions si importantes du partage de l'électricité entre deux conducteurs mis en communication lointaine. Nous pouvons donc énoncer le théorème suivant (que le calcul démontre comme rigoureux) :

Dans le partage d'une charge électrique, par communication lointaine, entre plusieurs conducteurs de forme quelconque, chacun d'eux peut être remplacé par une sphère équivalente.

Il suffit donc de connaître le rayon de cette sphère équivalente pour résoudre tous les problèmes que nous avons résolus avec les conducteurs sphériques. Or rien n'est plus simple : on mettra ce conducteur de forme arbitraire, préalablement ramené à l'état naturel, en communication lointaine avec une sphère de rayon R , chargée d'une quantité M d'électricité. Lorsque l'équilibre électrostatique sera établi, la sphère R aura perdu une quantité, μ , d'électricité qui aura passé sur le conducteur.

Si ce conducteur était une sphère de rayon ρ , son potentiel serait $\mu : \rho$ et devrait être égal à celui de la sphère R , qui n'est plus chargée maintenant que de la quantité $M - \mu$.

Ecrivant l'égalité des potentiels, on aurait la relation

$$\frac{M - \mu}{R} = \frac{\mu}{\rho}.$$

Mais, puisque le conducteur équivaut précisément à cette sphère, ρ est le rayon cherché de la sphère équivalente, et le potentiel du conducteur est $\frac{\mu}{\rho}$.

La détermination de ρ ne nécessite, comme on le voit, que la mesure du rapport des deux charges successives M et $M - \mu$ d'une sphère, opération facile, décrite précédemment.

Capacité électrostatique. — Sa mesure. — Unité de capacité. — Cette notion de sphère équivalente est extrêmement précieuse, parce qu'elle fournit une échelle de comparaison pour la mesure de la grandeur relative des conducteurs quelconques au point de vue de leur aptitude à recueillir l'électricité d'une source.

Imaginons que nous disposions d'une source d'électricité dont le potentiel électrique demeure constant, quelque grande que soit la quantité d'électricité qu'on lui demande : nous verrons bientôt que les sources d'électricité dynamique sont sensiblement dans ce cas : nous la réaliserons en Électrostatique d'une manière approchée en choisissant un conducteur extrêmement étendu en surface et convenablement électrisé.

Mettons successivement en communication (toujours lointaine) avec la source chacun des conducteurs à comparer ; chacun d'eux se mettra en équilibre électrostatique avec elle et se chargera d'une quantité d'électricité m ; comme le potentiel de la source demeure constant et égal à V , tous ces conducteurs seront au même potentiel et satisferont à la relation

$$\frac{m}{\rho} = V, \quad \text{d'où} \quad m = V\rho,$$

ρ étant le rayon de la sphère équivalente.

D'où il résulte que la charge recueillie sur chacun d'eux, dans des conditions identiques, est proportionnelle au rayon de la sphère équivalente : ce rayon mesure donc bien l'aptitude à recueillir l'électricité ou la *capacité électrostatique*, de sorte que l'on arrive à ces nouveaux énoncés que le calcul justifie comme les précédents.

Le rayon de la sphère équivalente définie ci-dessus mesure la capacité électrostatique d'un conducteur.

Le partage des charges électriques par communication lointaine entre des conducteurs quelconques s'effectue proportionnellement à leurs capacités respectives.

La mesure de la capacité électrostatique d'un conducteur est le quotient de la charge par le potentiel correspondant.

Enfin, l'expression $m V \rho$ montre que, pour $m = 1$, $V = 1$, on a $\rho = 1$, d'où l'on conclut :

L'unité électrostatique de capacité est celle d'une sphère de rayon égal à l'unité.

On remarquera que l'unité électrostatique de capacité n'est autre que l'unité de longueur et que, par conséquent, elle est indépendante de la définition de l'unité de masse électrostatique, tandis que celle du potentiel en dépend.

Image hydrostatique représentant les trois éléments : quantité, potentiel, capacité. — Nous venons d'établir, par des raisonnements aidés de l'expérience, la relation

$$M = VC$$

entre les trois éléments qui caractérisent un conducteur chargé d'électricité. Quoique facile à comprendre et à retenir, cette relation se gravera encore mieux dans la mémoire si l'on a recours à une image extrêmement simple empruntée à l'Hydrostatique. C'est une assimilation *purement symbolique*, qui a l'avantage de représenter d'une manière intuitive les trois éléments un peu abstraits considérés jusqu'ici.

Dans ce mode de représentation :

- 1° L'électricité est assimilée à un liquide ;
- 2° Les divers conducteurs, à des vases cylindriques de diverses sections : un conducteur chargé d'une certaine *quantité d'électricité* est donc un vase cylindrique rempli d'un certain *volume du liquide* ;
- 3° La *hauteur du niveau* figure le *potentiel* ;
- 4° Quant à la *capacité* des conducteurs (rayon de la sphère équivalente), elle correspond à la *section* du vase cylindrique figuratif pour qu'à potentiel égal (*niveau égal*) les quantités d'électricité (*volumes du liquide*) soient proportionnelles aux *capacités*.

Pour vérifier l'exactitude de cette assimilation, nous allons montrer que non seulement les phénomènes électrostatiques décrits jusqu'ici sont représentés par les phénomènes hydrostatiques corres-

pondants, mais qu'inversement les relations hydrostatiques (évidentes et intuitives) nous fournissent les théorèmes électrostatiques établis ci-dessus. Voici les énoncés correspondants :

La hauteur du niveau dans un vase croît proportionnellement à la quantité de liquide versé et en raison inverse de la section du vase.

Le potentiel électrique d'un conducteur croît proportionnellement à la quantité d'électricité cédée (charge) et en raison inverse de la capacité du conducteur.

On reconnaît l'équation ci-dessus mise sous la forme

$$V = \frac{M}{C}.$$

La transmission électrique entre deux conducteurs par communication lointaine (1) correspond à l'expérience des vases communicants :

Deux vases remplis de liquide, mis en communication convenable, sont en équilibre hydrostatique lorsque leurs niveaux sont les mêmes.

La quantité totale de liquide se partage alors proportionnellement aux capacités des vases (sections des vases cylindriques).

Deux conducteurs électrisés mis en communication lointaine sont en équilibre électrostatique lorsque leurs potentiels sont les mêmes.

La charge électrique totale se partage alors proportionnellement aux capacités des conducteurs (rayons sphériques équivalents).

Ce sont bien les théorèmes énoncés précédemment p. 16 et 18.

Emploi des signes algébriques pour la distinction des deux électricités. — Nous n'avons pas spécifié jusqu'ici, dans l'emploi d'une source électrique, la nature de l'électricité fournie, *vitrée* ou *résineuse* : c'est qu'en effet toutes les propriétés et toutes les mesures qui s'y rapportent sont indépendantes de la nature de la charge. Il y aurait donc lieu de distinguer, comme pour les quantités d'électricité, deux espèces de potentiel, l'un correspondant à l'électricité *vitrée* ou *positive*, l'autre à l'électricité *résineuse* ou *negative*.

(1) La communication par rapprochement jusqu'au contact n'est pas, en général, comprise dans l'assimilation, parce que le rapprochement de deux conducteurs modifie leurs capacités respectives; généralement, elle l'augmente : la construction des condensateurs en est la preuve. La transmission par un long fil, au contraire, ne modifie pas sensiblement les capacités individuelles des conducteurs mis en communication.

Mais la théorie et l'expérience montrent que ces distinctions sont inutiles, à la condition de considérer les quantités et les potentiels comme des grandeurs susceptibles de varier de l'infini positif à l'infini négatif; il suffit alors de donner des signes algébriques contraires aux deux natures d'électricité; et comme le choix est arbitraire, on se conforme à l'usage qui a appelé *positive* l'électricité développée sur le verre et *négative* l'électricité développée sur la résine. Ainsi l'on dira qu'un conducteur isolé est amené à un potentiel positif s'il est chargé vitreusement, à un potentiel négatif s'il est chargé d'électricité résineuse. L'idée de donner des signes contraires est venue de ce fait que les deux natures d'électricité, prises en quantités égales, se *neutralisent*. Effectivement, si l'on prend deux conducteurs identiques chargés de quantités d'électricité respectivement égales et de signes contraires (1) et qu'on les mette en communication lointaine, on reconnaîtra que les deux conducteurs perdent toute électrisation (potentiel nul).

Cette production de deux charges électriques de noms contraires capables de se neutraliser est décrite ici comme le résultat d'une opération complexe comportant des mesures : elle s'obtiendrait directement de la manière la plus simple, si, dans l'opération du frottement, on s'astreignait à recueillir séparément l'électricité du corps frottant à celle du corps frotté. Faraday a même montré que cette séparation d'électricités positive et négative a toujours lieu en quantités égales et qu'elle constitue une condition nécessaire de toute production d'électricité. L'assimilation hydrostatique déjà employée offre une image matérielle de cette condition : si l'on remarque que le corps frottant et le corps frotté forment deux conducteurs en contact, c'est-à-dire en communication, on pourra poursuivre la correspondance des propriétés électrostatiques et des phénomènes des vases communicants :

Lorsqu'une force extérieure trouble l'équilibre hydrostatique de deux vases communicants, des quantités égales de liquides se déplacent dans

Lorsqu'une force extérieure trouble l'équilibre électrostatique de deux conducteurs en communication, des quantités égales d'électricité se sépa-

(1) L'expérience est facile avec des conducteurs sphériques dont on détermine, comme ci-dessus (p. 8), la charge totale avec le plan d'épreuve et la balance de torsion. Quelle que soit la nature de l'électricité employée, la répulsion des deux plans d'épreuve devra être la même à la même distance.

chaque vase, l'une au-dessus, l'autre au-dessous du niveau primitif connu.

rent sur chacun des conducteurs qui prennent l'un un potentiel positif, l'autre un potentiel négatif, relativement au potentiel primitif commun (1).

Voilà l'image de l'électrisation; elle donne lieu à d'autres assimilations très précieuses :

La grandeur de la force extérieure qui sépare ces deux quantités de liquide est mesurée par la différence de niveau dans les deux vases.

La grandeur de la *force électromotrice* qui sépare ces deux quantités d'électricité est mesurée par la différence de potentiel des deux conducteurs.

Lien intime entre les phénomènes électrostatiques et mécaniques. — Le nom et l'idée de *force électromotrice*, que nous retrouverons bientôt, sont dus à Volta; l'image hydrostatique en matérialise l'origine et mène encore plus loin : non seulement elle donne l'expression de la force, mais elle fournit aussi (par assimilation et sous réserve de vérification expérimentale) la mesure du travail mécanique accompli dans le phénomène.

Le travail de la force mise en jeu pour modifier la différence de niveau de deux vases communicants est la demi-somme des produits de la quantité de liquide déplacé dans chaque vase par la variation correspondante du niveau (2).

Le travail de la force électromotrice mise en jeu pour établir une différence de potentiel entre les deux conducteurs est la demi-somme des produits de la quantité d'électricité séparée sur chaque conducteur par la variation correspondante de potentiel.

Le théorème électrostatique nouveau, auquel cette assimilation nous conduit si simplement, s'établit rigoureusement par le calcul (voir p. 13), mais la démonstration exige une analyse assez complexe; on le traduit par la formule

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} (MV + M'V'),$$

en ayant bien soin de donner aux masses et aux potentiels les signes qui leur conviennent.

(1) Cette image montre qu'on pourrait aussi bien considérer les masses électriques comme toujours positives et donner le signe algébrique aux potentiels.

(2) Ce résultat est évident si l'on considère la résultante sur le centre de gravité au milieu des colonnes liquides.

Ces considérations suffisent pour faire comprendre que les phénomènes électrostatiques sont essentiellement des transformations d'énergie mécanique : on ne peut donc produire aucun phénomène d'électrisation, qui implique nécessairement le développement d'une certaine quantité d'électricité à un certain potentiel, sans dépenser une quantité de travail équivalente.

Il n'est pas toujours facile de séparer dans le fonctionnement d'une machine électrostatique le travail efficace du travail des résistances passives ; souvent même ce travail passif est de beaucoup le plus considérable, par exemple, dans les machines à frottement. Mais, dans celles qui fonctionnent par *induction* (électrophore, machine de Holz, etc.), on peut isoler par différence le travail utile, en étudiant l'appareil en marche avant et après l'*amorçage*.

Inversement, un système de conducteurs électrisés, comme un condensateur, est un réservoir d'énergie ; aussi retrouve-t-on dans la décharge, sous forme de chaleur, le travail mécanique dépensé pour le charger. Effectivement, dès 1838, Riess avait mesuré la quantité de chaleur développée dans un fil par la décharge d'une batterie électrique, et reconnu qu'elle était proportionnelle au carré de la charge (1), ou au produit de la charge par le potentiel, qu'il appelait *densité de la charge* ; ce résultat, antérieur à la découverte du principe d'équivalence, est une vérification précieuse de la loi que nous venons d'établir.

II. — Phénomènes électromagnétiques.

(Électricité dynamique.)

Les notions de quantité, de potentiel, de capacité et d'énergie électriques que nous venons d'acquérir par l'analyse des phénomènes d'Électrostatiques s'étendent très naturellement à l'électricité dynamique.

Le lien entre ces deux ordres de manifestations est immédiat ; on l'aperçoit en étudiant la transmission, à travers un fil métalli-

(1) Dans la formule donnée ci-dessus, si l'on suppose que l'un des deux conducteurs est à la terre, $V' = 0$, il reste $\mathcal{C} = \frac{1}{2} MV$ et comme $V = \frac{M}{C}$, $\mathcal{C}$ étant la capacité, on a $\mathcal{C} = \frac{1}{2} \frac{M^2}{C}$; le travail d'électrisation d'un conducteur est proportionnel au carré de la charge et en raison inverse de sa capacité.

que, de l'électricité prise sous les deux formes : c'est ce que nous allons faire brièvement.

Lorsqu'on opère avec des conducteurs chargés d'électricité statique, les phénomènes de transmission, extrêmement rapides, prennent le nom de *décharges* ; si l'on opère avec des sources d'électricité (comme les piles) où les masses électriques se renouvellent au fur et à mesure de la dépense, la transmission continue se nomme alors *courant*.

Au fond, les deux phénomènes sont identiques ; on le verra bientôt. Ils prennent tous deux naissance dans les mêmes conditions et jouissent des mêmes propriétés ; ils ne diffèrent que par la durée (l'un est bref, l'autre est continu) et par les noms que l'usage leur a imposés.

Nous allons d'abord vérifier que les courants des piles (et de toutes les sources donnant un flux constant d'électricité) se produisent, comme les décharges électrostatiques, sous l'influence d'une différence de potentiel aux deux points que le fil conjonctif, siège du courant, met en communication métallique.

Existence d'une différence de potentiel électrostatique aux deux pôles d'une pile. — Force électromotrice. — C'est Volta qui, le premier, en 1794, démontra que l'arc bimétallique de Galvani, origine de la pile, pouvait devenir une source d'électricité statique ; il parvint même (suivant l'expérience bien connue) à charger le condensateur de son électromètre, soit avec l'arc zinc-cuivre, soit plus facilement encore avec quelques disques zinc-cuivre-drap mouillé, empilés dans le même ordre. Il expliqua ainsi, par cette production d'électricité statique, comment le contact de deux métaux excite sur la grenouille de Galvani les mêmes convulsions que la décharge d'une machine à frottement.

Cette expérience est mémorable à bien des titres ; Volta y aperçut, avec une lucidité merveilleuse, l'origine de ce qu'on a nommé alors l'*électricité dynamique*, à savoir l'existence d'une force permanente capable de séparer les deux électricités et de les maintenir séparées sur deux conducteurs en contact : il l'appela *force électromotrice* ; nous en avons précédemment donné (p. 21) une image empruntée à l'équilibre des liquides.

On a beaucoup discuté sur la nature et le siège de cette force, ainsi que sur les effets qu'on en devait attendre ; la conclusion de tous ces travaux est aujourd'hui parfaitement nette. La force électromotrice de Volta correspond à la production d'une *différence de*

potentiel électrostatique. C'est ce que l'expérience montre de la manière la plus claire.

La charge du condensateur de Volta est déjà une preuve décisive de la séparation permanente des deux électricités ; nous pourrions nous en contenter. Mais, comme nous avons défini le potentiel électrostatique par la charge d'une sphère de rayon connu, il est utile d'employer le même dispositif pour cette démonstration capitale. Voici comment on peut diriger l'expérience.

On met les deux pôles d'une pile respectivement en communication, par de longs fils, avec deux sphères identiques bien isolées ; on constate que chaque sphère est électrisée, l'une négativement (pôle zinc), l'autre positivement (côté cuivre). Mais l'électrisation, avec une pile ordinaire, est excessivement faible ; pour la rendre bien sensible il faut, à l'exemple de Gassiot et de Warren de la Rue, employer un très grand nombre de couples. Avec quelques centaines de couples (1) on peut déjà faire diverger les feuilles d'un électroscope, mesurer même la charge totale de chaque sphère et, par suite, en déterminer le potentiel ; avec plusieurs milliers, on obtient sur chaque sphère tous les phénomènes des machines électrostatiques.

L'existence d'un potentiel électrique déterminé à chaque pôle de la pile est donc démontrée.

Toutefois, il se présente une particularité singulière : la valeur absolue de chacun des deux potentiels (mesurée par la charge totale des sphères) varie suivant le mode d'isolement de la pile ; mais ces valeurs remplissent toujours une condition remarquable : la *différence de potentiel des deux sphères demeure constante*. Ainsi, qu'on mette le pôle zinc en communication avec le sol, la sphère zinc perd toute charge, son potentiel devient nul ; l'autre sphère, au contraire, prend une charge positive $+M$; un potentiel positif $\frac{M}{R}$. Inversement, si c'est le cuivre qu'on met au sol, la sphère cuivre prend un potentiel nul et la sphère zinc une charge négative $-M$, égale, en valeur absolue, à la précédente, dont un potentiel

(1) On peut construire à peu de frais ce genre de piles : chaque couple se compose simplement d'un fil de zinc et d'un fil de cuivre, plongeant dans un petit godet rempli d'eau pure : les godets sont mastiqués sur une planche paraffinée qui les isole. On soude chaque zinc au cuivre suivant : le premier cuivre est le pôle positif, le dernier zinc le pôle négatif.

négalif $-\frac{M}{R}$. Enfin, qu'on mette au sol le couple du milieu de la série, chaque sphère prend une charge égale à la moitié des charges précédentes, l'une $+\frac{M}{2}$, l'autre $-\frac{M}{2}$, de sorte que, dans les trois cas, la différence des potentiels est toujours la même, $\frac{M}{R}$.

Voilà donc un phénomène tout à fait caractéristique.

On peut soumettre cette constance de la différence de potentiel à une vérification décisive; isolons la table où sont rangés les couples assez soigneusement pour que la pile et les deux sphères constituent un système capable de conserver une charge électrique apportée de l'extérieur. Nous pourrons alors charger l'ensemble par degrés successifs; les deux sphères prendront des charges progressivement croissantes, mais la différence de leurs potentiels

correspondants, $\frac{M'}{R} - \frac{M''}{R}$, demeurera constante, quels que soient

la grandeur et le signe de la charge commune au système.

En résumé, on arrive à la conclusion suivante :

Les pôles d'une pile sont des sources d'électricité statique à des potentiels déterminés dans des conditions données : les potentiels sont variables avec les conditions choisies ; mais, dans tous les cas, la différence de potentiel des deux pôles demeure constante et mesure la force électromotrice de la pile.

Ainsi le courant d'électricité dynamique qui s'établit dans le fil conjonctif de la pile a pour cause, comme les décharges électrostatiques, une différence de potentiel : l'identité d'origine des deux phénomènes est donc démontrée.

Principe de Volta : addition algébrique des forces électromotrices.

— Nous venons de voir, comme résultat de la dernière expérience rapportée ci-dessus, que la différence de potentiel aux deux pôles d'une pile, électrisée par une action extérieure, demeure constante quels que soient la grandeur et le signe de la charge ajoutée.

Cette conclusion est en elle-même d'une extrême importance : elle domine, on peut le dire, toute la Science électrique, car elle constitue le principe découvert par Volta; nous l'énoncerons sous la forme générale que voici :

Toutes les fois que, dans un système de conducteurs, une cause particulière produit en un point la séparation des deux électricités posi-

tive et négative, la différence de potentiel, caractéristique de cette cause, et nommée alors FORCE ÉLECTROMOTRICE, est indépendante de la charge absolue du système.

C'est le principe que Volta a conçu et démontré par la construction même de la pile : ayant découvert que chaque couple, zinc-drap mouillé-cuivre (1), offrait une force électromotrice (c'est-à-dire une séparation d'électricité permanente négative sur le zinc, positive sur le cuivre), il reconnut que la superposition d'un second couple formait un système possédant une force électromotrice double ; qu'avec un troisième, l'effet était triple, et ainsi de suite ; en un mot, que, malgré les charges apportées par les couples précédents, *les forces électromotrices s'additionnaient par la superposition des couples dans le même ordre* ; aussi parvint-il, avec des couples offrant individuellement une différence de potentiel presque insensible, à construire des *piles* présentant à leurs pôles des potentiels tout à fait comparables à ceux des machines électrostatiques.

Le principe de Volta est général : il s'applique aux forces électromotrices de toute origine pouvant coexister dans le même système de conducteurs ; ainsi on peut constituer une sorte de pile complexe et réunissant pôle à pôle des couples hydro-électriques comme ceux de Volta, des couples thermo-électriques formés de métaux dont les soudures sont à diverses températures et des machines d'induction (comme la machine de Gramme) où la différence de potentiel est produite par le déplacement d'un conducteur au voisinage d'un aimant : les forces électromotrices s'ajouteront, ce qui veut dire que les extrémités de la chaîne ou série ainsi formée présenteront une différence de potentiel égale à la somme des différences de potentiel de chaque électromoteur. Pour être précis, il faut dire égale à la *somme algébrique*, afin d'avoir égard à leurs signes respectifs.

Unité de force électromotrice : volt. — Puisque chaque couple voltaïque, chaque électromoteur est caractérisé par une force électromotrice ou différence de potentiel, il semblerait naturel d'adopter comme unité de mesure l'unité de potentiel électrostatique définie précédemment (potentiel d'une sphère de rayon égal à l'u-

(1) En réalité, Volta pensait que la force électromotrice utilisée s'établissait au contact zinc-cuivre ; mais le raisonnement est indépendant du siège absolu de cette force électromotrice dans chaque couple.

nité chargée de l'unité d'électricité) ; les expériences décrites ci-dessus dans l'étude des pôles d'une pile fourniraient précisément le mode opératoire à employer.

Cette unité n'a pas été, dans la pratique, adoptée pour les motifs suivants.

D'abord la méthode de mesure indiquée ci-dessus (sphères, plan d'épreuve et balance de torsion) est longue et peu précise. Nous l'avons développée pour bien graver dans l'esprit du lecteur le caractère électrostatique des propriétés fondamentales des pôles d'une pile ou de tout système producteur de courant ; théoriquement, elle est excellente, mais elle n'est pas à recommander pour l'usage courant, car les conditions essentielles d'une méthode pratique sont la précision et la rapidité.

De plus, l'unité électrostatique serait beaucoup trop grande pour exprimer les valeurs des couples usuels ou des piles ordinaires dont les forces électromotrices sont des fractions extrêmement petites de l'unité de potentiel électrostatique ; on l'a vu par le nombre énorme de couples (plusieurs centaines au moins) nécessaires pour établir la constance de la différence de potentiel aux pôles ; il faudrait donc, d'une part, employer une méthode électrostatique beaucoup plus délicate et, d'autre part, choisir pour unité auxiliaire un sous-multiple suffisamment petit ; on ne s'y est pas arrêté : non pas que ces deux conditions fussent difficiles à réaliser : d'une part, bien des dispositifs, en particulier l'électromètre à quadrants de Lord Kelvin (Sir W. Thomson), permettent d'évaluer des différences de potentiel mille fois moindres que celle du couple élémentaire de Volta ; et, de l'autre, la subdivision de l'unité ne soulèverait aucune objection.

Le vrai motif qui a fait rejeter l'unité électrostatique dans l'étude des courants, c'est qu'elle est électrostatique, autrement dit qu'elle exige des appareils de mesure différents de ceux que comporte l'usage de l'électricité dynamique. Or le phénomène principal de l'électricité dynamique, c'est le *courant continu* ; c'est donc avec les appareils de mesure des courants, à savoir les *galvanomètres*, qu'on a cherché à évaluer les différences de potentiel.

Nous ne nous arrêterons pas à décrire ces appareils qui sont aujourd'hui vulgaires : il suffira de rappeler qu'ils mesurent ce qu'on nomme l'*intensité* du courant par la déviation de l'aiguille aimantée mobile au centre de leur cadre.

On l'appelle *intensité électromagnétique* pour la distinguer des autres mesures d'intensité (chimique, thermique, etc.), parce

qu'elle est fondée sur l'action du courant électrique sur un aimant (1).

L'emploi du galvanomètre soulève une première question :

Quel rapport y a-t-il entre l'intensité électromagnétique du courant qui traverse un fil et la différence de potentiel électrostatique existant entre les deux extrémités? L'image qui nous a été déjà si utile va nous donner la solution du problème et même nous fournir l'énoncé des lois les plus importantes relatives aux courants.

Les deux pôles de la pile, sources en quelque sorte indéfinies d'électricité à différence constante de potentiel, vont être figurés par deux vases remplis de liquide dont la différence de niveau se maintient constante par un approvisionnement extérieur : le courant continu, ou flux d'électricité qui circule dans le fil conjonctif, représentera le flux liquide circulant dans le tube de communication.

Si cette assimilation est exacte, *l'intensité du courant* est l'analogie du débit du liquide; d'où l'on conclut que *l'intensité du courant est mesurée par la quantité d'électricité transmise dans l'unité de temps*.

C'est ce qu'on démontre aisément avec le flux d'électricité statique (d'une machine à frottement) traversant un galvanomètre très sensible; on reconnaît d'abord que l'aiguille aimantée est déviée (ce qui est une nouvelle preuve de l'identité du flux électrostatique et du courant d'électricité dynamique) et ensuite que la déviation est proportionnelle à la vitesse de rotation, c'est-à-dire au débit électrique de la machine. Le galvanomètre doit être très sensible pour donner une déviation appréciable, même avec une machine puissante : cela montre que les phénomènes dits *statiques* sont caractérisés par un très haut potentiel et une quantité relativement faible d'électricité; tandis que les couples voltaïques, doués d'une différence de potentiel presque insensible, donnent des intensités considérables, correspondant à des quantités énormes d'électricité.

Avec les courants des piles, la démonstration analogue se fait aussi avec facilité, soit en suivant la méthode de Pouillet (fractionnement du courant par un interrupteur rotatif), soit celle de Fara-

(1) Il semble qu'on utilise un *agent auxiliaire*, le magnétisme, étranger aux phénomènes électriques; mais Ampère a prouvé (1824) qu'un aimant équivalait à un système de courants permanents. On reste donc toujours, malgré ce nouvel aspect des phénomènes, dans le domaine de l'électricité.

day (subdivision du courant par dérivation et mesures comparatives électromagnétiques et électrochimiques).

Poursuivons l'assimilation (*hydrodynamique* cette fois), nous arrivons à l'analogie suivante :

Toutes choses égales d'ailleurs, la quantité de liquide débitée par un tube donné est proportionnelle à la différence de niveau à ses deux extrémités.

Toutes choses égales d'ailleurs, l'intensité d'un courant qui traverse un fil donné est proportionnelle à la différence de potentiel existant entre ses deux extrémités.

Il est évident que la communication doit n'offrir qu'un débit très faible pour ne pas compromettre la permanence des niveaux; donc le tube doit être fin et long pour le liquide, le fil conjonctif doit être fin et long pour le courant.

L'expérience confirme cette nouvelle conclusion : un galvanomètre à fil long et fin, qui ne *débite* qu'une quantité très petite d'électricité (assez petite pour ne pas altérer le niveau potentiel des sources électriques employées), mesure avec exactitude les *valeurs relatives* des différences de potentiel établies entre ses deux extrémités. Aussi, avec un pareil instrument (1), qui a reçu parmi les électriciens modernes le nom de *voltmètre*, parce qu'il mesure l'élément (force électromotrice) découvert par Volta, peut-on établir toutes les propositions que nous avons démontrées ci-dessus par la méthode électrostatique : mesurer la différence de potentiel entre le sol et chaque pôle, ou directement entre les deux pôles d'une pile; constater que cette différence est indépendante de la charge commune; vérifier le principe de Volta ou de l'addition des forces électromotrices, etc. Ces indications, purement relatives, deviennent absolues lorsque l'instrument est gradué en fonction de l'unité de mesure : cette unité a été appelée *volt*, également en l'honneur de l'illustre physicien italien; nous dirons plus loin par quelles conditions mécaniques elle a été définie. Qu'il suffise ici de savoir que le *volt*, ou *unité pratique de force électromotrice*, représente sensiblement la différence de potentiel électrostatique existant entre les pôles du couple primitif de Volta, zinc-cuivre plongeant dans de l'eau légèrement acidulée.

Comme exemple d'emploi de cette unité, nous citerons quelques chiffres : le couple au sulfate de cuivre (Daniell) a pour force électromotrice 1^{volt},08; le couple au sulfate de mercure, construit

(1) Le principe en a été énoncé par Fechner dès 1831.

sur les indications de Latimer Clark, 1^{volt},44; le couple Grove ou Bunsen, 1^{volt},85 environ.

Les machines dynamo-électriques à courant continu, disposées pour l'éclairage, offrent à leurs pôles une différence de potentiel de 110 volts environ; deux gros conducteurs prolongent ces pôles sur tout le réseau et produisent l'incandescence des filaments de charbon qui les relient.

Résistance électrique; unité de résistance : ohm. — Puisque l'assimilation hydrodynamique nous a conduits à des conclusions vérifiées par l'expérience, poursuivons les analogies en traduisant en langage électrique les lois approximatives très simples qui concernent l'écoulement *permanent* des liquides (1).

Le débit dépend de la résistance que le tube offre au passage du liquide.

L'intensité dépend de la résistance que le fil offre au passage de l'électricité.

Evidemment, plus la résistance est grande, plus le débit est faible; on peut donc adopter la définition suivante de la *résistance* :

La résistance d'un tube de communication au passage du liquide est, toutes choses égales d'ailleurs, en raison inverse du débit.

La résistance d'un fil au passage du courant est, toutes choses égales d'ailleurs, en raison inverse de l'intensité.

Combinant cette définition de la résistance avec la relation qui lie le débit à la pression, nous arrivons à la loi très simple :

Le débit dans l'unité de temps, par un tube de communication, est proportionnel à la différence de niveau et en raison inverse de la résistance du tube.

L'intensité d'un courant dans un fil donné est proportionnelle à la différence de potentiel existant entre les deux extrémités et en raison inverse de la résistance.

C'est la célèbre loi d'*Ohm*, dont nous reparlerons plus loin; elle se traduit algébriquement par la formule

$$i = \frac{e}{r},$$

i représentant l'intensité, *r* la résistance, *e* la différence de potentiel électrostatique aux extrémités du fil; si les extrémités du fil

(1) L'assimilation ne s'étendrait pas à la *vitesse variable* à cause des actions à distance (induction) qui n'ont pas d'analogue dans les filets liquides.

aboutissent aux pôles mêmes de la pile, e coïncide alors sensiblement avec la force électromotrice de cette pile.

Cette relation permet de calculer l'intensité du courant qui circule dans un fil conjonctif donné, à la condition de connaître la résistance de ce fil et la force électromotrice de la pile employée, force exprimable en *volts*, d'après la méthode que nous venons d'indiquer. Mais il faut connaître la mesure de la résistance du fil, c'est-à-dire le rapport de cette résistance à une unité convenablement choisie.

Les méthodes pour effectuer cette comparaison sont nombreuses et bien connues : les principales sont celles des boussoles de Pouillet, du galvanomètre différentiel de Becquerel, et particulièrement de la balance électrique ou pont de Wheatstone. Quant à l'unité pratique de résistance, elle porte le nom d'*ohm*, en l'honneur du physicien allemand (1787-1854) qui, le premier, énonça la loi qui porte son nom.

Nous donnerons ultérieurement, comme pour le volt, les conditions mécaniques qui ont présidé à sa définition, nous bornant à la définir ainsi : *L'ohm légal, ou unité pratique de résistance électrique, représente la résistance d'une colonne de mercure ayant, à la température de la glace fondante, une section de 1^{mm} et une longueur de 106^{cm}.*

100^m de fil télégraphique en fer galvanisé de 4^{mm} de diamètre valent environ 1 ohm.

Le filament de charbon d'une lampe à incandescence de seize bougies offre, à chaud, une résistance de 150 ohms environ ; elle est presque double à froid.

Si l'on veut improviser une résistance approximative égale à 1 ohm, il suffit de prendre un fil de cuivre rouge de 1^{mm} de diamètre et de 50^m de long.

Résistance spécifique. — La résistance électrique est une qualité spécifique de chaque substance conductrice qui se mesurerait directement, en réduisant toutes les substances à former un conducteur de même longueur et de même section. Mais cette réduction n'a pas besoin d'être réalisée matériellement. Le calcul permet d'y suppléer, lorsqu'on a mesuré la résistance d'un conducteur de longueur et de section connues ; inversement, la connaissance de la résistance spécifique d'une substance permet de calculer la résistance d'un fil de longueur et de section données. La loi qui lie ces trois éléments est fournie par l'assimilation hydrodynamique.

La résistance qu'offre un tube de communication est proportionnelle à un coefficient spécifique, à la longueur et en raison inverse de la section du tube.	La résistance électrique d'un fil est proportionnelle à un coefficient spécifique, à la longueur et en raison inverse de la section.

D'où l'on conclut que la résistance r d'un fil de longueur l , de section s et de résistance spécifique r_1 est exprimée par

$$r = r_1 \frac{l}{s}.$$

La résistance spécifique r_1 exprime, *en ohms*, la résistance d'un conducteur cylindrique ayant l'unité de longueur et l'unité de section.

On démontre aisément qu'elle est, numériquement, l'inverse du *coefficient de conductibilité*.

Lorsque, dans la pratique, on est obligé de mesurer la résistance de substances très peu conductrices comme celles employées à l'isolement des conducteurs (câbles sous-marins, diélectriques des condensateurs, etc.), on prend alors une unité 1 million de fois plus grande, le *mégohm*.

Unité d'intensité électromagnétique : ampère. — La loi d'Ohm introduit une relation nécessaire entre les unités des trois éléments e , r , i qui y figurent; lorsque deux d'entre elles sont définies, la troisième est évidemment déterminée. Par conséquent, *l'unité d'intensité est celle d'un courant qui circule dans un fil de résistance égale à l'unité, et dont les extrémités présentent une différence de potentiel égale à l'unité*. Nous verrons plus loin que l'unité de l'intensité est un élément primordial dans le système électromagnétique que nous exposons ici; mais, comme nous avons déjà défini les unités pratiques de force électromotrice et de résistance, nous en concluons la valeur de l'unité pratique d'intensité qu'on a nommée *ampère*, pour rappeler les beaux travaux du savant français dans le domaine de l'Électricité.

L'unité pratique d'intensité électromagnétique est l'ampère : c'est l'intensité du courant qui passe dans un fil ayant 1 ohm de résistance, et une différence de potentiel de 1 volt à ses deux extrémités.

Les instruments industriels mesurant l'intensité ont changé leur ancien nom de *boussoles* ou de *galvanomètres* pour celui d'*ampèremètres*.

Les courants de faible intensité employés en Télégraphie, en

Electrothérapie, etc., sont comptés généralement en milliampères (millièmes d'ampère).

Dans les lampes à incandescence, le filament de charbon est traversé par un courant dont l'intensité se calcule aisément : c'est le quotient de la différence de potentiels en volts des deux conducteurs de la *canalisation* électrique (de 100 à 105 volts) par la résistance en ohms du filament à chaud (120 à 150), soit 0^{amp},70 à 0^{amp},85.

Les lampes à arcs exigent au moins 7 à 8 ampères d'intensité ; mais, dans les foyers puissants des phares électriques, on élève l'intensité à plusieurs centaines d'ampères.

Existence d'un potentiel électrostatique tout le long d'un conducteur traversé par un courant. — Nous avons vu dans la loi d'Ohm que l'intensité d'un courant dans un fil de résistance donnée était proportionnelle à la différence du potentiel existant à ses extrémités. On en conclut un résultat qui, bien qu'évident, n'en est pas moins d'une importance extrême : c'est la proposition en quelque sorte réciproque : elle mérite un énoncé spécial à cause du point de vue très général qu'elle ouvre sur la constitution électrique d'un circuit ou d'un réseau complet de conducteurs (1).

Aux extrémités d'un fil ou d'une portion de fil de résistance donnée et traversée par un courant d'intensité déterminée, il existe une différence de potentiel égale au produit de la résistance par l'intensité.

La démonstration algébrique revient à tirer la valeur e de la formule d'Ohm.

$$e = ri.$$

L'assimilation hydrodynamique faisait prévoir ce résultat et en fournit une image très simple.

Tout le long d'un tube de diamètre constant à travers lequel s'écoule un liquide, il y a une perte de charge (pression hydrostatique) proportionnelle à la longueur.

Tout le long d'un fil homogène de diamètre constant parcouru par un courant, il y a une variation du potentiel électrostatique proportionnelle à la longueur.

Ainsi la différence de potentiel qui existe entre les deux pôles d'une pile se répartit d'une manière continue le long du fil conjonctif proportionnellement à la résistance.

(1) La distribution des intensités et des différences de potentiel dans un réseau quelconque de conducteur s'en déduit aisément (lois de Kirchhoff).

Cette propriété électrostatique si remarquable du courant électrique a été longtemps méconnue, ou incomprise, bien que l'existence d'une *tension* ait, depuis Volta, toujours été considérée comme nécessaire à la propagation de l'électricité dans un conducteur.

C'est Kohlrausch qui, le premier, l'a mise directement en évidence en 1848 par une méthode tout à fait semblable à celle que Volta avait employée pour établir la force électromotrice d'un couple : il a donc fallu plus de cinquante années pour compléter une analogie si évidente.

Au point de vue de l'identification des deux genres de phénomènes, électrostatiques et électrodynamiques, on voit combien cette propriété est importante ; elle montre d'une manière frappante que ces deux espèces de manifestations sont inséparables. C'est ce que nous avons annoncé dès le début : la démonstration est donc maintenant absolument complète.

Phénomènes calorifiques. Equivalence des énergies calorifique, mécanique et électrique. — On a vu (p. 22) que la décharge électrostatique d'un condensateur produisait un dégagement de chaleur équivalent au travail dépensé pour amener les charges électriques des deux armatures à leurs potentiels respectifs ; l'image hydrostatique a même prévu l'expression mathématique de ce travail.

Le fil conjonctif, siège d'un courant d'électricité dynamique, est aussi le siège d'un développement calorifique ; c'est une nouvelle preuve, ajoutée à tant d'autres, de l'identité des deux genres de manifestations ; l'image hydrodynamique, déjà invoquée si souvent, va aussi prévoir l'expression très simple du travail emmagasiné dans le courant par assimilation avec le travail que peut fournir la chute d'un liquide.

Dans la chute d'un liquide à travers un tube de communication d'un niveau donné à un autre niveau également fixe, le travail disponible est égal au produit de la quantité de liquide par la différence de niveau.

Dans le passage, à travers un fil, de l'électricité d'un potentiel donné à un autre potentiel également fixe, le travail disponible des forces électriques est égal au produit de la quantité d'électricité par la différence de potentiel (chute d'électricité).

On en conclut

$$\mathcal{C} = eq,$$

en appelant q la quantité d'électricité qui circule dans le fil, et e la différence de potentiel.

Or, ici, le travail des forces électriques ne se traduit par aucun phénomène mécanique autre que le développement de chaleur; donc, en divisant ce travail par l'équivalent mécanique de la chaleur E , on en conclura la chaleur dégagée

$$\mathcal{Q} = \frac{\mathcal{C}}{E} = \frac{eq}{E}.$$

Mais on sait (p. 28) que la quantité d'électricité écoulée est le produit de l'intensité par le temps

$$q = it;$$

de plus, la différence de potentiel e aux deux extrémités du fil est, depuis la loi d'Ohm (p. 30), égale à ri ; substituant,

$$\mathcal{Q} = \frac{1}{E} ri^2t.$$

C'est l'expression de la *loi de Joule* :

La quantité de chaleur développée dans un fil est proportionnelle au temps, à la résistance du fil et au carré de l'intensité du courant.

L'expérience confirme donc encore une loi importante suggérée par l'Hydrodynamique.

Ces phénomènes calorifiques produits par le passage d'un courant sont aujourd'hui vulgaires; l'éclairage électrique, particulièrement l'éclairage par *incandescence d'un filament* (charbon, platine, etc.), est fondé sur cette propriété.

L'existence d'un courant permanent dans un conducteur n'est donc possible qu'à la condition de dépenser simultanément la quantité d'énergie équivalente.

Dans les piles, cette énergie est empruntée aux réactions chimiques. Les expériences de Fabre ont démontré que la chaleur de la dissolution du zinc constitue dans le couple voltaïque la source d'énergie et que c'est cette chaleur qui est, par l'intermédiaire du courant, transportée hors de la pile et disséminée tout le long du circuit proportionnellement aux résistances.

Dans les phénomènes d'induction découverts par Faraday, la chaleur que dépense le courant induit développé est l'équivalent du travail mécanique dépensé pour le déplacement des conducteurs dans le champ de l'action magnétique des aimants ou des courants inducteurs. Cette équivalence nécessaire a été établie par M. von Helmholtz en 1847, dans son beau Mémoire sur la

Conservation de la force. Les machines magnéto et dynamo-électriques, productrices des courants induits, transforment donc directement l'énergie mécanique en énergie électrique et la transformation satisfait toujours, dans le circuit induit, à la loi énoncée plus haut

$$\mathcal{C} = eq.$$

Le transport de la force par l'électricité est fondé sur la réversibilité de ces machines, c'est-à-dire sur la transformation inverse, suivant la même loi, de l'énergie électrique en énergie mécanique.

Unité pratique de puissance des forces électriques : Watt. — On peut calculer immédiatement, à l'aide de l'expression

$$\mathcal{C} = eq,$$

le travail à dépenser par unité de temps pour maintenir dans un conducteur un courant d'intensité donnée. En effet, l'intensité étant précisément la quantité d'électricité qui passe dans l'unité de temps (p. 28), on aura

$$\mathcal{C}_1 = ei.$$

Donc, *le travail mécanique nécessaire pour maintenir un courant dans un conducteur pendant l'unité de temps est égal au produit de l'intensité par la différence de potentiel aux extrémités du conducteur.*

Ce travail des forces électriques dans l'unité de temps se nomme la *puissance* du courant : il caractérise l'efficacité du générateur électrique qui le produit comme le travail mécanique disponible dans l'unité de temps (cheval-vapeur ou 75 kilogrammètres par seconde) caractérise la puissance d'un moteur.

Ce travail ou *puissance*, qu'on retrouve intégralement sous forme de chaleur, est exprimé alors avec une unité particulière, dérivant des unités pratiques d'électricité ; elle constitue l'unité pratique de puissance qu'on appelle *watt*, du nom du célèbre mécanicien anglais.

Le *watt* ou *unité pratique de puissance* représente le travail mécanique qu'il faut dépenser pour maintenir pendant une seconde un courant de 1 ampère dans un fil dont les deux extrémités ont une différence de potentiel égale à 1 volt : il correspond environ à $\frac{1}{10}$ de kilogrammètre par seconde.

Voici quelques exemples montrant l'utilité de cette unité :

Une lampe à incandescence de 16 bougies fonctionne ordinairement avec un courant de $0_{\text{amp}},80$ et une différence de potentiel aux bornes de 100 volts; elle consomme donc 80 watts ou environ 8 kilogrammètres par seconde.

Une lampe à arc, fonctionnant avec un courant de 10 ampères, présentera, en général, une différence de potentiel de 45 volts entre les pointes de charbon; elle consommera donc 450 watts ou 45 kilogrammètres par seconde; c'est un peu plus d'un demi-cheval-vapeur.

Une grosse lampe à arc fonctionnant à 120 ampères et 50 volts consommera 6,000 watts, ou 600 kilogrammètres, c'est-à-dire 8 chevaux-vapeurs, sans compter, bien entendu, toutes les pertes provenant des fils conducteurs de la canalisation et de la machine.

Le multiple du watt le plus employé dans l'industrie électrique est le *kilowatt* (mille watts).

Ces exemples numériques montrent comment on peut calculer la puissance des moteurs destinés à produire, à l'aide des machines dynamo-électriques, l'énergie électrique nécessaire à une installation d'éclairage ou de transport de force par l'électricité.

Digression sur la découverte des lois précédentes. — Nous avons choisi pour exposer les principales lois électriques une image hydrostatique et hydrodynamique, qui nous a fourni successivement toutes les relations découlant des lois d'Ohm et de Pouillet; mais ce n'est pas par cette voie qu'elles ont été établies.

Ohm les a conclues, dès 1827, des lois de la conductibilité de la chaleur découverte par Fourier (*Théorie de la chaleur*, 1811), par assimilation de la chaleur à l'électricité. Pouillet, sans avoir connaissance des travaux d'Ohm, les obtenait aussi en 1837, par l'étude directe des courants, à l'aide des instruments de précision (boussole des sinus et des tangentes) qu'il avait imaginés.

On voit que ces lois auraient pu aussi bien être déduites du mouvement permanent des liquides dans les tuyaux de conduite, dont les propriétés étaient connues depuis longtemps des ingénieurs.

L'assimilation de l'électricité à la chaleur qu'Ohm prit comme base de sa théorie parut fort obscure à ses contemporains. Le mécanisme de la conductibilité électrique et calorifique semblait bien devoir être analogue, les quantités de chaleur et d'électricité pouvaient être considérées comme corrélatives; mais la cause déterminante de la transmission de la chaleur, à savoir la différence de

température, ne semblait avoir aucun équivalent physique dans le fil conjonctif, siège du courant.

Les physiciens n'avaient pas à cette époque aperçu clairement le rôle capital de la différence de potentiel, de la force électromotrice de Volta ; presque tous en confondaient la notion avec celles de quantités mal définies, telles que la *tension*, l'*électricité libre*, etc.

C'est ce qui explique pourquoi le Mémoire d'Ohm (1827) resta si longtemps méconnu : ce fut seulement en 1841 que la Société Royale de Londres en signala l'importance en lui décernant la médaille de Copley : il est juste d'ajouter que, dans l'intervalle de ces quatorze années, les travaux de physiciens éminents : Fechner, Gauss, Lenz, Poggendorff, Faraday, et Pouillet, avaient singulièrement éclairé le champ de cette partie de la Science.

L'idée, reconnue aujourd'hui si juste, d'assimiler le flux permanent d'électricité du fil conjonctif au flux permanent de chaleur du *mur de Fourier* (1), paraissait une hypothèse vague par une raison bien simple : c'est qu'on ne voyait pas dans le fil électrique, et Ohm n'a pas su le montrer nettement, l'élément correspondant à la différence de température des deux faces du mur. Ohm a bien considéré ce qu'il nomme *tension* (*die Spannung*), mais il n'a justifié par aucune expérience directe l'existence physique de cet élément, ni comme cause déterminante, ni comme effet concomitant du flux électrique.

Il faut aller jusqu'au Mémoire de Kohlrausch (1848) pour trouver la première démonstration expérimentale de l'existence, le long d'un fil traversé par un courant, d'une *tension électroscopique* variant proportionnellement à la longueur du fil, s'étendant jusqu'aux pôles de la pile et en caractérisant la force électromotrice. C'est donc ce jour-là seulement que l'exactitude des idées d'Ohm a été vraiment démontrée, parce que, pour la première fois, l'expérience décelait l'élément électrique corrélatif de la température : élément nécessaire pour justifier l'extension à l'électricité des formules de la théorie de Fourier.

Le dernier pas à franchir, pour arriver à l'identification définitive de la *tension* des physiciens avec le *potentiel électrique* des

(1) Fourier (*Théorie de la chaleur*, 1811) démontre :

1^o Que la quantité de chaleur traversant normalement l'unité de section du mur pendant l'unité de temps est proportionnelle à la différence de température et en raison inverse de la distance des faces ;

2^o Que la température varie linéairement d'une face à l'autre.

géomètres, a encore exigé plusieurs années ; c'est grâce aux travaux de Helmholtz, Kirchhoff, Faraday, Wheatstone, Maxwell, et aux efforts du Comité de l'Association britannique, que ce dernier progrès a fini par s'accomplir ; on voit dans cette période une foule de résultats isolés converger peu à peu vers le but final : la bobine d'induction de Masson et Bréguet (1842), perfectionnée par Ruhmkorff, montrait déjà le courant des piles transformé en puissantes décharges électriques ; le condensateur ajouté par M. Fizeau au circuit primaire (1853) et bientôt les câbles sous-marins prouvent l'existence simultanée et le mélange en toutes proportions du phénomène électrostatique de charge et du phénomène électrodynamique de courant : toute distinction tranchée entre les deux ordres de manifestation s'évanouit. Enfin, la dernière étape de cette longue route est marquée par l'admirable invention de Sir W. Thomson (lord Kelvin), l'électromètre à quadrants (1863), merveille de conception théorique et de perfection pratique qui décèle avec une sensibilité exquise la moindre différence de potentiel électrostatique : désormais toutes les démonstrations expérimentales de Volta et de Kohlrausch, naguère si pénibles ou si délicates, deviennent à la fois faciles, précises et élégantes.

Idées actuelles des électriciens. — Cette digression sur l'histoire des progrès sur l'électricité est destinée à montrer quel immense labeur a coûté aux physiciens la notion précise du rôle que joue le potentiel électrostatique dans les phénomènes courants : aussi est-ce vraiment cette découverte, si péniblement obtenue, et devenue définitive seulement après les grandes études de la Télégraphie sous-marine, qui établit la démarcation entre la Science électrique actuelle et celle qui eut cours jusqu'au milieu du siècle.

La considération du potentiel, appliquée indifféremment aux phénomènes électrostatiques ou électrodynamiques, l'identité des modes de mesure dans ces deux ordres de manifestations naguère considérées comme séparées, aujourd'hui inséparables, voilà les notions vraiment nouvelles et qui déroutent, dès l'abord, ceux qui n'ont gardé dans leur souvenir que les résultats théoriques ou expérimentaux d'il y a quarante ans.

La nouvelle école, celle des ingénieurs électriciens, au contraire, a pris comme point de départ la notion du potentiel ; elle en a si bien compris l'importance, que c'est la répartition des potentiels dans un réseau de distribution électrique qui est l'objet constant des études. La considération de l'intensité du courant est

devenue secondaire; car, le plus souvent, on procède par *dérivation* sur deux conducteurs dont la différence de potentiel est maintenue fixe : si la résistance du conducteur dérivé est déterminée, l'intensité du courant qui le traversera aura nécessairement la valeur prévue sans qu'il soit nécessaire de la vérifier : le voltmètre supplante alors l'ampèremètre.

En un mot, la canalisation électrique doit être traitée comme une distribution d'eau : en chaque point du réseau, il faut assurer la pression nécessaire au débit. On ne doit donc pas s'étonner d'entendre les électriciens parler couramment d'une *pression en volts*, d'un débit en *ampère-heures*, comme les hydrauliciens parlent d'une pression en mètres d'eau, d'un débit en mètres cubes par minute; l'expression étrange de *perte de voltage* le long d'un conducteur correspond exactement à l'expression *perte de charge* le long d'un tuyau de conduite, et ainsi des autres. Si ce nouveau langage est parfois singulier jusqu'à l'incorrection, il faut avouer qu'il est, le plus souvent, exact, bref et expressif.

Ici se borne l'exposition élémentaire des notions qui permettent au lecteur de comprendre les idées et le langage actuel des électriciens; on pourrait s'arrêter là et renvoyer, pour le reste, aux *Traité d'Électricité* et de *Magnétisme*, ainsi qu'aux *Tableaux des unités électriques* de l'*Annuaire du Bureau des Longitudes*. Le lecteur, familiarisé avec les calculs les plus simples de l'algèbre, ne dédaignera peut-être pas de compléter ce qui précède par quelques considérations présentées dans le même esprit que la Notice : l'Appendice suivant est rédigé dans ce but.

APPENDICE.

RELATION ENTRE LES UNITÉS PRATIQUES D'INTENSITÉ, DE RÉSISTANCE ET DE POTENTIEL ÉLECTROMAGNÉTIQUES ET LES UNITÉS IRRÉDUCTIBLES DE LA MÉCANIQUE.

Remarques sur les unités dites absolues. — Les unités pratiques définies précédemment sont les multiples ou sous-multiples décimaux d'*unités électromagnétiques*, qu'on appelle souvent *absolues*, parce qu'on a cherché à réduire au minimum le nombre des éléments arbitraires qui figurent dans leur définition.

Au début, nous avons défini les *unités électrostatiques* de quantité, de potentiel et de capacité en fonction des trois unités irréductibles de la Mécanique (longueur, force, temps); elles seraient

absolues si la valeur du coefficient h de la formule de Coulomb (voir p. 8) avait pu être également exprimée en fonction de ces mêmes unités ; mais, malgré l'ignorance où nous sommes de cette expression, il a fallu lui donner une valeur numérique : l'hypothèse arbitraire $h = 1$ enlève donc tout caractère absolu aux unités électriques qui en dérivent.

Il en est de même dans la définition des *unités électromagnétiques* dites *absolues* : lorsqu'on cherche à réduire au minimum les paramètres entrant dans l'expression des mesures, il en reste deux qu'on rencontre successivement ; comme ils sont tous deux inconnus, on les remplace l'un et l'autre par l'unité, pour simplifier ; les unités déduites de ces hypothèses forment un système qui non seulement n'est pas absolu, mais qui est *incohérent* avec le système précédent ; d'où il résulte que ces deux systèmes d'unités, bien loin de refléter cette identité si remarquable des deux ordres de manifestations électriques, identité que nous avons cherché à faire ressortir, établissent au contraire entre eux une différence profonde au point de vue des évaluations numériques ; à tel point que le même élément, par exemple la différence de potentiel, qui devrait avoir la même mesure, qu'on l'envisageât au point de vue électrostatique ou électromagnétique, est représenté par deux unités différentes (1).

Il n'est donc pas utile de chercher, pour le système d'unités électromagnétiques, un mode d'exposition absolument symétrique de celui du système électrostatique, les points de départ réels ayant été différents ; nous nous laisserons guider par les considérations primitives qui ont placé au premier rang la mesure de l'intensité du courant comme détermination primordiale. Cette importance est d'ailleurs tout à fait justifiée. Nous rapporterons donc la définition de toutes les unités électromagnétiques à celles de l'intensité.

Unité d'intensité. — Étant donné un courant, proposons-nous d'en mesurer l'intensité, en réduisant au minimum le nombre de

(1) L'excuse de cette incohérence a été la nécessité de faire face rapidement aux exigences des applications pratiques suscitées par le progrès de la télégraphie aérienne et sous-marine : le besoin impérieux se faisait sentir d'un système d'unités acceptable universellement.

Le système électromagnétique a été adopté parce qu'il était simple, facile à définir, et qu'il réduisait au minimum les déterminations auxiliaires nécessaires à l'établissement des étalons.

paramètres arbitraires. A cet effet, nous emploierons un *galvanomètre* appelé improprement *absolu*, parce que tous les éléments géométriques ou autres sont mesurables avec les unités irréductibles de la Mécanique ou avec celles qui en dérivent. Il est formé d'un cadre circulaire sur lequel est enroulé régulièrement un fil de longueur l ; au centre du cadre est suspendu, avec un fil et un micromètre de torsion, une aiguille aimantée relativement courte, ayant à chaque pôle une masse magnétique $\pm m$. On sait, d'après la loi de Laplace (déduite des expériences d'Ampère, Biot et Savart), que, dans ces conditions, la force qui agit sur chaque pôle de l'aiguille est, en direction, normale au plan du cadre; en grandeur, proportionnelle à la masse magnétique m , à la longueur du fil l , à l'intensité i du courant et en raison inverse du carré de la distance R (rayon du cadre)

$$F = \lambda \frac{ilm}{R^2}.$$

Le coefficient λ est le facteur de proportionnalité qui dépend des unités choisies. Dans cette formule, sauf λ , qui est et qui demeurera inconnu (car on n'en a pas l'expression en fonction d'éléments mécaniques) et i qu'il s'agit d'évaluer, tous les éléments sont mesurables: l et R sont des longueurs, F est une force que nous considérerons aussi comme facile à mesurer avec exactitude, en renvoyant aux Traités pour de plus amples détails. Il reste la masse magnétique m , qu'on peut déterminer par des méthodes très précises comme celle de Gauss; nous supposerons encore ici, pour abrégé, que cette mesure est bien connue, mais en faisant remarquer qu'elle comporte aussi un paramètre arbitraire k inconnu provenant de la formule de Coulomb relative aux actions magnétiques

$$F = k \frac{mm'}{d^2},$$

paramètre qu'on fait égal à l'unité, comme pour l'expression électrostatique,

Ainsi on ne peut tirer la valeur de l'intensité i de la formule de Laplace qu'à la condition de prendre arbitrairement les valeurs des deux paramètres inconnus k et λ .

Pour simplifier, on leur donne à tous deux la valeur $k = \lambda = 1$. On en conclut alors la valeur complètement numérique de l'inconnue

$$i = \frac{FR^2}{lm},$$

c'est-à-dire le nombre mesurant l'intensité en fonction des unités irréductibles de la Mécanique. Dans ces conditions, on voit que *l'unité électromagnétique d'intensité est l'intensité d'un courant ayant l'unité de longueur, qui agit sur l'unité de masse magnétique à l'unité de distance, suivant l'unité de force.*

Après substitution de l'expression de l'unité de magnétisme, on constate aisément que l'unité d'intensité est la racine carrée de l'unité de force ; les deux autres unités mécaniques sont éliminées (voir plus loin, p. 46).

Unité de quantité. — En vertu de la relation $q = it$ établie (p. 28), l'unité électromagnétique de quantité est le produit de l'unité de temps par l'unité d'intensité. On voit, comme nous l'avons annoncé, que ce qui constitue le flux électrique est mesuré ici avec une unité toute différente de l'unité électrostatique, qui nous avait fourni la première notion du courant.

Unité de résistance. — D'après la loi de Joule, on a

$$= Q E = r i^2 t.$$

Donc, on peut *théoriquement* déterminer la résistance r d'un fil en mesurant la quantité de chaleur Q dégagée, pendant un temps t , par un courant d'intensité i (1).

Comme l'équivalent mécanique de la chaleur nous permet d'exprimer Q en travail mécanique $\mathcal{E}$, nous concluons :

L'unité électromagnétique de résistance est égale à l'unité de travail divisée par l'unité de temps et par le carré de l'unité d'intensité.

Unité de force électromotrice. — L'expression de la loi de Joule se ramène à la forme

$$\mathcal{E}_1 = ei,$$

comme on l'a vu p. 36; on en déduit :

L'unité électromagnétique de potentiel ou de force électromotrice est

(1) Pratiquement, c'est en faisant usage des courants d'induction électromagnétique où un travail mécanique connu est transformé directement en énergie électrique qu'on détermine les résistances dites *en valeurs absolues*.

égale à l'unité de travail divisée par l'unité de temps et par l'unité d'intensité.

En résumé, nous avons exprimé implicitement toutes les unités électromagnétiques en fonction des trois unités irréductibles de la Mécanique, car l'unité d'intensité qui figure dans toutes les définitions est elle-même exprimable avec ces unités; il n'est pas nécessaire ici d'en donner l'expression algébrique explicite, on la trouvera dans tous les Traités. Mais, pour arriver à la valeur des unités pratiques, il faut définir les trois unités mécaniques irréductibles employées, qui sont restées jusqu'ici indéterminées.

Choix des unités mécaniques irréductibles; système C.G.S. — L'Association britannique, qui a pris, dès 1860, sous l'impulsion de lord Kelvin (Sir W. Thomson), Wheatstone, Maxwell, l'initiative de la création et de la diffusion des unités électriques, a choisi ultérieurement les unités mécaniques suivantes, qui ont été adoptées par le Congrès des électriciens réuni à Paris en 1881 :

- 1^o Unité de longueur, le centimètre;
- 2^o Unité de temps, la seconde sexagésimale de temps moyen;
- 3^o Unité de force, la *dyne* ou la force qui, agissant sur la masse d'un gramme, imprime à cette masse une accélération de 1^{cm} par seconde.

Cette unité, cohérente avec les deux premières, a l'avantage sur l'unité de force du système métrique d'être indépendante de la gravité, puisque l'attraction de la Terre sur la masse du gramme varie avec la latitude et l'altitude terrestres.

Cette convention revient à substituer l'unité de masse M à l'unité de force F , qui est liée à l'unité d'accélération G , comme on sait, par la relation

$$F = MG.$$

Les forces agissant sur la même masse étant proportionnelles aux accélérations, on en conclut aisément que, à Paris, où l'accélération due à la gravité est égale à 981^{cm}, la *dyne* est égale à la 981^o partie d'un gramme-force, ou environ un *milligramme-force*.

Cet ensemble d'unités mécaniques est appelé par abréviation *système C.G.S.* (centimètre-gramme-seconde).

Valeurs des unités pratiques en unités C.G.S. — C'est ce système C.G.S. qu'on est convenu d'employer pour exprimer les unités

électrostatiques et électromagnétiques dites parfois *absolues*, mais mieux nommées *unités C.G.S.*

Les unités électrostatiques définies dans la première partie de cette Notice sont toujours exprimées en unités C.G.S. et employées avec leur ordre de grandeur.

Quant aux unités électro-magnétiques C.G.S., elles ne se trouvent pas toutes adaptées, comme ordre de grandeur, aux mesures usuelles; celle de force électromotrice et de résistance ont l'inconvénient d'être beaucoup trop petites; c'est pourquoi l'on a choisi pour unités pratiques des multiples décimaux, conformément au Tableau suivant (*voir* aussi le Tableau de l'*Annuaire*, précité).

Le *volt* vaut 10^8 unités C.G.S. de potentiel
L'*ohm*..... 10^9 » » de résistance,
d'où l'on conclut :

L'*ampère*..... 10^{-1} unités G.G.S. d'intensité.

Nous y ajouterons les unités pratiques également employées, dont la définition est une conséquence des précédentes :

Le *coulomb* vaut 10^{-1} unités G.G.S. de quantité.

Le *farad* 10^{-9} » » de capacité.

En effet, le *coulomb* est la quantité d'électricité qui passe par seconde dans un courant d'un *ampère*.

Le *farad* est la capacité d'un condensateur qui se charge d'un *coulomb* lorsque ses armatures ont été maintenues à un *volt* de différence de potentiel. Le *farad* est une unité beaucoup trop grande pour les capacités usuelles, celles des câbles sous-marins par exemple : le millionième de farad, ou *microfarad*, est alors choisi comme unité auxiliaire.

Relation entre les systèmes d'unités électrostatique et électrodynamique. — Ces deux systèmes, nous l'avons vu plus haut, ont été établis indépendamment l'un de l'autre; nous les avons même taxés d'*incohérence*. Ce reproche, heureusement, n'est pas aussi grave qu'on pourrait le craindre d'après les hypothèses arbitraires qui ont présidé à leur définition. Il existe entre eux une relation inattendue qu'il est utile de mentionner.

On démontre aisément que les deux systèmes seraient identiques si l'unité de quantité était la même; c'est donc le rapport des évaluations d'une même quantité d'électricité dans les deux systèmes qui constitue le facteur de transformation. Voici le principe de la méthode qui permet de déterminer ce facteur.

On donne une charge électrostatique à un conducteur de grande capacité (condensateur) et l'on fait passer la décharge à travers un galvanomètre dit *absolu* de très grande résistance : on constate, ce que nous savons déjà (p. 28), qu'une charge très forte (c'est-à-dire mesurée en unités électrostatiques par un nombre considérable) donne un courant de très faible intensité pendant un temps très court (c'est-à-dire le passage d'une quantité d'électricité mesurée en unités électromagnétiques par un nombre très faible). Le quotient de ces deux évaluations est donc un nombre très grand : c'est le facteur de transformation cherché. Les déterminations ont été nombreuses ; elles sont resserrées autour d'une valeur numérique qui, en unités C.G.S. est représentée par 3×10^{10} . Le calcul des *dimensions* de ce quotient, c'est-à-dire son expression en fonction des unités irréductibles (qui seules subsistent après les hypothèses simplificatives) montre que ce nombre doit représenter une vitesse (1) en unités C.G.S. Cette vitesse est donc de 3×10^{10} centimètres ou 300,000 kilomètres par seconde. Comme exemple de transformations, on trouve aisément les valeurs suivantes :

Le *volt* vaut $10^9 : 3 \times 10^{10}$ unités C.G.S. électrostatique, c'est-à-dire $\frac{1}{30}$ d'unité de potentiel électrostatique C.G.S.

[Pour donner une idée de ce que représente l'unité de potentiel électrostatique, on remarquera que la longueur d'une étincelle éclatant dans l'air (*distance explosive*), à la pression ordinaire, entre deux sphères varie à peu près proportionnellement à la différence de potentiel : pour cent unités, la distance explosive est d'environ 18 millimètres].

(1) En effet, écrivons les expressions d'une masse électrostatique Q , d'une quantité électromagnétique q ($q = it$) et d'une masse magnétique m , elles dérivent des trois formules de Coulomb et de Laplace

$$F = \frac{QQ'}{d^2}, \quad F = \frac{mm'}{d^2}, \quad F = \left(\frac{q}{t}\right) \frac{lm'}{R^2};$$

on en conclut les dimensions de leurs unités en remplaçant chaque lettre par le symbole correspondant de l'unité irréductible

$$Q = L F^{\frac{1}{2}}, \quad m = L F^{\frac{1}{2}}, \quad q = T F L m^{-1} = T F^{\frac{1}{2}}.$$

Le quotient des unités Q et q donne donc le rapport de l'unité de longueur à l'unité de temps

$$\frac{Q}{q} = \frac{L}{T};$$

c'est donc bien une vitesse.

Le *microfarad* vaut 10^{-12} (3×10^{10})² = 9×10^8 , ou 9 kilomètres en unités C.G.S. électrostatiques, c'est-à-dire équivaut à la capacité d'une sphère de 9 kilomètres de rayon.

Remarque sur la valeur du facteur de transformation. — Nous venons de voir que le facteur est égal à 300,000 kilomètres par seconde : c'est précisément la *vitesse de la lumière*. Ce résultat, qui a apparû à Lorenz et à Maxwell en discutant les déterminations de Weber et Kohlrausch, ouvre un horizon inattendu aux physiciens et aux géomètres : c'est l'indication extrêmement précieuse d'un lien intime entre l'électricité et la lumière; nous nous bornons aujourd'hui à la signaler, espérant donner bientôt aux lecteurs de l'*Annuaire* quelques-uns des résultats obtenus par le calcul ou l'expérience dans la recherche d'une interprétation physique de ce curieux coefficient.

(Extrait de l'*Annuaire du Bureau des Longitudes* pour l'année 1893.)

—

L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE

LE BUT DE SON ENSEIGNEMENT

L'ESPRIT QUI DOIT INSPIRER SES PROGRAMMES

PAR

A. CORNU

Président de l'Académie des Sciences
Délégué de l'Académie au Conseil de Perfectionnement
de l'Ecole Polytechnique.

EXTRAIT

DE LA *REVUE GÉNÉRALE DES SCIENCES*
du 30 Novembre 1896.

PARIS

G. CARRÉ ET C. NAUD, ÉDITEURS

3, RUE RACINE, 3

1896

L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE

LE BUT DE SON ENSEIGNEMENT

L'ESPRIT QUI DOIT INSPIRER SES PROGRAMMES

La revision récente et inattendue du programme d'admission à l'École Polytechnique a appelé l'attention sur ces questions, au premier abord un peu spéciales, mais qui, en réalité, intéressent au plus haut point la direction des hautes études scientifiques en France.

Je fais appel à tous ceux qui ont à cœur le maintien des traditions de progrès, d'esprit pratique en même temps que de haute culture dont l'École Polytechnique est le porte-drapeau depuis un siècle, en leur soumettant des idées qui résument une expérience personnelle de plus de trente années dans l'enseignement de cette École.

Bien qu'énergiquement opposé, comme la grande majorité de mes Collègues du Corps enseignant de cette Institution, à l'esprit qui a dirigé les « réformes » du nouveau programme, j'éviterai soigneusement, dans cet article, toute critique directe¹ ; je préfère rester dans la région sereine des principes. La comparaison de ces principes avec les « réformes » suffira, je pense, à montrer de quel côté se trouvent les vrais intérêts intellectuels de la Jeunesse scientifique française.

¹ Cet exposé n'est point une œuvre de circonstance : il a été écrit en 1880 et n'était point destiné à voir le jour. Sauf quelques retouches de détail, la présente publication est conforme au manuscrit de cette époque.

REMARQUES PRÉLIMINAIRES.

Le choix et la répartition la plus utile des matières entre l'enseignement préparatoire à l'École Polytechnique et l'enseignement intérieur de l'École est une question qui a préoccupé à plusieurs reprises le Conseil de Perfectionnement et le Conseil d'Instruction depuis la fondation de cet établissement.

Bien des idées théoriques ont été émises sur la direction à imprimer aux études : les tendances ont été variables selon les époques ou selon les membres influents des Conseils : on a soutenu, tantôt, que la base de l'enseignement devait être exclusivement théorique et mathématique, tantôt qu'on devait, au contraire, faire la plus large part aux applications.

Ces spéculations, lorsqu'elles sont développées avec art et une conviction ardente par des membres éloquents, produisent toujours un grand effet sur l'esprit des Conseils ; mais elles ont l'inconvénient d'être presque toujours trop exclusives, de viser des sciences particulières, des systèmes *a priori*, et, par conséquent, d'introduire l'arbitraire dans une question qui devrait n'en comporter aucun.

Le problème de la constitution d'un plan d'études me paraît devoir être considéré à un tout autre point de vue.

En effet, si, en dehors de toute idée préconçue sur l'importance absolue de telle ou telle science, on envisage les conditions multiples que doivent remplir les programmes en vue d'obtenir à la fois

le maximum de résultats pour les Services publics, d'instruction générale pour les jeunes gens qui y aspirent, et de réduire au minimum la somme des efforts stériles absorbés inévitablement par les concours, on reconnaît que, loin d'ouvrir une porte à l'arbitraire dans le choix des matières de l'enseignement, les conditions réelles imposent un enchaînement nécessaire qui ne laisse plus aucune place aux théories esthétiques, ni aux goûts du moment.

Je me propose d'analyser succinctement : d'une part, les conditions imposées par le but de l'Institution ; de l'autre, les résultats acquis par une longue expérience, et de montrer que l'ensemble de cette étude fait ressortir un certain nombre de principes qui définissent d'une manière précise non seulement le caractère général de l'enseignement à tous les degrés, mais encore le choix des matières et, jusqu'à un certain point, l'ordre, la proportion et le détail des diverses branches à enseigner.

I. — CONDITIONS IMPOSÉES PAR LE BUT DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE.

Le but officiel de l'École Polytechnique est de fournir à l'Etat des Ingénieurs civils et militaires. Au point de vue des connaissances nécessaires, les perfectionnements des engins de toute nature, le nombre croissant des applications les plus délicates de la science, imposent la même variété et la même étendue à ces deux ordres de Services : les lois militaires nouvelles tendent même à effacer encore la limite qui autrefois les séparait, car les

Ingénieurs sont maintenant appelés à remplir les fonctions d'Officiers dans la réserve, comme beaucoup d'Officiers de l'armée active à remplir celles d'Ingénieurs militaires.

L'École, dans ses deux années d'études, ne donne pas la totalité de l'enseignement nécessaire pour entrer directement dans les Services publics : elle n'est chargée, suivant l'idée si heureuse de la Convention, que de la partie théorique commune à tous les services, — les Écoles d'application étant destinées à compléter par un enseignement plus pratique les connaissances spéciales à l'Ingénieur ou à l'Officier.

Le but de l'École est donc parfaitement défini : *Donner aux jeunes gens qui se destinent aux Services publics les connaissances théoriques nécessaires pour remplir avec autorité leurs fonctions et les mettre en état de perfectionner ces Services.*

Or, les travaux auxquels ils prendront part dans leurs carrières d'Ingénieur ou d'Officier se rattachent tous aux diverses branches de la Mécanique : travaux publics, travaux militaires ou maritimes, construction et étude des armes, construction des navires, construction, surveillance ou contrôle des voies ferrées, des mines, des manufactures, des télégraphes, opérations d'Astronomie nautique ou de Géodésie, etc. ; tous ces travaux relèvent de la Mécanique, théorique et appliquée.

Il résulte de ce simple énoncé que la Mécanique est la science qui doit figurer au premier rang dans les programmes de l'École Polytechnique : c'est la Mécanique qui doit être l'âme de tout l'enseignement.

Cette conclusion, comme on le voit, n'est pas le résultat d'une vue théorique abstraite ou exclusive : c'est la conséquence nécessaire du but et de la définition de l'École ; c'est, en quelque sorte, la traduction en langage pédagogique de la dénomination primitive de l'école : *Ecole centrale des Travaux Publics*.

L'histoire de la Science française montre, d'ailleurs, que l'Ecole Polytechnique s'est admirablement trouvée de l'idée qui a présidé à sa création : il suffit de citer les savants qui ont travaillé à la constituer, ainsi que les plus illustres de ses élèves, pour juger combien la direction de l'enseignement a été fructueuse : tous, dans les branches diverses qu'ils ont cultivées, ont concouru aux progrès de la Science et particulièrement de la Mécanique : Laplace, Lagrange, Prony, Ampère, Poisson, Sadi Carnot, Fresnel, Cauchy, Poinsot, Coriolis, Navier, Clapeyron, Lamé, Duhamel, Le Verrier, Poncelet, Piobert, Morin, etc.

On peut dire qu'il n'y a pas d'Institution au monde qui ait été, à ce point, féconde en savants aussi illustres, aussi remarquables par la clarté, la profondeur et l'utilité de leurs travaux.

Cette fécondité, l'École Polytechnique la doit à ce fait que son enseignement a été, dès le début, puissamment constitué par Lagrange et Prony en prenant pour base la Mécanique rationnelle¹.

C'est qu'en effet, la Mécanique est la plus parfaite des sciences rationnelles issues des sciences d'observation : elle emprunte aux sciences abs-

¹ Voir le programme du cours de Mécanique de l'an V Journal de l'École, cinquième cahier, par Prony.

traites les méthodes rigoureuses et se retrempe, à chaque pas, aux sources fécondes de l'expérience en demandant aux faits la vérification des conceptions nécessairement incomplètes qu'on peut faire entrer dans le calcul. Elle a l'avantage de posséder à la fois les deux leviers les plus puissants de l'esprit humain : l'analyse mathématique et l'expérience; envisagée à ce point de vue, c'est la science par excellence, celle qui peut le plus contribuer à la puissance intellectuelle et matérielle d'un Pays.

Cette prédominance nécessaire de la Mécanique dans l'enseignement polytechnique impose aux autres branches de l'enseignement à tous les degrés des obligations spéciales. Ces obligations se résument en une tendance constante à faciliter l'enseignement de toutes les parties de la Mécanique.

Ainsi, le cours d'Analyse ne doit pas être dirigé à l'École comme dans une Université où les auditeurs, épris de science pure, sont libres de leur temps et de leur avenir. Il doit être réglé, pour ainsi dire, à chaque chapitre, sur les besoins du cours de Mécanique : la durée des études polytechniques est trop courte pour que le professeur puisse se permettre de longues digressions sur des parties de la science qui n'auraient pas un lien immédiat avec les problèmes de la Mécanique rationnelle ou de la Physique mathématique.

Le cours de Physique expérimentale doit également subir une direction qui le rapproche, autant que possible, de la Mécanique : la tendance générale, dans l'exposé de cette science, doit être de

montrer comment les faits observés, les phénomènes mesurés, réunis d'abord par des lois empiriques, finissent, sous l'impulsion des progrès successifs, par rentrer dans les lois générales de la Mécanique rationnelle. Sous ce rapport, l'enseignement de la Physique expérimentale, sans rien perdre de son importance propre, devient un des auxiliaires les plus puissants de la Mécanique, et complète l'unité de direction si favorable aux études sérieuses.

Le cours d'Astronomie, où se trouvent développés les éléments de la Mécanique céleste, fait naturellement corps avec l'enseignement de la Mécanique rationnelle et doit trouver, comme elle, dans le cours d'Analyse, tous les développements qui lui sont nécessaires.

Les cours de Géométrie descriptive et de Stéréotomie, destinés à fournir les règles d'une représentation exacte des travaux de l'Officier et de l'Ingénieur, sont à la limite des cours théoriques et des cours d'application ; ils n'ont pas de direction aussi nette que les cours précédents.

Il en est de même du cours d'Architecture, qui serait, sous certains rapports, mieux à sa place dans les écoles d'application.

Quant au cours de Chimie, bien qu'il s'éloigne comme caractère (sauf dans les notions de Thermochimie) de ceux qui gravitent autour de la Mécanique, comme l'Analyse, la Physique et l'Astronomie, son utilité est incontestable dans la mesure où les phénomènes chimiques sont utilisés par les Services publics.

En résumé, si l'on met à part le cours de Chimie,

dont l'allure peut être plus indépendante, il doit y avoir l'union la plus intime entre l'enseignement de la Mécanique rationnelle, de l'Analyse, de la Physique et de l'Astronomie. La préoccupation constante des Conseils doit être de maintenir l'homogénéité de cet ensemble, dont la Mécanique doit être en quelque sorte le régulateur.

Il ressort alors de ce qui précède les deux propositions suivantes, qui dominent les conditions de l'enseignement de l'École compris dans son ensemble :

1° *La Mécanique rationnelle est la base de l'enseignement polytechnique : les élèves, à la fin de leurs études, doivent être préparés par cet enseignement à résoudre les problèmes les plus élevés qu'ils sont appelés à rencontrer dans leurs carrières d'Ingénieur et d'Officier.*

2° *Vu la durée très restreinte des années d'études et l'impossibilité de donner des développements suffisants dans toutes les directions intéressantes, l'enseignement des autres sciences, telles que l'Analyse, la Physique et l'Astronomie, doit être orienté de manière à faciliter, à compléter ou à illustrer le cours de Mécanique rationnelle.*

De sorte que, dans le choix des matières à introduire ou à élaguer, le critérium décisif doit être la considération de leur importance au point de vue de l'enseignement de la Mécanique.

Tel est le but qui doit être atteint à la fin des études après la sortie de l'École Polytechnique.

Il semble que, quel que soit l'ordre dans lequel les matières auront été étudiées par les élèves, avant leur entrée ou pendant leur séjour à l'École,

le résultat devra être le même au point de vue de leur instruction définitive. Il n'en est rien, l'ordre des matières est loin d'être indifférent, ainsi qu'on va le voir d'après l'examen des conditions imposées par les concours et des faits acquis par l'expérience du Corps enseignant.

II. — CONDITIONS IMPOSÉES PAR LA NÉCESSITÉ DES CONCOURS ET DU BON RECRUTEMENT DES CANDIDATS.

Il ne suffit pas que l'enseignement de l'École soit approprié au but élevé qu'on vise, il faut encore que les élèves admis possèdent les qualités nécessaires pour en profiter; l'intérêt de l'État est donc d'attirer au concours les esprits les plus vigoureux et les plus solides.

Grâce au prestige de l'École et aux avantages que promettent les Services de l'État, le nombre des candidats qui annuellement aspirent à l'École Polytechnique est considérable; c'est, on peut le dire, parmi ceux qui ont le goût des sciences, l'élite de la jeunesse studieuse; elle consacre à la préparation des examens une somme d'efforts de beaucoup supérieure à celle qui est dépensée ailleurs en vue de toutes les autres carrières.

Tous les candidats, pour des causes diverses, ne réussissent pas; et le nombre de ceux qui, malgré des études sérieuses et même des qualités éminentes, n'ont pu entrer à l'École, forme un chiffre considérable, qu'on peut évaluer au moins à deux fois le nombre de leurs camarades plus favorisés par les dons naturels ou par les hasards inhérents aux concours.

Ces jeunes gens tournent alors leur activité et leurs connaissances acquises dans une autre direction ; on peut donc affirmer que l'École Polytechnique exerce une influence considérable sur l'élévation du niveau intellectuel du pays, même par cette action indirecte.

Cette influence peut être excellente ou imparfaite suivant le choix des études imposées aux candidats : si les matières forment un ensemble satisfaisant, sans lacunes graves, les candidats non favorisés par le concours emportent de leurs études une instruction solide, qu'ils emploieront dans leurs nouvelles occupations au bénéfice du pays, qui profite de toutes les activités. Au contraire, si l'enseignement préparatoire est fait d'une manière trop exclusive soit en vue du concours, soit même en vue des Cours de l'École Polytechnique destinés à le compléter, les élèves admis trouveront bien le complément de leurs études, mais les candidats éliminés n'auront reçu que des notions incomplètes, difficiles à utiliser, et pourront, à juste titre, se plaindre d'avoir perdu beaucoup de temps en efforts stériles.

Il y a donc, quoi qu'on fasse, une *responsabilité*, sur laquelle il n'est pas au pouvoir des Conseils de fermer les yeux.

On pourrait, il est vrai, arguer d'une manière absolue que ces Conseils n'ont pas à entrer dans de semblables considérations, qu'ils doivent voir, avant tout, l'intérêt de l'Etablissement et non celui des candidats éliminés ; que c'est aux candidats eux-mêmes à peser, avant d'entreprendre leurs études, l'avantage que leur procurerait le succès,

les inconvénients que leur imposerait l'insuccès, et à se déterminer en conséquence.

Mais ce raisonnement, outre qu'il est incompatible avec l'esprit prévoyant de Conseillers économes des forces intellectuelles du pays, a le défaut d'être contraire aux intérêts de l'Ecole en attaquant les sources mêmes du recrutement.

En effet, l'intérêt de l'Ecole Polytechnique est d'attirer le plus grand nombre possible de candidats pour obtenir les choix les plus avantageux dans les concours. Or, la meilleure manière d'appeler les candidats, c'est de leur montrer qu'ils ont, à tous les points de vue, intérêt à concourir, et à leur prouver que, même en cas d'insuccès, ils auront acquis des connaissances solides et complètes qui les mettront hors de pair avec les jeunes gens ayant suivi une autre voie.

Ainsi, l'intérêt de l'Ecole exige que, dans la répartition des matières formant les différents stages de l'enseignement, on ait égard, non seulement aux intérêts des élèves admis, mais encore aux intérêts de la totalité des candidats qui prennent part au concours.

Ces considérations entraînent les conséquences suivantes :

3° *Le programme des connaissances exigées pour l'admission doit former un ensemble homogène, sans parties parasites, sans lacune grave, susceptible d'utilisation immédiate et autant que possible facile à compléter ultérieurement soit par les cours de l'Ecole ou des établissements d'enseignement supérieur, soit même par les efforts individuels.*

III. — CONDITIONS IMPOSÉES PAR L'EXPÉRIENCE DES CONCOURS D'ADMISSION ET DES EXAMENS DE SORTIE DE L'ECOLE POLYTECHNIQUE.

L'un des faits les plus généralement remarqués par les anciens élèves de l'Ecole Polytechnique et par leurs maîtres, est celui-ci :

Les matières étudiées pendant les années de préparation sont celles qui laissent dans l'esprit des anciens élèves de l'Ecole l'impression la plus durable.

Les Cours de l'Ecole laissent également une impression profonde, mais à un degré moindre que les Cours préparatoires.

Ces résultats, indépendants des programmes qui ont été plusieurs fois changés, sont une conséquence naturelle des conditions diverses de l'enseignement : l'ardeur des premières années d'études, le désir de réussir dans un concours difficile et surtout les soins incessants avec lesquels l'enseignement est donné dans les établissements préparatoires, expliquent la permanence des premières connaissances acquises.

A l'Ecole, l'absence de tout secours extérieur, la fréquence parfois exagérée des leçons, l'impossibilité de prolonger la durée des études, la nécessité d'obtenir à tout prix la carrière désirée et finalement la fatigue produite par quatre années d'efforts, toutes ces conditions, si différentes de celles des années préparatoires, expliquent la différence d'impression que laisse sur l'esprit des jeunes gens cette deuxième série d'études.

Le rapprochement de ces résultats montre que la mémoire se fatigue par la prolongation des

efforts ; il est donc nécessaire d'avoir égard à cette fatigue inévitable dans la rédaction des programmes successifs, afin de demander de moins en moins à la mémoire pure et de plus en plus au jugement et à l'enchaînement logique des idées.

Cette remarque indique la modification graduelle que doit subir l'esprit des programmes des quatre années qui composent l'enseignement polytechnique :

Année d'élémentaires et année préparatoire. La mémoire est fraîche et susceptible d'impressions profondes ; les connaissances à acquérir peuvent être variées et indépendantes ;

Première année d'école. Complément de l'enseignement préparatoire, nécessité d'accuser nettement les grandes lignes de l'enseignement et leur convergence vers un but bien défini ;

Seconde année d'école. Demander de moins en moins à la mémoire, d'autant que l'esprit des élèves, rompu à toutes les difficultés de calcul, devient plus exigeant sur la valeur du fond que sur l'élégance de la forme.

IV. — CARACTÈRE DU PROGRAMME D'ADMISSION.

La connaissance de ces faits permet même d'aller plus loin et de définir nettement la nature des premières études, de celles qui correspondent au programme d'admission.

En effet, puisque les résultats gravés le plus profondément dans la mémoire des élèves, sont ceux qui ont été acquis pendant les années préparatoires, il faut considérer ces années d'études comme les plus précieuses, et arrêter avec un soin minutieux le programme des matières, afin d'in-

introduire les notions formant en quelque sorte l'outillage qui doit servir pendant toute la carrière. Sous cette dénomination d'*outillage*, on doit entendre les éléments du Calcul infinitésimal, de la Trigonométrie, de la Théorie des équations, du Calcul des différences, de la Géométrie analytique, etc., sans lesquels on ne peut traiter aucune question, théorique ou appliquée.

Cette idée n'a pas toujours dominé dans les Conseils, et l'on a plusieurs fois remanié les programmes dans le but avoué d'*alléger* les cours de l'École. Cette manière de procéder peut conduire à des résultats fâcheux, si, sous prétexte d'*alléger* les cours de l'École, on élague les parties moins importantes de l'enseignement intérieur pour les rejeter dans l'enseignement préparatoire. Les considérations précédentes montrent, au contraire, qu'on ne saurait être trop parcimonieux du temps des études préparatoires et que l'on ne doit y introduire rien qui n'ait une utilité non seulement transitoire, mais définitive.

Ainsi, on doit soigneusement bannir tous les développements parasites, les *curiosités*, les *subtilités* et surtout les questions dites d'*examen*, ne présentant que des difficultés d'exposition. Ces dernières ont généralement été introduites dans le but avoué de faciliter aux examinateurs l'appréciation des candidats. L'introduction de ce genre de matières (dont le programme de l'Arithmétique est un type) me paraît fâcheux à presque tous les points de vue : d'abord les questions traitées n'ont qu'un rapport très lointain avec la direction générale de l'enseignement polytechnique, tel

qu'il a été défini précédemment ; en outre, elles constituent pour les candidats un travail pénible, stérile, un fatigant exercice de mémoire. Enfin, elles ne remplissent pas le but auquel elles sont destinées : car les exercices de mémoire permettent mal d'apprécier l'intelligence et le jugement des candidats, qualités plus importantes que la mémoire au point de vue des Services Publics.

Cette nécessité d'économiser le temps et les efforts des candidats impose aux méthodes d'enseignement une condition essentielle : celle de donner les résultats par des méthodes *simples*, générales, et sous la forme définitive *sous laquelle ils sont appliqués*.

Le programme d'admission, par son importance comme plan des études préparatoires, ne saurait donc être étudié avec trop de soins : il exige pour sa rédaction le concours, dans les deux Conseils, de tous les membres compétents par leur science, leur connaissance des méthodes d'enseignement ou leur habileté à résoudre les questions de Mécanique et de Physique mathématique qui mettent aux prises le calcul avec les phénomènes réels. Ces Conseillers doivent l'emporter en autorité sur les purs théoriciens : car ce ne sont pas des abstractions que les Officiers et les Ingénieurs auront à traiter dans leurs carrières, mais bien des problèmes concrets, souvent plus difficiles à manier que des spéculations théoriques.

Nous résumerons les considérations précédentes par la proposition que voici :

4° L'enseignement préparatoire à l'Ecole Polytechnique exerce une influence décisive sur l'esprit des élèves ; il

doit être dirigé en vue de donner les résultats formant l'outillage intellectuel qui doit servir pendant toute la carrière; ces résultats doivent être établis par des méthodes simples et générales et présentés sous la forme définitive suivant laquelle ils seront ultérieurement appliqués : on devra écarter soigneusement non seulement toutes les subtilités inutiles, mais même les matières qui n'auraient pas un rapport immédiat avec la direction générale de l'enseignement polytechnique.

Telles sont les considérations qui me paraissent définir d'une manière précise l'esprit de l'enseignement polytechnique à ses divers degrés.

Je n'ai pas qualité pour formuler le détail des programmes qui seraient l'application de ces idées; mais, si les principes énoncés étaient admis comme base de discussion, le choix, l'ordre et la répartition des matières seraient singulièrement facilités : il suffirait de prendre le programme le plus étendu qui puisse être proposé et de comparer successivement chaque chapitre avec les principes admis; l'élimination se ferait, en quelque sorte, d'elle-même dans une foule de cas : dans les cas douteux, on serait guidé par l'esprit de ces principes, et la discussion ne risquerait pas de s'égarer dans des considérations étrangères, toujours fatales à l'efficacité de l'enseignement.

A. Cornu,

Président de l'Académie des Sciences,
Délégué de l'Académie au Conseil de Perfectionnement
de l'Ecole Polytechnique.

P. S. — Les idées exposées dans le présent travail (présenté à la Direction des Etudes en 1880) ont reçu, à diverses reprises, un commencement de réalisation,

et leur efficacité a été sanctionnée par l'expérience ainsi que le prouve la succession des faits suivants :

1881. Réduction notable du programme des élémentaires à l'examen d'admission.

1886. Introduction des notions de Calcul infinitésimal. Suppression explicite des Elémentaires en tant que *questions d'examen* (l'examineur ayant le droit de s'assurer que les candidats en ont une connaissance suffisante).

1892. Réduction considérable du programme d'Algèbre et de Géométrie analytique. — Leçons de Mécanique distraites du programme de Physique et érigées en enseignement homogène.

Cette revision fut faite sur l'ordre du Ministre de la Guerre (M. de Freycinet) *en vue de supprimer les questions pouvant prêter à des développements parasites*. Les modifications furent votées à l'unanimité dans les deux Conseils et approuvées par le Ministre dans des termes qui témoignaient que ses intentions avaient été fidèlement remplies.

Depuis la mise en vigueur de ce programme de 1892, la moyenne des notes des élèves en Mécanique s'est peu à peu élevée de près de deux points.

La revision de 1896, conçue dans un esprit opposé aux idées ci-dessus, (rétablissement des Elémentaires comme questions d'examen, de la Mécanique générale dans le Cours de Physique, suppression des notions de Calcul infinitésimal, etc.) a été faite malgré l'avis presque unanime du Conseil d'instruction et n'a été votée au Conseil de Perfectionnement qu'à une faible majorité (13 contre 7).

A. C.

LA THÉORIE
DES
ONDES LUMINEUSES
SON INFLUENCE
SUR LA PHYSIQUE MODERNE

The Rede Lecture (1^{er} Juin 1899)

PAR

Alfred CORNU

de l'Académie des Sciences et de la Société Royale de Londres
Professeur à l'École Polytechnique

EXTRAIT DE LA *REVUE GÉNÉRALE DES SCIENCES*
du 30 Juillet 1899.

PARIS
GEORGES CARRÉ ET C. NAUD, ÉDITEURS
3, RUE RACINE, 3
—
1899

LA THÉORIE
DES
ONDES LUMINEUSES
SON INFLUENCE
SUR LA PHYSIQUE MODERNE¹

THE REDE LECTURE

*Lue à la Senate House
de l'Université de Cambridge à l'occasion des fêtes du Jubilé
de Sir G. Stokes, le 1^{er} Juin 1899.*

Notre époque se distingue des âges précédents par une merveilleuse utilisation des forces naturelles; l'homme, cet être faible et sans défense, a

¹ En dehors de l'intérêt que présente un coup d'œil d'ensemble sur les progrès et l'influence de l'Optique, cette lecture offre les conclusions d'une étude approfondie du *Traité d'Optique* de Newton. On verra que la pensée du grand physicien a été singulièrement altérée par une sorte de légende répandue dans les traités élémentaires où la théorie de l'émission est exposée. Pour rendre plus claire la théorie des accès, les commentateurs ont imaginé de matérialiser la molécule lumineuse, sous la forme d'une flèche rotative se présentant alternativement par la pointe et par le travers. Ce mode d'exposition a contribué à faire croire que toute la théorie newtonienne de l'émission était renfermée dans cette image un peu enfantine : il n'en est rien. Nulle part, dans son *Traité*, Newton ne donne une représentation mécanique de la molécule lumineuse : il se borne à décrire les

su, par son génie, acquérir une puissance extraordinaire et plier à son service des agents subtils ou redoutables, dont ses ancêtres ignoraient même l'existence.

Cet admirable accroissement de la puissance matérielle de l'homme dans les temps modernes est dû tout entier à l'étude patiente et approfondie des phénomènes de la Nature, à la connaissance précise des lois qui les régissent et à la savante combinaison de leurs effets.

Mais ce qui est particulièrement instructif, c'est la disproportion qui existe entre le phénomène primitif et la grandeur des effets que l'industrie en a fait jaillir. Ainsi, ces formidables engins fondés sur l'électricité ou la vapeur ne dérivent ni de la foudre, ni des volcans; ils tirent leur origine de phénomènes presque imperceptibles qui seraient demeurés éternellement cachés aux yeux du vulgaire, mais que des observateurs pénétrants ont su reconnaître et apprécier.

Cette humble origine de la plupart des grandes

faits, puis les résume dans un énoncé empirique, sans explications hypothétiques. Il se défend même de faire aucune théorie, quoique l'intervention des ondes excitées dans l'éther lui apparaisse comme fort probable. De sorte que l'impression générale résultant de la lecture du *Traité d'Optique*, et surtout des « Questions » du troisième livre peut se résumer en disant que Newton, loin d'être l'adversaire du système de Descartes, comme on le représente généralement, est, au contraire, très favorable aux principes de ce système : frappé des ressources qu'offrait l'hypothèse ondulatoire pour l'explication des phénomènes lumineux, il l'aurait sans doute adoptée, si l'objection grave relative à la propagation rectiligne de la lumière, résolue seulement de nos jours par Fresnel, ne l'en avait détourné.

découvertes dont l'humanité bénéficie montre bien que c'est l'esprit scientifique qui est aujourd'hui le grand ressort de la vie des nations et que c'est dans le progrès de la Science pure qu'il faut chercher le secret de la puissance croissante du monde moderne.

De là une série de questions qui s'imposent à l'attention de tous. A quelle occasion le goût de la Philosophie naturelle, si chère aux philosophes de l'Antiquité, abandonnée pendant des siècles, a-t-il pu renaître et se développer? Quelles ont été les phases de son développement? Comment ont apparu ces notions nouvelles qui ont si profondément modifié nos idées sur le mécanisme des forces de la Nature? Enfin, quelle est la voie féconde qui, insensiblement, nous conduit à d'admirables généralisations, conformément au plan grandiose entrevu par les fondateurs de la Physique moderne?

Telles sont les questions que je me propose, comme physicien, d'examiner devant vous : c'est un sujet un peu abstrait, je dirai même un peu sévère; mais nul autre ne m'a paru plus digne d'attirer votre attention, à la fête que l'Université de Cambridge célèbre aujourd'hui, pour honorer le cinquantenaire du professorat de Sir George-Gabriel Stokes, qui, dans sa belle carrière, a précisément touché d'une main magistrale aux problèmes les plus profitables à l'avancement de la Philosophie naturelle.

Ce sujet est d'autant mieux à sa place ici qu'en citant les noms des grands esprits qui ont le plus fait pour la Science, nous trouverons ceux qui

honorent le plus l'Université de Cambridge, ses professeurs ou ses élèves, Sir Isaac Newton, Thomas Young, George Green, Sir George Airy, Lord Kelvin, Clerk Maxwell, Lord Rayleigh ; et le souvenir de gloire qui se perpétue à travers les siècles jusqu'au temps présent rehaussera l'éclat de cette belle cérémonie.

I

Cherchons donc, dans un rapide coup d'œil sur la Renaissance scientifique, à reconnaître l'influence secrète, mais puissante, qui a été la force directrice de la Physique moderne.

Je suis porté à penser que l'étude de la lumière, par l'attraction qu'elle a exercée sur les plus vigoureux esprits, a été l'une des causes les plus efficaces du retour des idées vers la Philosophie naturelle, et à considérer l'Optique comme ayant eu sur la marche des Sciences une influence dont on ne saurait exagérer la portée.

Cette influence, déjà visible dès la création de la Philosophie expérimentale, par Galilée, a grandi dans de telles proportions qu'on prévoit aujourd'hui une immense synthèse des forces physiques, fondée sur les principes de la Théorie des ondes lumineuses.

On se rend compte aisément de cette influence lorsqu'on songe que la voie par laquelle arrive à notre intelligence la connaissance du monde extérieur est la lumière.

C'est, en effet, la vision qui nous fournit les notions les plus rapides et les plus complètes sur

les objets qui nous entourent; nos autres sens, l'ouïe, le toucher, nous apportent aussi leur part d'instruction, mais la vue seule nous fournit une abondance d'informations simultanées, forme, éclat, couleur, qu'aucun des autres sens ne peut nous donner

Il n'est donc pas étonnant que la lumière, lien perpétuel entre notre personnalité et le monde extérieur, intervienne à chaque instant, par toutes les ressources de sa constitution intime, pour préciser l'observation des phénomènes naturels. Aussi chaque découverte relative à quelque propriété nouvelle de la lumière a-t-elle eu un retentissement immédiat sur les autres branches des connaissances humaines; souvent même, elle a déterminé la naissance d'une science nouvelle en apportant un nouveau moyen d'investigation d'une puissance et d'une délicatesse inattendues.

L'Optique est véritablement une science moderne; les anciens philosophes n'avaient pas soupçonné la complexité de ce qu'on appelle vulgairement la lumière: ils confondaient sous la même dénomination ce qui est personnel à l'homme et ce qui lui est extérieur. Ils avaient cependant aperçu une des propriétés caractéristiques du lien qui existe entre la source lumineuse et l'œil qui perçoit l'impression: *la lumière se meut en ligne droite*. L'expérience vulgaire leur avait révélé cet axiome, en observant les traînées brillantes que le Soleil trace dans le ciel en perçant les nuées brumeuses ou en pénétrant dans un espace obscur. De là étaient résultées deux notions empiriques: la définition du rayon de lumière et celle de la ligne

droite; la première devint la base de l'Optique; l'autre, la base de la Géométrie.

Il ne nous reste presque rien des livres d'Optique des anciens; nous savons, toutefois, qu'ils connaissaient la réflexion des rayons lumineux sur les surfaces polies et l'explication des images formées par les miroirs.

Il faut attendre bien des siècles, jusqu'à la Renaissance scientifique, pour rencontrer un nouveau progrès dans l'Optique; mais celui-là est considérable, il annonce l'ère nouvelle : c'est l'invention de la lunette astronomique.

L'ère nouvelle commence à Galilée, Boyle et Descartes, les fondateurs de la Philosophie expérimentale; tous trois consacrent leur vie à méditer sur la nature de la lumière, des couleurs et des forces. Galilée jette les bases de la Mécanique, et, avec le télescope à réfraction, celles de l'Astronomie physique; Boyle perfectionne l'expérimentation; quant à Descartes, il embrasse d'une vue pénétrante l'ensemble de la Philosophie naturelle; il repousse toutes les causes occultes admises par les scholastiques; il pose en principe que tous les phénomènes sont gouvernés par les lois de la Mécanique. Dans son système du monde, la lumière joue un rôle prépondérant¹; elle est produite par les ondulations excitées dans la matière subtile qui, suivant lui, remplit tout l'espace. Cette matière subtile (qui représente ce que nous appelons aujourd'hui l'éther), il la considère comme formée

¹ *Le Monde de M. Descartes ou le Traité de la Lumière.* Paris, 1664.

de particules en contact immédiat; elle constitue donc en même temps le véhicule des forces existant entre les corps matériels qui y sont plongés. On reconnaît là les fameux tourbillons de Descartes, tantôt admirés, tantôt bafoués aux siècles derniers, mais auxquels d'habiles géomètres contemporains ont rendu la justice qui leur est due.

Quelle que soit l'opinion qu'on porte sur la rigueur des déductions du grand philosophe, on doit rester frappé de la hardiesse avec laquelle il affirme la liaison des grands problèmes cosmiques, et de la pénétration avec laquelle il annonce des solutions dont les générations actuelles s'approchent insensiblement.

Pour Descartes, le mécanisme de la lumière et celui de la gravitation sont inséparables; le siège des phénomènes qui leur correspondent est cette matière subtile qui remplit l'Univers et leur propagation doit s'effectuer par ondes autour des centres actifs.

II

Cette conception de la nature de la lumière heurtait les idées en faveur; elle souleva de vives oppositions. Depuis l'Antiquité, on avait coutume de se représenter les rayons lumineux comme la trajectoire de projectiles rapides lancés par la source radiante, leur choc sur les nerfs de l'œil produisant la vision; leur rebondissement ou leur changement de vitesse, la réflexion ou la réfraction.

La théorie cartésienne avait toutefois des aspects séduisants qui lui amenèrent des défenseurs : les ondes excitées à la surface des eaux tranquilles

offrent une image si claire de la propagation d'un mouvement autour d'un centre d'ébranlement! D'autre part, n'est-ce pas par ondes que nous arrivent les impressions sonores? L'esprit éprouve donc une véritable satisfaction à penser que nos deux organes les plus précis et délicats, l'œil et l'oreille, sont impressionnés par un mécanisme de même nature.

Cependant, une grave différence subsiste; le son ne se meut pas nécessairement en ligne droite comme la lumière; il tourne les obstacles qu'on lui oppose et parcourt les routes les plus sinueuses presque sans s'affaiblir.

Les physiciens se partagèrent alors en deux camps : les uns, partisans de l'émission, les autres, partisans des ondes. Comme chacun des deux systèmes se prétendait supérieur à l'autre, et l'était en effet sur quelques points, il fallait en appeler à d'autres phénomènes pour trancher entre eux.

Le hasard des découvertes en amena plusieurs qui auraient dû décider en faveur de la théorie des ondes, ainsi qu'on le reconnut un siècle plus tard; mais les claires vérités n'apparaissent jamais sans un long labeur.

Un compromis singulier s'établit entre les deux systèmes, à l'abri d'un nom illustre entre tous, et la victoire fut attribuée, pendant un siècle, à la théorie de l'émission; en voici l'étrange histoire :

En 1661, un jeune élève plein d'ardeur et de pénétration entra à Trinity College de Cambridge; il se nommait Isaac Newton; il avait déjà lu dans son village l'*Optique* de Kepler. A peine entré, tout en suivant les leçons d'Optique de Barrow, il étudia

avec passion la Géométrie de Descartes; il achète sur ses économies un prisme pour étudier les couleurs et, entre temps, médite déjà longuement sur les causes de la gravité. Huit ans après, ses maîtres le trouvent digne de succéder à Barrow dans la chaire lucasienne, et il enseigne à son tour l'Optique. L'élève dépasse bientôt le maître et annonce une découverte capitale : La lumière blanche, qui semblait le type de la lumière pure, n'est pas homogène; elle est formée de rayons de diverses réfrangibilités. Et il le démontre par la célèbre expérience du spectre solaire, dans laquelle un rayon de lumière blanche est décomposé en une série de rayons colorés comme l'arc-en-ciel; chacune de ces couleurs est simple, car le prisme ne la décompose plus. Telle est l'origine de l'analyse spectrale.

Cette analyse de la lumière blanche amena Newton à expliquer les colorations des lames minces qu'on observe en particulier sur les bulles de savon; l'expérience fondamentale, dite des anneaux de Newton, est l'une des plus instructives de l'Optique, et les lois qui la résument sont d'une admirable simplicité. Il en exposa la théorie dans un discours adressé à la *Société Royale* sous le titre : Hypothèse nouvelle concernant la lumière et les couleurs.

Ce discours provoqua de la part de Hooke une vive réclamation. Hooke avait antérieurement observé aussi les colorations des lames minces et cherché à les expliquer dans le système des ondes : il avait eu le mérite (que Newton lui-même reconnut sans peine) de substituer à l'onde progressive

de Descartes une onde vibratoire, notion nouvelle et extrêmement importante; il avait même aperçu le rôle des deux surfaces réfléchissantes de la lame mince, ainsi que l'action mutuelle des ondes réfléchies. Hooke eût été ainsi le véritable précurseur de la théorie moderne, s'il avait eu, comme Newton, la perception claire des rayons simples; mais ses raisonnements vagues pour expliquer la coloration ôtent toute valeur démonstrative à sa théorie.

Newton fut très affecté de cette réclamation de priorité; il combat les arguments de son adversaire en rappelant que la théorie des ondes est inadmissible, parce qu'elle ne rend pas compte de l'existence du rayon lumineux et des ombres. Il se défend d'avoir constitué une théorie, il déclare qu'il n'admet ni l'hypothèse des ondes, ni celle de l'émission; seulement il est obligé, pour abrégé le discours et faire image, d'avoir recours à l'une et à l'autre, comme s'il les admettait.

Et, en fait, dans la XII^e Proposition, au II^e livre de son *Optique*¹, qui constitue ce que l'on a appelé depuis la *théorie des accès*, Newton reste absolument sur le terrain des faits.

¹ Prop. XII. — Tout rayon de lumière dans son passage à travers une surface réfringente est mis dans un certain état passager qui, dans la progression du rayon, revient à intervalles égaux et dispose le rayon, à chaque retour, à être facilement transmis à travers la prochaine surface réfringente, et entre les retours, à être aisément réfléchi par elle.

(Sir Isaac Newton, *Opticks* or a *Treatise of the Reflections, Refractions, Inflexions and Colours of Light*. — London, 1718, second edition, with additions, p. 253.)

Il dit simplement : « Le phénomène des lames minces prouve que le rayon lumineux est mis alternativement dans un accès de facile réflexion ou de facile transmission. » Il ajoute, toutefois, que si l'on désire une explication de ces alternances, *on peut* les attribuer aux vibrations excitées par le choc des corpuscules et propagées sous forme d'ondes par l'éther¹.

En résumé, malgré son désir de rester sur le terrain solide des faits, Newton n'a pas pu s'empêcher d'essayer une explication rationnelle; il a trop lu les écrits de Descartes pour n'être pas, au fond, comme Huyghens, partisan de l'universel mécanisme et pour ne pas désirer secrètement trouver, dans les ondulations pures, l'explication du beau phénomène qu'il a réduit en lois si simples.

Son admirable livre des *Principes* porte la trace de ses profondes méditations sur la propagation des ondes, car on y trouve, pour la première fois, l'expression mathématique de leur vitesse, aussi bien pour les vibrations longitudinales des corps compressibles que pour les vibrations transversales des surfaces fluides.

Mais c'est surtout le troisième livre de son *Optique*, qui témoigne le plus vivement de ses aspirations cartésiennes et surtout de sa perplexité. Ses fameuses « *Questions* » sont un exposé si complet des arguments en faveur de la théorie des ondes lumineuses que Thomas Young les citera plus tard comme preuve de la conversion finale de Newton à la doctrine ondulatoire. Newton aurait certaine-

¹ *Loc. cit.*, p. 255.

ment cédé à ce secret entraînement si la logique inflexible de son esprit le lui avait permis; mais, après avoir énuméré toutes les ressources dont la théorie des ondes dispose pour expliquer la nature intime de la lumière, arrivé aux dernières questions, ils'arrête comme pris d'un remords subit et la rejette résolument. Et le seul argument qu'il donne, c'est qu'il n'y voit pas la possibilité de rendre compte du rayon lumineux rectiligne'.

Cousidéré à ce point de vue, le troisième livre de l'*Optique* n'est plus seulement la discussion impar-

' Voici, d'abord, un extrait des « Questions » qui prouve la tendance des vues de Newton vers la théorie ondulatoire et les idées cartésiennes.

« Question 12. — Les rayons de lumière, en frappant le fond de l'œil, n'excitent-ils pas des vibrations dans la *tunica retina*? Ces vibrations, étant propagées le long des fibres solides des nerfs optiques dans le cerveau, causent la sensation de la vision...

« Question 13. — Les diverses sortes de rayons ne font-elles pas des vibrations de diverses grandeurs, qui, suivant leurs diverses grandeurs, excitent les sensations des diverses couleurs, de la même manière que les vibrations de l'air, suivant leurs diverses grandeurs, excitent les sensations des divers sons? Et, en particulier, ne sont-ce pas les rayons les plus réfrangibles qui excitent les plus courtes vibrations pour produire la sensation du violet extrême; les moins réfrangibles, les plus grandes, pour produire la sensation du rouge extrême, etc. ?...

« Question 18. — La chaleur d'un espace chaud n'est-elle pas transmise à travers le vide par les vibrations d'un milieu beaucoup plus subtil que l'air, qui reste dans le vide après que l'air en a été enlevé?

« Et ce milieu n'est-il pas le même que le milieu par lequel la lumière est réfractée et réfléchie, par les vibrations duquel la lumière communique la chaleur aux corps et est mise dans les accès de facile réflexion et de facile transmission?

« Et ce milieu n'est-il pas infiniment (*exceedingly*) plus

tiale de systèmes opposés ; il apparaît comme la peinture des souffrances d'un génie puissant, tourmenté par le doute, tour à tour entraîné par les suggestions séduisantes de l'imagination et rappelé par les exigences impérieuses de la logique. Nous assistons à un drame, à l'éternel combat de l'amour et du devoir, et c'est le devoir qui a été le plus fort.

Telle est, j'imagine, la genèse intime de la Théorie des accès, mélange bizarre des deux systèmes opposés ; elle a été beaucoup admirée à cause de

rare et subtil que l'air et infiniment plus élastique et actif ? Et ne remplit-il pas tous les corps ? Et (par sa force élastique) ne se répand-il pas dans tout l'espace céleste ? »

Newton examine ensuite le rôle possible de ce milieu (l'éther) dans la gravitation et dans la transmission des sensations et du mouvement chez les êtres vivants (questions 19 à 24). Les propriétés dissymétriques des deux rayons du spath d'Islande attirent également son attention (questions 25 et 26).

Puis arrive cette volte-face soudaine, cette espèce de remords d'avoir exposé avec trop de complaisance les ressources de la théorie cartésienne fondée sur le *plein* : il fait, en quelque sorte, amende honorable et continue ainsi :

« Question 27. — Ne sont-elles pas erronées toutes les hypothèses qui ont été inventées jusqu'ici pour expliquer les phénomènes de la lumière par de nouvelles modifications des rayons ? »

« Question 28. — Ne sont-elles pas erronées toutes les hypothèses dans lesquelles la lumière est supposée consister en une pression ou un mouvement propagé à travers un milieu fluide ?

« Si elle (la lumière) consiste seulement en une pression ou un mouvement propagé instantanément ou progressivement, elle se courberait dans l'ombre. Car une pression ou un mouvement ne peut pas se propager en ligne droite dans un fluide au delà de l'obstacle qui arrête une partie du mouvement ; il y a inflexion et dispersion de tous côtés dans le milieu en repos situé au delà de l'obstacle...

«... Car une cloche ou un canon peuvent s'entendre au delà

l'autorité du grand géomètre qui a eu la gloire de ramener l'ensemble des mouvements célestes à la loi unique de la gravitation universelle.

Aujourd'hui, cette théorie est abandonnée ; elle est condamnée par l'*experimentum crucis* d'Arago, réalisé par Fizeau et Foucault : on doit pourtant reconnaître qu'elle a constitué un réel progrès par la notion précise et nouvelle qu'elle renferme. Le rayon de lumière considéré jusque-là était simplement la trajectoire d'une particule en mouvement rectiligne : le rayon de lumière tel que le décrit Newton possède une structure périodique régulière, et la période ou *longueur d'accès* caractérise la couleur du rayon ; c'est là un résultat capital. Il ne manque plus qu'une interprétation convenable

d'une colline qui intercepte la vue du corps sonore, et les sons se propagent aussi bien à travers des tubes courbés qu'à travers des tubes droits. Tandis que l'on ne voit jamais la lumière suivre des routes tortueuses, ni s'infléchir dans l'ombre.»

Devant cette objection, Newton se voit obligé de revenir à la théorie corpusculaire.

« Question 29. — Les rayons de lumière ne sont-ils pas de petits corps émis par les substances brillantes?... »

« Question 30. — Les corps grossiers et la lumière ne sont-ils pas convertissables l'un dans l'autre?... Le changement des corps en lumière et de lumière en corps matériels est très conforme au cours de la nature, qui se plaît aux transmutations. »

La logique le force à poursuivre l'hypothèse du *vide* et des *atomes* et même à invoquer (question 28, p. 343), à ce sujet, l'autorité des anciens philosophes de la Grèce et de la Phénicie : on ne doit donc pas s'étonner de voir sa perplexité se traduire par les paroles suivantes :

« Question 31^e et dernière. — Les petites particules des corps n'ont-elles pas certains pouvoirs, vertus ou forces, par lesquels elles agissent à distance non seulement sur les rayons de lumière pour les réfléchir, les réfracter ou les

pour transformer le rayon lumineux en une onde vibratoire; mais il faut attendre un siècle, et c'est le Dr Thomas Young qui, en 1801, aura l'honneur de la découvrir.

III

Reprenant l'étude des lames minces, Thomas Young montre que tout s'explique avec une extrême simplicité, si l'on suppose que le rayon lumineux homogène est l'analogue de l'onde sonore produite par un son musical; que les vibrations de l'éther, soumises aux lois des petits mouvements, doivent se composer, c'est-à-dire *interférer*, suivant l'expression qu'il propose pour exprimer leur action mutuelle. Quoique Young eût pris l'habile précaution

infléchir, mais aussi les unes sur les autres pour produire une grande partie des phénomènes de la Nature? »

Mais il s'aperçoit qu'il va peut-être un peu loin et qu'il va se compromettre: aussi ses secrètes tendances, développées dans les premières questions, reparaissent-elles un instant:

« Comment ces attractions (gravité, magnétisme et électricité) peuvent-elles se produire, je ne m'y arrête pas ici. Ce que j'appelle attraction peut être produit par des impulsions ou par d'autres moyens que j'ignore... »

Il y aurait encore bien des remarques curieuses à faire sur l'état d'esprit du grand physicien, géomètre et philosophe, qui se révèle naïvement dans ces « *Questions* ». Les courts extraits qui précèdent suffisent. Je crois, à justifier la conclusion qui ressort de cette étude, à savoir, que Newton n'avait pas, sur le mécanisme de la lumière, les idées arrêtées qu'on lui prête en le considérant comme initiateur de la théorie de l'émission. En réalité, il hésite entre les deux systèmes opposés dont il aperçoit clairement l'insuffisance et, dans cette discussion, il s'efforce de s'éloigner le moins possible des faits bien établis: voilà pourquoi il ne formule aucune théorie dogmatique. Il serait donc injuste de rendre Newton responsable de tout ce que les partisans de l'émission ont abrité sous son autorité.

de se réclamer de l'autorité de Newton¹, l'hypothèse n'eut aucune faveur; son principe d'interférence conduisait à cette singulière conséquence que la lumière ajoutée à de la lumière pouvait, dans certains cas, produire l'obscurité; résultat paradoxal, contredit par l'expérience journalière. La seule vérification que Young apportât était l'existence des anneaux obscurs dans l'expérience de Newton, obscurité due, suivant lui, à l'interférence des ondes réfléchies aux deux faces de la lame; mais, comme la théorie newtonienne interprétait le fait autrement, la preuve restait douteuse; il fallait un *experimentum crucis*, Young ne réussit pas à l'obtenir.

La théorie des ondes retombait donc encore une fois dans l'obscurité des controverses, et le terrible argument de la propagation rectiligne se dressait de nouveau contre elle. Les plus habiles géomètres de l'époque, Laplace, Biot, Poisson, s'étaient naturellement rangés à l'opinion newtonienne: Laplace en particulier, le célèbre auteur de la *Mécanique céleste*, avait même pris l'offensive; il était allé attaquer la théorie des ondes jusque dans le plus solide de ses retranchements, celui qui avait été élevé par l'illustre Huyghens.

Huyghens, en effet, dans son *Traité de la Lumière*, avait résolu un problème devant lequel la théorie de l'émission était restée muette, à savoir, l'explication de la biréfringence du cristal d'Islande; la théorie des ondes, au contraire, ramenait à une

¹ The Bakerian Lecture, on the Theory of Light and Colours. — By Thomas Young. *Philos. Transactions of the Royal Society of London*, 1802, p. 12.

construction géométrique des plus simples la marche des deux rayons, ordinaire et extraordinaire ; l'expérience confirmait en tous points ces résultats. Laplace réussit, à son tour, à l'aide d'hypothèses sur la constitution des particules lumineuses, à expliquer la marche de ces étranges rayons. La victoire de la théorie particulière paraissait donc complète : un nouveau phénomène arrivait même tout à point pour la rendre éclatante.

Malus découvrait qu'un rayon de lumière naturelle, réfléchi sous un certain angle, acquiert des propriétés dissymétriques semblables à celles des rayons du cristal d'Islande ; il expliqua ce phénomène par une orientation de la molécule lumineuse, et, en conséquence, nomma cette lumière, *lumière polarisée* ; c'était un nouveau succès pour l'émission.

Le triomphe ne fut pas de longue durée ; en 1816, un jeune ingénieur, à peine sorti de l'Ecole Polytechnique, Augustin Fresnel, confiait à Arago ses doutes sur la théorie en faveur et lui indiquait les expériences qui tendaient à la renverser ; s'appuyant sur les idées d'Huyghens, il avait attaqué la redoutable question des rayons et des ombres et l'avait résolue ; tous les phénomènes de diffraction étaient ramenés à un problème d'analyse et l'observation vérifiait merveilleusement le calcul. Il avait, sans les connaître, retrouvé les raisonnements de Young, ainsi que le principe des interférences ; mais, plus heureux que lui, il apportait l'*experimentum crucis*, l'expérience des deux miroirs ; là, deux rayons issus d'une même source,

purs de toute altération, produisent par leur concours, tantôt de la lumière, tantôt de l'obscurité. L'illustre Young fut le premier à applaudir au succès de son jeune émule et lui témoigna une bienveillance qui ne se démentit jamais.

Ainsi, grâce à l'expérience des deux miroirs, la théorie du Dr Young, c'est-à-dire l'analogie complète du rayon lumineux et de l'onde sonore, est solidement établie.

En outre, la théorie de la diffraction de Fresnel montre la cause de leur dissemblance ; la lumière se propage en ligne droite parce que les ondes lumineuses sont extrêmement petites ; au contraire, le son se diffuse parce que les longueurs des ondes sonores sont relativement très grandes.

Ainsi s'évanouit la terrible objection qui avait tant tourmenté l'esprit du grand Newton.

Mais il restait encore à expliquer une autre différence essentielle entre l'onde lumineuse et l'onde sonore ; celle-ci ne se polarise pas, comment se fait-il que l'onde lumineuse se polarise ?

La réponse à cette question paraissait si difficile que Young déclara renoncer à la chercher. Fresnel travailla plus de cinq ans à la découvrir ; elle est aussi simple qu'inattendue :

L'onde sonore ne peut pas se polariser parce que ses vibrations sont longitudinales ; la lumière, au contraire, se polarise parce que ses vibrations sont transversales, c'est-à-dire perpendiculaires au rayon lumineux.

Désormais, la nature de la lumière est complètement établie ; tous les phénomènes présentés comme des objections absolues s'expliquent avec

une merveilleuse facilité, jusque dans leurs plus minutieux détails.

Je voudrais pouvoir vous retracer par quel admirable enchaînement d'expériences et de raisonnements Fresnel est arrivé à cette découverte, l'une des plus importantes de la science moderne; mais le temps me presse. Il m'a suffi de vous faire comprendre la grandeur des difficultés qu'il a fallu vaincre pour l'accomplir; j'ai hâte d'en faire ressortir les conséquences.

IV

Vous avez vu, au début, les raisons purement physiologiques qui font de l'étude de la lumière le centre nécessaire des informations de l'intelligence humaine. Vous devez juger maintenant par les péripéties de ce long développement des théories optiques, quelle préoccupation elle a toujours causée aux puissants esprits qui s'intéressent aux forces naturelles. En effet, tous les phénomènes qui se passent sous nos yeux impliquent une transmission à distance de force ou de mouvement; que la distance soit infiniment grande, comme dans les espaces célestes, ou infiniment petite, comme dans les intervalles moléculaires, le mystère est le même. Or, la lumière est l'agent qui nous amène le mouvement des corps lumineux: approfondir le mécanisme de cette transmission, c'est approfondir celui de toutes les autres, et Descartes en avait eu l'admirable intuition lorsqu'il embrassait tous ces problèmes dans une même conception mécanique: voilà le lien secret qui a

toujours attiré les physiciens et les géomètres vers l'étude de la lumière.

Envisagée à ce point de vue, l'histoire de l'Optique acquiert une portée philosophique considérable; elle devient l'histoire des progrès successifs de nos connaissances sur les moyens que la Nature emploie pour transmettre à distance le mouvement et la force.

La première idée qui est venue à l'esprit de l'homme, dès l'état sauvage, pour exercer sa force hors de sa portée, c'est le jet d'une pierre, d'une flèche ou d'un projectile quelconque; voilà le germe de la théorie de l'émission : cette théorie correspond au système philosophique qui suppose un espace vide où le projectile se meut librement.

A un degré de culture plus avancé, l'homme, devenu physicien, a eu l'idée plus délicate de la transmission du mouvement par ondes, suggérée d'abord par l'étude des vagues, puis par celle du son. Ce second mode suppose, au contraire, que l'espace est plein : il n'y a plus ici transport de matière, les particules oscillent dans le sens de la propagation, et c'est par compression ou dilatation d'un milieu élastique continu que le mouvement et la force sont transmis. Telle a été l'origine de la théorie des ondes lumineuses; sous cette forme, elle ne pouvait représenter qu'une partie des phénomènes, ainsi qu'on l'a vu précédemment; elle était donc insuffisante. Mais les géomètres et les physiciens avant Fresnel ne connaissaient pas d'autre mécanisme ondulatoire dans un milieu continu.

La grande découverte de Fresnel a été de révéler un troisième mode de transmission, tout aussi na-

turel que le précédent, mais qui offre une richesse de ressources incomparable. Ce sont les ondes à vibrations transversales excitées dans un milieu continu incompressible, celles qui rendent compte de toutes les propriétés de la lumière. Dans ce mode ondulatoire, le déplacement des particules met en jeu une élasticité d'un genre spécial; c'est le glissement relatif des couches concentriques à l'ébranlement qui transmet le mouvement et l'effort. Le caractère de ces ondes est de n'imposer au milieu aucune variation de densité, comme dans le système de Descartes.

La richesse de ressources annoncée plus haut provient de ce que la forme de la vibration transversale reste indéterminée, ce qui confère aux ondes une variété infinie de propriétés différentes.

Les formes rectiligne, circulaire, elliptique, caractérisent précisément ces polarisations si inattendues que Fresnel a découvertes et à l'aide desquelles il a si admirablement expliqué les beaux phénomènes d'Arago produits par les lames cristallisées.

L'existence possible d'ondes se propageant sans changement de densité a modifié profondément la théorie mathématique de l'Élasticité. Les géomètres retrouvèrent dans leurs équations ces ondes à vibrations transversales qui leur étaient inconnues; ils apprirent, en outre, de Fresnel la constitution la plus générale des milieux élastiques, à laquelle ils n'avaient pas songé.

C'est dans son admirable Mémoire sur la double réfraction que le grand physicien émet l'idée que, dans les cristaux, l'élasticité de l'éther doit être va-

riable avec la direction, condition inattendue et d'une extrême importance qui transformera les bases fondamentales de la Mécanique moléculaire : les travaux de Cauchy et de Green en sont la preuve frappante.

De ce principe, Fresnel conclut la forme la plus générale de la surface de l'onde lumineuse dans les cristaux et retrouva (comme cas particulier) la sphère et l'ellipsoïde que Huyghens avait assignés au cristal d'Islande.

Cette nouvelle découverte excita l'admiration universelle parmi les physiciens et les géomètres ; lorsque Arago vint l'exposer devant l'Académie des Sciences, Laplace, si longtemps hostile, se déclara convaincu. Deux ans après, Fresnel, élu membre de l'Académie à l'unanimité des suffrages, était élu, avec la même unanimité, membre étranger de la Société Royale de Londres ; ce fut Young lui-même qui lui transmit la nouvelle de cette distinction avec l'hommage personnel de son admiration sincère.

V

L'établissement définitif de la théorie des ondes impose la nécessité d'admettre l'existence d'un milieu élastique pour transmettre le mouvement lumineux. Mais toute transmission à distance de mouvement ou de force n'implique-t-elle pas la même condition ? C'est à Faraday que revient l'honneur d'avoir, en véritable disciple de Descartes et de Leibnitz, proclamé ce principe et d'avoir résolument attribué aux réactions du milieu ambiant l'apparente action à distance des systèmes élec-

triques et magnétiques. Faraday fut récompensé de sa hardiesse par la découverte de l'induction. Et, comme l'induction s'exerce même à travers un espace vide de matière pondérable, on est forcé d'admettre que le milieu actif est justement celui qui transmet les ondes lumineuses, l'éther.

La transmission d'un mouvement par un milieu élastique ne peut pas être instantanée; si c'est vraiment l'éther luminifère qui est le milieu transmetteur, l'induction ne doit-elle pas se propager avec la vitesse des ondes lumineuses.

La vérification était malaisée; Von Helmholtz, qui tenta la mesure directe de cette vitesse, trouva, comme autrefois Galilée, pour la vitesse de la lumière, une valeur pratiquement infinie.

Mais l'attention des physiciens fut attirée par une singulière coïncidence numérique: le rapport de l'unité de quantité électrostatique à l'unité électromagnétique est représenté par un nombre précisément égal à la vitesse de la lumière.

L'illustre Clerk Maxwell, suivant les idées de Faraday, n'hésita pas à voir dans ce rapport la mesure indirecte de la vitesse d'induction, et, par une série d'intuitions remarquables, il parvint à élever cette célèbre théorie électro-magnétique de la lumière, qui identifie, dans un même mécanisme, trois groupes de phénomènes en apparence complètement distincts: Lumière, Électricité, Magnétisme.

Mais les théories abstraites des phénomènes naturels ne sont rien sans le contrôle de l'expérience. La théorie de Maxwell fut soumise à l'épreuve et le succès dépassa toute attente.

Les résultats sont trop récents et trop bien connus, ici surtout, pour qu'il soit nécessaire d'y insister.

Un jeune physicien allemand, Henry Hertz, enlevé prématurément à la Science, empruntant à von Helmholtz et à Lord Kelvin leur belle analyse des décharges oscillantes, réalisa si parfaitement des ondes électriques et électro-magnétiques, que ces ondes possèdent toutes les propriétés des ondes lumineuses; la seule particularité qui les distingue, c'est que leurs vibrations sont moins rapides que celles de la lumière.

Il en résulte qu'on peut reproduire, avec des décharges électriques, les expériences les plus délicates de l'Optique moderne : réflexion, réfraction, diffraction, polarisation rectiligne, circulaire, elliptique, etc.

Mais, je m'arrête, Messieurs; je sens que j'ai assumé une tâche trop lourde en essayant de vous énumérer toutes les richesses que les ondes à vibrations transversales concentrent aujourd'hui dans nos mains.

J'ai dit, en commençant, que l'Optique me paraissait être la Science directrice de la Physique moderne.

Si quelque doute a pu s'élever dans votre esprit, j'espère que cette impression s'est effacée pour faire place à un sentiment de surprise et d'admiration en voyant tout ce que l'étude de la lumière a apporté d'idées nouvelles sur le mécanisme des forces de la Nature.

Elle a ramené insensiblement à la conception cartésienne d'un milieu unique remplissant l'es-

pace, siège des phénomènes électriques, magnétiques et lumineux; elle laisse entrevoir que ce milieu est le dépositaire de l'énergie répandue dans le monde matériel, le véhicule nécessaire de toutes les forces, l'origine même de la gravitation universelle.

Voilà l'œuvre accomplie par l'Optique; c'est peut-être la plus grande chose du siècle!

L'étude des propriétés des ondes envisagées sous tous leurs aspects est donc, à l'heure actuelle, la voie véritablement féconde.

C'est celle qu'a suivie, dans sa double carrière de géomètre et de physicien, Sir George Stokes, à qui nous allons rendre un hommage si touchant et si mérité. Tous ses beaux travaux, aussi bien en Hydrodynamique qu'en Optique théorique ou expérimentale, se rapportent précisément aux transformations que les divers milieux font subir aux ondes qui les traversent. Dans les phénomènes variés qu'il a découverts ou analysés, mouvement des fluides, diffraction, interférences, fluorescence, rayons Röntgen, l'idée directrice que je vous signale est toujours visible, et c'est ce qui fait l'harmonieuse unité de la vie scientifique de Sir George Stokes.

Que l'Université de Cambridge soit fière de sa chaire Lucasienne de Physique mathématique, car, depuis Sir Isaac Newton jusqu'à Sir George Stokes, elle contribue pour une part glorieuse aux progrès de la Philosophie naturelle.

UNITÉS ÉLECTRIQUES USITÉES

DANS LES

APPLICATIONS DE L'ÉLECTRICITÉ (*)

Les courants électriques sont actuellement l'objet d'applications nombreuses dont l'importance grandit chaque jour ; aussi les appareils et les méthodes de mesure électrique, autrefois confinés dans les laboratoires des physiciens, sont-ils devenus d'un usage vulgaire : de là un vocabulaire nouveau avec lequel on doit se familiariser, si l'on veut avoir une idée, même superficielle, des moindres installations électriques aujourd'hui si répandues.

Les courants employés se divisent en deux catégories : les *courants continus* dont l'intensité reste sensiblement uniforme, et les *courants* dits *alternatifs* dont l'intensité change périodiquement de sens à des intervalles très rapprochés.

L'explication des divers termes employés en électricité est plus simple lorsqu'on se borne à considérer les courants continus : ce sera l'objet de la présente Note ; l'extension aux courants alternatifs ne présente d'ailleurs aucune difficulté.

L'importance croissante de l'emploi industriel des

(*) *Annuaire du bureau des longitudes.*

courants électriques provient de ce que ces courants offrent un moyen général relativement simple de transporter au loin l'énergie et de la récupérer sous les formes les plus diverses : travail mécanique, chaleur, énergie chimique, énergie électrique, etc.

Générateurs, récepteurs. — On nomme générateur tout appareil ou machine capable de céder de l'énergie sous l'une ou l'autre de ces formes, et récepteur celui qui la reçoit et la convertit en une forme plus directement utilisable.

Comme exemples de générateurs électriques, on citera, en particulier, les piles, les accumulateurs, les machines magnéto ou dynamo-électriques, etc., qui produisent des courants ; parmi les récepteurs, on rencontre les mêmes machines magnéto ou dynamo-électriques qui constituent des moteurs lorsqu'on les alimente par un courant ; les accumulateurs sont également des récepteurs, car ils emmagasinent sous forme chimique l'énergie électrique qu'on leur transmet.

La distinction entre les générateurs et les récepteurs électriques est le plus souvent inutile, car la plupart de ces appareils sont *reversibles*, c'est-à-dire susceptibles de fonctionner aussi bien comme générateurs que comme récepteurs suivant la forme d'énergie qu'on leur fournit.

Puissance mécanique. — On nomme puissance d'un générateur ou d'un récepteur la quantité de travail mécanique que l'appareil peut fournir, recevoir ou transformer dans l'unité de temps.

La puissance d'un générateur ou d'un récepteur

électrique est donc la mesure caractéristique de sa valeur non seulement théorique, mais en quelque sorte commerciale. La puissance d'un appareil électrique dépend de deux facteurs analogues à ceux qui déterminent la puissance d'une chute d'eau, à savoir : 1^{re} la *différence de potentiel* ou force électromotrice existant entre les bornes ou pôles de l'appareil (*) : elle correspond à la différence de niveau entre les deux biefs ; 2^{re} *l'intensité du courant* mis en jeu : elle correspond au volume de l'eau débitée dans l'unité de temps. La différence de potentiel (appelée quelquefois *pression électrique*) se mesure par un nombre de *volts* et l'intensité (ou débit) par un nombre d'*ampères* ; les appareils de mesure correspondants se nomment *voltmètres* et *ampèremètres*, et sont constitués en général par des *galvanomètres* de construction appropriée.

Expression de la puissance d'un appareil électrique.

— La puissance d'un générateur électrique est mesurée par le produit du nombre de *volts* par le nombre d'*ampères* qu'il peut fournir simultanément en régime normal : en effet, d'après la nature des unités de mesure (qu'on définira plus loin), le produit de ces deux nombres représente une quantité de travail mécanique disponible dans l'unité de temps. C'est l'équivalent de la puissance mécanique fournie au générateur, ou encore l'équivalent de ce que le générateur restitue sous forme d'énergie électrique ; car un générateur électrique n'est, à proprement parler, qu'un transformateur d'énergie ; il n'en consomme pour fonctionner qu'une très faible partie, de sorte que son rendement

(*) Voir la Notice : Sur la corrélation des phénomènes d'électricité statique et dynamique, etc. (*Annuaire du bureau des longitudes*, 1893).

est, en général, assez voisin de l'unité. Le mot consommation ne signifie pas ici destruction, mais transformation sous une forme inutilisable, à savoir une production de chaleur qui se dissipe sans qu'on puisse en tirer parti.

Les générateurs électriques étant réversibles, les mêmes considérations s'appliquent aux récepteurs. La puissance d'un récepteur est mesurée par le produit du nombre de volts par le nombre d'ampères qu'on lui fournit en régime normal : les récepteurs, en recevant de l'énergie électrique, deviennent de véritables moteurs et restituent cette énergie (sauf une faible proportion convertie en chaleur) sous forme d'un travail mécanique équivalent. Leur rendement est aussi relativement assez parfait.

Unité de puissance, le watt. — Le produit d'un nombre d'ampères par un nombre de volts représente un nombre de watts. Le watt, ou unité pratique de puissance mécanique, correspond à environ un dixième de kilogrammètre par seconde. Ainsi un générateur capable de fournir un courant de 200 ampères sous 120 volts de pression électrique possède une puissance de $200 \times 120 = 24\,000$ watts ou 24 kilowatts.

On sait, d'après la définition des unités C. G. S., que le cheval-vapeur (puissance correspondant à la production de 75 kilogrammètres par seconde) vaut 735^{watts} , 75 ; on en conclut que le générateur de 24 kilowatts possède une puissance de $\frac{24\,000}{735,75} = 32^{\text{chx}}$, 62.

Cette conversion en chevaux-vapeur est ici donnée à titre d'exemple ; dans l'industrie électrique, on compte directement en kilowatts.

La puissance des récepteurs, qui sont le plus souvent des générateurs fonctionnant d'une manière inverse, se définit et se calcule de la même manière d'après le nombre d'ampères du courant qu'ils reçoivent et le nombre de volts que ce courant maintient aux extrémités de leur circuit propre.

A cette occasion, on remarquera qu'en général si l'on peut imposer un nombre donné de volts à un récepteur, c'est-à-dire mettre les deux extrémités de son circuit intérieur en communication avec les bornes d'une génératrice fournissant cette différence de potentiel, on n'est plus maître de le faire en même temps traverser par un courant d'un nombre d'ampères fixé d'avance.

La comparaison avec les phénomènes hydrodynamiques en fournit une image explicative; entre les deux extrémités d'un tuyau donné, on peut établir telle différence de pression qu'on veut, mais alors la quantité de liquide que le tuyau peut débiter dans l'unité de temps est déterminée, car il y a une relation nécessaire entre la différence de pression, le débit et les dimensions du tuyau. Dans le cas des courants électriques, la relation corrélatrice est la *loi d'Ohm et de Pouillet*.

Le conducteur aux extrémités duquel on établit une différence de potentiel représentée par u volts est caractérisé par une *résistance* r ; l'intensité i du courant qui le traverse est donnée par

$$i = \frac{u}{r};$$

l'unité de résistance corrélatrice du volt et de l'ampère se nomme l'ohm : de sorte que si l'on connaît le

nombre d'ohms r , qui mesure la résistance (*) du circuit aux extrémités duquel existe une différence de pression électrique u exprimée en volts ; l'intensité en ampères est donnée par le nombre i déduit de la formule précédente.

Incandescence. — Chauffage par l'électricité. — Cette relation montre que, en augmentant de plus en plus la pression électrique u (ou le *voltage*, comme l'on dit en langage industriel), on accroît proportionnellement l'intensité du courant transmis. Mais on est bientôt arrêté dans cette voie par un phénomène concomitant ; à savoir l'échauffement du conducteur qui grandit proportionnellement à sa résistance et au carré de l'intensité du courant (Loi de Joule). En continuant à accroître cette intensité, le conducteur acquerrait une température de plus en plus élevée, et finirait par se fondre et volatiliser. Si l'on règle le courant pour n'atteindre que l'incandescence, comme dans les filaments des lampes dites à *incandescence*, on arrive à un régime normal où l'énergie électrique se transforme en énergie lumineuse et calorifique. Dans le chauffage par l'électricité, c'est le même phénomène qu'on utilise.

Équivalent en calories de l'énergie électrique consommée. — L'énergie électrique se transforme en énergie calorifique suivant un rapport que le choix des unités permet de calculer. En effet, la quantité de chaleur dégagée par unité de temps dans le conducteur est l'équivalent de l'énergie consommée ; elle a

(*) La résistance électrique d'un fil est en raison inverse de la section, proportionnelle à la longueur et à un coefficient spécifique dépendant de la nature de ce fil.

donc pour mesure le produit de l'intensité en ampères du courant employé par la différence de potentiel exprimée en volts qui existe entre les deux extrémités du conducteur échauffé. Elle est exprimable en watts.

Ainsi le filament d'une lampe à incandescence de 16 bougies, ayant ses extrémités en communication avec une distribution à 110 volts et recevant un courant de $1/2$ ampère, reçoit une énergie mesurée par $110 \times 0,5 = 55$ watts (environ $3^{watts}5$ par bougie). Le nombre de watts ainsi obtenu se convertit aisément en *calories* (*) car une petite calorie par seconde équivaut à $4^{watts},15$. Par exemple, une lampe de 16 bougies consommant 55 watts développe en une heure ou en 3 600 secondes une quantité de chaleur mesurée par $\frac{55 \times 3600}{4,15} = 4771$ petites calories ou 4,77 grandes calories, quantité capable d'élever de 1° centigrade la température de 4 litres trois quarts d'eau.

On dit quelquefois, par comparaison avec d'autres luminaires, que les lampes à incandescence ne développent pas de chaleur : on voit qu'elles en produisent cependant une quantité fort appréciable.

Dangers d'incendie dans les canalisations électriques.

— Cet échauffement inévitable des fils conducteurs de courants peut produire des accidents plus ou moins graves : l'établissement des installations électriques exige donc certaines précautions et une surveillance assidue.

Ainsi, dans les machines où les fils de cuivre sont enroulés en hélice et séparés par une matière isolante,

(*) Une petite calorie vaut $415. 10^6$ ou $4,15 \times 10^7$ unités C. G. S. de travail.

on évite de faire passer plus de 2 ampères par millimètre carré de section, de crainte de brûler l'isolant.

Dans les canalisations, le contact de deux fils fortuitement dénudés réduisant la longueur du circuit (*mise en court circuit*) en diminue la résistance; l'intensité du courant augmente alors assez pour porter le fil à l'incandescence et provoquer un incendie. C'est une éventualité qui, malheureusement, se présente souvent, et qui est d'autant plus redoutable que le public s'est habitué à croire qu'on est à l'abri des incendies lorsqu'on s'éclaire par l'électricité.

Valeur commerciale de l'énergie électrique. — Wattmètres. — Compteurs. — La valeur commerciale d'une chute d'eau, d'une transmission de force quelconque, s'estime d'après sa *puissance*, c'est-à-dire par le travail mécanique (mesuré au frein de Prony, par exemple) qu'elle peut fournir dans l'unité de temps; l'unité est alors le *cheval-heure*; on payera par exemple le cheval-heure 0',30 dans une petite installation.

Dans les distributions électriques le prix du courant transmis s'évalue d'une manière équivalente par l'énergie électrique reçue, mesurée en *watts*. On a donc imaginé des wattmètres qui indiquent à chaque instant le produit du nombre d'ampères par le nombre de volts amenés aux bornes du récepteur (*). Comme ce produit mesure l'énergie pendant une seconde, il faut, pour obtenir la somme des quantités d'énergie transmises pendant la durée du fonctionnement, ajouter

(*) Avec les courants continus l'opération est bien simple, surtout lorsque, comme d'ordinaire, le *voltage* de la distribution est constant. Avec les courants alternatifs, le calcul est plus complexe : nous ne pouvons pas l'indiquer ici; le sujet sera traité plus en détail dans une prochaine Notice.

tous les produits analogues. L'addition se fait automatiquement par des mécanismes bien connus, et l'on réalise ainsi des *compteurs*, gradués en *hectowatts-heure* ou en *kilowatts-heure*, suivant l'importance de la consommation (éclairage, force motrice, etc.). A Paris, pour l'éclairage électrique des particuliers, l'hectowatt heure se paye à raison de 0',07 à 0',15, suivant les Compagnies.

Définition des unités électriques. — Les considérations précédentes suffisent à faire comprendre l'importance des éléments qui caractérisent le courant électrique et des appareils qui le produisent ou le transforment. En outre, les unités employées ont cette propriété précieuse de se relier directement aux unités mécaniques; de sorte que les mesures électriques donnent, par une simple multiplication, la valeur de la puissance disponible, c'est-à-dire de l'énergie mécanique mise en jeu dans l'unité de temps.

C'est effectivement en vue de cette corrélation parfaite avec les unités mécaniques que le système d'unités électriques a été fondé sur l'initiative d'un Comité de l'Association Britannique en 1860. Voici sur quels principes il repose.

1° *Principe de la conservation de l'énergie.* — On conclut de ce principe que, dans un circuit électrique qui ne produit aucun travail mécanique extérieur, toute l'énergie électrique qui lui est communiquée se transforme intégralement en chaleur, quelle que soit la forme et la nature du conducteur formant le circuit.

2° *Loi de Joule.* — Cette loi, citée plus haut (p. 306), devient alors le lien entre les unités mécaniques et électriques.

On l'écrit :

$$(1) \quad Q = H r i^2 t,$$

Q étant la quantité de chaleur développée dans le temps t par le passage d'un courant d'intensité i à travers un conducteur de résistance r . H est un coefficient dépendant du choix des unités.

Si l'on multiplie les deux membres par l'équivalent mécanique de la chaleur E ,

$$(2) \quad EQ = H E r i^2 t,$$

le premier nombre représente une quantité de travail ou d'énergie mécanique $\mathcal{E}$. Le second membre se réduira à $r i^2 t$, si l'on suppose $HE = 1$. Il suffit pour cela de choisir convenablement les unités. Or, on emprunte à la Mécanique ses trois unités (temps, longueur et force). Le premier nombre est donc entièrement défini : c'est un travail ou le produit d'une longueur par une force; le second membre contient un facteur également déterminé, c'est le temps t . Il ne reste donc d'arbitraire que l'unité de résistance et celle d'intensité. Si l'on définit l'unité d'intensité par un phénomène électromécanique, il ne restera d'arbitraire que l'unité de résistance : on la détermine par la condition que le facteur EH de la loi de Joule soit égal à l'unité. D'où l'on conclut :

L'unité de résistance est la résistance d'un conducteur qui, parcouru par un courant ayant l'unité d'intensité, dégage sous forme de chaleur l'unité d'énergie.

3^e Lois de Laplace et de Coulomb. — Le phénomène électromécanique choisi pour définir l'unité d'intensité est l'action d'un courant sur une aiguille aimantée :

c'est le phénomène sur lequel est fondé le galvanomètre, type des appareils employés dans toutes les mesures électriques. Laplace a déduit des expériences de Biot et Savart la loi élémentaire des actions électromagnétiques, c'est-à-dire l'expression de la force F qu'un élément ds de courant d'intensité i exerce sur un pôle d'aimant de masse magnétique m , situé à une distance D , dans une direction faisant l'angle θ avec la direction de l'élément.

$$\mathcal{F} = k \frac{mi ds \sin \theta}{D^2}.$$

k étant un coefficient dépendant des unités de m , i , ds , et D , et qu'on peut faire égal à un par un choix convenable de ces unités. Cette expression comprend un élément auxiliaire, la masse magnétique; mais la loi bien connue de Coulomb, sur les actions magnétiques

$$\mathcal{F} = h \frac{mm'}{D^2} \quad \text{ou} \quad \mathcal{F} = \frac{mm'}{D^2} \quad \text{avec } h = 1,$$

donne une mesure de cette nouvelle grandeur. De sorte que, par la combinaison de ces deux lois, on arrive à la définition cherchée :

L'unité (électromagnétique) d'intensité est l'intensité d'un courant de longueur égale à l'unité qui exerce sur un pôle d'aimant, ayant l'unité de masse magnétique, situé à l'unité de distance dans une direction normale au courant, une action égale à l'unité de force ().*

(L'unité de masse magnétique est celle d'un pôle

(*) Pratiquement le courant est circulaire et c'est l'action d'une portion de circuit ramenée à celle de l'unité de longueur enroulée sur le cercle de rayon un agissant sur une très petite aiguille aimantée qui permet de réaliser cette définition.

d'aimant qui exerce sur un pôle identique, placé à l'unité de distance, une action égale à l'unité de force.)

4^o *Loi d'Ohm et de Pouillet.* — Il ne reste plus qu'à définir l'unité de force électromotrice. Elle se déduit de la relation citée plus haut (p. 305), qui lie pour un conducteur la résistance r et la force électromotrice ou différence de potentiel u existant aux extrémités du conducteur lorsqu'un courant d'intensité i le traverse :

$$i = \frac{u}{r} \quad \text{ou} \quad u = ri.$$

L'unité de force électromotrice ou de différence de potentiel est celle qui existe aux extrémités d'un conducteur ayant l'unité de résistance et parcouru par l'unité d'intensité.

Remarque. — Si dans l'expression (2) de la loi de Joule, on remplace ri par sa valeur u et qu'on divise les deux membres par t , il vient

$$\frac{\mathcal{E}}{t} = ui;$$

ce qui démontre la règle énoncée plus haut (p. 310), à savoir que l'énergie consommée pendant l'unité de temps dans un conducteur est le produit des deux facteurs u et i .

Introduction des valeurs des unités mécaniques. — La définition des unités électriques, telle qu'elle vient d'être exposée, ne laisse d'arbitraires que les trois unités irréductibles de la Mécanique, les unités de temps, de longueur et de force : il reste donc à substituer dans les définitions précédentes les valeurs des unités mécaniques adoptées. L'Association Britannique,

qui a pris l'initiative de ce système de mesures électriques, a choisi, pour les trois unités mécaniques, celles qui constituent le système C. G. S., dans lequel :

L'unité de temps est la seconde sexagésimale de temps moyen ;

L'unité de longueur, le centimètre ;

L'unité de force, la dyne (ou la force qui imprime à la masse du gramme une accélération de un centimètre par seconde : elle vaut environ un milligramme-force).

Il en résulte, pour les unités électriques, les définitions suivantes :

Unité C. G. S. d'intensité. — L'unité C. G. S. électromagnétique d'intensité () est l'intensité d'un courant de longueur égale à 1 centimètre qui exerce sur un pôle d'aimant ayant l'unité de masse magnétique, situé à 1 centimètre dans une direction normale au courant, une force égale à une dyne.*

(L'unité de masse magnétique est celle d'un pôle d'aimant qui exerce sur un pôle identique placé à 1 centimètre une force égale à une dyne.)

Unité C. G. S. de résistance. — L'unité C. G. S. de résistance est la résistance d'un conducteur qui, traversé par un courant ayant l'unité C. G. S. d'intensité pendant une seconde, dégage une quantité de chaleur équivalente au travail mécanique d'une dyne-centimètre (erg).

Unité C. G. S. de force électromotrice. — L'unité

(*) Au lieu de l'expression : « courant ayant l'unité d'intensité », on dit souvent pour abrégé : « unité de courant ».

C. G. S. de force électromotrice est la différence de potentiel qui existe aux extrémités d'un conducteur ayant l'unité C. G. S. de résistance, parcouru par l'unité C. G. S. de courant.

Unités pratiques. — De ces trois unités, la première, l'unité C. G. S. de courant, constituerait une unité pratique très convenable, c'est-à-dire du même ordre de grandeur que les courants employés dans les sciences ou l'industrie. Mais les deux autres sont des unités tellement petites qu'on serait conduit à exprimer les résistances ou les forces électromotrices usuelles par des nombres énormes. Ainsi un fil de cuivre de 1 millimètre de diamètre et de 50 mètres de longueur équivalant à peu près comme résistance à une colonne de mercure de même diamètre et de 1 mètre de longueur (ancienne unité Siemens), vaudrait environ 1 000 000 000 ou 10^9 unités C. G. S. de résistance.

D'autre part, la différence de potentiel existant entre les deux pôles d'un couple au sulfate de cuivre, souvent adoptée comme unité, vaudrait un peu plus de 10^8 unités C. G. S. de force électromotrice.

Les promoteurs des nouvelles unités ont donc été amenés à remplacer les unités trop faibles par des multiples, puissances entières de 10. Le choix du multiple a été déterminé par la condition un peu étroite de ne pas trop contrarier les habitudes des praticiens de l'électricité, devenus nombreux et puissants depuis l'extension de la Télégraphie terrestre et sous-marine. Ainsi on adopta le multiple 10^9 de l'unité C. G. S. de résistance comme peu différent de l'unité Siemens.

Ohm. — *L'unité pratique de résistance vaut 10^9*

unités C. G. S. de résistance et on la désigne sous le nom de OHM, en l'honneur du physicien allemand.

De même, l'unité de force électromotrice fut choisie de manière à ne pas trop s'écarter de celle du couple de Daniell; il en résulte la définition suivante :

Volt. — L'unité pratique de force électromotrice vaut 10^8 unités C. G. S. de force électromotrice ou de différence de potentiel; on la désigne sous le nom de VOLT, rappelant ainsi le nom du physicien italien qui a découvert l'importance de cet élément électrique.

L'ohm et le volt étant définis, le multiple décimal qui doit représenter l'unité pratique d'intensité est complètement déterminé par la condition de satisfaire à la relation $ri = u$. Il est égal au quotient de la valeur du volt 10^8 par celle de l'ohm 10^9 , soit 10^{-1} .

Ampères. — L'unité pratique de courant est donc le dixième de l'unité C. G. S. On l'a nommée AMPÈRE, au Congrès des électriciens réunis à Paris en 1881 ().*

Ces définitions entraînent celle de l'unité de puissance, c'est-à-dire d'énergie électrique mise en jeu dans l'unité de temps.

D'après la loi de Joule écrite comme ci-devant, sous la forme $\mathcal{E} = uit$, on voit que si u est un volt, i un ampère, t une seconde, $\mathcal{E}$ est égale à une unité d'énergie (*Joule*) : si l'on divise $\mathcal{E}$ par t , le quotient représente la quantité d'énergie par unité de temps ou

(*) Il est regrettable qu'on n'ait pas adopté la même puissance de 10 pour définir les unités pratiques de résistance et de potentiel, de manière à conserver l'unité C. G. S. d'intensité comme unité pratique; cette différence d'exposant est la source de beaucoup d'erreurs de calcul. Le facteur commun 10^9 , appliqué aux deux unités, eût été facile à retenir, car c'est le nombre de centimètres contenu dans le quart du méridien ou *quadrant* terrestre, point de départ de la définition du système métrique.

la puissance du courant, on l'a nommée *watt*. Substituant les valeurs du volt et de l'ohm en unité C. G. S., le produit *ui* ci-dessus devient $10^8 \times 10^{-1} = 10^7$.

Watt. — L'unité pratique de puissance ou WATT est égale à 10^7 unités C. G. S. d'énergie ou 10^7 dyne-centimètres développées pendant une seconde. On rappellera que le watt vaut environ le dixième du kilogrammètre.

Quantité et capacité électriques. — En dehors des éléments dont on vient de définir les unités, il en existe d'autres dont la mesure importe au même degré dans diverses applications (lignes télégraphiques, électrochimie, etc.).

Une différence de potentiel qui déterminerait un courant si on l'appliquait aux deux extrémités d'un conducteur produit des phénomènes électriques analogues lorsqu'on l'applique aux deux faces d'une lame non conductrice réalisant ce qu'on nomme un *condensateur*. Un condensateur, maintenu pendant quelque temps en communication avec une source quelconque (pile, machine, etc.), se charge et finit par faire équilibre à la pression électrique de la source ; si l'on supprime ces communications, il devient, à son tour, une source électrique capable de produire un courant lorsqu'on réunit par un conducteur les deux armatures métalliques qui en constituent les pôles.

Les dispositifs susceptibles de se charger et de se décharger sous forme de courants peuvent affecter les formes les plus diverses.

Un câble sous-marin ou souterrain, formé d'un fil intérieur transmettant le courant télégraphique, d'une

couche isolante et d'une enveloppe protectrice, constitue un véritable condensateur cylindrique; il se charge pendant la transmission des signaux comme une bouteille de Leyde et mêle le courant de sa charge et de sa décharge au courant émis par le manipulateur, au détriment de la rapidité et de la netteté des signaux.

Des effets électriques équivalents peuvent être produits par des moyens tout à fait différents : ainsi deux lames de plomb plongées dans de l'eau acidulée forment un véritable réservoir d'électricité(*), car, après avoir été mises en communication avec une source pendant un temps suffisant, elles deviennent, à leur tour, les deux pôles d'un couple *secondaire* et restituent sous forme de courant l'énergie qui leur a été communiquée; on reconnaît les *accumulateurs électriques* si répandus depuis quelques années.

Le principe de la conservation de l'énergie s'applique à toutes ces formes d'emménagement et la mesure de l'énergie reçue ou rendue est toujours fournie par la somme des produits *uit* pendant la durée de la charge ou de la décharge.

Cet emménagement d'énergie constitue un lien si complet entre les phénomènes produits par les courants et ceux de l'électricité statique, que les définitions, les appareils et les méthodes de mesure sont, pour la plupart, communs aux deux ordres de phénomènes.

On sait, en effet, que la décharge d'un conducteur, chargé par une machine électrique à frottement, pro-

(*) En réalité, le phénomène est plus complexe: il y a d'abord une véritable capacité de polarisation analogue à celle des condensateurs électrostatiques, puis une séparation électrolytique des éléments chimiques et accumulation sur chaque pôle des éléments séparés.

duit un courant dans le fil conjonctif des armatures et qu'inversement une machine productrice de courant charge un condensateur; on arrive à une notion commune de *quantité d'électricité*. Voici celle qui s'accorde avec les définitions précédemment adoptées.

Unité de quantité. — *L'unité de quantité d'électricité est celle qui est mise en jeu dans un courant ayant l'unité d'intensité pendant l'unité de temps.*

On montre, en effet, par l'expérience que si l'on fournit à un condensateur toujours la même charge q , l'intensité i du courant de décharge est en raison inverse de la durée t de cette décharge. De là la relation :

$$i = \frac{q}{t} \quad \text{ou} \quad q = it,$$

qui justifie la définition ci-dessus.

D'autre part, si l'on fournit à des condensateurs la même charge q , on reconnaît que la différence de potentiel aux deux armatures est différente; inversement, si l'on charge divers condensateurs avec une source présentant toujours la même différence de potentiel u , la charge accumulée q est différente. De là la notion de capacité c proportionnelle à la charge q , pour une différence u de potentiel entre les deux armatures :

$$q = cu.$$

Unité de capacité. — *Le condensateur ayant l'unité de capacité est celui qui se charge de l'unité de quantité lorsque, entre ses deux armatures, on établit une différence de potentiel égale à l'unité.*

Unités pratiques. — On voit que ces deux défini-

tions ne font intervenir aucune unité nouvelle; on peut donc les exprimer en unités pratiques ou en unités C. G. S.

Unité pratique de quantité. — Coulomb. — L'unité pratique de quantité d'électricité est celle qui est mise en jeu pendant une seconde dans le courant d'un ampère. Le Congrès de 1881 a adopté le nom de COULOMB pour désigner cette unité.

Unité pratique de capacité. — Farad. — L'unité pratique de capacité ou FARAD (en l'honneur de Faraday) est celle d'un condensateur qui se charge d'un coulomb lorsqu'on établit entre ses armatures une différence de potentiel égale à un volt.

L'expression de ces unités en unités C. G. S. est facile. Le coulomb est évidemment $\frac{1}{10}$ de l'unité de quantité puisqu'il est le quotient de l'ampère (égal à $\frac{1}{10}$ de l'unité C. G. S. de courant) par l'unité de temps C. G. S. Le farad est le quotient du coulomb, ou 10^{-1} unités C. G. S. de quantité, par le volt, ou 10^9 unités C. G. S. de potentiel : il vaut donc 10^{-9} unités C. G. S. de capacité.

Microfarad. — Or, il se trouve que les capacités des condensateurs usités dans la pratique scientifique ou industrielle (câbles télégraphiques, etc.) sont d'un ordre de grandeur beaucoup plus petit que le farad; leur mesure serait représentée par une fraction extrêmement petite. De là l'emploi d'un sous-multiple décimal comme unité auxiliaire, le millionième de farad ou microfarad.¹

Microcoulomb. — La charge d'un microfarad par un volt est évidemment un *microcoulomb*. Ces unités sont entrées dans la pratique télégraphique et l'on impose, par exemple, aux constructeurs de câbles de ne pas dépasser une certaine fraction de microfarad par kilomètre pour la capacité électrostatique du câble.

Ampère-heure. — Dans les installations industrielles la capacité des accumulateurs est mesurée par la quantité d'électricité que peut restituer l'accumulateur. L'unité auxiliaire adoptée est l'ampère-heure : la capacité est donc exprimée en ampères-heure, c'est-à-dire par le nombre d'ampères, du courant que donnerait l'accumulateur si sa décharge normale s'effectuait en une heure ; l'ampère-heure vaut donc 3 600 coulombs. D'après la loi citée plus haut, $q = it$, on voit que cette décharge peut s'effectuer théoriquement pendant un temps quelconque, parce que le produit de l'intensité par la durée de décharge est constant et égal à la quantité totale d'électricité emmagasinée.

Énergie emmagasinée dans un accumulateur. — La loi de Joule, mise sous la forme $\mathcal{E} = uit = uq$, montre que l'énergie emmagasinée est égale au produit de la quantité d'électricité par la différence de potentiel aux bornes d'un accumulateur. Dans les accumulateurs au plomb la différence moyenne de potentiel est environ 1^{volt},95 pendant la décharge, la quantité d'énergie exprimée en *Joules* (p. 315) est donc égale au produit par 1,95 du nombre d'*ampères-heures* multiplié par 3600 secondes. Si l'on supprime ce facteur 3600, on obtient l'énergie par seconde, c'est-à-dire la *puissance* exprimée en *watts*. Ainsi un accumulateur de capa-

citée égale à 120 ampères-heure possède théoriquement une puissance de

$$120 \times 1,95 = 234^{\text{watts}},$$

ou environ 23,8 kilogrammètres par seconde, pendant la durée de sa décharge. Il y a bien entendu toujours un déchet qui peut s'élever à 30 pour 100.

Mesure électrochimique de l'intensité du courant.

— La notion de quantité d'électricité a une importance considérable, en électrochimie, car, d'après la loi de Faraday, lorsqu'un courant circule à travers un composé chimique (électrolyte), il y a décomposition; à chaque unité d'électricité mise en jeu, un équivalent chimique de l'élément métallique se porte au pôle négatif; un équivalent du radical métalloïde, au pôle positif.

La Table des nombres proportionnels de la chimie fournit donc une Table des quantités proportionnelles électrolysées par le courant.

Il suffit d'établir, par des expériences auxiliaires, le rapport de correspondance entre ces deux Tables pour obtenir une méthode de mesure électrochimique des courants, très employée dans la pratique.

Ainsi un courant d'un ampère, agissant pendant une minute, dépose $67^{\text{mg}},02$ d'argent, ou bien $19^{\text{mg}},74$ de cuivre, ou encore dégage $6^{\text{cc}},93$ d'hydrogène à 0° et 760^{mm} . C'est, en effet, par ce procédé que les constructeurs d'ampèremètres industriels vérifient généralement leurs instruments étalons.

Systèmes divers d'unités électriques. — Le système d'unités qu'on vient d'exposer s'appelle *système élec-*

tromagnétique, parce qu'il emprunte à la loi élémentaire de l'électromagnétisme (loi de Laplace : action du courant sur l'aimant) la définition de l'intensité du courant. On aurait pu emprunter cette définition à la loi élémentaire de l'électrodynamique (loi d'Ampère : action réciproque des courants); on aurait alors un *système électrodynamique*, certainement plus simple comme base, mais qui ne différerait que fort peu du précédent, l'unité électrodynamique de courant se déduisant de l'unité électromagnétique par le facteur $\frac{1}{2}\sqrt{2}$.

Mais comme l'unité de courant peut être considérée comme le transport de l'unité de quantité d'électricité pendant l'unité de temps, on peut prendre comme unité de quantité la valeur de l'unité électrostatique déduite de la loi de Coulomb, relative à l'attraction des corps électrisés. On obtient ainsi un *système électrostatique*, peu employé, d'ailleurs, et très différent du système électromagnétique à cause du rapport énorme v qui existe entre l'unité de quantité électromagnétique et l'unité de quantité électrostatique, et qui entre à des puissances très diverses dans la définition des autres unités. Ce rapport, ainsi qu'on le démontre aisément, a les dimensions d'une vitesse et l'expérience donne comme valeur de cette vitesse le nombre 3×10^{10} en unités C. G. S., égale à celle de la lumière dans le vide. C'est un résultat remarquable qui paraît démontrer que le siège des phénomènes électriques est le même que celui de la lumière*.

Le *système électrostatique* est peu employé dans

(*) Voir la Notice précitée (*Annuaire de 1897*, p. 574).

les mesures où les courants électriques jouent le rôle principal, parce qu'il correspond à une forme d'énergie électrique très différente de celle qui constitue les courants proprement dits. En effet les deux facteurs, quantité et différence de potentiel dont le produit mesure l'énergie, peuvent avoir des grandeurs relatives inverses et très différentes. Dans les courants, c'est la quantité d'électricité qui est le facteur prédominant ; dans les décharges électrostatiques, c'est la différence de potentiel. Il en résulte que les unités qui conviennent à l'un des genres de phénomènes sont tout à fait impropres à l'autre, à cause de la disproportion des unités avec les quantités à mesurer. Un exemple éclaircira la question.

Imaginons qu'il soit possible de concentrer sur une sphère très petite (que, pour simplifier, nous réduirons à un point) une charge de un coulomb, et d'amener cette petite sphère à 1 centimètre d'une autre sphère chargée aussi de 1 coulomb, la loi électrostatique de Coulomb, $F = \frac{mm'}{D^2}$, permet de calculer la répulsion qui aurait lieu entre ces deux conducteurs : elle sera exprimée en dynes en substituant à m et m' leur valeur en unités électrostatiques de la quantité d'électricité représentée par 1 coulomb. Or cette valeur commune est le dixième du rapport précité 3.10^{10} (p. 322) ou 3.10^9 . Le nombre de dynes qui exprime cette répulsion sera donc :

$$3.10^9 \times 3.10^9 = 9.10^{18}.$$

La dyne valant approximativement 1 milligramme-force ou 10^{-6} kilogrammes, la force sera de 9.10^{12} ou de 9 trillions de kilogrammes. Or, les quantités d'élec-

tricité qu'on accumule à l'aide des plus puissantes machines électrostatiques n'exercent pas d'actions d'un ordre de grandeur aussi énorme; elles sont donc infiniment inférieures à un coulomb. Mais en revanche les différences de potentiel qui excitent les décharges sous forme d'étincelles plus ou moins longues sont d'un ordre de grandeur infiniment plus grand que le volt : c'est, en effet, par milliers de volts que se mesurent les différences de potentiel des conducteurs entre lesquels jaillissent les moindres étincelles; de sorte que, inversement, le volt, unité électromagnétique de potentiel, est beaucoup trop petit pour les mesures électrostatiques.

Cet exemple suffit à montrer pourquoi le système électromagnétique d'unités est seul en usage lorsqu'on a affaire aux phénomènes où interviennent des courants plus ou moins intenses.

Variété des formes sous lesquelles on peut utiliser l'énergie électrique. — Nous venons de considérer deux formes bien différentes de manifestations électriques : elles constituent pour ainsi dire deux cas extrêmes; mais on sait qu'il existe tous les degrés intermédiaires (voir la Notice précitée 1893, p. 574). De nombreux dispositifs permettent d'ailleurs de les produire à volonté, c'est-à-dire de modifier en sens inverse les deux facteurs qui définissent l'énergie électrique sans en altérer sensiblement la quantité définitive.

Le plus ancien appareil de ce genre, celui qui offre précisément les deux variétés extrêmes, est la bobine d'induction, au moyen de laquelle on transforme directement un courant en décharges électrostatiques : une grande quantité à faible potentiel est transformée en

faible quantité à haut potentiel. L'appareil est d'ailleurs réversible comme la plupart des dispositifs transformateurs employés en Électricité.

Mais les vrais appareils transformateurs des courants continus sont les machines dynamo-électriques(*). Imaginons, en effet, qu'une semblable machine, ayant une grande résistance électrique intérieure, reçoive un faible courant, par exemple de 2 ampères, amené aux deux bornes par deux fils ayant une forte différence de potentiel, 600 volts par exemple. Sous l'influence de ce courant, la machine, fonctionnant comme récepteur, constitue un moteur ayant une puissance de :

$$2 \text{ ampères} \times 600 \text{ volts} = 1200 \text{ watts.}$$

Sur l'arbre de ce moteur on cale une seconde machine dynamo qui va servir de générateur électrique ; la construction sera différente de celle du récepteur et les ingénieurs électriciens savent en calculer les éléments, de manière qu'avec la vitesse transmise par l'arbre elle fournisse aux bornes une différence de potentiel égale, par exemple, à 110 volts (voltage fréquemment adopté pour les distributions de lumière ou de force). L'intensité x du courant produit sera alors donné par la condition d'égalité, dans l'unité de temps, entre l'énergie reçue par le récepteur et celle fournie par le générateur $600 \times 2 = 110 \times x$, d'où :

$$x = \frac{1200}{110} = 10,91 \text{ ampères.}$$

Ainsi, la transformation a diminué la différence de potentiel (le voltage) et augmenté l'intensité.

(*) Ces machines, fondées sur l'induction, seront décrites sommairement dans une Notice spéciale qui paraîtra au prochain *Annuaire*.

On a fait abstraction de plusieurs causes de perte (échauffement de conducteurs extérieurs et intérieurs, etc.), de sorte que le rendement, par suite l'intensité, serait un peu moindre que ne le donne le calcul : mais cette analyse approximative suffit à montrer avec quelle facilité ces transformations d'énergie électrique s'effectuent et s'accommodent aux besoins des applications.

Transport électrique de la force. — La transmission d'énergie électrique à grande distance exige une transformation de ce genre pour être économique. En effet, d'après la loi de Joule, il y a, par le fait seul de la transmission d'un courant, une perte inévitable d'énergie due à l'échauffement du conducteur. Cette perte étant proportionnelle à la résistance des conducteurs et au carré de l'intensité, on a intérêt, toutes choses égales d'ailleurs, à réduire cette intensité à une valeur aussi faible que possible. A ceux qui n'ont pas une notion claire de ce qui produit l'énergie électrique, cette condition paraîtrait absurde, car il leur semblerait que pour transmettre une grande puissance, il faut avant tout un fort courant ; mais ce que les considérations développées précédemment ont pour but de bien mettre en lumière, c'est que le facteur *intensité* n'est pas le seul qui intervient ; il y a un autre facteur, à savoir, la différence de potentiel entre les deux conducteurs qui amènent le courant, et c'est le produit de ces deux facteurs qui mesure l'énergie transmise. La grandeur croissante de l'intensité occasionne des pertes qui grandissent suivant une proportion énorme ; il faut donc, au contraire, tendre à diminuer l'intensité et compenser sa faible valeur par la

grandeur de l'autre facteur qui n'est pas soumis aux mêmes inconvénients. C'est ainsi qu'on est conduit, pour la transmission de l'énergie à grande distance, à construire des génératrices fournissant un courant de faible intensité, mais sous une *pression électrique* considérable.

On pourrait théoriquement arriver d'une autre manière à diminuer la perte sur la ligne (proportionnelle à ri^2) en diminuant la résistance du double conducteur qui constitue cette ligne : il suffirait de prendre des fils très gros et d'un métal de haute conductibilité. Mais au point de vue pratique, on est arrêté dans cette voie à cause des frais d'établissement de ces conducteurs qui sont fort coûteux ; un calcul simple fournit la limite de dépense à consacrer à la construction de la ligne d'après les conditions d'exploitation.

C'est grâce au choix judicieux des éléments dont on dispose (r, i, u) qu'on parvient à transporter électriquement d'une manière économique, à plusieurs dizaines de kilomètres, une puissance motrice considérable s'élevant, dans certains cas, à des centaines de kilowatts.

L'exemple précité fait comprendre comment on peut opérer avec des machines à courants continus. Mais les grandes différences de potentiel, nécessaires pour obtenir un rendement économique, introduisent des difficultés d'un ordre spécial dans la construction de ces machines, particulièrement à l'organe nommé *collecteur*. Les machines à courants alternatifs (*), dont la construction est plus simple et plus robuste, ont

(*) Ces machines, fondées aussi sur l'induction comme les machines à courant continu, seront, dans la prochaine Notice, décrites avec les détails suffisants pour en bien faire comprendre le caractère particulier.

supprimé en grande partie ces difficultés; elles permettent d'accroître beaucoup la différence de potentiel ou pression électrique aux bornes des générateurs et des récepteurs, par suite d'atténuer dans de grandes proportions les pertes sur la ligne. On arrive maintenant à dépasser 10000 volts, tout en transmettant plusieurs milliers de kilowatts. L'expérience se fait en grand aux États-Unis d'Amérique, dans l'utilisation de la puissance des chutes du Niagara, la hardiesse des ingénieurs n'est arrêtée que par les dangers extrêmes que causent les moindres accidents qui surviennent soit dans le fonctionnement des machines, soit le long des lignes. Ces longs et gros conducteurs qui, suivant une expression pittoresque, « canalisent véritablement la foudre », doivent être maintenus sur tout leur parcours dans un isolement parfait et en dehors de toute atteinte, sous peine des plus terribles accidents.

Des *transformateurs* particuliers servent à réduire la différence de potentiel entre les limites nécessaires aux diverses utilisations du courant, suivant la loi d'équivalence qui préside à toutes ces transformations d'énergie.

Unités légales. — Ohm, ampère, volts légaux. — Les considérations développées plus haut ont conduit à définir scientifiquement les unités pratiques usitées en Électricité. Mais, pour que l'usage de ces unités pût devenir rapidement universel, il était nécessaire de faire connaître des moyens faciles de reconstituer ces unités sans avoir recours à des déterminations absolues ou à des calculs minutieux. Tel a été l'avis des Congrès internationaux tenus à Paris (1881 et 1889) et à Chicago (1894): des Commissions ont été

constituées et, finalement, on est tombé d'accord sur un certain nombre d'opérations simples qui reproduisent, avec une approximation suffisante pour les besoins de la pratique, la valeur des unités principales.

La plupart des nations ont adopté ces conclusions et leurs gouvernements respectifs leur ont donné une sanction légale.

Voici les principaux articles du décret présidentiel inséré au *Journal officiel* du 2 mai 1896 et dans le *Bulletin des Lois*, sur le Rapport du Ministre du Commerce, de l'Industrie, des Postes et Télégraphes :

Art. 1^{er}. — Dans tous les marchés et contrats passés pour le compte de l'État, dans toutes les communications faites aux services publics et dans les cahiers des charges dressés par eux, le système international d'unités électriques, tel qu'il est défini ci-après, sera seul et obligatoirement employé.

Art. 2. — L'unité électrique de *résistance*, ou OHM, est la résistance offerte à un courant invariable par une colonne de mercure à la température de la glace fondante, ayant une masse de 14^{gr},4521, une section constante et une longueur de 106^{cm},3.

Art. 3. — L'unité électrique d'*intensité*, ou AMPÈRE, est le dixième de l'unité électromagnétique de courant. Elle est suffisamment représentée, pour les besoins de la pratique, par le courant invariable qui dépose en une seconde 0^{gr},001118 d'argent.

Art. 4. — L'unité de *force électromotrice*, ou VOLT, est la force électromotrice qui soutient le courant d'un ampère dans un conducteur dont la résistance est un ohm. Elle est suffisamment représentée, pour les be-

soins de la pratique, par les 0,6974 ou $\frac{1000}{1434}$ de la force électromotrice d'un élément Latimer-Clark.

Ces définitions pratiques sont conformes aux conclusions d'un Rapport approuvé par la Commission française des unités électriques, le 7 mars 1896, et qu'on trouvera dans le *Journal officiel* du 2 mai 1896 et dans les *Annales télégraphiques* (3^e série, t. XXIII, p. 42). Ce Rapport, rédigé par M. J. Violle, contient un historique fort intéressant de la genèse de ces unités électriques internationales qui jouent maintenant un rôle si important dans le développement des applications de l'Électricité.

A. CORNU.