NOTES et CROQUIS

DE

Géométrie Descriptive,

par **BARDIN**

Ancien Élève de l'École Polytechnique,

Professeur à l'École d'Artillerie de Metz, &c.

2.me ÉDITION,

Revue, Corrigée et Augmentée.

Paris

Chez L. Mathias (Augustin) Libraire, Quai Malaquais N.° 15.

1837.

Lithographie de Nouvian à Metz.

N° 95.

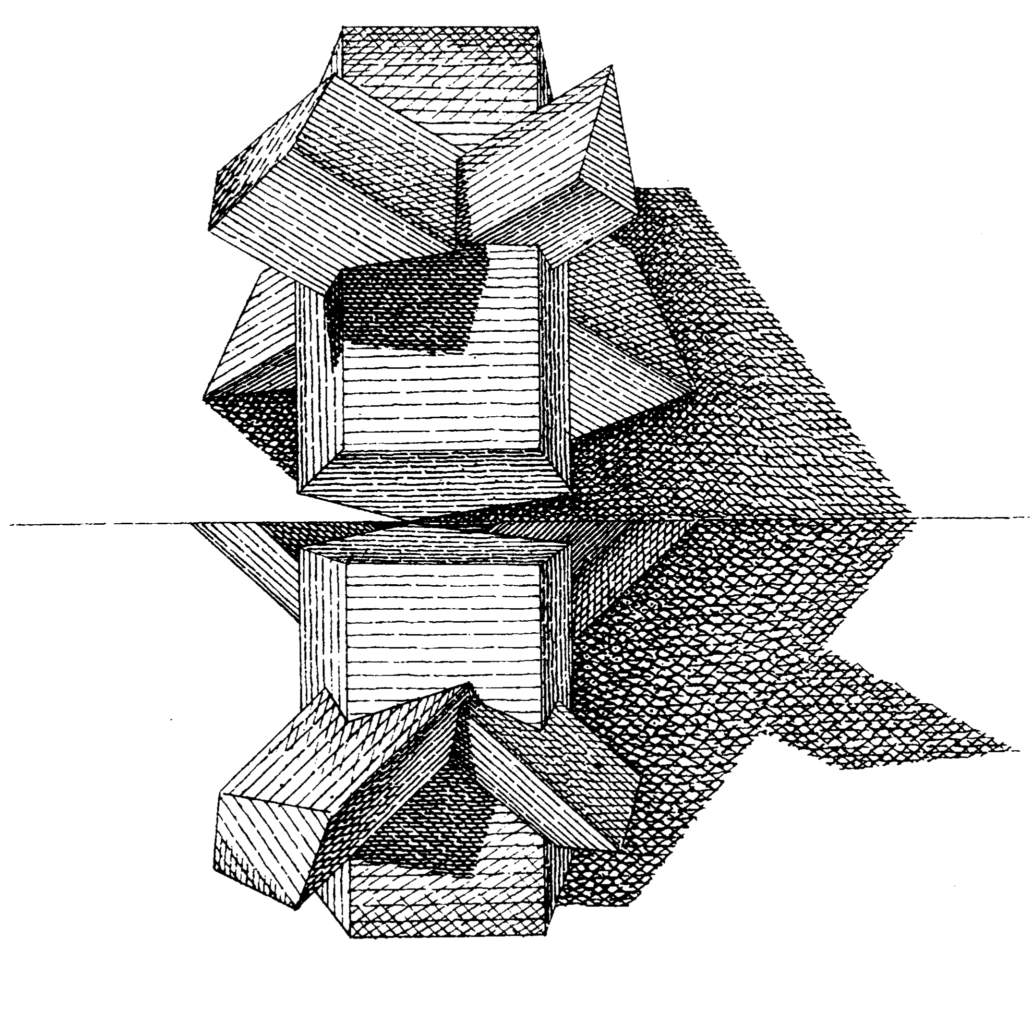
Avis de l'Auteur.

Ces feuilles ont été rédigées dans le principe, pour les Sous-Officiers de l'École d'Artillerie de Metz, et pour les Ouvriers messins, auditeurs des Cours industriels gratuits. Ces jeunes gens, qui ont peu de tems à consacrer à leur instruction, et qui sont livrés à eux-mêmes dès leur sortie de la salle des Cours, avaient besoin d'un guide. Nous avons alors conçu l'idée de recourir à la Lithographie pour mettre sous leurs yeux un grand nombre de dessins accompagnés de notes explicatives, dont la lecture attentive pût suppléer autant que cela est possible à l'expérience que donnent les travaux graphiques. Sans faire un livre, il fallait, par l'enchaînement des idées et par la distribution de la matière, composer des planches qui pussent se suffire à elles-mêmes. Tel est le but que nous nous sommes proposé.

Cette Édition, supérieure à la première par les développemens qu'elle a reçus, et par son exécution matérielle, a néanmoins conservé son titre: Les dessins quoiqu'en général achevés, sont encore des *Croquis*; et les explications, le plus souvent complètes, sont encore des *Notes*. Nous devions tenir compte du procédé d'exécution qui ne comporte ni le fini de la gravure, ni la correction de la Typographie. Quel que soit leur titre nos exercices seront utiles aux Élèves qui s'occupent de géométrie descriptive. L'Expérience l'a prouvé.

C'est en condensant le texte et en réduisant convenablement l'étendue des figures, que nous avons pu placer à la suite des principes et des méthodes, de nombreuses applications sur l'exécution des polyèdres, de ces corps dont la formation et la représentation constituent ce qu'on pourrait appeler l'enseignement primaire de la géométrie descriptive; sur la construction des vis et des Escaliers, la coupe des pierres, le tracé des développemens approximatifs de la Sphère, les ombres, la perspective....... — Plusieurs parties de ce travail suffiront sans doute pour montrer comment nous comprenons la rédaction d'une géométrie descriptive qui, non uniquement destinée aux spéculations géométriques, aurait surtout en vue les arts de construction. Depuis longtems nous travaillons à cet ouvrage, dont la publication a été retardée par des considérations indépendantes de notre volonté.

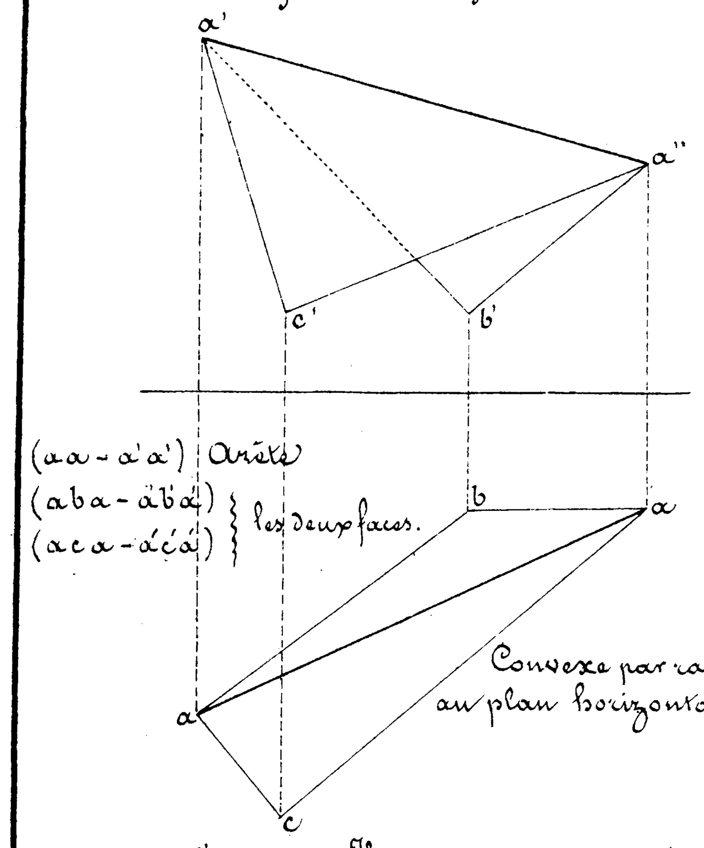
Nos feuilles doublement explicatives par des lignes et par un texte, présentent aux élèves une foule de résultats graphiques que la plupart n'ont pas le tems de produire, et leur donnent des notions exactes sur la formation, la représentation et les propriétés géométriques des surfaces et des corps. Lorsqu'on étudie la géométrie descriptive, on ne saurait trop dessiner ni trop lire dans les projections, lire surtout si l'on n'a pas le temps de dessiner. Pour répondre à ce besoin nous avons multiplié les exercices graphiques jusqu'au point de remplacer souvent le texte par des dessins, en nous appliquant à varier le plus possible les données de forme et de situation qui entrent dans les figures. C'est ainsi que nous sommes arrivés à former un atlas qui contient plus de 500 dessins dont les 2/3 ont l'étendue de ce qu'on appelle ordinairt. figures; et les notes explicatives qui ne forment pas moins de 400 à 500 pages in 8°. —



Formation et Représentation des angles polyèdres.

Fig. 1, 2, 3 et 4 – Projections de divers angles dièdres

Fig. 1.
Angle dièdre, compris entre deux faces triangulaires.



(aa – a'a') Arête
(aba – a'b'a') } les deux faces.
(aca – a'c'a')

Convexe par rapport au plan horizontal.

1 (bis)

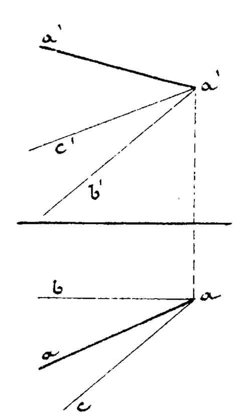
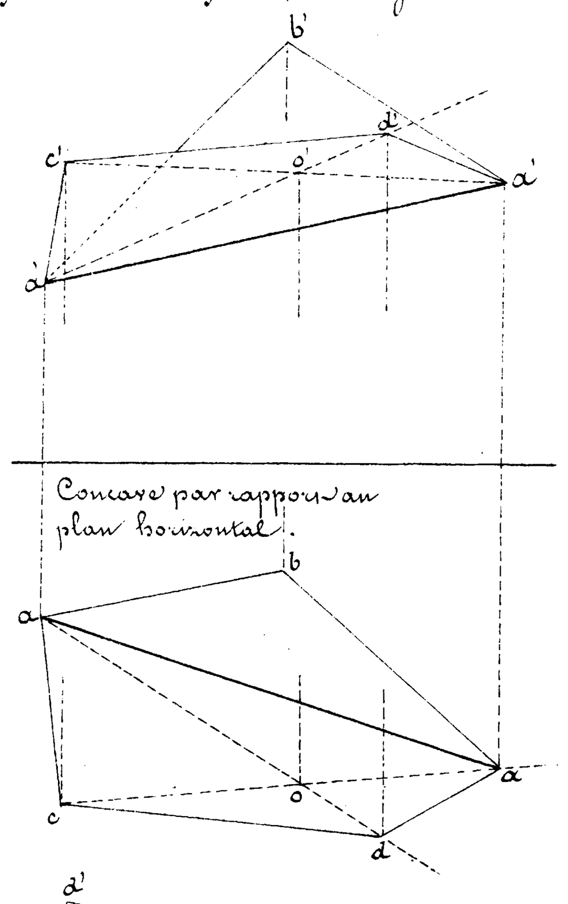


Fig. 2.
Angle dièdre compris entre une face triangulaire et une face quadrangulaire.



Concave par rapport au plan horizontal.

Fig. 3.
Angle dièdre compris entre deux faces quadrangulaires.

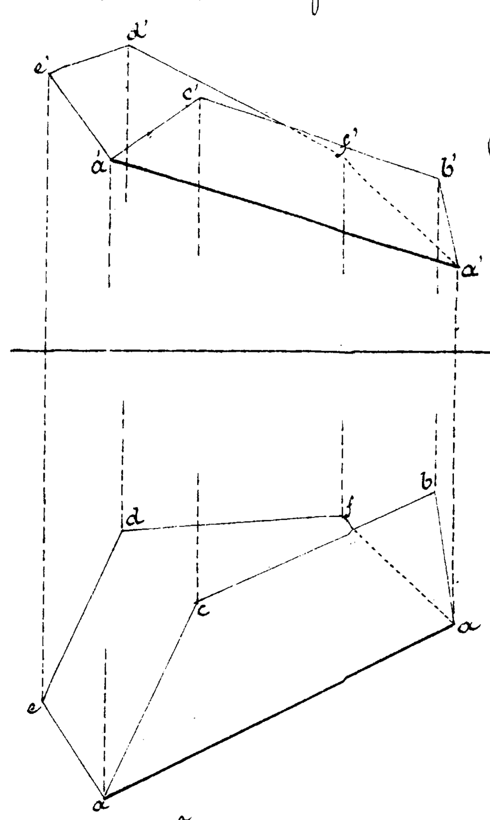


Fig. 2. – Construisez la face triangulaire (aba – a'..); puis l'autre face aussi triangulaire (aca – a'..) et transformez-la en un quadrilatère (adca – a'...) – Ce tracé suppose qu'on sait trouver un 4e point (d – d') qui se trouve dans le plan de 3 autres (a – a') (b – b') et (c – c'). Il suffit de regarder la fig. 2 pour .... &c.

Fig. 4 – (adea – a'...) face prise à volonté – (aa – a'a') côté pris pour arête – Construction. – (m – m') point quelconque de l'arête (aa – a'a') – (mp – m'p') perpendiculaire à la face (adea – a'...); cette droite et l'arête déterminent le plan de la seconde face (abea – a'...) qui se trouve ainsi, par construction, perpendiculaire à la 1re (adea – a'...); de sorte que l'angle dièdre que comprennent ces deux faces, est droit. – Ce tracé suppose qu'on sait élever une perpendiculaire à un plan. – Rien n'est plus simple à l'aide de la droite (db – d'b'), qui est horizontale et située dans la face (adea – a'...) et de la droite (dv – d'v') qui est parallèle au plan vertical, et située dans la face (adea – a...)... ......&c – mb est perpendiculaire à db, et m'b' est perpendiculaire à d'v' ...... &c.

Fig. 4.
Angle dièdre droit.

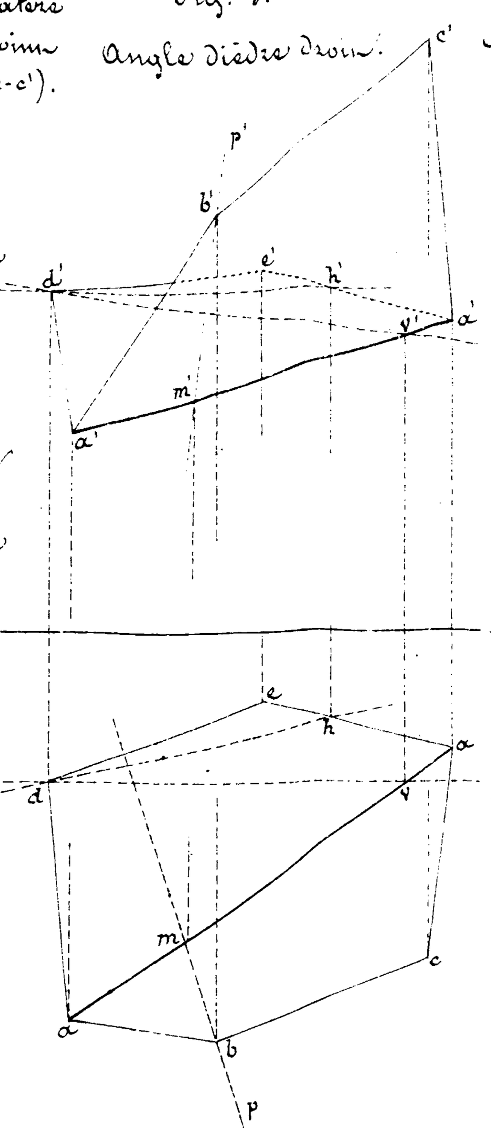
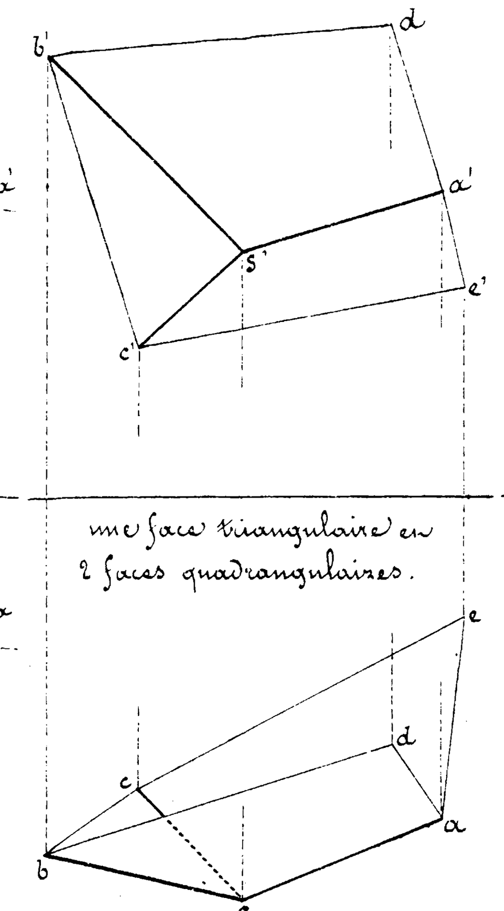


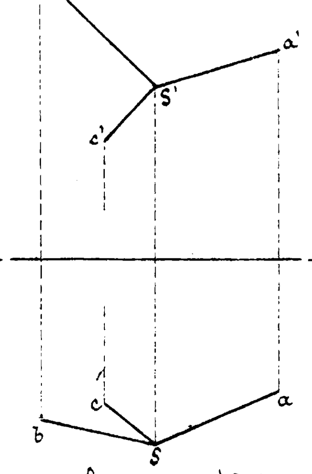
Fig. 5, 6, 7, 8, 9, 10. – Projections de divers angles trièdres.

Fig. 5. Angle trièdre quelconque



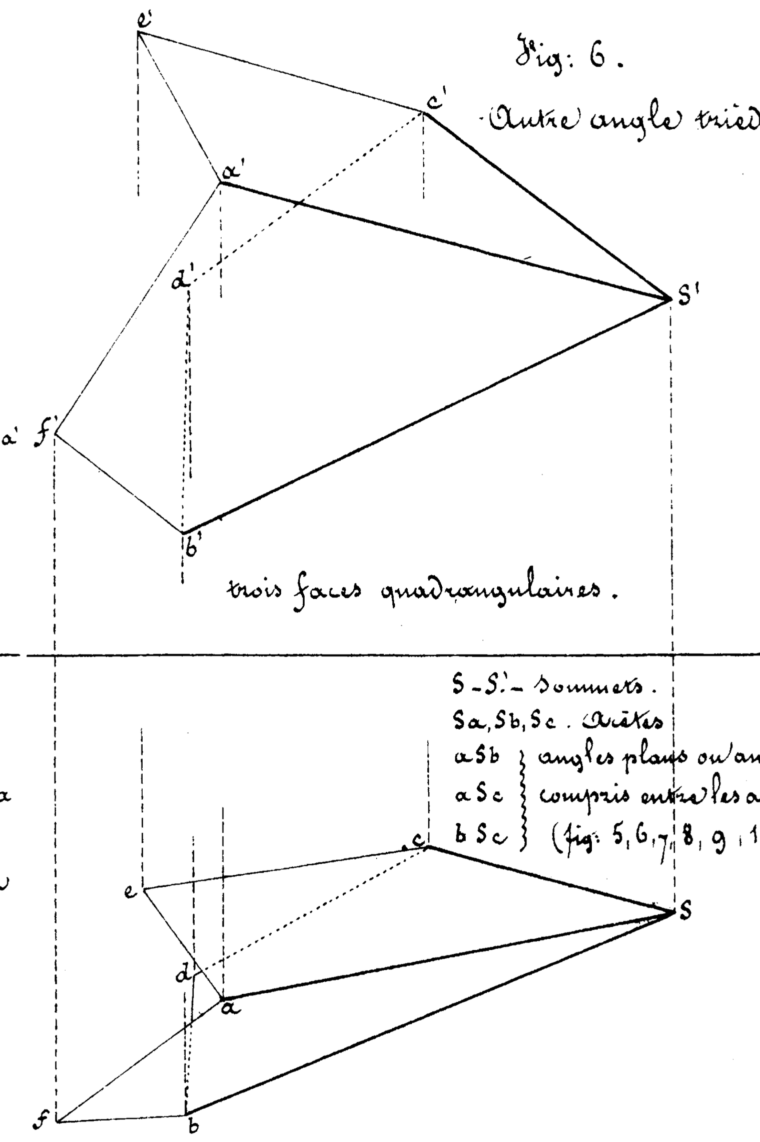
une face triangulaire et 2 faces quadrangulaires.

5 (bis)



Angle trièdre réduit à ses trois arêtes.

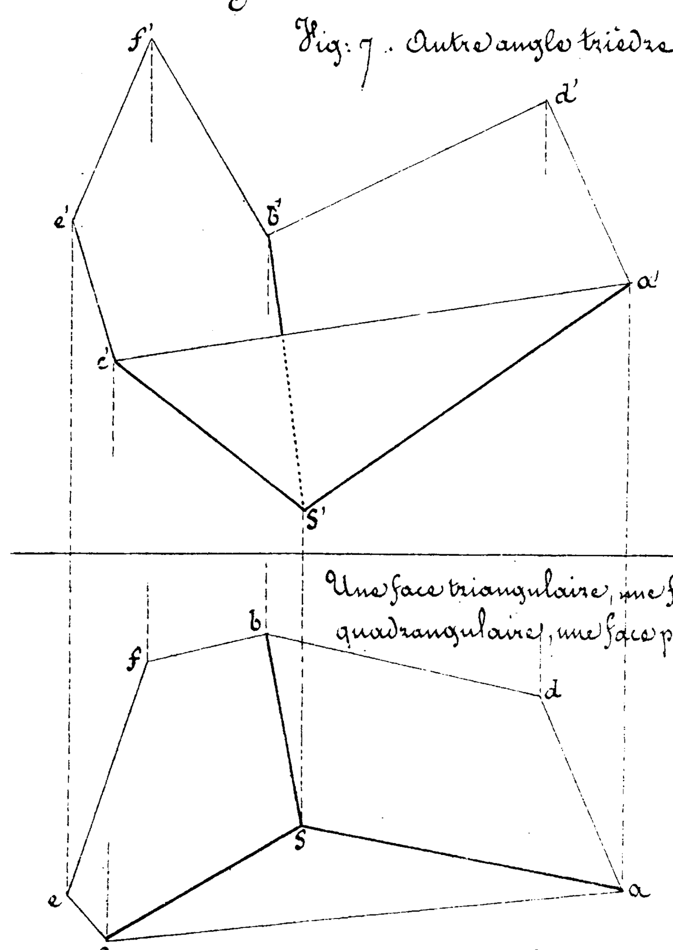
Fig. 6.
Autre angle trièdre.



trois faces quadrangulaires.

S – S' – Sommets.
Sa, Sb, Sc – Arêtes
aSb
aSc } angles plans ou angles compris entre les arêtes
bSc (fig. 5, 6, 7, 8, 9, 10.)

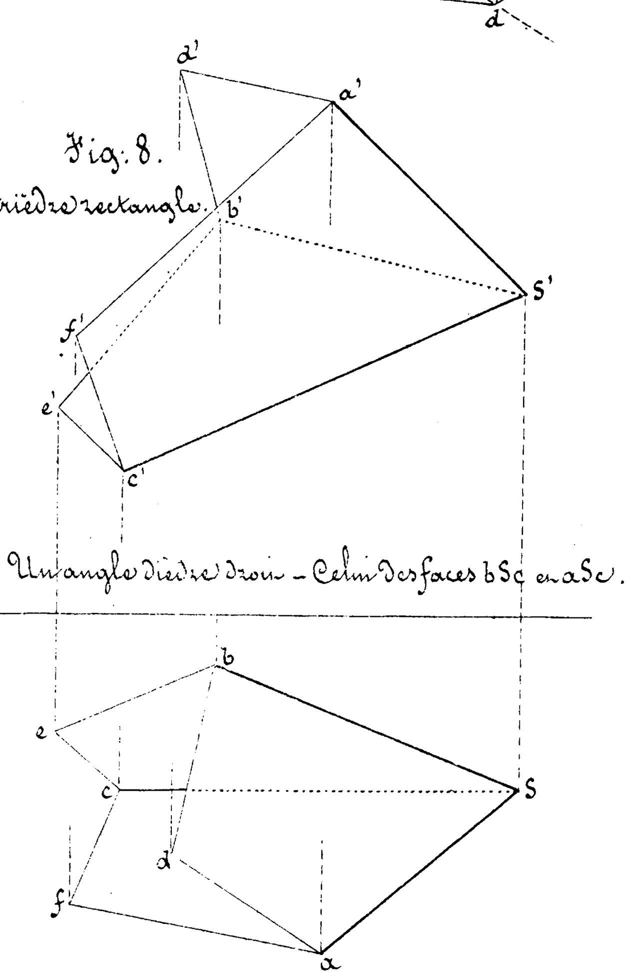
Fig. 7. Autre angle trièdre.



Une face triangulaire, une face quadrangulaire, une face pentagonale

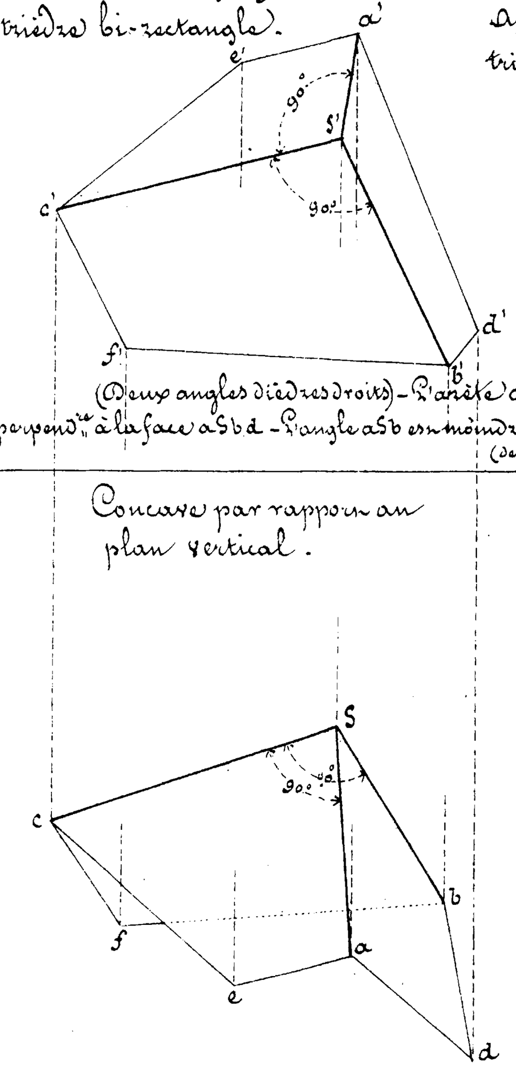
Concave par rapport au plan horizontal. –
Ses trois arêtes Sa, Sb, Sc vont en montant ...... &c.

Fig. 8.
Angle trièdre rectangle.



Un angle dièdre droit – Celui des faces bSc et aSc.

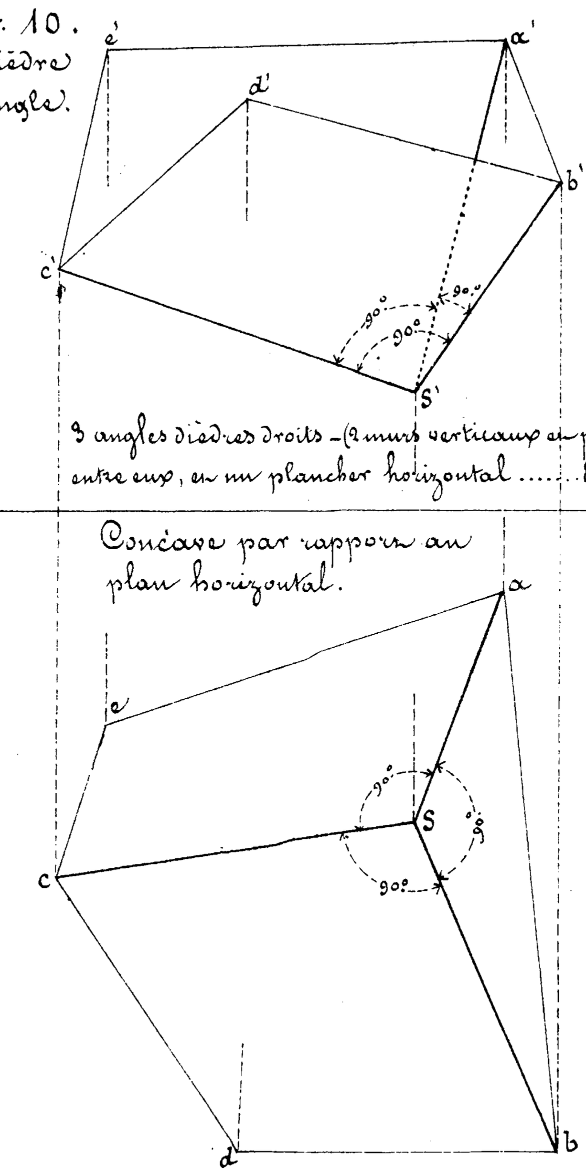
Fig. 9.
Angle trièdre bi-rectangle.



(Deux angles dièdres droits) – l'arête cS est perpend.re à la face aSb – l'angle aSb est moindre que 90°. (ou 100g.)

Concave par rapport au plan vertical.

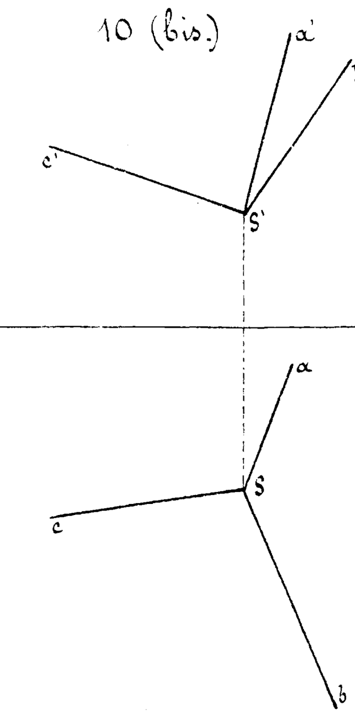
Fig. 10.
Angle trièdre tri-rectangle.



3 angles dièdres droits – (2 murs verticaux et perpend.res entre eux, et un plancher horizontal ...... &c.

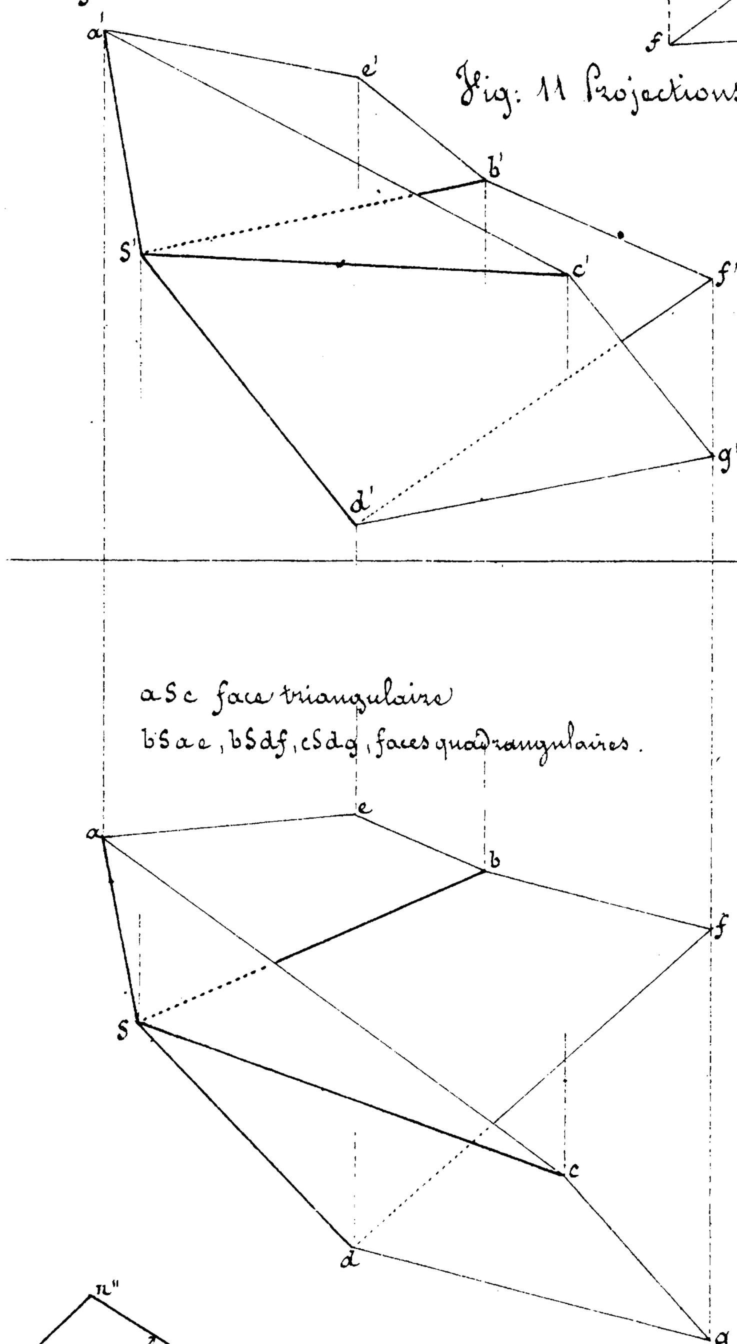
Concave par rapport au plan horizontal.

10 (bis)



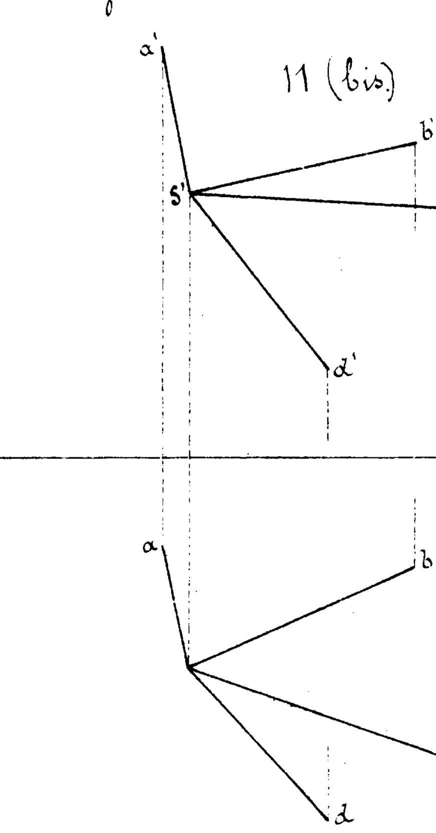
Angle trièdre tri-rectangle réduit à ses trois arêtes qui sont perpendiculaires deux à deux.

Fig. 11 Projections d'un angle tétraèdre .... &c.



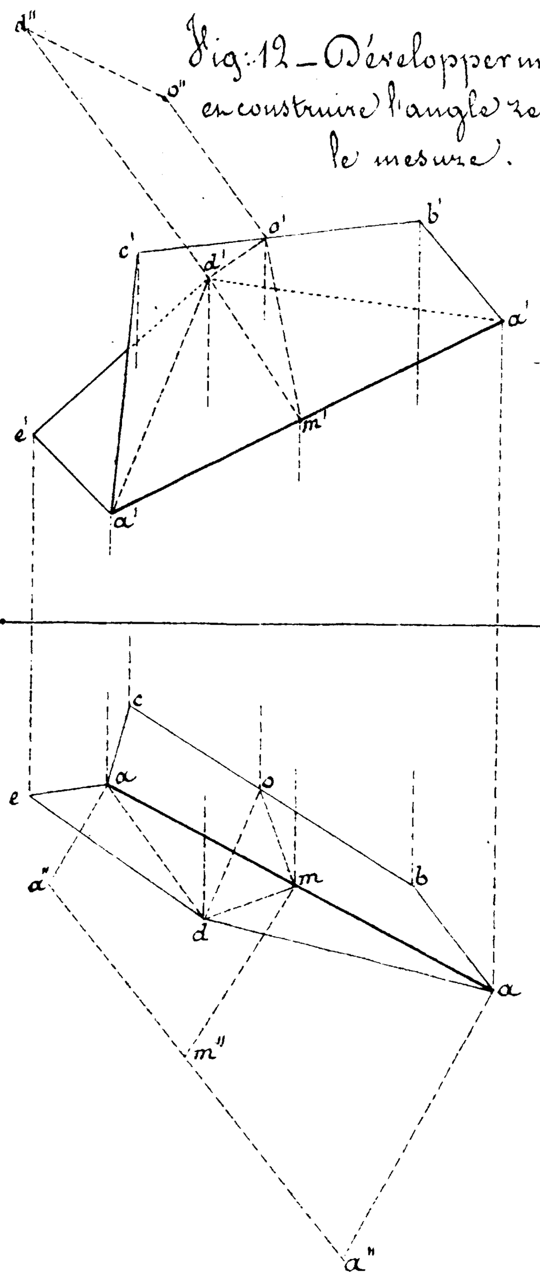
aSc face triangulaire
bSa, bSdf, cSdg, faces quadrangulaires.

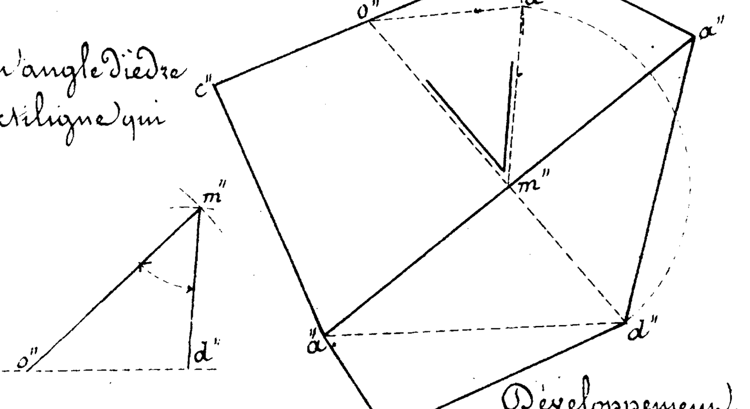
11 (bis)



Angle tétraèdre réduit à ses 4 arêtes:
Sa, Sb, Sc, Sd. – On peut le supposer illimité. –

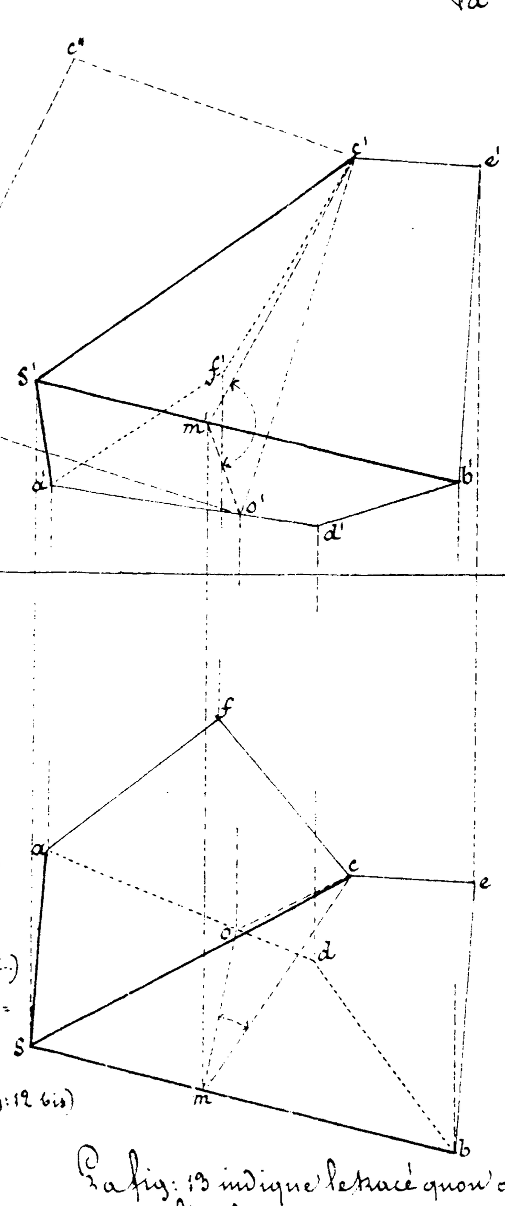
Fig. 12 – Développer un angle dièdre et construire l'angle rectiligne qui le mesure.





Développement.

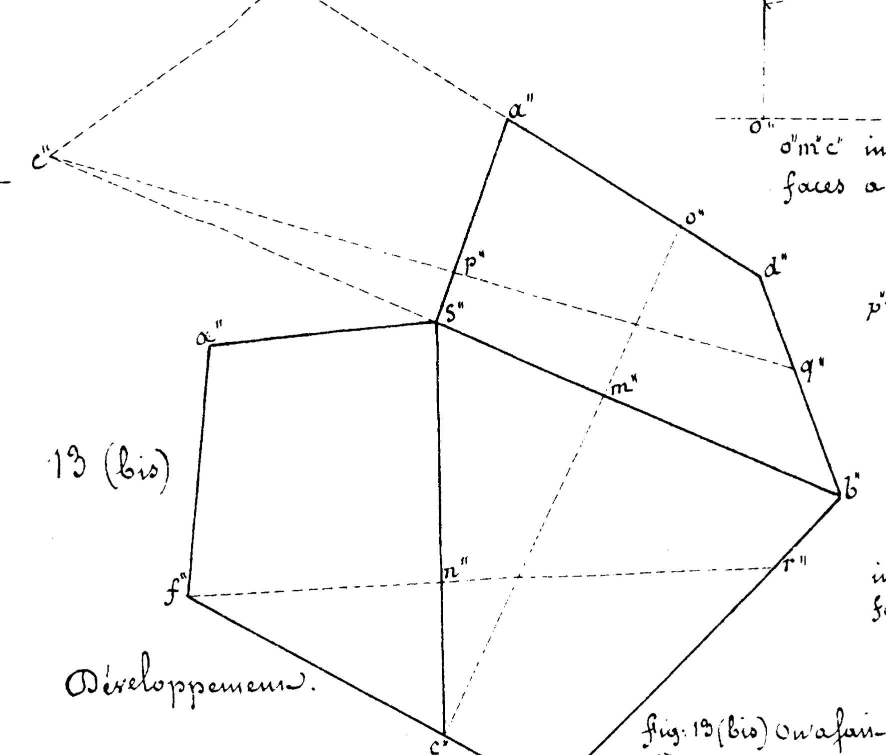
Fig. 12 et 12 (bis) – Décomposez la face adea en 2 triangles, par la diagonale ad – tracez le triangle a''d''a'' égal au triangle en relief dont les projections sont (ada – a'..); puis sur la diagonale a''d'', tracez le triangle a''d''e'' égal au triangle en relief dont les projections sont (ade – a'..) Il est évident que le quadrilatère a''d''e'' a'' représente dans sa grandeur en relief la face (adea – a'...) – Sur le côté a''a'' qui représente l'arête, construisez le quadrilatère a''b''c''a'' égal au quadrilatère en relief, dont les projections sont (abca – a'...) – La figure a''b''c''a''e''d''a'' (fig. 12 bis), est le développement de l'angle dièdre donné (fig. 12.) – Le point m'' pris sur l'arête a''a'' du développement (fig. 12 bis) répond à un point (m – m') (fig. 12) qu'il est facile de construire. – La droite o''m''d'' perpendiculaire à a''a'' représente sur le développement deux perpendiculaires à l'arête en relief: l'une (mo – m'o') dans la face (abca – a'...), et l'autre (md – m'd') dans la face (adea – a'..) qu'il est facile de construire. – D'où il résulte que l'angle (dmo – d'm'o'), représente en projection, l'angle rectiligne qui mesure l'inclinaison des deux faces de l'angle dièdre – Il ne reste plus qu'à construire le triangle o''m''d'' (fig. 12 bis) égal au triangle en relief dont les projections sont (dmo – d'..); dans lequel l'angle m'' opposé au côté o''d'' est l'angle rectiligne cherché.



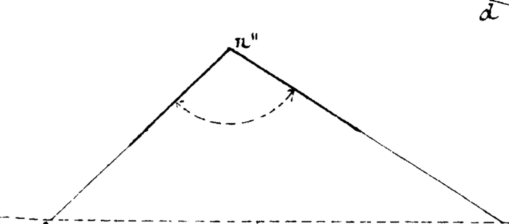
La fig. 13 indique le tracé qu'on a fait pour mesurer l'inclinaison des faces aSb et cSb (Voy. fig. 12)

Fig. 13. – Développer un angle trièdre et mesurer l'inclinaison des faces entre elles.

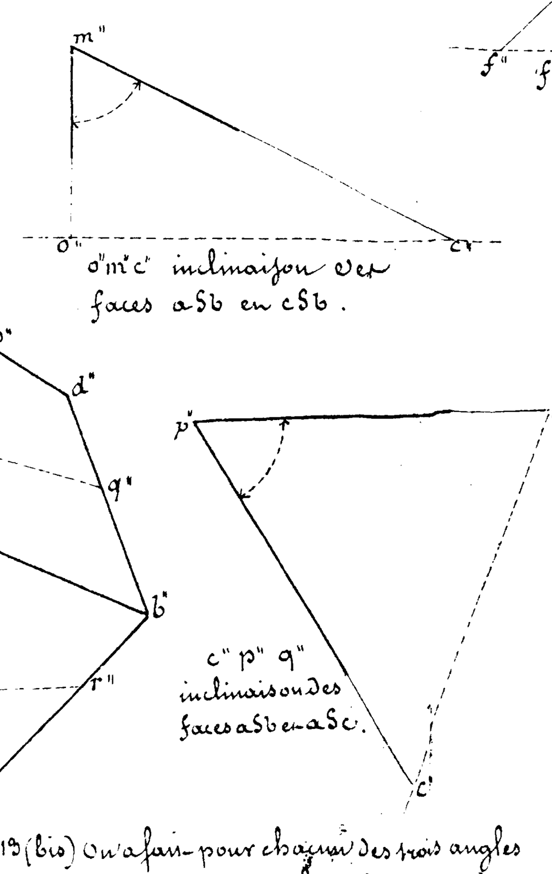
13 (bis)



Développement.



f''n''r'' inclinaison des faces aSc et bSc.

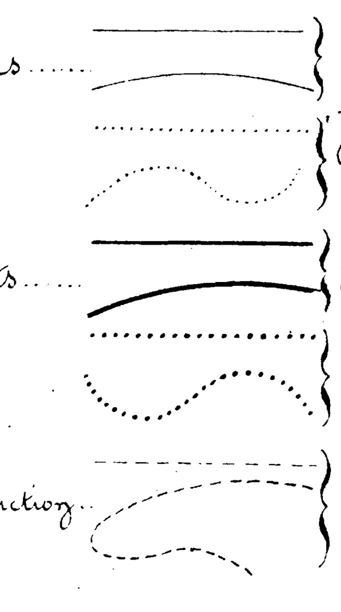


o''m''c'' inclinaison des faces aSb et cSb.

c''p''q'' inclinaison des faces aSb et aSc.

Fig. 13 (bis) On a fait pour chacun des trois angles dièdres qui appartiennent à l'angle trièdre donné (fig. 13), ce qu'indique la fig. 12, et ce que reproduit la fig. (13 bis).

Conventions pour le Tracé des Lignes.



Lignes données ...... } Vues – Trait fin et continu.
} Cachées – Points ronds, fins, égaux et également espacés.

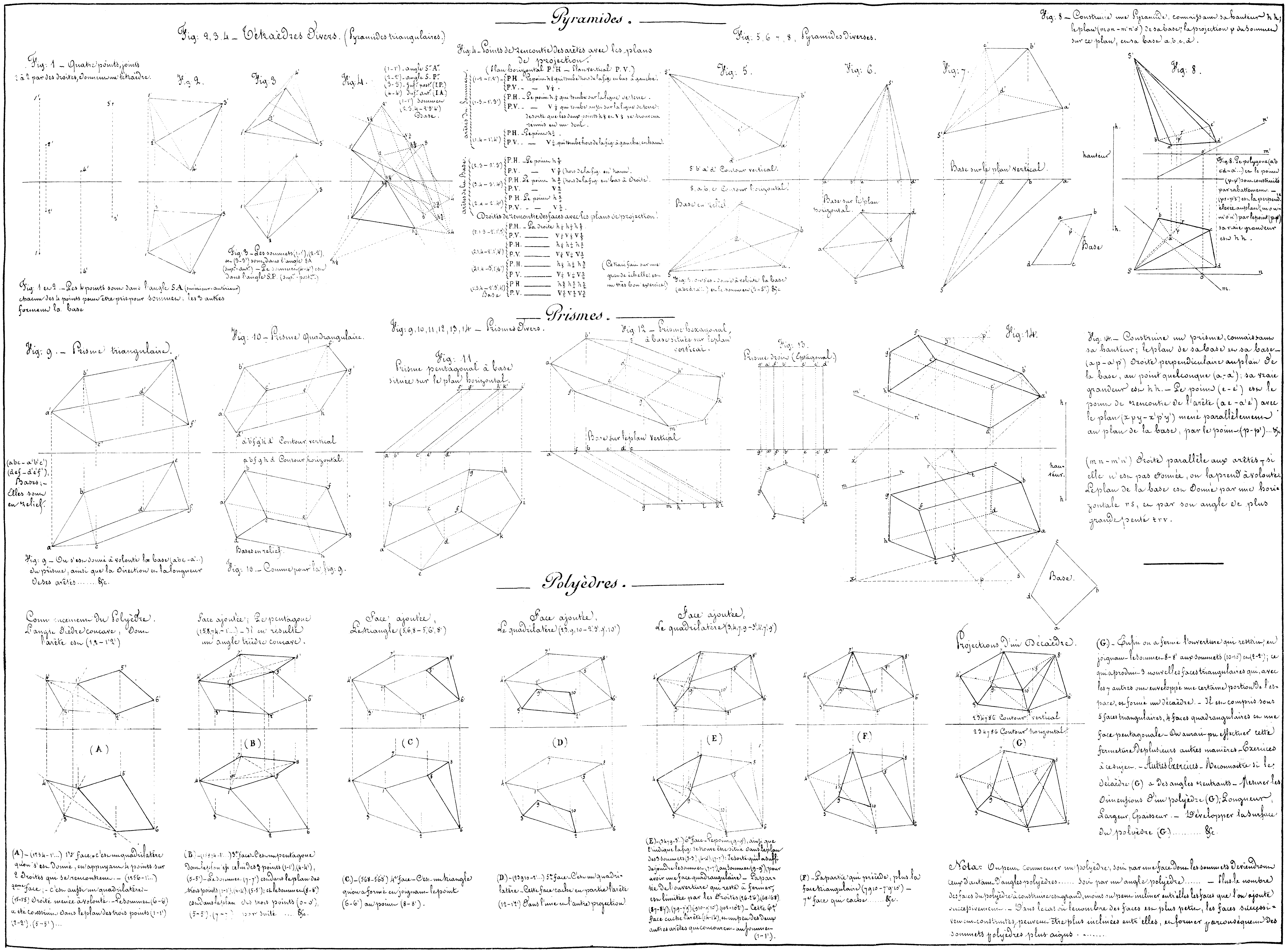
Résultats ...... } Lignes vues. – Trait gros et continu.
} Lignes cachées – Points ronds, gros, égaux et également espacés.

Lignes de Construction ... } Points longs, égaux et également espacés – On ne fait aucune distinction entre les lignes de construction qui pourraient être vues ou cachées.

Distinction entre les Projections d'un point, d'une droite, d'un angle, ... Des lettres ou des chiffres sans accent pour les projections horizontales; les mêmes lettres ou les mêmes chiffres, mais avec l'accent ' (prime), pour les projections verticales. – Les mêmes lettres ou les mêmes chiffres aux points correspondants des rabattements et des développements, mais avec l'accent '' ou ''' (seconde ou tierce). – Écriture et Énonciation des points, des lignes des figures ..... On peut se contenter d'écrire ou d'énoncer les proj.ons horiz.ales, puisque les proj.ons vert.ales n'en diffèrent que par l'accent.

Lith. de Nouvian, à Metz.

Formation et Représentation des Polyèdres.



Intersections des Polyèdres et des Plans.

Fig: 1 et 2. Intersection d'un Polyèdre et d'un plan horizontal ou Coupe horizontale.

HH' Plan coupant.

Fig: 1 – Le polygone (abcde – a'...) qui est convexe et concave montre que le polyèdre de la fig. 1, a des angles rentrants – Ce polygone est vu suivant sa vraie grandeur, parce qu'il est horizontal –

Les hachures parallèles qui recouvrent la figure de la coupe, servent par convention, à indiquer que le polyèdre coupé est plein.

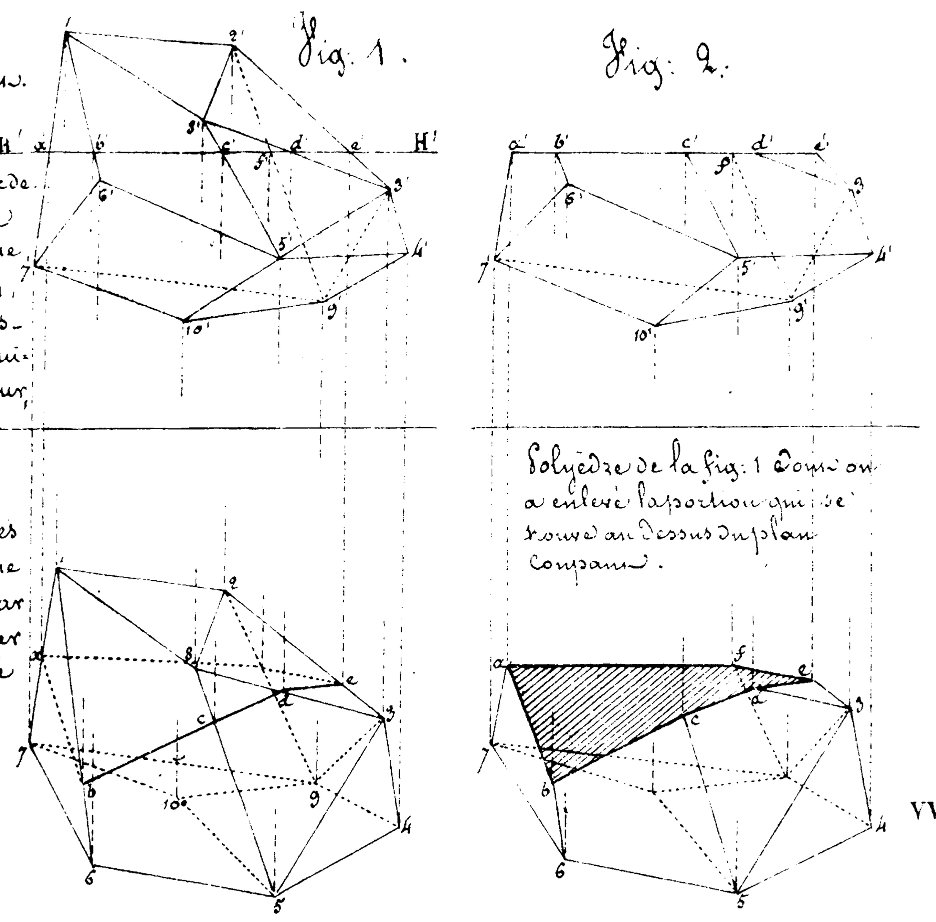


Fig: 3 et 4 – Intersection d'un Polyèdre et d'un plan vertical ou Coupe verticale.

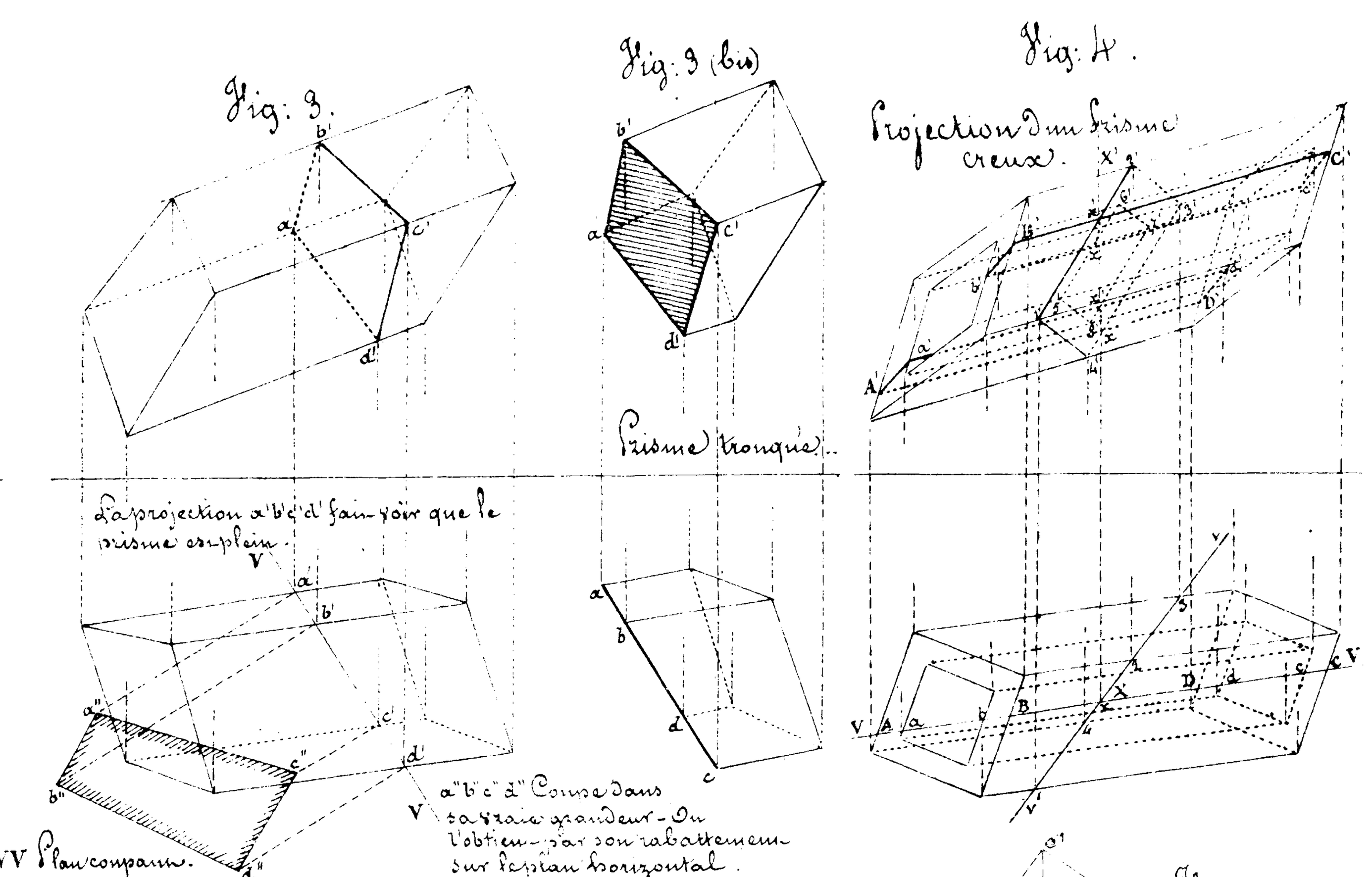


Fig: 4.
VV – Plan coupant vertical et parallèle aux arêtes du prisme donné – Ce prisme étant creux, la fig: qui provient de la coupure, se compose de deux parties A a' d' D' – et B b' c' C'...... – vv autre plan coupant vertical, mais quelconque; la coupe se compose des deux quadrilatères 1' 2' 3' 4' et 5' 6' 7' 8'...... – Ces deux plans coupans se rencontrent suivant la droite verticale (x – X'X'), et les deux coupes suivant les 2 petites verticales (x' – x'x')...... La fig: 4 montre le parti qu'on peut tirer des lignes ponctuées pour représenter et faire comprendre la forme intérieure d'un corps; on y distingue les parties pleines ......

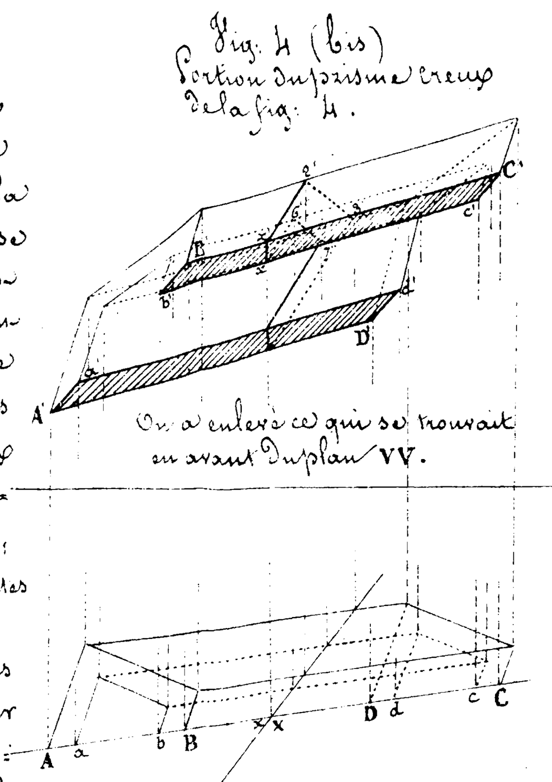
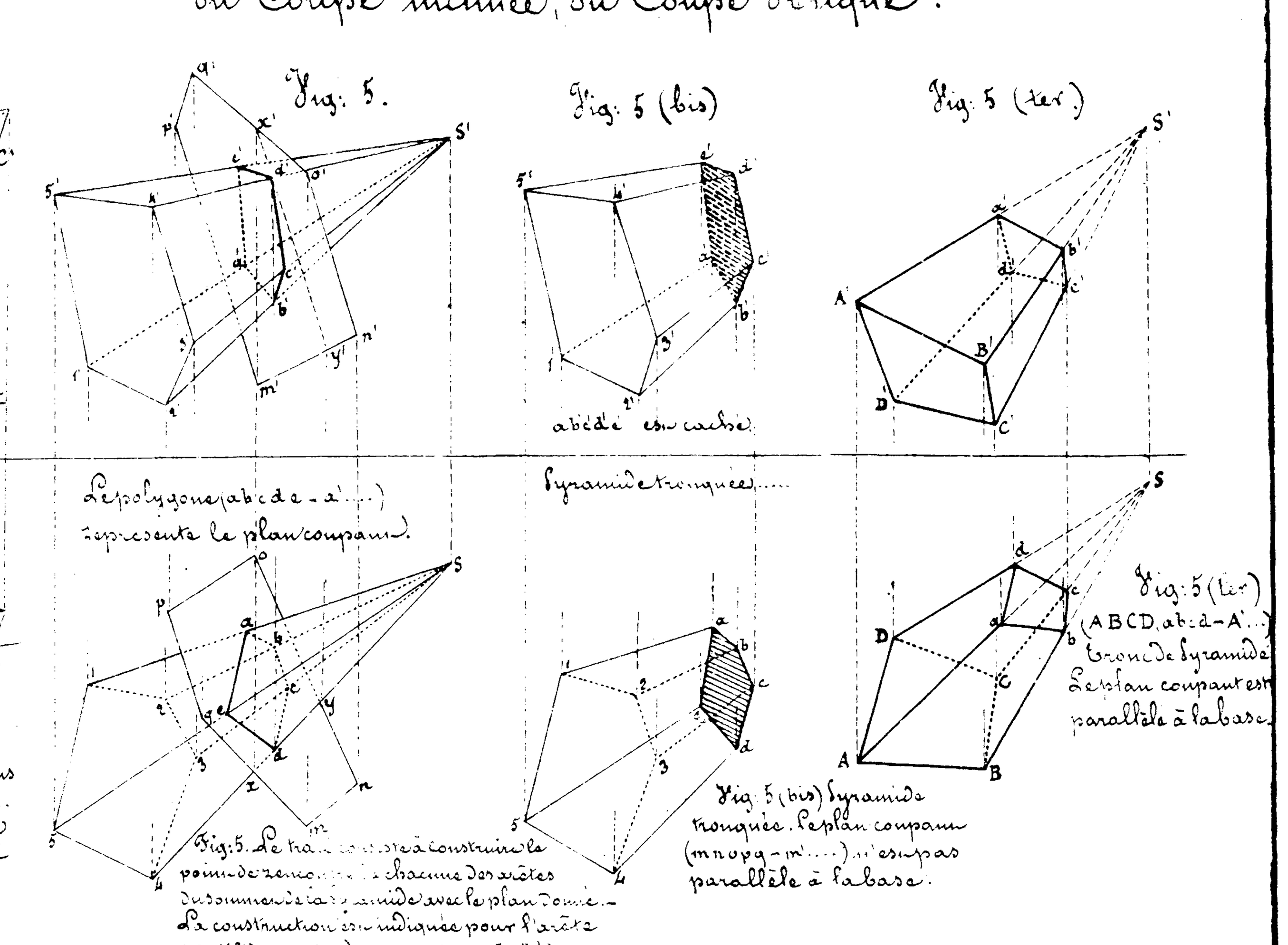


Fig: 4 (bis Cette coupe ne fait pas moins bien ressortir la forme intérieure....
Exercices. – Enlever dans le polyèdre de la fig: 4 la partie qui est à gauche du plan VV.

Fig: 5. – Intersection d'une Pyramide et d'un plan quelconque, ou Coupe inclinée, ou Coupe oblique.



Coupe d'un Prisme par un plan perpendiculaire à ses arêtes.

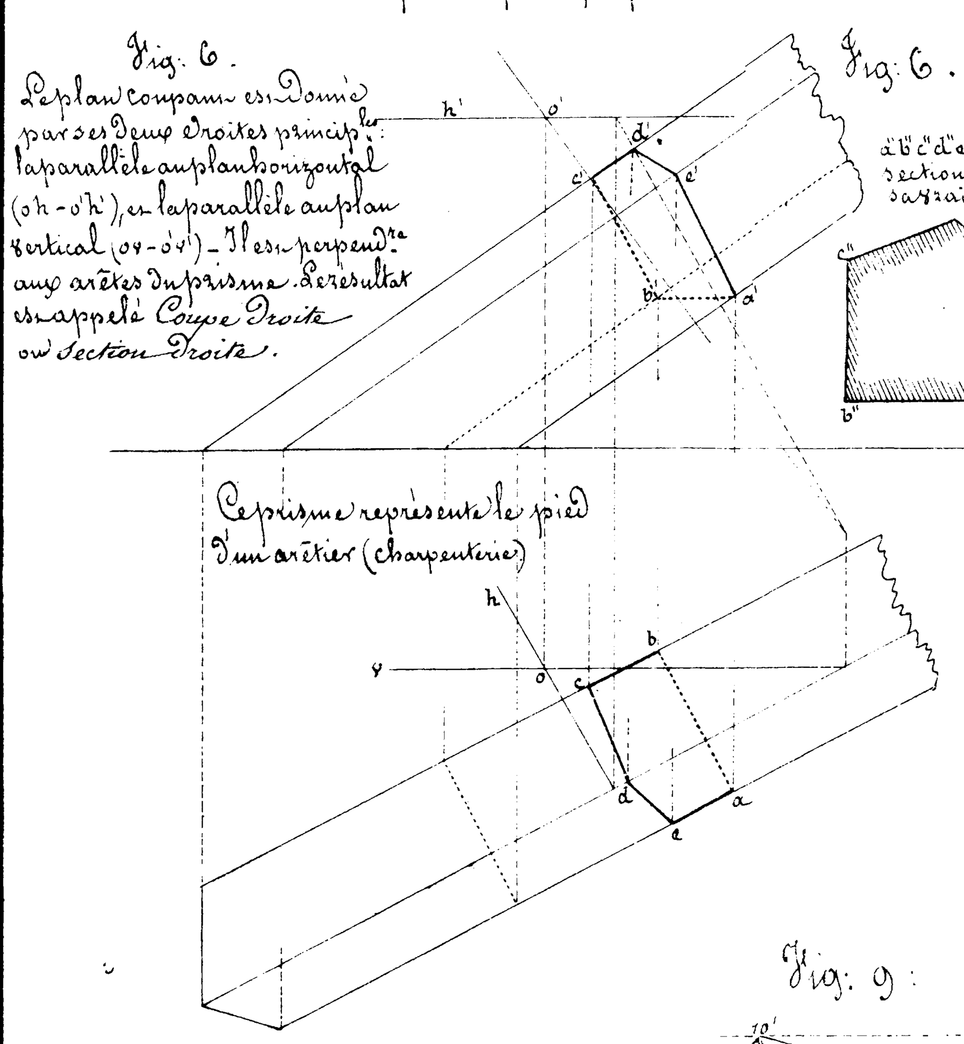
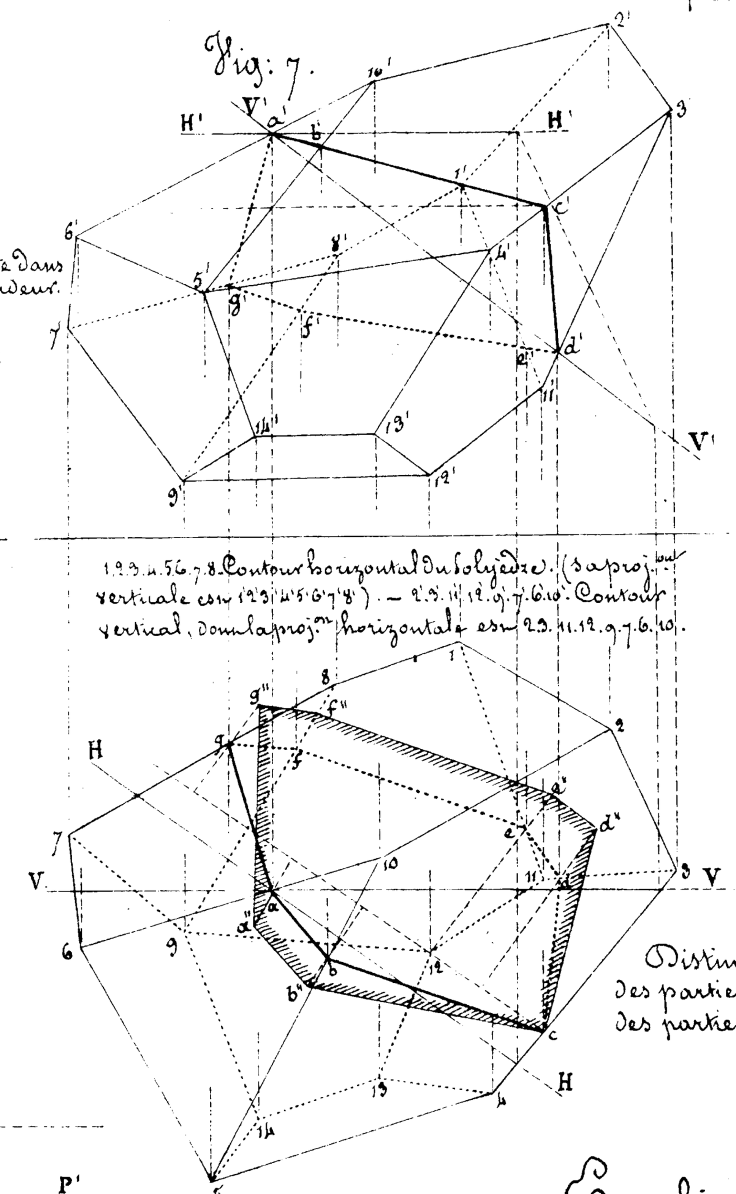
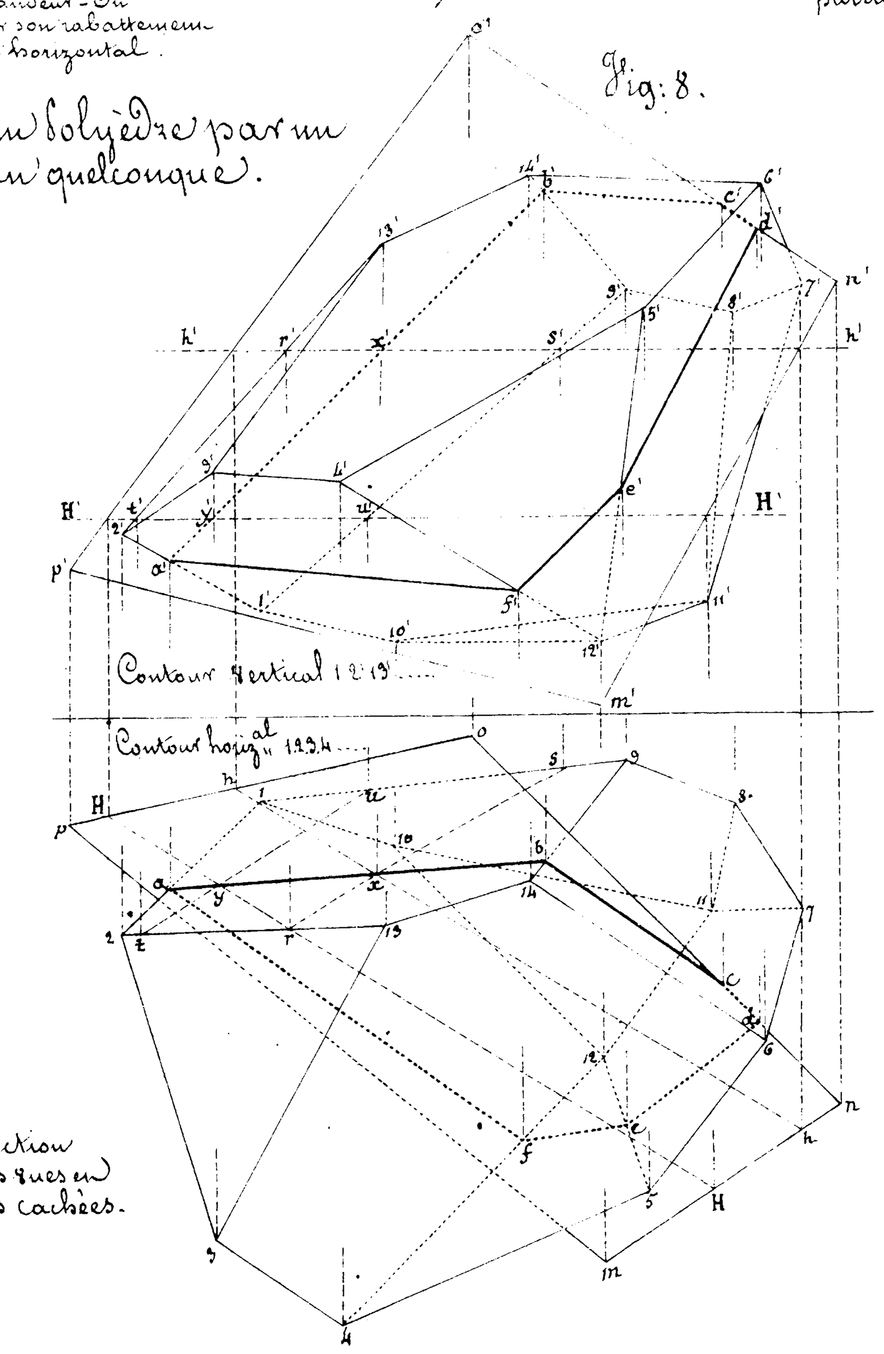


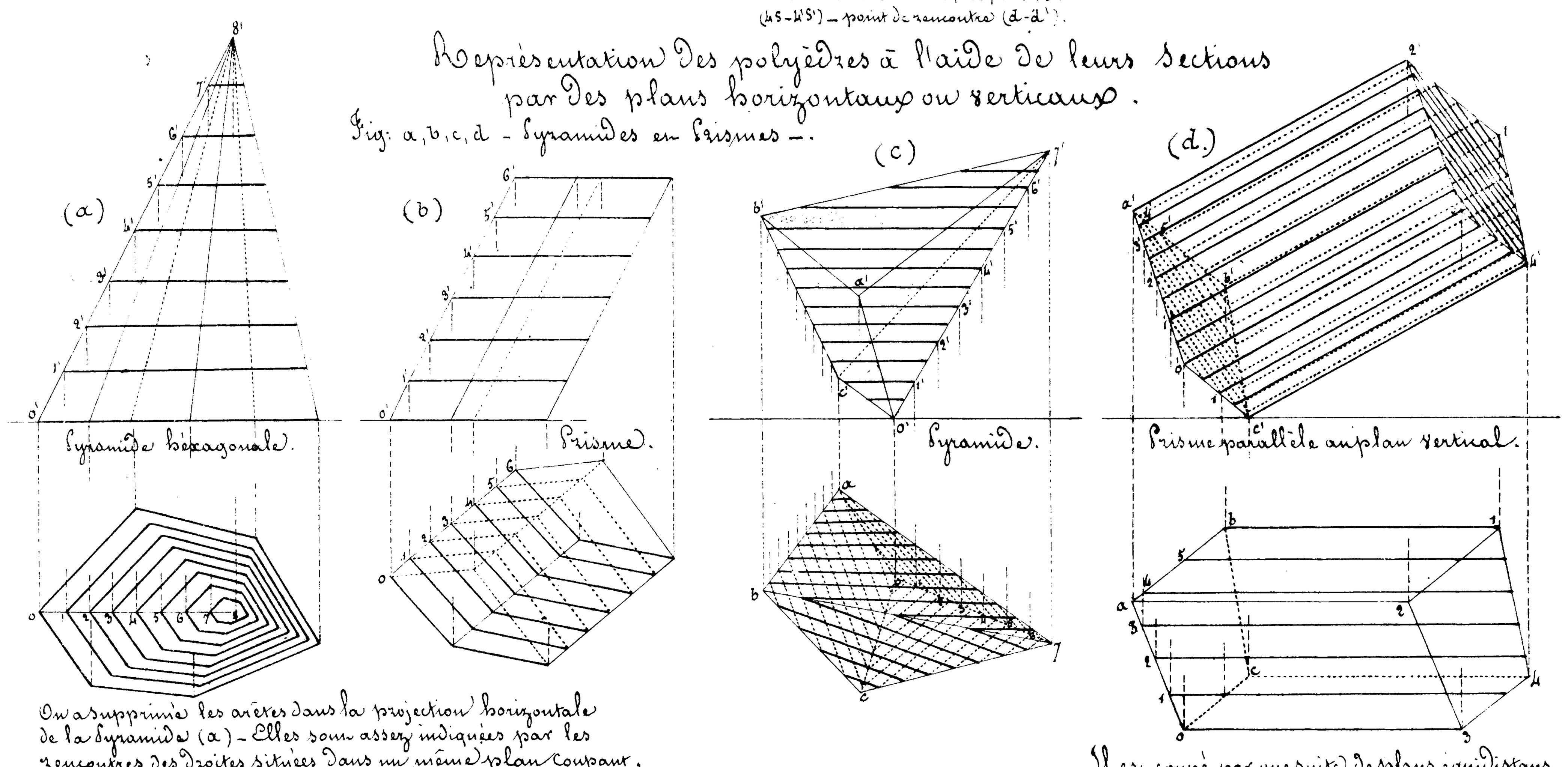
Fig: 7 et 8 – Coupe d'un Polyèdre par un plan quelconque.





Représentation des polyèdres à l'aide de leurs Sections par des plans horizontaux ou verticaux.

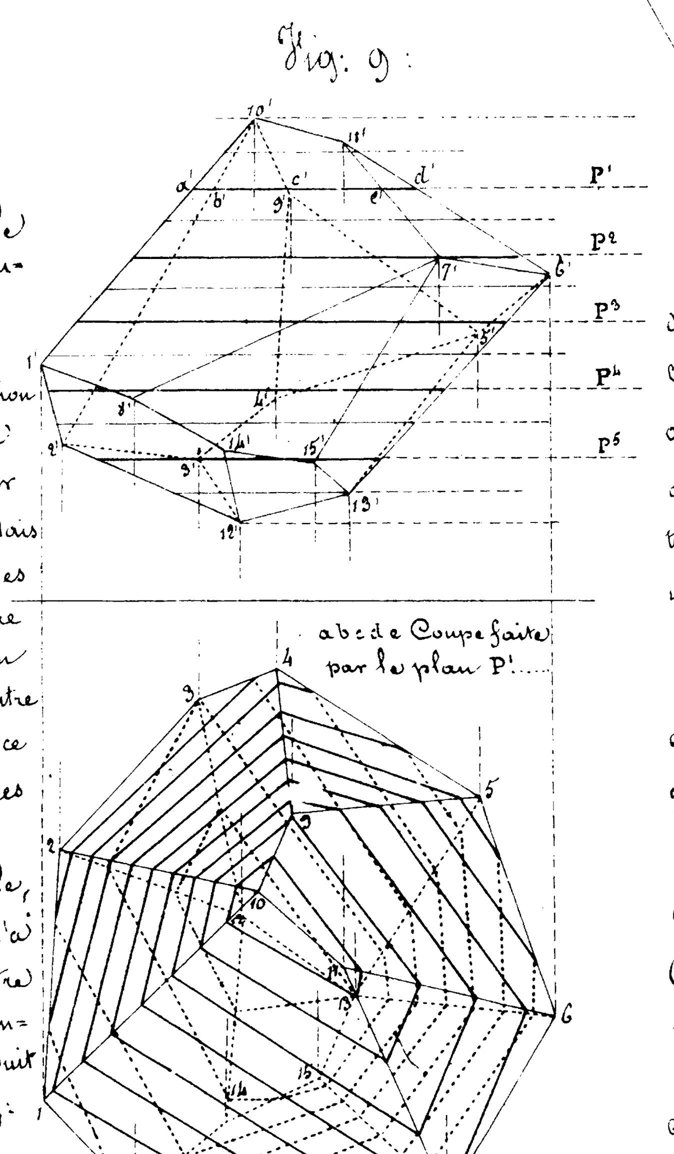
Fig: a, b, c, d – Pyramides et Prismes –



On a supprimé les arêtes dans la projection horizontale de la pyramide (a) – Elles sont assez indiquées par les rencontres des droites situées dans un même plan coupant. (Voy. fig. 9.)

Il est coupé par une suite de plans équidistans parallèles au plan vertical – On pourrait supprimer les arêtes en projon verticale –

Fig: 9.



Polyèdre représenté par l'ensemble des figures provenant de sections ou Coupes horizontales équidistantes.

L'équidistance étant connue, la projection horizontale suffit pour représenter le polyèdre. – On pourrait supprimer les arêtes en projection horizontale. Mais pour mettre plus de continuité entre les points qui appartiennent à une même arête il faudrait intercaler un plan entre le sommet 10' et le plan P'; entre le plan P' et le plan P²..... &c. C'est ce que l'on a fait. – Toutes les fois que les sections sont parallèles à l'un des plans de projections, leur ensemble, comme moyen de représentation, n'a d'expression que sur ce plan; l'autre projection du corps, réduite à un ensemble de droites parallèles ne produit aucun effet en relief... (Voy. les fig: a, b, c, d et 9.) –

Explication.

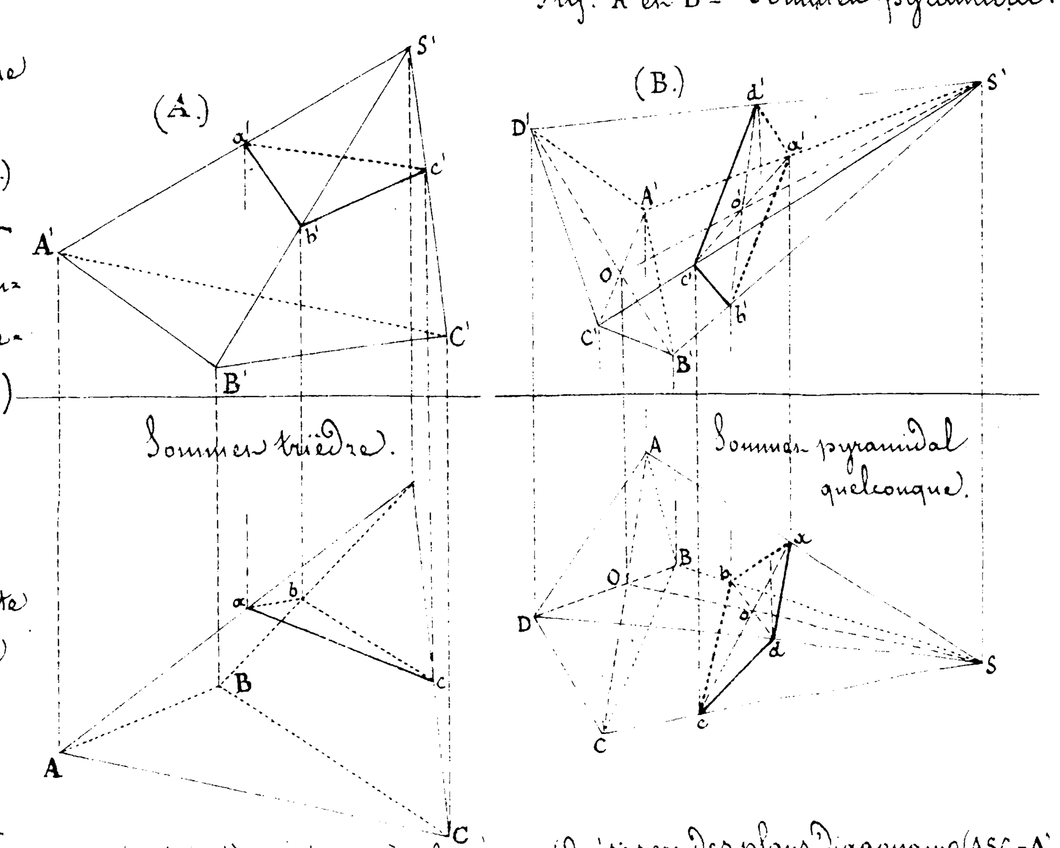
Fig: 7 – La méthode générale consiste à construire le point de rencontre de chacune des arêtes qui peuvent rencontrer le plan, et à joindre ces points 2 à 2 dans l'ordre qui convient...... – Le plan est donné par ses deux droites principales (aH – a'H'), (aV – a'V') qui passent par le point (a – a') de l'arête (6.10 – 6'-10') – Résultat: Le polygone (abcdefg – a'......) – La figure indique la construction qu'on a faite pour trouver le point de rencontre (C – C') de l'arête (3.4 – 3'4') avec le plan donné...... a"b"c"d"e"f"g" – figure de la coupe ramenée parallèlement au plan horizontal, par un mouvement autour de l'horizontale (ch – c'h') tracée dans son plan.

Fig: 8 – Le plan coupant est le polygone plan (mnop – m'...) – On a suivi la méthode des plans auxiliaires: hh' plan horizontal qui coupe le plan (mnop – m'...) suivant la droite (hh – h'h'), et la face (1,2,13,14,9 – 1'....) suivant la droite (rs – r's') qui coupe la précédente au point (x – x') – HH' – Autre plan horizontal: (HH – H'H') sa droite de rencontre avec le plan coupant; (tu – t'u') sa droite de rencontre avec la face ci-dessus désignée du polyèdre; (y – y') point de rencontre de ces deux droites – La droite (ab – a'b') qui passe par les deux points (x – x') (y – y') est l'intersection du plan coupant avec la face (1.2.13.14.9 – 1'....) &c. On conçoit que la Méthode de la fig: 7 est plus simple que celle-ci. – On s'est dispensé de rabattre la coupe (abcdef – a'b'c'd'e'f') parallèlement à l'un des plans de projection........

Le point (2 – 2') rencontre de l'arête (6,7 – 6',7') avec le plan du polygone (mnop – m'...) tombe en dehors de ce polygone – (ih – i'h') portion du côté (ou – o'u') qui est comprise dans le polyèdre.

Méthode simplifiée pour tronquer un sommet polyèdre.

Fig: A et B – Sommet pyramidal.



(a – a') (b – b') (c – c') points pris à volonté et remis à 2.
Résultat – (ABC – abc – A'...)
Pyramide triangulaire tronquée.

On se sert des plans diagonaux (ASC – A'...) et BSD – B'...) de la pyramide.
Résultat – La pyramide tronquée (ABCD – abcd – A...... – a'...)

Tronquement par un seul plan.

Fig: C et D – Sommet polyédrique.

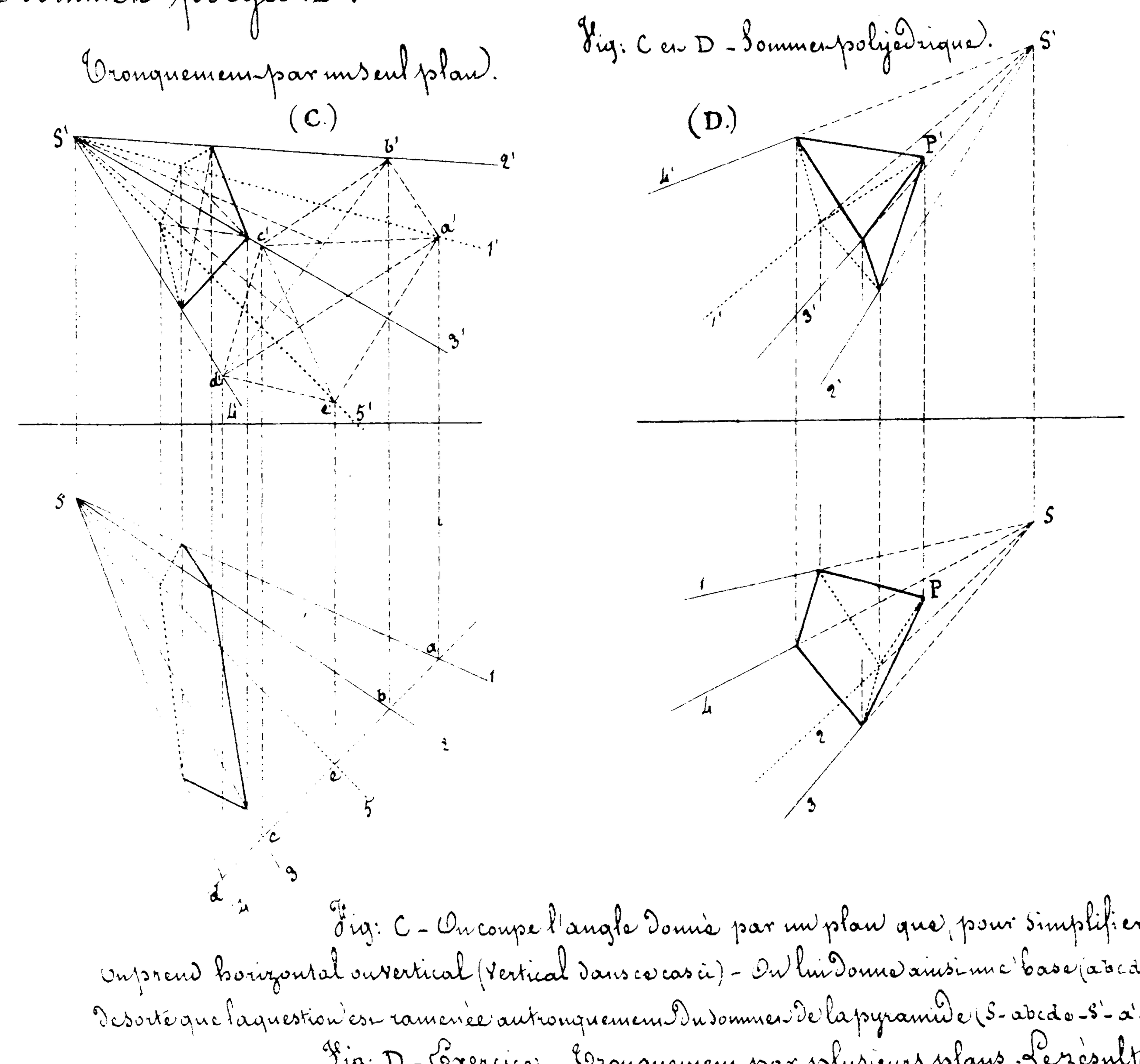


Fig: C – On coupe l'angle donné par un plan que, pour simplifier, on prend horizontal ou vertical (vertical dans ce cas ci) – On lui donne ainsi une base (abcde – a') de sorte que la question est ramenée au tronquement du sommet de la pyramide (S – abcde – S' – a'....).
Fig: D. – Exercice – Tronquement par plusieurs plans. Le résultat est une Coupe ou Taille en pointe de Diamant ......&.

Lith. de Nouvian à ...

Formation des polyèdres par tronquement. – Décomposition des polyèdres ...... &c.

Fig: 1 – Prisme à transformer.

Fig: 1.

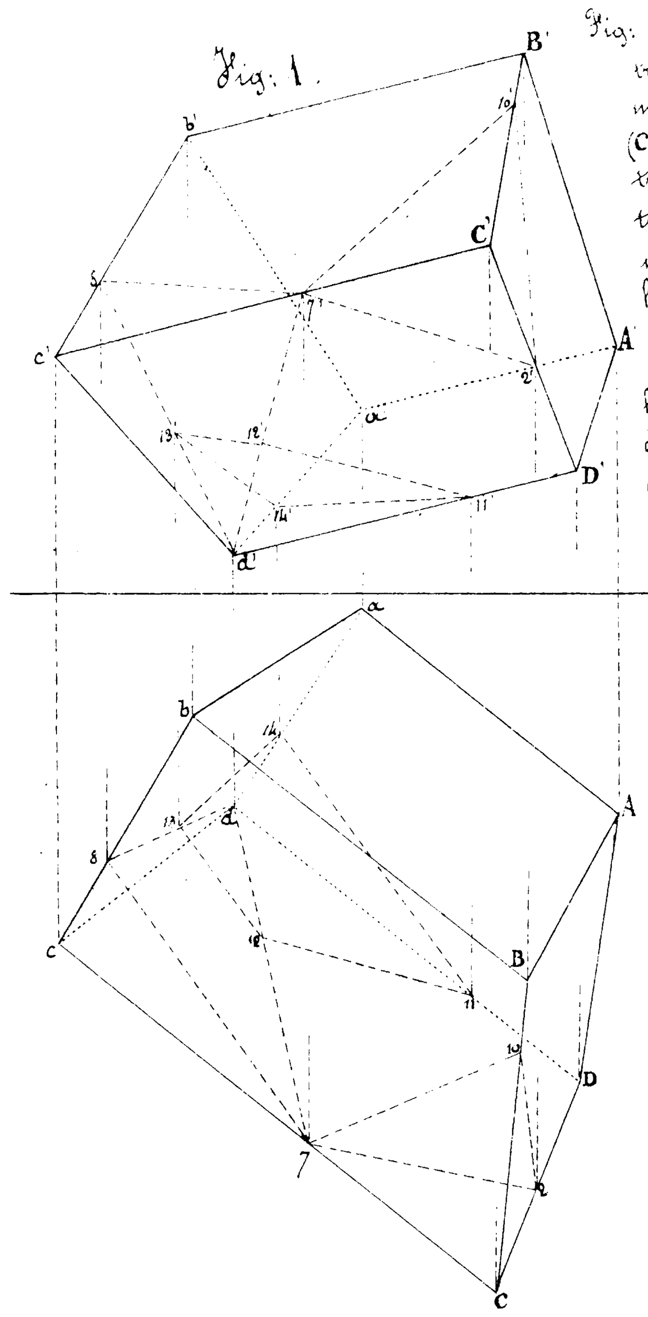


Fig: 1 – Les sommets (c-c') (C-C') sont tronqués par deux plans qui ont un point commun (7-7') de l'arête (Cc-C'c') – Le sommet (d-d') qui était trièdre, devient ainsi un sommet tétraèdre – Ce sommet est lui-même tronqué, et remplacé par la face quadrangulaire (1,4,13,12-1'...)

Fig: 2 – Cette figure indique les autres tronquemens qui ont été faits successivement pour arriver au décaèdre (1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15 – 1'..........) Les sommets (b-b') et (D-D') sont les seuls qui aient été conservés. La face du prisme primitif est conservée par des lignes à points longs ...... &c.

(3,4,5,11,14,13,8,15,9,10 – 3'......)
Projections du contour vertical.
(1,2,3,4,5,6,7,8,15 – 1'........)
Projections du contour horizontal.

4 faces triangulaires :
vues : 6,7,10 et 10,3,9.
" cachées – 1,14,2 – et 2,3,4. –
2 faces quadrangulaires cachées :
7,12,13,8 et 13,14,11,12.
6 faces pentagonales vues – 6,10,3,4,5 ; 3,2,1,15,9 ; 7,8,15,9,10. – Cachées : 8,13,14,1,15 ; 2,14,11,5,4 ; 5,11,12,7,6. –

Fig: 2. – Hexaèdre de la fig: 1 transformé en un dodécaèdre.

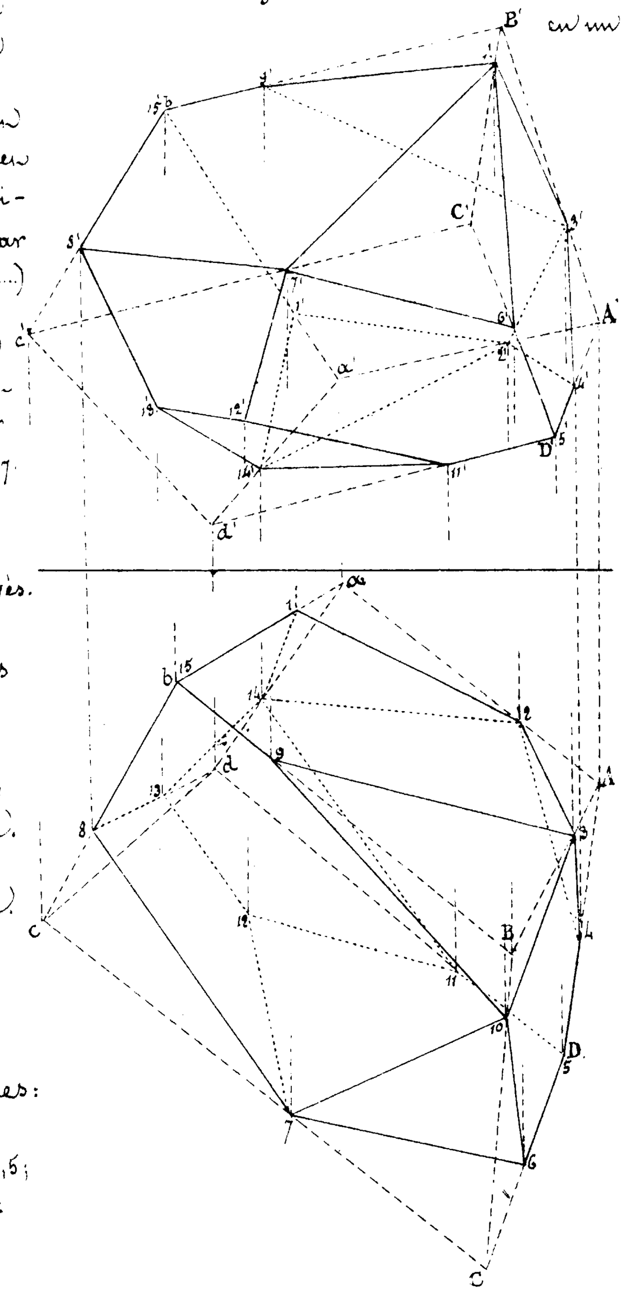
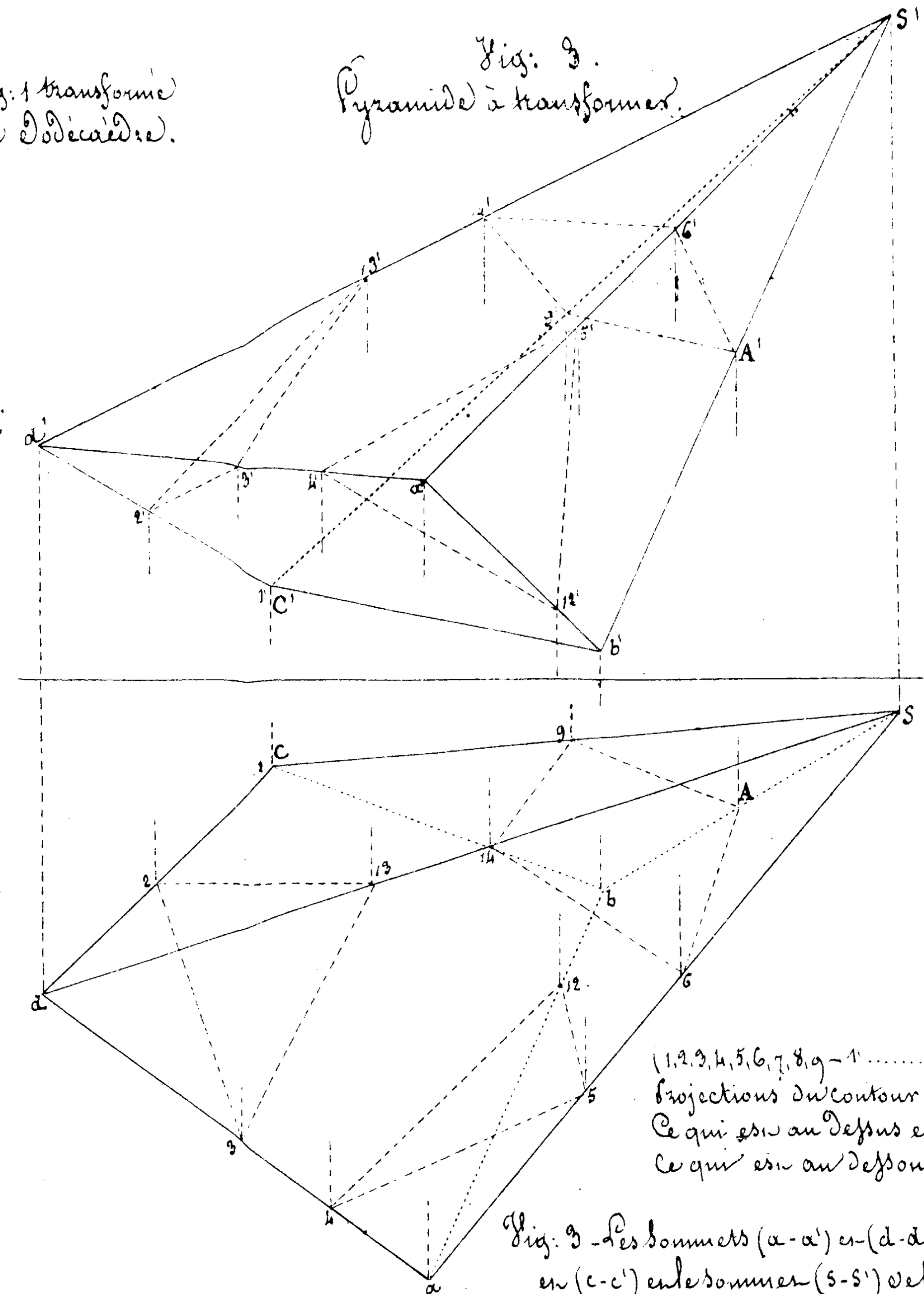
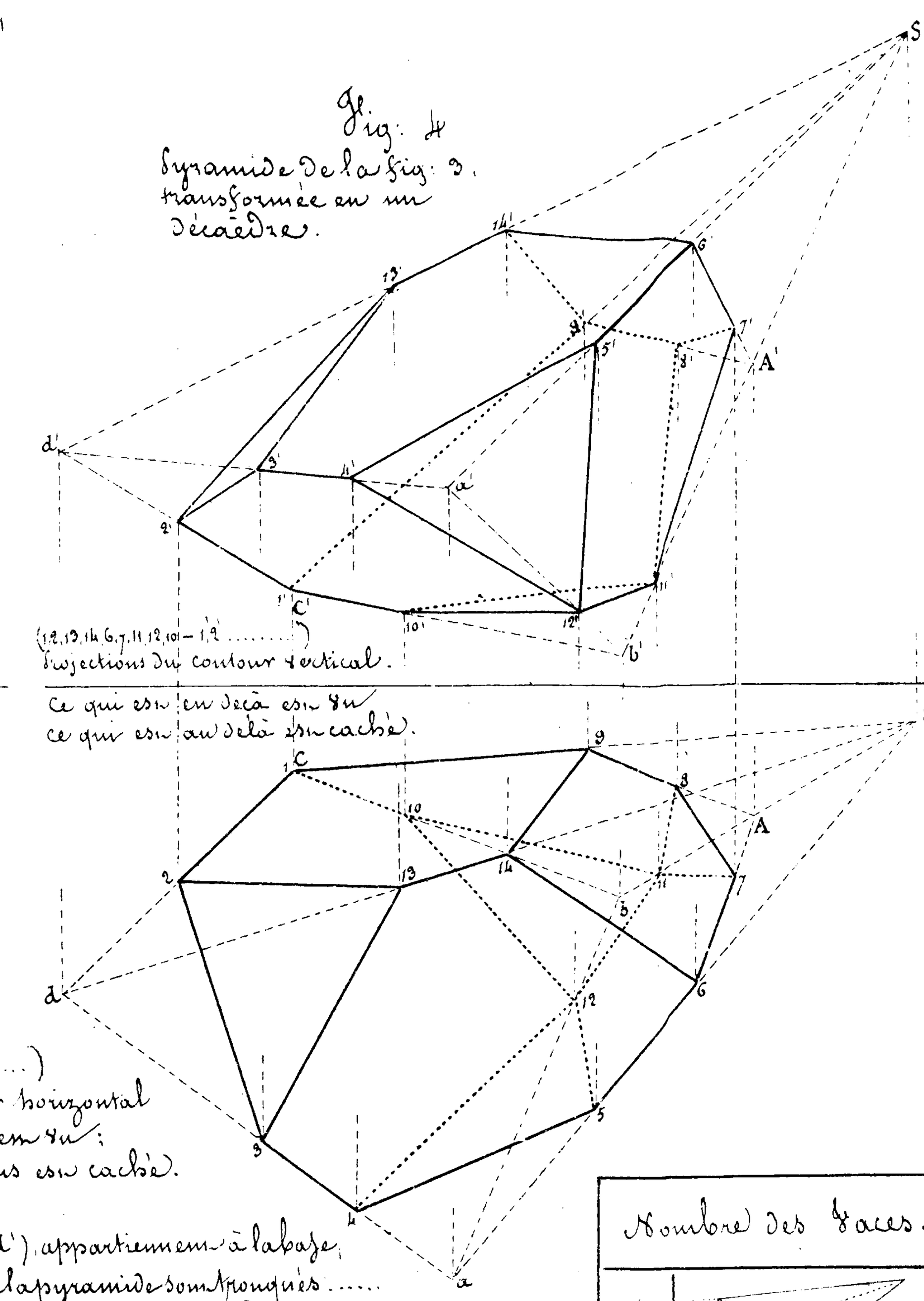


Fig: 3.
Pyramide à transformer.



(1,2,3,4,5,6,7,8,9 – 1'........)
Projections du contour horizontal
Ce qui est au dessus est vu ;
Ce qui est au dessous est caché.

Fig: 4
Pyramide de la fig: 3. transformée en un décaèdre.



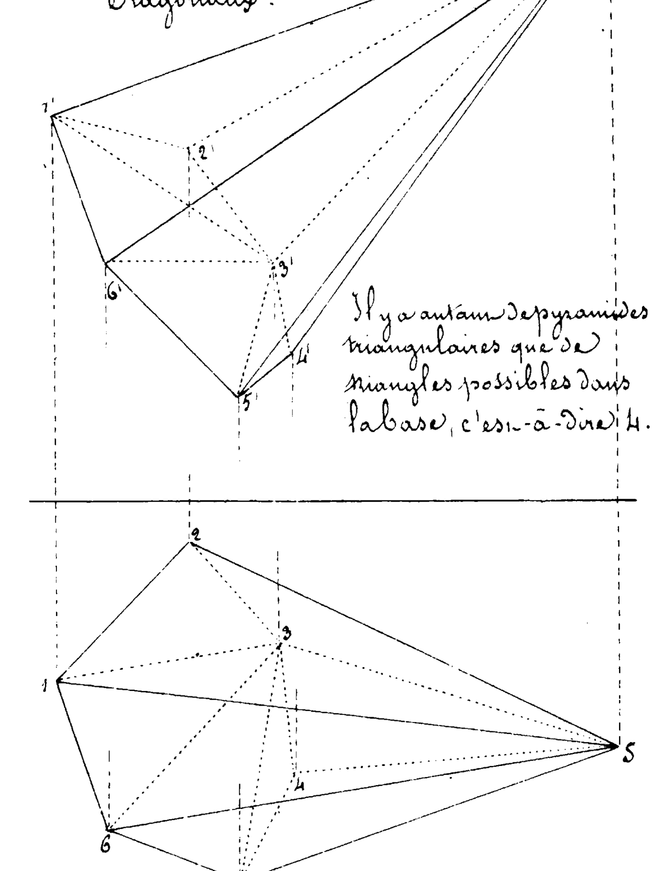
(1,2,13,14,6,7,11,12,10 – 1,2 ....)
Projections du contour vertical.
Ce qui est en deçà est vu
ce qui est au delà est caché.

Fig: 3 – Les sommets (a-a') et (d-d') appartiennent à la base, et (c-c') et le sommet (S-S') de la pyramide sont tronqués .....
Fig: 4. Le sommet (b-b') de la base est tronqué. – Le sommet (c-c') seul, est resté intact.

Fig: 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11. – Décomposition des Polyèdres.

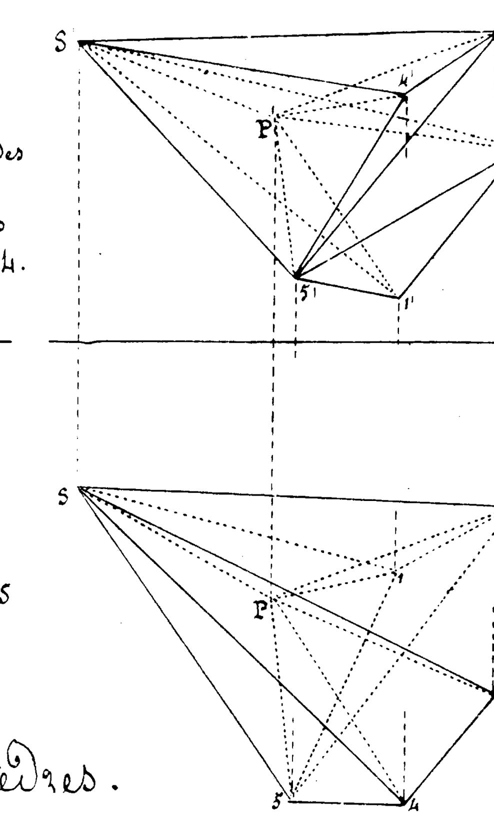
Pyramides.

Fig: 5. Décomposition d'une pyramide par des plans diagonaux.



Il y a autant de pyramides triangulaires que de triangles possibles dans la base, c'est-à-dire 4.

Fig: 6 Autre décomposition, en partant d'un point (P-P'), pris dans l'intérieur de la pyramide.



Nombre des pyramides triangulaires ? Autant qu'il y a, en somme, de triangles dans la base, et de faces dans la pyramide.

Fig: 7 – Décomposition d'un tronc de pyramide triang.re, en 3 pyramides triangulaires.

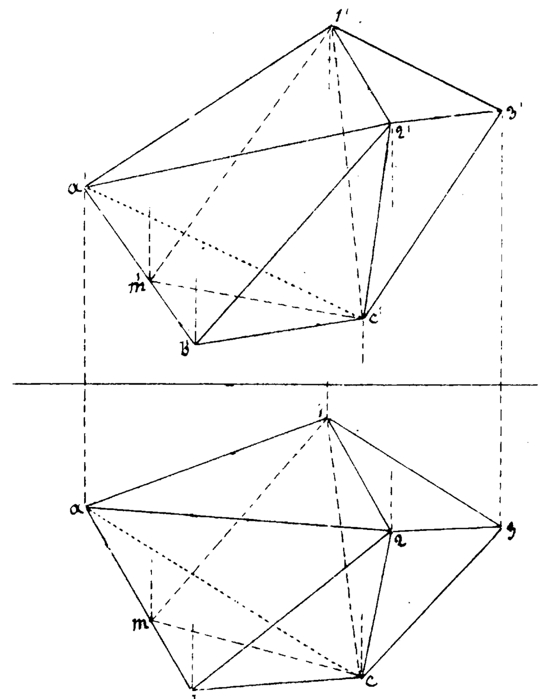
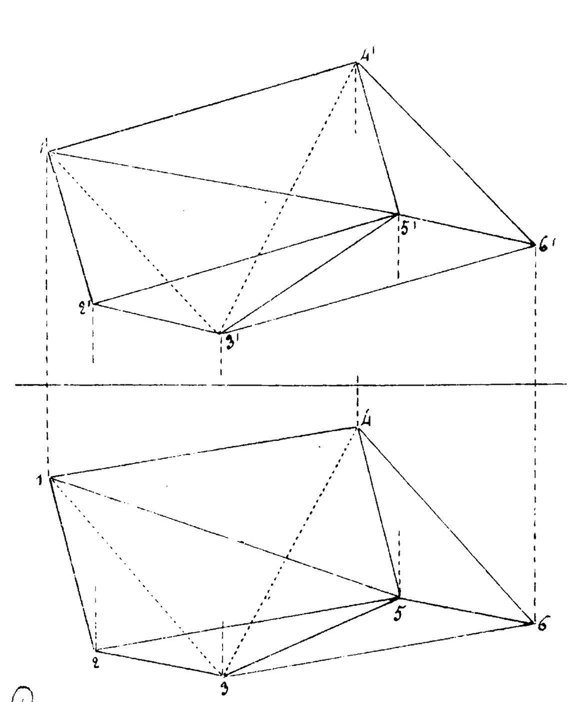
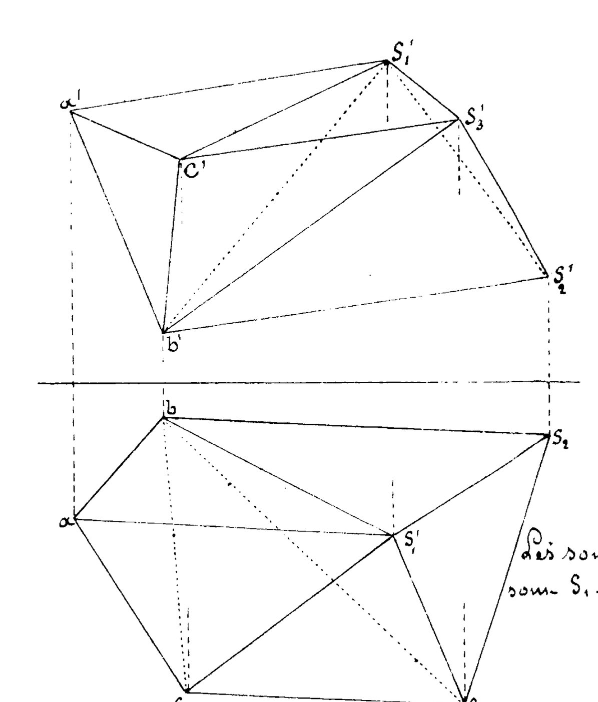


Fig: 8. – Décomposition d'un prisme triang.re en 3 pyram.es triang.res équivalentes.



La décomposition est faite par les plans diagonaux 1,3,5 et 3,4,5. –

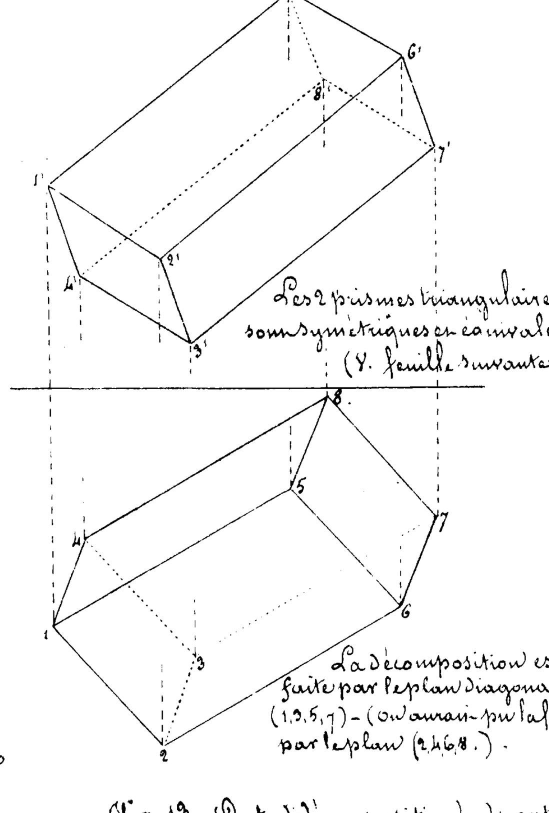
Fig: 9 – Décomposition d'un prisme tronqué en 3 pyramides triangulaires.



Les sommets sont $S_1 . S_2 . S_3$.

La décomposition est faite par les plans diagonaux 2,3,4 et 2,4,6 – Les 3 pyramides sont S_1 abc ; $S_1 b c S_3$; $S_1 b S_2 S_3$.

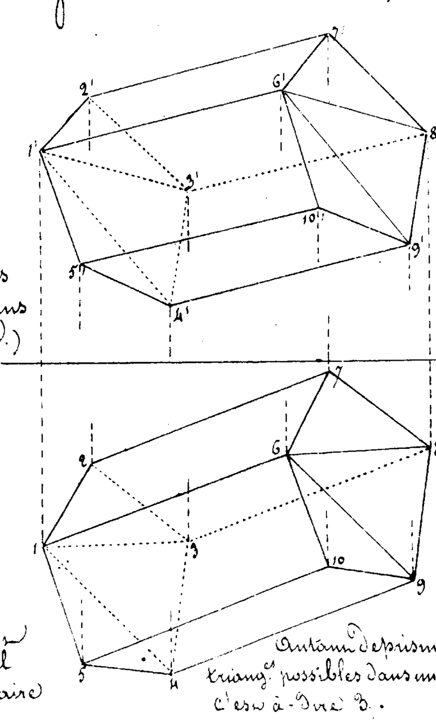
Fig: 10 – Décomposition d'un parallélipipède en 2 prismes triang.res (1,3,4,5,8,7 et 1,3,2,5,7,6)



Les 2 prismes triangulaires sont symétriques et équivalens (V. feuille suivante.)

La décomposition est faite par le plan diagonal (1,3,5,7) – (on aurait pu la faire par le plan (2,4,6,8.)).

Fig: 11 – Décomposition d'un prisme, en prismes triangulaires, (par les plans diagonaux 1,3,8,6 et 1,4,9,6.)



Autant de prismes que de triang.es possibles dans une des bases c'est-à-dire 3.

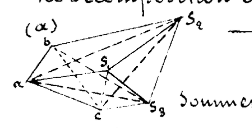
Fig: 7 – Le plan diagonal a 2 c décompose le tronc en deux pyramides : L'une 2 a b c triangulaire ; l'autre 2, a, 1, 3, c quadrang.re Le plan diagonal 1, c, 2 décompose la pyramide quadrangulaire en 2 pyramides triangulaires, 2, a, c, 1, et 2, 1, c, 3. –

La pyramide 2 a b c a pour base, la base inférieure a b c du tronc et sa hauteur est celle du tronc – La pyramide 2 1 c 3 peut être considérée comme ayant son sommet en c ; ce qui lui donne pour base la base supérieure 1,2,3 du tronc, et pour hauteur celle du tronc – La pyramide 2, a, 1, c, peut être transformée de la façon suivante : sur ab, soit pris am = 12, et soient menées les droites mc et m 1, il en résulte une pyramide auxiliaire 2 m a 1 c qui est équivalente à 2 a 1 c et qui peut être considérée comme ayant son sommet en 1 et pour base le triangle a m c. – D'un autre côté on sait (Voy. Géom. de Legendre 189, 12e édition) que le triangle a m c est moyen proportionnel entre les 2 bases a b c et 1 2 3 – D'où l'on conclut qu'un tronc de pyramide est égal à la somme de 3 pyramides qui auraient pour hauteur celle du tronc, et dont les bases seraient ; pour l'une, la base supérieure du tronc ; pour l'autre, la base inférieure ; et pour la 3e une moyenne proportionnelle entre ces deux bases.

Fig: 8 – Les trois pyramides triangulaires qui résultent de la décomposition sont 4,1,2,3 ; 4,2,3,6 ; et 4,2,5,6 – La première est équivalente à la 3e, et la 3e est équivalente à la 2de. Donc un prisme triangulaire est décomposable en 3 pyramides triang.res équivalentes ou en d'autres termes : une pyramide triang.re est équivalente au tiers du prisme triangulaire de même base et de même hauteur.

Fig: 9. – La pyramide S_1 a b c a pour base celle du tronc et dont le

(α)



sommet est S_1 (fig. α) – Si l'on mène les diagonales $S_2 a$ et $S_2 c$, on a une pyramide S_2 a b c, qui a même base que la précédente, et dont le sommet est S_1. – Si on mène les diagonales $S_3 b$ et $S_3 c$, on a la pyramide S_3 a b c qui a même base que la précédente, et dont le sommet est S_3 – Or, ces 3 pyramides sont équivalentes (Géom. de Legendre) à celles que donne la décomposition indiquée fig: 9 – Donc il faut conclure qu'un prisme tronqué est égal à la somme de trois pyramides qui auraient pour base, la base du tronc, et dont les sommets seraient ceux de la face de tronquement.

Fig: 10 et fig: 11 – Rien de particulier.

Fig: 12 – Les plans diagonaux passent tous par le sommet (7-7') – Il y a 7 pyramides, c.à.d. autant que de faces, moins celles qui comprennent le sommet (7-7') – Les pyramides 7,5,6,13,14 et 7,5,4,3,11,14 ont une face commune 7,5,14. La pyramide 7,13,14,1,12 a une face commune avec chacune des 2 précédentes ....

Fig: 13 – Par cette décomposition on obtient autant de pyramides que le polyèdre a de faces. – La fig: 14 qui représente la 1re tranche d'un polyèdre coupé ou décomposé en tranches par une suite de plans horizontaux (F.lle III.) et la fig: 15 qui représente la 2e tranche du même polyèdre, indiquent sans qu'il soit besoin de plus d'explication, comment les tranches se décomposent en prismes triangulaires et en troncs de prismes triangulaires dont les dimensions sont connues. – Ces solides ont des bases horizontales, et leurs hauteurs sont verticales – Par exemple ;

Fig. 15. – c m x est la base horizontale d'un tétraèdre dont l'arête verticale c'x' donne la hauteur.

Fig: 12 Décomposition d'un polyèdre par des plans diagonaux.

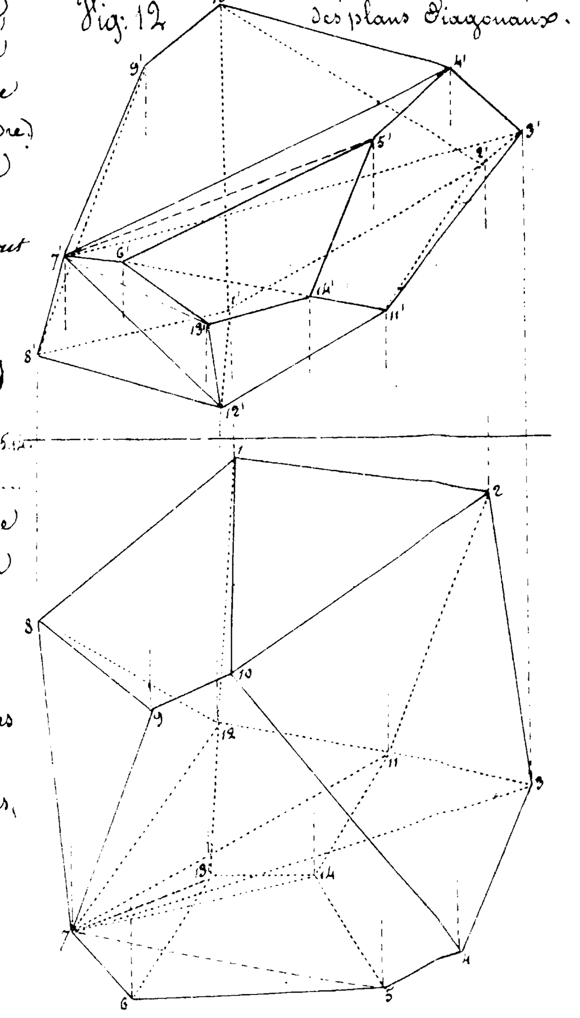


Fig: 13. Autre décomposition en partant d'un point (P-P') pris dans l'intérieur du polyèdre.

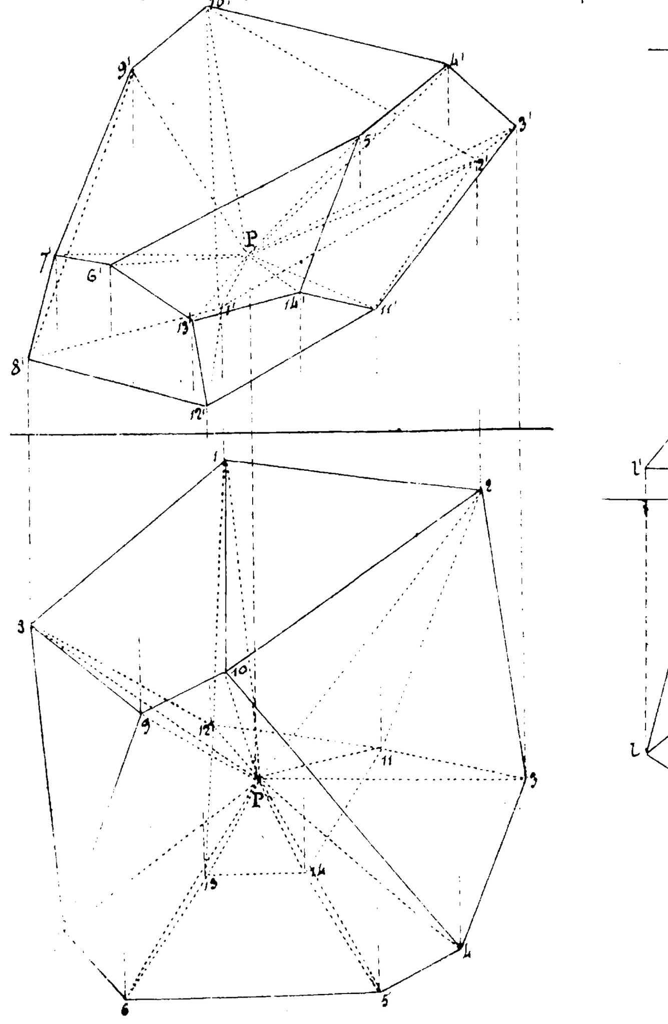


Fig: 14.

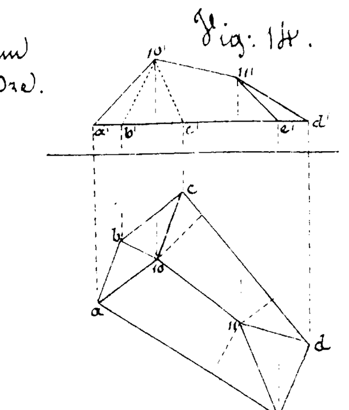
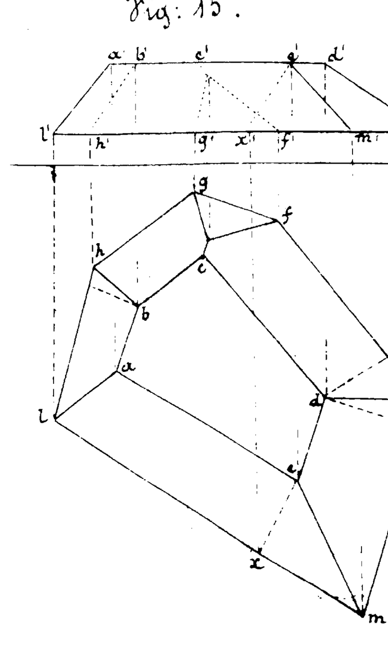
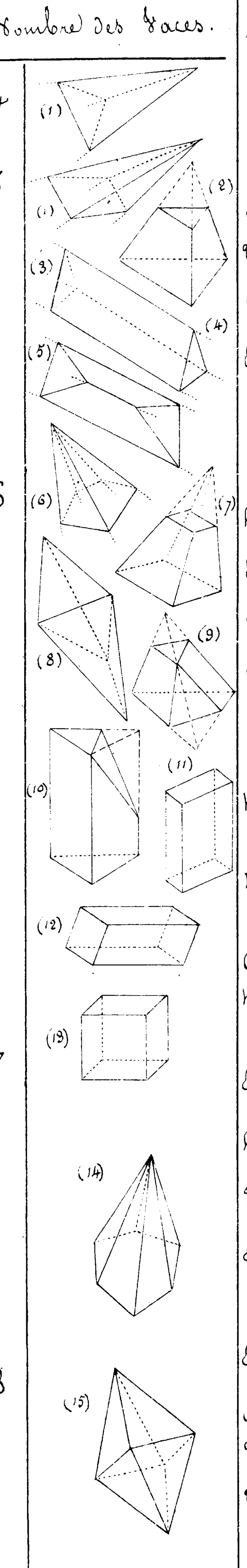


Fig: 15.



Nomenclature des Polyèdres.



Nombre des Faces.	Noms systématiques.	Noms vulgaires	Formation	Observations.
4	Tétraèdre	Pyramide triangulaire.	Réunion 2 à 2 de quatre points. Coupe d'un angle trièdre par un plan. (1) Intersection de 4 plans (1)	Un corps ne peut avoir moins de 4 faces. – Le tétraèdre est un corps primitif ou indécomposable. Il est l'élément de tous les polyèdres.
5	Pentaèdres.			
	Pentaèdre pyramidal	Pyramide quadrang.re	Coupe d'un angle tétraèdre par un plan. (2)	Tout angle polyèdre est le commencement d'un polyèdre. Le pentaèdre peut commencer par un angle trièdre ou un angle tétraèdre. – Que ce soit par l'un ou par l'autre, on arrive toujours, quel que soit le choix des faces, à l'un des corps (1), (2), (3), (4).
	Tétraèdre tronqué.	Pyramide triangul.re tronquée.	Tronquement de l'un des sommets d'un tétraèdre, (3) répond au cas où le tronquement est fait parallèlement à la base.	
	Tronc de tétraèdre	Tronc de pyramide triangulaire.		
	Pentaèdre prismatique	Prisme triangulaire.	Coupe d'un faisceau parallèle triangulaire par 2 plans parallèles (4) Le pentaèdre prismatique tronqué répond au cas où les 2 plans coupans ne sont pas parallèles (5)	
6	Hexaèdres.			
	Hexaèdre pyramidal	Pyramide pentagonale	Coupe d'un angle pentaèdre par un plan (6)	
	Pentaèdre tronqué	Pyramide quadrangulaire tronquée.	Tronquement du sommet du pentaèdre pyramidal (7) répond au cas où le tronquement est fait parallèlement à la base.	
	Tronc de pentaèdre.	Tronc de pyramide quadrangulaire.		
	Hexaèdre bi-pyramidal.	"	formé de 2 tétraèdres posés base à base (8)	
	Hexaèdre quelconque	...... "	Tronquement de 2 sommets d'un tétraèdre (9) ou d'un sommet d'un pentaèdre prismatique (10) En général, tronquement de l'un des sommets d'un pentaèdre.	L'hexaèdre peut aussi se former directement face par face (Voy. f.lle II.)
	Hexaèdre prismatique.	Prisme quadrangulaire ou parallélipipède.	Coupe par deux plans parallèles d'un faisceau quadrangulaire parallèle (11)	
	Cas particuliers.	Parallélip.de rectangle.	Toutes les faces sont des rectangles (12)	
	Hexaèdre rectangle	Parallélip.de cube ou cube	Toutes les faces sont des carrés (13)	
7	Eptaèdres.			
	Eptaèdre pyramidal	Pyramide hexagonale.	Coupe par un plan &c (14)	
	Hexaèdre pyramidal tronqué.	Pyramide pentagonale tronquée	Tronquement &c.	
	Tronc d'hexaèdre.	Tronc de pyramide pentagonale.	Ce tronquement est fait &c	
	Eptaèdre quelconque	...... " "	S'obtient en tronquant un sommet d'un hexaèdre, – ou 2 sommets d'un pentaèdre, – ou 3 sommets d'un tétraèdre ... &c.	On voit que le nombre des formations croît rapidement avec le nombre des faces du polyèdre à former.
	Eptaèdre prismatique	Prisme pentagonal.	Coupe d'un faisceau &c	
8	Octaèdres.			
	Octaèdre pyramidal	Pyramide eptagonale	Coupe par &c.	
	Eptaèdre pyramidal tronqué.	Pyramide hexagonale tronquée.		
	Tronc d'eptaèdre	Tronc de pyram.de hexag.le		
	Octaèdre bi-pyramidal.	...... "	2 pyramides quadrangulaires posées base à base. (15)	
	Octaèdre quelconque	...... "	Peut être déduit, par un ou plusieurs tronquements de l'un des polyèdres déjà formés	

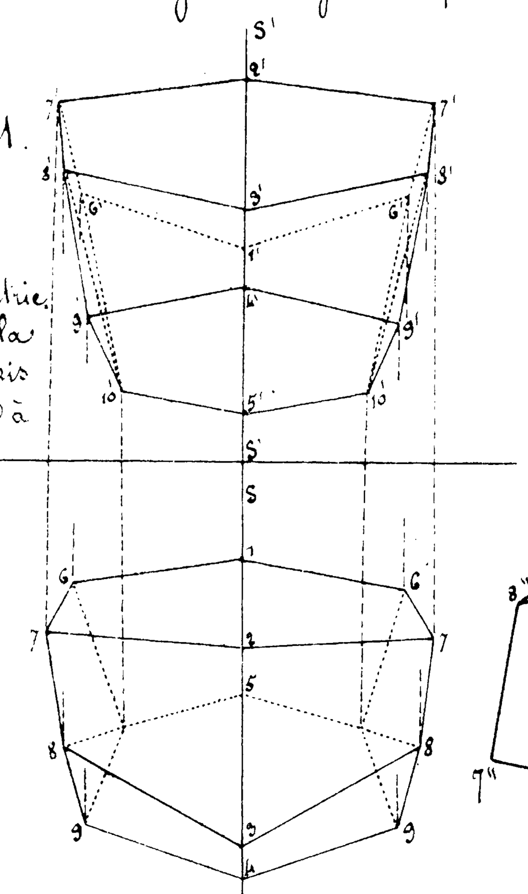
On doit comprendre maintenant la formation des polyèdres et pouvoir s'en donner aisément un, à l'aide de la méthode des tronquemens.

Lith. de Nouvian à Metz.

Projections d'un Polyèdre symétrique.

Fig: 1.

S S' Plan de symétrie, pour simplifier la figure, on l'a pris perpendiculaire à l'axe de projection.



Développement de ce polyèdre.

Fig: 2

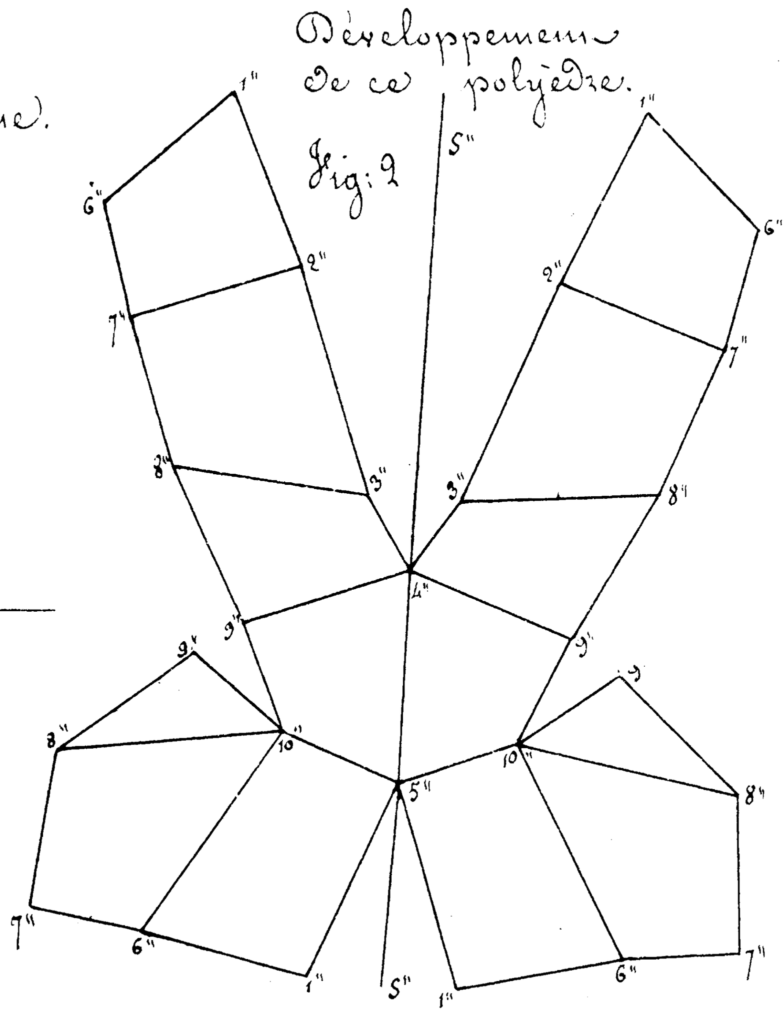
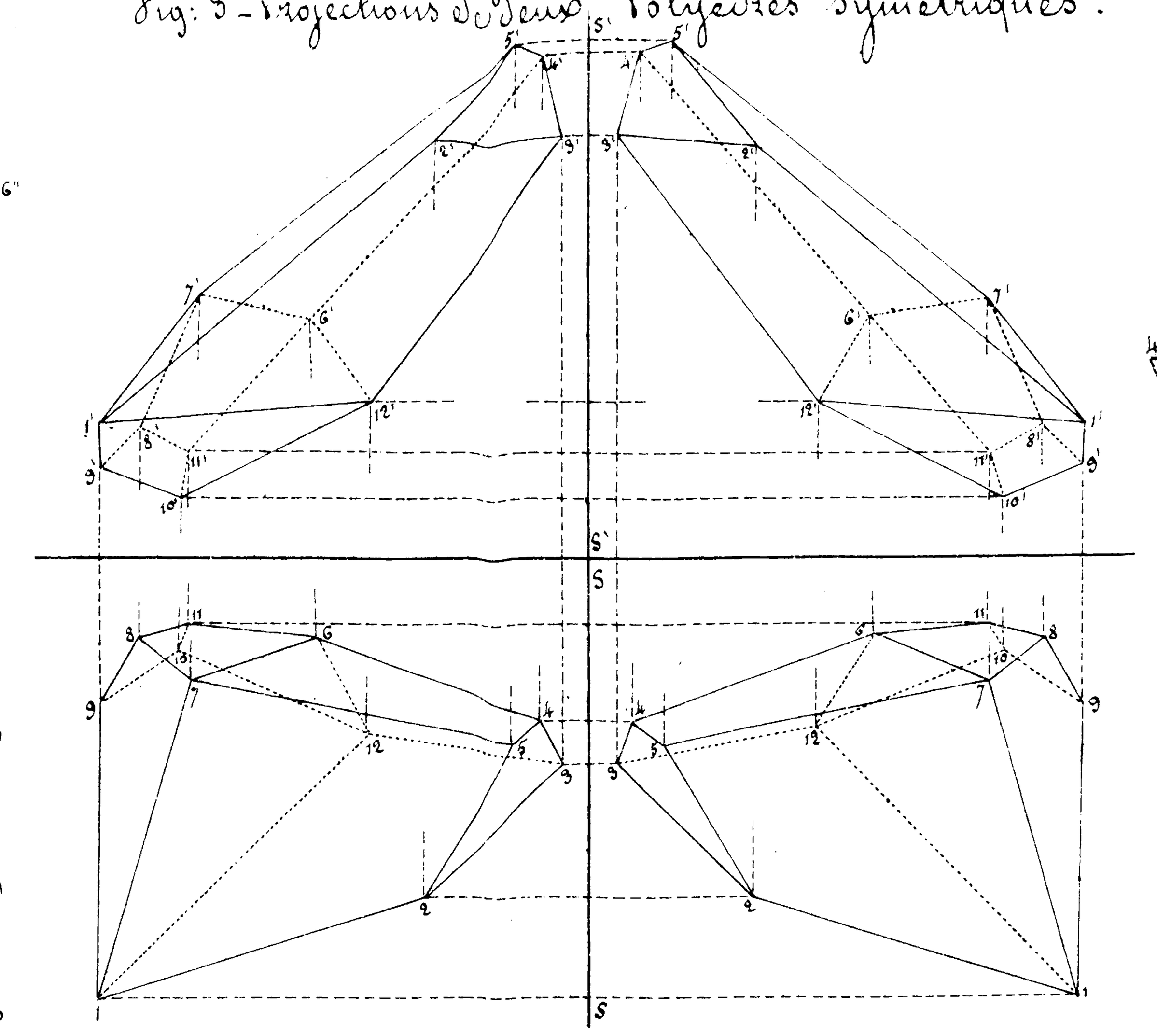


Fig: 3 _ Projections de deux Polyèdres symétriques.



Développement de ces Polyèdres.

Fig: 4.

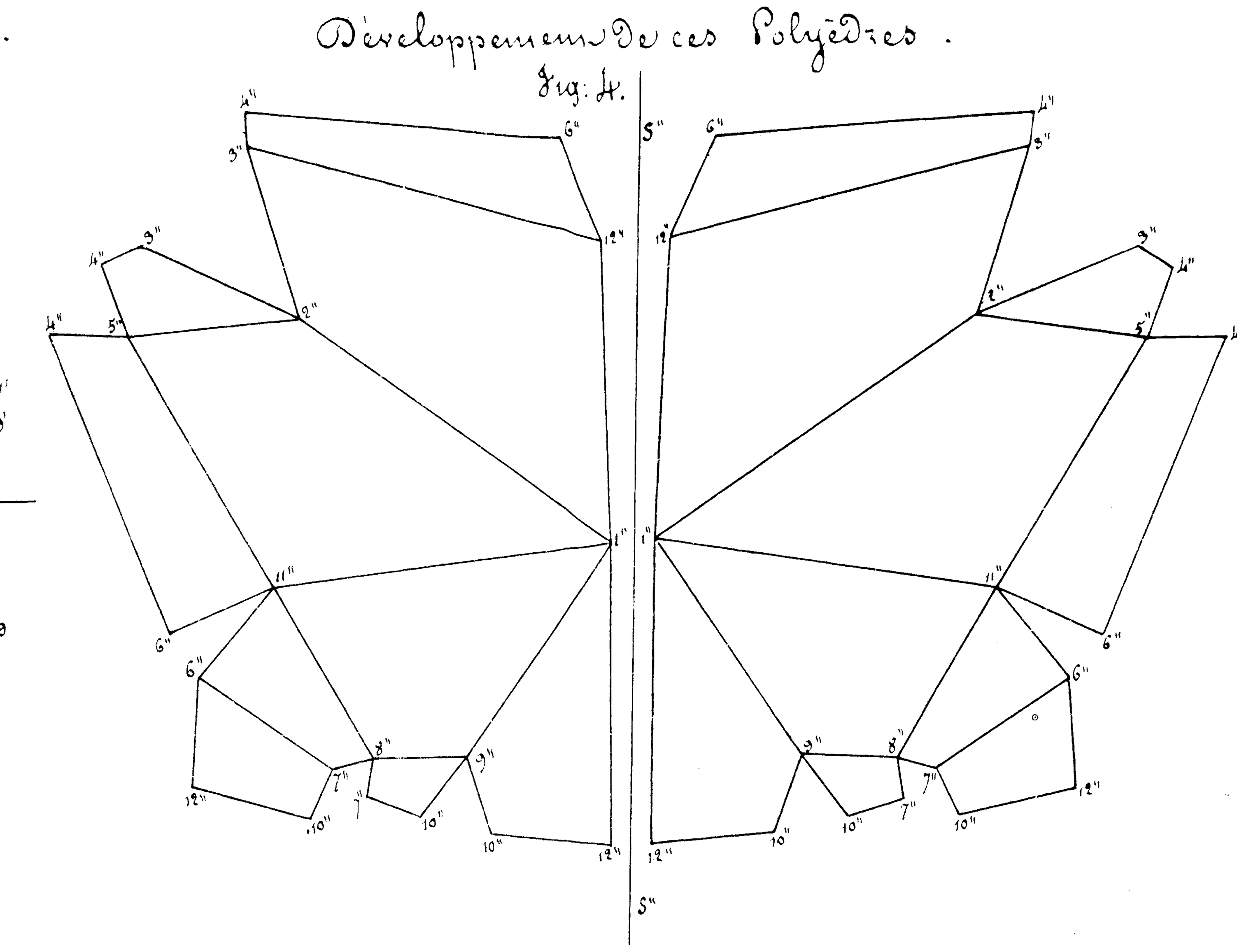


Fig: 3.

Polyèdres symétriques _ Leurs sommets se trouvent deux à deux sur une même perpendiculaire au plan SS', et à des distances égales de part et d'autre de ce plan.

Fig: 4. _ Ils ont des développemens égaux dans toutes leurs parties, mais non supperposables par glissement; leur coïncidence ne peut s'établir que par rabattement autour d'une droite S"S" comme charnière _ ....

Polyèdres égaux _ Leurs développemens formeraient des figures égales et supperposables par glissement......

Polyèdres semblables _ Leurs développemens formeraient des figures semblables et semblablement disposées .....

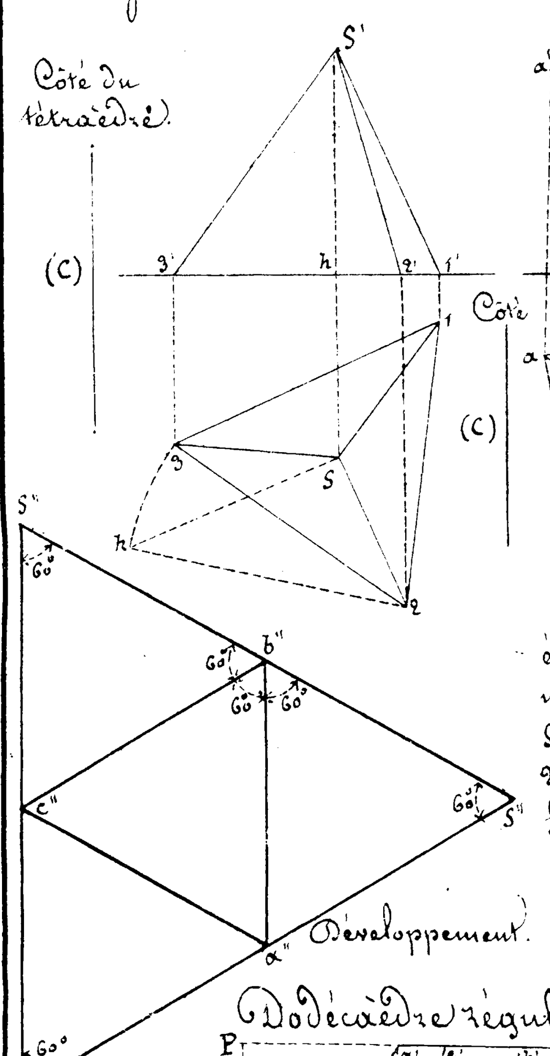
Fig: 1. _ Les sommets sont situés deux à deux sur des perpendiculaires à un même plan SS', et à des distances égales de part et d'autre de ce plan _

Fig: 2 _ Le développement d'un polyèdre symétrique se compose de deux parties qui peuvent coïncider, en tournant autour d'une droite SS" comme charnière.

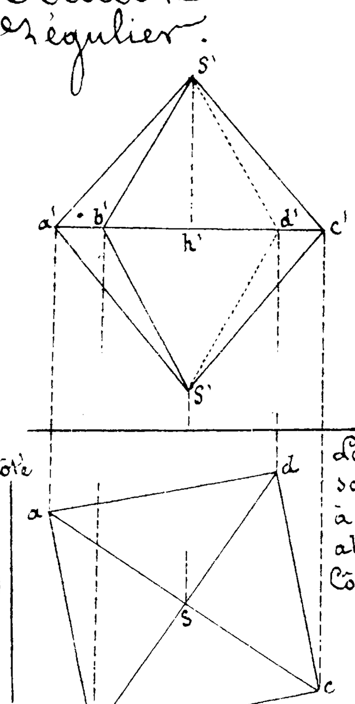
Polyèdres Réguliers

Tétraèdre régulier.

Côté du tétraèdre.

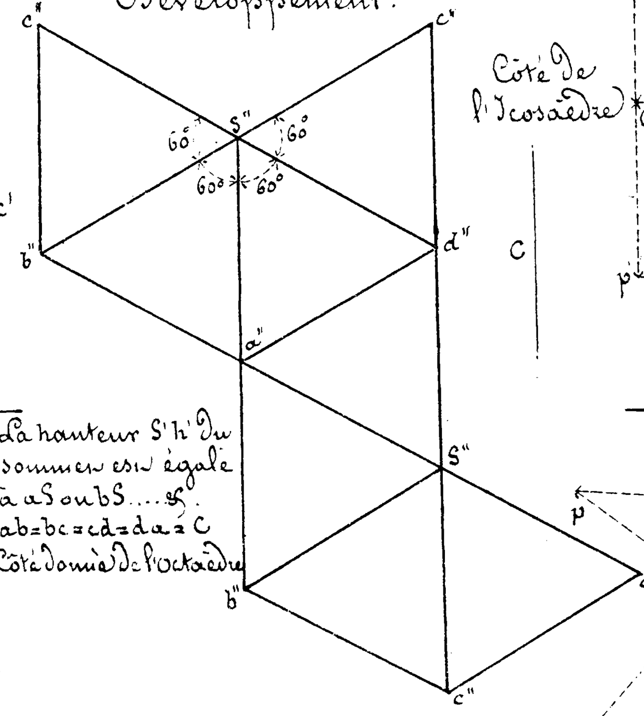


Octaèdre régulier.



La hauteur S'h' du sommet est égale à a S ou b S ... ab=bc=cd=da=C Côté donné de l'Octaèdre

Développement.

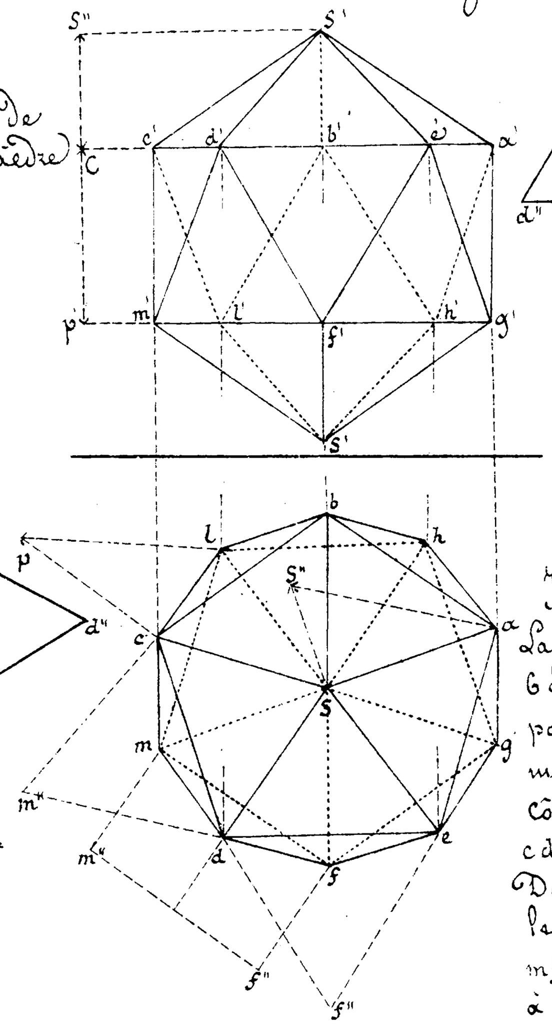


Tétraèdre _ 1er Corps régulier formé par des triangles équilatéraux _ La somme des 3 angles plans réunis à chaque sommet est de 180° _ . Dans le triangle rectangle 2Sh, le côté Sh représente la hauteur S'h' du sommet. _ L'hypoténuse 2h est égal au côté 1.2 du triangle équilatéral 1.2.3. qui forme la base du tétraèdre. (1.2 est égal au Côté donné C)

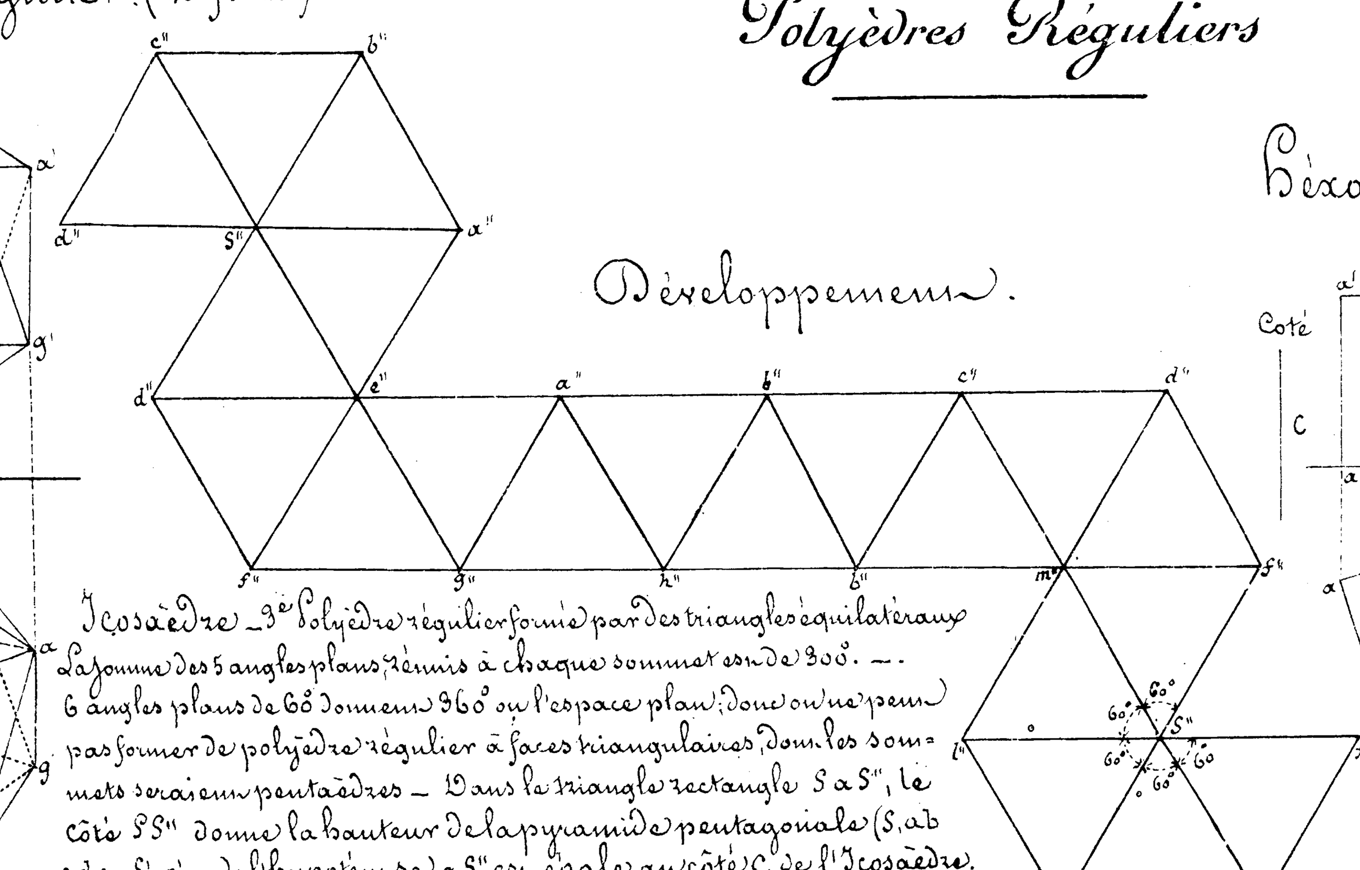
Octaèdre _ 2e Polyèdre régulier formé par des triangles équilatéraux _. La somme des 4 angles plans réunis à chaque sommet est de 240°.

Icosaèdre régulier. (20 faces.)

Côté de l'Icosaèdre



Développement.



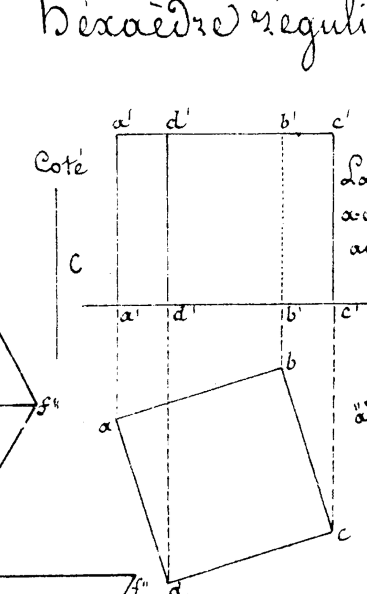
Icosaèdre _ 3e Polyèdre régulier formé par des triangles équilatéraux. La somme des 5 angles plans, réunis à chaque sommet est de 300. _ . 6 angles plans de 60° donnent 360° ou l'espace plan; donc on ne peut pas former de polyèdre régulier à faces triangulaires, dont les sommets seraient pentaèdres _ Dans le triangle rectangle S a S", le côté SS" donne la hauteur de la pyramide pentagonale (S, ab cde - S'-a'....); l'hypoténuse a S" est égale au côté C de l'Icosaèdre. Dans le triangle rectangle c l p, l'hyp.se l p est égale au côté donné C, le côté c p donne la hauteur de la bande c'a'm'g'......

m f = m"f" = C _ La ligne m f est inscrite dans l'angle m s f, perpendic.re à la droite S d qui divise cet angle en 2 parties égales ....

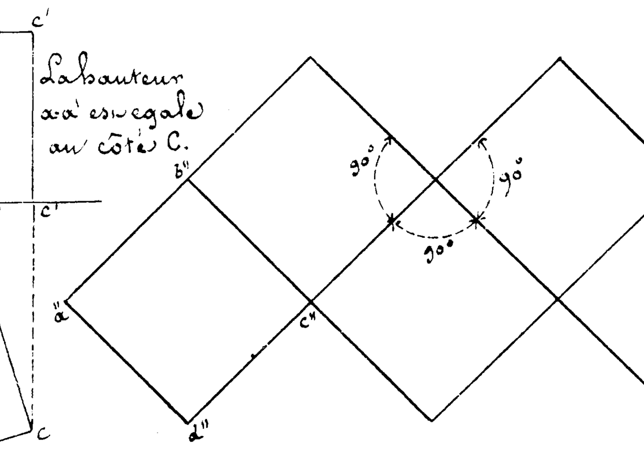
Hexaèdre régulier.

Côté C

La hauteur aa' est égale au côté C.



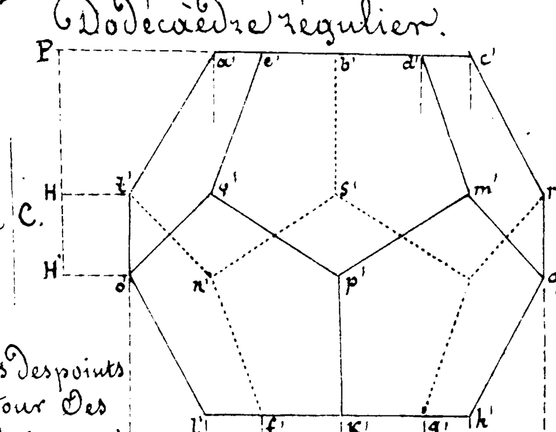
Développement.



Hexaèdre. _ Seul Polyèdre régulier qui puisse être formé par des carrés. La somme des trois angles plans réunis à chaque sommet est de 270. _ 4 angles plans de 90° donnent 360. Donc on ne peut pas former un polyèdre régulier à faces carrées, dont les sommets soient tétraèdres

Dodécaèdre régulier.

Côté du Dodécaèdre C.

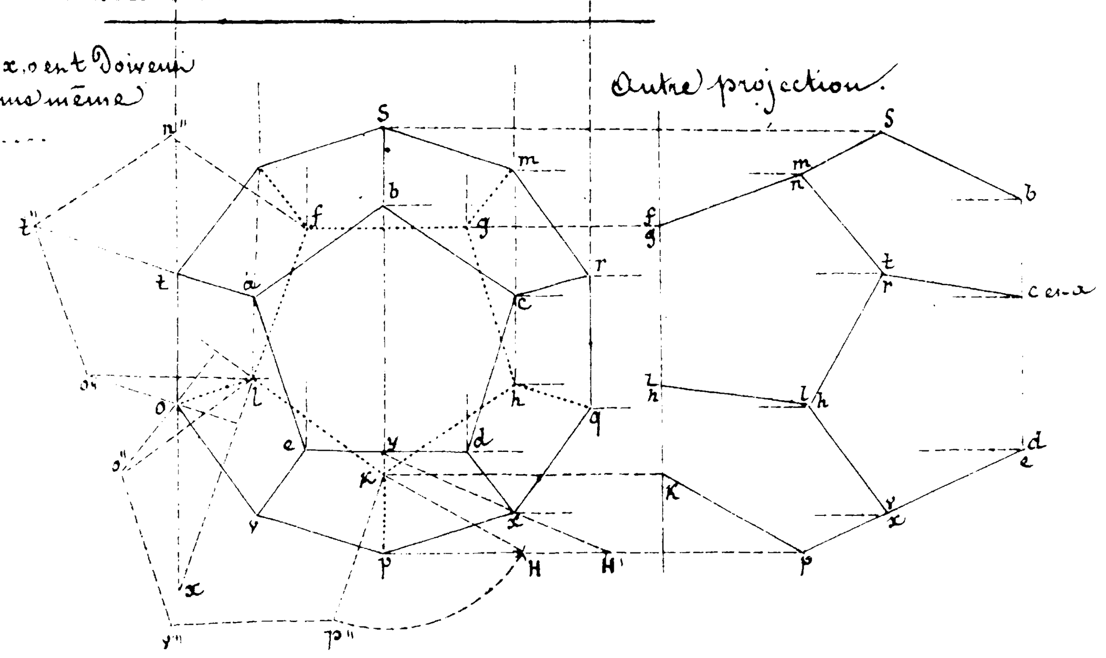


O, projections des points O relevés autour des côtés f l et k l comme charnières _ On en déduit o l

Dodécaèdre. _ Seul polyèdre régulier qui puisse être formé par des pentagones réguliers. La somme des 3 angles plans réunis à chaque sommet est de 324°. _ 4 angles plans de 108° donnent 432°; donc on ne peut pas former de polyèdre régulier à faces pentagonales dont les sommets seraient pentaèdres.

Les points x. o et t doivent être sur une même droite ....

Autre projection.

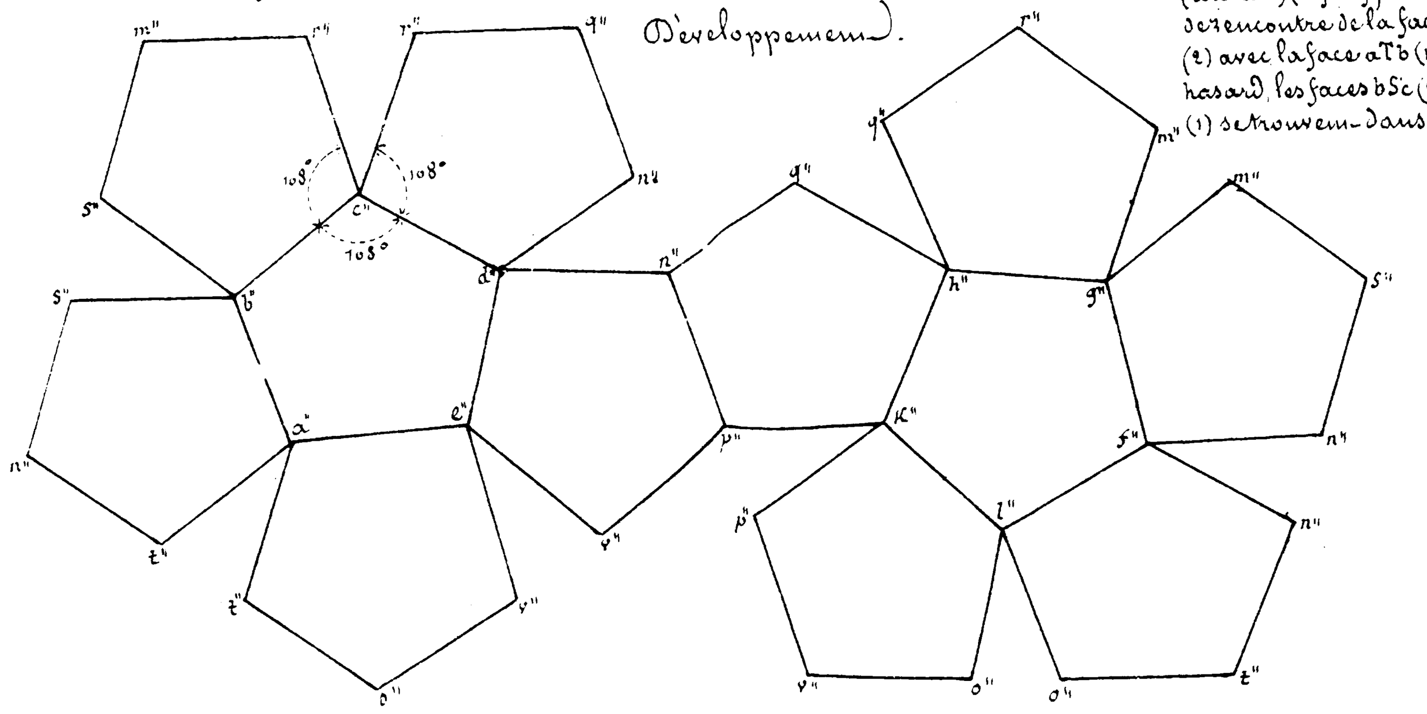


Dodécaèdre.

L'angle au sommet de l'hexagone régulier est de 120°; la somme de 3 de ces angles est de 360°; donc on ne peut pas former de polyèdre régulier dont les faces seraient des hexagones réguliers, et à plus forte raison des polygones d'un plus grand nombre de côtés. _ *Conséquence dernière.* _ Il y a 5 polyèdres réguliers et il ne peut y en avoir que 5: _ 3 à faces triang.res; un à faces carrées; un à faces pentagonales. _ Tout polyèdre régulier a un Centre, c.a.d. un point intérieur qui est à égale distance de tous les sommets. Il est à la rencontre des diagonales menées .... &c _

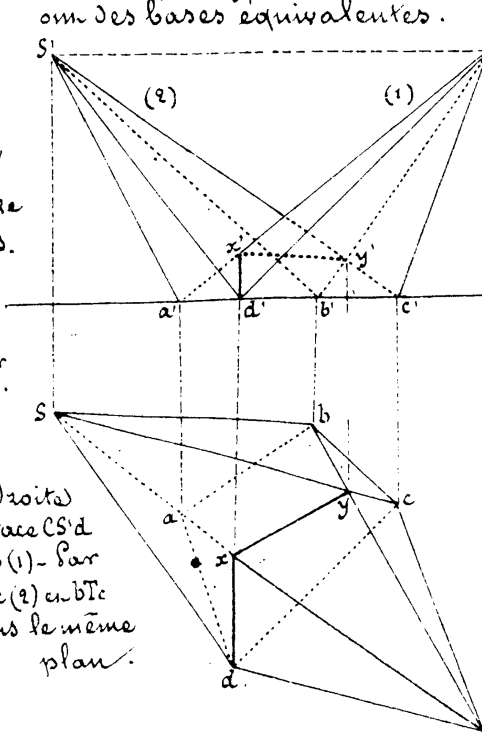
k p H triangle rect.gle; K p = o l; K h = le côté C _ le côté p h est une hauteur qui sert à construire la proj.on horiz.le du corps. _ y p H' autre triangle rect.le; p y est une ligne déduite; y H' = b y (vérit.ble grand. de la droite dont p y est la proj.on) _ Le côté p H' est une hauteur qui sert à construire la proj.on verticale du corps.

Développement.



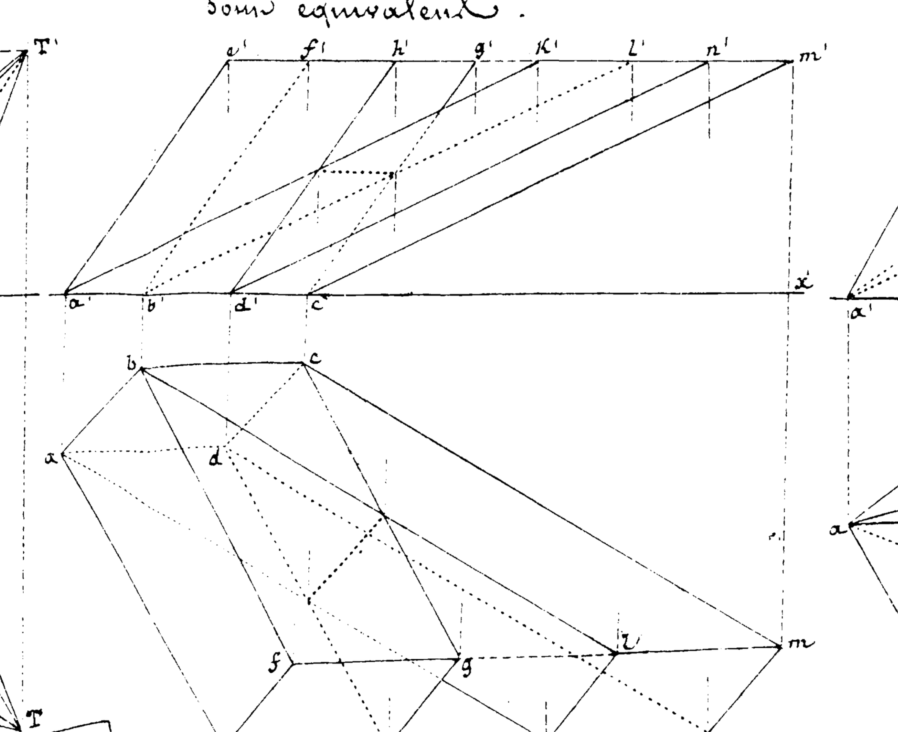
Polyèdres équivalens.

Deux Pyramides de même base et de même hauteur sont équivalentes; ainsi que celles qui, ayant même hauteur ont des bases équivalentes.



(d x - d'x') (x y - x'y') Droite de rencontre de la face C S'd (2) avec la face a T b (1) _ Par hasard les faces b S c (2) et b T c (1) se trouvent dans le même plan.

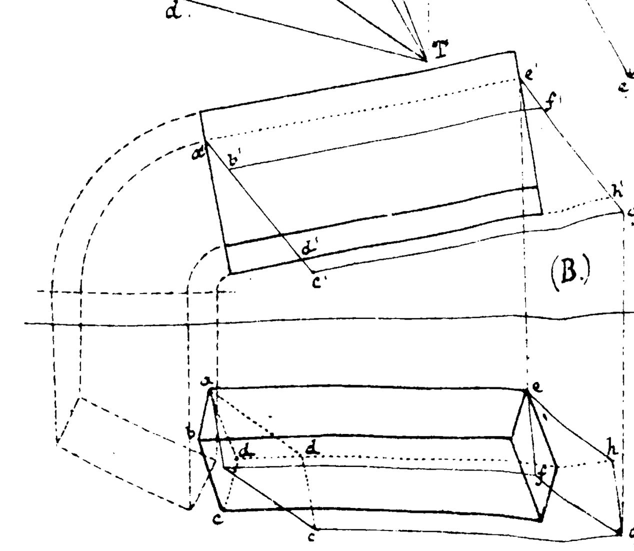
Deux parallélipipèdes a h et a m de même base a b c d et de même hauteur, m'x, qui sont compris entre les mêmes plans sont équivalens.



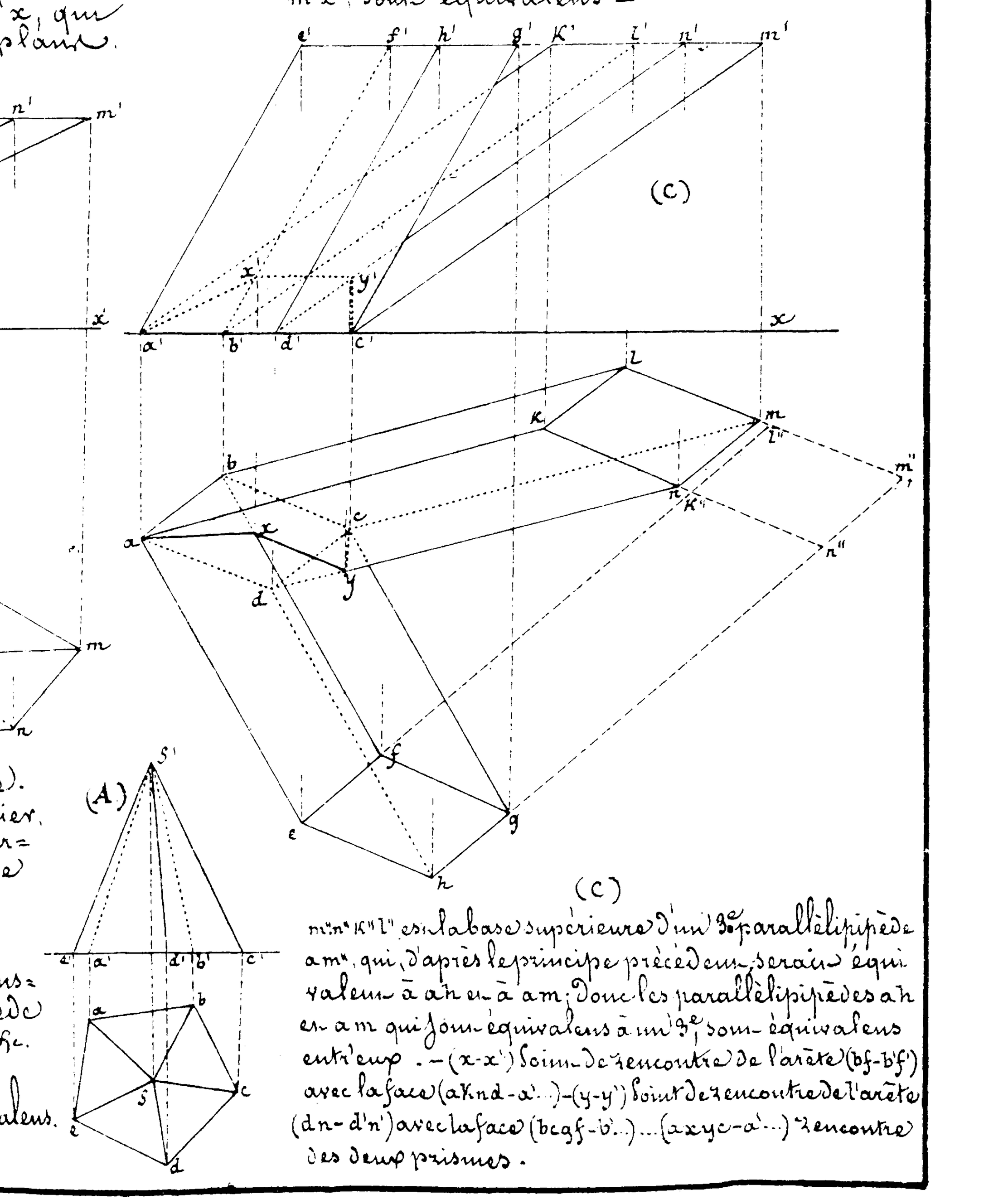
(A) Pyramide dite Régulière. Sa base est un polygone régulier, et son sommet est sur la perpendiculaire élevée au centre de la base.

(B.) Tout parallélipipède est transformable en un parallélipipède rectangle équivalent ..... &c.

Deux Polyèdres symétriques sont équivalens.



Deux parallélipipèdes a g et a m, de même base a b c d et de même hauteur m'x, sont équivalens _

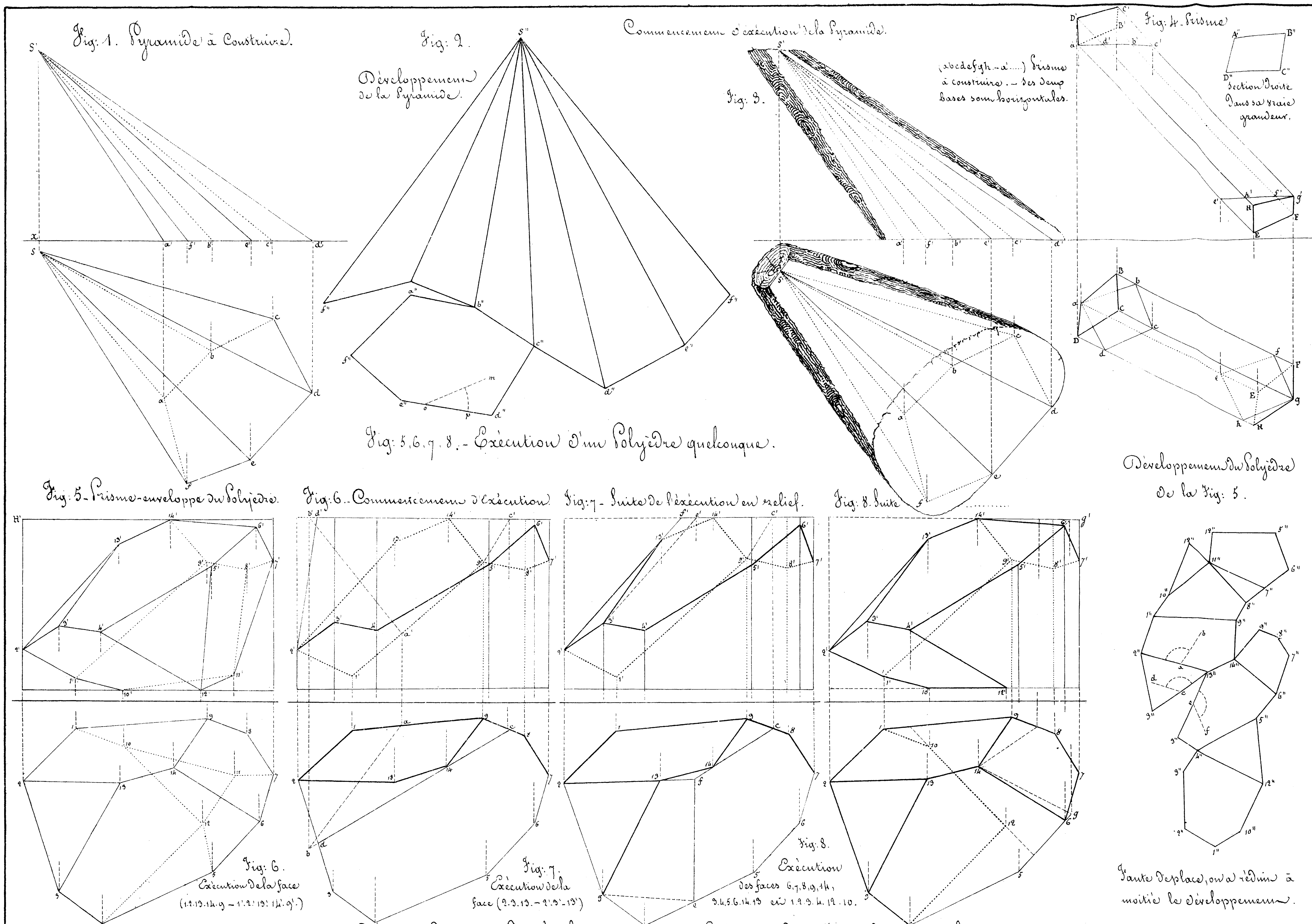


(C)

m"n" K"l" est la base supérieure d'un 3e parallélipipède a m", qui, d'après le principe précédent, serait équivalent à a h et à a m; donc les parallélipipèdes a h et a m qui sont équivalens à un 3e, sont équivalens entr'eux. _ (x-x') Point de rencontre de l'arête (b f - b'f') avec la face (a K n d - a'..) _ (y-y') Point de rencontre de l'arête (d n - d'n') avec la face (b c g f - b'..) ... (a x y c - a'...) rencontre des deux prismes.

Lith. de Nouvian à Metz.

Exécution en relief des Polyèdres donnés par leurs projections.



Exécution en relief.

Fig: 1. Projections de la Pyramide à construire.

Fig: 2. Ce développement donne les faces latérales suivant leur vraie grandeur. — On y a aussi tracé l'inclinaison de l'une d'elles, de la face (Sed-S'..) sur le plan de la base qui se trouve être dans ce cas ci, plan horizontal de projection. — Les inclinaisons des autres faces étant tracées, on peut procéder à l'exécution en relief de la pyramide.

Fig: 3. Cette figure présente un commencement d'exécution: sur un morceau de bois brut dressez une partie plane, et tracez sur elle un triangle égal à l'une des faces latérales par exemple, à la face Sed de la pyramide. Dressez une autre partie plane dont l'inclinaison (relevée avec l'équerre à charnière) soit égale à l'angle mop, et tracez sur elle un polygone égal à la base abcdef de la pyramide. — Enlevez du bois suivant le plan des deux arêtes Sd et Cd, et tracez l'arête Sc — Enlevez du bois suivant le plan des deux droites Sc et bc .... &c. — Dès que la base est construite, il faut avant d'aller plus loin, vérifier si la hauteur de la pyramide est bien égale à S'x ......

Fig: 4. *Prisme — tracé préparatoire*: Construisez la section droite (aBcD-a'...) au point (a-a'), et la section droite (gFEH-g'...) au point (g-g'). — Construisez la vraie grandeur A" B" C" D" de l'une de ces deux sections qui sont égales. — *Résultat.* — *Le Prisme-enveloppe* (aBCD, gFEH-a'B'...) du prisme donné. — Ce prisme est droit — sa base est égale, dans sa vraie grandeur, à A"B"C"D" — Sa hauteur est égale à l'une de ses arêtes, par exemple à l'arête (aE-a'.) dont il est facile d'avoir la vraie grandeur. — Le prisme enveloppe étant tracé, on le construit en relief; ce que tout ouvrier peut faire; puis on le tronque, d'un côté suivant le plan (abcd-a'...); de l'autre, suivant le plan (efgh-e'...) ce tronquement exige que l'on connaisse l'angle d'inclinaison des plans abcd et efgh entre eux .....

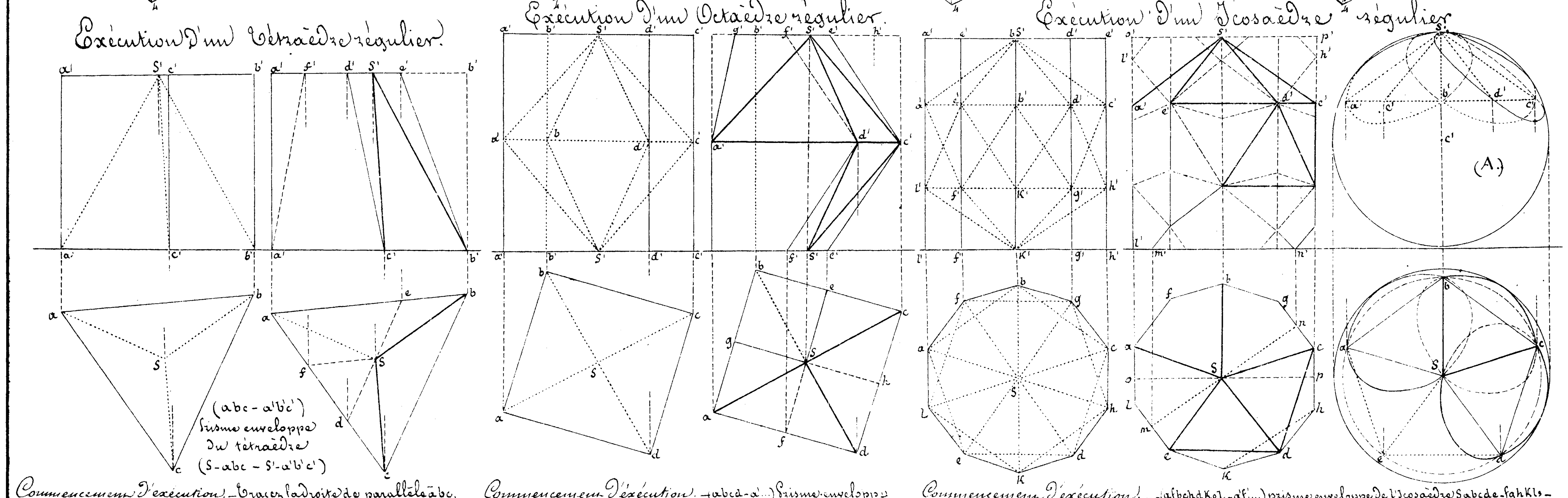
Fig: 5. *Polyèdre quelconque*. — Cette figure représente le polyèdre 1.2.3.4.5.6.7.8.9.10.11.12.13.14-1'.......) enveloppé dans un prisme droit auxiliaire qui a pour base le contour horiz.al 1.2.3.4.5.6.7.8.9, et pour hauteur HH', c.a.d. la distance verticale entre le sommet le plus haut (14-14') et le sommet le plus bas (10-10') et (12-12'), car l'arête (10.12-10'.12') est horizontale. — C'est pour donner plus de clarté à la figure, que l'on a supprimé les arêtes verticales de ce prisme. Mais il faut remarquer que les arêtes du polyèdre qui répondent au contour horizontal, sont sur la surface latérale du prisme-enveloppe. — En prenant le contour vertical pour base du prisme-enveloppe, on aurait enveloppé de moins près le polyèdre à construire — Fig: 6. *Tracé préparatoire*: — tracez sur la surface latérale du prisme-enveloppe, le contour vertical 1'.2'.3'.4'.5'.6'.7'.8'.9'. — Cela fait, commencez l'exécution par la face (1.2.13.14.9.-1'.2'...) par exemple et tronquez suivant le plan des deux arêtes (1.2.-1'2')(1.9-1'.9') — *Moyen de vérification*: tracez avant le tronquement la droite de rencontre (bc-b'c') de la face de départ, avec la base supérieure du prisme enveloppe — Le sommet (14-1'4') est déjà un point de cette droite — Menez par le point (a-a') de l'arête (1.9-1'.9') la droite (ab-a'b') parallèle à l'arête (9.14.-9'14'), et marquez son point de rencontre (b-b') avec la base supérieure — Puis tracez la droite (b.14-b'.14') — Les droites (2.d-2'd')(9.c-9'c') sont les rencontres de la même face de départ avec la surface latérale du prisme-enveloppe — Ce tracé étant achevé, dressez la partie plane (1.2.d.c.9-1'.2'...) et achevez sur elle le tracé de la face de départ. — Fig: 7. *Exécution de la face triangulaire* (2.3.13 – 2'.3'.13') — Rien de plus simple, puisque l'on a les 3 sommets. — Ainsi que dans l'opération précédente, on a construit la figure de rencontre de la face à construire, avec la surface du polyèdre — Dressez le plan de cette figure (2.13.14.e.f.-2'....) et tracez sur elle le triangle (2.3.13-2'...) — Fig: 8. *Exécution de la face* (3.4.5.6.14.13.-3'.....) — Tous les côtés de cette face sont connus. Il ne reste donc plus qu'à en dresser le plan. — Toutefois on ne peut construire sa droite de rencontre (9.14-9'.14') avec la base supérieure...

Exécution des faces (1.2.3.4.12.10-1'.....) et (6.7.8.9.14.-6'....) — Tous les côtés étant tracés, la fig: en dit assez, on peut continuer et achever le polyèdre sans autres explic.ns

Autre procédé d'exécution.

Il consiste à construire le polyèdre face par face à l'aide du développem.t et des inclinaisons des faces entr'elles. Dresser un plan, tracer sur lui la face de départ 1.2.13.14.9. par ex.le — passer de cette face, à l'une de celles qui lui sont adjacentes, à la face 2.3.13 par ex.le, à l'aide de l'inclinaison ba2" (fig: 9) de ces faces entr'elles; passer de celle-ci à la face 3.4.5.6.14.13, à l'aide de l'angle d'inclinaison f.e.13"...... et continuer ainsi jusqu'à ce qu'on ait complètement enveloppé la matière.

Il est presqu'impossible par ce procédé d'arriver exactement aux dernières faces, c'est à dire de se fermer — Mais comme il est prompt et d'une exactitude suffisante pour les cas ordinaires, et qu'il a le grand avantage d'économiser la matière, on s'en contente dans la pratique.



Commencement d'exécution. — Tracez la droite df parallèle à bc, dressez la partie plane bcdf et tracez sur elle la face bSc — Il ne reste après avoir tracé sur la base sup.re la parall.le Sf à ab, qu'à enlever du bois suiv.t les droites ab et Sf, et à tracer sur cette partie plane le triangle aSb ...... &c.

Commencement d'exécution. — (abcd-a'...) Prisme-enveloppe de l'octaèdre (S.abcd – S...). fe parall.le à cd; gh parall.le à ad — dressez la partie cdfe et la partie adhg; tracez sur la 1.re le triangle cSd, et sur la 2.e le triang.le aSd ... Opérez de la même manière pour l'arête bS...

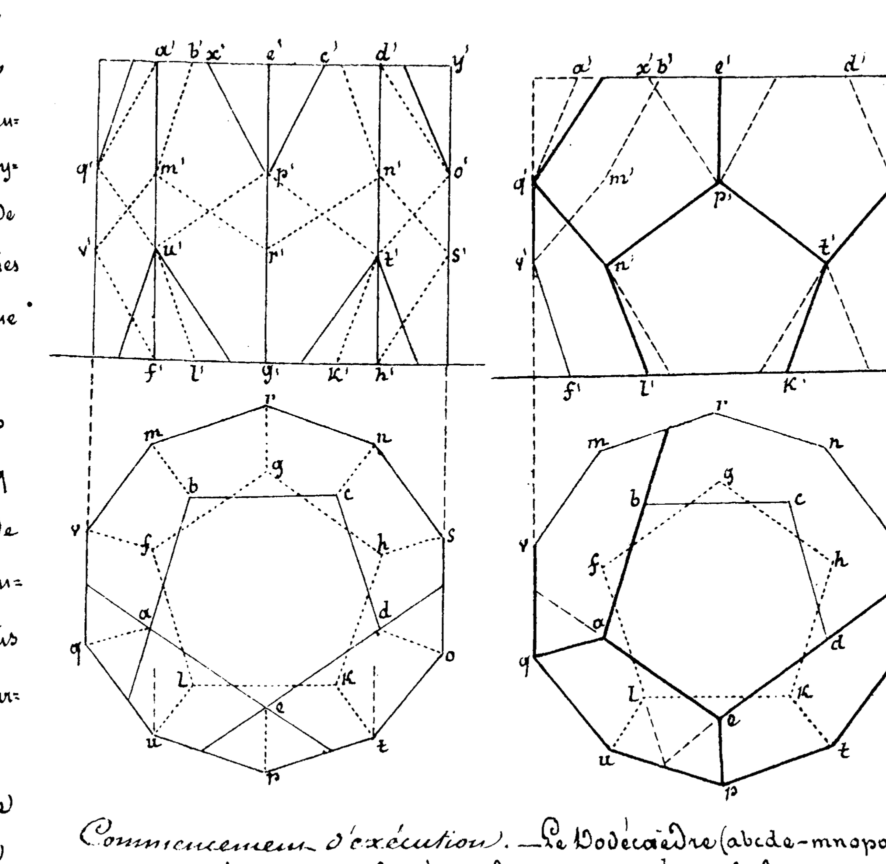
Commencement d'exécution! — (afbchdKel-a'f'...) prisme enveloppe de l'Icosaèdre Sabcde-fghKls-S'a'...) — La fig: de rencontre de la face (dSe-d'..) avec la surface du prisme-enveloppe, est le polygone plan (ophdel-o'..) — La droite (op-o'p') est sur la base supérieure; le côté (dh-d'h') est sur la face verticale dh du prisme enveloppe...... &c.

Fig: (A.)

Construction de l'Icosaèdre régulier, à l'aide de la sphère circonscrite — Du point S, comme centre, et avec un rayon égal au côté de la pyramide pent.le S.abcde, tracez une circonf.ce de cercle sur la sphère, et divisez-la en 5 parties égales, aux points a, b, c, d, e; faites une coupe plane par les 3 points S, b et c; puis une autre coupe plane par les points S, b et d .... &c. Chacun des cinq polyèdres réguliers peut se déduire de la sphère circonscrite; on pourrait tenter de les construire face par face; Mais il serait pour ainsi dire impossible d'arriver à un résultat exact.

La méthode du prisme-enveloppe est la seule à laquelle on doive recourir.

Exécution d'un Dodécaèdre régulier.



Commencement d'exécution. — Le Dodécaèdre (abcde-mnopq-rstuv-fghKl-a'.....) est enveloppé par le prisme vert.al dont la base est mrsn otpuqv — On a commencé par la face depto qui rencontre la base sup.re du prisme enveloppe suivant la droite xy ..... &c

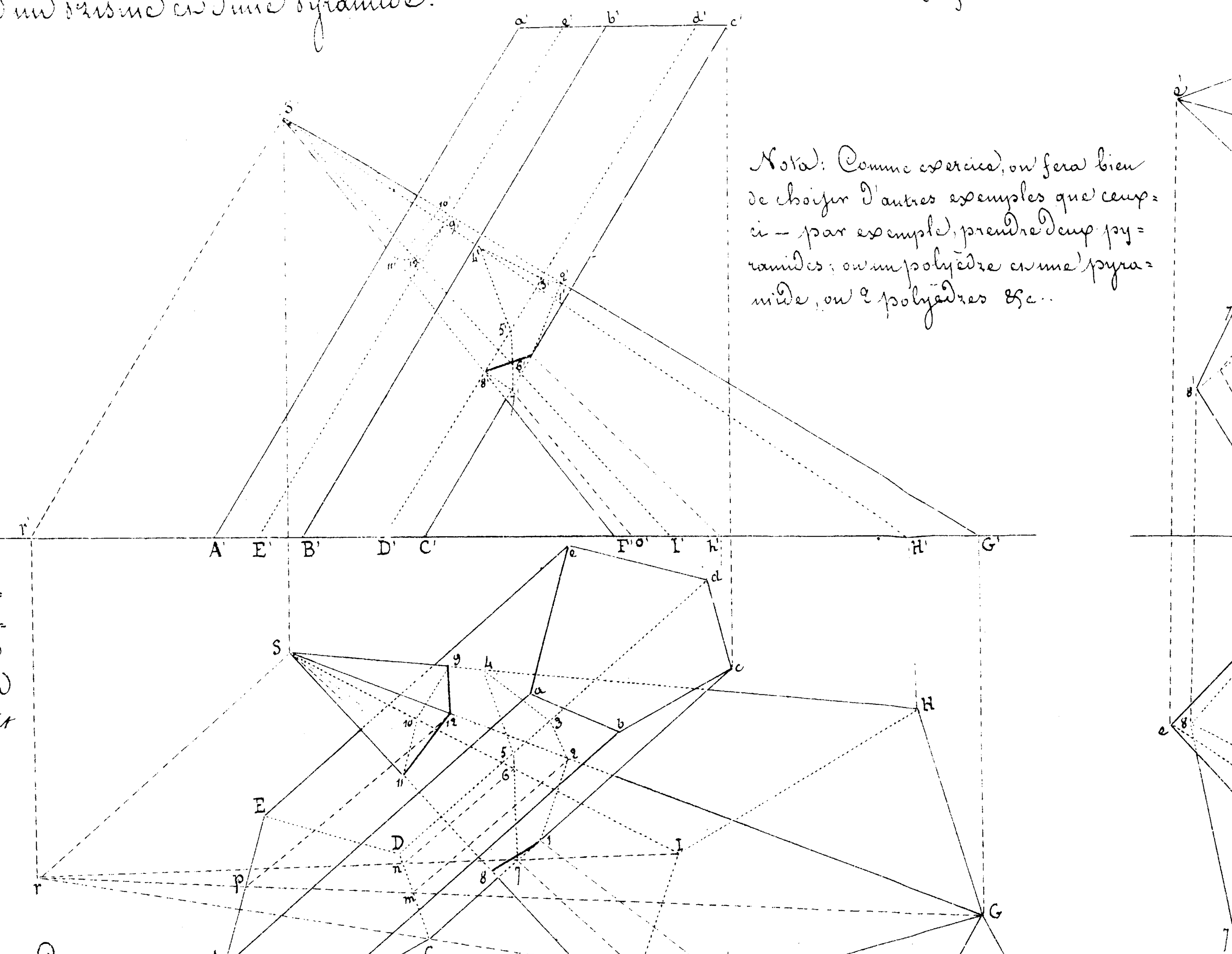
Lith. de Nouvian à Metz.

Combinaison des Polyèdres entr'eux.

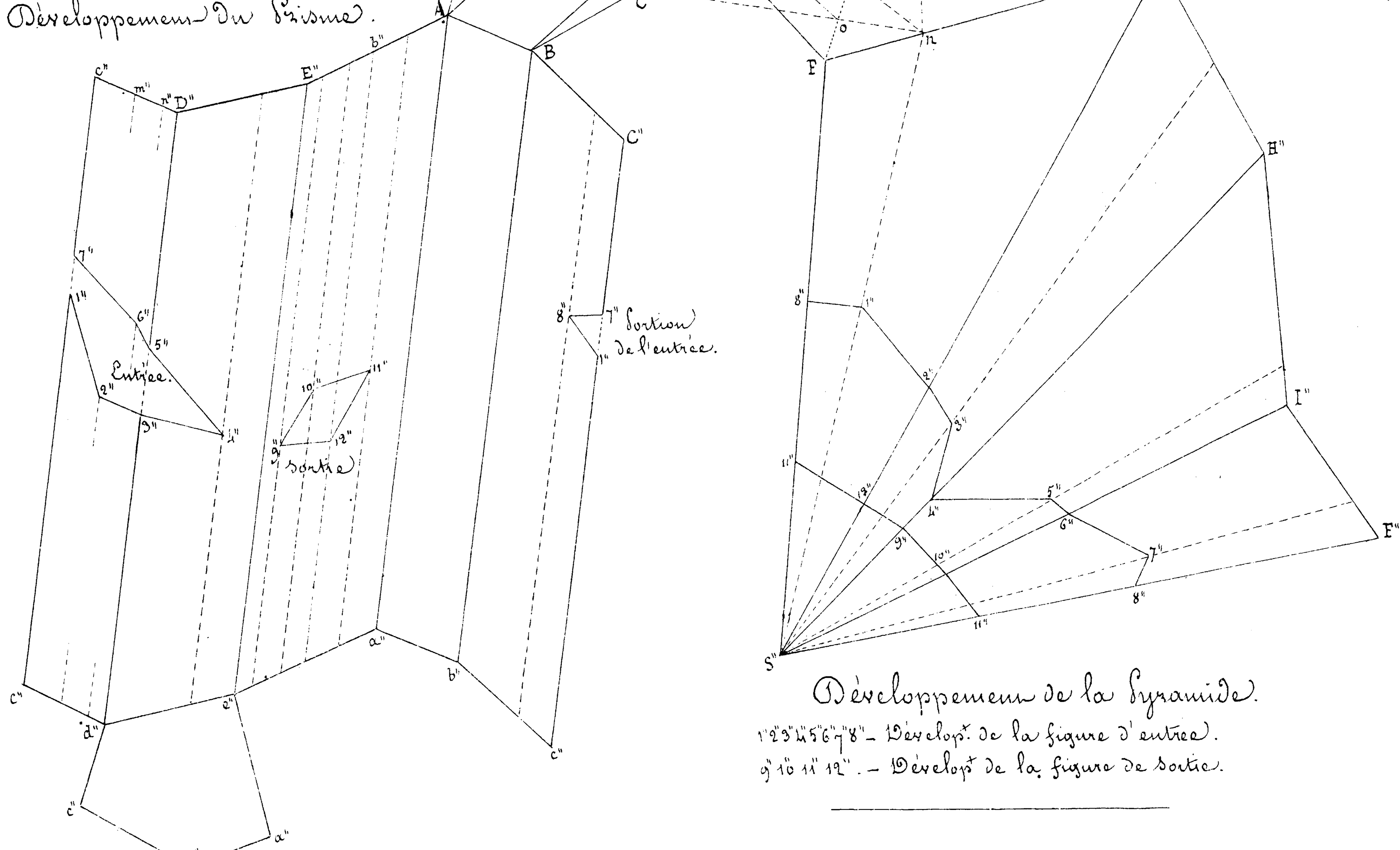
Fig. 1. Rencontre d'un Prisme et d'une Pyramide.

Le prisme est (ABCDE. abcde – A'.... a'....) – La pyramide est (SFGHI – S'....). – La pyramide pénètre le prisme. Elle entre suivant la fig: (1.2.3.4.5.6.7 – 1'.....) non plane, et sort suivant la figure (8.9.10.11. – 8'...) qui est plane, car elle est toute entière sur la face AEae – A'...) du prisme.

La pyramide au lieu de pénétrer entièrement dans le prisme pourrait n'en enlever ou arracher qu'une partie; alors la rencontre des deux corps au lieu d'être une pénétration, serait un arrachement.



Développement du Prisme.

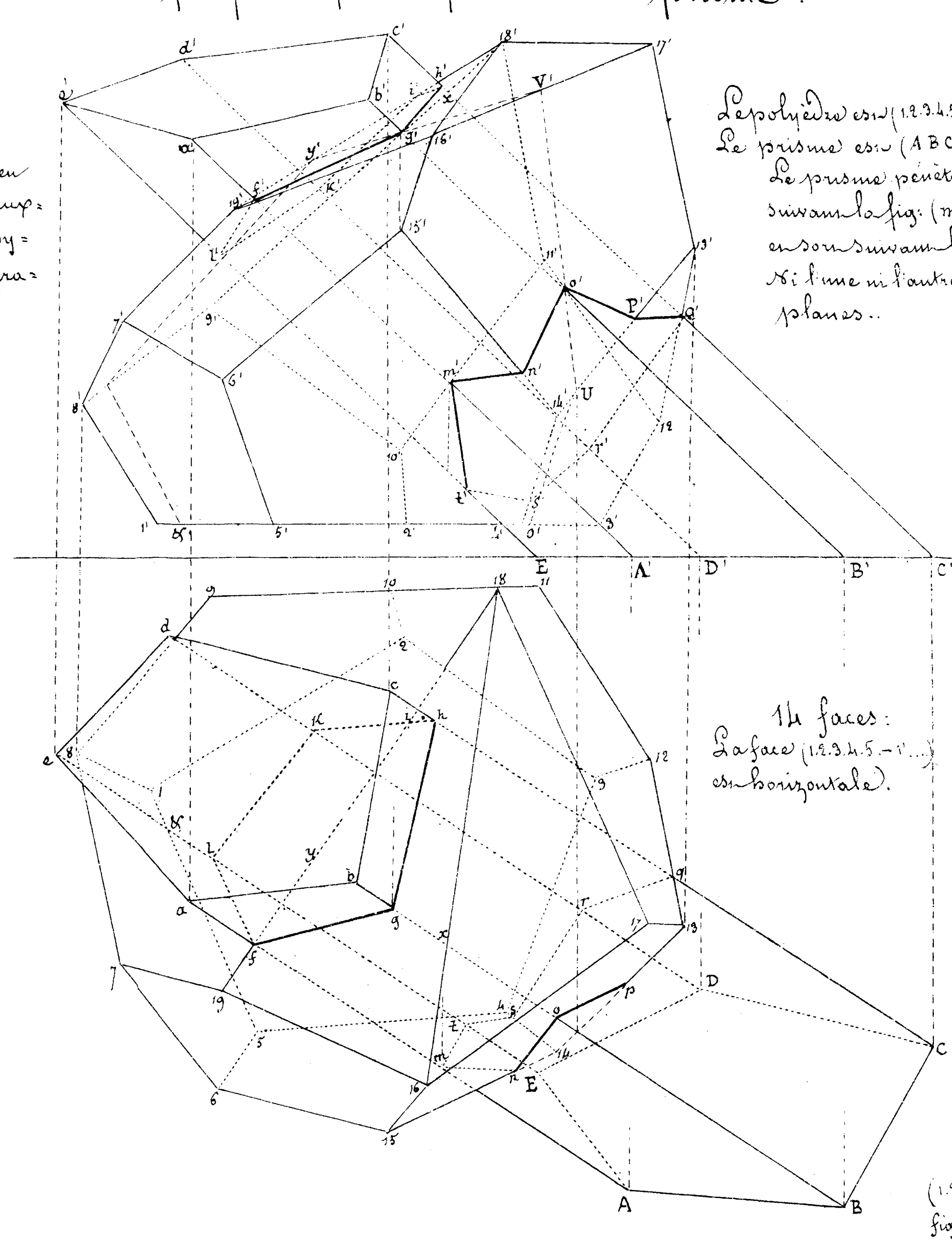


Développement de la Pyramide.

1"2"3"4"5"6"7"8" – Dévelop^t. de la figure d'entrée.
9"10"11"12". – Dévelop^t de la figure de sortie.

Nota: Comme exercice, on fera bien de choisir d'autres exemples que ceux-ci – par exemple, prendre deux pyramides; ou un polyèdre et une pyramide, ou 2 polyèdres &c..

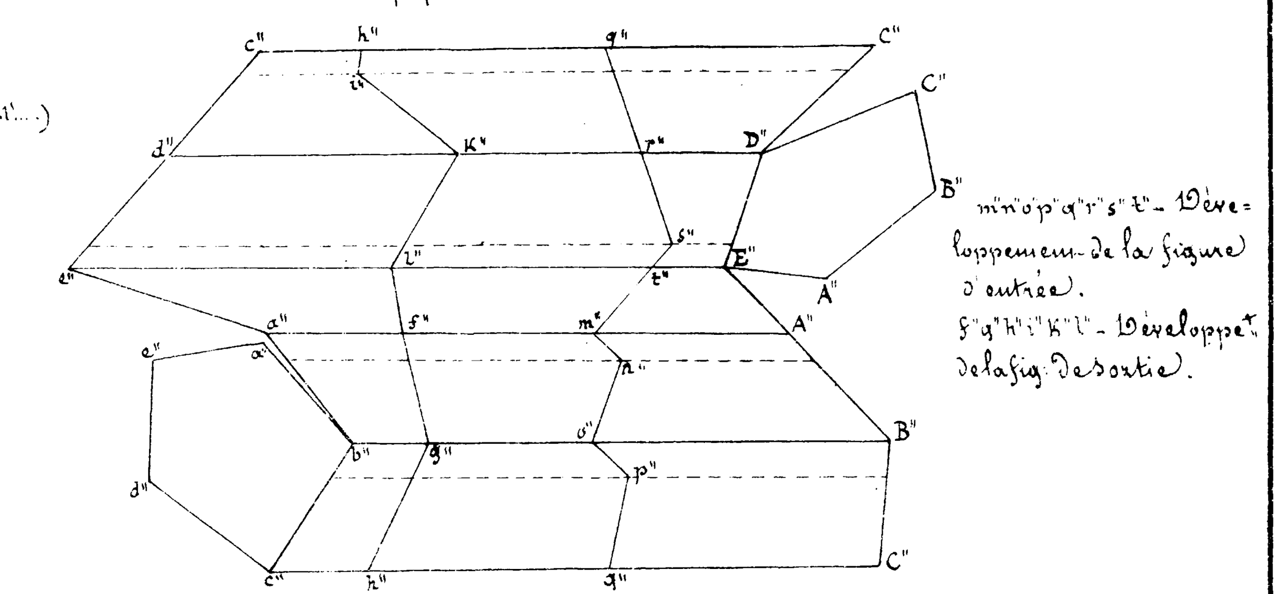
Fig: 2. Rencontre d'un polyèdre quelconque et d'un prisme.



Le polyèdre est (1.2.3.4.5.6.7.8.9.10.11.12.13.14.15.16.17.18.19. – 1'...)
Le prisme est (ABCDEabcde – A'.....a'.....)
Le prisme pénètre le polyèdre: Il entre suivant la fig: (mnopqrst – m'.........), et sort suivant la fig: (fghKl. – f'.....)
Ni l'une ni l'autre de ces figures ne sont planes..

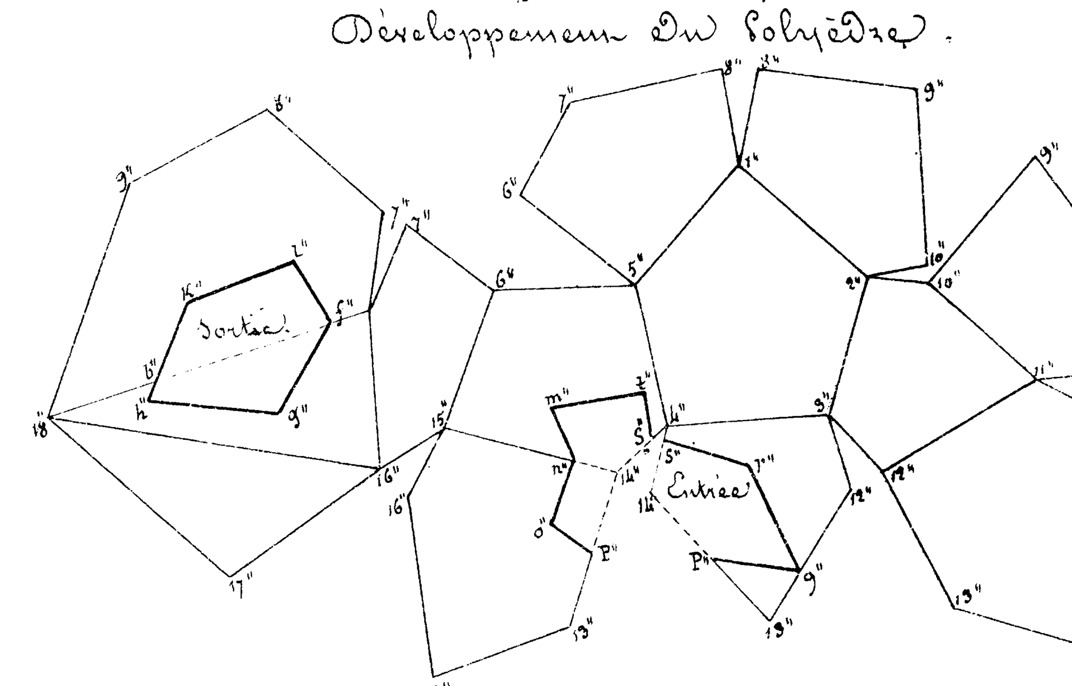
14 faces:
La face (1.2.3.4.5 – 1'...) est horizontale.

Développement du Prisme.



m"n"o"p"q"r"s"t" – Développement de la figure d'entrée.
f"g"h"i"K"l" – Développe^t. de la fig: de sortie.

Développement du Polyèdre.



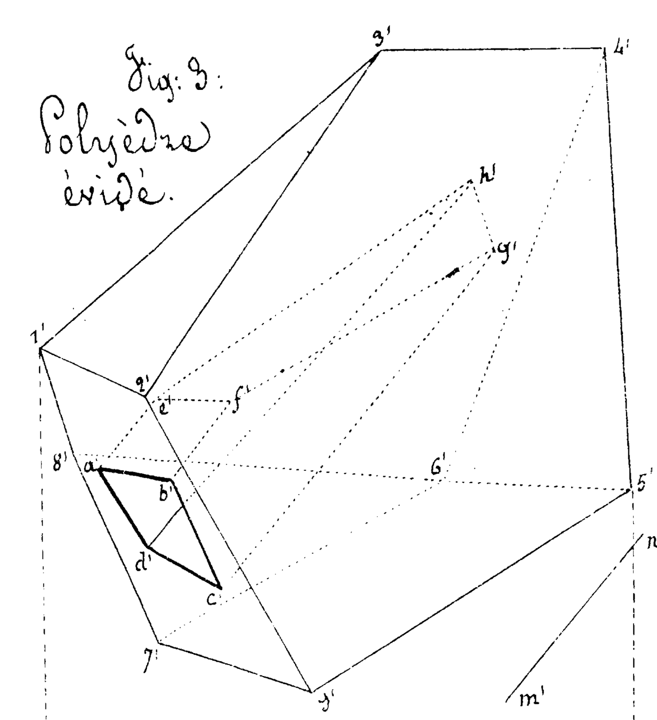
Afin d'occuper moins de place, on a réduit à moitié de sa vraie grandeur le développement du prisme et celui du polyèdre (fig: 2)

Fig: 3.

(abcd – a'b'c'd') Polygone formant l'entrée de l'évidement sur la face (1.2.9.7.8. – 1'.2'......) du polyèdre Donné. – Par chacun des sommets du polygone d'entrée, on a mené des parallèles à la Droite (mn – m'n') qui donne la Direction de l'évidement, et l'on a construit leurs points de rencontre (e-e'), (f-f'), (g-g'), (h-h'), avec la surface du polyèdre. – Tous ces points se trouvent sur une même face; de sorte que le débouché de l'évidement a lieu suivant le polygone plan (efgh – e'f'g'h')..... &c.

Fig: 4. –
(1.2.3.4.5.6. – 1'.....) figure d'entrée. – (7.8.9.10.11.12. – 7'...) figure de sortie du prisme A dans le prisme B.
(13.14.15.16.17 – 13'....) figure d'entrée, (18.19.20.21.22. – 18'..) figure de sortie du prisme C dans le prisme B.
(23.24.25.26.27 – 23'....) figure d'entrée, (28.29.30.31.32. – 28'..) figure de sortie du prisme C dans le prisme A.

Fig: 3:
Polyèdre évidé.



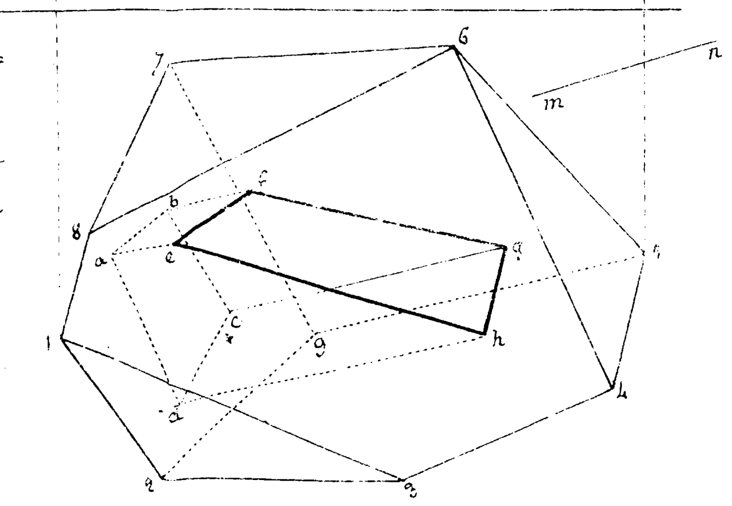
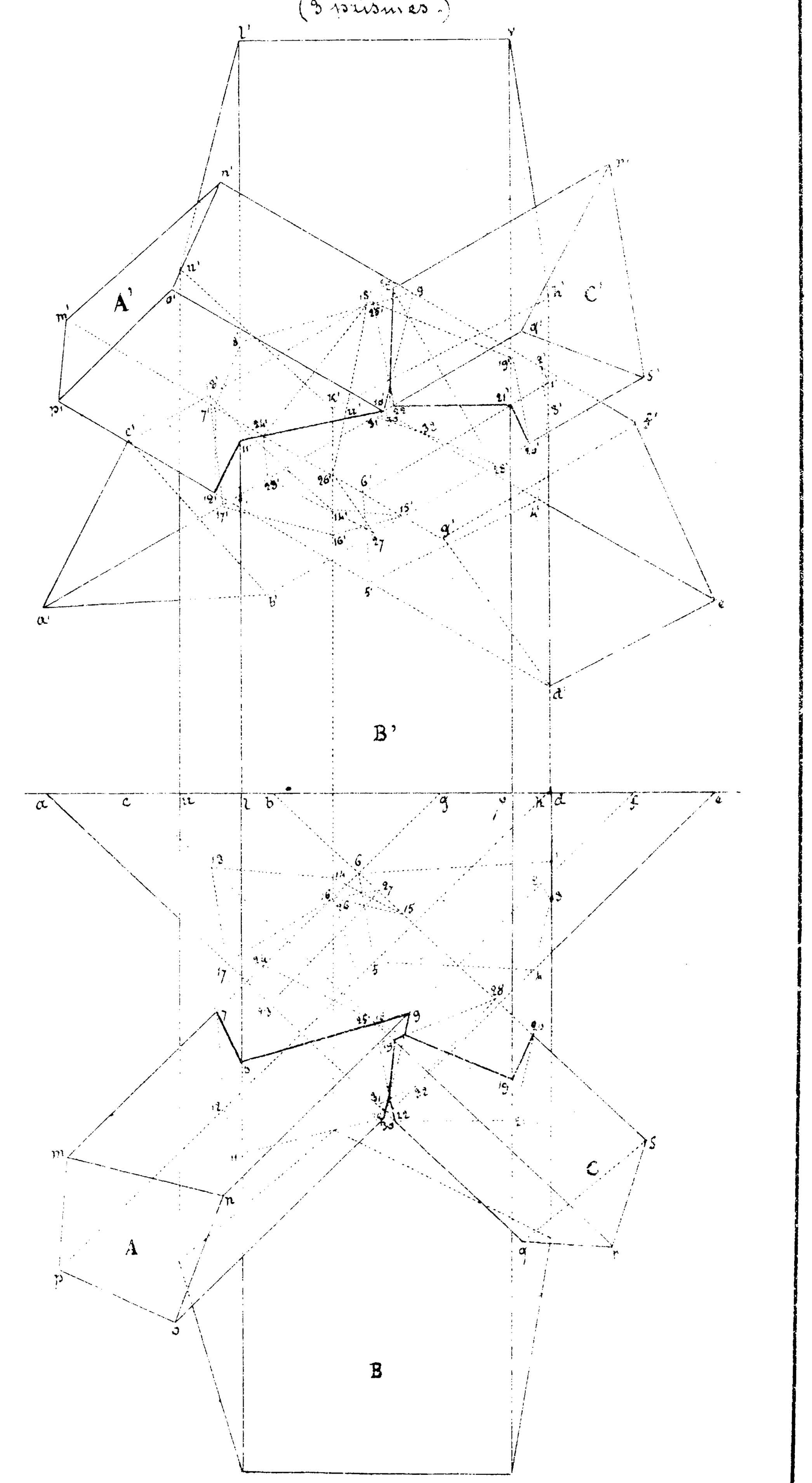


Fig: 4: Rencontre de trois polyèdres.

(3 prismes.)



Principes. – Tout plan parallèle à un prisme, coupe ce prisme suivant des Droites parallèles aux arêtes. – Tout plan qui passe par le sommet d'une pyramide, coupe cette pyramide suivant des Droites qui passent par le sommet. – Donc tout plan qui, en passant par le sommet d'une pyramide, est parallèle à un prisme, coupe ce prisme et cette pyramide suivant des Droites; et ces Droites donnent, par leur rencontre dans le plan où elles se trouvent, des points communs au prisme et à la pyramide.

Fig: 1. – (Sr – S'r') Droite menée par le sommet de la pyramide parallèlement au prisme; (r-r') son point de rencontre avec le plan horizontal. – Tout plan passant par cette Droite, passera par le sommet de la pyramide, sera parallèle au prisme, et coupera par conséquent ces deux corps, suivant des Droites dont les points de rencontre, convenablement marqués, seront des points de la figure d'entrée et de la figure de sortie. – Soit par exemple, le plan déterminé par la Droite (Sr – S'r') et par une arête (Cc – C'c') du prisme; ce plan coupera la pyramide suivant les deux Droites (ns – n's') qui rencontrent l'arête (Cc – C'c'), la 1^re au point (1-1') et la 2^e au point (7-7'). – L'arête (Cc – C'c') entre donc au point (7-7') de la face (FSI – F'S'I') de la pyramide, et sort au point (1-1') de la face (FSG – F'..). D'un autre côté l'arête (SF – S'F') entre dans le prisme au point (8-8') de la face (BCbc – B'...) et sort au point (11-11') de la face (AEae – A'...) – L'angle (1.8.7. – 1'.) est l'intersection de la face (BCbc – B'...) du prisme avec la face (FSG – F'...) et la face (FSI – F'..) de la pyramide.....&c....

La fig: 1 indique aussi la construction à faire pour trouver le point d'entrée (2-2') et le point de sortie (12-12') de l'arête (SG – S'G') de la pyramide dans le prisme ...... &c.

Développement. – La construction des figures d'entrée et de sortie sur le Développement du prisme et sur celui de la pyramide, ne présente aucune Difficulté.

Il est facile de faire en carton le relief de la fig. 1. – Découpez une feuille de carton suivant la forme du Développement du prisme, et enlevez les parties que circonscrivent les fig: d'entrée et de sortie. Tranchez le carton à moitié épaisseur suivant les arêtes (Aa", Bb"... AB, d"e"...) et formez le prisme. – Découpez une autre f^lle suiv^t. la for^me du Dével^t. de la pyr^de. – Engagez la pyramide dans l'évidement du prisme.

Fig: 2 – Points d'entrée et de sortie de l'arête (Bb – B'b') du prisme. – On a fait une coupe verticale du polyèdre par l'arête (Bb – B'b'), et l'on a obtenu le polygone (ouvxyzK – o'......) qui est rencontré par cette arête aux points (o-o') et (g-g'): le premier est le point d'entrée, le 2^e est le point de sortie. – Construction analogue pour trouver le point de rencontre d'une arête du polyèdre avec le prisme........ &c..

Développement. – Rien de particulier.

Exécution en relief. – On sait exécuter un prisme et un polyèdre. – Les deux corps étant construits, il ne restera plus qu'à rapporter sur la surface du polyèdre la figure d'entrée et la figure de sortie du prisme, et à l'évider suivant les contours de ces figures. – La fig: 3, offre un exemple de polyèdre évidé suivant une Direction Donnée. – On peut s'y prendre de plusieurs autres manières, par exemple, faire les deux Corps d'un seul morceau........ &c. – Avec du carton, rien de plus simple; C'est une découpure que chacun peut faire.

Fig: 3 – Polyèdre évidé suivant la direction (mn – m'n') ou suivant le prisme (abcdefgh – a'...) qui se trouve former ainsi un essieu de *Mortaise*, propre à recevoir un tenon ou toute autre pièce.....

Lith. de Nouvian à Metz.

Surfaces de révolution réglées ou engendrées par une Droite.

Représentation de ces surfaces par l'ensemble des cercles que décrivent les points de la droite génératrice.

Fig: 1. Surface cylindrique (axe vertical.)

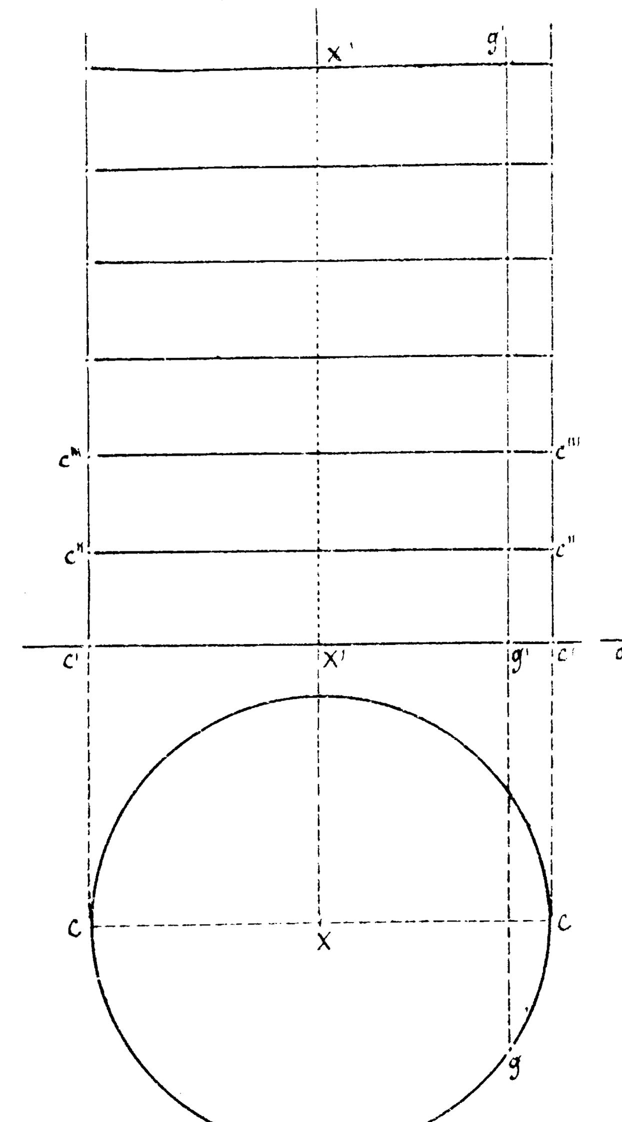
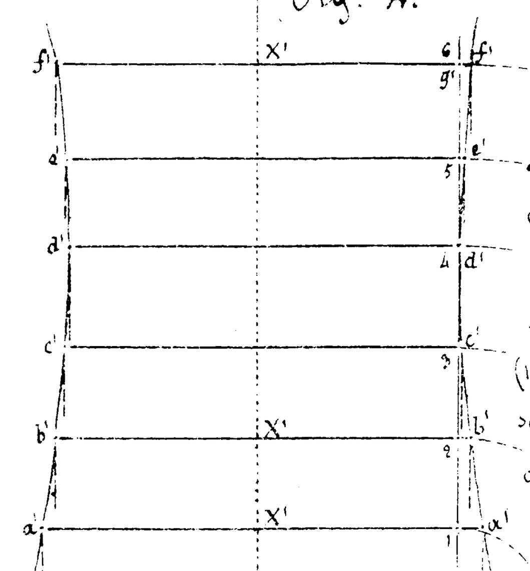


Fig: 2.



Surfaces hyperboloïdales : La génératrice (gg–g'g') n'est plus paral.le à l'axe (x–x'x') : elle s'est inclinée sur le plan horiz.al – tandis que cette droite tourne circulairement autour de l'axe, ses différents points (1–1') (2–2') (3–3'), engendrent des cercles dont les plans sont perp.res à l'axe, et dont les centres sont sur cet axe – Les rayons de ces cercles sont les droites (xg–x'g'), (x1–x'1') (x2–x'2'), (x3–x'3') ……

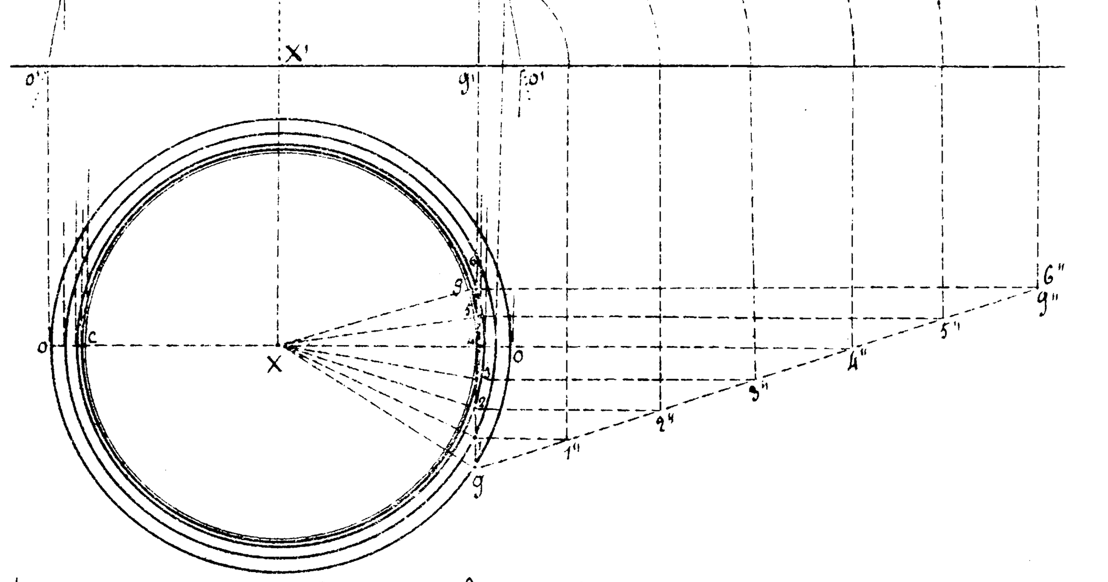


Fig: 3.

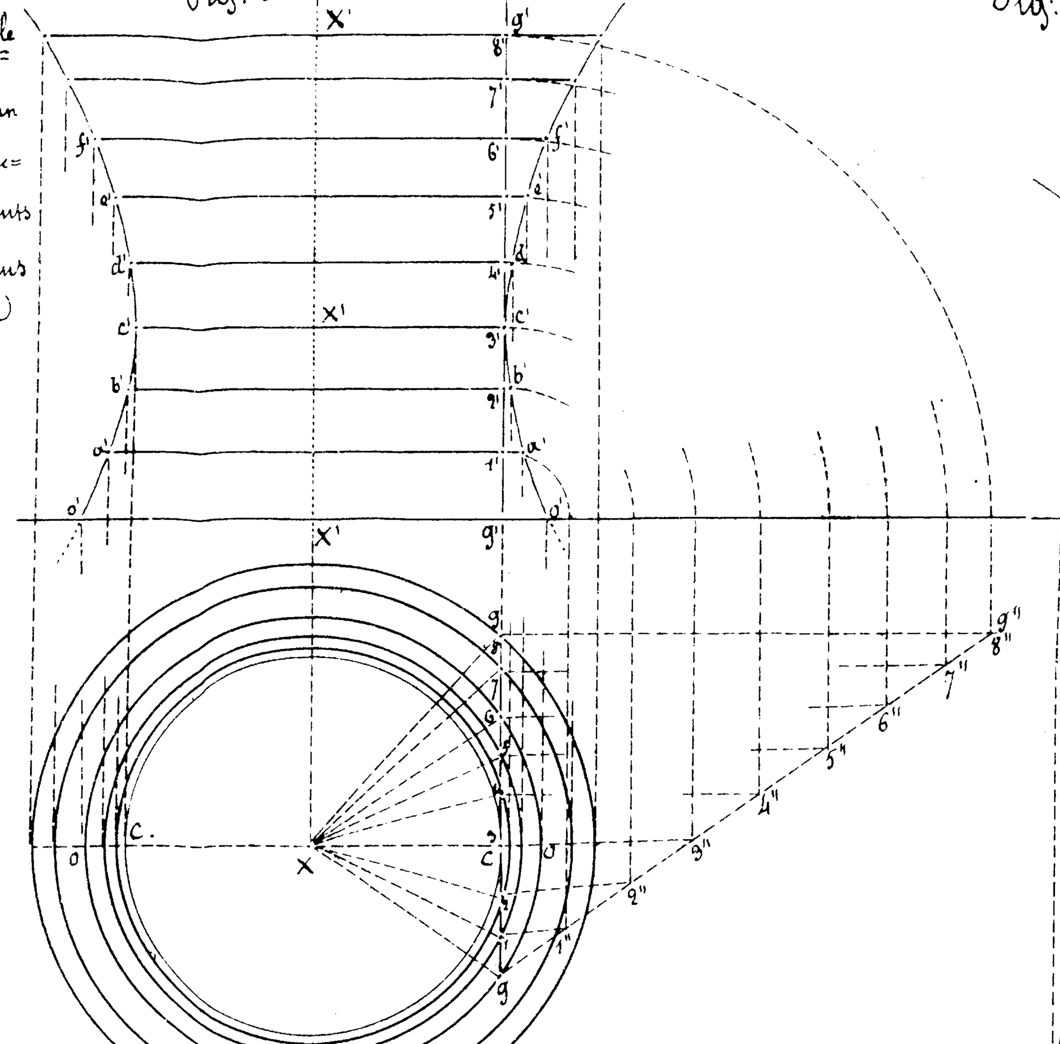


Fig: 2.3 et 4 – Surfaces hyperboloïdales (axe vertical)

Fig: 4.

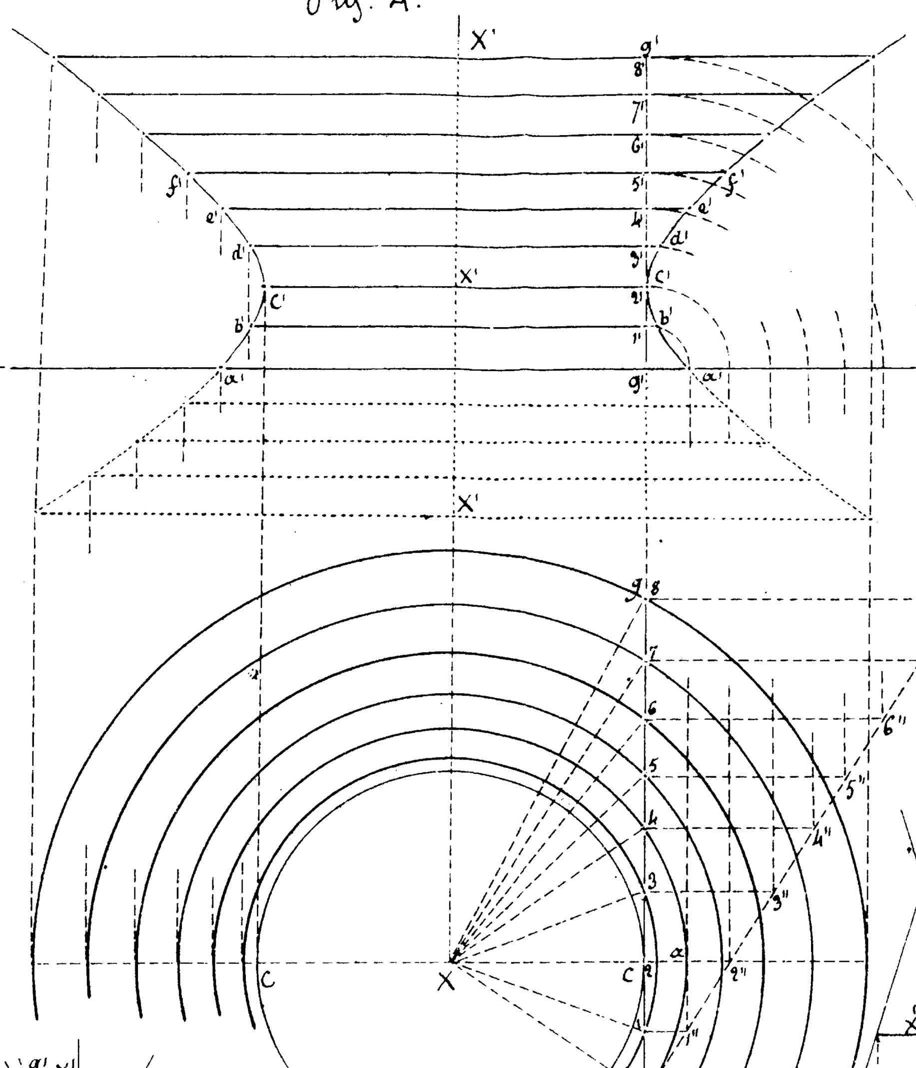


Fig: 1 – Le pied de la génératrice (g–g'g') décrit la circonférence (cc–c'c') – tout autre point décrit une circonférence c''c'', c'''c''' … égale à celle-ci, et, comme elle perp.re à l'axe (x–xx') – L'ensemble de ces circonférences qu'on peut rapprocher à volonté, représente la surface cylindrique – La projection horizontale se réduit à la circonférence cc – Cette surface rentrante sur elle-même, consiste en une seule Nappe illimitée au dessus et au dessous du plan horizontal.

Fig: 5, 6, 7, 8 – Autres surfaces hyperboloïdales (axe vertical.)

Surface Conique (axe vertical)

Fig: 5. Fig: 6. Fig: 7. Fig: 8. Fig: 9.

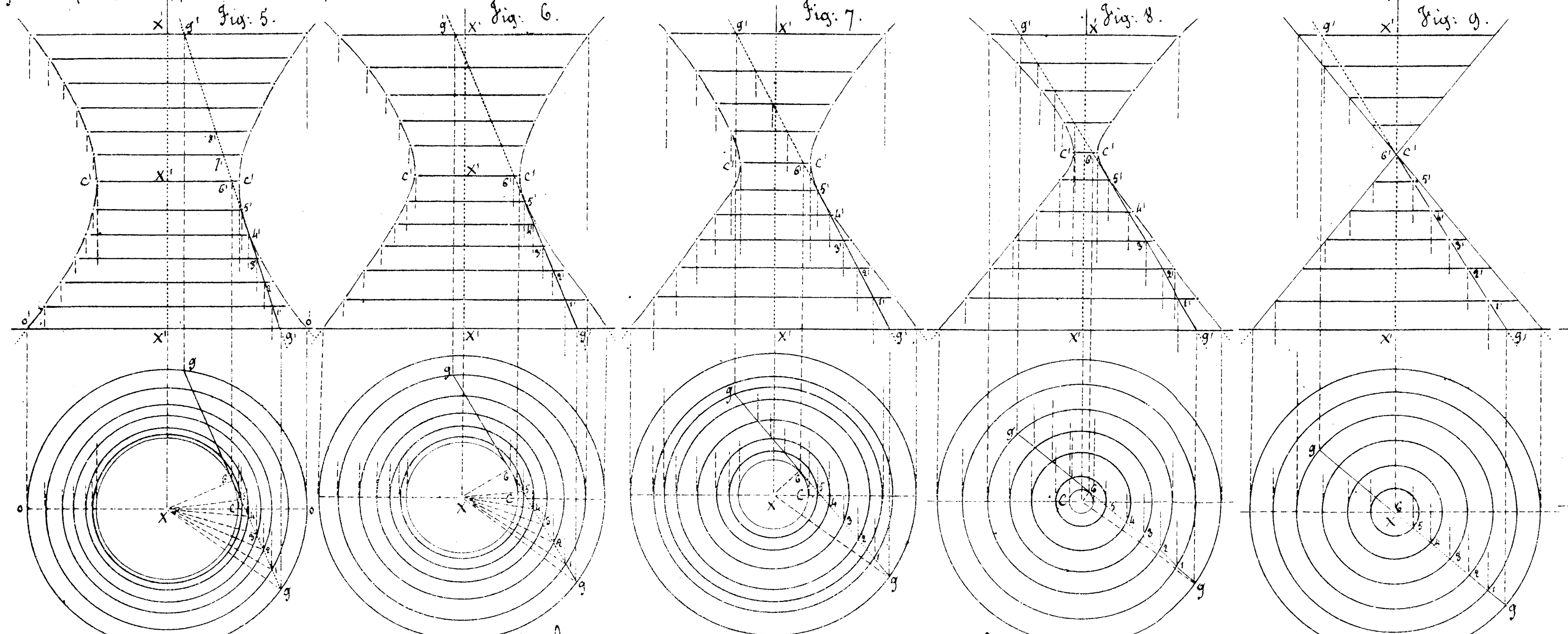


Fig: 10

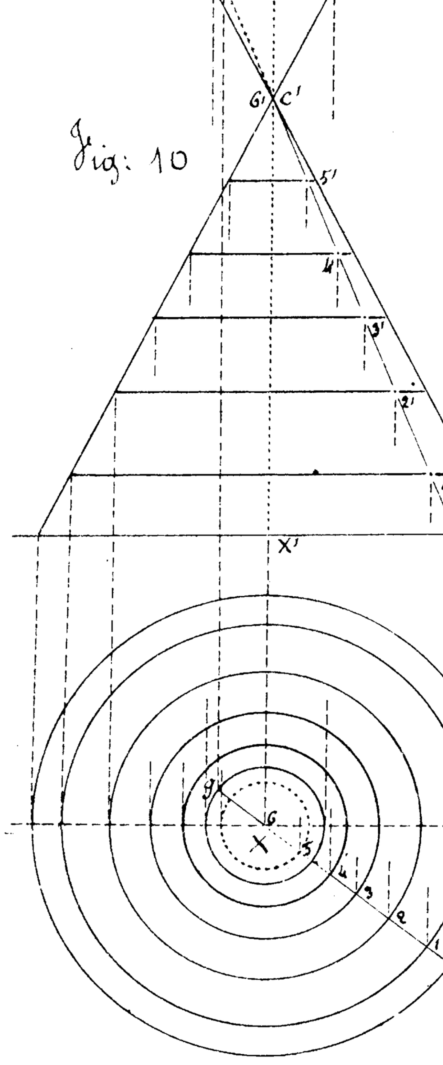
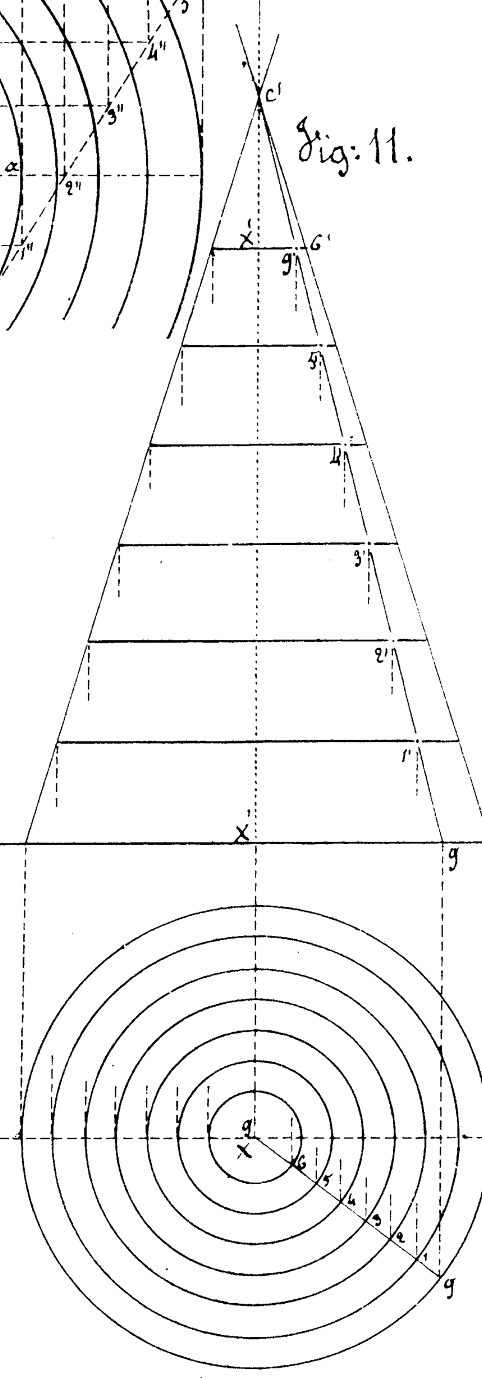


Fig: 9. 10. 11. 12. – Surfaces coniques (axe vertical)

Fig: 11.



Surfaces réglées dont l'axe n'est pas vertical.

Fig: 12. Surface Conique.

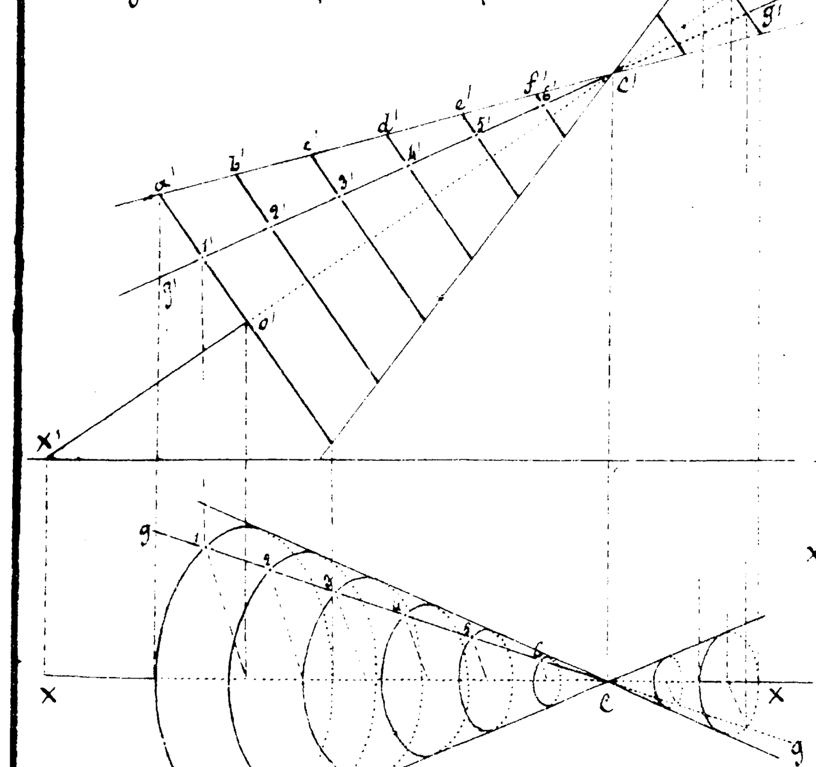


Fig: 12. L'axe (x–x'x') est paral.le au plan vert.al – Le rayon de rotation (01–0'1') du point (1–1') de la gén.ce est une perpend.re abaissée de ce point sur l'axe. – Idem pour les points (2–2'), (3–3') ……

Fig: 13. Surface Cylindrique.

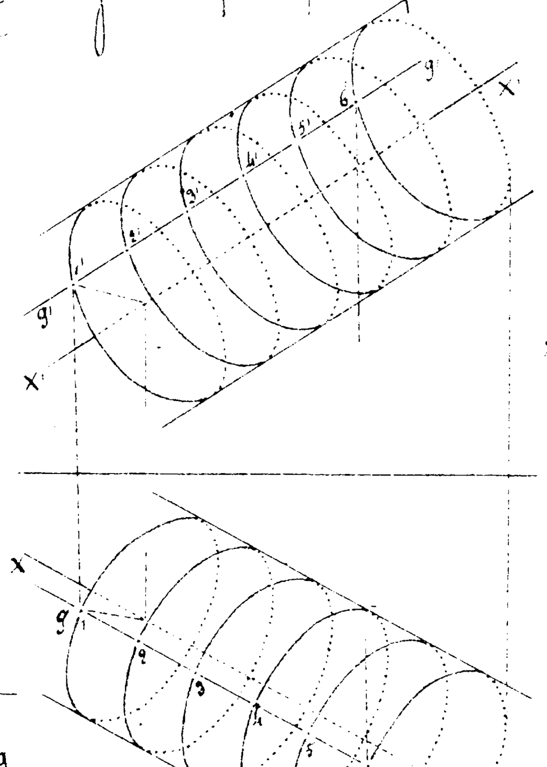


Fig: 13. Les rayons des cercles de rotat.on sont des perp.res communes à l'axe et à la génératrice.

Fig: 14 – Surface hyperboloïdale.

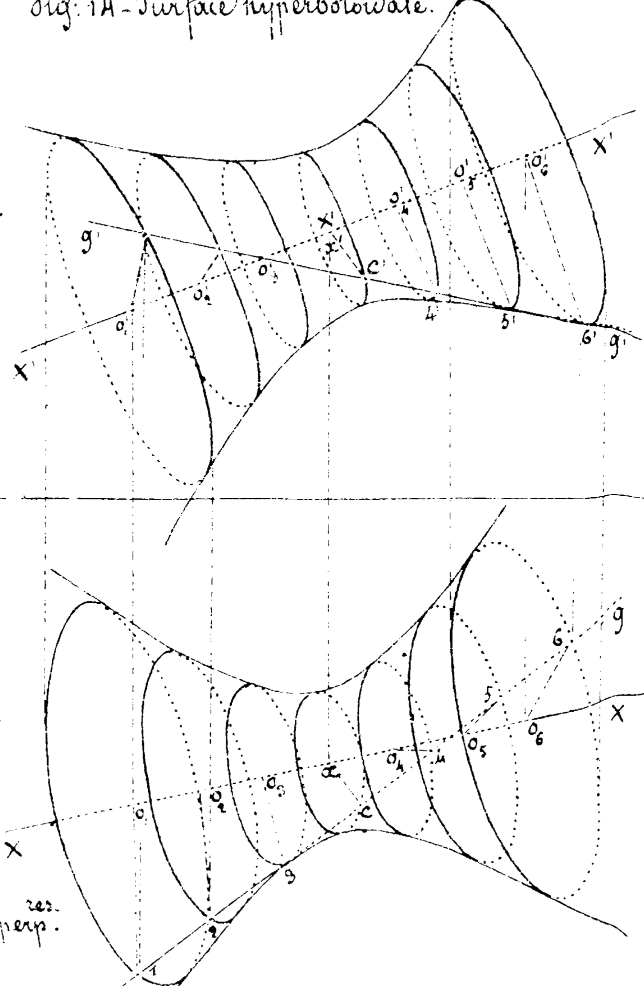


Fig: 1.2.3 et 4 – On passe de la surface cylindrique (fig: 1) à une surface hyperboloïdale en inclinant la génératrice (gg–g'g') sur le plan horizontal – Les fig: 2, 3 et 4 offrent des exemples de cette transition.

Fig: 2. – La génératrice, de verticale qu'elle était (fig: 1) s'est inclinée sous l'angle gg g''. (gg'' est son rabattement) – Ce mouvement s'est effectué dans un plan vertical perp.re à la ligne de terre – De ce que la génératrice s'est peu éloignée de sa 1.re position, la surface cylindrique s'est peu courbée dans le sens vertical, de sorte que la surface hyperboloïdale qui en résulte est très *évasée*. – Le pied de la générat.ce étant resté le même, le cercle (gg o – g'..) qui est engendré par ce point, est encore la trace horizontale ou *la base* de la surface. – La droite (xc–x'c'), perpendiculaire commune à l'axe et à la génératrice (plus courte distance entre ces deux droites), est le rayon du plus petit des cercles engendrés par les différents points de la génératrice. On l'appelle *Cercle de gorge* ou *gorge* de la surface.

Fig: 3 et 4 – Même pied et par conséquent même base que dans la fig: 2 – Même cercle de gorge aussi, parceque la génératrice a continué de s'abaisser dans le même plan vertical – On voit que l'évasement de la surface diminue à mesure que l'inclinaison de la génératrice diminue – La surface cylindrique 1 est la plus évasée de toutes les surfaces hyperboloïdales auxquelles on arriverait en abaissant ainsi la génératrice par un mouvement continu. La surface 2 est moins évasée que la surface 1 ; la surface 3 moins que la surface 2 ; la surface 4 moins que la surface 3 ; …… La génératrice en continuant ainsi à s'abaisser, arriverait sur le plan horizontal. La surface hyperboloïdale se réduit alors à l'espace plan, moins le vide formé par le cercle de gorge. La surface plane est donc la limite de l'évasement des surfaces hyperboloïdales … On voit comment on peut se donner à volonté une surface plus ou moins évasée – Les figures 2.3 et 4 représentent les circonférences décrites par les points (1–1'), (2–2'), (3–3') …… de la génératrice. L'ensemble de ces circonférences qu'on peut multiplier à volonté, constitue la représentation de la surface.

Projection verticale. – Les points a, b, c, d …. réunis par la courbe continue a'b'c'd' … qui en est le lieu géométrique, forment le *Contour vertical* de la surface. Ce contour est toujours une courbe à 2 branches, qu'on appelle *hyperbole*. C'est pourquoi la surface est dite *hyperboloïdale*. Sans le tracé de ce contour la projection verticale serait sans expression – On voit qu'une surface hyperboloïdale se compose de deux parties ou *Nappes* égales, ayant la forme d'un cornet, réunies ou soudées suivant le cercle de gorge, indéfiniment prolongées dans les deux sens de l'axe, plus ou moins évasées suivant l'inclinaison de la génératrice sur le plan horizontal

Projection horizontale: – La représentation se réduit à une suite de cercles concentriques – Le cercle de gorge forme *le contour horizontal* ou *Contour intérieur* – La surface ne peut avoir de contour extérieur, puisqu'elle est illimitée. – Ainsi qu'on l'a fait remarquer plus haut, la surface se réduit au plan horiz.al de projection lorsque la génératrice dans son mouvement d'abaissement vient à s'appuyer sur ce plan ….

Fig: 5.6.7.8.9. – On conçoit que la génératrice, tout en s'inclinant plus ou moins sur le plan horizontal, peut se rapprocher ou s'éloigner de l'axe. Si elle s'en rapproche comme fig: 5, le cercle de gorge diminue et la surface se resserre : et elle se resserre de plus en plus à mesure que les 2 droites se rapprochent davantage (fig: 6.7.8) – La fig: 8 représente une surface hyperboloïdale déjà très resserrée. – Enfin (fig: 9) la génératrice rencontre l'axe. Le cercle de gorge est réduit à son centre et la surface hyperb.ale devient une *Surface conique*. – Le centre du cercle de gorge est alors *le centre de la surface*. – Toute surface conique se compose, en général, de deux *Nappes* égales, de la forme d'un entonnoir, indéfiniment prolongées, réunies au centre …. – Dans le cas particulier, où l'on ne considère qu'une nappe de la surface, le centre prend le nom de *Sommet*. – Fig: 5.6.7.8. Ces fig: représentent des surfaces hyperboloïdales dont l'évasement varie peu (même inclinaison de la génératrice), mais dont les cercles de gorge décroissent de plus en plus – La base est la même. – Fig: 10 et 11. – Plus le centre de la surface conique s'élève, le pied de la génératrice restant fixe, plus les nappes se resserrent intérieurement, ou plus elles s'évasent extérieurement – Fig: 10. Surface conique dont le centre s'est élevé. – Les nappes sont plus *aiguës* que dans la précédente. – Fig: 11 – Centre d'une surface conique dont les nappes sont plus aigues que …… – Enfin, le centre de la surface, en continuant à s'élever, peut aller jusqu'à ne plus rencontrer l'axe qu'à une hauteur plus grande que toute grandeur donnée, c'est-à-dire à l'infini. La génératrice est alors redevenue parallèle à l'axe. La surface conique se réduit à une seule nappe, dont le centre est à l'infini, soit au-dessus, soit au dessous du plan horizontal. (surface cylind.que de la fig: 1.) – Si le centre s'abaissait au lieu de s'élever, les nappes s'ouvriraient de plus en plus. Lorsque la gén.ce serait devenue perp.re à l'axe, la surface conique se trouverait réduite à 1 seule nappe, qui ne serait plus qu'un plan perp.re à l'axe ; de sorte que la surface plane se trouve être la limite de l'ouverture des surfaces coniques ……… *Surface cylindrique* : La génératrice tout en restant parallèle à l'axe ; peut s'en rapprocher jusqu'à se réunir à lui. – Dans cette dernière supposition, la surface se trouve réduite à son axe – Ainsi la droite (X–X'X') se trouve être la plus évasée et la plus étroite des surfaces hyperb.ales …… – De la surf.ce cylind.que on arrive à la *Surface conique*. –

Conclusion. Ce qui précède suffit pour faire ressortir la *loi de continuité* qui lie les surf.ces coniques, cylindriques et hyperb.ales. Cette loi est telle qu'on peut dire que les 2 premières ne sont que des variétés de la 3.e ………

Fig: 12. – *Surface conique* : Le rayon de rotation du point (1–1') s'obtient immédiat.t dans ce cas-ci – *Projection verticale* : Les plans des cercles que décrivent les points de la génér.ce, sont perp.res au plan vertical de proj.on, de sorte que la proj.on verticale ne présente qu'une suite de droites paral.les – Le *Contour vertical*, consiste dans les 2 droites a'b'c'd' …… *Projection horizontale* : Les cercles de rotation se projètent suivant des ellipses dont l'ensemble représente la surface …… – Le *Contour horizontal* de la surface consiste encore en 2 droites qui sont tangentes à toutes les ellipses …… – Fig: 13. *Surface cylindrique* : Cette épure suppose qu'on sait mener une perp.re commune à 2 droites paral.les entr'elles (x–x'x') et (gg–g'g') – Les contours dans l'une et l'autre proj.on sont des droites tangentes aux ellipses, qui sont les proj.ons des cercles de rotation ………

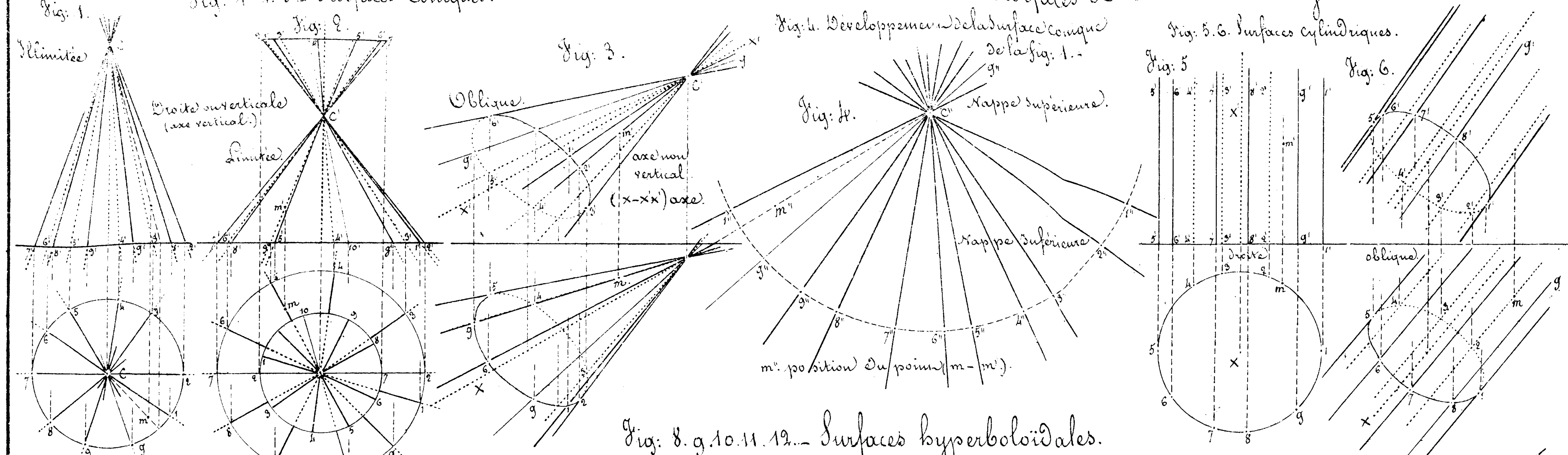
Fig: 14. – *Surface hyperboloïdale* : Cette épure suppose qu'on sait construire la perpendiculaire commune à deux droites quelconques dans l'espace (x–x'x') et (gg–g'g') – Cette perpend.re commune qui est dans ce cas-ci la droite (cx–c'x') est le rayon du cercle de gorge, cercle qu'il faut construire avant tout autre ………… Les droites $(1.0_1 - 1'.0'_1)$, $(2.0_2 - 2'.0'_2)$, $(3.0_3 - 3'.0'_3)$ …… sont les rayons de rotation des cercles engendrés par les points (1–1'), (2–2'), (3–3') …… de la génératrice – $(0_1 - 0'_1)$, $(0_2 - 0'_2)$, $(0_3 - 0'_3)$ sont les centres de ces cercles ………………

Le Contour vertical consiste en une courbe à deux branches (hyperbole), tangente aux projections des cercles de rotation. – Idem, pour le *Contour horizontal*.

Lith. de Nouvian à Metz.

Surfaces de Révolution réglées.

Fig: 1. 2. 3. – Surfaces Coniques.



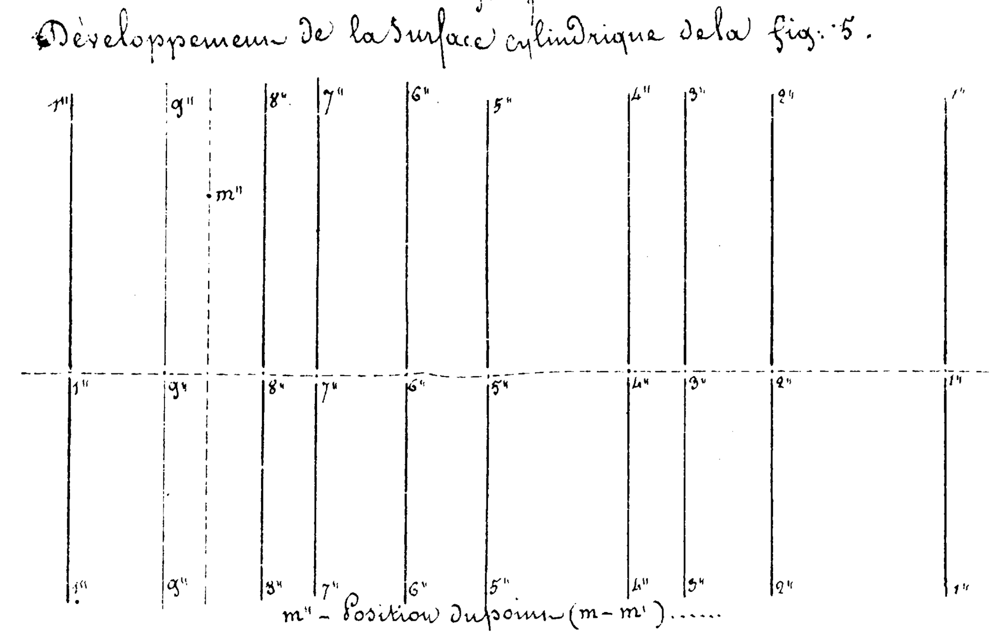
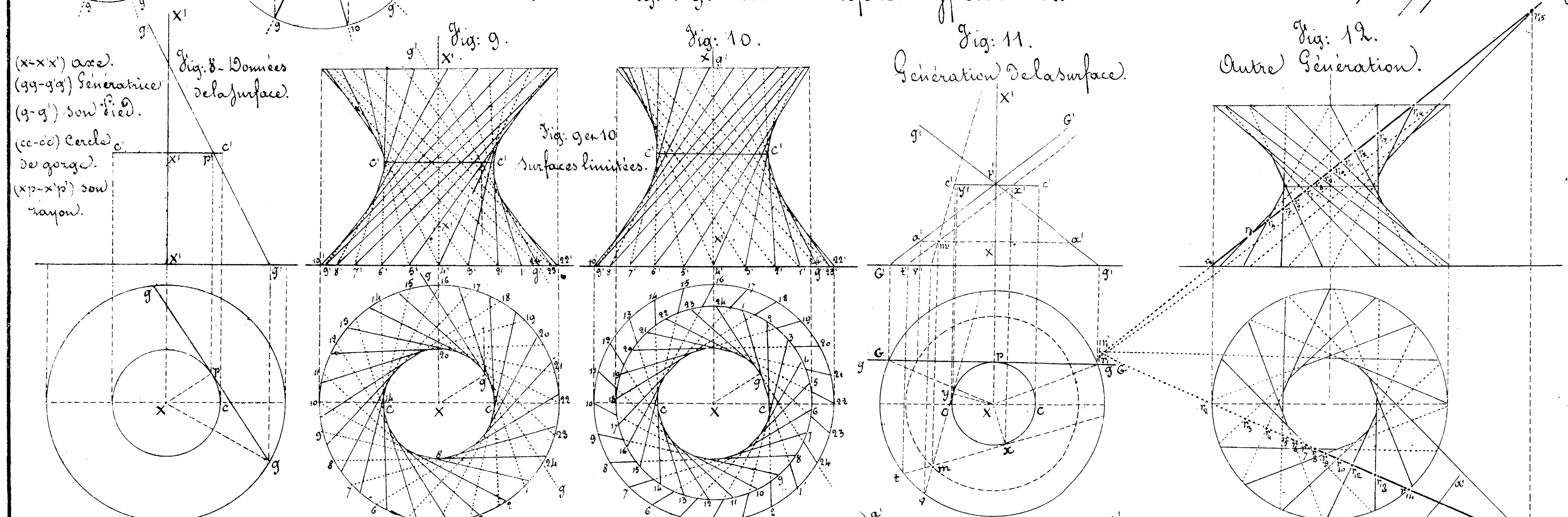


Fig: 8. 9. 10. 11. 12. – Surfaces hyperboloïdales.



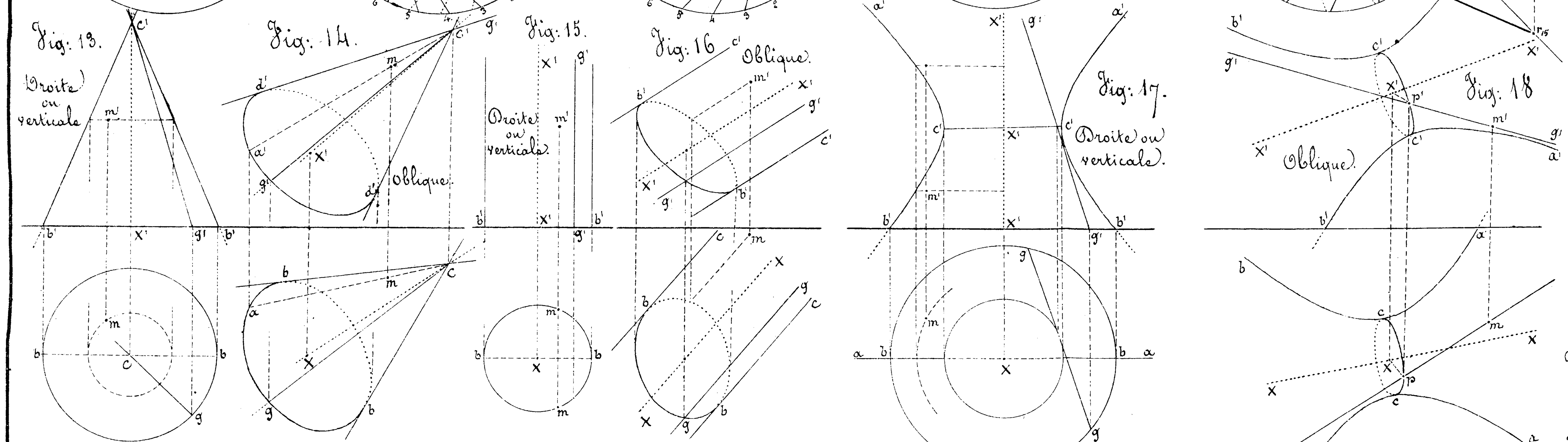


Fig: 4. Dévelop.t – L'arc circul.re 1''9''1'' a pour rayon la généra.ce (c2.–c'2') que les fig: 7 et 8 donnent dans sa vraie grandeur; sa longueur est celle de la circonférence de la base, 1.2.3.4.... rectifiée – Fig: 5 et 6 – Surfaces cylindriques – Considérations analogues à celles des surfaces coniques – Toute surface cylind.que est développable; car l'un quelconque de ses élémens est plan, puisqu'il est toujours compris entre 2 génératrices parallèles – (Fig: 7) Développement. – La droite 1''9''1'' est égale à la circonférence 1.2.3.4... rectifiée. – Une surface conique et une surface cylindrique de révolution sont représentées par leur dévelop.t = Un secteur circulaire quelconque, peut être regardé comme le dévelop.t d'une surface conique; l'ensemble de 2 droites paral.les, dont la distance figure une ligne circulaire rectifiée, représente le dévelop.t d'une surface cylindrique...... – Fig: 8. 9. 10. 11 et 12 – Surfaces hyperboloïdales: La fig: 8 qui renferme toutes les données de la surface, n'en présente qu'une esquisse sans expression. – En proj.on horiz.ale la génératrice est perpen.re au rayon du cercle de gorge, et, par conséquent tangente à ce cercle...... – Fig: 9 Projection horizontale. – Divisez la circonférence du cercle de gorge en un certain nombre de parties égales (en 24 par exemple), à partir du point p – Divisez la circonf.ce de la base (du rayon Xg) en un même nombre de parties égales, à partir du point g et dans le même sens – Joignez par des droites les points de division correspondans (1 et 1, 2 et 2, 3 et 3) – Ces droites sont les projections d'autant de génératrices.... Projection verticale. – Les projections vert.ales de ces génératrices s'obtiennent immédiatement – La fig: indique assez les constructions – Il faut un peu d'attention dans le tracé des parties vues et des parties cachées – Voy. un exemple fig: 9 – .... Propriétés – 1°. Deux positions consécutives et très voisines de la génér.ce (22 et 23 par exemple) comprennent entr'elles un élément de la surface qui ne peut pas être plan, car, par construction, ces génér.ces ne peuvent jamais se rencontrer ni être parallèles.... De cette propriété vient le nom d'élément gauche, et celui de surface gauche pour toute surface formée de pareils éléments – Une surface hyperboloïdale n'est donc pas développable – 2°. Une surface hyperb.ale peut être engendrée de deux manières par une droite: Fig: 11 (g–g'g') génér.ce parallèle au plan vertical – Il est évident que la droite (GG–G'G') comme (gg–g'g') paral.le au plan vert.al, ayant même inclinaison qu'elle, engendrera la même surface.... (gg–g'g') est la génér.ce de la première génération; (GG–G'G') est la génératrice de la seconde génération. – Leur point de rencontre (p–p') reste sur le cercle de gorge – Par tout point (m–m') de la surface passent deux génératrices, l'une (mx–m'x') appartenant à la 1re génération, et l'autre (my–m'y') appartenant à la 2e générat.on – (t–t') pied de la 1re; (v–v') pied de la 2de; et (tv–t'v') est la trace horizontale du plan de ces deux droites – à mesure que le point (m–m') s'élève, le plan des 2 générat.ces qui passent par lui, tend à devenir vertical; .... – 3°. Par tout point (m–m') de la surface, (fig: 11), passent 4 lignes remarquables qui appartiennent à la surface: La circonférence de cercle (ama–a'..) décrite par ce point; une génératrice de la 1re génération; une génér.ce de la 2de gén.on.... &. – Il n'est question de la 4e ligne que dans la f.lle suivante.... Fig: 12 – 4°. La générat.ce (gg–g'g') de la 1re gén.on rencontre la gén.ce (GG–G'G') de la 2de, non seulement dans le cas où leur plan Gg est vertical, mais encore dans toutes les positions possibles de ce plan, et réciproquement.... En d'autres termes, une générat.ce d'une génération rencontre toutes celles de l'autre, et réciproquement – On le voit fig. 12: – Les droites d'un trait continu et fin représentent les génératrices de la 1re gén.on – La droite dont le trait est fort, représente une gén.ce de la 2e gén.on – Les points (r_1–r_1') (r_2–r_2') (r_3–r_3').... sont les rencontres de cette gén.ce par celle de l'autre gén.on dans ses positions successives (1.1–1'1') (22–2'2'); 5°. – Une droite qui s'appuie sur 3 gén.ces de la 1re ou de la 2e gén.on, ne cesse pas d'être toute entière sur la surface; on peut donc dire qu'elle engendre la surface – ce qui conduit à énoncer qu'une surf.ce hyperb.ale est susceptible d'un 3e mode de gén.on (par 1 droite mobile sur trois autres droites.) – 6°. Une droite ne peut rencontrer une surf.ce hyperb.ale en plus de 2 points – Supposer qu'elle puisse avoir un 3e point commun avec elle, ce serait lui faire rencontrer 3 génér.ces, et la faire reposer, par conséquent toute entière sur la surface..... Cette propriété est commune aux 3 espèces de surfaces de révolution réglées (coniques, cylind.ques, hyperb.ales) – C'est elle qui leur fait donner la dénomination commune de Surfaces du 2d degré – La surface plane est du 1er degré, parce qu'elle ne peut être rencontrée qu'en un seul point par une droite.....

Représentation des surfaces coniques, cylindriques, hyperboloïdales de révolution, considérées comme étant le lieu géométrique de toutes les positions de la génératrice mobile – Fig: 1. 2. 3. 5. 6. 9 et 10.

Surfaces coniques. – Fig: 1. 2 et 3 – Ces figures s'expliquent d'elles-mêmes...... Dans la distinction des parties vues et des parties cachées, on fera attention que la surface est supposée infiniment mince et non transparente.... – Point particulier de la surface. Le point (m–m') est sur la surface, car il appartient à une droite située sur elle........ – Propriétés. 1°. Toute surface conique de révol.on peut être considérée comme étant engendrée par une droite qui, sans cesser de passer par un point fixe, s'appuirait sur une circonférence de cercle prise comme ligne directrice. C'est sur ce principe qu'ont été construites les surfaces 1. 2 et 3. (Le point fixe (c–c') doit être sur la perpendiculaire au plan du cercle, et élevée par son centre.) 2°. – Une droite ne peut rencontrer une surface conique en plus de deux points..... 3°. – Toute surface conique est développable, parce que l'élément de cette surface est angulaire, ou formé par la rencontre de deux génératrices voisines, et par conséquent plan –

Représentation des surfaces coniques, cylindriques, hyperboloïdales de révolution, à l'aide de leurs contours. –

Fig: 13. – Surface conique – bc'b' contour vertical (on fait abstraction de la proj.on horiz.ale de ce contour) – Ainsi posée, la surface n'a pas de contour horiz.al – Fig: 14 – Autre surface conique. bcb contour horiz.al (on fait abstraction de la proj.on vert.ale) b'c'b' contour vertical – (m–m') Rien de particulier..... Fig: 15 et 16 – Surface cylindrique. – Observations analogues aux précédentes.

Surfaces hyperboloïdales – Fig: 17. b'c'a' Contour vertical (sa proj.on horizontale est bca) – Ce contour est une hyperbole – Le cercle de gorge (cc–c'c') est le contour horizontal – (bgb–b'..) trace horizontale ou base de la surface – (m–m') point particulier............

Fig: 18.. Outre les contours (horiz.al et vert.al), on a tracé le cercle de gorge sur l'une et l'autre proj.on. Cette ligne sans être indispensable, donne beaucoup d'expression à la figure. – (m–m') point particulier.... – On peut se donner à volonté l'une des projections du point que l'on cherche. Seulement il faut faire attention qu'à l'une comme à l'autre il répond deux points.......

Traces des surfaces sur les plans de projection.

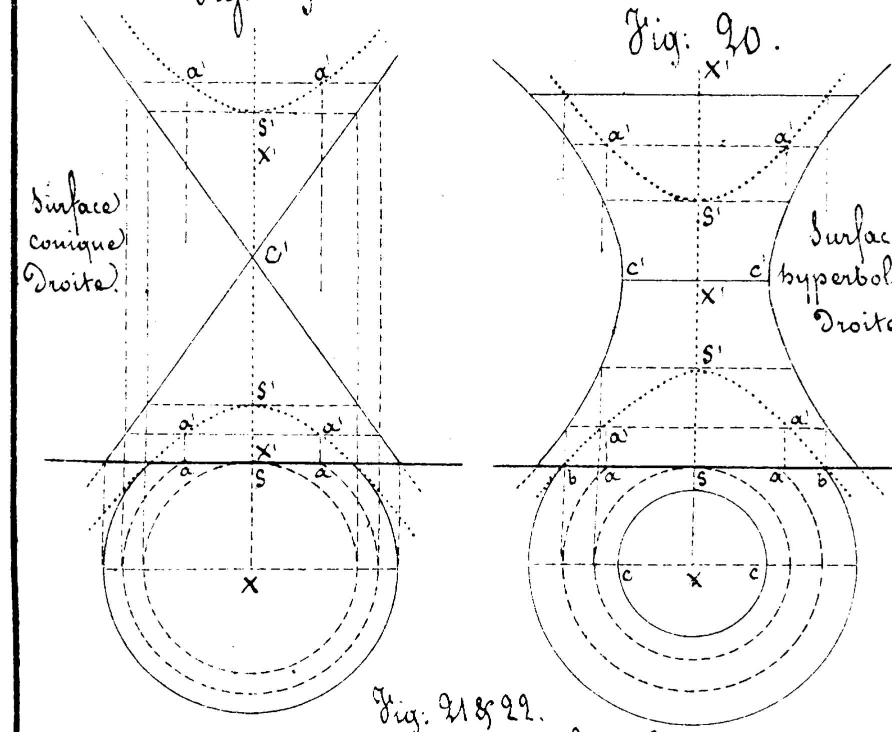
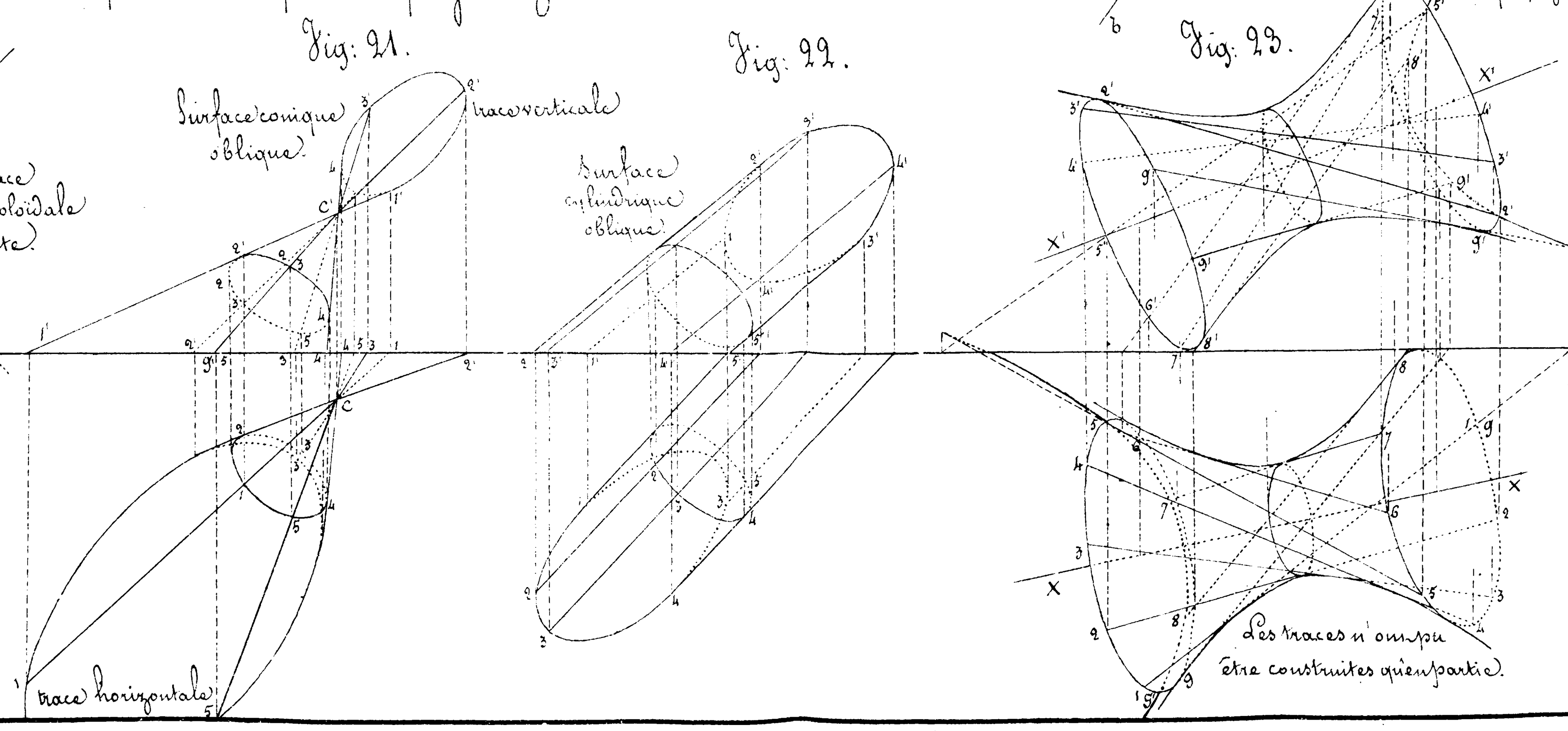
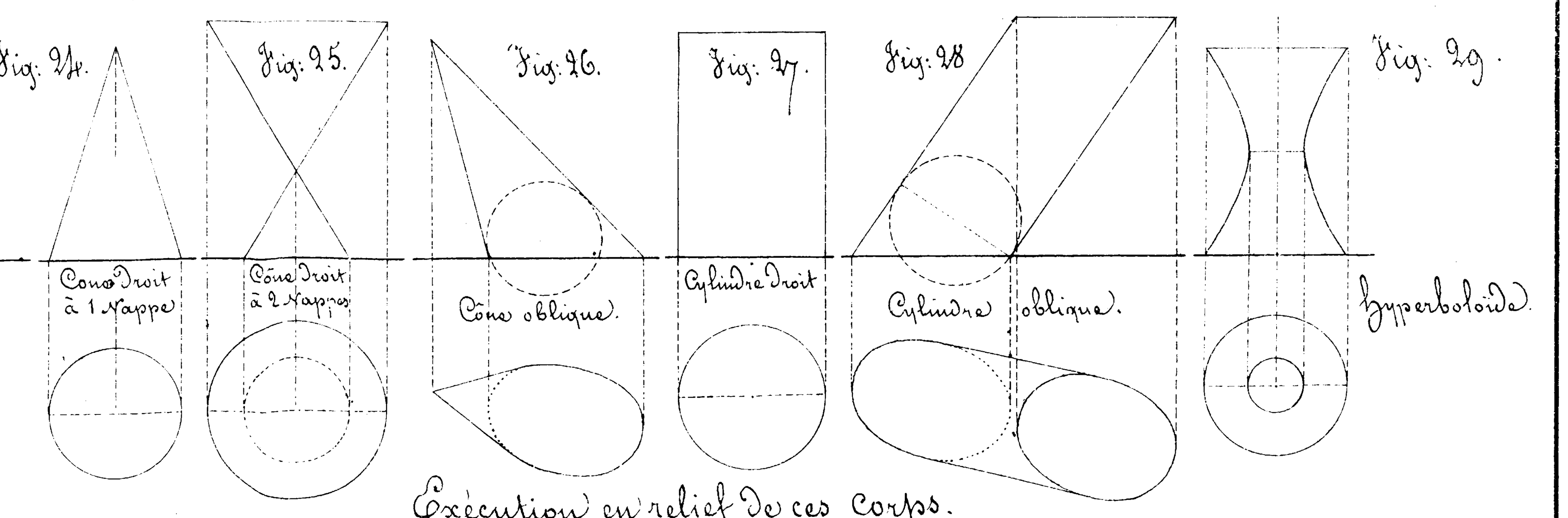


Fig: 21 & 22.

b'a'b' b'b' – Trace sur le plan vertical. – Chacune des nappes, tant de la surface conique que de la surface hyperboloïdale, rencontre le plan vertical. – Ces traces sont des hyperboles........



Corps limités par des surfaces coniques, cylindriques ou hyperboloïdales.

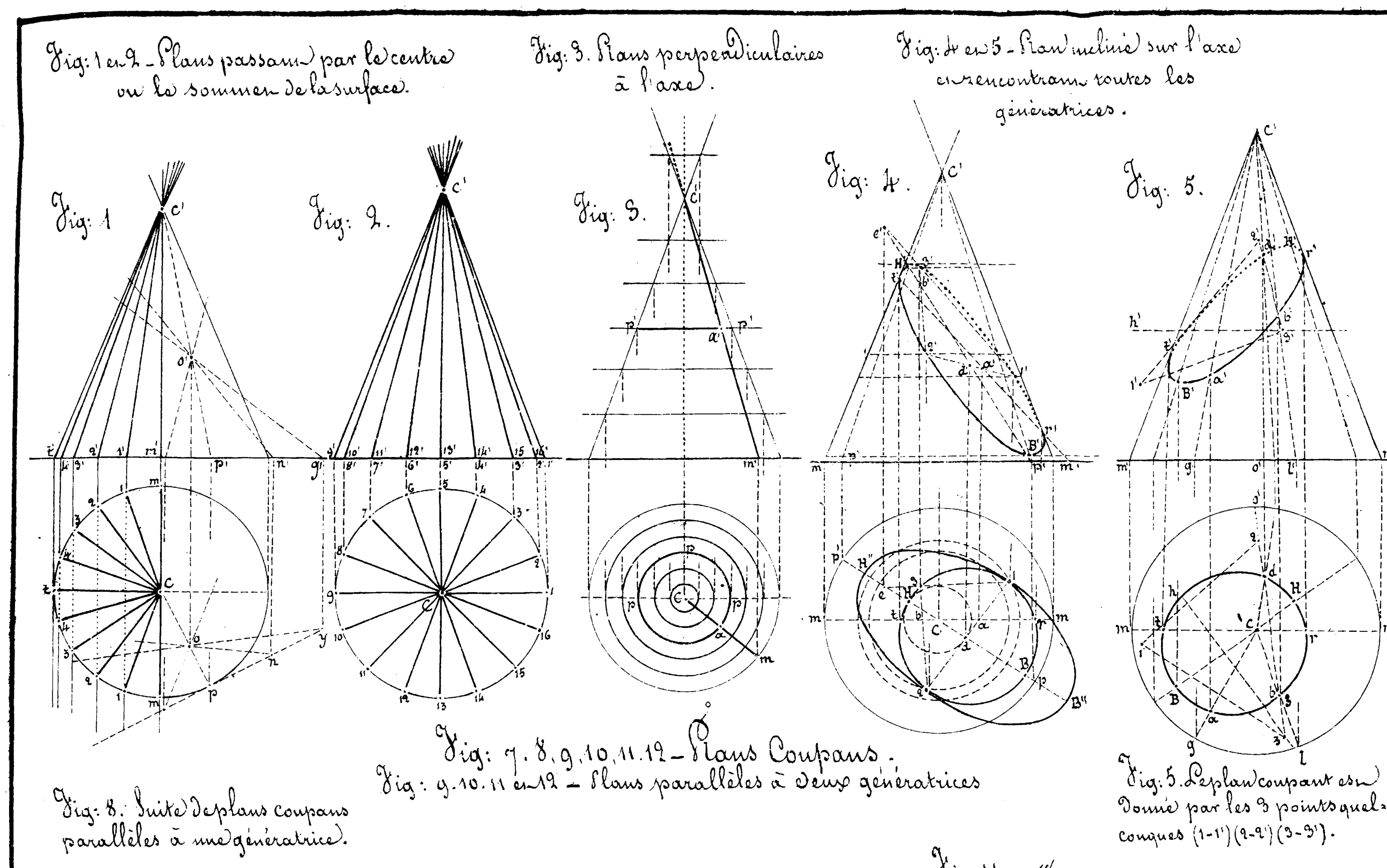


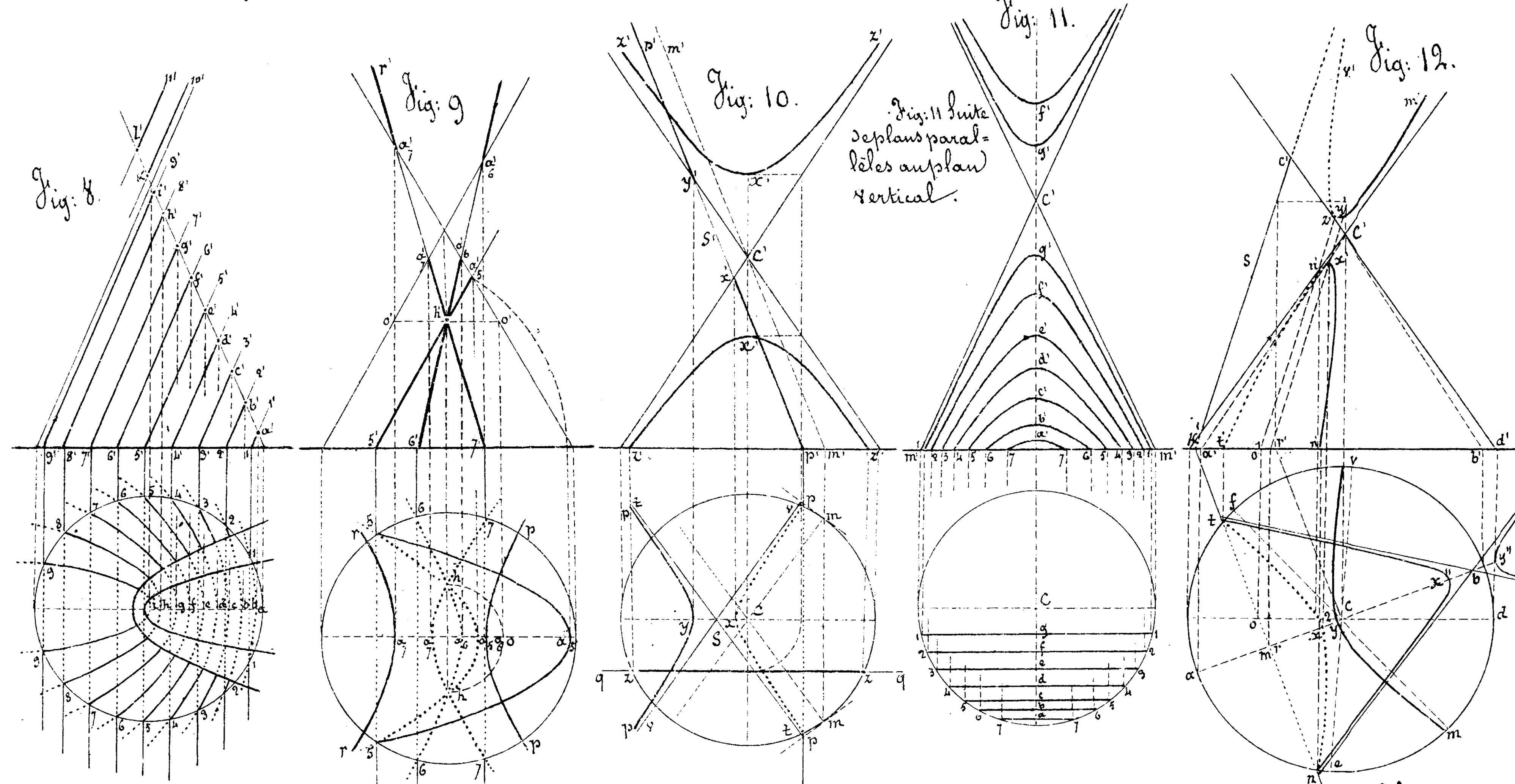
Exécution en relief de ces Corps.

Cône. – Comme surface de révolution, par les tourneurs; comme surface réglée, par les tailleurs de pierre et les ouvriers en bois.
Cylindre et hyperboloïde – Comme pour le cône........

Lith de Nouvian à Metz.

Surfaces courbes - Surfaces de révolution réglées.





Combinaison des surfaces de révolution réglées avec le plan.

Plans coupans — Fig: 1. C'est pour simplifier les constructions que, dans cette figure et dans plusieurs autres qui suivent, on a disposé les plans coupans perpendiculairement aux plans de projection — Les sections correspondantes aux plans 1.1, 2 2, 3.3 ..... perpendic.res au plan vertical, sont les couples de droites c1, c1; c2.c2; c3.c3; ...... qui comprennent une suite d'angles dont les sommets sont au centre de la surface. Leur ensemble peut servir à représenter cette surface — Le plan tt'c qui n'a de commun avec la surface que la génératrice (tc-t'c'), est dit *plan tangent*, et la droite (tc-t'c') est la *génératrice de contact*. La tangente tt' au cercle de base est la trace horizontale de ce plan. Cette trace et la génératrice de contact déterminent le plan tangent — Tout plan tangent est le *lieu géométrique* des tangentes om, op, on, oy .... qu'on peut mener à la surface par un point o de la génératrice de contact ...... Fig: 2. — *Cas particuliers*. — Lorsque les plans coupans passent par l'axe, on les appelle *plans méridiens*, et les sections qui leur correspondent on les appelle *sections méridiennes* — Le plan cmc' de la figure 1 est un plan méridien. — Fig: 3 — Toute section perpendiculaire à l'axe est un *parallèle* .... Par tout point (a-a') d'une surface conique de révolution on peut mener sur cette surface *un parallèle* (pap-p'a'p') et une *méridienne* (cm-c'm') ......

Fig: 4. — Le plan coupant est donné par 3 points (1-1') (2-2') (3-3'), pris sur des circonférences de cercle appartenant à la surface — Ce sont évidemment des points de la courbe d'intersection de la surface et du plan ......

Point le plus haut (H-H') et *point le plus bas* (B-B'): le plan méridien pep, mené perpendicul.t à l'une des horiz.ales du plan coupant, celle du point (2-2'), rencontre la surface conique suivant la génératrice (cp-c'p'), et le plan donné suivant la droite (do-d'o') — Cette droite par sa rencontre avec la génératrice, donne les 2 points en question.

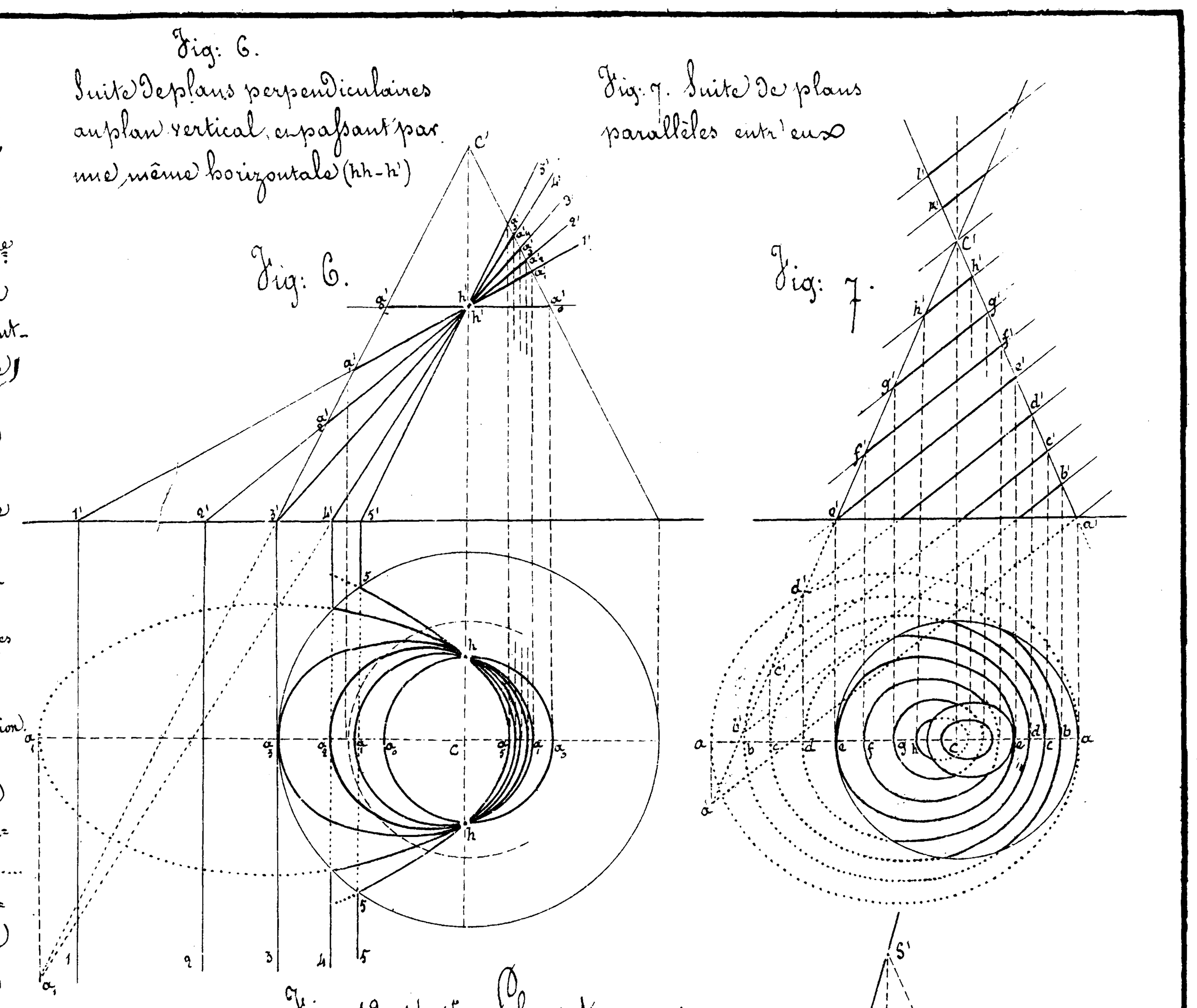
Points situés sur le contour vertical: Le plan méridien mcm, rencontre la surface suivant les deux génératrices (mc-m'c') et le plan donné, suivant la droite (ab-a'b') — Les points de rencontre (r-r'), (t-t') de cette droite prolongée avec les deux génératrices sont les points demandés ..... *Point quelconque de la courbe*: Tout plan méridien ou perpendiculaire à l'axe, conduit à 2 points de la courbe (1, r. B. 2. t. H. 3 — 1' .....) qu'on nomme *Ellipse* .... Nous laissons à trouver *le grand axe* et *le petit axe* de cette ellipse — 1. B". 2. H" — Cette courbe rabattue parallèlement au plan horizont.al autour de l'horiz.ale du plan coupant, menée par le point (2-2') ...... Fig: 5 - Autre exemple du même cas, (H-H'), (B-B') points limites — (t-t') (r-r') points situés sur le contour vert.al — (a-a') (b-b'), (c-c') .... points situés respectiv.t sur les génératrices (cg-c'g'), (cl-c'l'), (co-c'o') ...... Fig: 6 — Les plans ho, h1, h2, h3, h4 ...... (perp.res au plan vert.al) qui rencontrent en général toutes les génératrices donnent une suite d'ellipses appuyées sur une corde commune (hh-h'h') — Le 1er plan donne un cercle (Ellipse dont les 2 axes sont égaux); Le plan h'5, qui est parallèle à la génératrice c'3' donne une parabole (Ellipse dont le grand axe est infini) ..... La figure indique la construction des axes de l'une des ellipses, de celle du plan 33'c' : ....

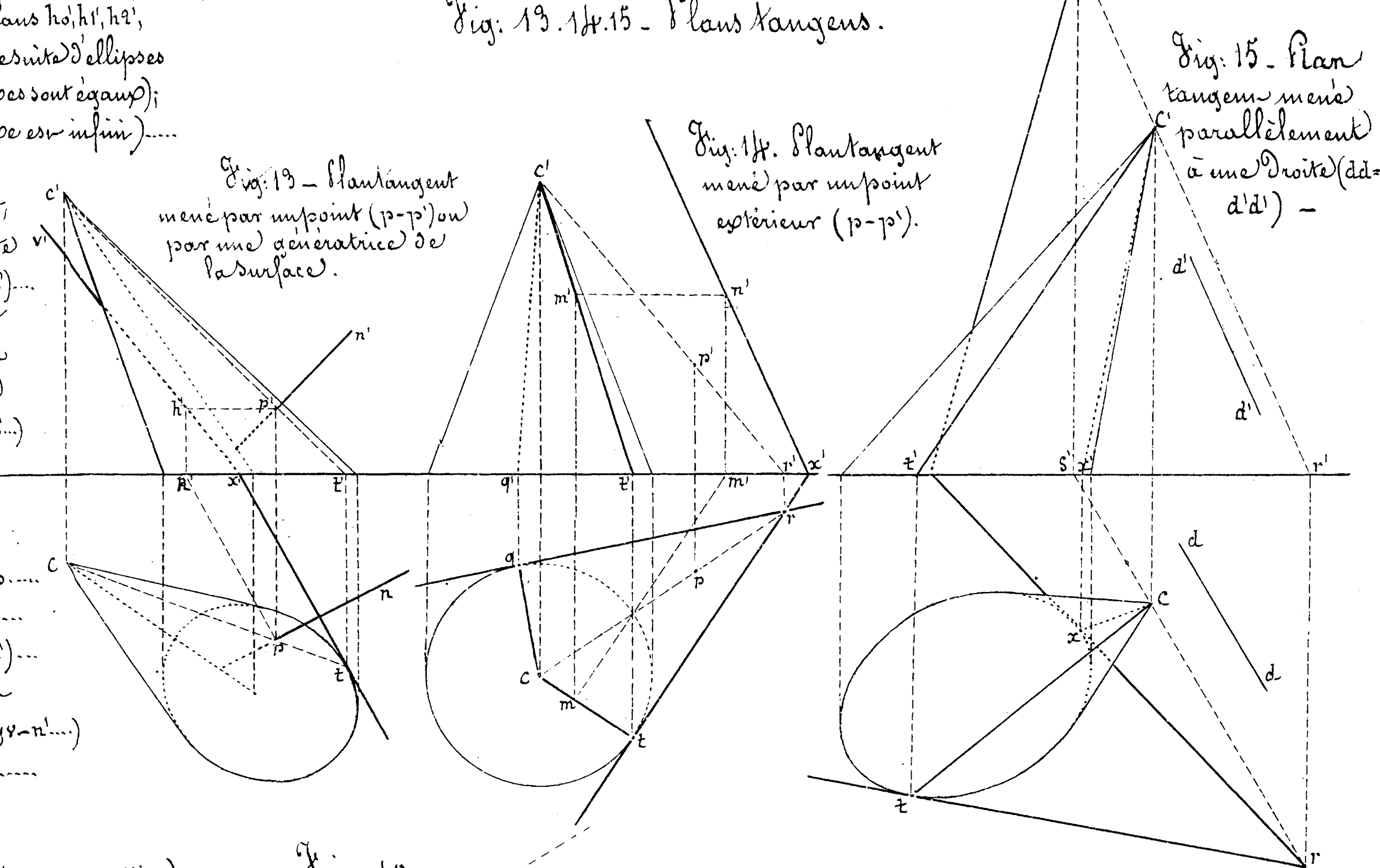
Fig: 7. Les plans aa', bb', cc', dd', ee' ..... (perp.res au plan vertical) donnent une suite *d'ellipses semblables*, c'est à dire d'ellipses dont les axes sont proportionnels ...... Fig: 8 — Les plans coupans donnent une suite de courbes ouvertes 1a1, 2b2, 3c3, ... appelées *Paraboles*, qui ont leurs sommets aux points (a-a'), (b-b') (c-c') .... Fig: 9 — Suite de la fig: 6 qui s'arrête au plan 55'h' parallèle à la génératrice c'3' — La fig: 9 reproduit la parabole $5a_55$ et en donne le rabattement $5a''_55$ ...... — 66'h' plan qui rencontre les 2 nappes — Il est nécessairement paral.le à 2 géner.ces, qu'on obtient fig: 10 en menant par le centre de la surface un plan parallèle au plan coupant — ($6a_66$-6' ...) branche inf.re de la courbe d'intersection (pap-p' ...) branche sup.re de la même courbe qu'on appelle *hyperbole* — Par le plan 77'h' ......

Fig: 10 — pp'p' plan coupant paral.lèle aux 2 géner.ces (cm-c'm'), droites qu'on obtient par le plan auxiliaire mm'm', parallèle au plan coupant — Les branches de l'hyper.le d'intersect.on sont pnp et pyp en proj.on horiz.ale .... (Droites zz et vv, voyez l'article tangentes aux sections coniques ..... On voit aussi fig: 10 l'hyperbole donnée par le plan coupant qq parallèle au plan vertical .....

Fig: 11. Rien de particulier si ce n'est que les plans sont parallèles aux génératrices (cm-c'm') ...

Fig: 12. Le plan coupant nks est parall.le aux géner.ces (ce-c'e') (cf-c'f') ...... — (x-x') point le plus bas; (y-y') point le plus haut — (u-u'), (z-z') points sur le contour vert.al — .... L'hyperbole (nxt, myv-n' ....) a pour sommets les points (x-x'), (y-y') — nx"t, m"y"v, rabattement de cette courbe ......



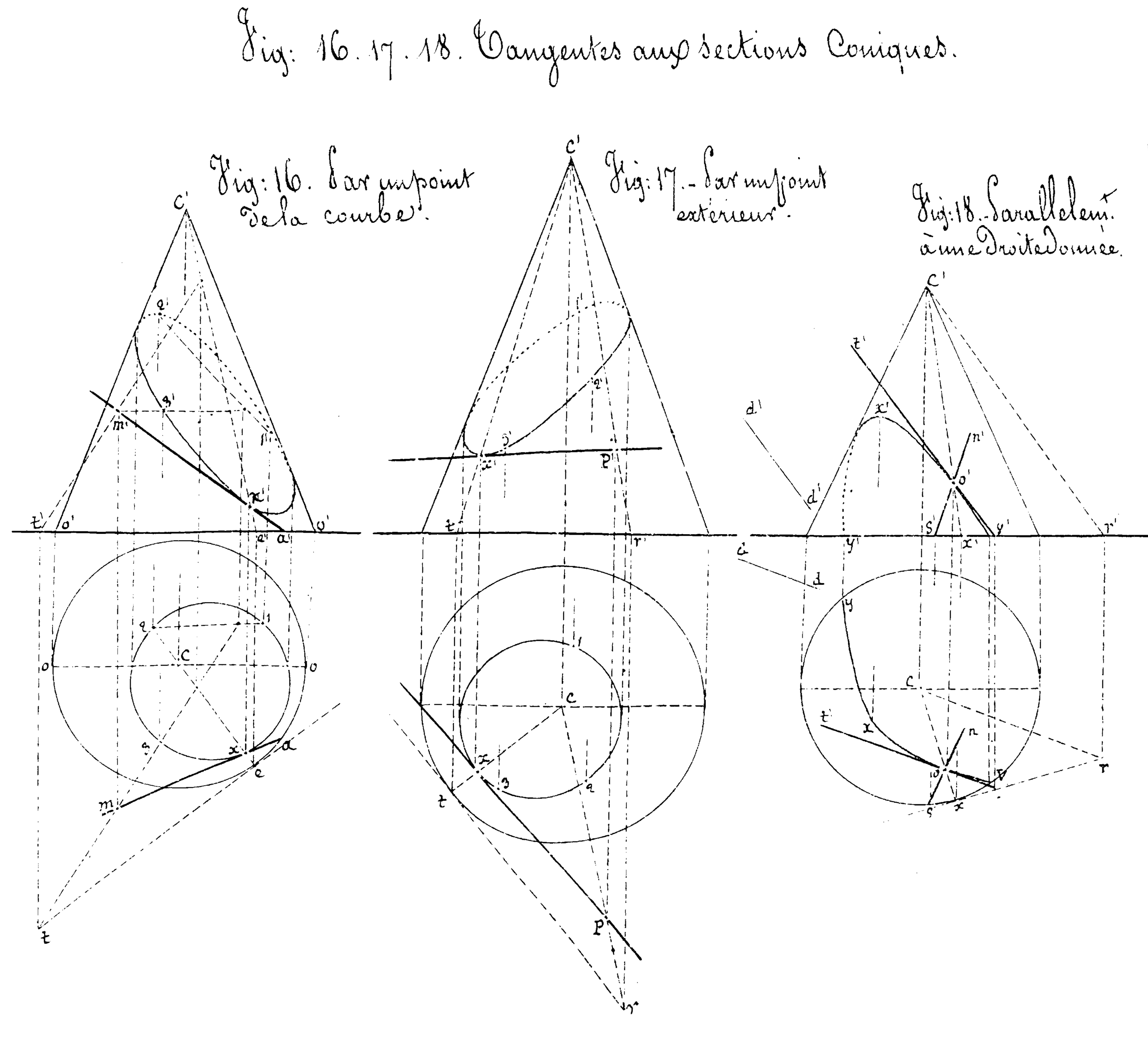


Plans tangens.

Fig: 13 — La génératrice (ct-c't'), qui passe par le point (p-p') de la surface, est *la génératrice de contact*; la tangente tx à la base au point (t-t'), est la *trace horizontale* du plan tangent. — Ce plan est donc déterminé par cette tangente et par la génératrice de contact — (n-n') point de la trace verticale du plan — La droite (pn-p'n'), perpend.re au plan tangent, est une *normale* à la surface au point (p-p') .... Fig: 14 — La droite (cp-c'p') qui joint le point donné au sommet de la surface, appartient au plan tangent cherché; donc son pied (r-r') est un point de la trace horizontale de ce plan; donc la tangente rt à la base est cette trace — (ct-c't') génér.ce de contact .. .... xn trace verticale de ce plan .... De ce qu'on peut mener une 2.de tangente rq à la base, il résulte qu'on peut mener aux plans tangens ...... Fig: 15 — La droite (cr-c'r') menée par le sommet de la surface, parallèlement à la droite donnée (dd-d'd'), appartient au plan tangent; donc son pied horizontal (r-r') appartient à la trace horizontale de ce plan; donc la tangente rx à la base est cette trace — (cx-c'x') génératrice de contact ..... &c. .. Deux solutions: le second plan tangent est donné par la tangente (rt-r't') et par la génératrice (ct-c't') ....

Fig: 16, 17 et 18, *Tangentes aux sections coniques*.

Toute tangente à une section conique se trouve dans un plan tangent à la surface; donc elle est à l'intersection de ce plan et du plan de la courbe. — Ainsi mener une tangente à une section conique consiste à trouver le plan tangent qui comprend cette tangente, et à construire son intersection avec le plan de la courbe — Quand on peut mener plusieurs plans tangens c'est qu'il y a plusieurs tangentes possibles ..... Fig: 16 — La courbe donnée est une ellipse, celle de la fig: 1 — (x-x') point par lequel il faut lui mener une tangente — (ce-c'c') génér.ce de contact du plan tangent au point (x-x'); te trace horiz.ale de ce plan — La droite (md-m'd') intersection du plan tangent (cet-c'e't) avec le plan (1.2.3-1'2'3') de l'ellipse, est la tangente demandée .... (d-d') son pied ...... — Fig: 17 — La courbe donnée est encore une ellipse, celle de la fig: 2 — (p-p') point extérieur mais situé dans le plan de cette courbe — tr trace horiz.ale du plan tangent mené par le point (p-p') — (ct-c't') génér.ce de contact qui rencontre au point (x-x') la courbe donnée — Ce point est le point de contact de la tangente, (-px-p'x') est cette tangente .. — On peut en mener une seconde — Fig: 18 — La courbe donnée est la parabole (vxy-v' ...) — (dd-d'd') droite de parallélisme — rx trace horiz.ale du plan tangent mené parallèl.t à la droite (dd-d'd') — (cx-c'x') génératrice de contact qui rencontre la courbe (vxy-v'x'y') au point (o-o') — Ce point est le point de contact de la tangente cherchée ...... (ot-o't') parallèle à (dd-d'd') est cette tangente ...... la perpend.re (on-o'n') à la tangente est une normale à la parabole ... On peut mener une seconde tangente ...... *Tangente à l'hyperbole* — Par un point quelconque de la courbe, rien de particulier — Fig: 10 — Cas où le point de la courbe est un de ceux qui sont à l'infini: — (cn-c'm') gén.ce paral.le au plan coupant, ou ne le rencontrant qu'à l'infini — Puisque le point de contact donné est sur cette géner.ce la question consiste toujours à mener par elle un plan tangent à la surf.ce, et à construire l'inters.on de ce plan avec celui de l'hyp.le Cette intersection sera la tangente demandée — mz trace horiz.ale du plan tangent auxili.re; z, point commun à ce plan et au plan de l'hyper.le — psz la tang.te demandée; elle est tangente à la fois aux 2 branches — vsv autre tangente ...... — Ces tangentes dont les points de contact sont à l'infini sont des *assymptotes* — L'assymptote d'une hyperb.le est une droite dont les branches de la courbe s'approchent de plus en plus, sans cependant ne les rencontrer qu'à l'infini ..... La parabole n'a pas d'assymptotes ... Pour bien tracer une hyperbole il faut avoir soin de construire ses 2 assymptotes ou les 2 géner.ces de la surf.ce auxquelles elles sont parallèles .. Fig: 12 — nx"t — m"y"v" hyperbole rabattue sur le plan horizontal ..



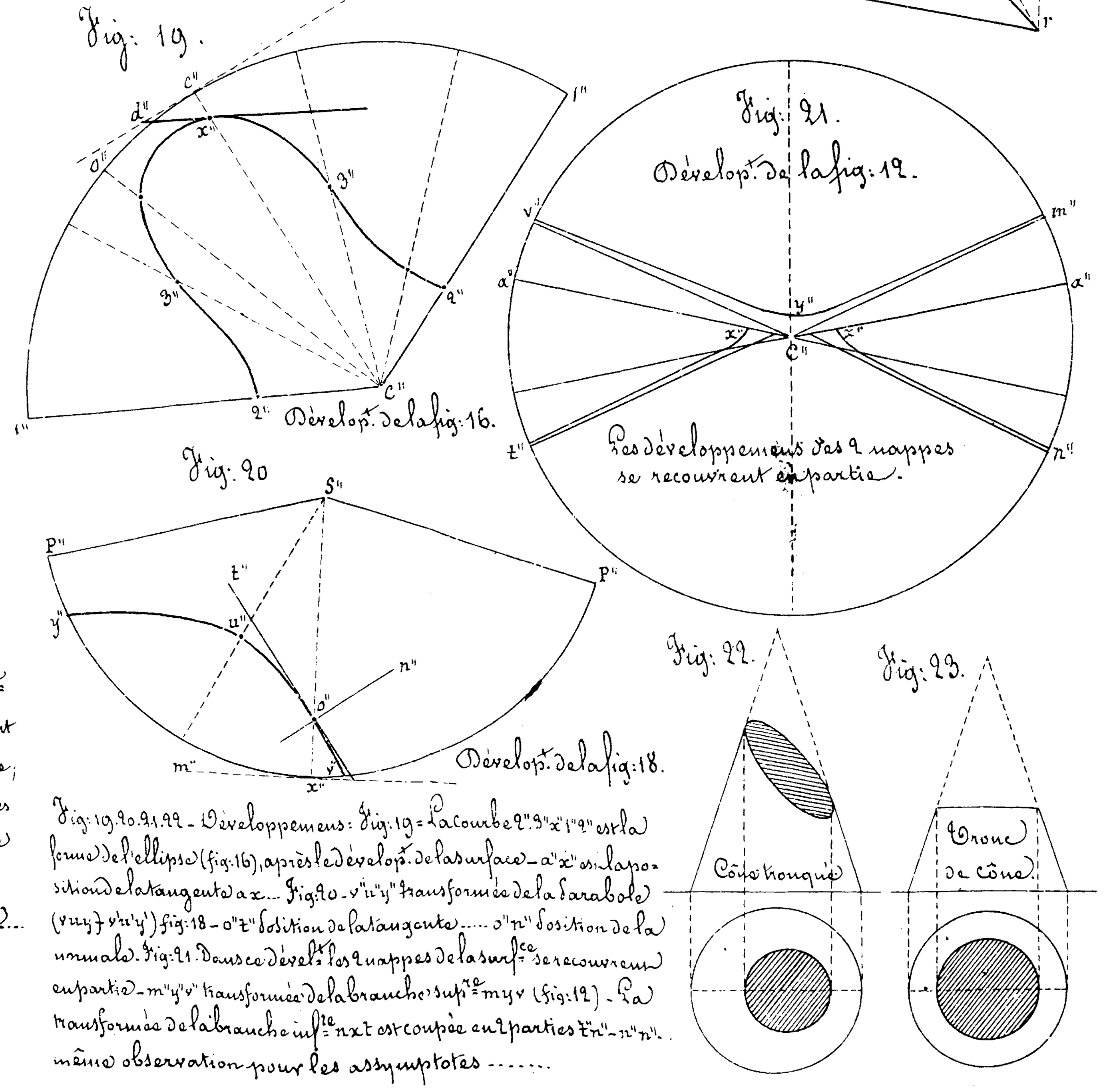


Fig: 19.20.21.22 — Développemens: Fig: 19 = La courbe 2" 3" x" 1" 2" est la forme de l'ellipse (fig: 16), après le dévelop.t de la surface — a"x" est la position de la tangente ax ... Fig: 20 — v"u"y" transformée de la parabole (vuy et v'u'y') fig: 18 — o"t" position de la tangente ..... o"n" position de la normale. Fig: 21. Dans ce dévelop.t les 2 nappes de la surf.ce se recouvrent en partie — m"y"v" transformée de la branche sup.re myv (fig: 12) — La transformée de la branche inf.re nxt est coupée en 2 parties t"n" - n"n". même observation pour les assymptotes ......

Lith. de Nouviau à Metz.

Surfaces courbes – Surfaces de révolution réglées.

Fig: 1. 2 et 3. Sections ou Coupes par un plan.

Fig: 1. Fig: 2. Fig: 3.

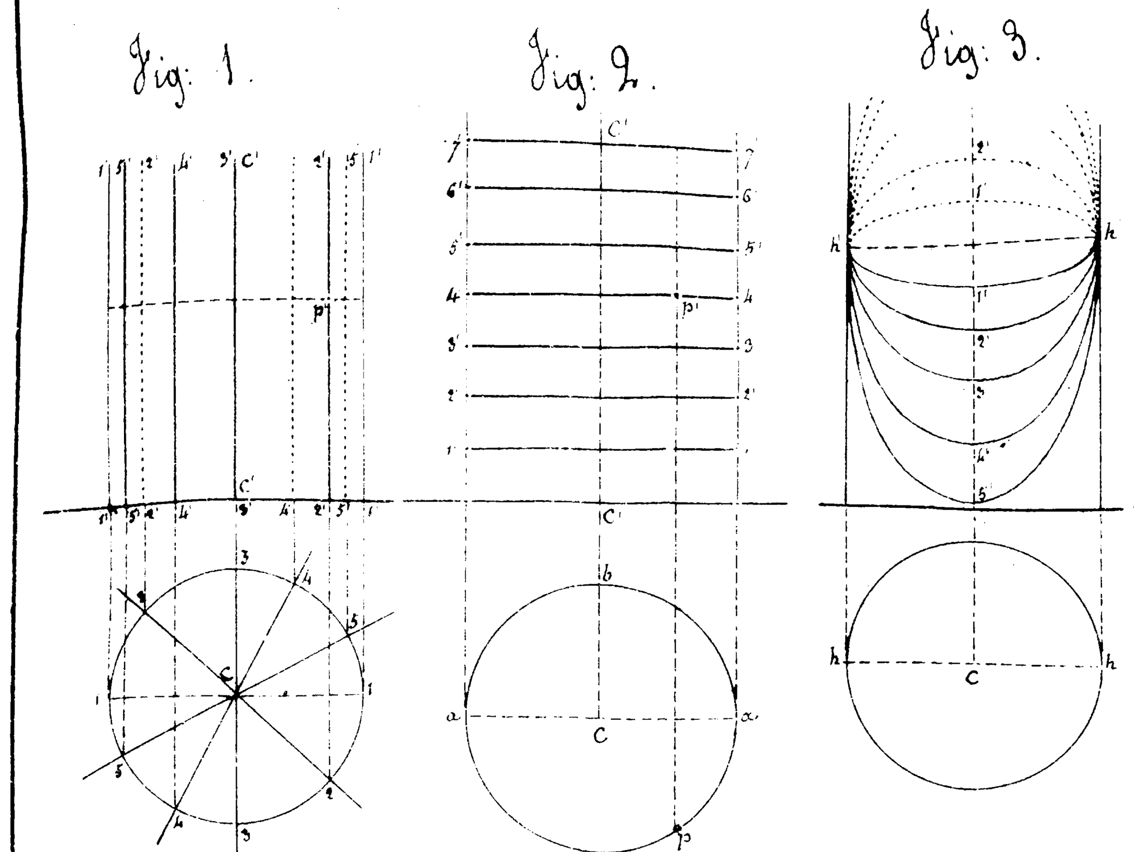


Fig: 1 – Plans coupans passant par l'axe: – Sections méridiennes .... plans parallèles à l'axe (On obtient encore des génératrices ....

Fig: 2 – Plans perpendiculaires à l'axe: Parallèles – Par tout point (p-p') de la surface, on peut faire passer un parallèle et une Section méridienne.

Fig: 3 – Plans coupans passant par l'horizontale (hh-h'h') parallèle au plan vert.al ....

Combinaison des Surfaces de révolution réglées avec le plan.

Surfaces cylindriques.

Fig: 4. 5 et 6 – Plans tangens.

Fig: 4 – Par un point de la surface.

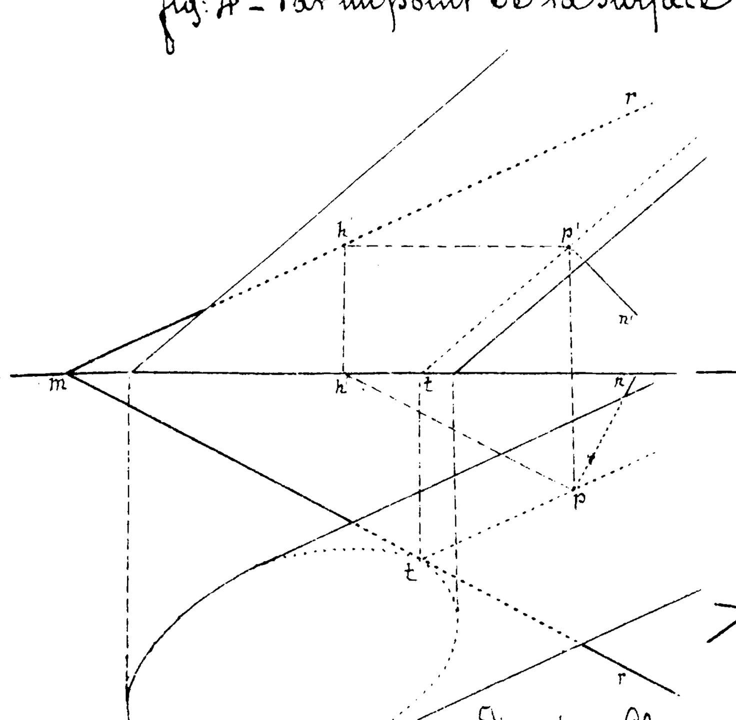


Fig: 5 – Par un point extérieur.

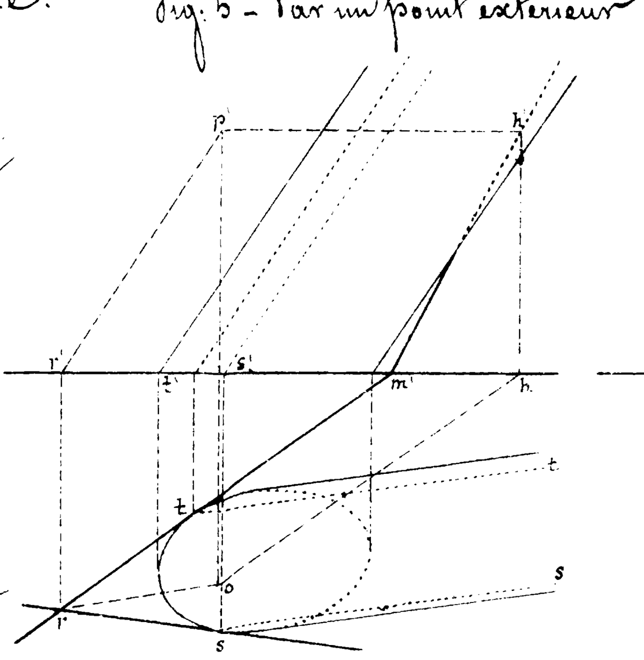


Fig: 6. Parallèlement à une droite.

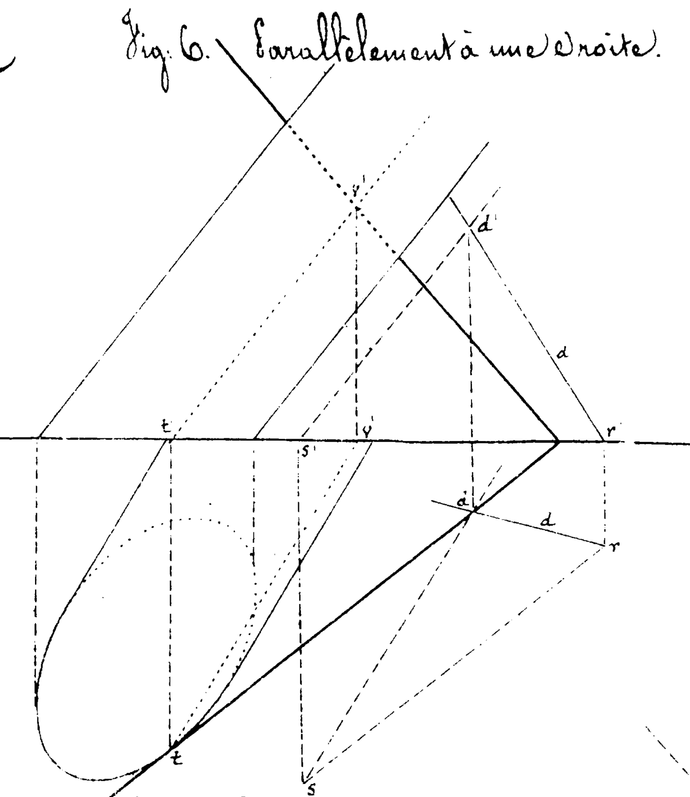
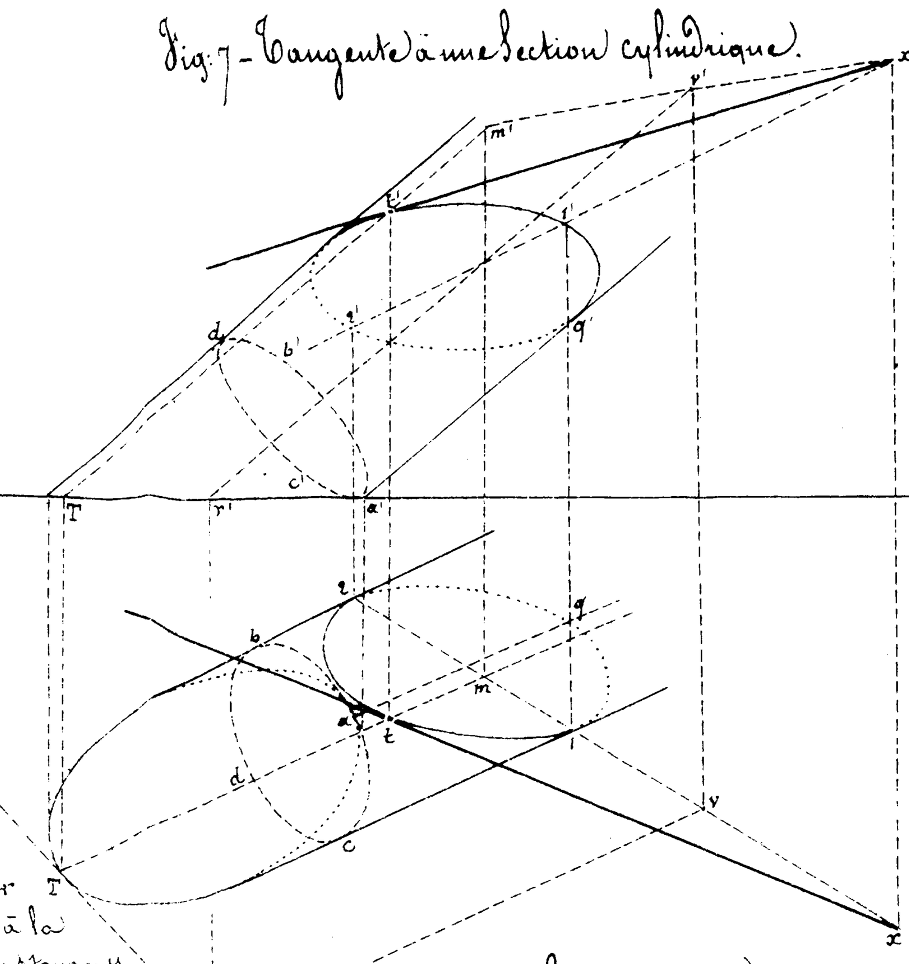


Fig: 7 – Tangente à une Section cylindrique.



(abdc – a'...) Section Droite.

Fig: 8 Développement.

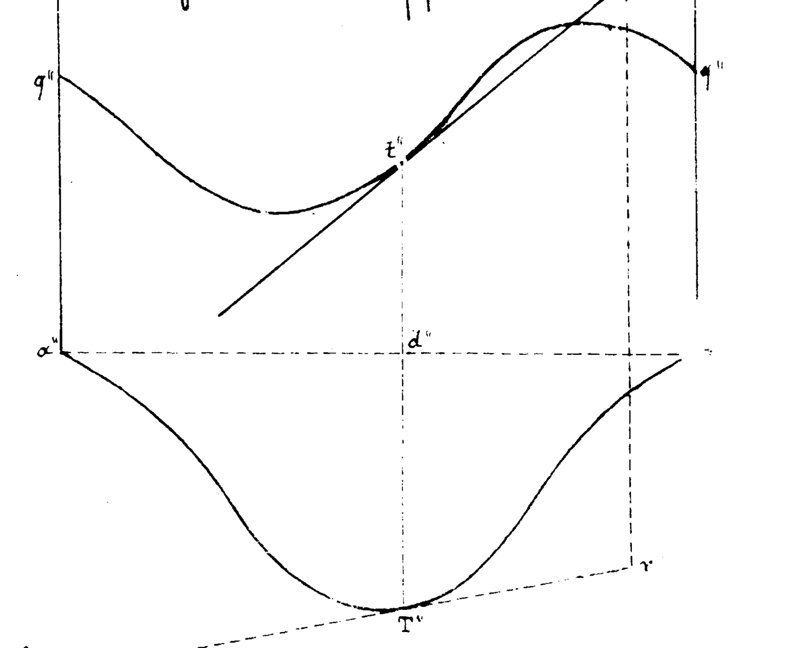


Fig: 4. – Plan tangent par le point (p-p') – Opérations entièrement analogues à celles qu'on a faites pour une surface conique – rmr' le plan tangent – (pn – p'n') Normale.

Fig: 5 – Plan tangent par le point extérieur (p-p') – La droite auxiliaire (pr-p'r') est parallèle à la surf.ce cylind.que .... (Voy. surf. coniq.) .... rmh' – L'un des plans tangents – rs Trace horiz.ale de l'autre plan .... –

Fig: 6 – Plan tangent parallèle à la droite (dd-d'd') – tmr' ce plan (Voy. surf. coniq.)

Fig: 7 – Tangente à l'ellipse t1q2 au point (Voy. surf. coniq.) – (x-x') Point pris sur le plan de la courb (tx-t'x') La tangente .....

Fig: 7 et 8 = a''d''a'' Développement du cercle (abcd – Le développement de la surface est fait sur le plan tang. mené suivant la génératrice (Tt-T't') et la surface est ouv. suivant l'arête (aq-a'q') ......

Surfaces hyperboloïdales.

Fig: 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15 et 16 – Plans Coupans.

Fig: 9. Plans méridiens. Fig: 10. Plan parall.le au plan vert.al Fig: 11. Plan rencontrant toutes les Génératrices. (Ellipse) Fig: 12. Exercices graphiques Fig: 13. Fig: 14. Fig: 15 Exercice graphique.

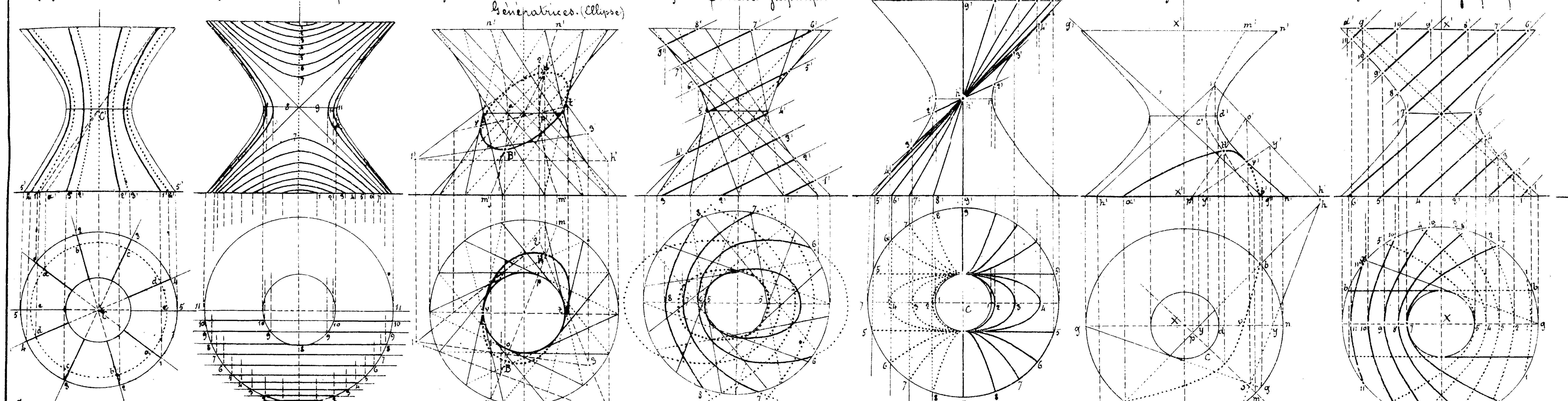


Fig: 16 Plan coupant parallèle à 2 génér.ces – (hyperbole).

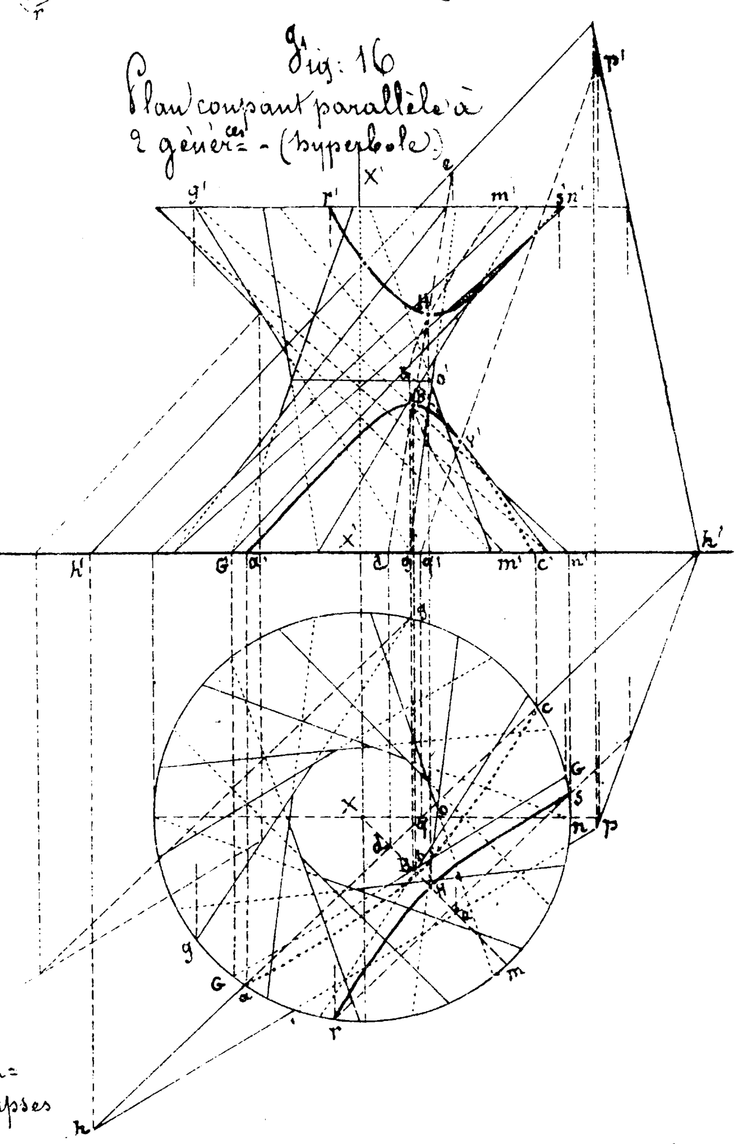


Fig: 9: (c-c') Centre de la surface – C'est aussi celui d'une surface conique dont toutes les génératrices sont parallèles à celles de la surface, et dont la base est la circonf.ce de cercle (abcde) – Cône assymptotique: – Ses génératrices sont c'a', c'd' .... (Voy. tangentes aux Sections hyperboloïdales.)

Fig: 10 – Suite de plans parallèles à l'axe (Par conséquent à 2 génératrices): on a une suite d'hyperboles ...... &c..

Fig: 11. – Le résultat est une ellipse – Le plan donné est (1.2.3 – 1'2'3') – (1h – 1'h') horiz.ale du plan – m m plan méridien perpendiculaire à cette horiz.ale qui coupe la surface suivant la courbe méridienne (mopn – m'...), et le plan (123-1'...) suivant la droite (BH – B'H') – D'où l'on déduit le point le plus haut (H-H'), et le point le plus bas (B-B') – (v-v') (t-t') Points sur le contour vertical ..... &c. Points sur le contour horizontal ......

Fig: 12 – Suite de plans parallèles entr'eux et rencontrant toutes les génératrices – On a une suite d'ellipses semblables ....

Fig: 13 – Suite de plans passant par une même droite (hh-h'h') perpendiculaire au plan vertical – (h'1 donne un cercle (Ellipse à axes égaux) – h'2. h'3, h'4 donnent des ellipses de plus en plus allongées – h'5 donne 2 droites parallèles ... &c. h'5, h'6, h'7 ... donnent des hyperboles ..... &c.

Fig: 16 – Le plan coupant (hh-h'h'), est parallèle aux deux génératrices (gg-g'g') (GG-G'G'). Construction. – : m x plan méridien perpendiculaire à l'horizontale hh – Il coupe la surface suivant la courbe méridienne (mb-...b'm') et le plan donné suivant la droite (de-d'e') ...... (H-H') Point le plus haut: (B-B') Point le plus bas. – n x plan méridien principal qui coupe la surface suivant la courbe (no-n'o') et le plan donné suivant la droite (pq-p'q') – (v-v') Point situé sur le contour vertical ...... Résultat: l'hyperbole (aBc – rHs) (a'B'c' – r'H's') –

La fig: 10 offre l'exemple d'une suite de plans coupans parallèles à deux génératrices: Observation: Les fig. 9. 10. 12. 13. 15 sont autant de modes de représentation différ.

Fig: 14 – Le plan donné (h1h – h'..) est parallèle à (gg-g'g') – Le plan méridien x m, perp.re à l'horiz.ale hh donne le point le plus haut (H-H') – Le plan méridien x n donne le point (v-v') situé sur le contour vertical ......

Fig: 15 – Suite de plans parallèles à une génératrice: on a deux suites de paraboles séparées par les Droites (GG – 6'6') ....

Fig: 17. 18 et 19 – Plans tangens. – Tout plan passant par une génératrice de la 1re génération, contient une gén.ce de la 2de – Le point de rencontre de ces 2 génératrices est le seul point qui soit commun au plan et à la surface. Le plan des deux génératrices est appelé Plan tangent, bien qu'il soit en même tems sécant, par suite de la nature de la surface; leur point de rencontre est le point de contact de ce plan ..... – Ainsi trouver le point de contact d'un plan passant par une génératrice d'une génération, consiste à trouver la génératrice de l'autre génér.on qu'il doit contenir ..

Fig: 17 – Plan tangent par un point extérieur: – (p-p') le point exter.r – Construisez la trace horiz.ale du plan qui passerait par ce point et par une génér.ce prise à volonté, par exemple la génér.ce (gg-g'g') – rgn est cette trace qui rencontre la base de la surface en un 2d point x – x pied de la génér.ce de la 2de génération contenue dans ce plan; xd projection horiz.ale de cette génér.on; c. proj.on horiz.ale de son point de rencontre avec la génér.ce gg (sa proj.on vert.le c' manque faute de place) – Le point (c-c') est le point de contact du plan tangent cherché ..... – Le point (b-b') est le point de contact du plan qui passerait par la génér.ce (GG-G'G') et le point (p-p') ...... et ainsi de suite – L'hyperbole (hmo, Knl – h'....) est le lieu des points de contact de tous les plans qu'on peut mener par le point (p-p') et des génér.ces de la surface ..... L'ensemble de ces plans forme une surface conique tangente à la surf.ce hyperb.le ..... – L'hyperbole (hmo – Knl – h'....) est la courbe de contact ....

Fig: 18 – Plan tangent parallèle à une droite (dd-d'd') – Par une génératrice quelconque (gg-g'g') par exemple, menez un plan parallèle à la droite (dd-d'd'); rgt est sa trace horiz.ale et le point (x-x') est son point de contact – Par une autre génératrice (GG-G'G'), menez un plan parallèle à la droite (dd-d'd') .... (y-y') son point de contact ...... &c. – La courbe (axob. deyf – a'.....) est le lieu des points de contact (x-x'), (y-y') .... de tous les plans tangens qu'on peut mener parallèlement à la droite donnée – Leur ensemble forme une Surface cylindrique tangente à la surface hyperboloïdale – L'hyperbole (aob. def – a'o'b'...) est la courbe de contact de ces deux surfaces ....

Fig: 19 – Plan tangent mené par une droite (pq-p'q') – (abc. qgr – a'...) Courbe de contact de la surface conique tangente menée par le point (p-p'); (defmhd – d....) courbe de contact de la surf.ce conique tangente menée par le point (q-q'), ces deux hyperboles se rencontrent en deux points (x-x'), (y-y') qui sont les points de contact des 2 plans tangens qu'on peut mener par la droite donnée. –

Fig: 20 et 21 – Tangentes aux Sections hyperboloïdales.

Fig: 20 – Tangente à l'Ellipse (abtc – a'...) (celle de la fig: 11), par un point (t-t') de cette courbe: – Les génératrices qui passent par le point (t-t') sont (tg-t'g'), (tG-t'G'), et Gg est la trace horizontale du plan qu'elles déterminent – La droite (mt-m't') qui est la tangente demandée, est l'intersection de ce dernier plan avec celui de l'ellipse (abc – a'..) ......

Fig: 21 – Tangente à la Parabole (hth – h'..) (celle de la fig: 14) par un point (x-x') donné sur le plan de cette courbe – Construisez la courbe de contact (mop. qrs – m'....) d'une surface conique tangente, menée par le point (x-x') .... Le point de rencontre (t-t') de cette courbe avec la parabole donnée, est le point de contact de la tangente cherchée; Donc la droite (xt – x't') est cette tangente.

Cas particulier de l'hyperbole: – 1°. Tangente menée par un point de la courbe. Menez les deux génératrices de la surface qui passent par ce point, et construisez l'intersection du plan qu'elles déterminent avec le plan de la courbe .... (comme fig: 20) – Si le point de contact donné est à l'infini, la tangente est une assymptote. Ce cas n'offre pas plus de difficulté que le précédent: par le point donné passent toujours deux génér.ces menées parall.nt au plan coupant, l'une de la 1re génér.on et l'autre de la 2de. – Ces deux génér.ces déterminent un plan qui coupe celui de la courbe suivant une assymptote .... – La 2de assymptote se trouve comme la 1re .....

Cône assymptotique. – Qu'on imagine une suite de Sections méridiennes sur une surf.ce hyperb.ale et toutes les assymptotes de ces courbes; L'ensemble de ces assymptotes forme une surface conique qui ne touche la surf.ce hyperb.ale qu'à l'infini: c'est le Cône assymptotique ......

2°. Tangente menée par un point extérieur. (Comme fig: 21.)

Fig: 17, 18, 19 – Plans tangent.

Fig: 17 1°. Par un point de la surface. 2°. Par un point extérieur.

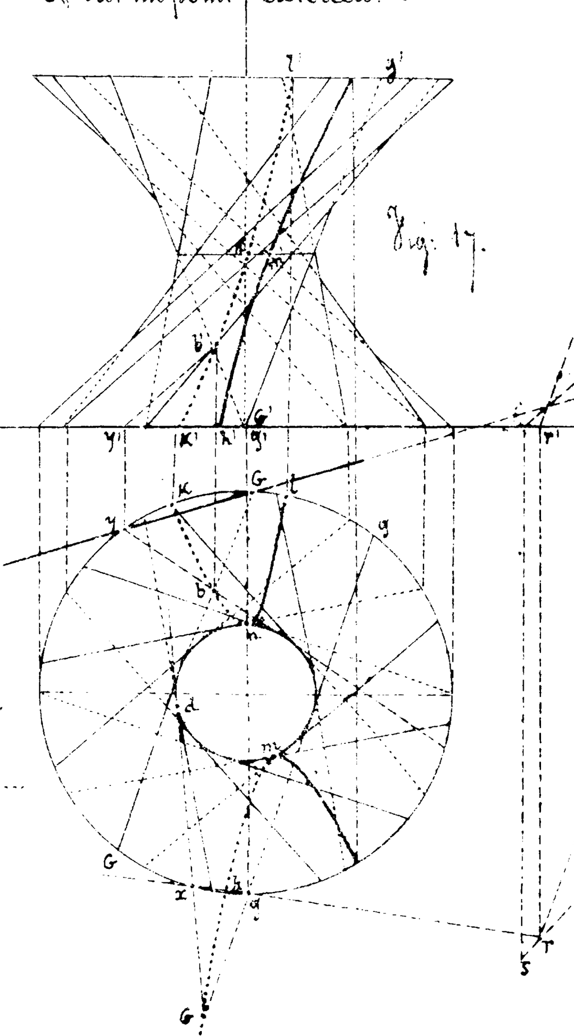


Fig: 18 – Parallèlement à une droite.

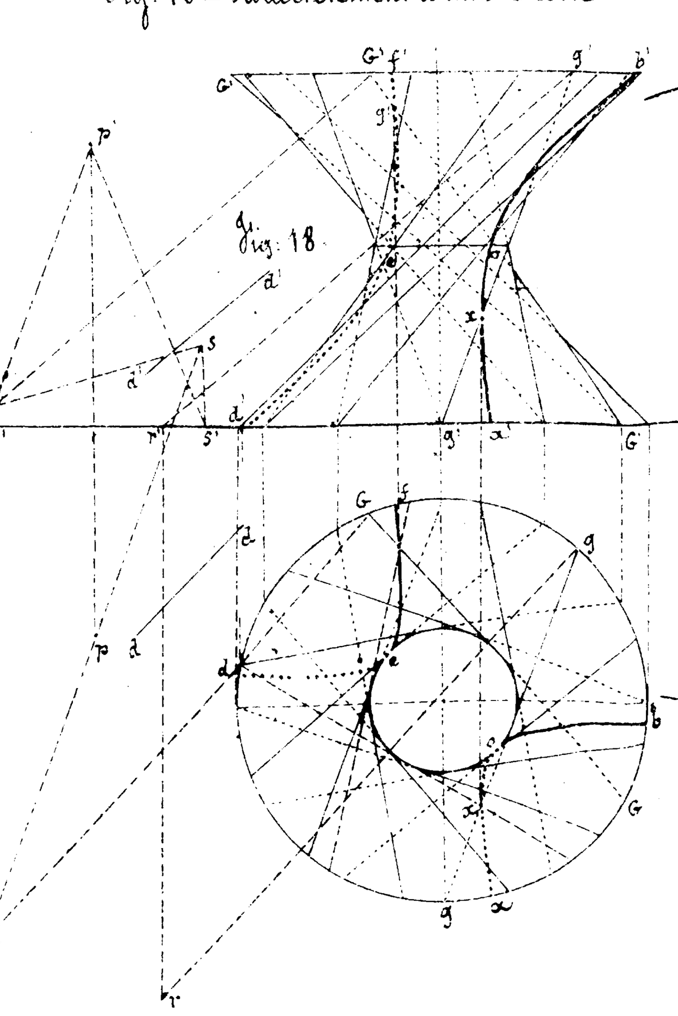


Fig: 19. Par une droite.

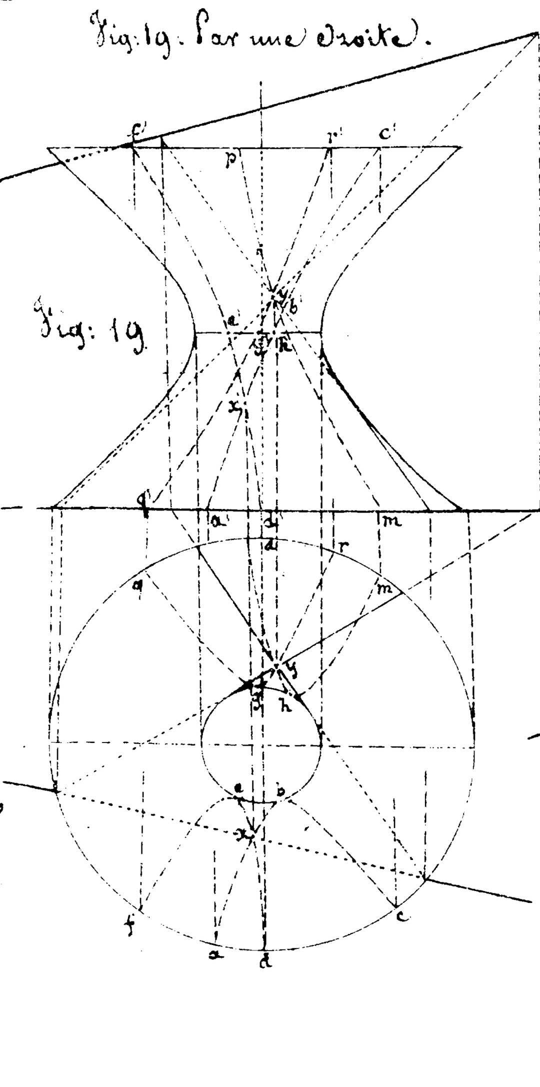


Fig: 20 et 21 – Tangentes aux Sections hyperboloïdales.

Fig: 20 – Par un point de la courbe (Ellipse.)

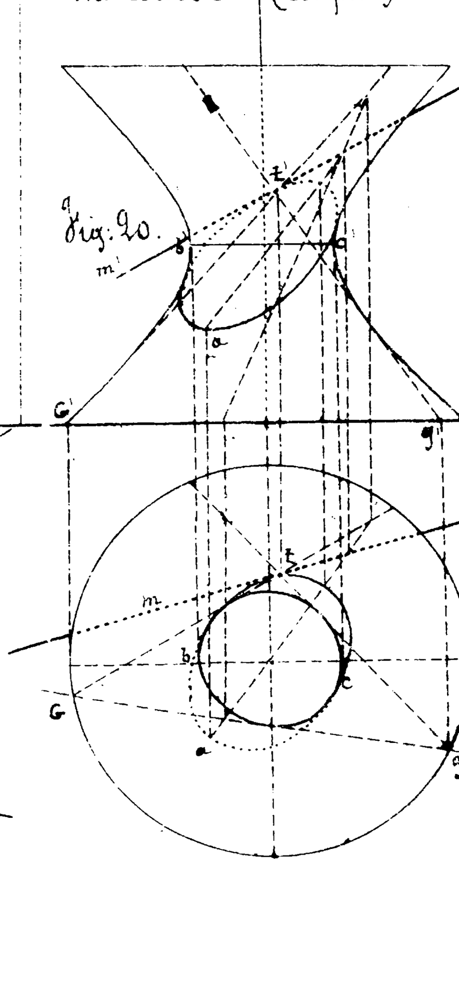
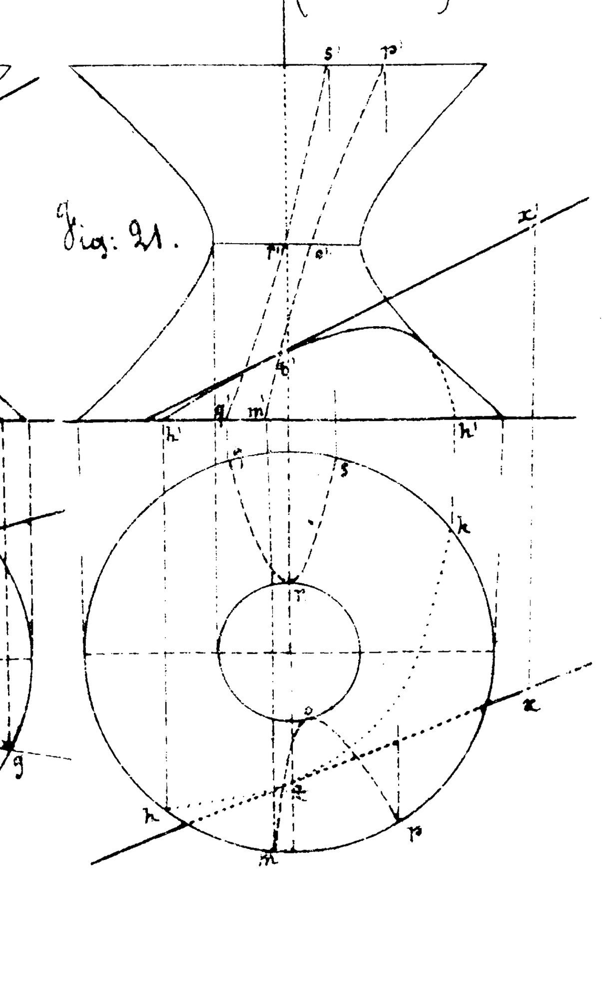


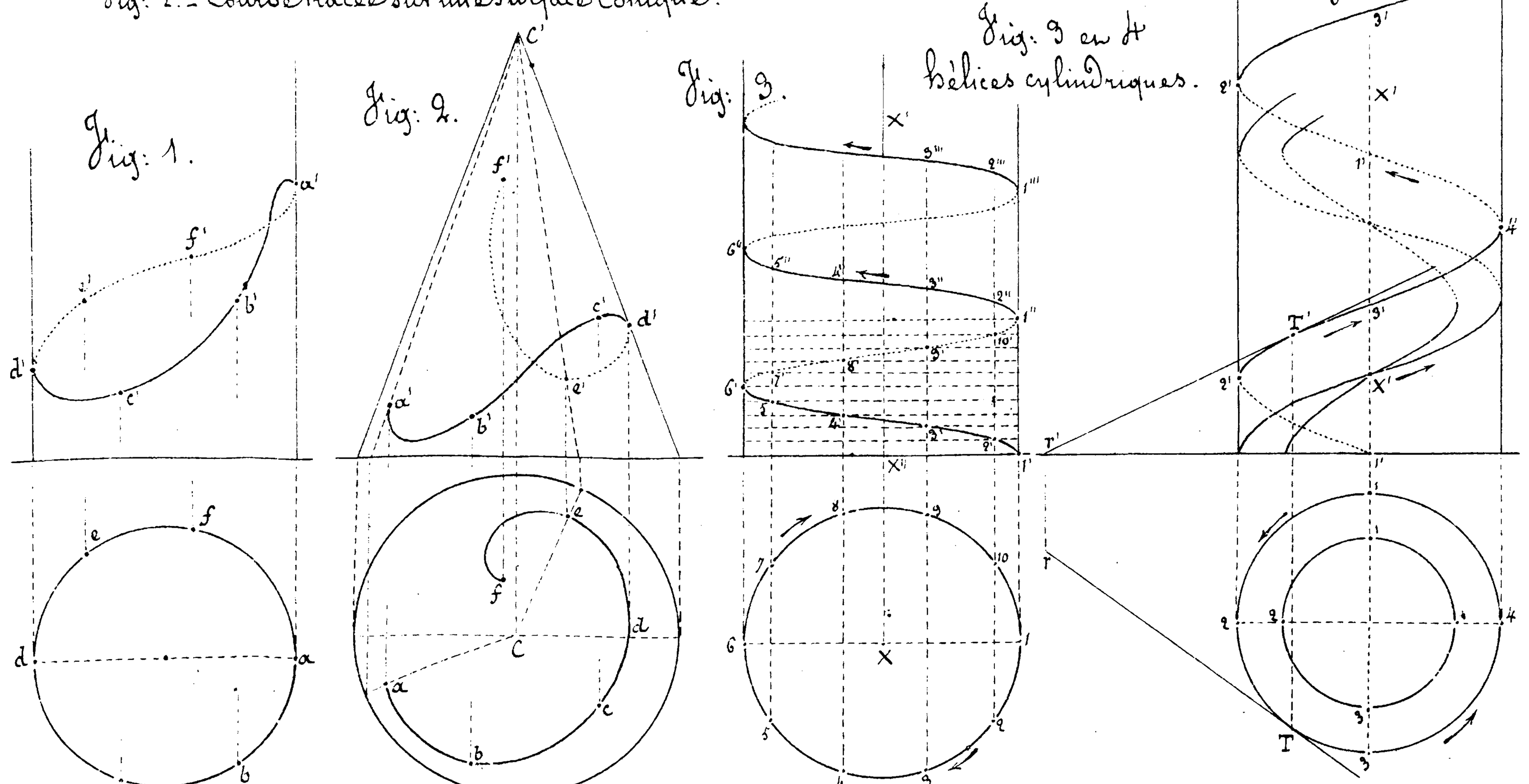
Fig: 21 – Par un point extérieur. (Parabole.)



Lith. de Nouvian à Metz.

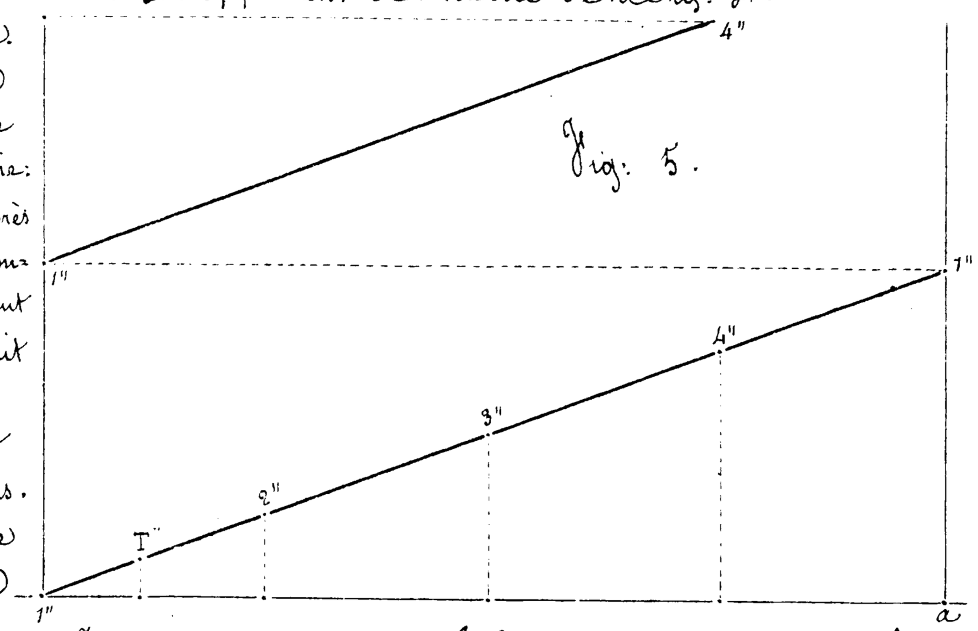
Surfaces courbes - Surfaces de révolution non réglées.

Fig: 1.2.3.4 et 6 - Projections de diverses courbes non planes.
Fig: 1 Courbe tracée sur une surface cylindrique.
Fig: 2. - Courbe tracée sur une surface conique.



L'hélice de la fig: 1 tourne et monte de droite à gauche - L'hélice de la fig: 2, tourne et monte de gauche à droite - Ce sont 2 hélices contraires.... Deux hélices parallèles .... Voy. Fig: 1. Deux hélices concentriques..... Voy: Fig: 1...

Fig: 1.2.3.4 et 6 - Méthode pour se donner des génératrices courbes non planes. - Cette méthode consiste à supposer que les courbes à construire sont tracées sur une surface cylindrique, ou sur une surface conique (Droite ou oblique) qu'on sait représenter, et à en déduire les projections.
Fig: 1 et 2. Courbes quelconques - La 1re est une courbe fermée et tracée sur une surface cylindrique droite...... On est parti de la projection horizontale, pour en déduire la projection verticale a'b'c'd'e'f'...... - La 2de est une courbe ouverte, et tracée sur une surface conique droite. On s'est donné la projection horizontale, et l'on en a déduit la projection verticale a'b'c'd'e'f, en assujétissant les points a'b'c'.... &c. à se trouver à la fois sur des génératrices de la surface et sur les perpendiculaires aa'. bb'. cc'...... - Cette courbe (abcdef - a'b'...) (fig: 2) qui participe à la fois de la courbure de la surface conique droite sur laquelle elle est tracée et de la courbure de la surface cylindrique verticale dont la projection abcdef serait la base, est dite Courbe à double courbure......
Fig: 3 et 4 - Hélices cylindriques ou courbes rampantes - Un point qui tourne sur une surface cylindrique, en s'élevant toujours, trace une hélice - La courbe (1.2.3....- 1'2'3'4'5'6'7'8'9'10' - 1''2''3''....) est une hélice - Lorsque le point mobile a fait une révolution sur la surface, il a tracé une Spire: 1'2'3'4'5'6'7'8'9'10'-1'' est une spire; 1''2''3''.....1''' en est une autre - 1'''2'''3'''.... 3e spire commencée - (1-1') est le point de départ ou l'origine de la 1re spire; (1-1'') est l'origine de la 2de, (1-1''') de la 3e.... - Le nombre de spires d'une hélice est illimité - La hauteur 1-1' à laquelle le point mobile s'est élevé après une révolution est le pas de l'hélice. - Le rayon (x1 - x'1') de la surface cylindrique est le rayon de l'hélice. - L'hélice est régulière lorsque le point mobile, en tournant d'une certaine partie aliquote de la circonférence de la base de la surface, s'élève de la même partie aliquote du pas. L'hélice de la fig: 1 est régulière: Les positions successives (2-2')(3-3')(4-4')..... sont telles que le point, après $\frac{1}{10}, \frac{2}{10}, \frac{3}{10}$..... d'une révolution, s'est élevé de $\frac{1}{10}, \frac{2}{10}, \frac{3}{10}$..... du pas .. On conçoit que le point (1-1') puisse être assujetti dans son double mouvement de rotation et de translation, à une autre loi que celle qui conduit à l'hélice régulière......
L'inclinaison d'une hélice sur le plan de la base, dépend du rapport de la longueur du pas à celle de la circonférence de la base - Tous les élémens d'une hélice ont même inclinaison. - L'hélice (1.2.3.4 - 1'....) de la fig: 2 est évidemment plus inclinée que l'hélice de la fig: 1. -
Fig: 4 - Le point mobile tourne sur la surface conique, et s'élevant en de plus, en se rapprochant de l'axe - Après une révolution entière, il s'est élevé à une certaine hauteur, et s'est rapproché de l'axe jusqu'à une certaine distance; après une demi-révolution, il s'est élevé de moitié et s'est rapproché de l'axe de moitié; après un quart de révolution ...... Telle est la loi d'après laquelle on a tracé les projections de l'hélice conique de la fig: 4 - Cette courbe peut s'étendre sur les deux nappes de la surface - La projection horizontale de cette hélice est une spirale.....



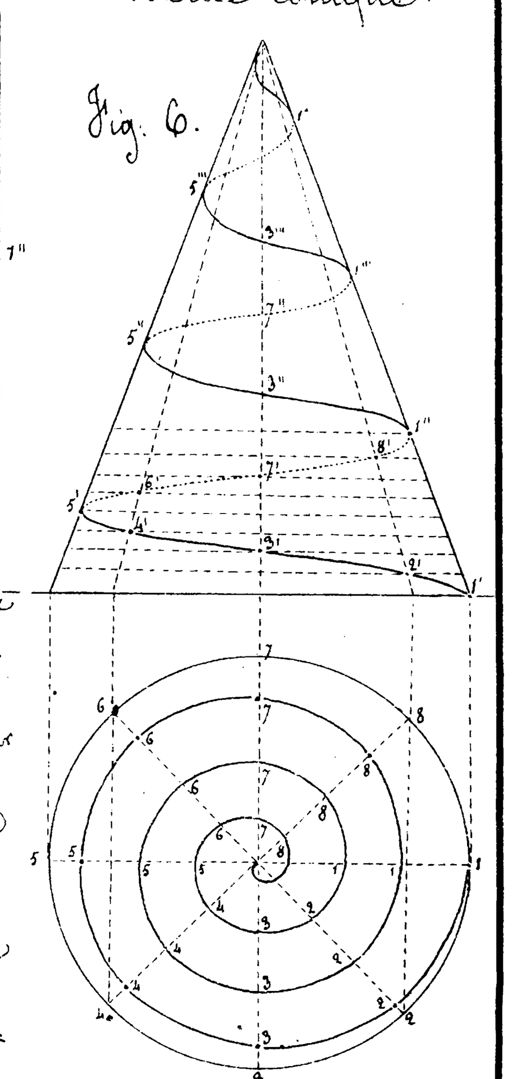


Fig: 2. - Tangente à une hélice par un point de cette courbe. - La tangente n'étant que l'élément de la courbe prolongé dans le plan tangent à la surface au point donné, on voit qu'il suffit de mener par ce point, et dans le plan tangent une droite inclinée comme l'est un élément quelconque, c'est à dire dans le rapport de la circonférence de la base à la longueur du pas..... - Ainsi (1-1') étant l'origine et Tr étant la trace horizontale du plan tangent à la surface au point (T-T') de l'hélice; la ligne Tr doit être égale à la longueur de l'arc circulaire 1.2.T -. Le point r est alors le pied horizontal de la tangente..... - Fig: 3. - Développement de la surface cylindrique - Évidemment La transformée de l'hélice est une droite inclinée comme l'un quelconque des élémens de la courbe.....

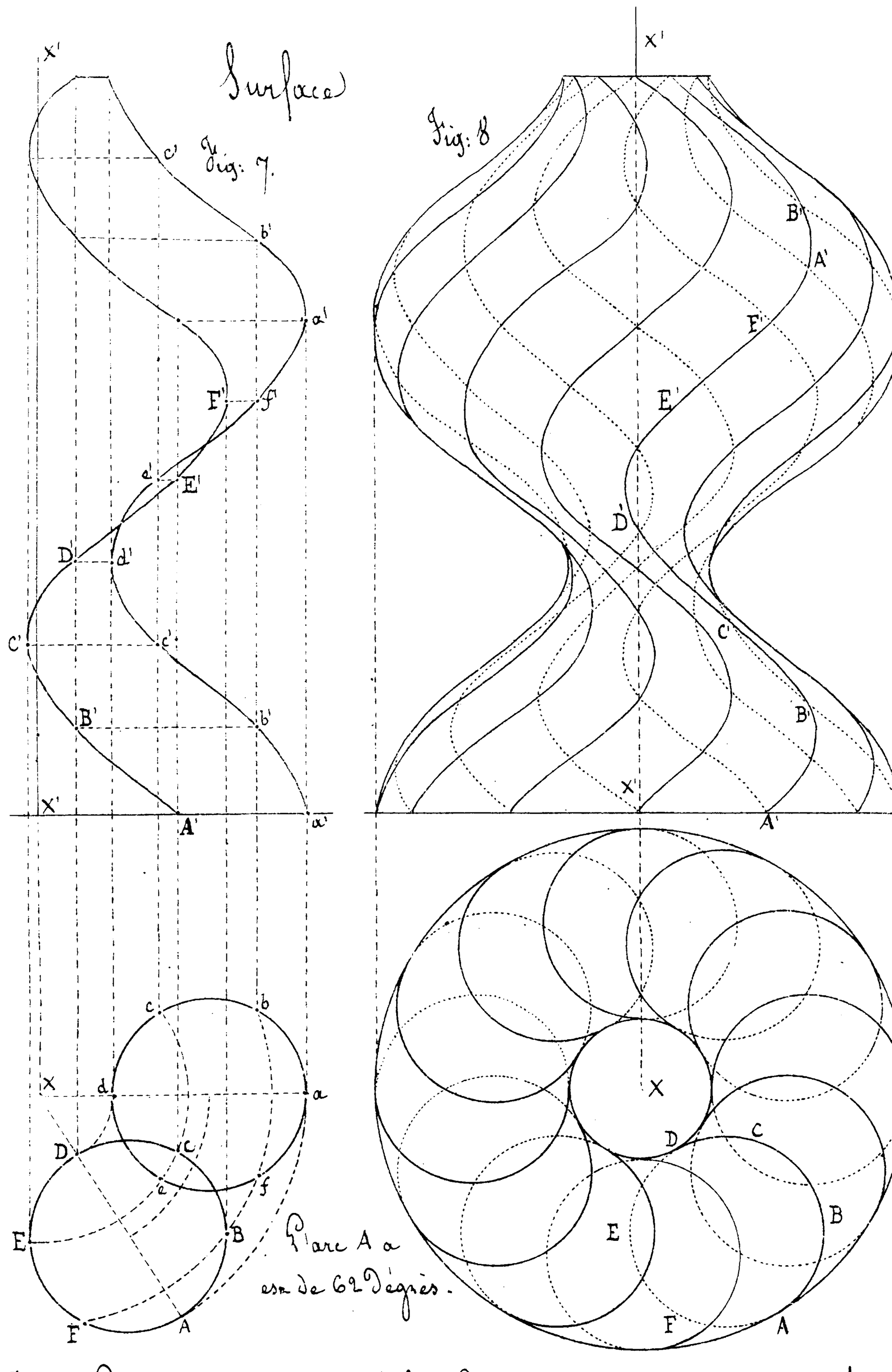


Fig: 8, 9, 10 et 11 - Surfaces de révolution quelconques (axe vertical.)

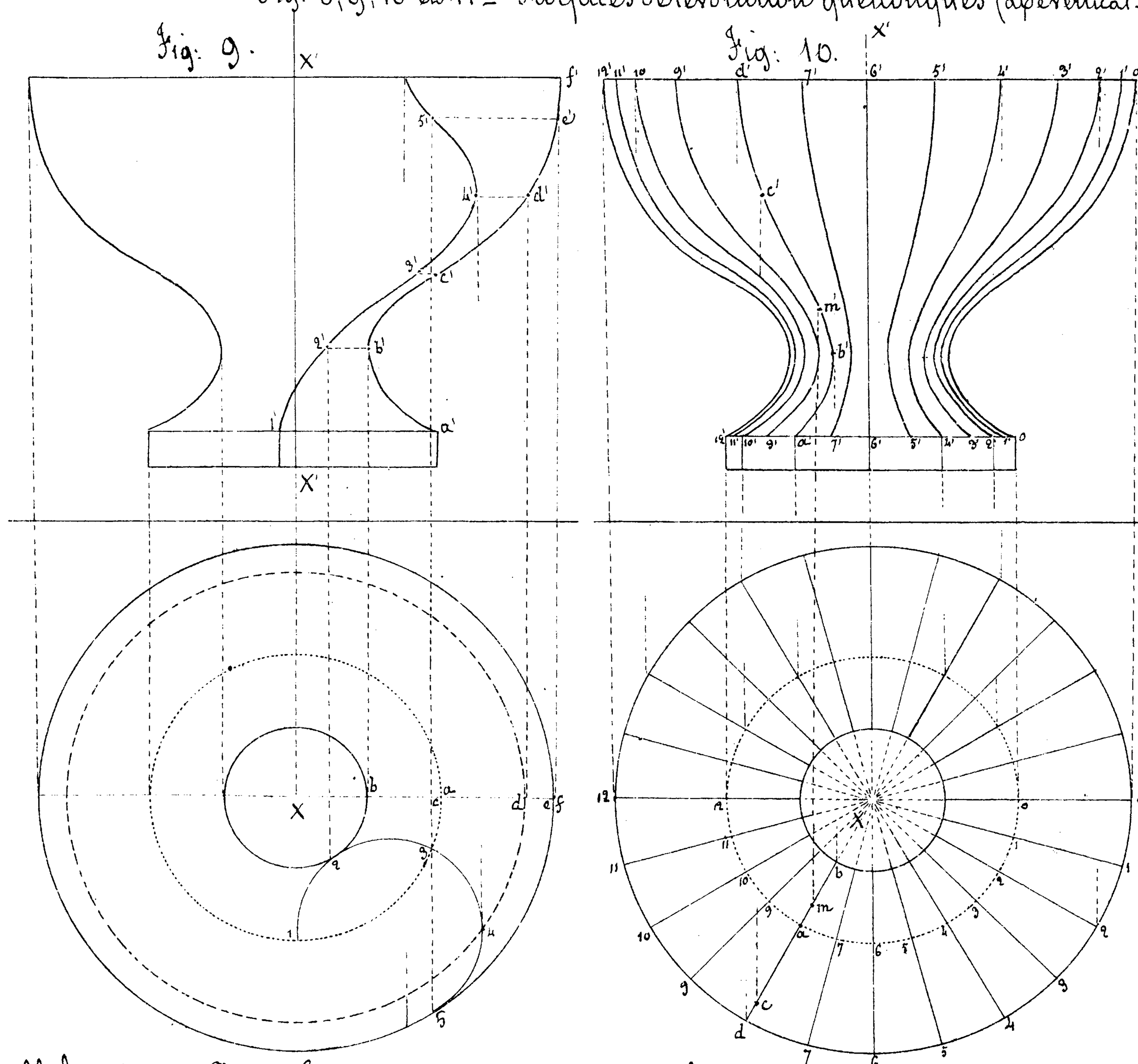


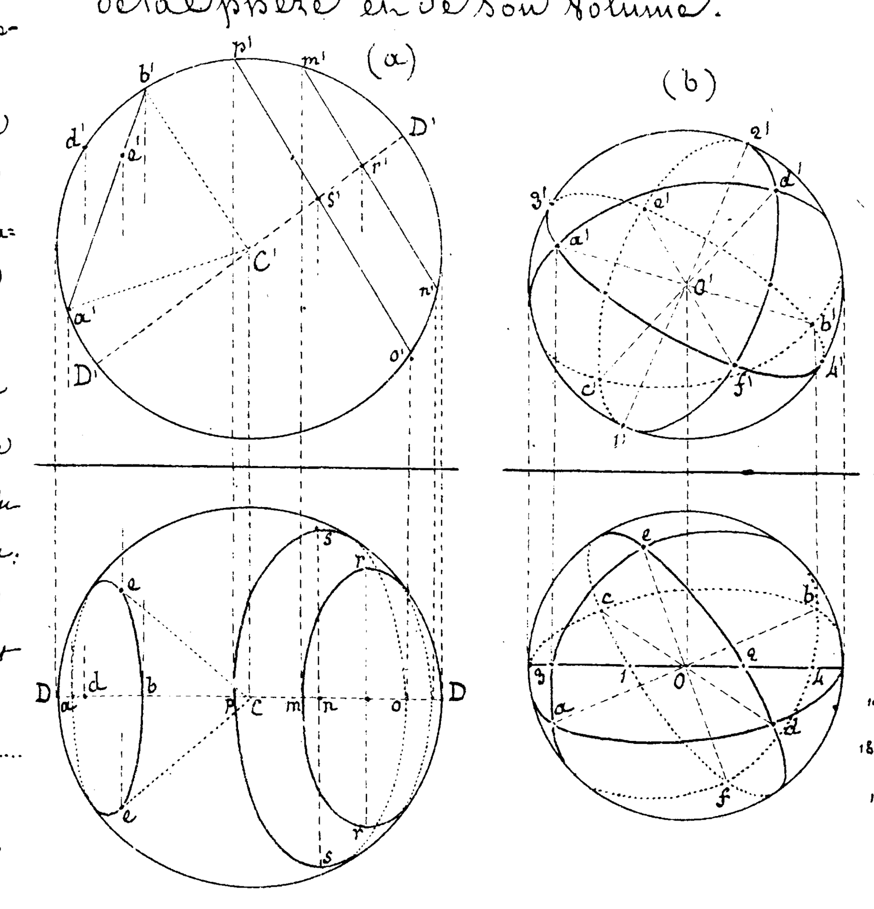
Fig: 7 - La génératrice est une portion d'hélice - L'axe étant vertical tout point (A-A') ou (B-B') dans son mouvement circulaire décrit un arc circulaire horizontal dont le centre est sur l'axe - Il est donc facile d'avoir la projection horizontale de ce point, lorsqu'on connait l'étendue de l'arc décrit (62° par exemple); de la projection horizontale on passe immédiatement à la projection verticale - (Voy. la figure). Fig: 8 - Surface représentée par l'ensemble des positions de la génératrice mobile..... Contour vertical. Courbe tangente extérieurement aux projections verticales de l'hélice génératrice...... Contour horizontal: contour intérieur, une circonférence de cercle tangente à .....; contour extérieur, une circonférence de cercle tangente à .... Fig: 9. - Surface engendrée par une autre portion (1.2.3.4.5 - 1'....) d'hélice - Elle est représentée par ses contours - (abcde - a'....) Courbe méridienne parallèle au plan vertical ou contour vertical.....
Fig: 10 - La même surface représentée par l'ensemble d'un certain nombre de sections méridiennes.........

Fig: (a) et (b) ...

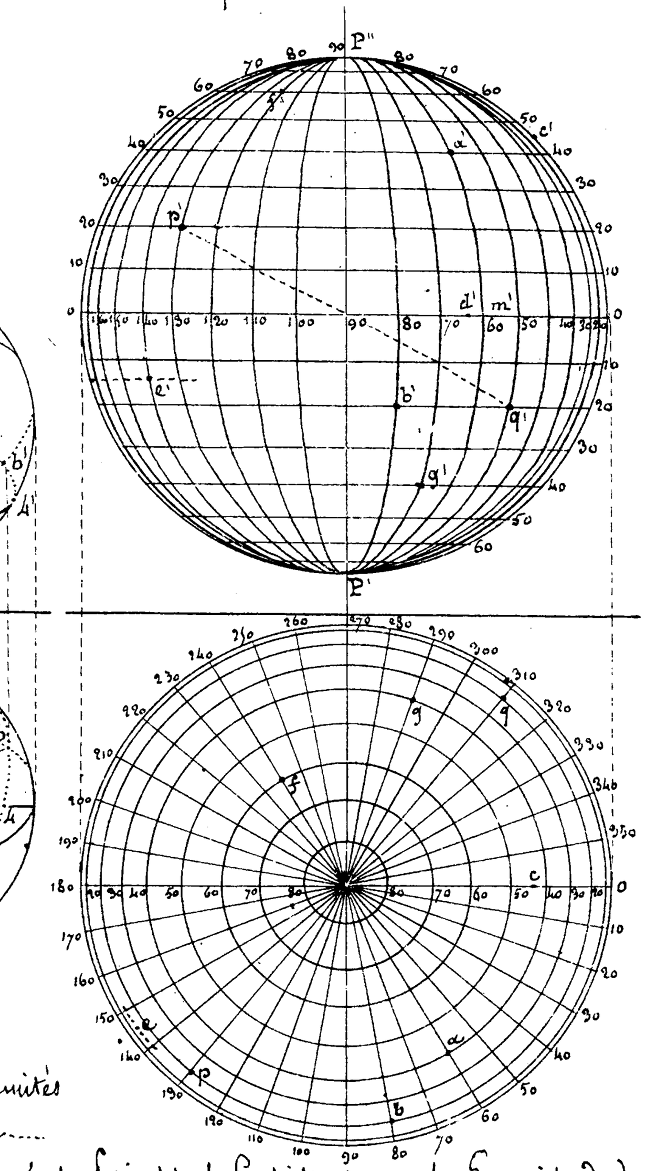
Fig: (a) - (DD - D'p'D'o') Grand cercle: celui qui a pour centre celui de la sphère - Voy. aussi fig: (b) - Fig: (a) (acbe - a'...) (pso - p'...) sont des petits cercles...... - Sur une sphère, la distance de deux points se mesure par l'arc de grand cercle qui les joint: (fig: a); La partie comprise entre deux cercles parallèles est une zône sphérique à 2 bases - La partie séparée par un seul cercle est une zône sphérique à une base ou une calotte sphérique.
Fig: (b) - La partie comprise entre deux demi grands cercles est un fuseau........ Triangle sphérique..... partie comprise entre trois grands cercles..... Polygone Sphérique...... Parties du volume de la sphère: Segment Sphérique à deux bases: celui qui est limité sur la sphère par une zône sphérique à 2 bases..... Segment Sphérique à une base..... - Onglet Sphérique, La partie qui a pour base un fuseau ...... Secteur Sphérique; La partie qui a pour base un triangle.....

Manière de diviser la surface d'une sphère sur laquelle on veut fixer la position d'un ou de plusieurs points: Tous les grands cercles sont des méridiens. Les petits cercles qui sont parallèles entre eux, sont des parallèles - La position du point (a-a') est fixée par l'abscisse (0.40 - 0'.40') et par l'ordonnée (60.a - 60'.a') - En géographie l'abscisse s'appelle Longitude - L'ordonnée est la Latitude - La longitude et la latitude d'1 point sont les deux Coordonnées (circulaires) qui déterminent sa position..........

Parties géométriques de la surface de la sphère et de son volume.



Représentation de la surface de la Sphère terrestre.

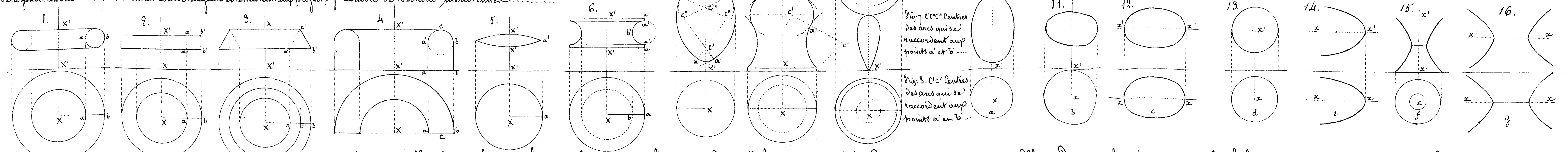


PP' - Diamètre qui porte le nom d'axe de la terre; Les extrémités (p-p'), (q-q') d'un diamètre quelconque, sont des antipodes.... Les extrémités de l'axe sont les pôles = P' Pôle sud ou Pôle méridional, (hémisphère méridional): P'' Pôle nord ou Pôle austral ou Pôle Septentrional (hémisphère Septentrional)...
Equateur, grand cercle perpendiculaire à l'axe (C'est sur lui que se comptent les longitudes.) ......

Points	Latitude.		Longitude
(a - a')	40°	N	60°
(b - b')	20°	N	80°
(c - c')	45°	N	0°
(d - d')	0	"	65°
(e - e')	15°	S.	140°
(f - f')	60°	N	240°
(g - g')	40°	S.	70°

1.2.3.4.5.6.7.8.9.10.11.12.13.14.15.16 Divers exemples de surfaces de Révolution.

Surfaces du Second degré.



1. Anneau rond. Circonférence de cercle (ab-a'b')
2. Anneau carré. Le carré (ab-a'b'b'a')
3. Anneau triangulaire. Le triangle (abc - a'b'c').
4. Voute annullaire. La figure (abc - a'a'c'b'b')
5. Surface lenticulaire. La figure (xa - x'a'x')
6. Surface en gorge de poulie. La fig: (xab - xa'a'b'a'a'x')
7. Ovoïde.
8. Culasse d'un Canon.
9. Cul de Lampe.

a, b, c, d - Ellipsoïdes: a, surhaussé b, surbaissé; c, de révolution; d, sphère
e. Paraboloïde.
f. Hyperboloïde à une nappe.
g. Hyperboloïde à deux nappes.

Lith. de Nouvian à Metz.

Surfaces de révolution quelconques. (Axe vertical.)

Génération et représentation de ces Surfaces.

Fig: 1.

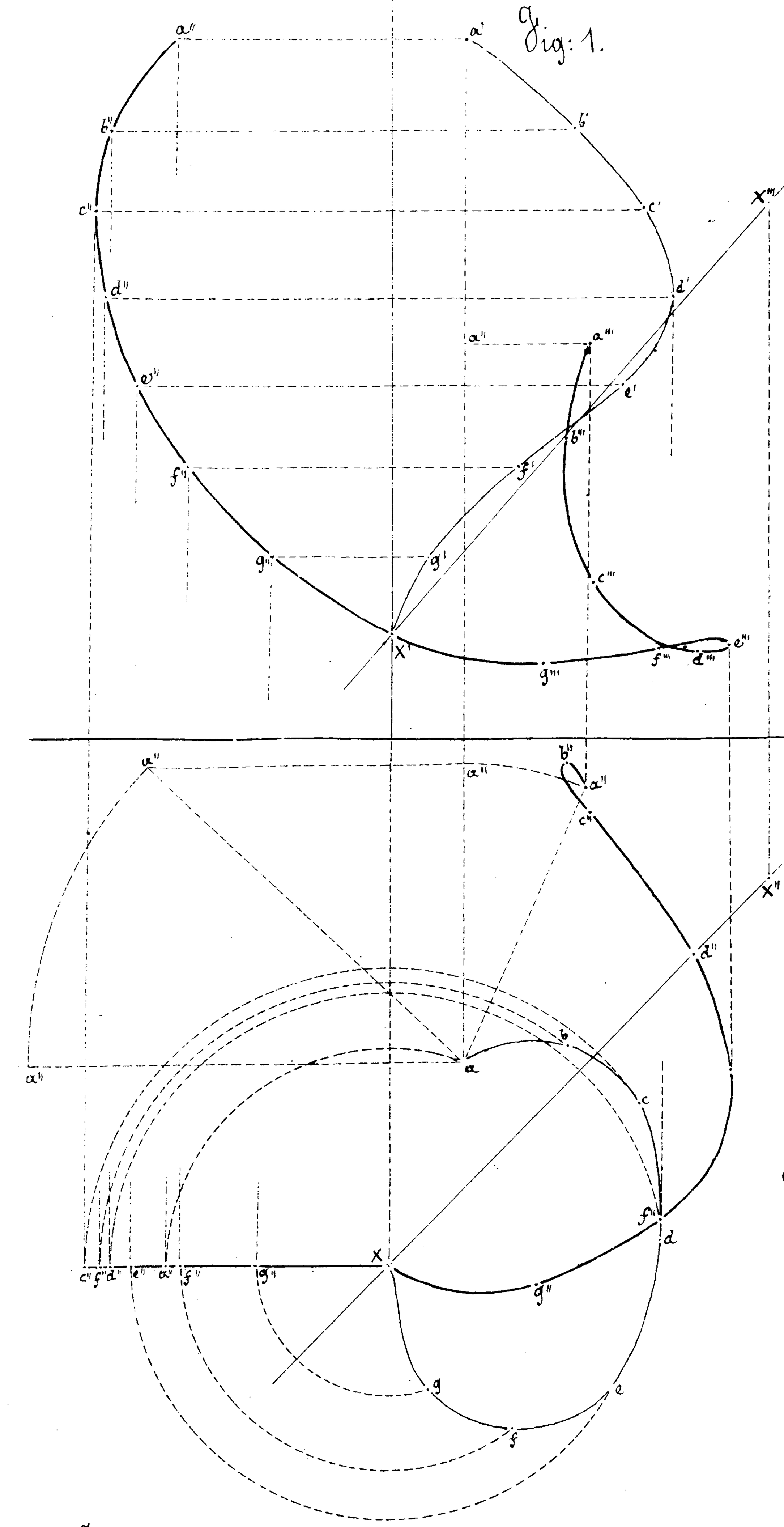
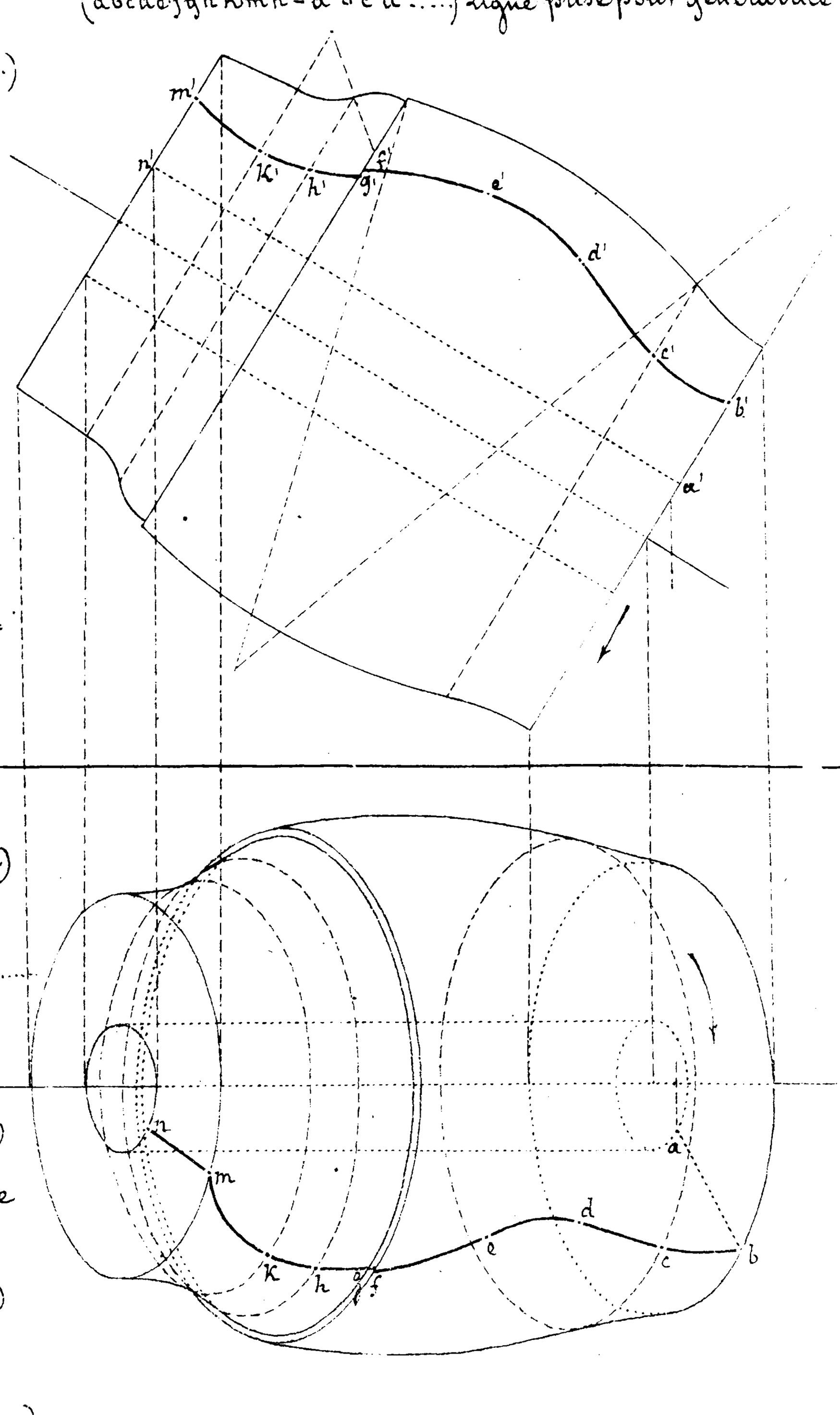


Fig: 1 - (xx'x') Axe vertical d'une surface de révolution dont la courbe (abcdefg - a'b'.....) serait la génératrice - (a''b''c''d''e''f''g''x - a'...) serait la section méridienne parallèle au plan vertical, ou le contour vertical de la surface. - Les arcs aa'', bb'', cc''..... ont donné les projections a'', b'', c''...... ; et de celles-ci on est arrivé aux projections verticales a''' b''' c'''....... - La même figure indique les constructions qu'on a faites pour mettre l'axe (x - x'x') dans la position (xx'' - x'x''') quelconque par rapport aux deux plans de projection..... et celles qui ont amené la courbe génératrice primitive dans la position correspondante (a''b''c''d''e''f''g''x - a'''......) - Elle résulte de deux mouvemens convenablement combinés...... (Voy. la figure.)

Fig: 2. - C'est d'une manière tout à fait analogue, mais plus simple, parce que l'axe n'a fait n'a fait qu'un mouvement parallèle au plan vertical, qu'on s'est donné la ligne génératrice abcdefghK mn - a'b'......) de la surface du *moyeu* que représente la fig: 2.... - Rien de plus simple d'ailleurs que la déduction de la projection horizontale.... La surface est représentée par l'ensemble des circonférences de cercle engendrées par les différens points (a-a')(b-b').....

Fig: 3 - La génératrice de cette surface est la courbe (a''b''c''d''e''f''g''x - a'''.....) de la fig: 1. - La surface est représentée par l'ensemble des positions successives (111 - 1'1'1'...) (222.... - 2'2'2'....)..... de la génératrice; (il y en a 8 y compris celle de départ) - Les contours se déduisent..... - La figure indique en lignes de construction les projections des circonférences décrites par les points (a-a')(b-b')(c-c')...... - (br-b'r') rayon de rotation du point (b-b') - (eq - e'q') rayon de la surface du point (e-e') - La surface est supposée ouverte suivant la circonférence (a1234567 - a'...) et le tracé des parties vues et des parties cachées a été fait d'après cette supposition........

Fig: 2. Surface dont l'axe est incliné, mais parallèle au plan vertical. (abcdefghKmn - a'b'c'd'....) Ligne prise pour génératrice.



Moyeu d'une voiture d'artillerie (1/5)

Fig: 3 - Surface dont l'axe est quelconque. (abcdefgx - a'b'....) Courbe génératrice.

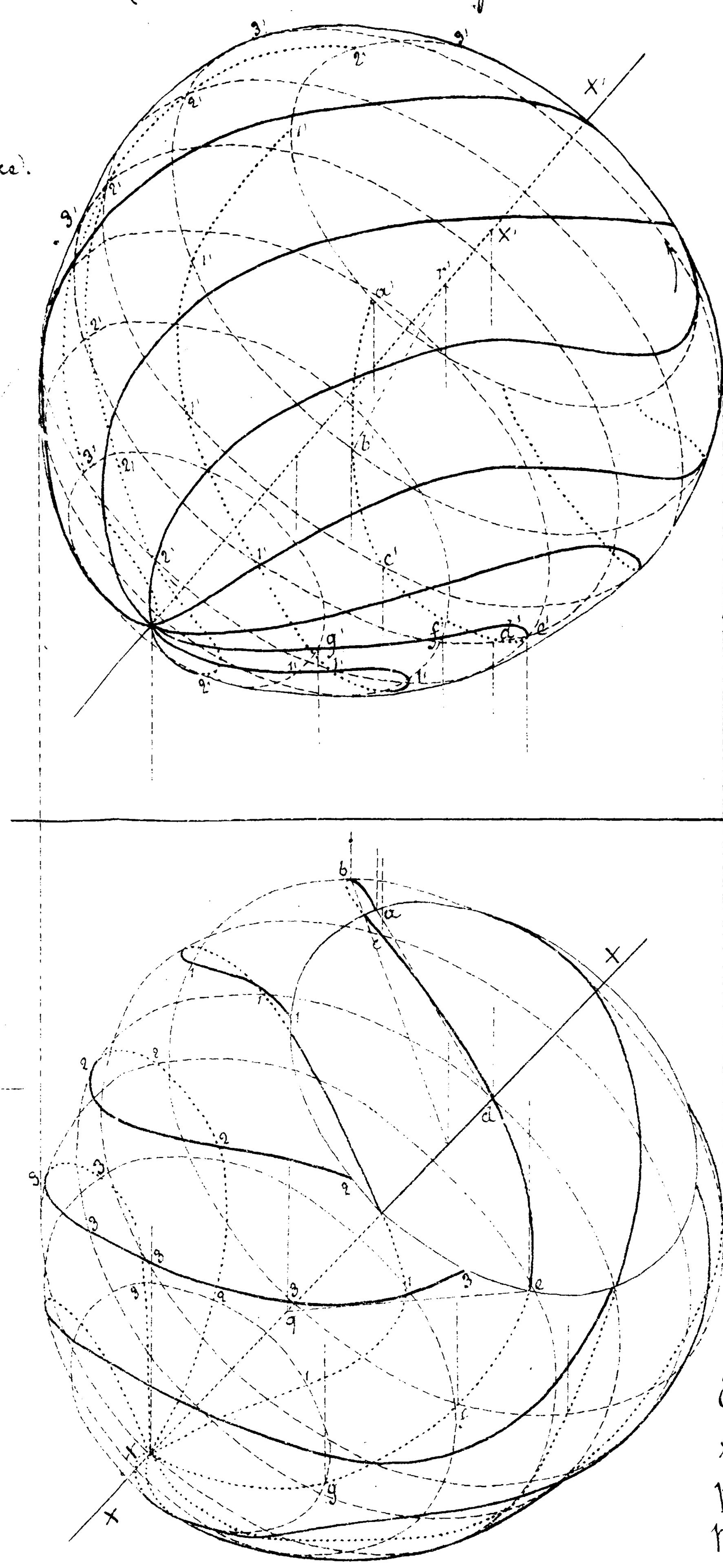


Fig: 4 - Autre exemple d'une surface de révolution à axe quelconque. (abcdefg - a'....) Courbe génératrice.

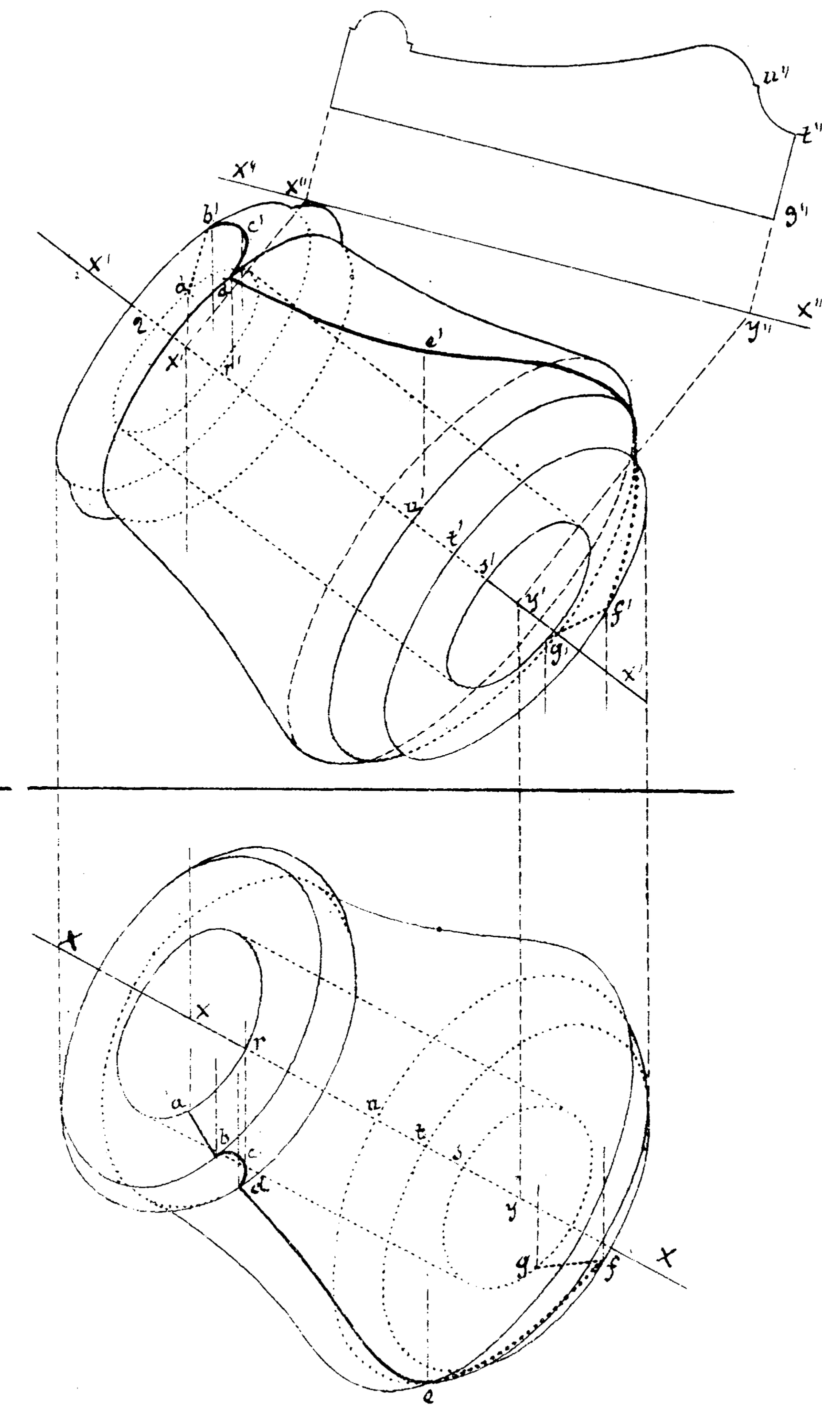


Fig: 4.
Tulipe d'un canon de 8 de Campagne (1/5)
x'' y'' s'' t'' u''... Rabattement d'une section méridienne perpendiculaire au plan vertical - C'est afin de simplifier les projections que les petits Listels ont été supprimés......

Fig: 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 - Combinaison des Surfaces de révolution quelconques, avec le plan.

Plans Coupants.

Fig: 5, 6 et 7 - Coupe d'une Surface de révolution (Ellipsoïde.) par un plan quelconque (123 - 1'2'3')

Fig: 5 - Point le plus haut, point le plus bas......

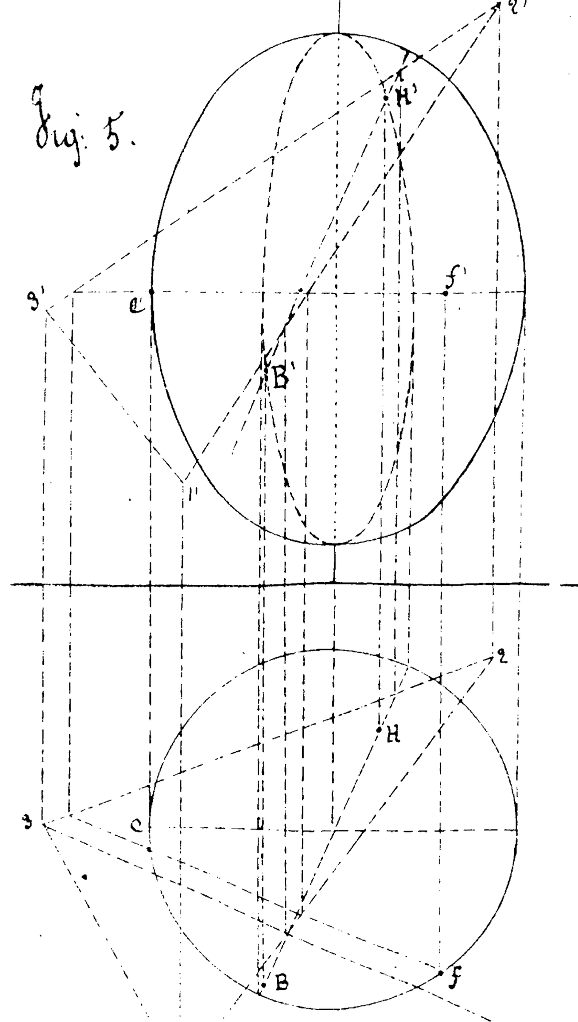


Fig: 6 - Autres points....

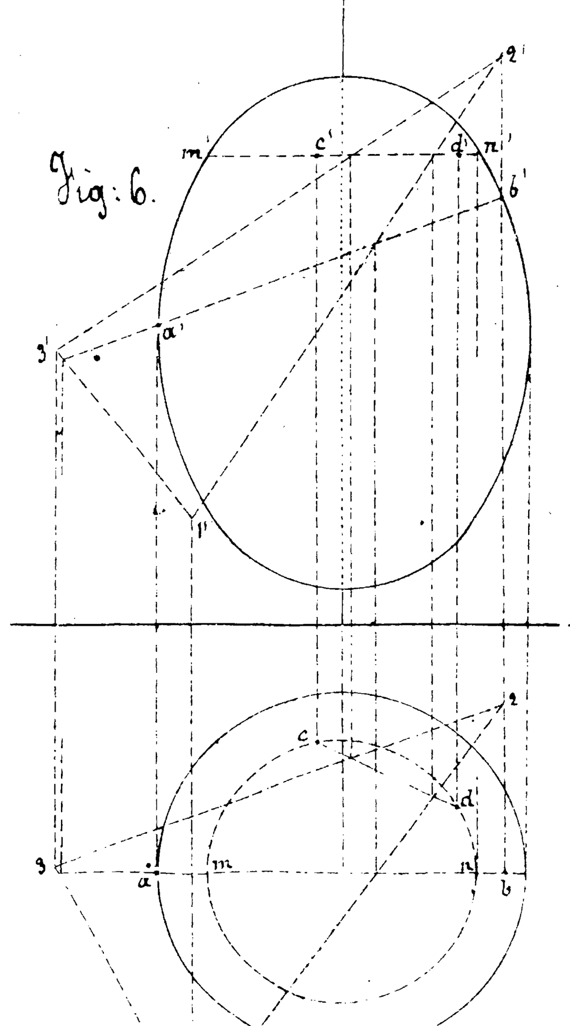


Fig: 7 - Résultat.

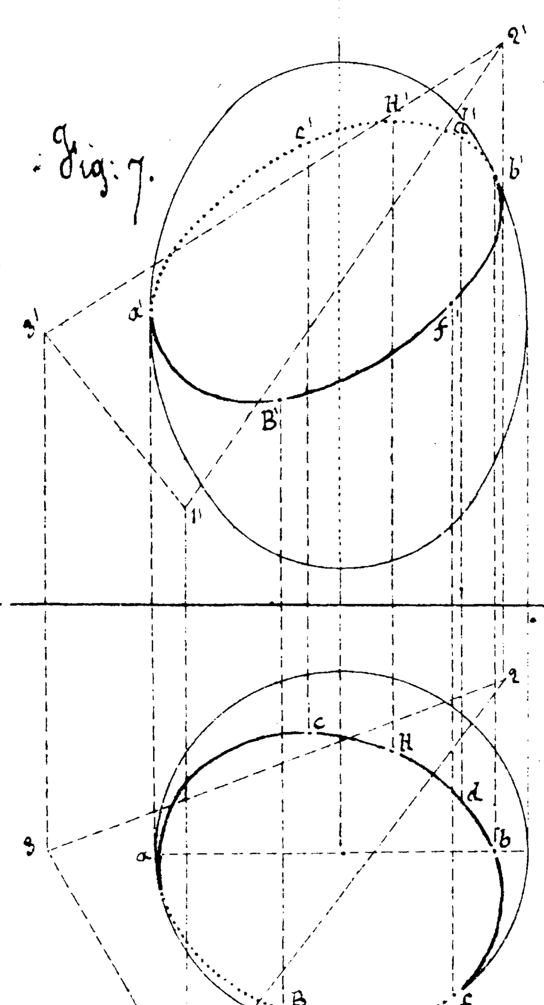


Fig: 5 - (e-e')(f-f') points sur le contour horizontal - (H-H') point le plus haut... (B-B') point le plus bas.... (Voy. la feuille précédente.)
Fig: 6 - (a-a')(b-b') points situés sur le contour vertical..... - (c-c')(d-d') points situés sur un parallèle (mn - m'n') pris à volonté.... La construction est indiquée sur la figure.......
Fig: 7 - La surface est la limite d'un corps plein (Ellipsoïde); c'est pourquoi l'on a tracé des hachures sur la coupe...
Fig: 8 - (12.3 - 1'2'3') premier plan coupant........
(345 - 3'4'5') second plan coupant.....
La droite (abcd - a'b'c'd') est la droite d'intersection de ces deux plans ;
les parties (ab - a'b') (cd - c'd') de cette droite sont comprises entre la surface extérieure, et la surface intérieure de la sphère creuse.
....

Fig: 8 - Coupe d'une sphère creuse par un plan.

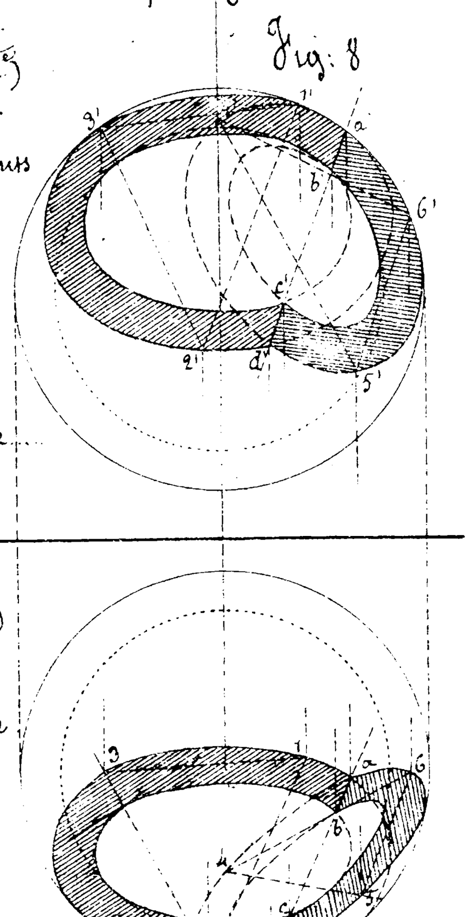


Fig: 9 : Coupe d'une sphère par une suite de plans parallèles.

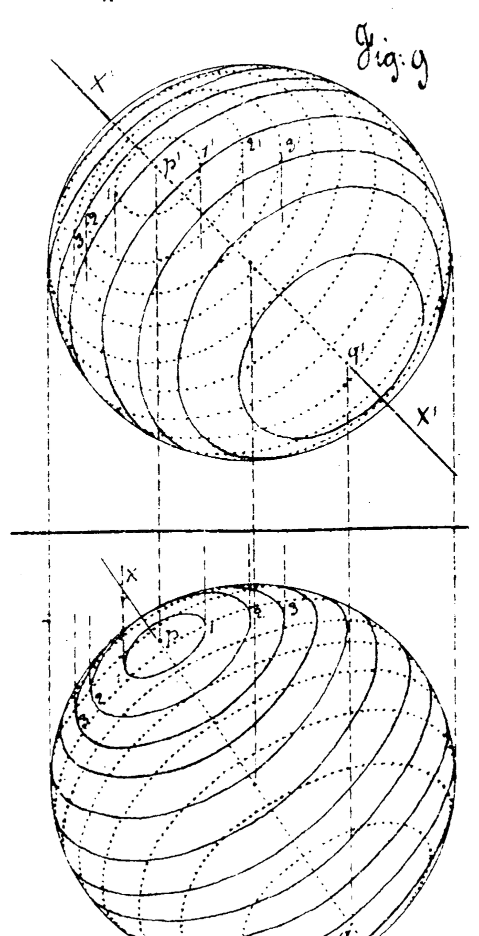


Fig: 10 - Coupe d'une surface Conique par une suite de plans horizontaux et équidistants.

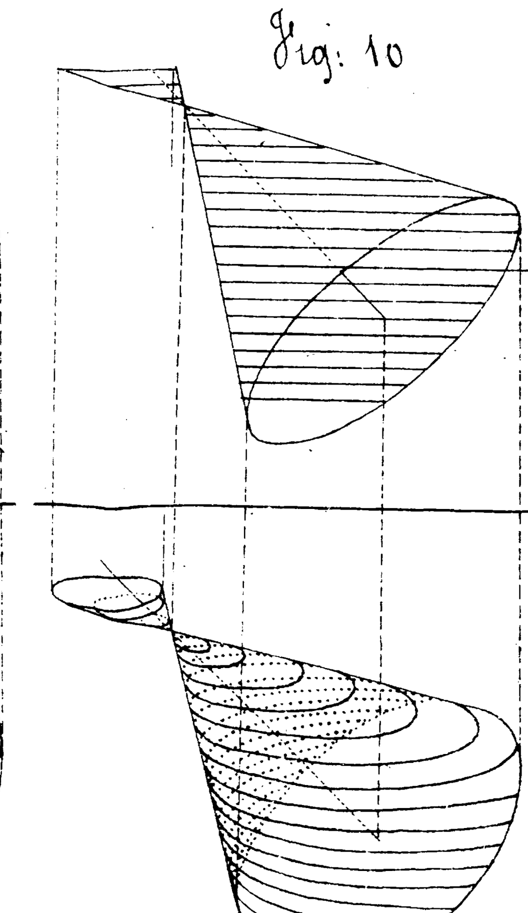
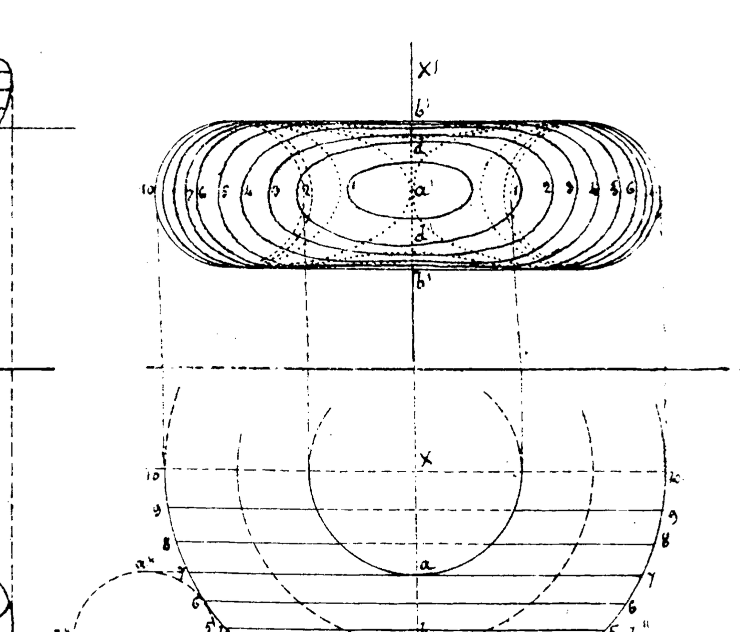
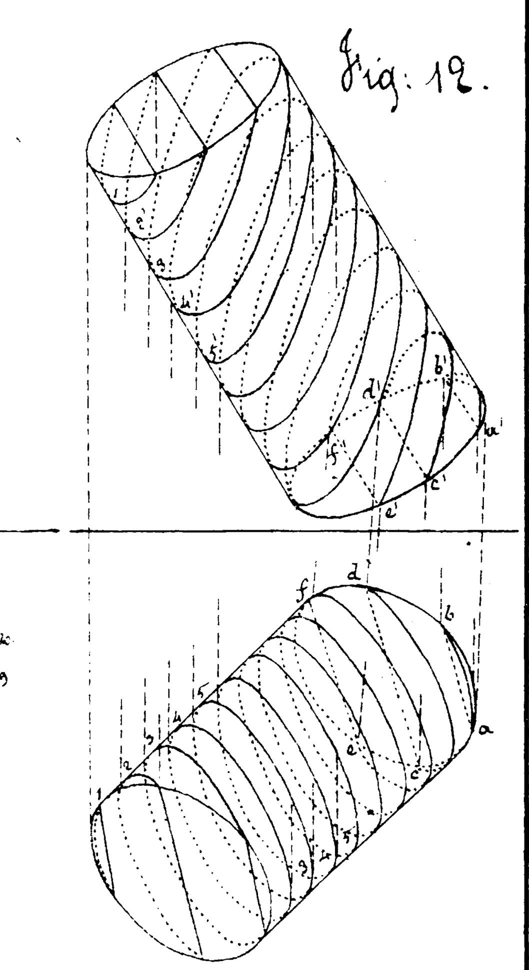


Fig: 11. Coupe d'un anneau par une suite de plans parallèles au plan vertical et équidistans.



abcd - a'.... (a'b'c'd' en rabattement.) circonférence de cercle génératrice de la surface......

Fig: 12. Coupe d'une surface cylindrique par une suite de plans parallèles.



Lith. de Nouvian à Metz.

Surfaces courbes – Surfaces de révolution non réglées.

Fig. 1. Surface convexe (Ellipsoïde) — Fig. 1 et 2 – Plan tangent mené par un point de la surface. — Fig. 2 – Surface convexe et concave (Vase). — Fig. 3 et 4 – Plan tangent mené par un point extérieur (sphère). — Fig. 3. Sphère. — Fig. 4 – Résultat.

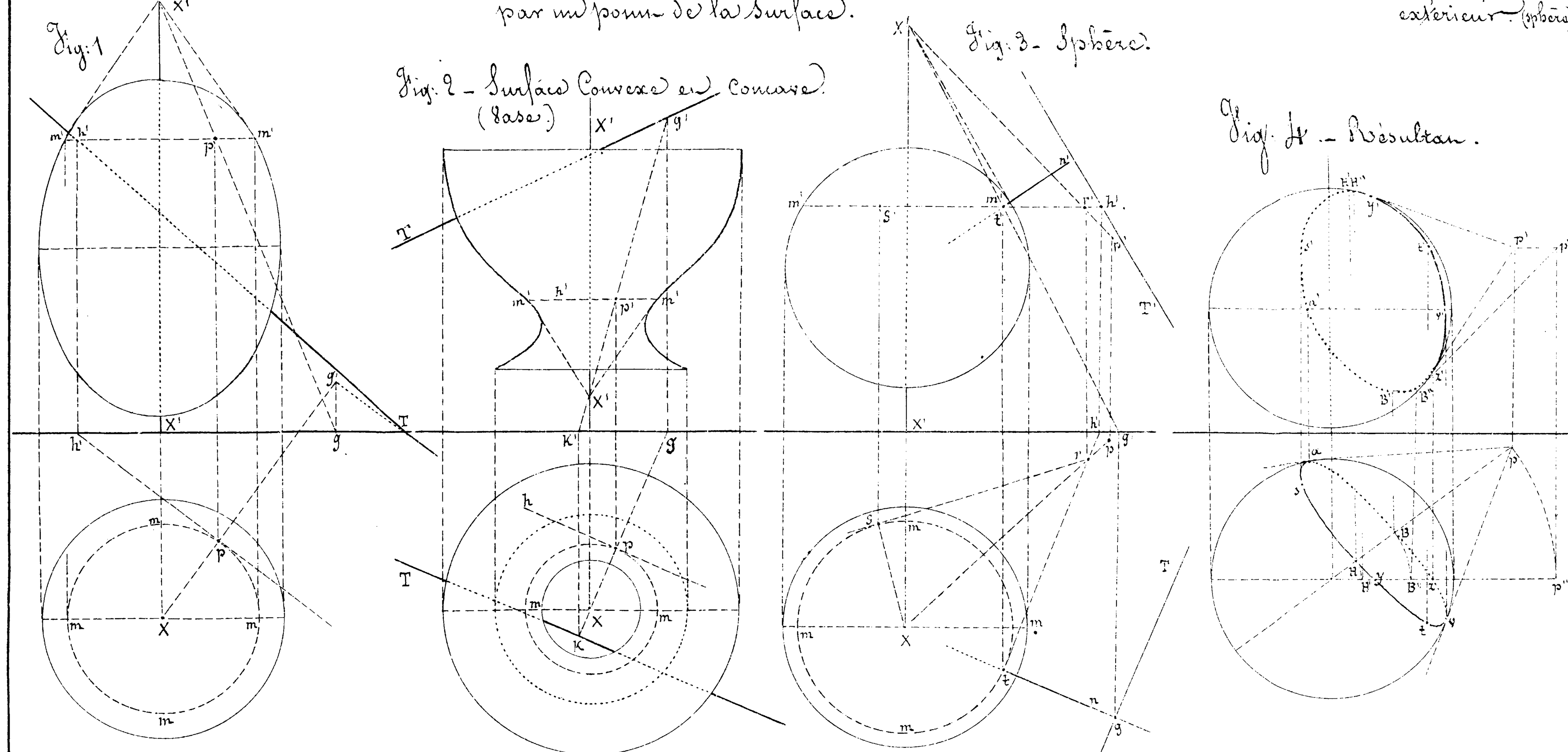
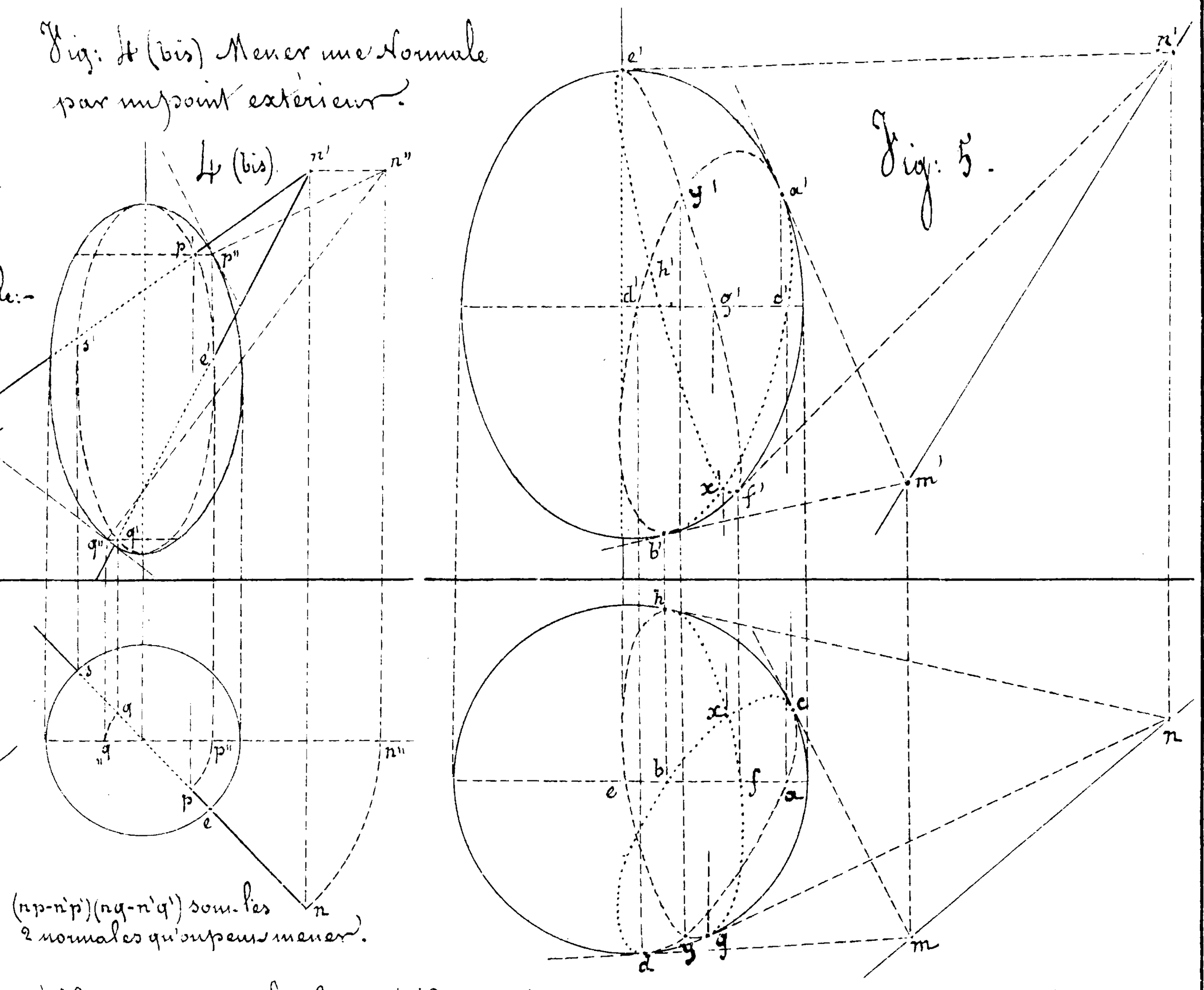


Fig. 1 – Le point donné (p-p') appartient au parallèle (mmm-m'm') – (xmm-x'm'm') Cône auxiliaire tangent à l'ellipsoïde suivant le parallèle (mmm-m'm'). Tout plan tangent à ce cône est tangent à l'ellipsoïde ...... – La tangente (ph-p'h') à la base du cône, et la génératrice de contact (xp-x'p') déterminent le plan tangent – Les traces qu'on en déduit sont Th' et Tg' ....

Fig. 2 – Solution tout à fait analogue – Fig. 3 – *Plan tangent par un point extérieur* (p-p'):– On peut en mener une infinité – La fig. 3 indique la construction qu'il faut faire pour trouver ceux qui sont situés sur un parallèle donné (mmm-m'm') par exemple:– (xmm-x'..) Cône auxiliaire tangent à la sphère suivant le parallèle donné – Tout plan tangent à ce cône est tangent à la sphère ...... (xp-x'p') Droite menée par le sommet du cône et le point donné; (r-r') son point de rencontre avec la base du cône ..... (tr-t'r'), (sr-s'r') tangentes ..... (Voy: f^{lle} 10.) – (tn-t'n') *Normale* au point (t-t') ....

Fig. 4 – 1° Construction qu'il faut faire pour obtenir le plan tangent qui a son point de contact (H-H') plus élevé que tous les autres, et celui qui a son point de contact (B-B') plus bas que tous les autres. – Ces points sont évidemment dans le plan méridien p X ...... – pour avoir ces points, il suffit de rabattre ce plan parallèlement au plan vertical ..... 2° Dans le nombre infini de plans qui répondent à la question, il en est deux pa et pv qui sont perpend^{res} au plan horiz^{al} – On obtient immédiatement leurs points de contact (a-a') (v-v') – Il en est aussi deux p'z' et p'y' qui sont perpend^{res} au plan vert^{al} et dont les points de contact sont (z-z') (y-y') – *Résultat.* – La courbe (a B x v t y H s' – a' .....) qui est le lieu géométrique des points de contact de tous les plans tangens qu'on peut mener ... L'ensemble de ces plans forme une *Surface conique tangente* .... Fig. 4 (bis). La normale demandée est évidemment dans le plan méridien qui passe par le point donné (p-p') – On a rabattu ce plan parall^{nt} au plan vert^{al} .... – On voit qu'il y a 2 solutions .... Fig. 5 – (achd-a..) Courbe de contact du cône tangent à l'ellipsoïde mené par le point (m-m') de la droite donnée (mn-m'n) – (ehfg-e...) Courbe de contact du cône tangent, dont le sommet est au point (n-n')... Les points de rencontre (x-x'), (y-y') de ces courbes, sont les points de contact des 2 plans tangens qu'on peut mener ....

Fig. 4 (bis) Mener une Normale par un point extérieur. — Fig. 5. Plan tangent mené par une droite.



(np-n'p') (ng-n'g') sont les 2 normales qu'on peut mener.

Fig. 6. Sphère. — Fig. 7 et 8 – Plan tangent mené parallèlement à une droite. — Fig. 7 – Anneau rond. (Exercice.)

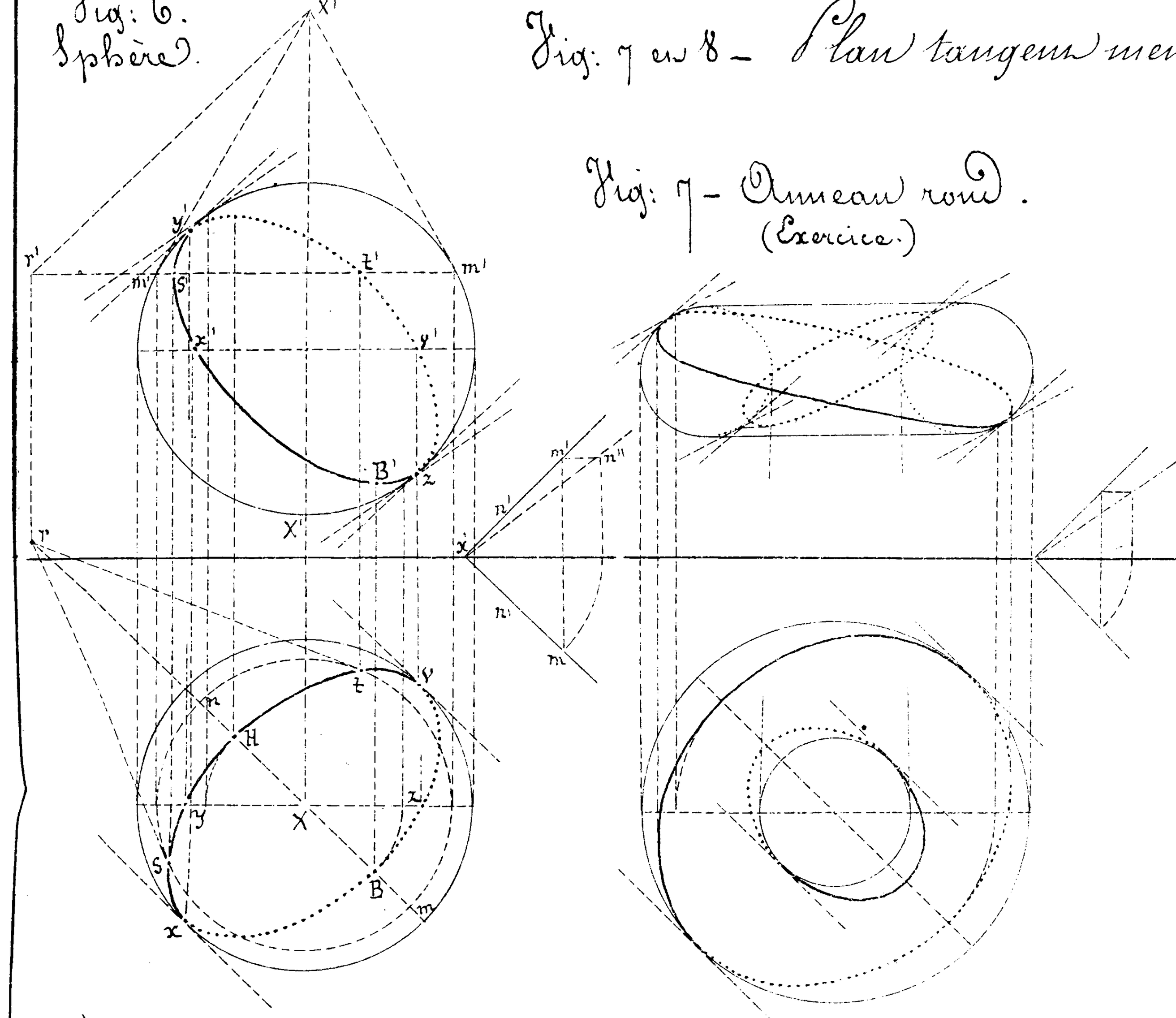


Fig. 6. – Toutes les constructions ont été réunies sur la même figure – (H-H') point de contact le plus haut de tous; (B-B') point le plus bas – (t-t') (s-s') points situés sur le contour horiz^{al} (y-y') (z-z') points sur le contour vert^{al} – (t-t') (s-s') points situés sur le parallèle (mm-m'm') .... (x B v t H y s – x' ....) courbe de contact du cylindre tangent à la sphère et parallèle à la droite donnée (mn-m'n') .... Fig. 7 – D'après la nature de la surface donnée, on peut lui mener 2 cylindres enveloppes ou tangens, l'un intérieur, l'autre extérieur – Il y a une courbe de contact pour chaque cylindre ...... Fig. 8 – Le plan donné est celui des 2 droites (mo-m'o') (mn-m'n) – (ty-sx-t'y' ...) Courbe de contact d'un cylin^{re} paral^{le} à la droite (mn-m'n') – (py-qx-p' ...) Courbe de contact d'un cylindre paral^{le} à la droite (mo-m'o') – Ces courbes se coupent aux points (x-x'), (y-y') qui sont les points de contact des 2 plans tangens qu'on peut mener .... Fig. 9, 10 et 11 – Construc^{ons} entièrement analogues à celles qui ont été faites pour les sections coniques ..., cylindriques, .. hyperboloïdales ......

Fig. 8 – Plan tangent parallèle à un autre plan.

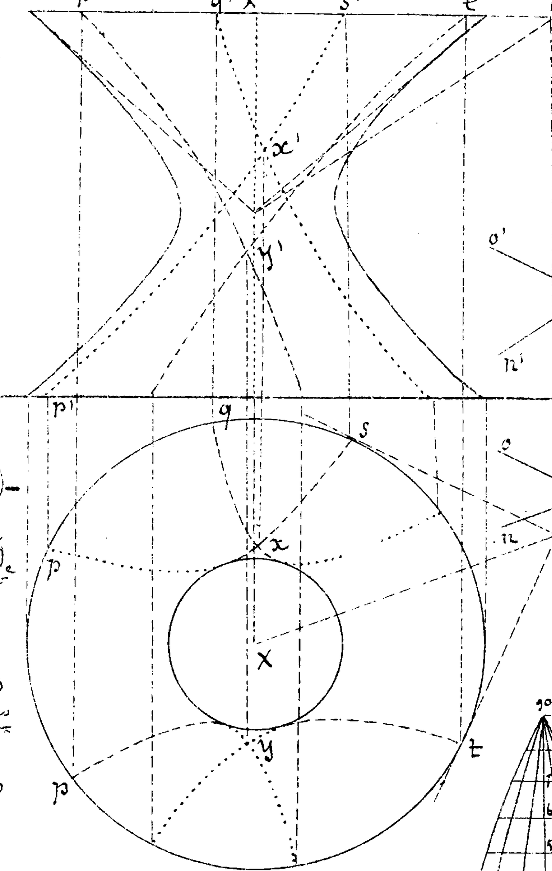
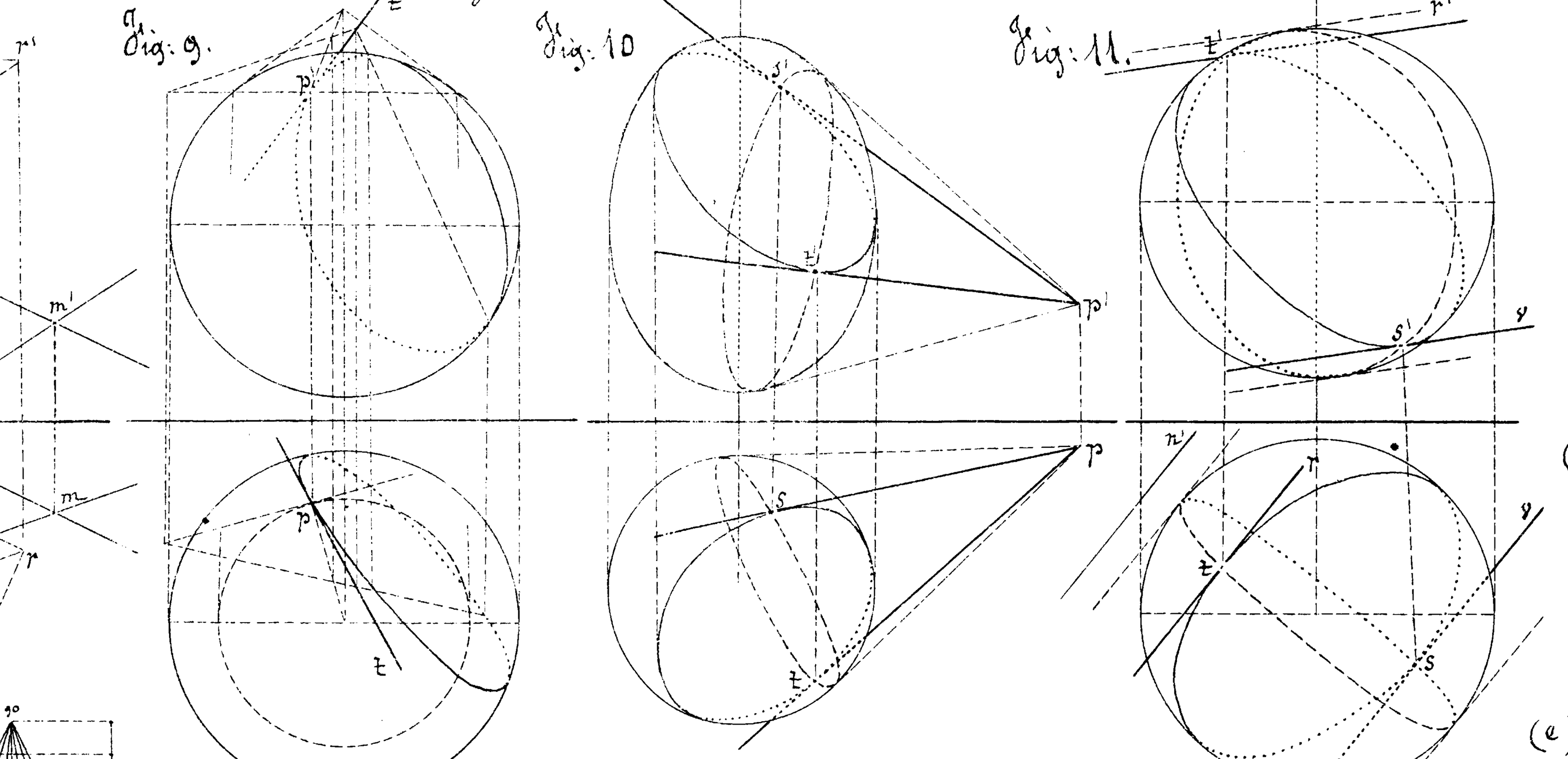
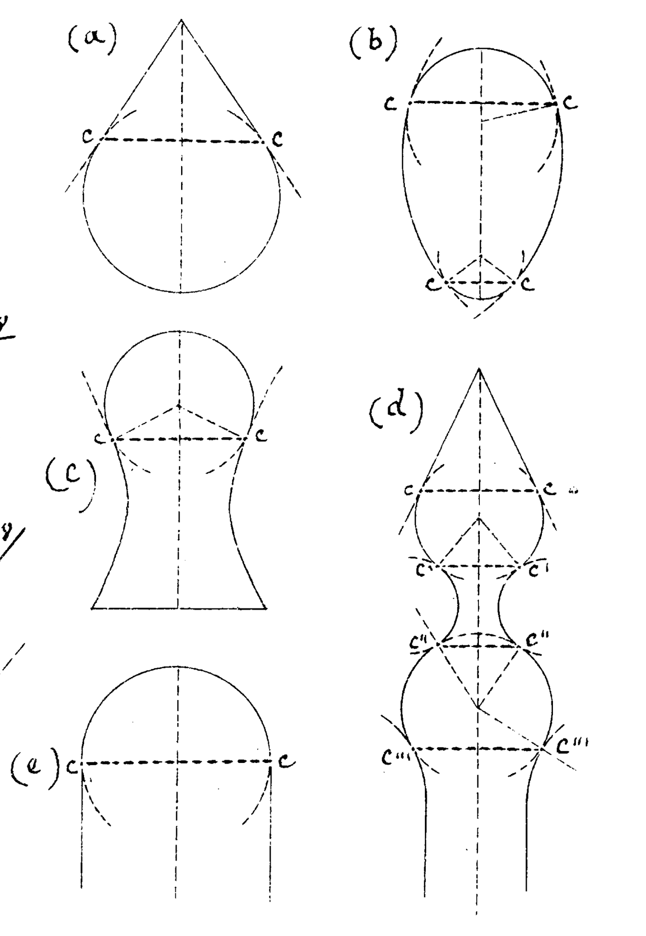


Fig. 9, 10 et 11 – Tangentes aux sections planes d'une Surface de révolution. — Fig. 9. — Fig. 10 — Fig. 11.



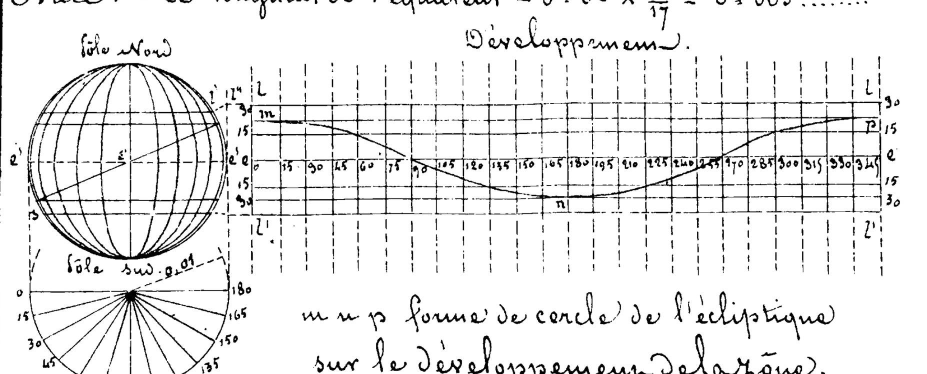
(a, b, c, d, e) Quelques combinaisons de surfaces de révolution tangentes, ou qui se raccordent entr'elles.



Développemens approximatifs de certaines parties de la Sphère.

Développement cylindrique d'une zône équatoriale de 60°, appartenant à une sphère de 2 centimètres de diamètre: On convient de substituer à la zône une bande cylindrique tangente à la sphère suivant le cercle de l'équateur et de développer cette bande.

Tracé: – ce Longueur de l'équateur $= 0^m{,}02 \times \frac{22}{7} = 0^m{,}063$ ....



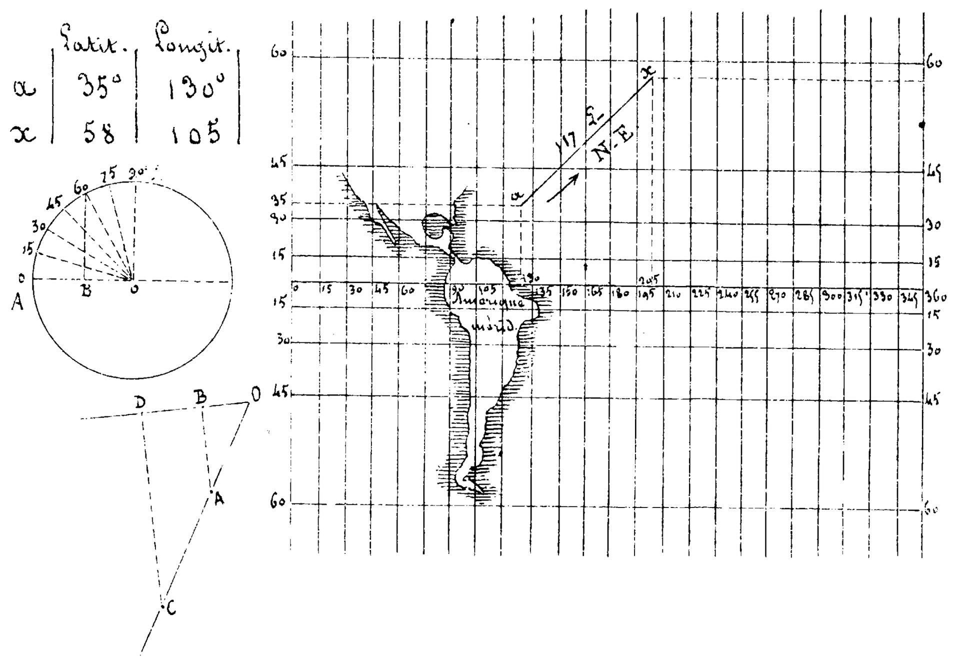
m n p forme de cercle de l'écliptique sur le développement de la zône.

Le rectangle ll, l'l' est le développement approximatif (cylind^{que}) de la zône sphérique donnée. ll représente le parallèle nord de 30°; l'l' représente le parallèle sud de 30° – On y a aussi tracé les parallèles de 15°. – La droite oo, inclinée de 23°½ (environ) sur l'équateur, représente ce que l'on appelle en géographie, le cercle de l'écliptique, c'est-à-dire, la rencontre de la surface de la terre par le plan de l'orbite de la terre ...... m n p est le développement de cette ligne limitée aux deux parallèles de 23°½, qu'on appelle en géographie *Cercles des tropiques* ....

Les marins ont étendu ce développement à toute la surface de la sphère, afin d'obtenir des Cartes essentiellement propres à faciliter le tracé de leur marche en mer. Ils obtiennent ainsi une Carte générale, qu'on appelle *Mappe monde de Mercator*, du nom de l'Inventeur ...... La Figure ci à côté ....

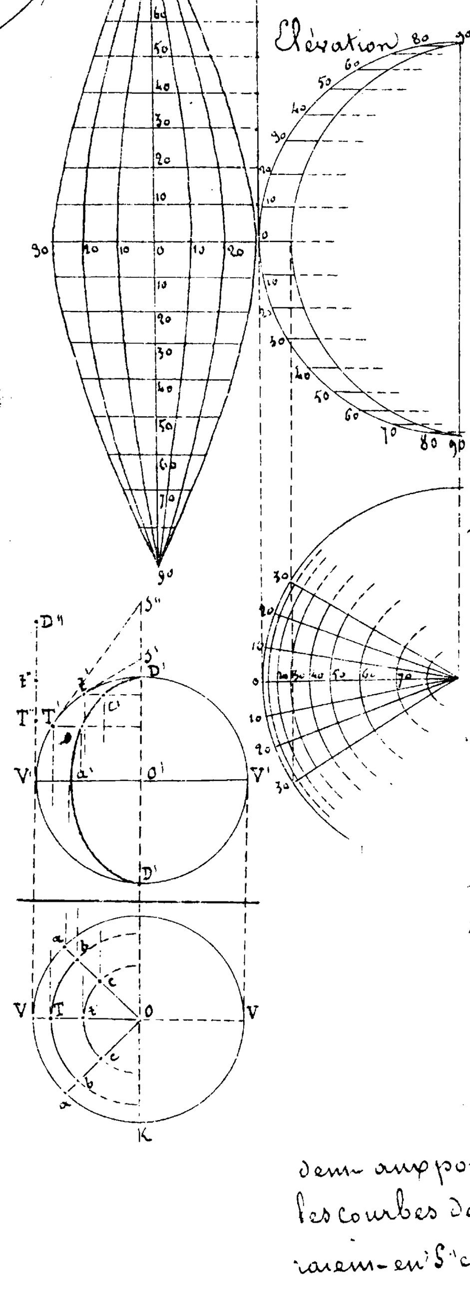
Le manque de place n'a pas permis d'indiquer sur quel principe est fondé l'écartement progressif des parallèles. Cet écartement est tel qu'un chemin fait ou à faire dans une direction donnée y est représenté par une droite ....

	Latit.	Longit.
a	35°	130°
x	58	105



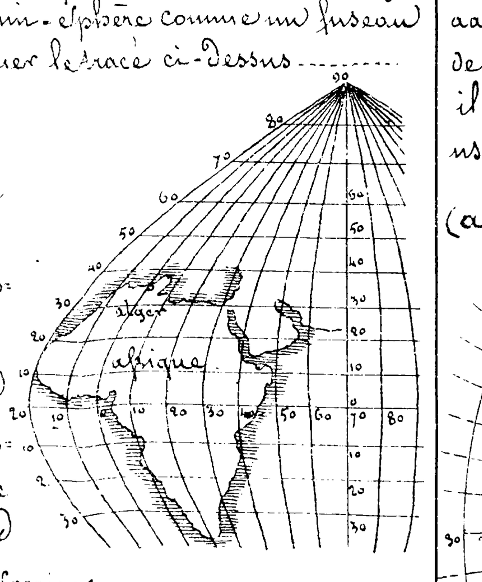
La *Méthode de Mercator* produit les Cartes marines autrement dites *Cartes réduites*, qui sont d'un usage très commode pour les marins, mais pour eux seuls, car elles altèrent singulièrement les rapports de grandeur ......

Autre Développement approximatif. – Soit à développer approximativement un fuseau sphérique de 60°: – *Parallèles*: – Développez le quadrant suivant la droite op, ..., et marquez sur elle une suite de points a, b, c ... tels que oa = ab = bc ..... = arc de 10°. (Pour le reste voy. la fig. ci à droite .. *Méridiens*: – Prenez pour 1^{er} méridien la droite pp' égale au développement de la demi-circonférence, – Marquez sur la droite qui représente l'équateur, les points m, n et l, tels que om = mn = nb = l'arc de 10° de l'équateur – Portez sur un autre parallèle (celui de 20°), des points m', n' et l' tels que o'm' = m'n' = n'l' = 10° de ce parallèle ...... Chaque méridien se trouve déterminé par une suite de points à joindre par un trait continu. –

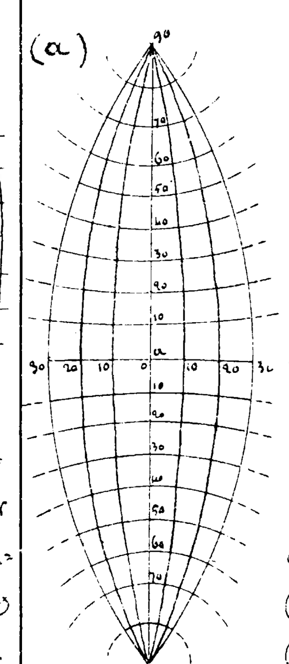


Six fuseaux de 60°, placés à la suite les uns des autres, représentent le développement approché de la sphère entière – En rapprochant convenablement, c'est-à-dire en assemblant ces six fuseaux, on reproduit à peu près la sphère en relief .... – On peut aussi considérer chaque demi-sphère comme un fuseau de 180°, et lui appliquer le tracé ci-dessus ....

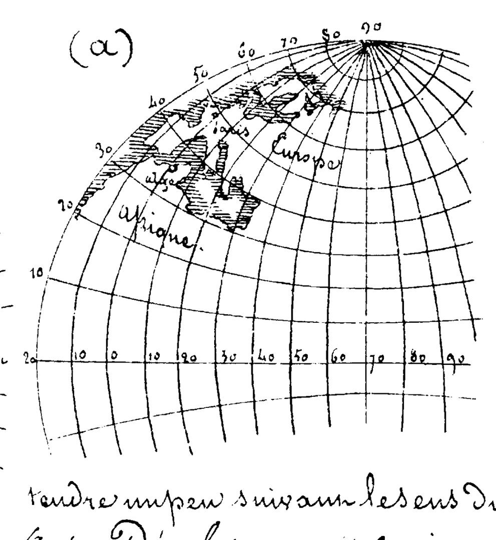
Telle est la méthode dite de *Flamsteed*, du nom du Géographe qui en a donné le premier l'idée. – Dans ce développement, qui n'est ni cylindrique ni conique proprement dit il existe une déformation que la Méthode de Flamsteed modifiée a pour but de corriger......



Développement conique d'un fuseau, ou Méthode de Flamsteed modifiée: – *Parallèles*: Par exemple, les parallèles aVa, bTb et c^{te} qui répondent aux points (V-V') (T-T') (t-t') – On les regarde comme étant les courbes de contact de cônes enveloppes dont les sommets seraient en S et S; et l'on développe chacun de ces cônes – Pour l'équateur aVa, le cône devient un cylindre enveloppe ...... – Tracez les arcs c"t"c" (centre S') rayon, la tangente St; b"T"b" (centre S") rayon, la tangente S"T'; C"V'a" (centre à l'infini ....) respectivement égaux aux arcs aVa, bTb, etc développés – Tracez les courbes continues a"b"c"D' qui représentent les Développemens des méridiens extrêmes du fuseau donné – Les parallèles aa, bb, cc se trouvent représentés sur ce tracé par les arcs a"a", b"b", c"c". de sorte qu'il n'y a pas de déformation suivant les parallèles; Mais il y en a encore suivant les méridiens ..... Ce développement est généralement usité aujourd'hui pour la construction des cartes. – La fig. a représente le résultat du développement d'un fuseau de 60°, et d'une demi-sphère considérée comme étant un fuseau de 180° ....



(a) — (a)



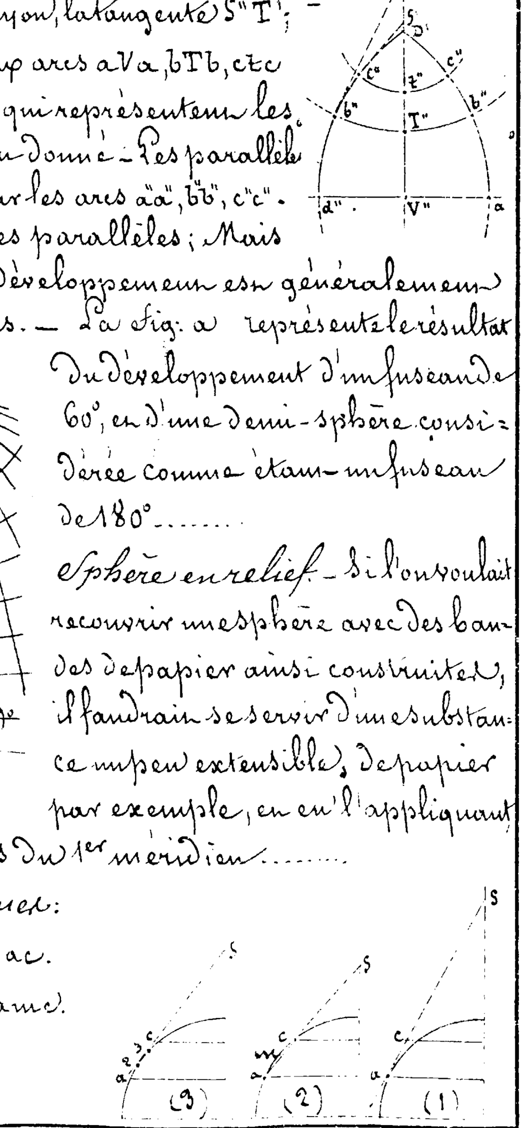
Sphère en relief. – Si l'on voulait recouvrir une sphère avec des bandes de papier ainsi construites, il faudrait se servir d'une substance un peu extensible, de papier par exemple, et en l'appliquant tendre un peu suivant le sens du 1^{er} méridien ....

Autres Développemens Coniques:

(1) La tangente ac remplace l'arc ac.

(2) La corde ac remplace l'arc amc.

(3) La ligne a23c remplace l'arc ac.



(3) (2) (1)

Fig: 1. 2 et 3 – Génération et représentation des Surfaces développables.

Fig: 1 Surface Cylindrique générale.
(1.2.3.4.5....– 1'....) Courbe directrice – (dp-d'p') Droite de parallélisme.
Fig: 2. Surface conique générale.
(1.2.3.4 – 1'....) Courbe directrice – (S-S') Centre de la Surface.
Fig: 3. Surface héliçoïdale développable.
(1.2.3. – 1'...) hélice directrice – une tangente (aA-a'A') est la génératrice.

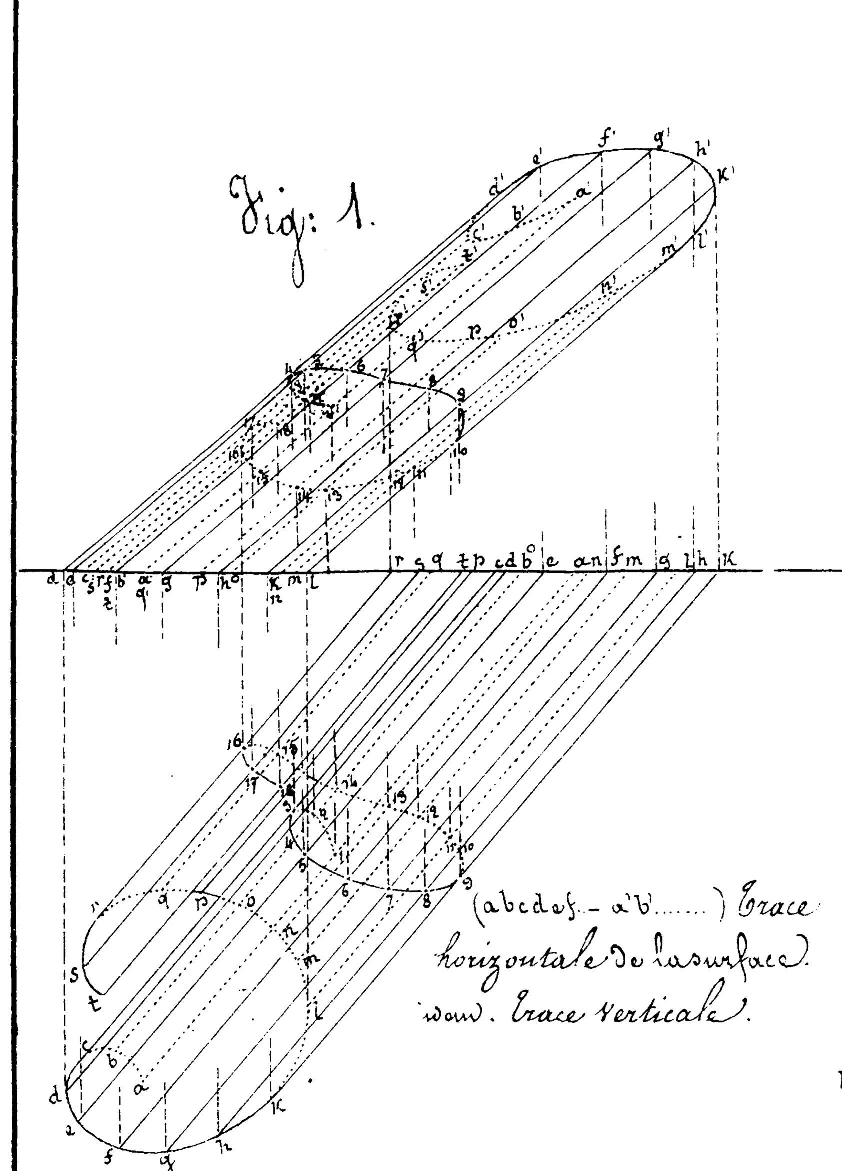
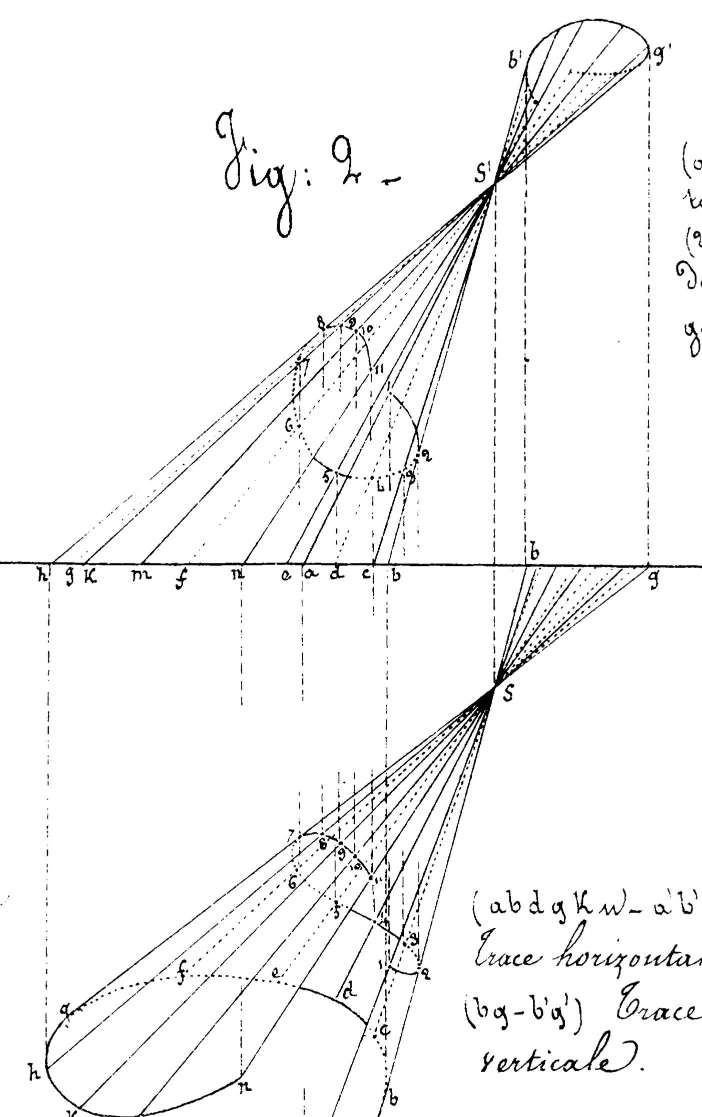


Fig: 1. (abcdef...– a'b'....) Trace horizontale de la surface. idem. Trace verticale.

Fig: 2 – (abdgkn – a'b'....) Trace horizontale. (bg – b'g') Trace verticale.



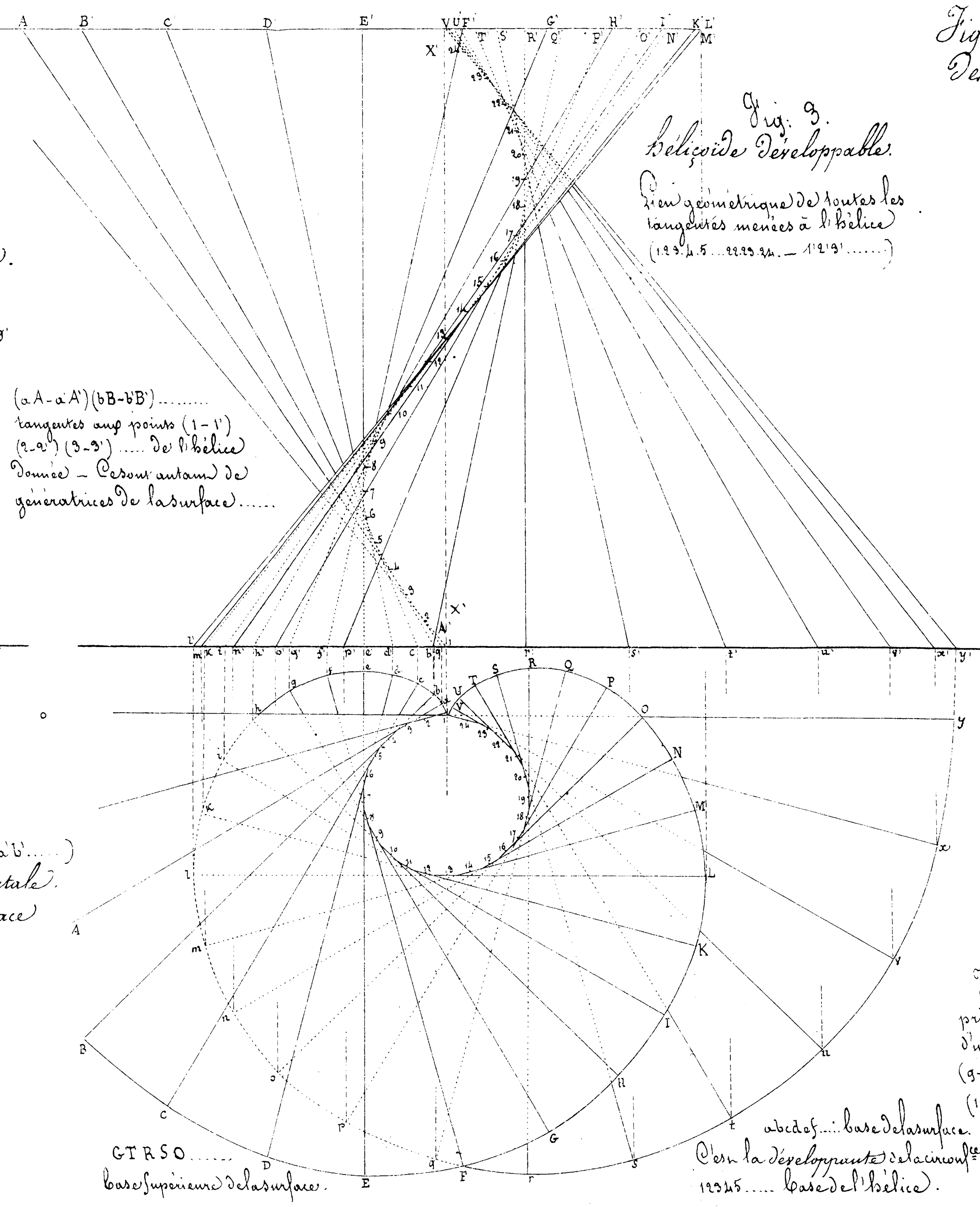


Fig: 3. héliçoïde Développable. Lieu géométrique de toutes les tangentes menées à l'hélice.

(aA-a'A') (bB-b'B')..... tangentes aux points (1-1') (2-2') (3-3')..... de l'hélice donnée – Ce sont autant de génératrices de la surface.....

GTRSO..... base supérieure de la surface.

abcdef..... base de la surface. C'est la développante de la circonfce 12345..... base de l'hélice.

Fig: 4, 5, 6, 7 et 8 – Génération et représentation des Surfaces non développables ou gauches. Surfaces à trois Directrices.

Fig: 4 – Surface gauche générale.

(Trois Directrices courbes.)
(mm-m'm') (nn-n'n') (pp-p'p')

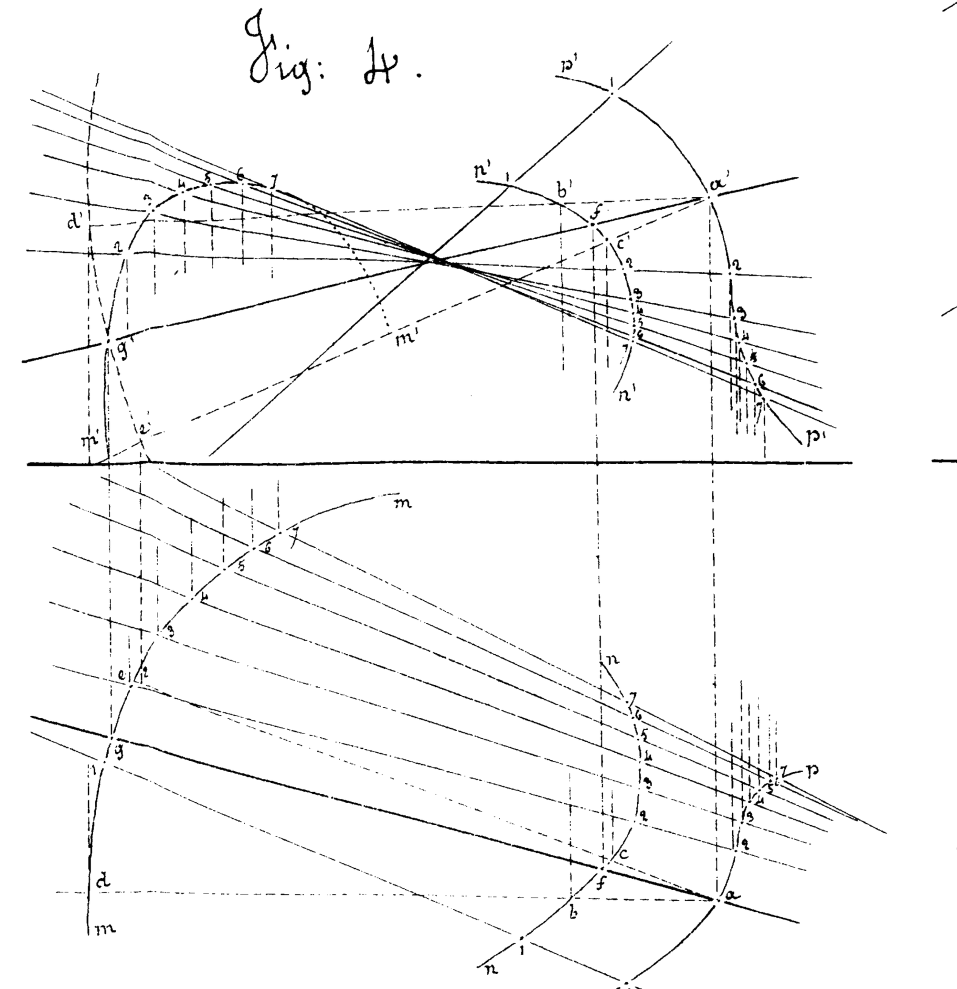


Fig: 4. – Construction de la génératrice (ag – a'g') : (a-a') point pris à volonté sur la directrice (pp-p'p'). Ce point est pris pour sommet d'une surface conique auxiliaire dont la courbe (nn-n'n') est la directrice – (g-g') point de rencontre de la 3e directrice (mm-m'm') avec cette surface.... (11-1'1') (22-2'2') (33-3'3').... Autres génératrices..........

Fig: 5. – héliçoïde gauche.

(Deux Directrices courbes et une Directrice droite.)

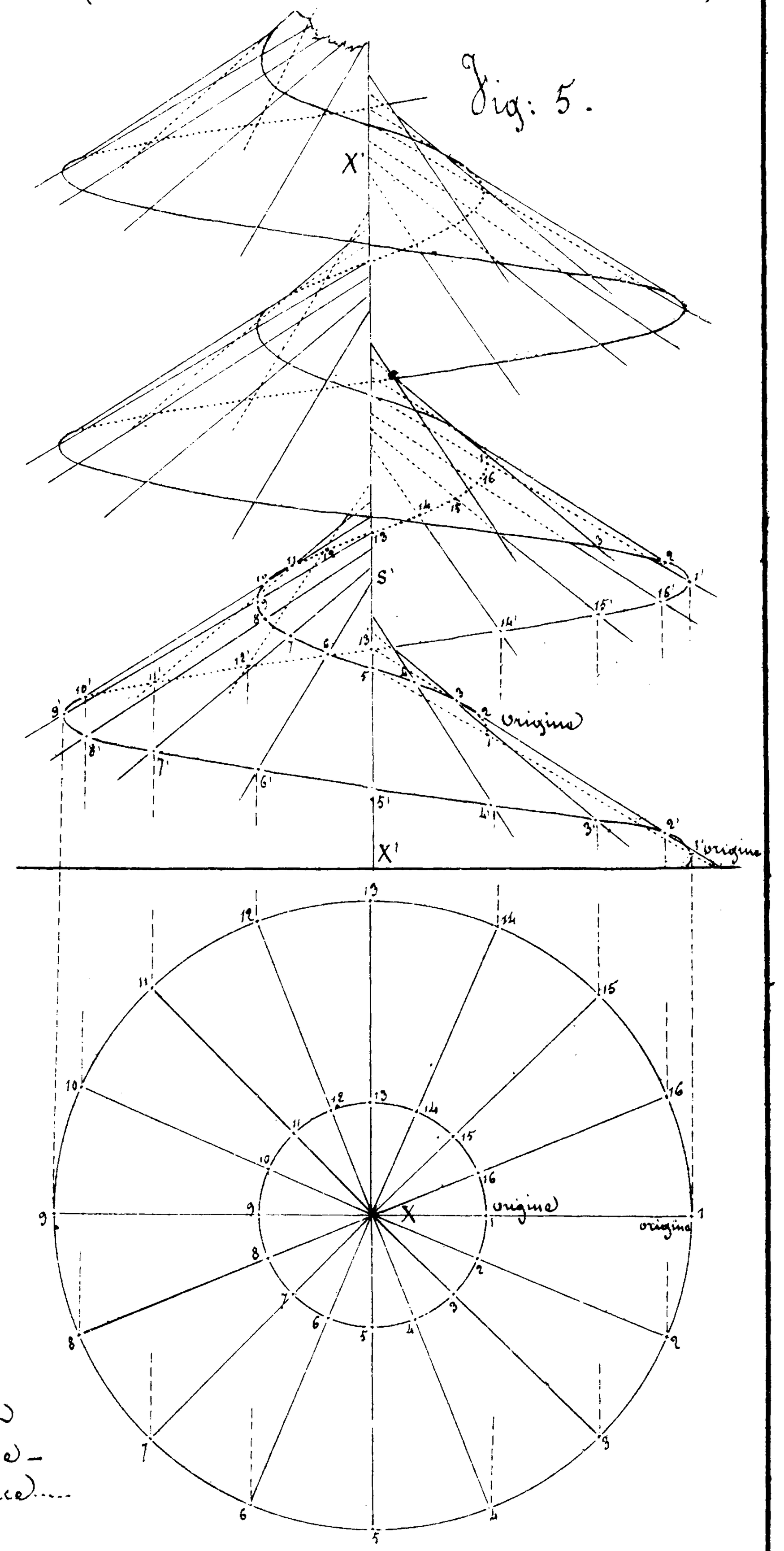


Fig: 5 bis. – Cas particulier de la figure 5.

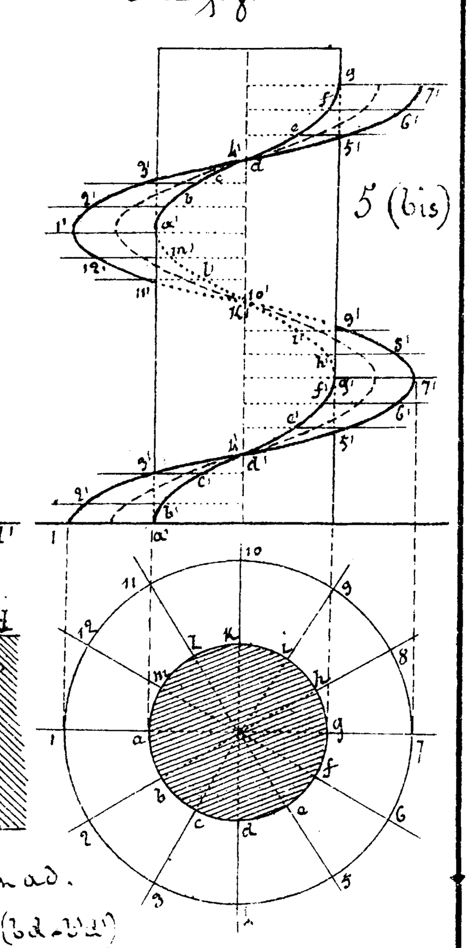


Fig: 6 et 7 – Autres exemples de surfaces gauches à deux Directrices courbes et une Directrice droite.

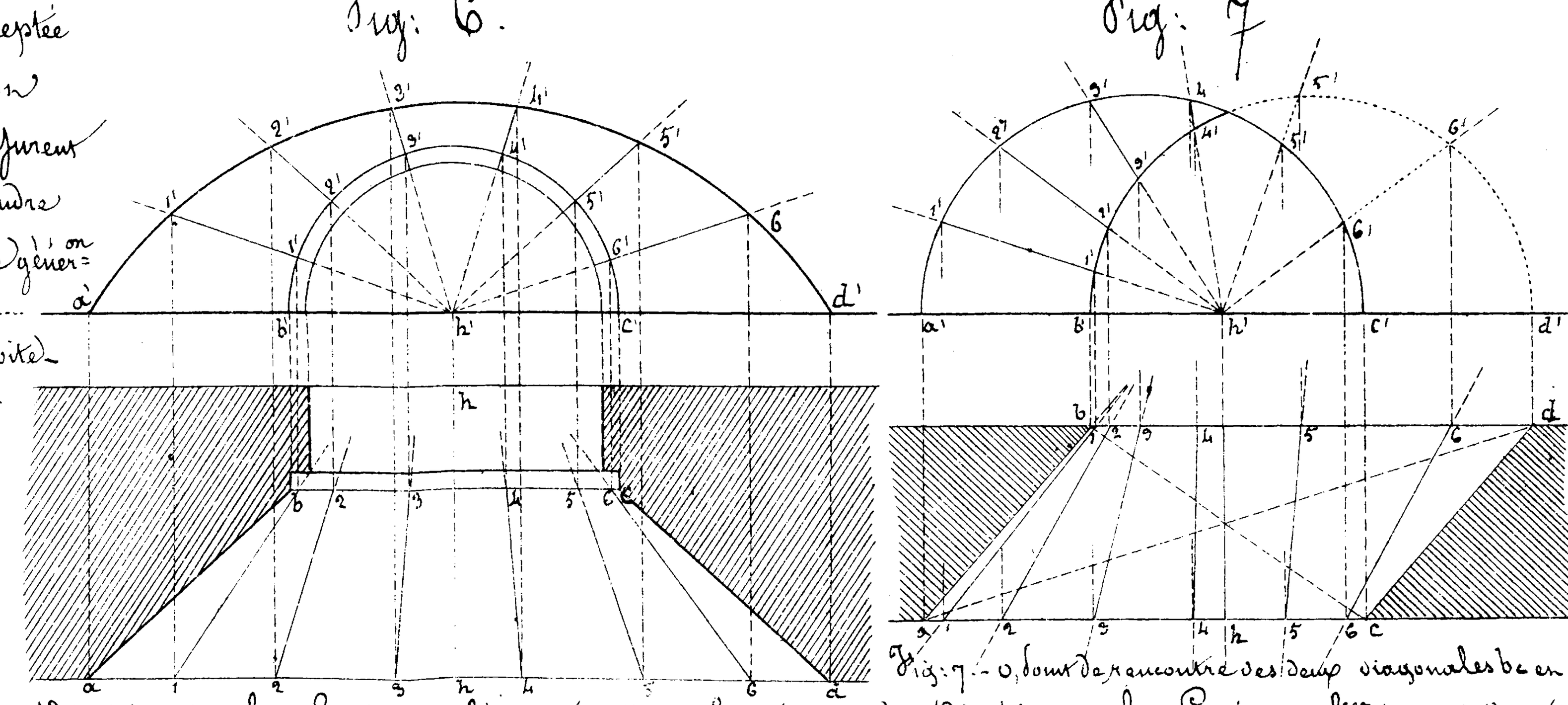


Fig: 6. Directrices Courbes : La ½ circonférence (bc-b'c') et l'arc (aa-a'd'). Directrice Droite : L'horizontale (hh-h')

Fig: 7. – o, point de rencontre des deux diagonales bc et ad. Directrices Courbes : Les ½ circonfces (ac-a'c') et (bd-b'd') Directrice Droite : L'horizontale (hh-h')

Surface réglée en général – C'est le lieu géométrique de toutes les positions d'une droite mobile, suivant une loi déterminée....... – Les surfaces réglées se divisent en deux classes : les Surfaces développables et les Surfaces gauches.

Surface développable. – Celle dont deux génératrices consécutives sont dans un même plan (parallèles entr'elles ou concourantes). Une telle surface étant supposée flexible mais inextensible, peut évidemment s'ouvrir et se développer sur un plan, sans déchirure ni duplicature. Voy. Fig. 1 et 2. – Fig: 3 Dans le nombre des surfaces développables, autres que les surfaces coniques ou cylindriques, on a choisi l'héliçoïde développable (deux génératrices consécutives sont dans un même plan) – On voit que l'hélice directrice (1234 – 1'2'3'...) divise chaque génératrice en 2 parties, l'une montante, et l'autre descendante. Toutes les parties montantes ou descendantes forment une nappe de la surface qui se trouve ainsi composée de deux nappes, l'une montante et l'autre descendante – L'hélice, courbe apparente suivant laquelle les 2 nappes se réunissent pour se séparer ensuite par un véritable rebroussement, se nomme *arête de rebroussement*.........

Surface gauche – Celle qui est engendrée par une droite mobile de telle manière que 2 positions consécutives de la génératrice, si rapprochées qu'on les suppose, ne se trouvent jamais dans un même plan. L'hyperboloïde de révolution dont il est question dans la flle IX, en est un premier exemple – Toute Surface gauche peut être regardée comme engendrée par une droite glissant sur 3 Directrices courbes (Voy Fig: 4 – Toutefois le mouvement de la génératrice peut être déterminé par d'autres conditions. – De ces conditions naissent plusieurs genres de surfaces qui, jouissant de propriétés particulières, ont des noms particuliers.

Surfaces engendrées par une droite mobile sur 3 directrices.

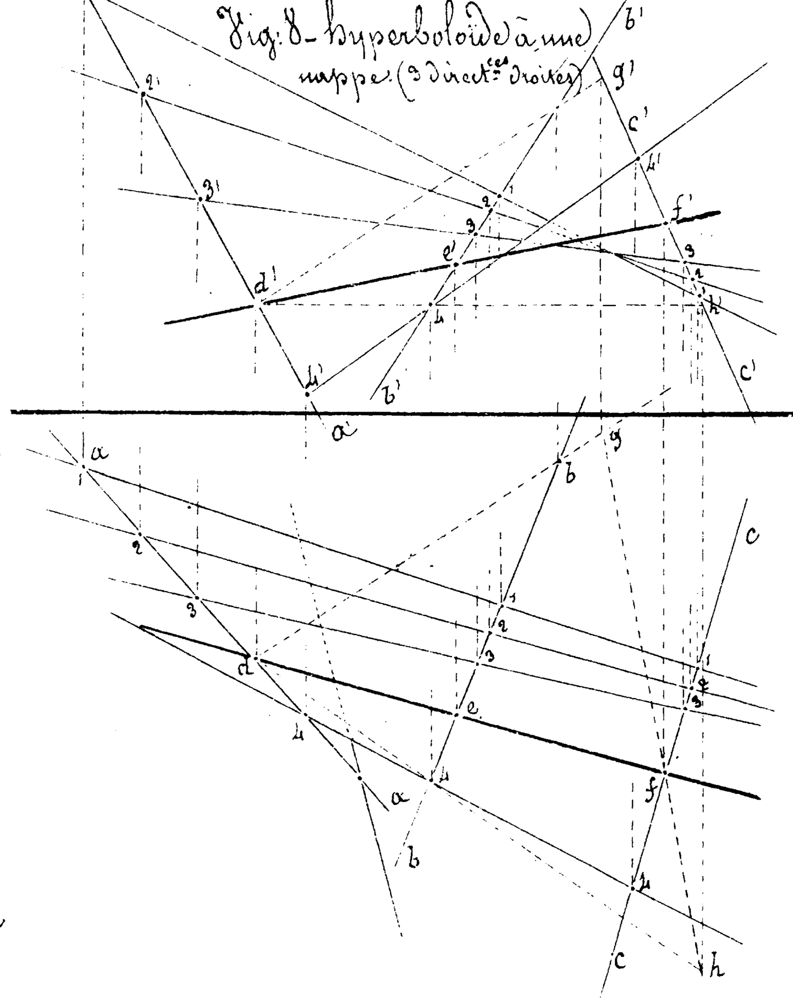
1° *Surface à 3 directrices courbes* : – Méthode générale pour obtenir une génératrice quelconque : Prenez pour sommet d'un cône auxiliaire, un point de la directrice 1, et pour directrice de ce cône la directrice 2, ce cône est rencontré par la directrice 3, en un ou plusieurs points auxquels répondent une ou plusieurs génératrices – Voyez Figure 4 un exemple de cette construction.

2° *Surfaces à deux directrices courbes et une directrice droite.* – La méthode générale se simplifie beaucoup dans ce cas-ci, car le cône auxiliaire devient un plan..... – Les figures 5, 6 et 7 offrent des exemples de ce genre de surfaces – L'héliçoïde gauche de la fig: 5 est engendré par une droite mobile sur deux hélices et sur une droite – Ces deux hélices sont concentriques et ont même pas, mais elles ne commencent pas à la même hauteur. La 3e directrice est l'axe commun aux cylindres des deux hélices – On se donne immédiatement les projections horizontales X1, X2, X3... des génératrices et rien n'est plus facile que d'en déduire les projections verticales correspondantes X'1, X'2, X'3'..... – C'est pour simplifier la figure que l'on a supposé la génératrice arrêtée à l'axe X'X', et qu'on a par suite, réduit la surface à sa nappe descendante. On retrouve plus loin, flle XVII l'autre nappe et l'ensemble des deux nappes – Si l'on ne considérait que la portion de la génératrice qui est interceptée par les deux hélices directrices, on aurait une *bande héliçoïdale*...... – Fig: 4 (bis) Lorsque les 2 hélices directrices, tout en restant concentriques et de même pas, ont leur origine sur la même hauteur, la génératrice devient perpendre à l'axe, et la surface est dite *héliçoïde de révolution*..... – Cet héliçoïde, dont toutes les génératrices se trouvent être parallèles à un même plan horizontal appartient aussi aux Surfaces à *plan de parallélisme* de la feuille XVI.

Sur l'héliçoïde gauche, la génératrice rencontre l'axe sous un angle constant..... La partie de la génératrice interceptée par les 2 hélices directrices est toujours la même..... Même propriété pour la partie interceptée par l'axe et une des hélices directrices..... La directrice droite ou l'axe est divisée par la génératrice en parties aliquotes proportionnelles aux arcs qui mesurent son mouvement angulaire..... Tout point de la génératrice engendre une hélice..... Ces propriétés conduisent à autant de modes de génération et de représentation qu'on peut se proposer comme exercices......

3° *Surfaces à 2 directrices courbes et une directrice droite* – peu usitées – On en a pas donné d'exemples.....

Fig: 8 – hyperboloïde à une nappe. (3 directrices droites)



4° *Surface à trois directrices droites* – La fig: 8 présente la construction qu'on a faite pour obtenir la génératrice (df-d'f') – Le cône auxiliaire de la figure 4 est remplacé ici par un plan........ (11-1'1') (22-2'2')... autres génératrices – Cette surface se nomme *hyperboloïde à une nappe*, parce qu'il peut être engendré par une hyperbole mobile et variable de grandeur suivant une certaine loi.... L'hyperboloïde de révolution appartient à ce genre de surfaces ....

Propriétés : 3 génératrices consécutives étant prises pour directrices d'une nouvelle droite mobile, la surface engendrée est la même que la 1ère ; c'est-à-dire que les 3 Directrices d'une génération sont des génératrices de l'autre génération et réciproquement. En d'autres termes, un hyperboloïde peut être engendré de 2 manières par une droite mobile sur 3 droites fixes. – La démonstration de cette propriété, déjà vérifiée pour l'hyperboloïde de révolution ne peut trouver place ici, bien qu'elle soit basée sur des considérations purement géométriques – Une génératrice d'une génération qui ne rencontre aucune autre génératrice de cette génération rencontre toutes celles de l'autre, et réciproquement.... – Une droite ne peut rencontrer un hyperboloïde en plus de 2 points..... Par tout point d'un hyperboloïde, on peut mener 2 droites sur la surface, une génératrice de chaque génération... Lorsque les 3 directrices d'un hyperboloïde sont parallèles à un même plan, on obtient un *hyperboloïde à plan de parallélisme*, variété qui se rencontre Feuille XVI dans le genre des Surfaces gauches à plan de parallélisme.

Lith. de Nouvian à Metz.

Surfaces réglées. – Surfaces à plan de Parallélisme.

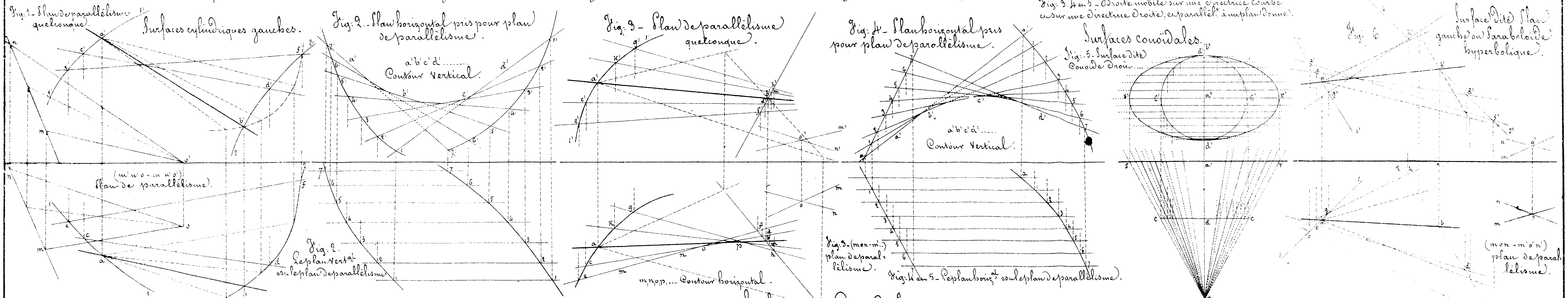
Génération et Représentation de ces Surfaces.

Fig: 1, 2, 3, 4, 5, 6. – Surfaces engendrées par une droite mobile sur 2 Lignes directrices, et parallèlt à un plan donné.

Fig: 1 et 2 – Droite mobile sur deux directrices courbes, et parallèlement à un plan donné.

Fig: 3, 4 et 5 – Droite mobile sur une directrice courbe et sur une directrice droite, et parallèlt à un plan donné.

Fig: 6 – Droite mobile sur deux Directrices droites, et parallèlement à un plan donné.



Surfaces cylindriques gauches – Fig: 1 – (11-1'1')(22-2'2') les 2 directrices courbes. (mon-m'o'n') – Le plan de parallélisme – Par le point (a-a') de la directrice 1, menez un plan parallèle au plan (mon-m'o'n') et construisez le point de rencontre (b-b') de la directrice 2 avec ce plan. – La droite (ab-a'b') est une génératrice de la surface – (cd-c'd')(ef-e'f')....... autres génératrices – La construction se simplifie beaucoup, lorsque l'un des plans de projon est pris pour plan de parallélisme. (Voy. Fig: 2)..... De ce que ces surfaces ressemblent à des surfaces cylindriques gauchies par un certain mouvement de torsion, on leur a donné le nom de Surfaces cylindriques gauches.......

Surfaces Conoïdales.

Fig: 3. – Une directrice courbe (11-1'1') et une directrice droite (22-2'2') – (mon-m'o'n') Plan de parallélisme – Construction tout à fait analogue à celle de la fig: 1, pour obtenir la génératrice (ab-a'b'), ainsi que les autres génératrices (cd-c'd') (ef-e'f') – La Construction se simplifie (fig: 4), lorsque l'un des plans de projection est pris pour plan de parallélisme ...... Dans le cas de la fig: 5, la directrice droite est perpendre au plan de parallélisme. Cette directrice prend alors le nom de *ligne de Striction*, parce qu'elle renferme en effet les plus courtes distances des génératrices entr'elles; de sorte que le plus grand resserrement de la surface, ou la *Striction* a lieu suivant cette droite – Ces surfaces, qui représentent ce que deviendraient des surfaces coniques dont le centre se serait étendu sur une droite, portent le nom de Conoïdes – La surface de la fig: 5, dans laquelle la directrice courbe est une circonfce de cercle parallèle au plan vertal, est un Conoïde droit à base circulaire..... Tout plan parallèle à sa base le coupe suivant une ellipse...... – Tout conoïde qui a pour directrice droite une perpendicre au plan de parallélisme, est un Conoïde droit. – Lorsque la directrice courbe est une *hélice*, et que la directrice droite est l'axe de l'hélice, on obtient un Conoïde *héliçoïdal*, variété qui se trouve appartenir à deux espèces de Surfaces.....

Paraboloïde hyperbolique.

Fig: 6. – (11-1'1')(22-2'2') Directrices droites; le plan de parallélisme (mon-m'o'n') est quelconque – (ab-a'b') une génératrice (Voy. Fig: 1) – Cette génératrice et les trois centres (cd-c'd')(ef-e'f')(gh-g'h') forment un commencement de surface. – Les fig: 7 et 8 représentent deux paraboloïdes hyperboliques, assez étendus pour qu'on puisse en bien voir la situation et la forme ...... Ces surfaces (on le verra plus loin) ont la propriété de ne pouvoir être coupées par un plan que suivant une parabole ou une hyperbole (ou suivant des droites). C'est pourquoi on les nomme Paraboloïdes hyperboliques... Et comme dans une petite étendue (fig: 6) elles représentent des plans qu'on aurait gauchi par un petit mouvement de torsion, on les nomme aussi *plans gauches*.

Quelques propriétés des Paraboloïdes hyperboliques: – Tout paraboloïde hyperbolique peut être engendré de 2 manières par une droite mobile sur 2 droites fixes, en restant parallèle à un *plan directeur* (de parallélisme)..... – Les 2 directrices de la 1re génon sont des génératces de la 2de et réciproquement ... – Dans chaque génération, les directrices sont coupées en parties proportionnelles par les génératrices; de sorte que 2 génératces étant construites, on peut en déduire aisément autant qu'on veut ...... – Il y a pour chaque génération un plan de parallélisme

Fig: 7 – 1re Génération: – Les 2 directrices sont les droites (AB-A'B')(CD-C'D') – Le plan horizontal est le plan de parallélisme – (m-m') point pris à volonté sur (CD-C'D'); (D-D') pied horizontal de cette droite – On a divisé la longueur (mD-m'D') en un certain nombre de parties égales (22); on a mené par les points de division (m-m')(1-1')(2-2')(3-3')..... des horizontales appuyées sur la directrice (AB-A'B'), et l'on a eu autant de génératrices .... celle qui passe par le pied (D-D') est la trace horizontale de la surface; la trace verticale est l'hyperbole (a'b'c'd'e'f'g'h'i' – k'l'm'n'o'), lieu géométrique des points de rencontre de toutes les génératrices avec le plan vertical .... Les génératrices de la 1re génération sont d'un trait fin.

2e Génération – Les 2 directrices sont les génératrices (PR-P'R')(MN-M'N') de la 1re génération – Le plan de parallélisme est celui des 2 droites (ab-a'b')(cd-c'd') parallèles aux directrices (AB-A'B')(CD-C'D') de la 1re génération ......

Fig: 7 (bis) – Si l'on projetait un Paraboloïde hyperbolique sur un plan perpendiculaire à l'un de ses plans de parallélisme, les projections des génératrices seraient parallèles entr'elles. – Si, comme on le voit sur la figure, la projection faite sur un plan vertical {celui des deux droites (c-c'c')(dd-d'd')}, perpendiculaire à la fois aux deux plans de parallélisme, les génératrices se projeteraient pour chaque génération, suivant des droites parallèles. De sorte que tous les quadrilatères gauches formés par les génératrices des deux générations seraient représentés par des parallélogrammes ....

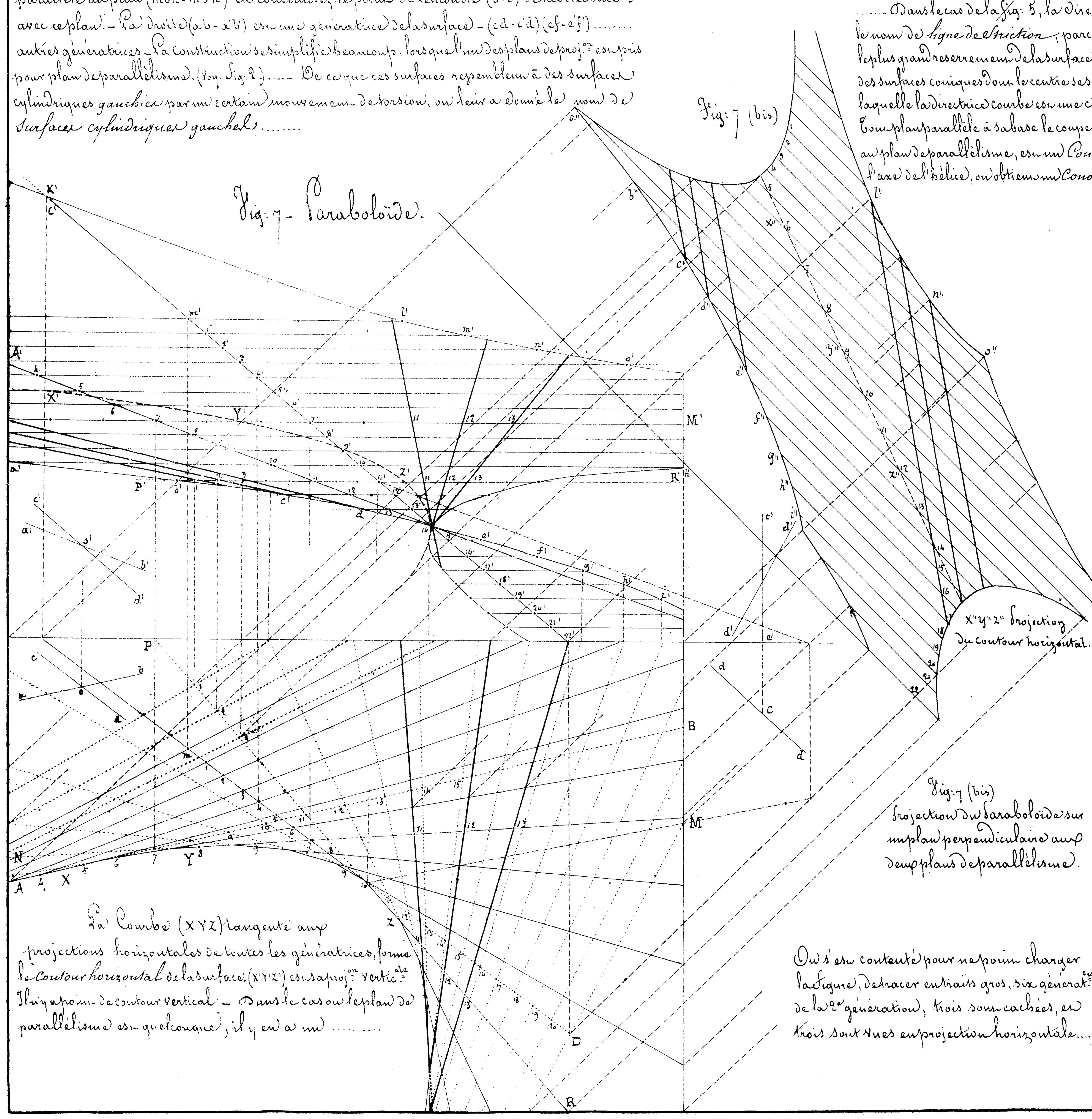
Une génératrice d'une génération, qui ne rencontre aucune des génératrices de cette même génération, rencontre toutes celles de l'autre.....

Lorsque les trois directrices d'un hyperboloïde à une nappe, sont parallèles à un même plan, l'hyperboloïde devient un paraboloïde .....

Comme l'hyperboloïde, le paraboloïde ne peut être rencontré par une droite en plus de deux points ....

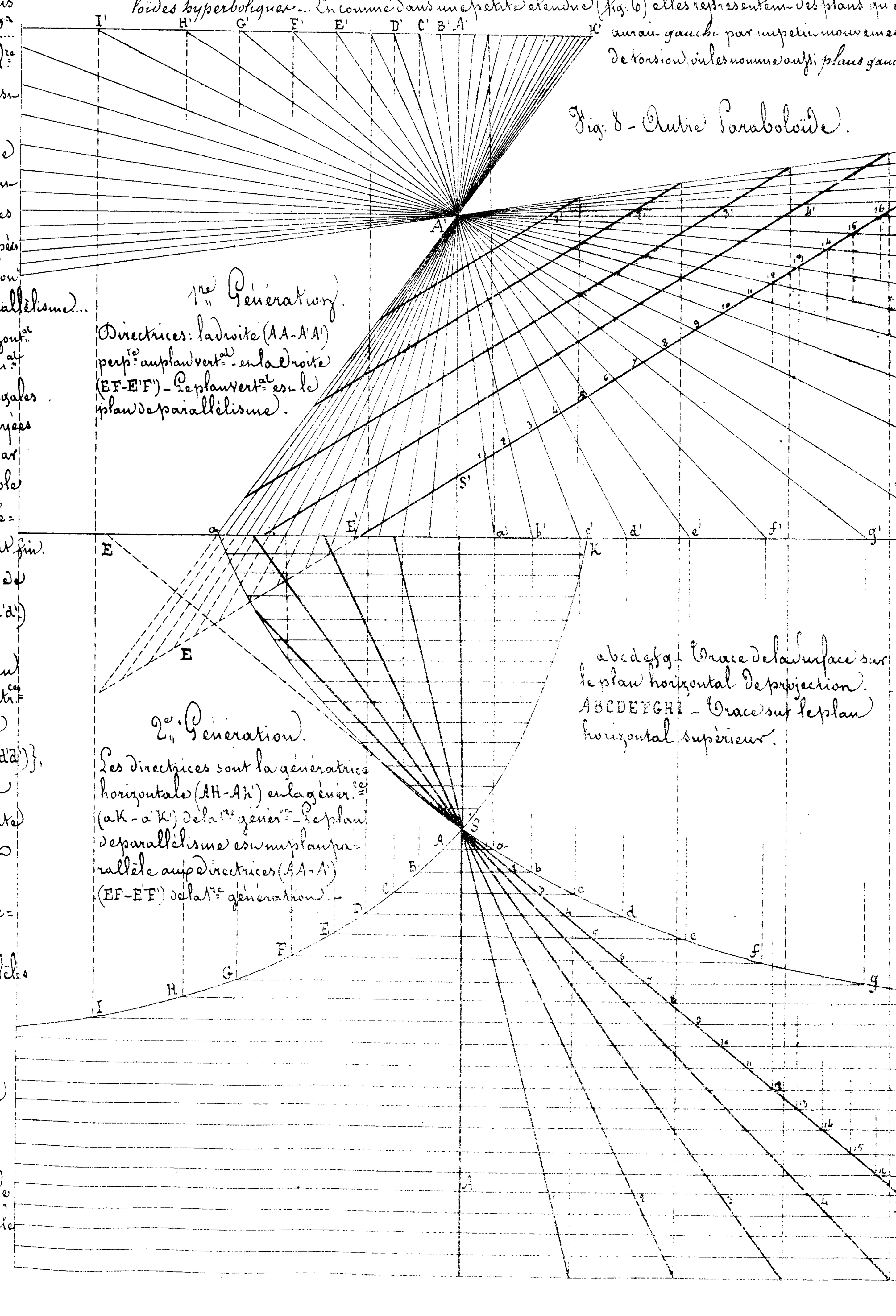
Observation. – On ne s'est occupé, parmi les surfaces à plan Directeur, que de celles qui ont un *plan de parallélisme* ....

On peut concevoir beaucoup d'autres surfaces réglées: – Droite mobile sur des surfaces données .... Droite assujettie à faire un angle constant avec un plan donné ...... Droite d'une longueur constante, mobile entre deux Directrices fixes ....



La Courbe (XYZ) tangente aux projections horizontales de toutes les génératrices, forme le contour horizontal de la surface: (X'Y'Z') est sa projon verticale. Il n'y a point de contour vertical – Dans le cas où le plan de parallélisme est quelconque, il y en a un ....

On s'est contenté pour ne point charger la figure, de tracer en traits gros, six génératces de la 2e génération, trois, sont cachées, et trois sont vues en projection horizontale.....



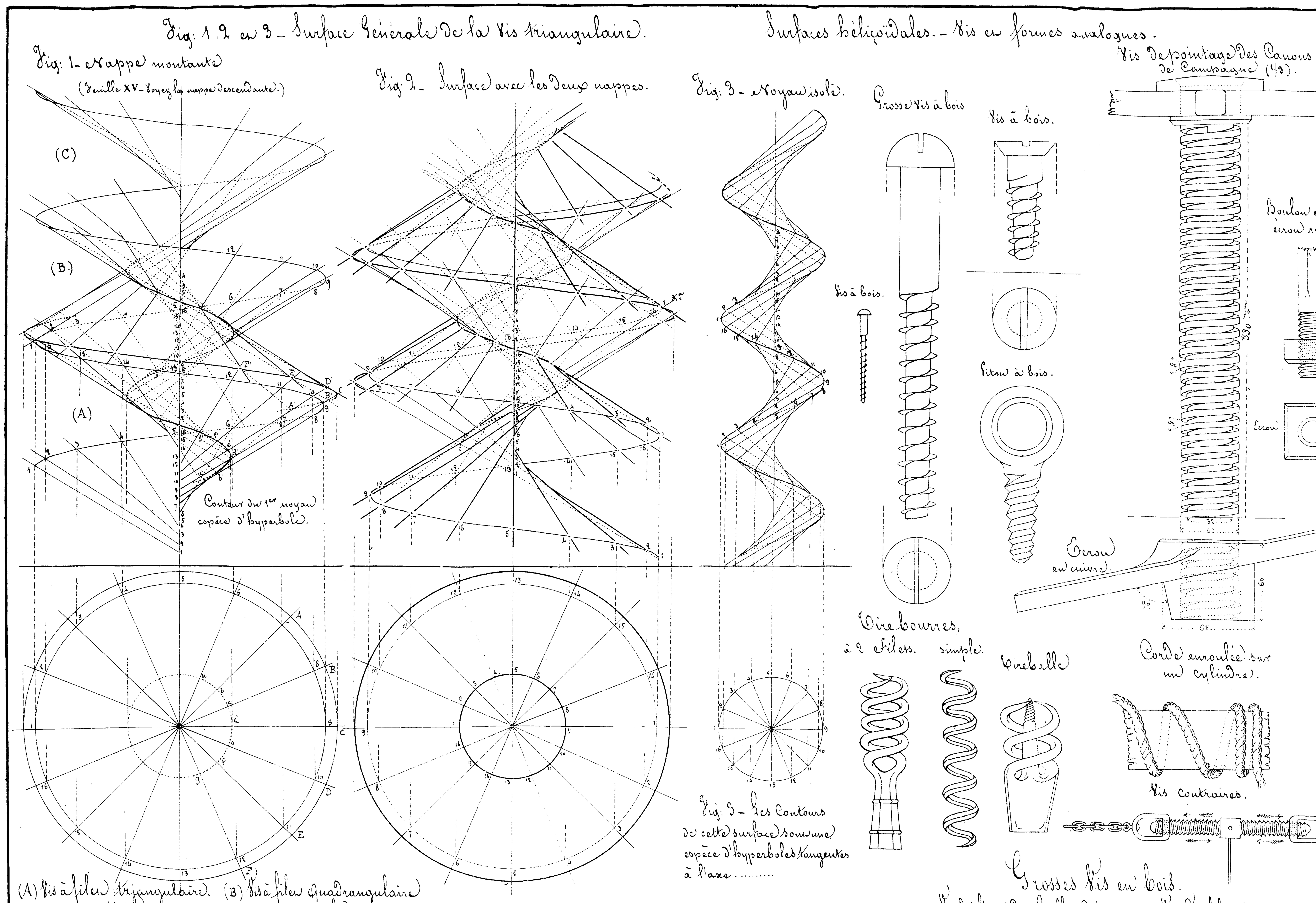
1re Génération. Directrices: la droite (AA-A'A') perpre au plan vertal – et la droite (EF-E'F') – Le plan vertal est le plan de parallélisme.

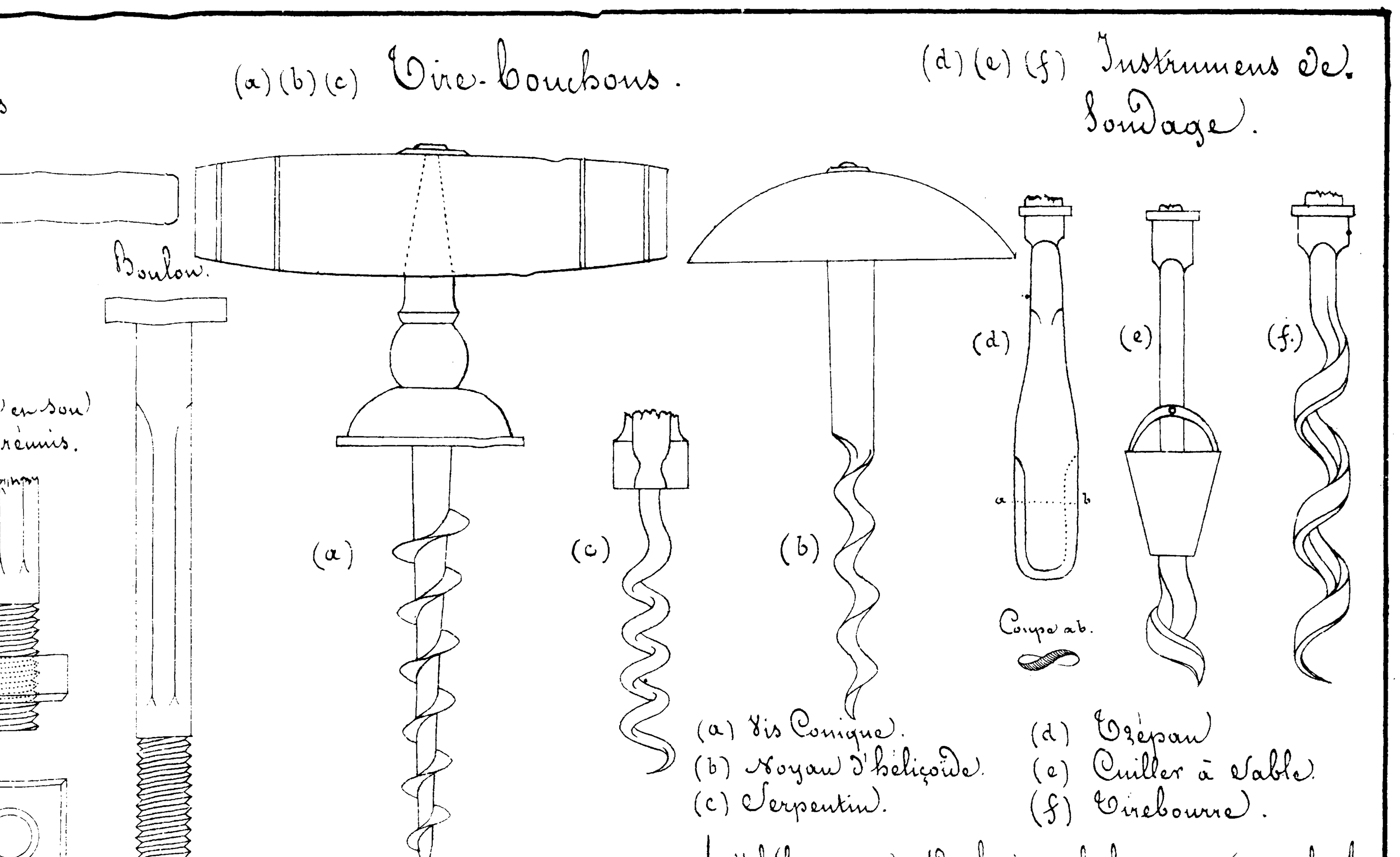
2e Génération. Les directrices sont la génératrice horizontale (AH-A'h') et la génératce (aK-a'K') de la 1re génération – Le plan de parallélisme est un plan parallèle aux directrices (AA-A')(EF-E'F') de la 1re génération.

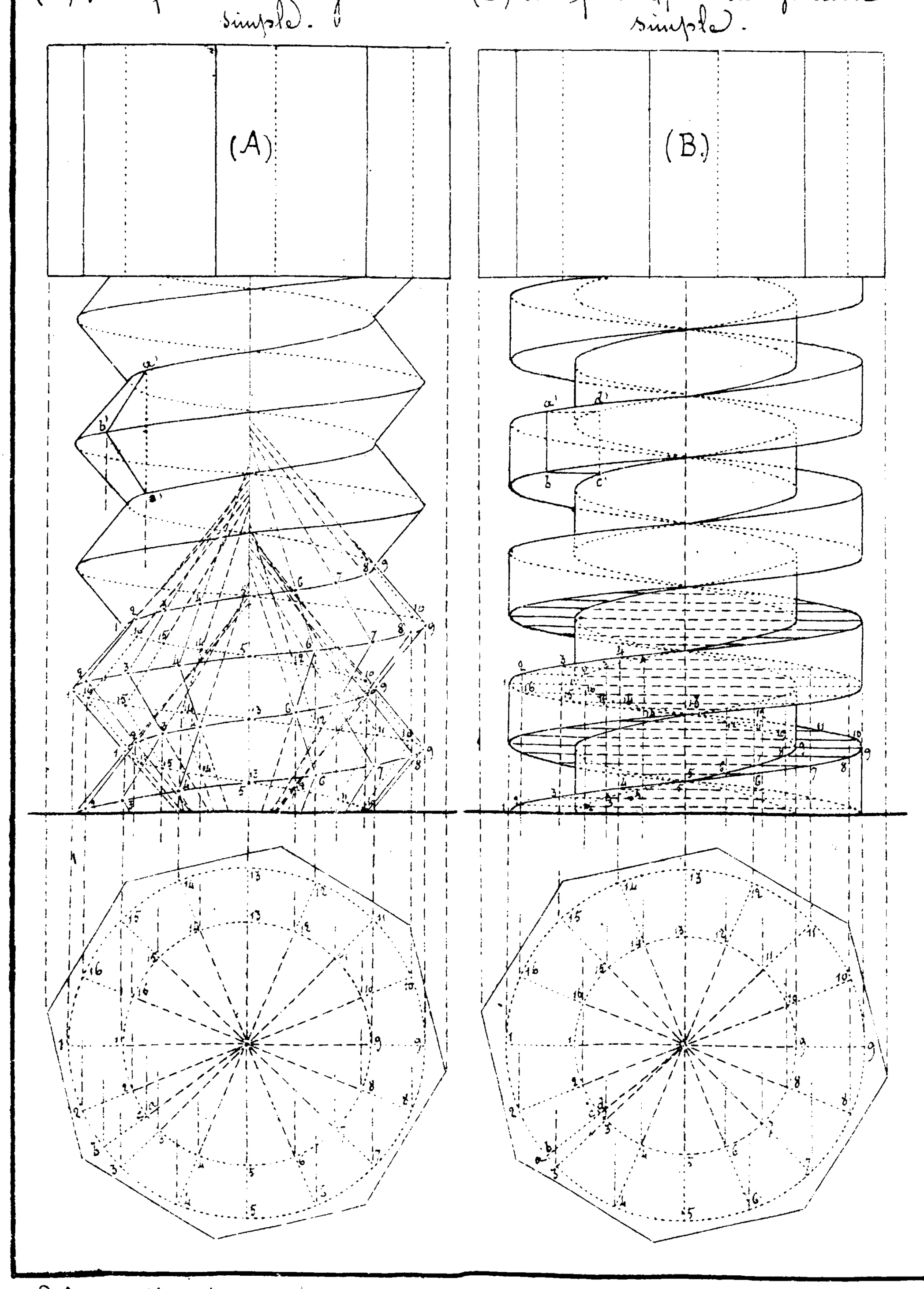
abcdefg – Trace de la surface sur le plan horizontal de projection. ABCDEFGHI – Trace sur le plan horizontal supérieur.

Lith. de Nouvian à Metz.

Surfaces courbes. – Applications.







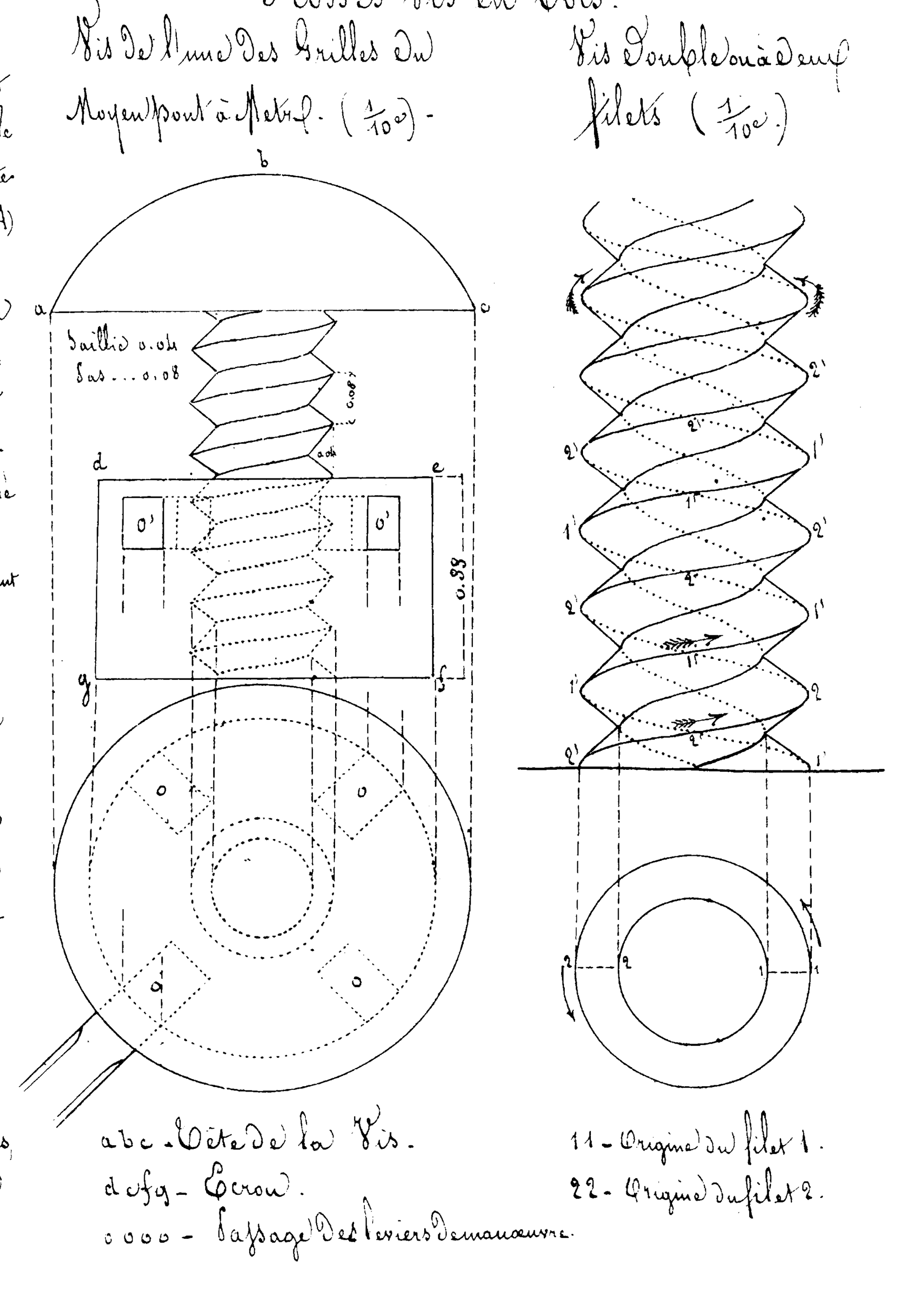


Fig: 1 – Nappe montante considérée isolément dans la partie supérieure (C).... elle est engendrée par une droite mobile sur l'hélice (1.2.3.4.5.... 12'...) et sur la verticale (x-x'x') qu'elle rencontre sous un angle constant. – De ce que les rencontres sur la droite (x-x'x') forment une suite de points équidistans, il devient facile et prompt de construire la surface...... – Dans la partie inférieure (A) on a construit le lieu des points de rencontre des génératrices après une demi-révolution...... C'est l'hélice (abcd - a'b'...)..... – Dans la partie (B) l'hélice (ABc... A'...) est le lieu des points de rencontre des génératrices après une révolution et demie... Il y aurait une autre hélice après deux révolutions et demie, et ainsi de suite..... – La figure 2, présente les deux nappes réunies – La 1re hélice de rencontre est l'arête de l'étendue figurée que les deux nappes renferment entr'elles. Cette étendue illimitée dans le sens de l'axe, est le premier noyau..... La fig: 3 présente le noyau séparé des nappes qui le forment.... – La 2de hélice de rencontre est l'arête du second noyau..... &c. Ces hélices de rencontre sont aussi des *arêtes de rebroussement*, c'est-à-dire des lignes suivant lesquelles les génératrices d'une nappe rencontrent l'autre nappe et semblent *rebrousser* pour s'étendre sur cette dernière...... – Fig: 3 – La surface de ce noyau peut être engendrée par une droite mobile sur l'hélice qui forme son arête, et sur l'axe....... L'axe est son noyau...... – Fig: (A) Vis – Sa surface se compose de deux bandes héliçoïdales, l'une montante et l'autre descendante, comprises entre deux arêtes de rebroussement consécutives...... – Le noyau de la vis est le cylindre de la plus petite arête...... – Le solide compris entre les deux bandes et le cylindre est *le filet de la vis*...... – Le filet pourrait être engendré directement par un triangle (abc - a'b'c') dont le plan ne cesserait pas de s'appuyer sur l'axe. – C'est pourquoi cette espèce de vis est dite *Vis à filet triangulaire* ou pour abréger, *vis triangulaire*...... (abc - a'b'c') est le *triangle générateur*...... – Fig: (B) Autre Vis – Sa surface se compose de deux bandes héliçoïdales de révolution, et de deux bandes cylindriques concentriques, qui comprennent entr'elles le filet..... – C'est la *vis à filet quadrangulaire* ou *la vis quadrangulaire*..... – Lorsque le quadrilatère générateur (abcd - a'...) est un carré la vis est *à filet carré*.... *Vis carrée* par abréviation – C'est le cas de la fig: (B.)

Quelques Notions sur les Vis.

Si le triangle T, dont le plan passe par l'axe XX, tourne sur le cylindre, sans monter ni descendre, il engendre un anneau triangulaire tt. – Le carré C engendre l'anneau carré cc – Le ½ cercle D engendre le ½ anneau rond dd – Mais si chacune de ces figures tourne en s'élevant sur une *hélice*, elle engendre un *anneau héliçoïdal*, ou un *filet de vis*, filet qui est triangulaire, quadrangulaire, circulaire.... selon la nature du profil générateur.... La vis prend le nom de son filet.... Vis à filet triangulaire, Vis à filet carré, à filet arrondi.... – Le cylindre sur lequel le profil s'appuie, est *le Noyau de la vis*.... – Au lieu de représenter un filet par l'ensemble des positions du profil générateur (Voy. XVIII) On a le plus souvent recours aux hélices engendrées par les sommets 1.2.3.4 du profil – Les hélices 1, 1', 1''.... et 4, 4'-4''.... des sommets 1 et 4 sont les *hélices intérieures*; leur rayon X1 ou X4, est le rayon du noyau – 2, 2', 2''.... et 3, 3', 3''.... *hélices extérieures*. – Une hélice intérieure est plus inclinée qu'une hélice extérre – L'inclinaison des hélices comprises entre ces 2 *hélices extrêmes*, diminue à mesure que leur rayon augmente – On nomme *hélice moyenne*, celle qui a une pente moyenne entre les pentes des hélices extrêmes; son rayon est *moyen arithmétique* entre ceux de ces hélices... Un filet carré est limité 1° par 2 bandes cylindriques-héliçoïdales qu'engendrent les côtés 1.4 et 2.3: La première qui s'appuie sur le noyau, est la *surface de rupture* du filet – 2° par 2 bandes héliçoïdales qu'engendrent les côtés 1.2 et 4.3 perpendiculaires à l'axe: La 1re est la *surface supérieure* du filet, l'autre est la *surface inférieure*. – *Vis à filet carré* – La distance 2.3 ou 1.4 mesurée parallèlt à l'axe, est *l'épaisseur* du filet – La distance 1.2 ou 3.4 mesurée perpendiculnt à l'axe, est *la saillie* du filet – La distance 1.1'' ou 2.2''.... mesurée parallèlemt à l'axe, c'est-à-dire la distance entre 2 points correspondans des profils extrêmes d'une même spire est *le pas de la vis* – La distance 1.4'' est *le vide du filet* – Le vide du filet étant égal à la saillie, la vis qui n'a qu'un filet, est dite *vis simple* – Dans les vis carrées, les vides sont presque toujours égaux aux pleins, surtout à cause de l'exécution; de sorte que le pas est double de l'épaisseur ou de la saillie...... *Vis double ou à 2 filets* – Si les 2 profils extrêmes d'une spire ont un pas 11'' égal à 4 fois la saillie, et si l'on a intercalé un second filet, donnant avec le premier des vides égaux aux pleins, la vis est double – Les profils de départ 1.2.3.4 et a.b.c.d des filets, sont diamétralement opposés – *Vis triple ou à 3 filets* – Formation analogue à celle de la vis double – Le pas est égal à six fois la saillie – Les 3 profils de départ divisent ordinairement la base du Noyau en trois parties égales ....

Écrou de la vis – Que le profil 1.2.3.4 tourne dans un cylindre creux d'un diamètre égal à celui du noyau, il engendrera une *rainure héliçoïdale* ou un *filet creux* capable de recevoir le *filet saillant* de la vis. Un cylindre creux, ainsi préparé, se nomme *écrou*, (feuille XXII) – Une vis peut se mouvoir dans son écrou; réciproquement, l'écrou peut tourner sur la vis.......

Vis à filet triangulaire – Le profil générateur est généralt un triangle isocèle dont les dimensions dépendent de la nature de la matière de la vis – Dans les grosses vis en bois d'une dureté moyenne (chêne, orme), telles que celles des pressoirs, le triangle abc est rectangle en b. Dans les vis en bois dur (charme, cormier, sorbier buis...) qui sont d'une moyenne grosseur, le triangle abc est équilatéral – A plus forte raison pour les vis en métal (fer, cuivre.....) – Dans les vis simples, le pas b.b'' est toujours égal à la base ac du triangle (bb' = ac) – Dans les vis doubles, bb' = 2 fois ac. Dans les vis triples bb' = 3 fois ac; .... *La saillie du filet*, c. a. d. la perpre bh, dépend de la nature du triangle générat. (rectangle ou équilatal) – Dans les grosses vis la saillie est moindre que le pas...... – *Vis à filet rond* ou plutôt arrondi – Elles sont ordinairement en fonte.....

Les vis qui font système avec leur écrou, sont employées de plusieurs manières dans les arts, pour tirer, presser, pousser, frapper, tordre ...... Les vis carrées sont presque toujours en fer ou en fonte. Les grosses vis en bois ont des filets triangulaires...... Le rayon du noyau, la saillie et l'épaisseur du filet, la pente de l'hélice directrice ou le pas de la vis, le nombre des filets la longueur de la vis, enfin la hauteur et l'épaisseur de l'écrou, sont autant d'élémens qui dépendent du calcul et de l'expérience – Il est évident que la vis et l'écrou doivent résister l'un et l'autre autant que le noyau, sans déformation. Un écrou ne doit pas embrasser moins de trois spires de la vis (fle 22.) – Dans les arts, le mouvement rectiligne se produit par le mouvement de la vis ou par celui de l'écrou.... Dans les machines à choc, la vis qui transmet l'action de la force extérieure, a besoin d'un mouvement rapide, afin qu'elle puisse parcourir un chemin rectiligne assez grand dans *un tour* ou *un demi-tour*. On pourrait à la rigueur, ne donner qu'un filet à la vis; mais alors ce filet aurait une épaisseur très grande, tandis que le filet saillant de l'écrou qui fatigue et s'use beaucoup, serait très mince. On donne donc à la vis 2, 3 et même 4 filets; ce qui la rend en même temps d'une exécution facile et correcte..... *Dimensions des Vis* – Ce ne sont que des limites qu'on ne doit pas dépasser – *Vis à filet carré* – Soit ax, le rayon d'un noyau capable de résister à un effort déterminé, dans le sens de sa longueur: 0kilo, 80 au plus par millire carré pour le bois, et 6kilo pour le fer – La saillie ab du filet ne doit pas être moindre que le tiers du rayon du noyau $\left(\frac{ax}{3}\right)$: de sorte que le rayon bx de l'hélice extérre = 4 fois la saillie. Le rayon de l'hélice moyenne est alors $\frac{ax+bx}{2}$ ou $\frac{3ab+4ab}{2}$ ou $7\,\frac{\text{fois } ab}{2}$. – *Vis à filet triangulaire*. La saillie est égale au ⅓ du rayon du noyau. – Ces vis frottent ou perdent plus que les vis à filet carré..... – *Vis d'assemblage*. Certaines vis servent uniquement à assembler ou à lier les parties d'un système dans les arts de construction. Elles portent alors le nom de *boulon*. – Le boulon est une tige en fer, cylindrique ou prismatique, terminé à un bout par une tête et à l'autre par une vis plus ou moins longue....... La forme et l'inclinaison des filets dépendent de la destination des boulons; ils sont en général triangulaires et peu inclinés....... – *Les vis à bois ou Clous à vis* n'ont pas d'écrou; le bois en tient lieu – Leur noyau est un peu conique, leur filet est tranchant et peu rapide...... –

Vis de précision. – Petites vis en fer ou en acier dont on fait le filet très aigu ou très saillant, afin d'augmenter le frottement, et de rendre par là, la liaison plus invariable..... – *Les vis micrométriques*...., *les vis de rappel*... sont des vis de précision.

Vis sans fin – Sous cette dénomination, bien mal choisie, on entend une vis à filet carré qui *engrène* continuellement, ou *sans fin*, dans les dents d'une roue dentée......... Les filets des vis se font avec des *machines à fileter* ou avec des *filières*.... – Les écrous sont creusés avec une espèce de *forets* appelés *Tarauds*. Tarauder et fileter sont deux opérations bien différentes.... Les vis à bois sont faites mécaniquement, et avec une précision extrême –. Les grosses vis en bois des pressoirs sont faites au Ciseau par les Charpentiers .....

Les filets des vis tournent ordinairement de gauche à droite. La main qui agit sur le tournevis, tourne alors de droite à gauche.......

Lith. de Nouvian à Metz.

Surfaces courbes – Applications : Formes hélicoïdales.

Fig : 1 et 2. Filets cylindriques.

Fig : 1 Filet trapézoïdal. — Fig : 2. Filet circulaire. — Fig : 3 – Prisme tors quadrangulaire. — Fig : 4. Cylindre tors Circulaire.

Fig : 5 et 6. Serpentins Cylindriques. — Fig : 5. Serpentin Carré. — Fig : 6 Serpentin circulaire.

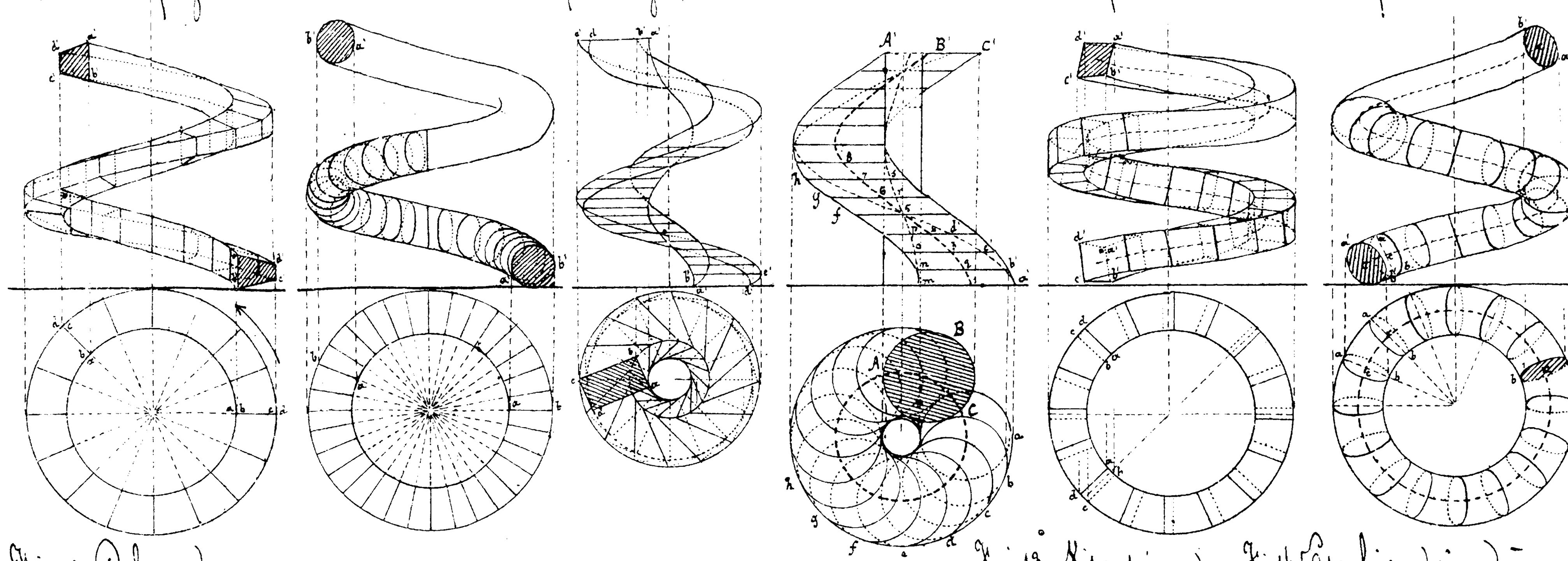


Fig : 7 – (mnop – m'...) hélice directrice – (ab – a'b') Côté du carré générateur ; (m – m') son centre qui se meut sur l'hélice (mnopqr – m'....) – Le côté du carré décroit dans le même rapport que le rayon de l'hélice directrice : Au départ ab = a"b" ; après ¼ de révolution le coté (cd – c'd') du profil est égal à c"d".... – Au sommet (S – S') le côté du profil et le rayon de l'hélice deviennent nuls ensemble ....

Fig : 8. Constructions tout à fait analogues aux précédentes.

Fig : 7 et 8 – Filets coniques. — Fig : 7 Filet Carré. — Fig : 8 Filet Circulaire.

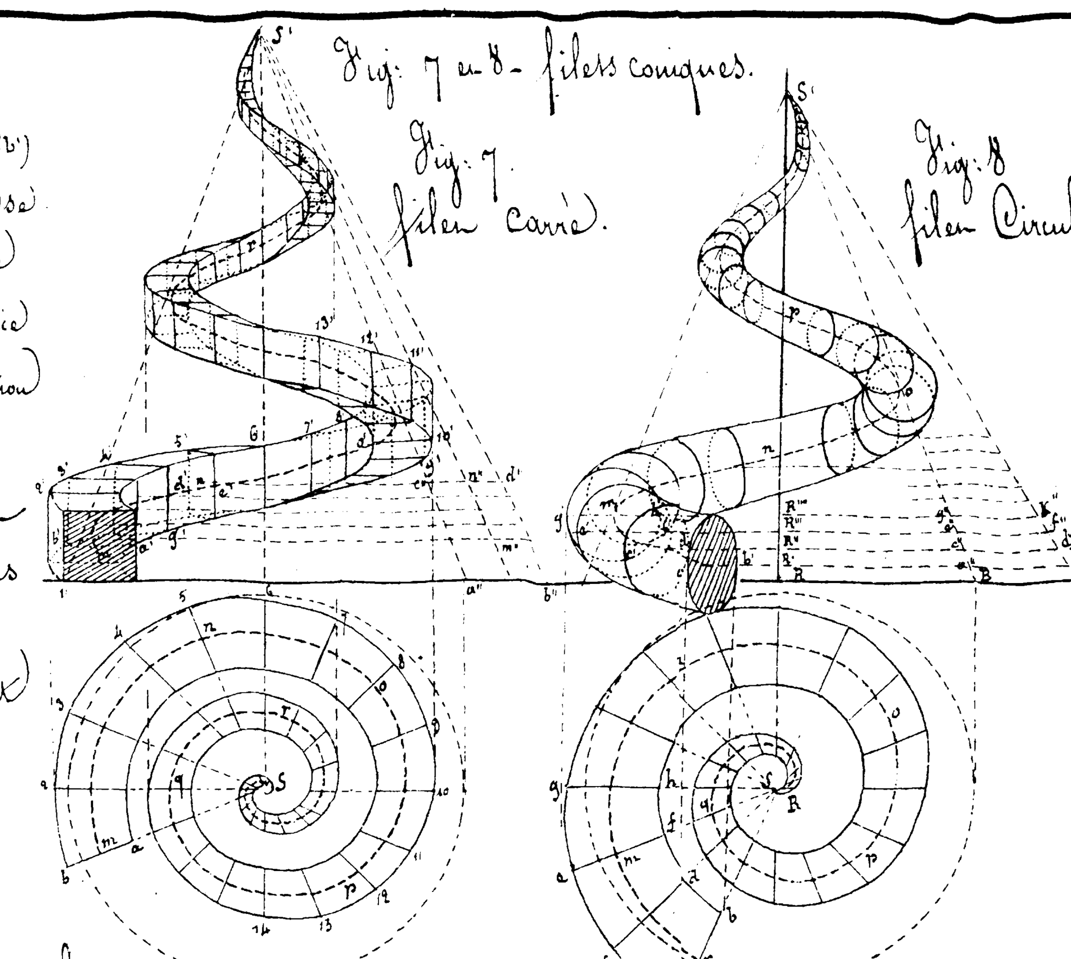


Fig : 9. Pyramide torse triangulaire. — Fig : 10. Cône tors Circulaire. — Fig : 11. Serpentin Conique.

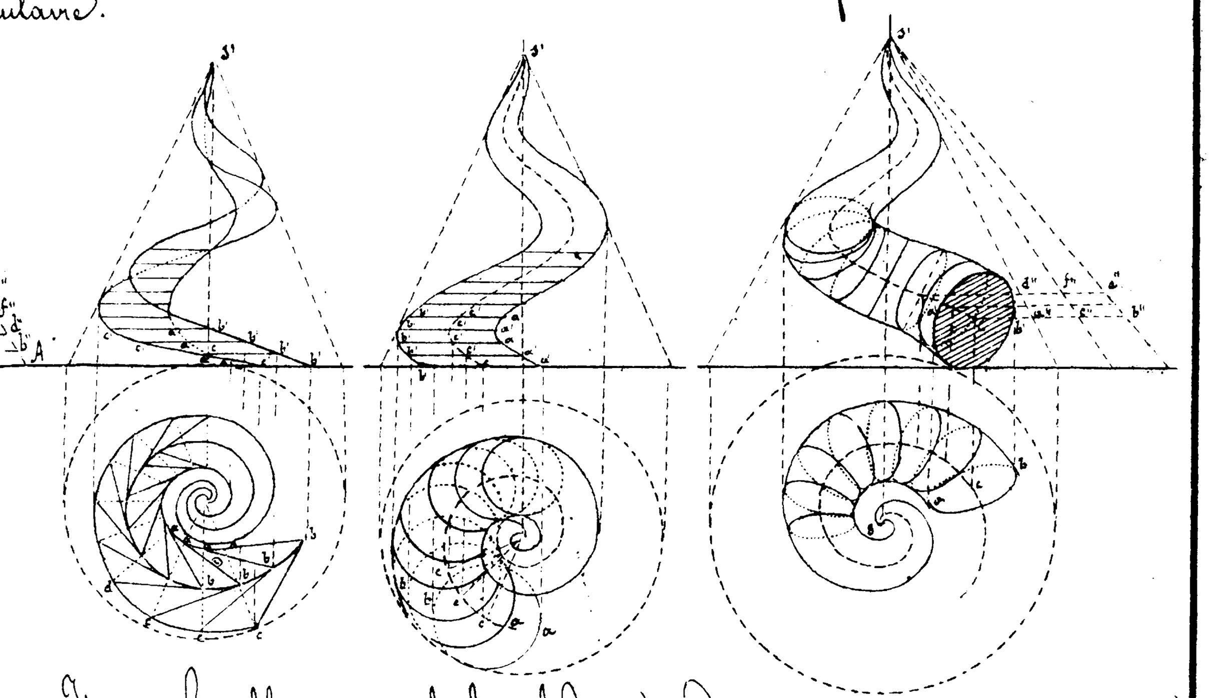
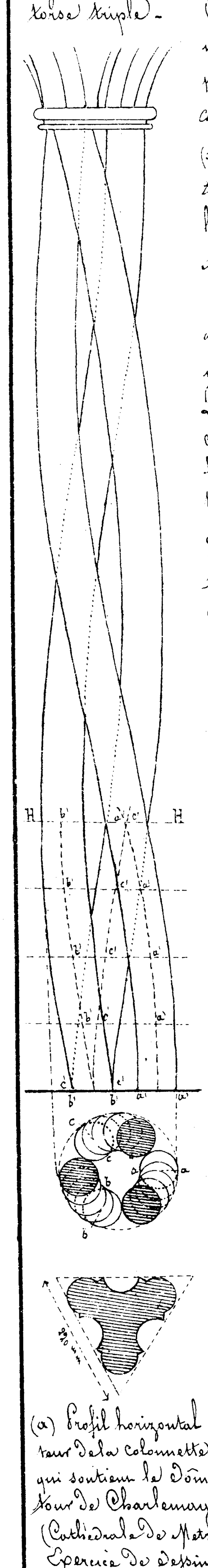


Fig : 11. Le profil se meut normal^t à la Courbe direct^{ce} – Ce mode de génér^{on} suppose qu'on sait mener une tang^{te} à une hélice conique ..... – Pour le serpentin cylindrique, point de difficulté ...... –

Fig : 12. Colonne torse triple –



On obtient un filet cylindrique en faisant mouvoir un profil constant sur une hélice cylindrique en de manière que son plan ne cesse pas de passer par l'axe de cet hélice – Chaque filet tire son nom de celui du profil : filet triang^{re} carré, rectangulaire .... Voy. f^{lle} XVII ; Filet trapézoïdal. (fig : 1) filet circulaire (fig : 2) – Lorsque le profil se meut en restant horiz^{al} le filet devient un Prisme tors ou un cylindre tors, selon la nature du profil (fig : 3 et 4.) – Si le profil se meut en restant normal à l'hélice directrice, on obtient un Serpentin cylindrique (fig : 5 et 6) –

On obtient un filet conique en faisant mouvoir un profil variable suivant une certaine loi sur une hélice conique, et de manière que son plan ne cesse pas de passer par l'axe de cette hélice – La fig : 9 en représente un à profil carré, et la fig : 8 un à profil circulaire – Que le profil se meuve en restant horizontal, et l'on obtient une Pyramide torse, ou un Cône tors, selon la nature du profil (fig : 9 et 10.) Il faut concevoir ces corps prolongés au delà du sommet (S – S') – Enfin, comme dans le cas de la fig : 6, le profil peut se mouvoir normalement à l'hélice conique, et engendrer un Serpentin conique. (Fig : 11)

Fig : 13 – Vis en pierre à noyau cylindrique. — Fig : 14. Escalier en pierre à noyau cylindrique tors.

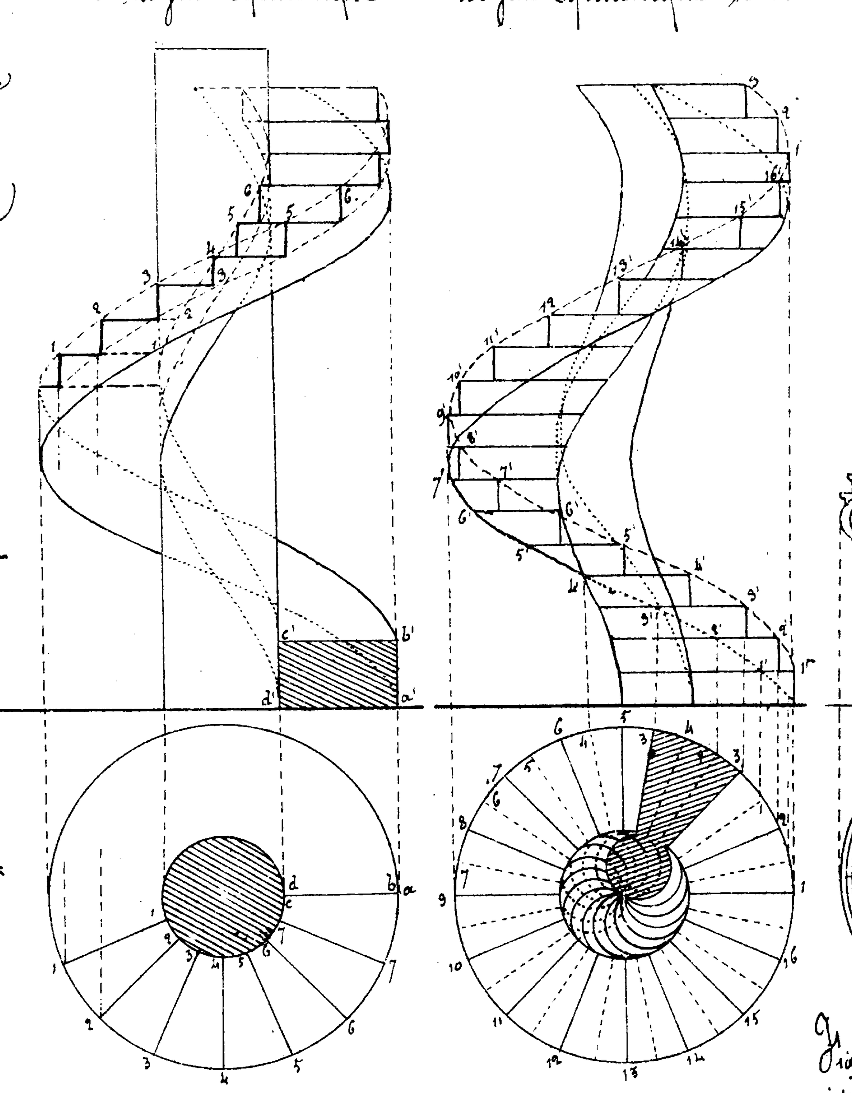


Fig : 15 et 16. Escaliers en bois, à deux Limons et à jour. (Vis à jour.)

Fig : 15 – Escalier isolé. — Fig : 16. Escalier à cage ronde.

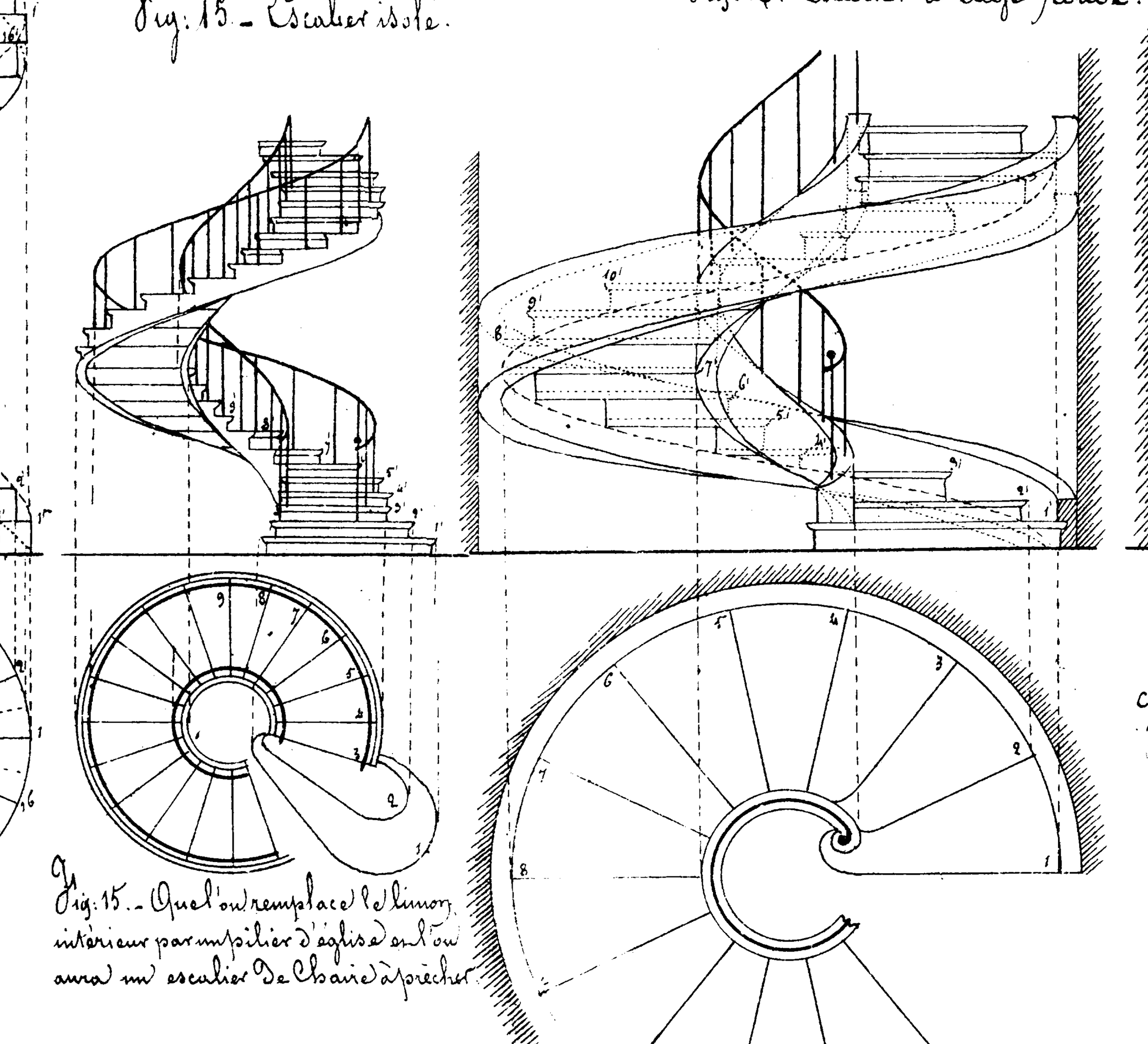


Fig : 15. – Quel on remplace le limon intérieur par un pilier d'église et l'on aura un escalier de Chaire à prêcher.

Fig : 17 – Autre Escalier à jour et à cage irrégulière.

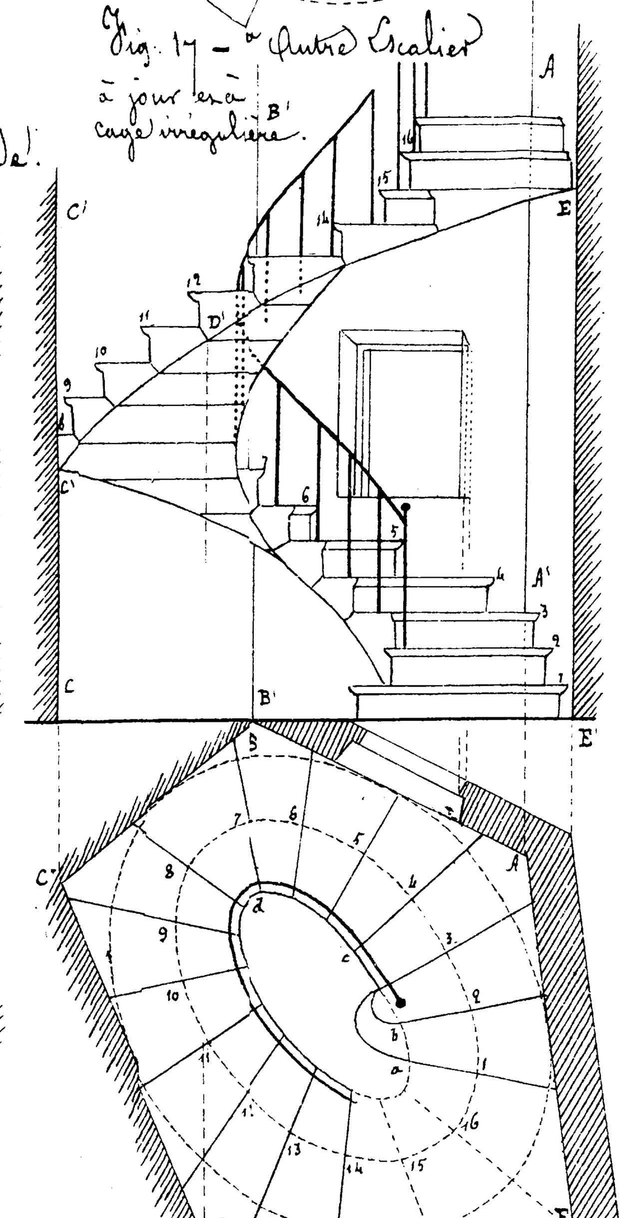
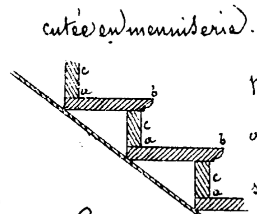


Fig : 13 – (abcd – a'...) Rectangle générateur d'une vis en pierre, dont une ½ spire, celle d'en haut a été taillée en Gradins ou Marches, pour en faire un Escalier. Ces escaliers se rencontrent fréquemment dans les petites tours rondes qui forment leur cage. – Fig : 14 – Escalier analogue, mais dont le noyau est tors et rampant comme le précédent, il comporte une cage circulaire. .... (On en rencontre fréquemment dans les anciennes habitations de la Lorraine et de l'Alsace.)

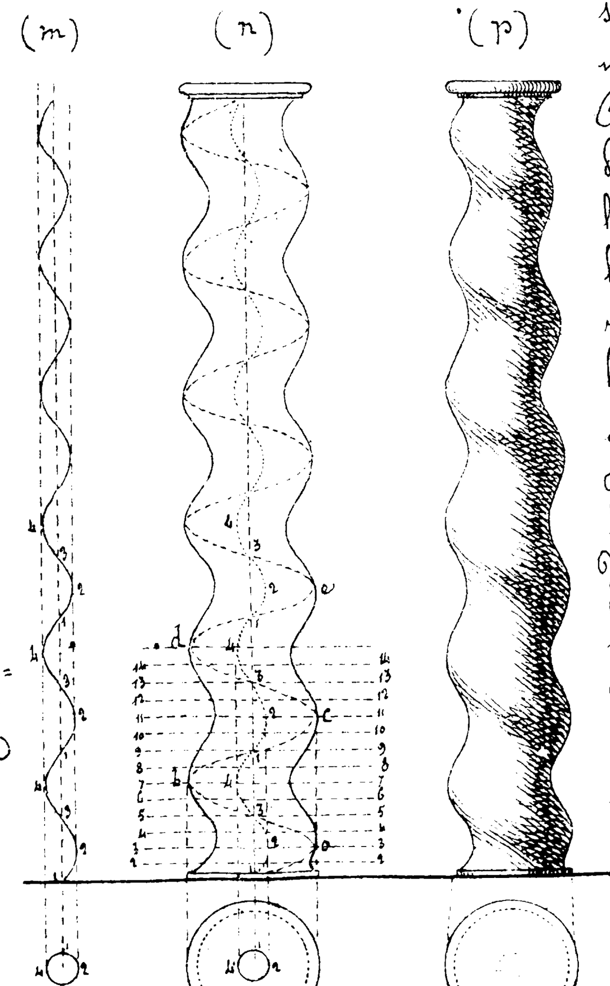
Vis d'Escaliers – Escaliers en pierre – Vis dont la surface sup^{re} est taillée en gradins ou marches. La surface du dessous est ordinair^t hélicoïdale et continue, à moins qu'elle ne soit pas vue (fig : 13.14 et 17) – Dans tout édifice l'enceinte réservée à l'escalier se nomme Cage ; sa forme est très variable (fig : 16 et 17) – Lorsque la tête de chaque marche fait partie du noyau (fig : 13 et 14) on a un Escalier à noyau. Dans ce cas là, la queue des marches est toujours engagée dans le mur de la cage – La fig : 17 représente un escalier en pierre sans noyau, qu'on est dans l'usage d'appeler Vis à jour ou Escalier à jour. Les marches se soutiennent alors par leur engagement dans les murs de la cage et par leur recouvrement entr' elles – On remplace assez souvent le noyau par un filet en pierre, de même pas que la vis et dans lequel les têtes des marches sont engagées. Cet appareil, qu'on nomme Limon, sert à lier les parties du système – Dans un escalier à Limon, autrement dit à Courbe rampante (dénom^{on} vague), le limon peut être indépendant des marches ou en faire partie ; le choix dépend de la nature des matériaux, des localités de l'importance des communications ...... – Les marches des escaliers en pierre sont toujours pleines, c'est à dire d'une seule pierre... – Un Escalier en bois suppose nécessairement un limon qui reçoit les têtes des marches ; quant à la queue des marches, on pourrait l'engager dans le mur, mais on préfère l'assujettir à un autre limon scellé au mur de la cage. Alors les marches sont comprises entre deux limons (fig : 16) – Lorsqu'on veut donner plus de légèreté à l'escalier (aux dépens de sa solidité toutefois), on taille en gradins le limon qui est du côté du vide ou jour, afin de laisser voir la tête des marches – Lorsqu'un escalier n'a que de petites dimensions on peut l'isoler entre ses deux limons (Fig : 15), et même tailler en gradins les 2 limons pour laisser voir le profil des marches à la tête et à la queue – Le dessous, s'il n'est pas caché présente une surface hélicoïdale exécutée en menuiserie ..... – Les marches en bois ne sont presque jamais pleines par économie – Elles sont faites en planches et en 2 parties, l'une ab qui est horizontale et qu'on nomme Giron, et l'autre vertic^{le} qui est la Contremarche – Lorsque le dessous d'un escalier en bois est vu, on y cloue un lattis sur lequel on étend un plâtrage en forme de surface hélicoïdale ....



Escalier à marches parallèles – Rien de particulier ..... – Escalier à limon en partie droit et en partie courbe – La partie arrondie a du limon est le quartier tournant des ouvriers ou le quartier de vis suspendu de quelques auteurs ..... Escalier double – Vis en pierre double ou à deux filets rectang^{res} et taillé en gradins – On en voit dans les vieux édifices ; par exemple à Metz, rue de la fontaine ; c'est le dernier débris d'un ancien palais des rois d'austrasie. ..... Dispositions générales d'un escalier à cage irrégulière. (fig : 17) Très souvent les constructeurs sont réduits à placer les escaliers dans des cages non seulement irrégulières mais encore très peu éclairées, de sorte qu'ils évitent les noyaux qui porteraient une ombre incommode. Pour donner à l'escalier une apparence de régularité dans une cage toute irrégulière, on substitue au polygone ABC DE une courbe, et quand cela se peut, une ellipse tangente aux côtés. Puis on lui construit une courbe parallèle abcd ... qui détermine la forme du jour – Enfin à la distance de 18 ou 20 pouces de la courbe abcd on trace une 3^e parallèle aux 2 autres, qui est la projection horiz^{ale} de la courbe de montée – Dans l'impossibilité où l'on est de donner aux marches une largeur constante sur toute leur longueur, on se contente de remplir cette condition importante sur la ligne de montée ; ainsi 12 = 23 = 34.... – Quant aux têtes des marches sur le jour, on s'arrange de manière à les faire sensiblement égales. Dans les ateliers on fait toutes les têtes égales sans trop s'embarrasser d'avoir des joints perp^{res} à l'hélice abcd... du jour – Le tracé des droites aa', bb', cc'... projections des arêtes des marches, constitue le balancement des marches ; mot qui exprime le tâtonnement par lequel on arrive à satisfaire aux conditions données. Il dépend de la hauteur des marches, laquelle dépend de celle de l'escalier – De la hauteur des marches qui doit être constante, on déduit l'hélice dont la proj^{on} est la courbe 1234. .... – Il existe des vis d'escaliers tellement peu inclinées qu'elles sont sans marches et qu'on peut les parcourir à cheval ou en voiture. (Chateau de Chambord, Tour de Cordoue en Espagne, Tours du tunnel à Londres .... – Vis d'archimède. Dans les vis d'épuisement, le filet prend le nom de Cloison – Ces vis sont ordinairement à 2 et même 3 cloisons – Fig : 18. Vis à une cloison – Dans la pratique la vis est liée à un cylindre .... La cloison entre alors à rainure, non seulement dans le noyau (fig : 18 et B) mais encore dans l'intérieur de l'enveloppe (B) – Chaque spire de la cloison est divisée en 16 petits élémens gauches (A). ..... – Les vis dites hollandaises, sont indépendantes de l'enveloppe qui n'est plus qu'un demi-cylindre dans lequel elles tournent sous l'impulsion de l'eau ou du vent.

Colonne torse des Architectes.

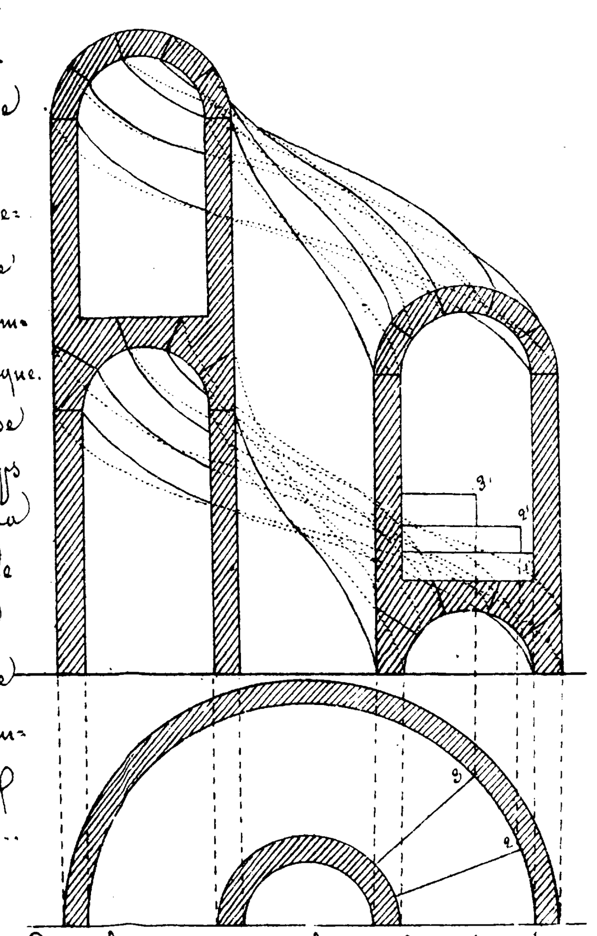
(m) (n) (p)



(a) Profil horizontal générateur de la colonnette torse qui soutient le Dôme de la Tour de Charlemagne. (Cathédrale de Metz.) Exercice de dessin.

Colonne Torse. – Rien de plus obscur que le tracé qu'en donnent Vignole et tous ses copistes ..... – Fig : m. hélice cylindrique qui représente l'axe tors de la colonne ; c'est de lui que dépend le tors plus ou moins grand de celle-ci – On se le donne à volonté ...... – Fig : n Contour. Soit 12 millimètres l'épaisseur supposée de la colonne. Portez à différentes hauteurs, sur des horizo^{les}, à droite et à gauche de l'hélice axe, une longueur égale à 6 millimètres – Réunissez les points ainsi obtenus, et vous aurez le contour qui se trouvera formé de deux courbes parallèles à la projection verticale de l'axe – Comment le Corps de la Colonne est-il engendré ? et comment, en définitive, pourrait-on l'exécuter ? Rien ne l'indique. En tout cas, ce solide n'est pas un Cylindre tors, car une coupe horizontale ne donnerait pas un cercle. Ce ne peut êt. d'un corps de révolution dont le contour trouvé serait la génératrice, car la fig : p représente la forme des livres d'architecture. Il semble que ce contour devrait s'élever en tournant .... – L'hélice abcd.. le fait soupçonner..... – La colonne torse de la figure p a une diminution graduelle vers la base et vers le sommet. C'est pour celà que l'axe tors se termine vers ses extrémités par une petite portion d'hélice conique ..... Celà lui donne plus de grâce.

Surface annullaire hélicoïdale ou Escalier dit Vis S^t Gilles.



Cette figure n'a pas besoin d'explication.

(A) Détail d'un petit élément gauche.

Élévation.

(A)

Plan.

(B) Élément assemblé avec l'enveloppe et le noyau.

Élévation

Plan

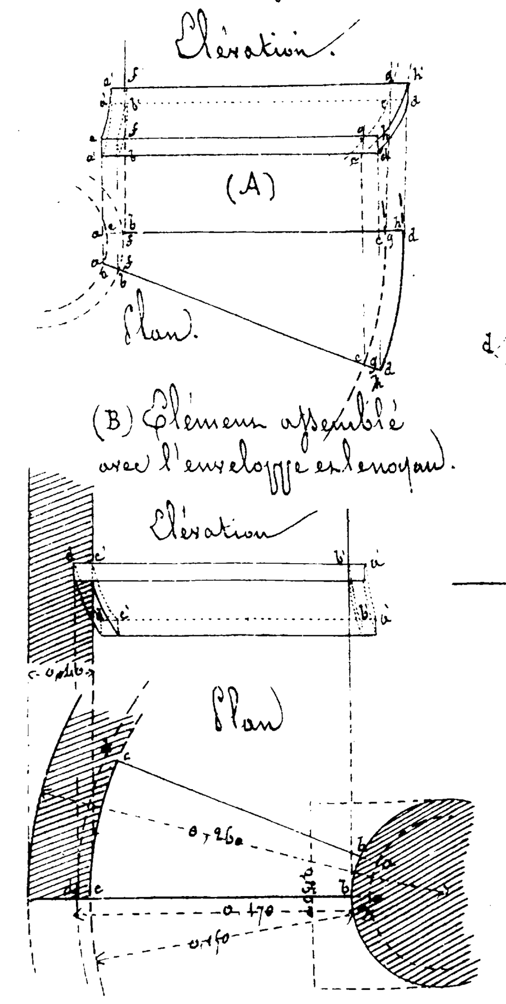
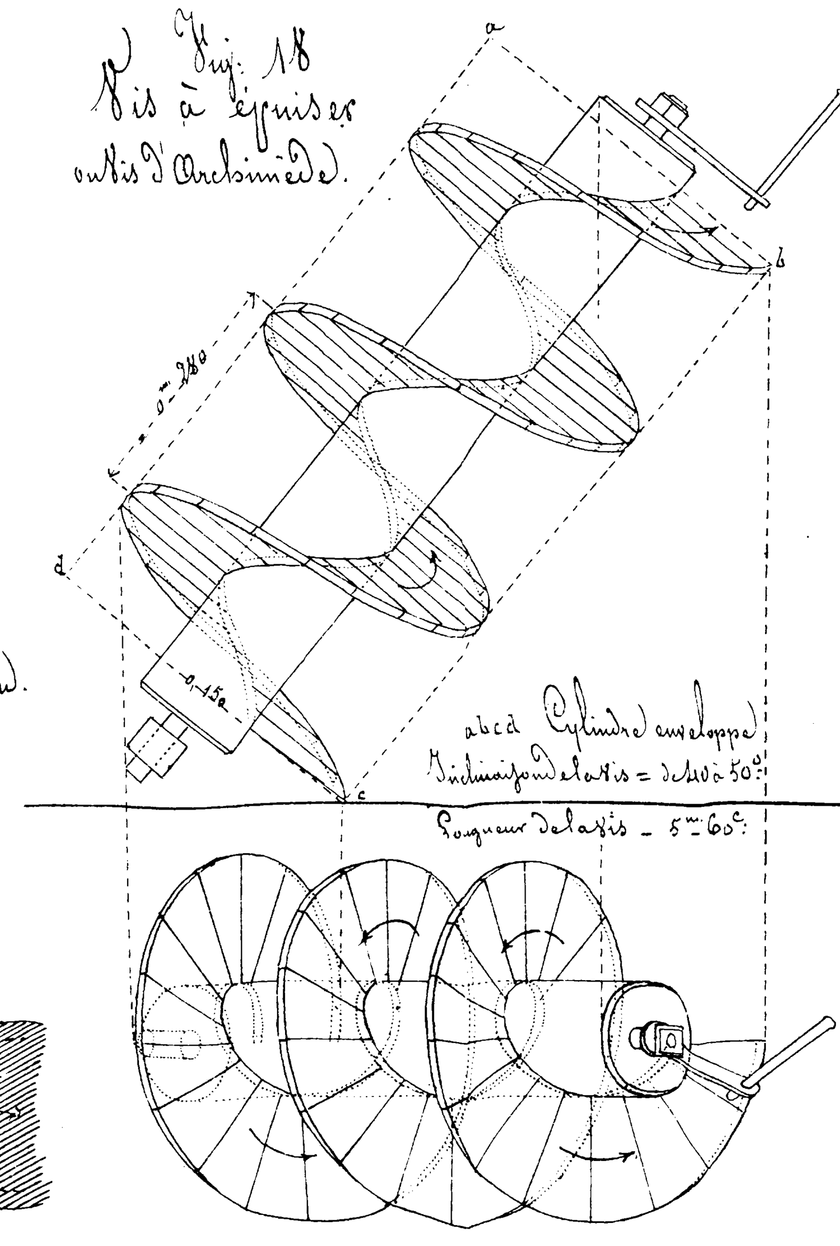


Fig : 18 Vis à épuiser ou Vis d'Archimède.



abcd Cylindre enveloppe

Longueur de la vis – 5^m 60^c.

Lith. de Nouvian à Metz.

Surfaces courbes.- Surfaces réglées.

Fig. 1 et 2.- Surfaces hyperboloïdales à une nappe.

Illimitée. Limitée.

Fig. 3 et 4 - Surfaces hyperboloïdales représentées à l'aide de trois Directrices elliptiques.

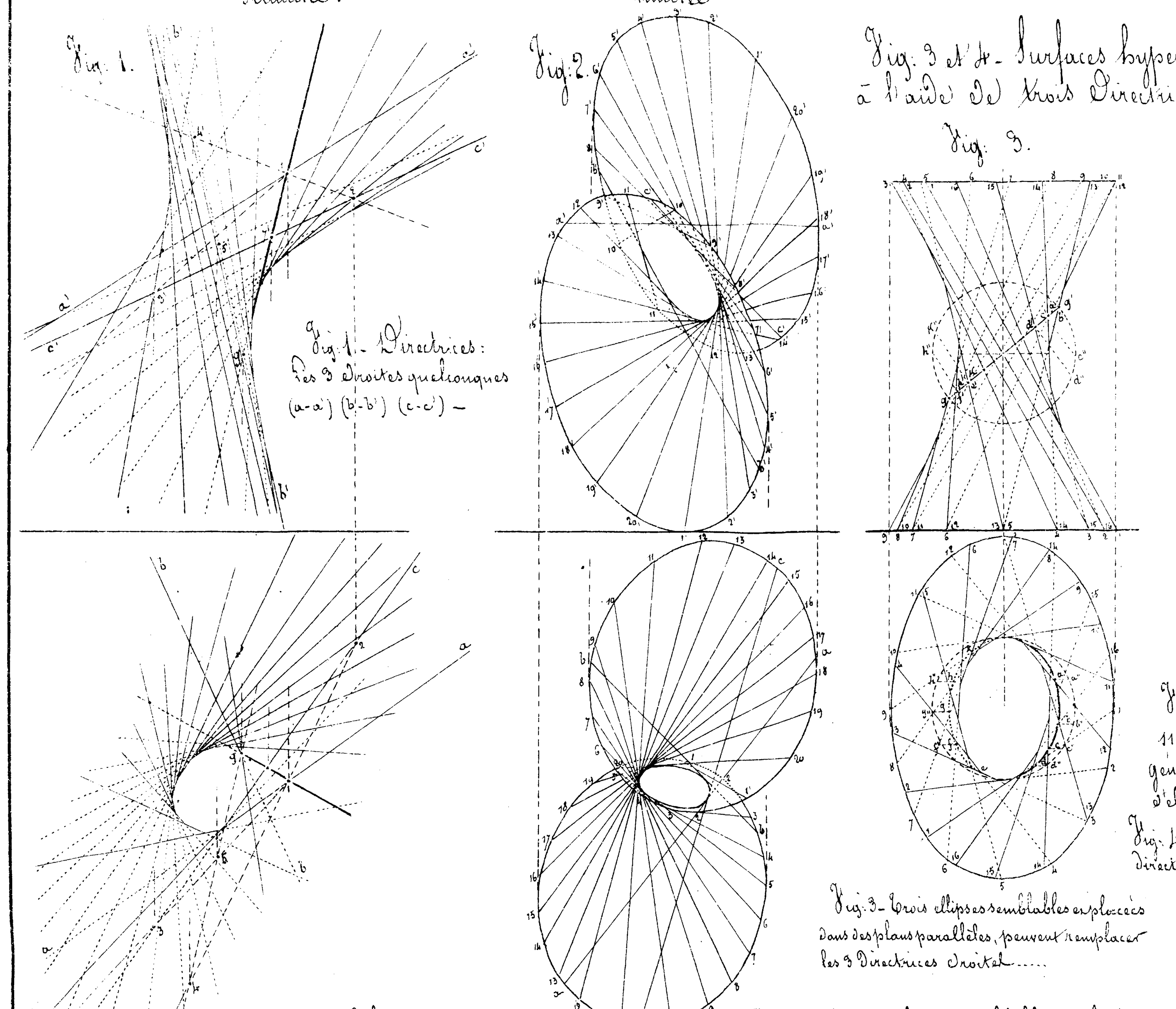


Fig: 3 - Trois ellipses semblables en placées dans des plans parallèles, peuvent remplacer les 3 Directrices droites.....

Fig: 1 - Construction pour une génératrice - Par le point (1-1') de la directrice (aa-a'a') et par les points (2-2') et (3-3') pris sur la directrice (cc-c'c') faites passer un plan. Ce plan rencontre la direct.ce (bb-b'b') au point (g-g') - Joignez ce point au point (1-1') - La droite (1g-1'g') qui s'appuie à la fois sur les 3 Directrices, est une génér.ce de la surface...

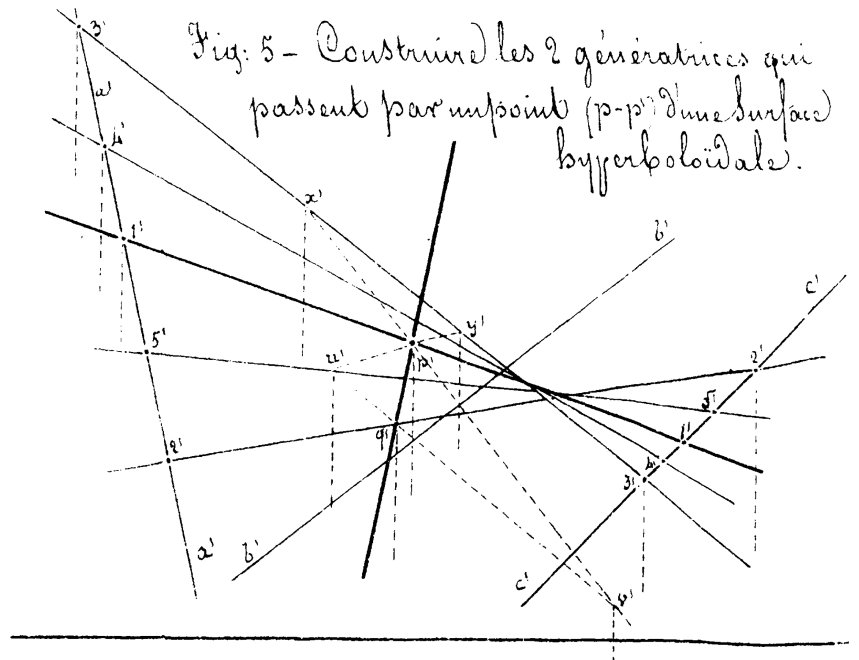
Fig: 2. - Surface construite comme celle de la fig: 1; seulement on l'a limitée à deux plans parallèles à celui de l'ellipse de gorge - La construction de ce dernier ne peut trouver place ici.

Fig: 3 - Trois ellipses semblables en placées dans des plans parallèles, peuvent remplacer les trois Directrices Droites (Voyez le texte). - La même figure présente une section circulaire de la surface (Voy. le texte)......

Fig: 4 - La surface est réduite à ses 3 Directrices et à son contour - L'hyperboloïde à une nappe se nomme aussi hyperboloïde elliptique, d'après la .... de la ligne de gorge......

Surfaces à Trois Directrices.

Fig: 5 - Construire les 2 génératrices qui passent par un point (p-p') d'une surface hyperboloïdale.



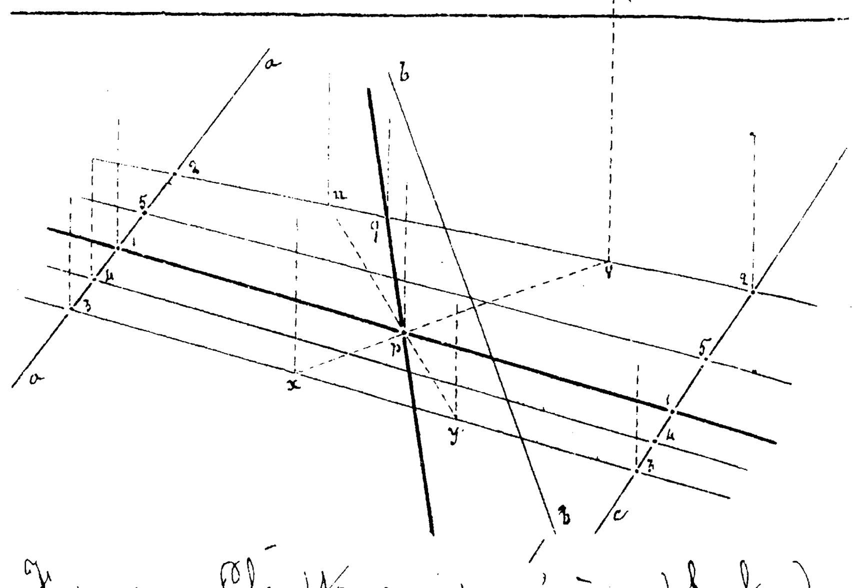


Fig: 5 - aa, bb, cc - Directrices - 11-22-33-... Génératrices de la 1re génération - (p-p') Point sur l'une d'elles..... (Voyez le texte.)

Fig: 4 - La surface est réduite à ses trois directrices et à son contour. -

Fig: 7 - Plan tangent mené à une Surface hyperboloïdale, parallèlement à une Droite (dd-d'd') - (Voyez le texte)

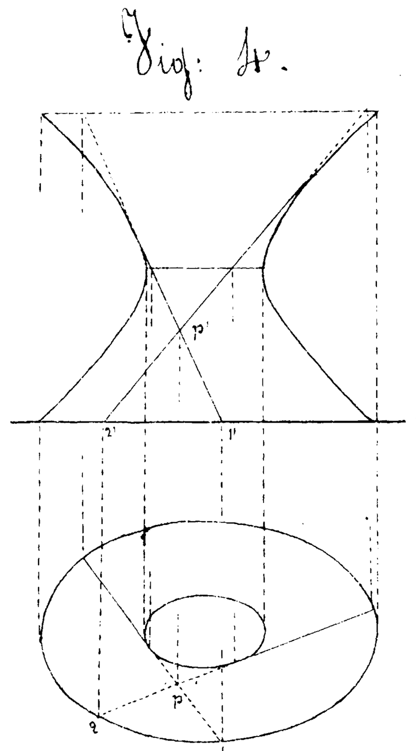


Fig: 6, 7, 8, 9 et 10, Plans tangens.

Fig. 10 - Raccordement de deux Surfaces.

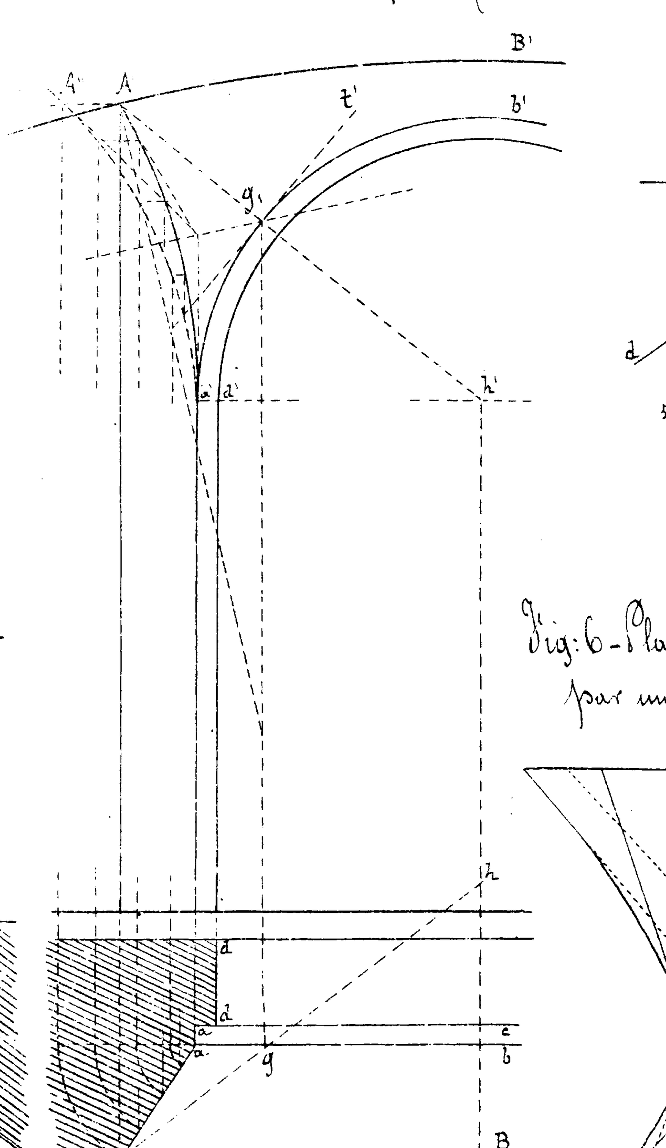


Fig: 8 - Plan tangent à la surface qui recouvre un passage biais (biais-passé)

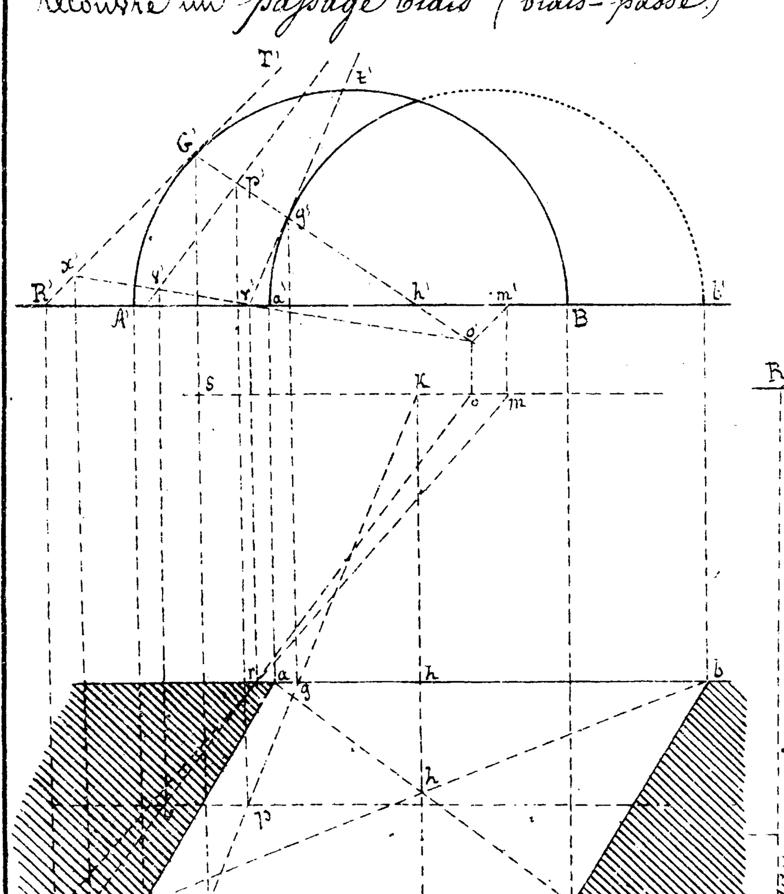


Fig: 9 - Plan tangent à la surface, qui recouvre une arrière-voussure.

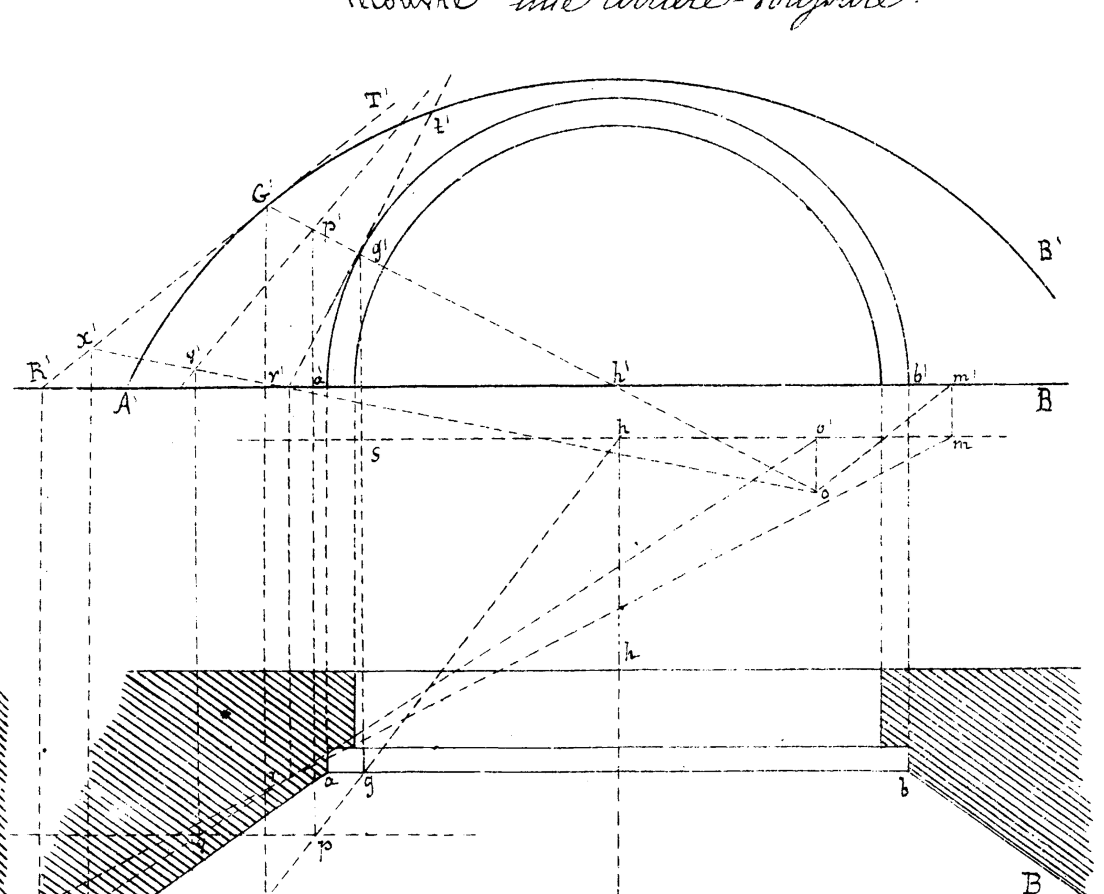


Fig: 6 - Plan tangent mené à une surface hyperboloïdale par un point extérieur (S-S')

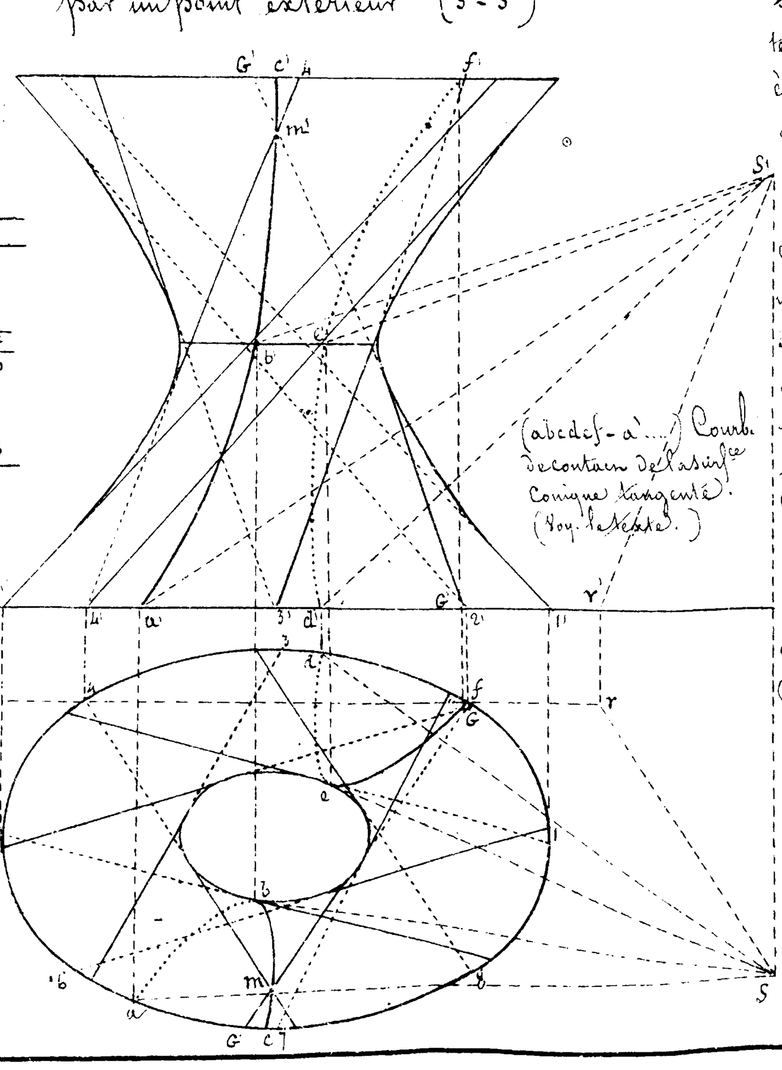
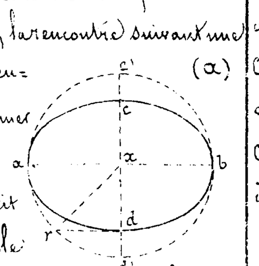
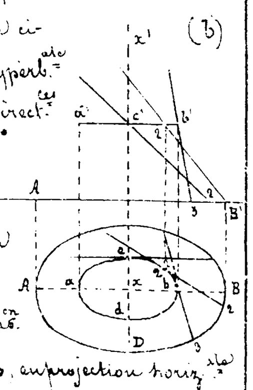


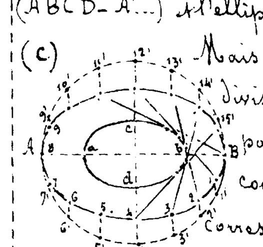
Fig: 8 - Données - Directrices: (AB-A'B') (ab-a'b') Courbes; (hh-h') Droite. - (p-p') point de la surface pris sur la génératrice (Gg-G'g') - Construction. (GT-G'T') Tangente à la Directrice (AB-A'B') au point (G-G') - (gt-g't') tangente à la directrice (ab-a'b') au point (g-g') - Ces tangentes et l'horizontale (hh-h'h') sont les 3 Directrices Droites d'une surface hyperboloïdale tangente à la voûte du passage suivant la génératrice (Gg-G'g') - Tout plan tangent à cette surface auxiliaire en un point de la génér.ce (Gg-G'g') est tangent à la surface - On remplace ordinairem.t la direct.ce (hh-h') par une autre droite parallèle au plan vert.al, dont les projections sont (ms-G'h'); par là l'hyperb.de devient un parabol.de, car les 3 Directrices sont parallèles à un même plan, le plan vert.al de proj.on ..... &c. - (rx-r'x') Génératrice de ce paraboloïde menée par le point (r-r') de la directrice (gt-g't). (C'est pour simplifier qu'on prend le pied de cette directrice) - C'est à l'aide de cette génér.ce et de la droite (Gg-G'g'), que l'on construit la droite (pv-p'v') génér.ce de la 2de génér.on, qui passe par le point (p-p') - Les Droites (Gg-G'g') et (pv-p'v') déterminent le plan tangent au point (p-p') ... &c. Fig: 9 - Mêmes considér.ons et mêmes constr.ons que pour la fig: 8; seulement l'axe circulaire (AB-A'B') remplace le demi-cercle d'entrée du passage biais.... &c. (AB-A'B') Cercle d'entrée - (ab-a'b') Cercle de feuillure - aa feuillure - Aa Ébrasement du passage - La partie qui recouvre le trapèze AB ab est l'arrière-voussure proprement dite - La partie agbB du trapèze est recouverte par la surface réglée dont le cercle de feuillure, le cercle d'entrée et l'horiz.ale (hh-h') sont les directrices - La partie telle que gaA qui reste de chaque côté est recouverte par une surf.ce dont les 3 direct.ces droites sont les tangentes AT et gt et l'horiz.ale (hh-h') - Ces 2 surfaces qui ont un plan tangent commun à chacun des 3 points h'g' et A' de la génér.ce A'g'h' qui leur est commune, sont tangentes ou se raccordent suivant cette génératrice. ... &c

Surface réglée générale. - C'est une surface telle que, par l'un quelconque de ses points, on peut mener au moins une droite toute entière située sur elle. Cette droite est une génératrice - Un plan qui rencontre toutes les génératrices, coupe la surface suivant une courbe fermée, la courbe est ouverte, s'il rencontre toutes les génératrices moins une ou moins deux. La courbe d'intersection peut être du second degré ou d'un degré quelconque, selon la nature de la surface - Qu'on imagine trois plans qui coupent la surface suivant des courbes de même espèce, il est évident que la surface pourra être regardée comme étant le lieu de toutes les positions que prendrait une droite assujettie à se mouvoir à la fois sur ces trois courbes planes - Il est tout aussi évident qu'on peut substituer à ces directrices planes trois courbes quelconques tracées sur la surface - On sait déjà que cette classe de surfaces se divise en surfaces développables et en surfaces non développables ou gauches........

Combinaison des surfaces réglées avec le plan. - Plan coupant. En général il donne une courbe........ Plan tangent - C'est un plan coupant mené suivant une génér.ce - Un plan tangent en un point de la surface, est déterminé par 2 tangentes à la surface menées par ce point, ou bien par une tangente et par la générat.ce qui répond à ce point. Mais si l'on remarque que le petit élément compris entre cette générat.ce et sa voisine n'est pas plan, et que par conséquent, le plan tangent ne peut pas le contenir, on conclura que le plan mené par une génér.ce touche la surface au point donné, mais qu'il la rencontre suivant tous les autres points de cette génér.ce. En d'autres termes, tout plan passant par une générat.ce n'est tangent qu'en un point de cette génératrice - Ce point s'obtient en construisant la ligne d'intersection du plan avec la surface, et en marquant le point de rencontre de cette ligne avec la génér.ce - Ce moyen se simplifie dans le plus grand nombre des cas particuliers - Exemples: Surfaces gauches à 3 directrices - Surfaces hyperboloïdales - Fig: 1 - Cette surface engendrée par une droite mobile sur 3 directrices droites, a pour contour horizontal l'ellipse que comprennent entre elles les projections horizontales des génératrices ..... Son contour vertical est une hyperbole...... Fig: 2. - Cette surface hyperboloïdale présente une ellipse pour contour dans chacune de ces projections..... - Une autre pourrait avoir une hyperbole pour contour horizontal et pour contour vertical .... Propriétés des surfaces hyperboloïdales: 1°. Toute surface de cette espèce peut être engendrée de 2 manières différentes par une droite assujettie à se mouvoir sur 3 droites fixes: les directrices d'une génér.on sont des génér.ces de l'autre et réciproquement - 2°. Par tout point de la surface on peut mener 2 droites situées en entier sur elle: une génér.ce de la 1re génér.on et une de la 2de - 3°. Une génér.ce d'un mode ne rencontre aucune des génér.ces du même mode, mais elle rencontre toutes celles de l'autre mode - Toutefois il en est deux, l'une du 1er mode et l'autre du 2d qui ne se rencontrent qu'à l'infini ou qui sont parall.les: elles répondent aux points de la surface qui sont à l'infini - 4°. Une droite ne peut rencontrer une surface hyperboloïdale en plus de 2 points - 5°. En comme conséquence un plan ne peut la rencontrer que suivant une courbe du 2d degré (cercle, ellipse, parabole, hyperbole...) - 6°. Tout plan tangent en un point de cette surface, est déterminé par les 2 génér.ces qui passent par ce point - Dans le cas de la surface générale il faudrait la génér.ce qui passe par ce point et une tangente à la surface au même point. Dans le cas particulier de la surface hyperboloïdale, la génératrice de la 2de génér.on remplace la tangente...... - Fig: 3 - On est conduit dans l'étude de ces propriétés, à reconnaître que la surf.ce hyperb.ale peut être engendrée par une droite assujettie à se mouvoir sur 3 ellipses semblables et dont les axes seraient paral.les dans l'espace - Dans la fig: 3, les ellipses directrices sont horiz.ales et leurs centres sont sur une même verticale, de sorte que toutes les project.ons horiz.les de la gén.ce sont tangentes à la petite ellipse qui est alors la ligne de gorge - Par suite de cette observation, les proj.ons vertic.les sont faciles à obtenir - Telle est la surface hyperboloïdale elliptique, autrement dite hyperboloïdale à une nappe pour la distinguer d'une autre surface qui a un caractère analogue..... La surface hyperboloïdale de révolution que l'on connaît déjà, n'est évidemment qu'un cas particulier de celle que représente la fig: 3.... Tout plan horiz.al ou perp.re à l'axe de la surface (lignes des centres des ellipses direct.ces), rencontre la surf.ce suivant une ellipse semblable aux direct.ces.... - Tout plan passant par l'axe, la rencontre suivant une hyperbole toujours la même en grandeur .... Un plan peut rencontrer cette surface suivant une circonfér.e de cercle, c'est-à-dire donner une section circulaire. Il suffit (fig: a) de faire tourner une section elliptique autour du grand axe ab jusqu'à ce que le petit axe cd qui s'accroît soit devenu égal à ab - Dans le triangle rectangle rdx dont l'hypoténuse rx = le ½ grand axe ax et le côté xd = le ½ axe. L'angle rxd mesure l'inclinaison que doit avoir un plan pour donner une section circulaire - La fig: 2 offre l'exemple d'une telle section rabattue parallèlement à l'un et l'autre plan de projection - ... D'après l'observation ci-dessus, il est très facile de tracer (fig: b) les proj.ons d'une surface hyperb.ale elliptique à axe vert.al, connaissant une des grandes ellipses direct.ces (ABCD-A'...) et l'ellipse de gorge (abcd-a'...).....





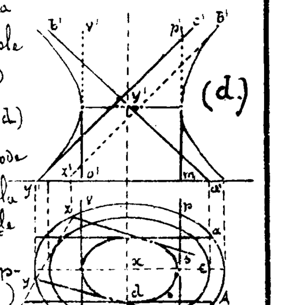


(c) - Mais si l'on veut que les génératrices divisent la circonf.ce d'une section circul.re en parties égales, il faut partir de cette condition, en déduire les points de divis.on correspondants sur les ellipses directrices, en projection horiz.ale par exemple (fig: C), puis remonter à la proj.on verti.ale .... - Deux plateaux elliptiques, convenablement divisés convenab.t écartés et disposés, donnent, joindrait par des fils les points de division correspondans, formeraient le modèle en relief d'une surf.ce hyperb.ale elliptique .... - On peut remplacer les plateaux elliptiques par 2 plat.x circul.res qui figureraient alors 2 sect.ons circul.res de la surf.ce et par conséquent parall.es.... Les points de division seraient équidistans.... Les plateaux seraient inclinés sur l'axe de la surf.ce suivant le complément de l'angle rxd (fig. a)...... Fig: 4 - Cette fig: représente une surface limitée à 2 plans perpend.res à l'axe - Cet espace ainsi limité forme un corps qu'on nomme hyperboloïde elliptique. Si l'un des plans n'était pas perp.re à l'axe, l'hyperb.de serait tronqué.......

Fig. 5 - Construire les 2 génératrices qui passent par un point donné d'une surface hyperbol.ale (p-p'). Le point donné sur la génér.ce (11-1'1') - Cette génér.ce (11-1'1') et ses 2 voisines (22-2'2') (33-3'3') sont les nouvelles directrices de la surface, c'est-à-dire les direct.ces de la seconde génér.on - La question consiste donc à trouver, comme on l'a fait dans la fig: 1, la génér.ce qui passe par le point donné (p-p') - (pxq-p'..) plan auxili.re mené par le point (p-p') et la généra.ce (22-2'2'); (q-q') point où la génératrice (33-3'3') le rencontre - (pq-p'q') est la 2de gén.on cherchée.

Dans le cas de la fig: 4, l'opération est plus simple: il suffit de mener par le point p, 2 tangentes à l'ellipse de gorge..... puis de revenir à la proj.on vert.ale..... Construire le point de contact du plan qui passe par une génér.ce d'une surface hyperb.ale donnée - La constru.on est entièr.t basée sur la question précédente - Supposez que la génér.ce donnée appartienne à la 1re génér.on: Construisez 2 autres génér.ces de la même génér.on, lesquelles seront avec la 1re les direct.ces de la 2de génér.on - Cherchez les points de rencontre des 2 génér.ces auxil.res avec le plan donné, et joignez ces 2 points par une droite - Cette droite sera une gén.ce de la 2de gén.on qui coupera la génér.ce donnée ....

Plans tangens - Plan tangent par un point donné de la surface - Ce plan est celui des 2 génér.ces qui passent par le point donné et qu'on sait construire. - Point donné sur l'ellipse de gorge - Le plan tangent est vertical.... Point donné à l'infini - La surf.ce qui est ouverte et illimitée, a des points à l'infini, car chaque génér.ce d'un mode rencontre toutes celles de l'autre mode, moins une; ou en d'autres termes, chaque génératrice d'un mode a sa parallèle parmi les génér.ces de l'autre gén.on - Tout plan tangent en un point situé à l'infini, est dit plan assymptote. Il y en a une infinité, en leur ensemble forme une surface conique que l'on nomme cône assymptote - Toute génér.ce de ce cône a sa parallèle sur la surface hyperb.ale..... Exemple (fig: d)



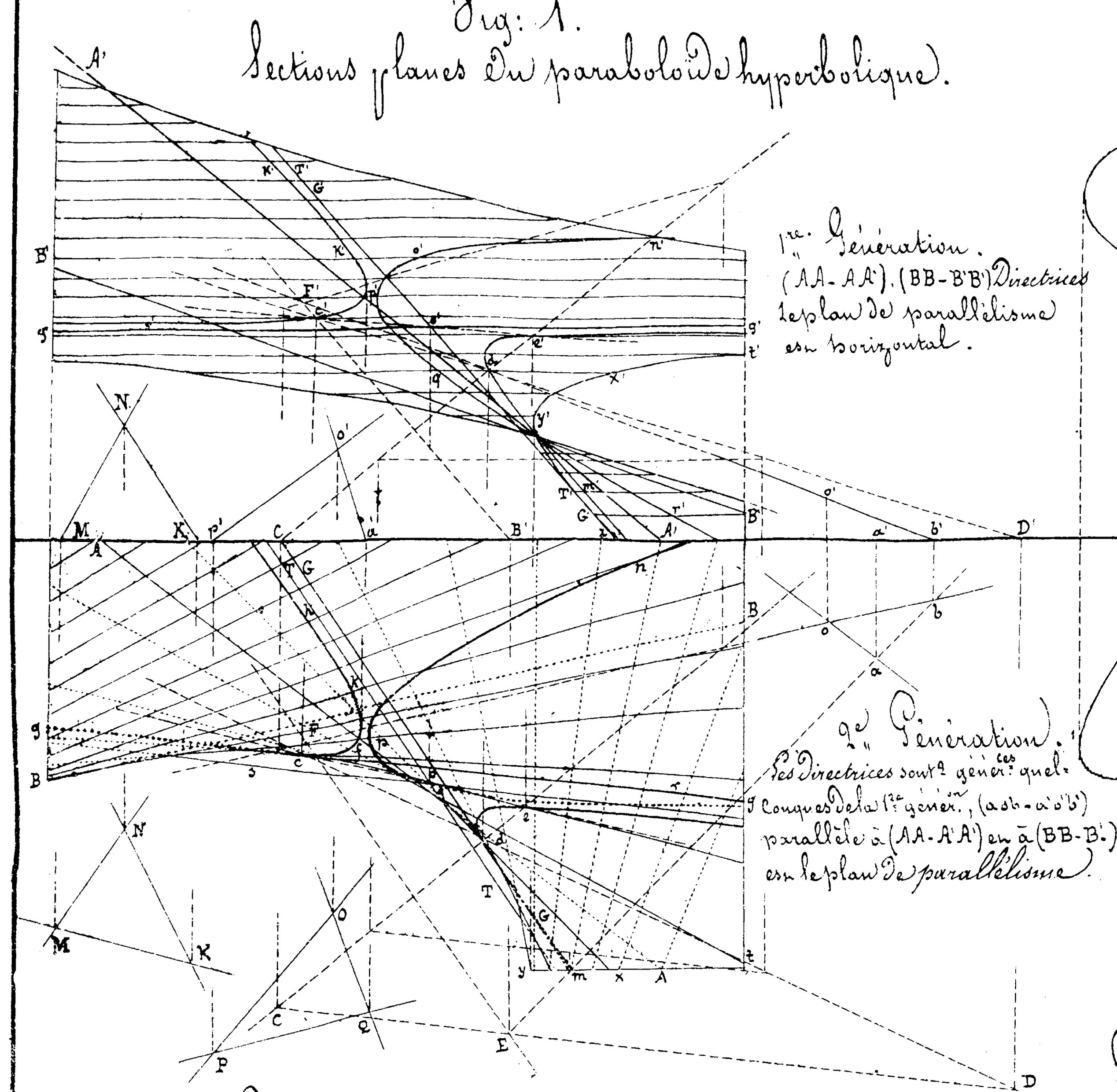
Plan tangent au point situé à l'infini sur la génér.ce (ab-a'b') du 1er mode de génération - Ce plan est déterminé par la génér.ce (ab-a'b') et par la génér.ce (AB-a'b') de la 2de génér.on - Donc Aa est sa trace horiz.ale - Autre plan tangent au point situé à l'infini sur la génér.ce (mp-m'p') de la 1re génération - La génér.ce de la 2de génération qui est parallèle à (mp-m'p') est la droite (ov-o'v') - Donc la droite mo est la trace du plan demandé.... - yz trace d'un 3e plan assymptote - Il est facile de conclure que le cône assymptote est elliptique et qu'il a pour base l'ellipse qui serait décrite sur les droites cx et dx prises pour demi-axes - Le centre du cône est le même que celui (x-x') de la surface hyperboloïdale.... - Cas où la surface est donnée par les 3 droites directrices .... Soit à trouver la génér.ce de l'autre génér.on qui est parallèle à la directrice 11 qui est elle-même une génér.ce: on mènerait par la droite 22 un plan parallèle à la droite 11; la droite d'intersection de ces 2 plans serait évidemment la génératrice parallèle à 11 ..... Fig: 6 - Plan tangent par un point extérieur - Tout plan mené par le point donné et par une génératrice de la surface est tangent suivant un point de cette génér.ce qu'on sait construire. - L'ensemble de tous les plans tangens qu'on peut ainsi mener forme une surface conique tangente suivant une courbe qui est le lieu géométrique du point de contact de tous les plans. La fig: 6 en offre un exemple dans le cas d'une surface hyperboloïdale donnée par ses directrices elliptiques - GH Trace horiz.ale du plan tangent qui passe par la génér.ce (44-4'4') - (GG-G'G') Génératrice de la 2de gén.on qui appartient au plan cherché - (m-m') point de rencontre de ce plan avec la gén.ce (44-4'4'). Donc (m-m') est le point de contact du plan tangent mené par le point (1-1') et par la génér.ce (44-4'4') - Constru.on analogue pour une autre génér.ce - ... - (abcdef-a'....) Courbe de contact de la surface conique tangente .... Fig: (7) Plan tangent mené parallèlement à une droite donnée - Tout plan mené par une génér.ce de la surface et parallè.t à la droite donnée est un plan tangent en un point qu'on sait construire.... L'ensemble de tous les plans tangens possibles forme une surface cylindrique tangente suivant une courbe qui est le lieu des points de contact de tous les plans .... La fig: 7 en offre un exemple ... La construct.on est faite pour le point ( ) de la courbe de contact (abcdef-a'....) ..... Plan tangent mené par une droite donnée - Exercice: On a recours à 2 surfaces coniques tangentes ..... (Voy. l'hyperb.de de révolution) Plan tangent mené parallè.t à un plan donné par 2 droites - Exercice: On a recours à 2 surfaces cylind.ques tangentes à la surf.ce hyperb.ale et parall.es, l'une à une droite du plan et l'autre à l'autre droite.... (Voy. hyperb.de de révol.on) .... Plans coupans - Il est inutile de reprendre ici une suite de questions qui sont entièrem.t analogues à celles qu'on s'est proposées sur l'hyperb.de de révolut.on - Qu'il nous suffise de dire que tout plan rencontrera la surface hyperb.le suivant une courbe qui sera de même nature que celle que donnerait le même plan ou un plan parallèle, sur le cône assymptotique. Or, ce cône est elliptique, donc on ne pourra avoir qu'une section conique ...... Tangente à une section plane, faite sur une surface hyperboloïdale - Par un point de la courbe .... par un point extérieur .... parallèl.t à une droite donnée ..... (Voy. hyperb.de de révolution) ...... Cas particulier de l'hyperbole - assymptote ou tangente en un point situé à l'infini: on construit les 2 génératrices parallèles qui répondent au point donné à l'infini; ces 2 droites déterminent le plan assymptote qui, par son intersection avec le plan de l'hyperbole, donne l'assymptote cherchée..... Raccordement de 2 Surfaces - Deux surfaces qui se rencontrent ont en général une ligne courbe commune - On dit que ces 2 surfaces sont tangentes ou qu'elles se raccordent lorsqu'elles ont même plan tangent en chacun des points de cette ligne commune. On sent en effet, qu'à partir de cette ligne une surface est comme la continuation de l'autre, de sorte qu'on peut passer de l'une sur l'autre sans soubresaut, sans discontinuité - La ligne commune prend alors le nom de ligne de contact ou de raccordement ..... - Dans le cas particulier de 2 surfaces réglées, les conditions se simplifient; il suffit qu'elles aient une génératrice commune et un plan tangent commun aux trois points de cette génératrice .... &c.

Lith. de Nouvian à Metz.

Combinaison du Paraboloïde-hyperbolique avec le plan.

Fig: 1, 2 et 3 (bis) Sections planes du Paraboloïde.

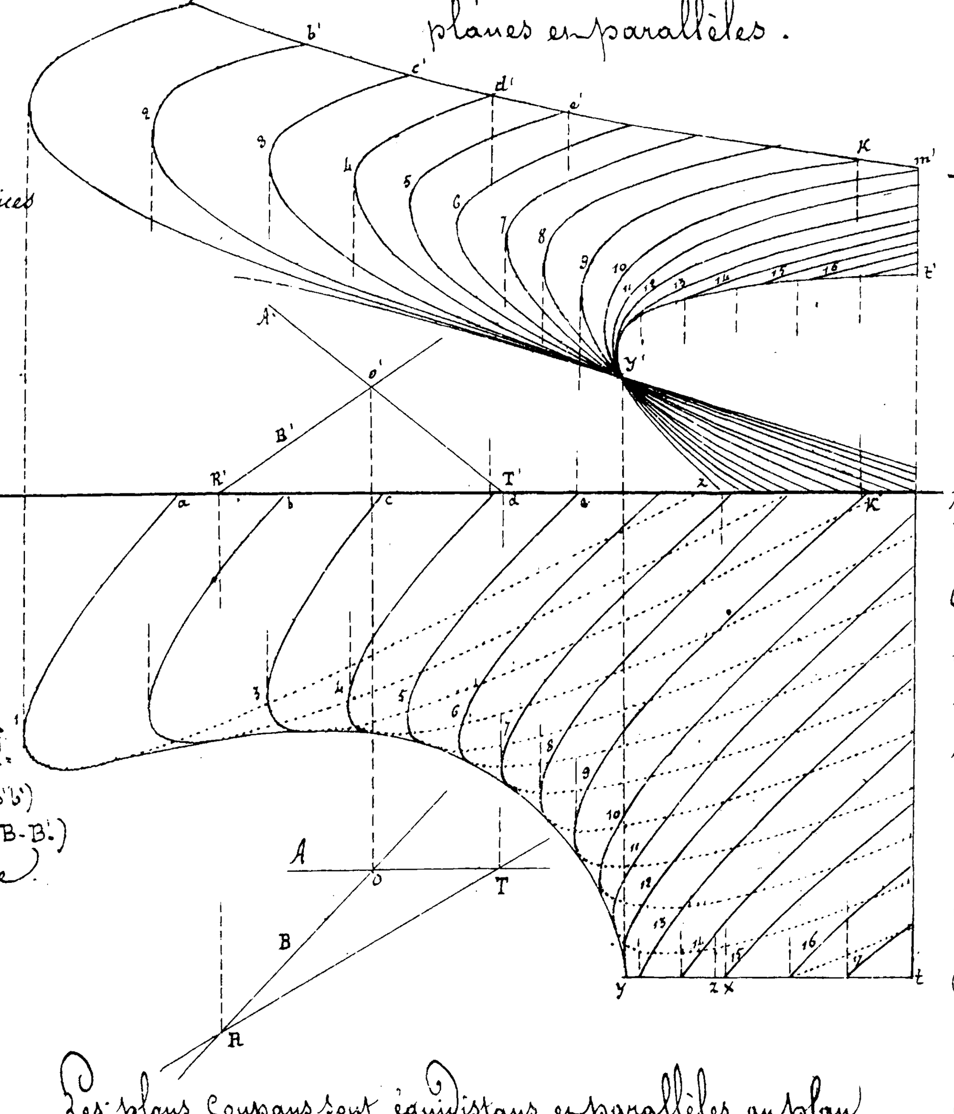
Fig: 1. Sections planes du paraboloïde hyperbolique.



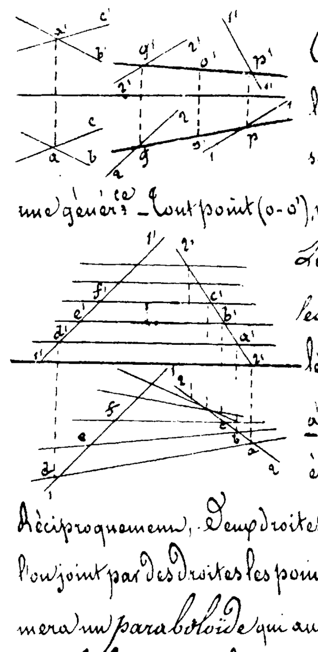
1re Génération. (AA-AA'), (BB-B'B') Directrices le plan de parallélisme est horizontal.

2e Génération. Les directrices sont 2 génér.ces quelconques de la 1re génér.on, (aob-a'o'b') parallèle à (AA-A'A') et à (BB-B'B') est le plan de parallélisme.

Fig: 2. Représentation d'un Paraboloïde par une suite de Sections planes et parallèles.

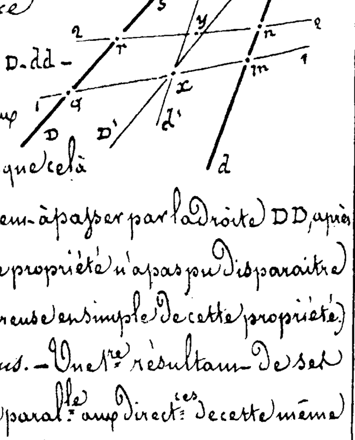


Les plans coupans sont équidistans et parallèles au plan (AoB-A'..) qui donne une parabole.......



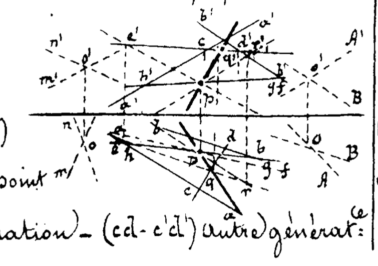
Construction d'une génératrice: Par le point p-p' de la direct.ce (11-1'1') menez un plan paral.le au plan (abc-a'..) et marquez son point de rencontre avec la direct.ce (22-2'2') - la droite (pq-p'q) est une génér.ce - Tout point (o-o'), pris sur une génér.ce appartient évidemment à la surface. *Les directrices sont coupées en parties proportionnelles par les génératrices* - On peut toujours supposer que le plan de parallélisme est horizontal. Puisqu'on s'élève autant pour aller de a en b' que de d' en e', puis de b' en c' que de e' en f'..... Il est évident qu'on a la suite de rapports égaux ab : de :: bc : ef :: ...

Réciproquement, Deux droites quelconques étant divisées en parties proportionnelles, si l'on joint par des droites les points de division correspondants, l'ensemble de ces droites formera un paraboloïde qui aura pour directrices les 2 droites données, et pour plan de parallélisme tout plan parallèle à ces droites. C'est d'après ce procédé simple qu'ont été construits les paraboloïdes des fig: 1, 2 et 3 -



Tout plan parallèle aux directrices coupe la surface suivant une droite - D'xd' plan paral.le aux direct.ces DD-dd - 11, 22, 33.... génératrices - Le plan D'xd' coupe ces génér.ces aux points x, y, z.... qui sont en ligne droite - Il est évident que cela a lieu lorsqu'il passe par la droite dd; puis lorsqu'il vient à passer par la droite DD, après s'être mu parall.t à lui-même - On sent donc que cette propriété n'a pas pu disparaître entre les direct.ces DD et dd. (Il existe une démonst.on rigoureuse et simple de cette propriété)

Un paraboloïde est susceptible de 2 générations. - Une 1re résultant de ses données - Deux génér.ces de la 1re génér.on, le plan paral.le aux direct.ces de cette même génér.on sont les direct.ces et le plan de parallélisme de la 2de génér.on - Cette propriété est une conséquence immédiate de la précédente......



Construire les 2 génér.ces qui passent par un point d'un paraboloïde - Directrices (aa-a'a') (bb-b'b'); plan de parallélisme (mon-m'..) - (p-p') point donné sur la génér.ce (gh-g'h') de la 1re génération - (cd-c'd') autre générat.ce de la même génération - (AoB-A'..) Plan de parallélisme de la 2de génération parallèle aux directrices (aa-a'a') et (bb-b'b'); menez par le point (p-p') un plan parallèle à (AoB-A'o'B') et construisez le point (q-q') où la génératrice (cd-c'd') le rencontre - La droite (pq-p'q') est la génératrice cherchée..... On pourrait encore recourir à la division des directrices en parties proportionnelles par les génératrices, et trouver le point (q-q') à l'aide d'une 4e proportionnelle.........

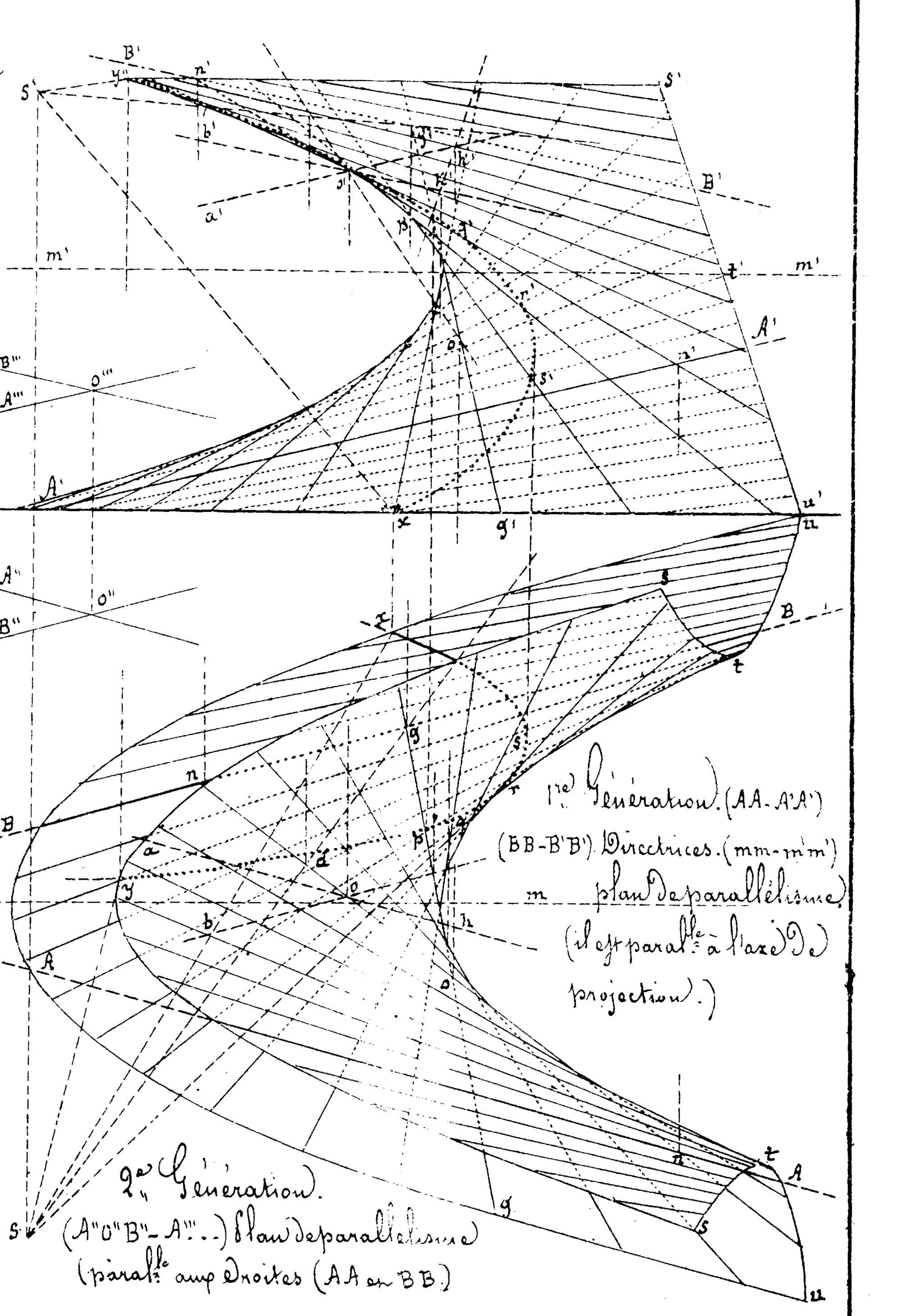
Sections planes du Paraboloïde - Une droite ne peut rencontrer un paraboloïde en plus de deux points: En effet, qu'on lui suppose un troisième point sur la surface, et elle y sera toute entière - Il résulte de là qu'un plan ne peut couper la même surface que suivant une courbe du 2d degré - Il est d'ailleurs évident que toute droite tracée sur un plan de parallélisme a sa parallèle parmi les génératrices de la génération à laquelle ce plan appartient - D'où il résulte qu'un plan quelconque a sur un paraboloïde deux droites qui lui sont parallèles, une génér.ce de chaque génér.on - En effet, ce plan va rencontrer chacun des 2 plans de parallélisme suivant une droite qui a sa parallèle sur la surface..... - Donc un paraboloïde ne peut être coupé par un plan que suivant une courbe ouverte: suivant une hyperbole, s'il n'est pas parallèle à la droite d'intersection des 2 plans de parall.isme; suivant une parabole, s'il est paral.le à cette droite: parce qu'alors les deux génératrices qui lui sont parallèles se réduisent à une seule.

Fig: 1 - Le plan (PoQ-P'..) Coupe suivant la parabole (nopqr-n'....) On a construit la rencontre d'un certain nombre de génératrices avec ce plan - Le plan (MNK-M'..) coupe suivant l'hyperbole (cfhK-edm-c'f'....).......

Tangentes aux Sections planes du Paraboloïde........ - Cas de l'assymptote - 1°: (CD-C'..) trace horiz.ale du plan de l'hyperb.le - (C'est sa rencontre avec le plan de parall.isme de la 1re génér.on); (EF-E'F') droite de rencontre de ce dernier plan avec le plan de parallélisme (aob-a'..) de la 2de génér.on - Ces droites sont paral.les aux assymptotes - 2°: (gg-g'g') génér.ce de la 1re gén.on qui est paral.le à (CD-C'D'); (GG-G'G') génér.ce de la 2de génér.on qui est parallèle à (EF-E'..) - Les plans tangens menés suivant ces génér.ces coupent le plan de la courbe suivant les assymptotes - (OT-O'T') (OS-O'S') Ces assymptotes.

Fig: 3 et 4 - Plans tangens au Paraboloïde.

Fig: 3 - Cône tangent.



1re Génération. (AA-A'A') (BB-B'B') Directrices - (mn-m'n') plan de parallélisme (Il est paral.le à l'axe de projection.)

2e Génération. (A''O''B''-A'''..) Plan de parallélisme (paral.le aux droites (AA et BB))

Plan tangent mené par un point de la surface - Il suffit de construire la génér.ce de la 1re gén.on et celle de la 2e génération qui passent par ce point. Ces deux droites déterminent le plan tangent -

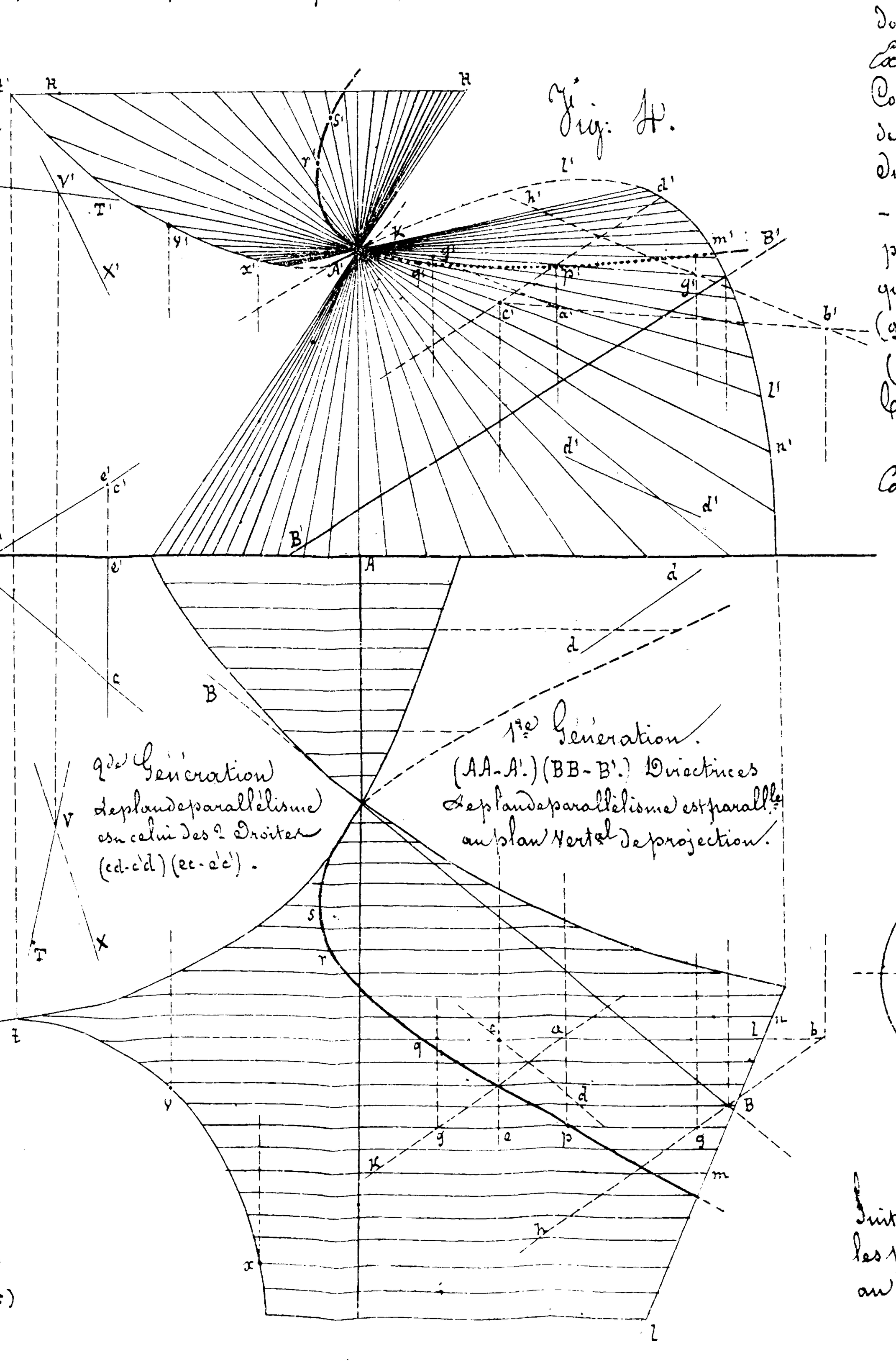
Fig: 3 - *Plan tangent mené par un point extérieur* - Tout plan mené par le point donné (S-S') et par une génératrice, est tangent à la surface. On obtient le point de contact en cherchant la génér.ce de la 2de génération qu'il doit contenir. Cette droite va couper la 1re génératrice au point de contact.

Exemple: Menez par le point (S-S') et par la génér.ce (gg-g'g') le plan (Sgg-S'..) - Construisez la rencontre (o-o') de ce plan avec une autre génératrice (nn-n'n') de la 1re génération - Par le point (o-o') menez le plan (aob-a'..) parallèle aux directrices (AA-A'A') et (BB-B'B'); C'est le plan de parallélisme de la 2de génér.on - Cherchez le point de rencontre (p-p') de la génératrice (gg-g'g') avec le plan (aob-a'..); ce point appartient à la génér.ce de la 2de génération qui est dans le plan (Sgg-S'..); il appartient aussi à la génératrice (gg-g'g') - Donc (p-p') est le point de contact du plan tangent (Sgg-S'g'g') - Ces constructions sont susceptibles de se simplifier beaucoup selon les données de la surface. (Voy. Fig: 4.)

Cône tangent. On peut ainsi construire par points la Courbe de Contact (ypqrsx-y'.....) du cône tangent au Paraboloïde....

Fig: 4 - Cylindre tangent - *Plan tangent mené parall.t à une droite donnée* - Tout plan (ghgk-g'..) mené par une générat.ce (gg-g'g') parallèlement à la droite donnée (dd-d'd') est un plan tangent - (c-c') point de rencontre d'une autre génér.ce (cl-c'l') de la 1re génération avec ce plan - (dce-d'c'e) plan parallèle au plan de parallélisme de la 2de génération, mené par le point (c-c') - (p-p') point de rencontre de la génératrice (gg-g'g') avec ce dernier plan - Ce point est le point de contact.

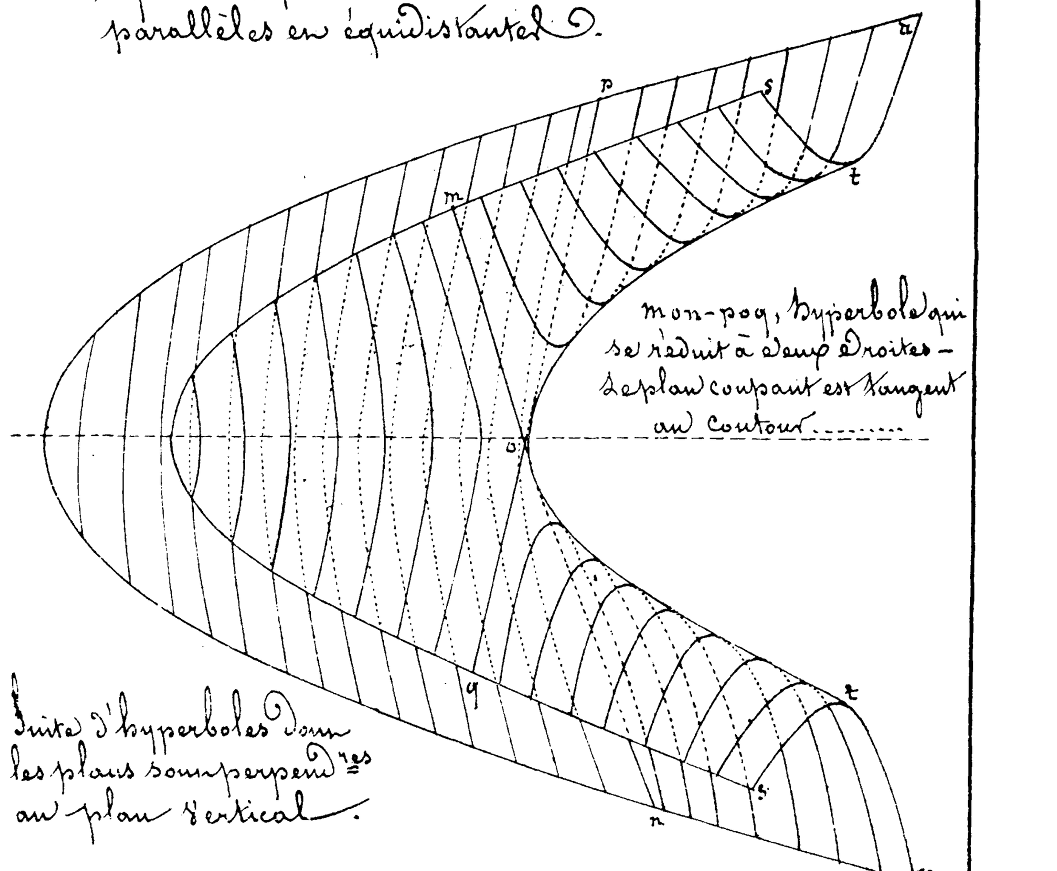
Fig: 4.



1re Génération (AA-A'), (BB-B'), Directrices - Le plan de parallélisme est parall.t au plan vert.al de projection.

2de Génération Le plan de parallélisme est celui des 2 Droites (cd-c'd') (ec-e'c').

Fig: 3 (bis) Second exemple d'un Paraboloïde représenté par une suite de Sections parallèles et équidistantes.



mn-pq, hyperbole qui se réduit à deux droites - Le plan coupant est tangent au contour.

Suite d'hyperboles dont les plans sont perpend.res au plan vertical.

Fig: 5 et 6 - Applications.

Paraboloïde employé comme surface auxiliaire pour mener des plans tangens aux surfaces gauches à plan de parallélisme.

Fig: 5 Plan tangent et Cylindre tangent à un Conoïde quelconque (Voyez le texte)

Données de la surface. (aa-a'a') Droite directrice (1234....1') Courbe directrice. (AoB-A'o'B') Plan de parallélisme.

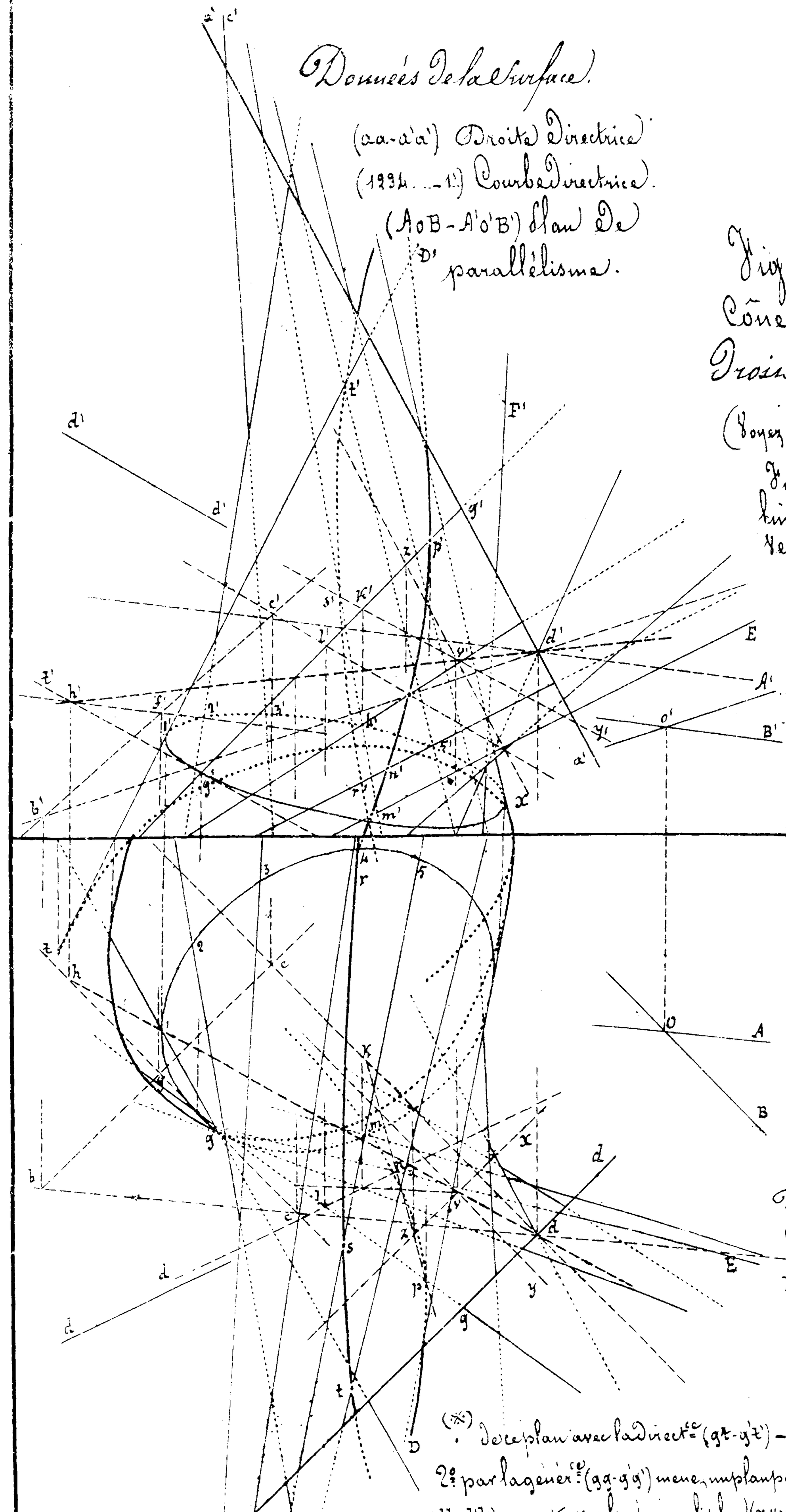
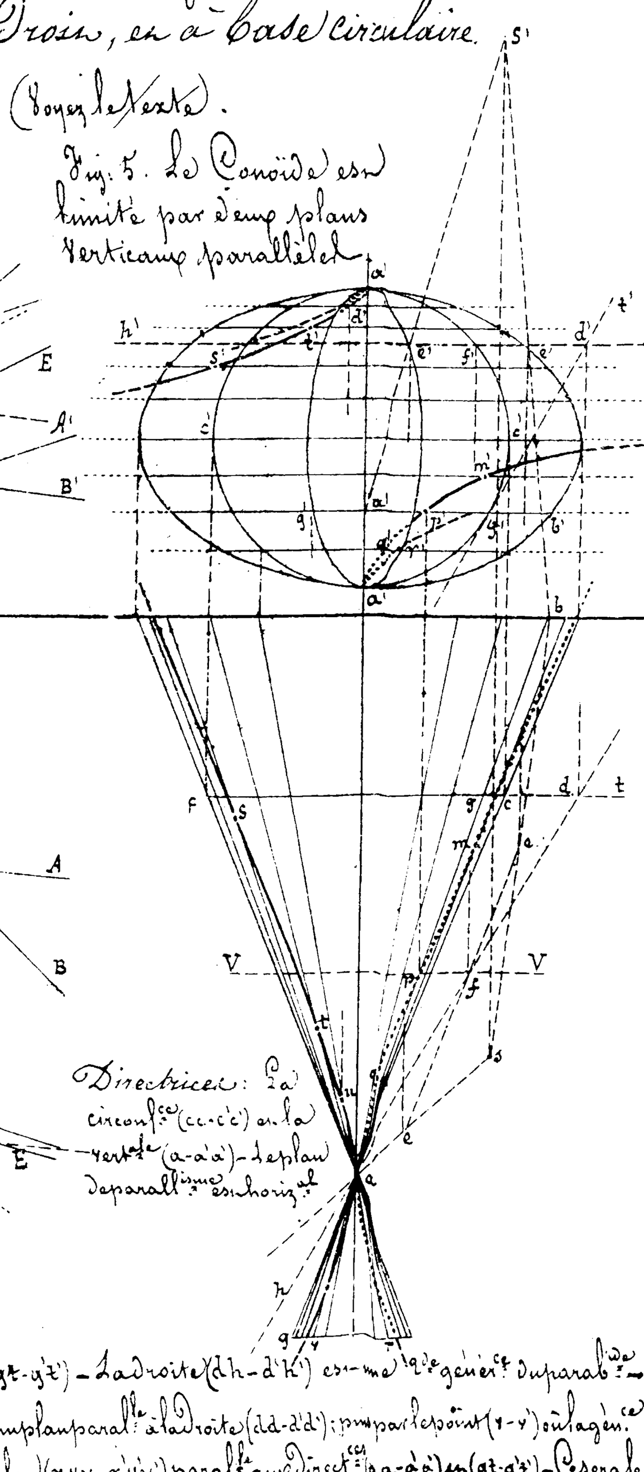
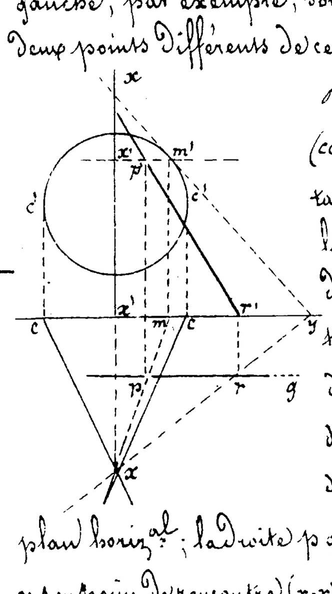


Fig: 5. Plan tangent et Cône tangent à un Conoïde Droit, et à base circulaire (Voyez le texte)

Fig: 5. Le Conoïde est limité par deux plans verticaux parallèles



Directrices: La circonf.ce (cc-c'c') et la vert.ale (a-a'a') - Le plan de parall.isme est horiz.al



Suite des plans tangens au Paraboloïde. Dans tout paraboloïde une génératrice d'une génér.on ne peut avoir sa paral.le dans l'autre génér.on - Car celles d'une génér.on sont parall.es à un plan, tandis que celles de l'autre sont parall.es à un plan différent - Tout plan paral.le au plan de parall.isme ne peut donc contenir qu'une génératrice de la surf.ce - Ce plan dont le point de contact est à l'infini sur cette génér.ce n'est pas pour cela assymptote..... - Le paraboloïde n'a pas de cône assymptote; il a bien un nombre illimité de plans tangens à l'infini, mais tous ces plans sont parallèles entre eux et au plan de parallélisme - *Par une droite mener un cône tangent au paraboloïde* - A l'aide de 2 cônes tangens... *Mener un plan tangent parallèle au plan de 2 droites données* - . Au moyen de 2 cylindres tangens auxil.res - On pourrait encore, et ce moyen serait plus simple, construire la droite de rencontre du plan donné avec le plan de parallélisme, et construire la génér.ce parallèle à cette droite. Le plan mené par cette génér.ce parallèl.t au plan donné, serait le plan tangent demandé - *Raccordement de deux Surfaces gauches à plan de parallélisme*. - Les conditions de raccordement d'un paraboloïde et d'une surface gauche, par exemple, sont: d'avoir même plan de parallélisme, une génératrice commune, et en deux points différents de cette génératrice, un plan tangent commun.

Plans tangens aux Conoïdes. - *Plan tangent à un conoïde droit à base circulaire* (cc-c'c') par un point (p-p') de la génératrice (xm-x'm') - A l'aide d'un paraboloïde auxiliaire tangent au conoïde suivant la génératrice (xm-x'm'): - Les direct.ces de ce paraboloïde sont la tangente my à la direct.ce auxiliaire, et la droite verticale (x-x'x'), (qui est aussi la direct.ce droite du conoïde); Le plan de parall.isme est horiz.al comme celui du conoïde - Tout plan tangent à ce paraboloïde en un point de la génératrice (xm-x'm') sera tangent au conoïde, de sorte que la question consiste à trouver pour le point (p-p') la générat.ce de la 2e génér.on du paraboloïde auxiliaire - Or, le plan vertical de projection est le plan de parallélisme de la 2de génération; la droite (xy-x'y') est la génér.ce de la 1re génér.on qui est sur le plan horiz.al; la droite pg, parallèle au plan vert.al, est la project.on horiz.ale de la générat.ce de la 2e génération et son point de rencontre (r-r') avec xy est son pied - Donc p'r' est la proj.on vert.ale de la droite dont pr est la proj.on horiz.ale; Donc le plan tangent est déterminé..... *Plan tangent par un point extérieur*. Tout plan mené par le point donné et par une génér.ce est tangent en un point qu'on peut construire à l'aide du paraboloïde tangent au conoïde suivant cette génér.ce - *Exemple*. Fig: 5. *Plan tangent et cône tangent à un conoïde droit*. Construction pour le plan (sab-s'a'b') mené par la génér.ce (gg-g'g'): les directrices du paraboloïde auxil.re sont la tangente (gt-g't') à la direct.ce auxil.re, et la vert.le (a-a'a'); le plan de parallélisme est horiz.al - (dh-d'h') génér.ce du parab.de; (f-f') son point de rencontre avec le plan (sab-s'..) - Le plan mené par le point (f-f') parall.t au plan de parall.isme de la 2de génér.on rencontre la génératrice (gg-g'g') au point de contact (p-p')..... - C'est ainsi qu'on a construit les courbes de contact (mpqdr-m'....) et (stuax-s'....) du cône tangent..... - Fig: 6 - *Plan tangent et cylindre tangent parallèles à une droite donnée* (dd-d'd'). - Construct.on pour le point de contact qui se trouve sur la génér.ce (gg-g'g') 1°: au point (g-g') menez la tangente (gt-g't') à la courbe direct.ce du conoïde - Cette tangente et la droite (aa-a'a') sont les direct.ces du paraboloïde auxil.re - Par un point (d-d') de la direct.ce (aa-a'a') menez un plan (db-d'..) parall.t au plan de parall.isme (AOB-A'..) et cherchez le point de rencontre (h-h') (*)

(*) de ce plan avec la direct.ce (gt-g't') - La droite (dh-d'h') est une 2de génér.ce du parab.de - 2°: par la génér.ce (gg-g'g') menez un plan paral.le à la droite (dd-d'd'); puis par le point (r-r') où la génér.ce (dh-d'h') rencontre ce plan, menez le plan (xry-x'r'y') paral.le aux direct.ces (aa-a'a') et (gt-g't') - Ce sera le plan de parallél.isme de la 2e gén.on et son point de rencontre (p-p') avec la génér.ce (gg-g'g') sera le point de contact cherché.

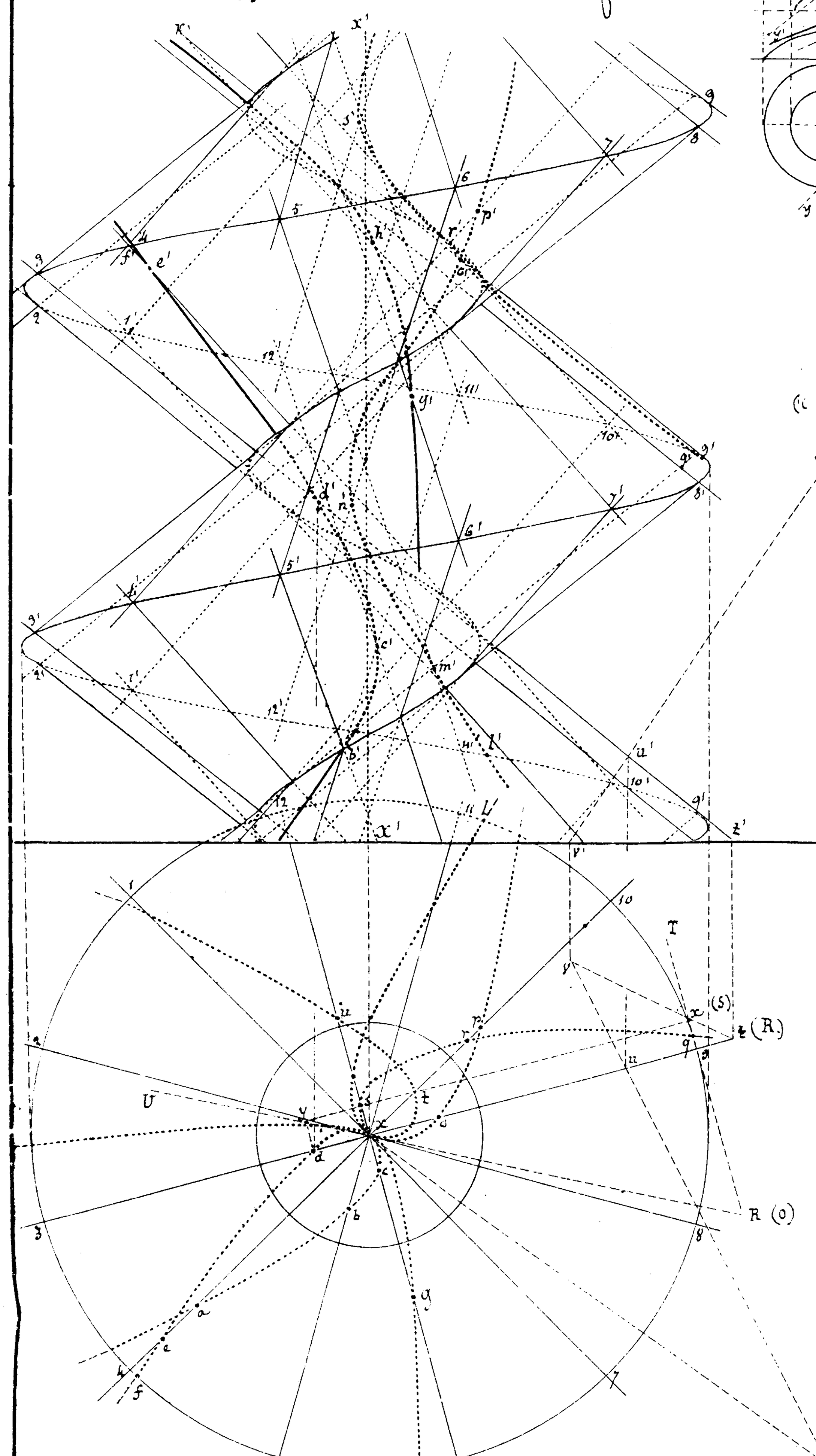
Lith. de Nouvian à Metz.

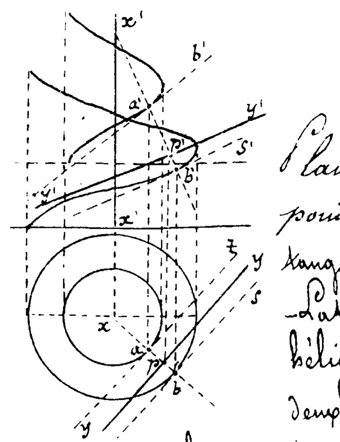
Surfaces réglées – Surfaces hélicoïdales.

Combinaison des Surfaces hélicoïdales avec le plan.

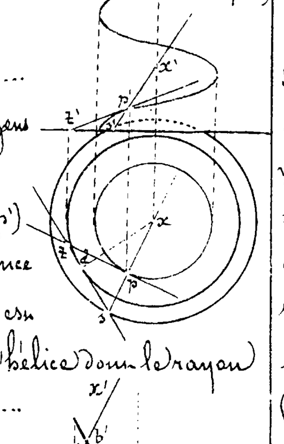
Fig: 1, 2 et 3 Plans tangens à l'héliçoïde général.

Fig: 1. Cône Tangent.

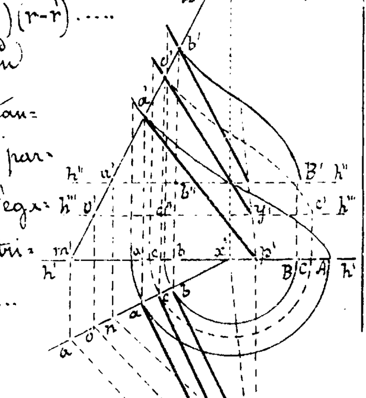




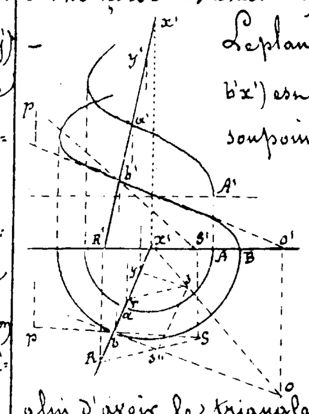
Plans tangens à l'héliçoïde général – Par un point (p-p') de la surface – 1.° à l'aide d'un paraboloïde tangent à la surface selon la génératrice (xp-x'p'): – La tangente (at-a't') et la tangente (bt-b't') aux deux hélices directrices, et un plan vertical parallèle à ces deux droites sont les données du paraboloïde – De sorte que la question se trouve réduite à trouver la génératrice de la 2.de génér.on (py-p'y') qui passe par le point (p-p'); ce que l'on sait faire – (xpy-x'p'y') est le plan tangent cherché – 2.° à l'aide de la propriété caractéristique de la surface: Construisez l'hélice que décrit le point (p-p'), et menez-lui la tangente (py-p'y'), cette tangente et la génératrice (xp-x'p') déterminent le plan tangent ...... – Propriétés des plans tangens: Les génératrices de l'héliçoïde rencontrent l'axe sous un angle constant, et les tangentes à une même hélice, ont une inclinaison constante par rapport à cet axe; Donc tous les plans tangens à l'héliçoïde, aux différens points d'une même hélice, rencontrent l'axe et par conséquent le plan horizontal, sous un angle constant – De sorte que par un point de l'axe ou par un point quelconque de l'espace on peut imaginer deux cônes droits: 1.° l'un parallèle à l'héliçoïde, c'est-à-dire dont les génératrices seraient parallèles à celles de l'héliçoïde. 2.° l'autre, tel que tout plan qui lui serait tangent aurait son parallèle parmi les plans tangens à l'héliçoïde aux différens points d'une même hélice – (px-p'x') génératrice de l'héliçoïde (s-s') son pied; sx est le rayon de la base du 1.er cône – stp un plan tangent au point (p-p') de l'hélice dont le rayon est xp; la perpendiculaire xd à la trace st de ce plan est le rayon de la base du second cône –



Cela posé, prenez les points (a-a') (b-b') (c-c') ...... sur une même génératrice – Les plans tangens en ces points sont respectivement: (map-m'..) (nbq-n'..), (ocr-o'..) ...... La droite (mp-m'p') est la trace du premier sur le plan de naissance h'h' de l'hélice dont ax est le rayon (bq-b'q') est la trace du 2.d sur le plan de naissance h''h'' de l'hélice dont le rayon est bx ... Tous les points (p-p') (q-q') (r-r') ..... sont sur une même droite (px-p'x') – En projection verticale, les triangles rectangles m'a'a'', n'b'b'', o'c'c'' .... sont égaux, parce que les distances a'a'', b'b'', c'c'' .... sont égales .... Donc, en projection horiz.ale, les triangles rectangles mab, nbq, ocr, ...



sur leurs côtés ma, nb, oc .... égaux – De plus, les côtés ap, bq, cr ..... sont respectivement égaux aux arcs Aa, Bb, Cc ..... développés (propriété de la tangente à l'hélice), et les hypoténuses mp, nq, or, ... sont les parties des traces des plans tangens qu'interceptent les deux droites fixes mx et px (Gascheau, traité des surf.ces réglées) – Ces propriétés servent à simplifier la construction des plans tangens à l'héliçoïde – Mener un plan tangent par un point extérieur (p-p') –



Le plan (pmb-p'..) qui passe par la génératrice (bx-b'x') est un plan tangent – Il ne reste plus qu'à trouver son point de contact – La trace horizontale SR de ce plan est parallèle à sa trace sur le plan de naissance de l'hélice qui passe par le point de contact cherché – Cela posé, construisez un plan tangent en un point (b-b') par exemple de la génératrice (bx-b'x') afin d'avoir le triangle rectangle obR dans lequel le côté bR est le même en grandeur pour tout plan tangent mené suivant la génératrice (bx-b'x') – Or est la partie de la trace du plan tangent interceptée par les droites fixes Rx et ox – Pour le point de contact cherché, le triangle correspondant à obR doit avoir son hypoténuse interceptée par les mêmes droites et parallèlement à SR; de plus ce triangle est rectangle, et il doit avoir un côté égal à bR: Donc bRS'' est ce triangle, non pas situé dans le plan de naissance de l'hélice du point de contact cherché, mais disposé parallèlement à lui-même sur le plan horizontal – On le voit dans sa véritable position en rsy où il se trouve reporté à l'aide de la droite S''s parallèle à Rx et de la droite sp parallèle à RS''; de sorte que le point y est la proj.on horiz.ale du point de contact cherché – y' en est la projection verticale. C'est ainsi qu'on a construit les courbes de contact de la surface conique tangente à l'héliçoïde de la fig: 1 – Pour ne pas compliquer la figure, on a supprimé les génératrices de la surface conique en laissant le sommet (S-S') et les courbes de contact (abcdef-a' .....) (ghK-g'h'K') (lmnrop-l' .....) et (qrstu-q' ....) – Construction du point (d-d') qui est situé sur la génératrice (3.g-3'g') au point (g-g'), menez la tangente TR à l'hélice, marquez son pied R et tirez la droite RV par l'axe – Construisez la trace horizontale ZV du plan tangent (S3.g-S'3'g') ou (Sut-S'u't'), et marquez son point de rencontre x avec TR – Tracez la droite xy parallèle à (3g-3'g'), et marquez son point de rencontre y avec RV; puis tracez la droite yd parallèle à RT, et marquez son point de rencontre d avec la génératrice 3.g – (d-d') est le point de contact cherché – (On a inscrit entre parenthèses et à côté des lettres de la fig: 1 les lettres de la fig: de démonstration .... – Solution par un paraboloïde auxiliaire: Elle serait tout à fait analogue à celle qui répond au cas où le point est donné sur la surface – Au reste elle est beaucoup moins simple que la précédente, dans laquelle tout se réduit à un tracé sur un seul plan ....

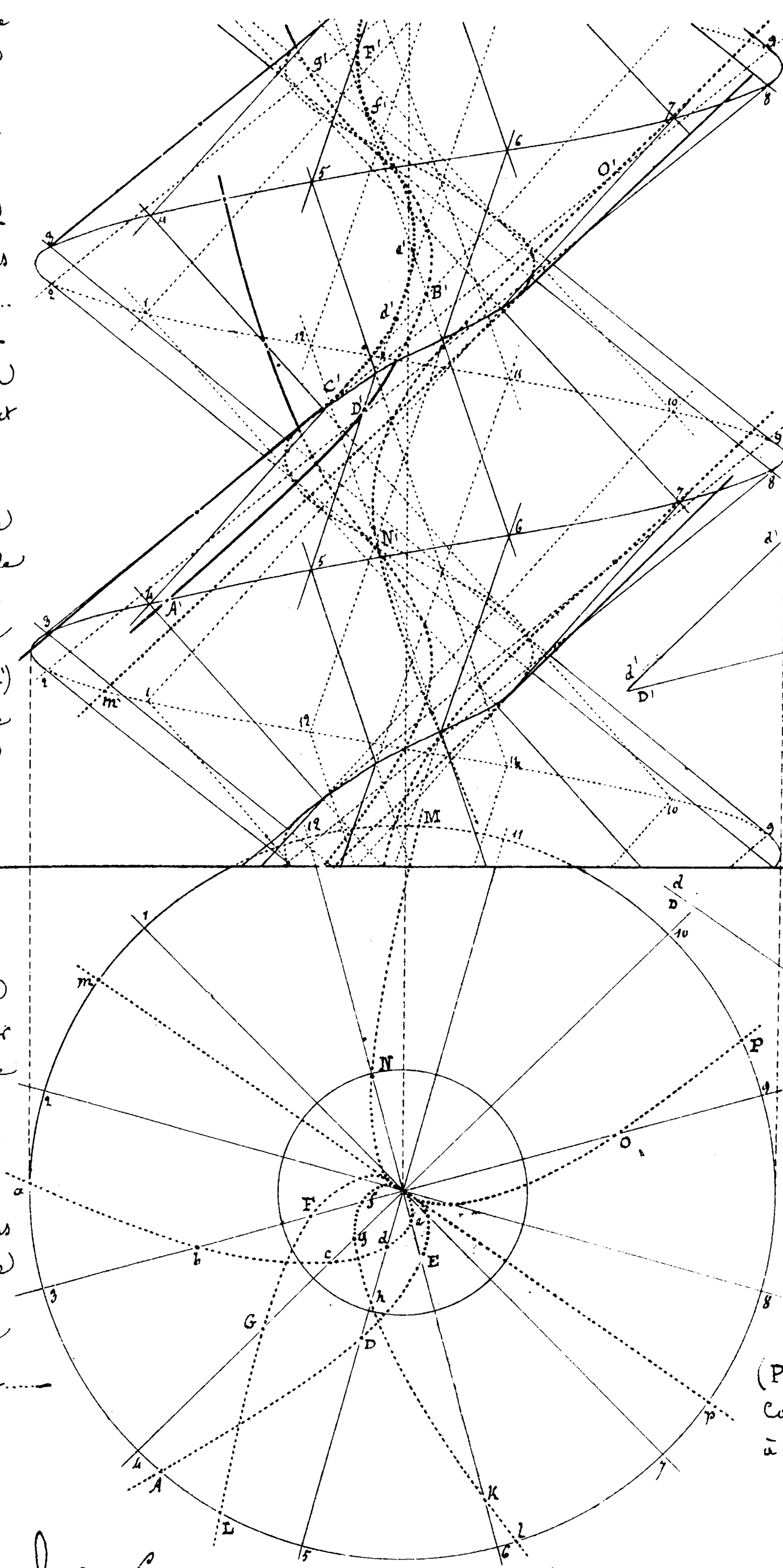
Plan tangent mené parallèlement à une droite donnée. – Tout plan mené par une génératrice et parallèlement à la droite donnée est un plan tangent – Trouver son point de contact est une question qui rentre dans la précédente .....

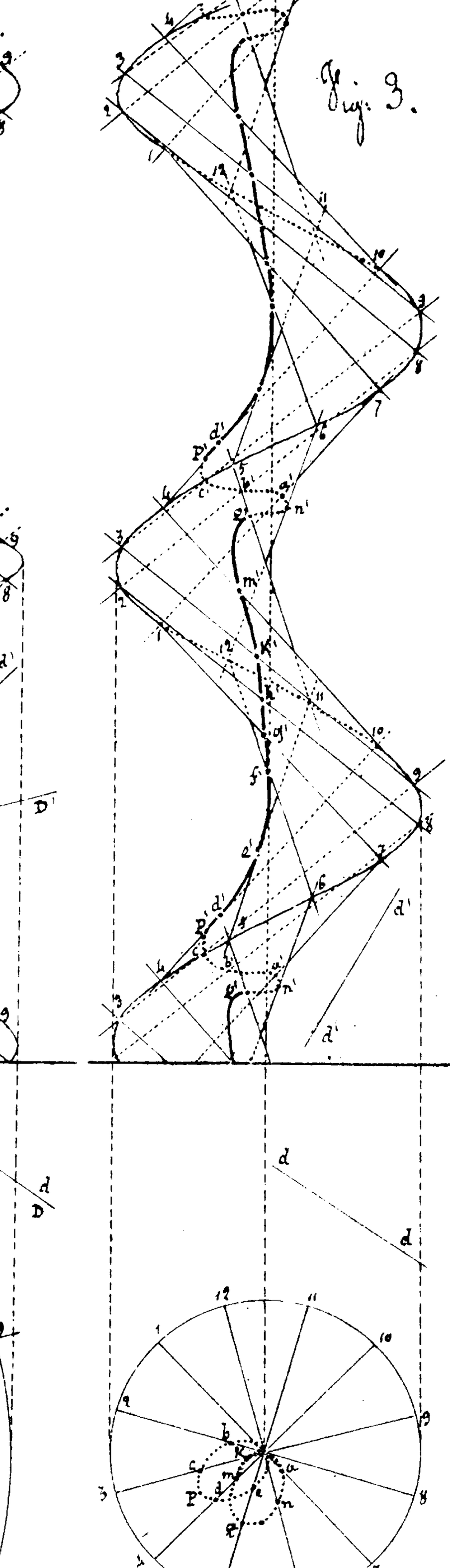
Fig: 2 – Cylindres tangens à l'héliçoïde. – 1.er Cylindre – La droite (DD - D'D') moins inclinée que la génératrice sur l'axe de la surface, est la droite de parallélisme – Les courbes (ADEFG - A'D'E'F'G') et (MNOP - M' ...), indéfinies comme les nappes de la surface, sont les courbes de contact – 2.d Cylindre: La droite (dd-d'd') inclinée sur l'axe comme la génératrice est la droite de parallélisme – Les lignes de contact sont alors: La courbe indéfinie (abcd ... gh - a'b'c'd' ...) et la génératrice (mp-m'p') qui est assymptote à cette courbe ....

Fig: 3 – 3.e Cylindre: La droite (dd-d'd') plus relevée que la génératrice, est la droite de parallélisme – Les deux courbes de contact se réduisent alors à une seule (abcPde ... Qu-a'b'c' ...) qui ne sort pas du 1.er noyau de la surface. Cette courbe est en partie extérieure et en partie intérieure par rapport à la surface – (P-P') et (Q-Q') sont les points de passage .... La portion (Pdef ... mQ-Pd' ...) est vue; C'est suivant elle que le contact des plans est possible extérieurement. – La portion (QuabcP-Q'u'a' .....) est cachée; C'est suivant elle que le contact des plans tangens a lieu intérieurement .... – Plus la droite de parallélisme se rapproche de l'axe, plus la courbe de contact se resserre; enfin celle-ci se réduit à l'axe, lorsque le cylindre tangent devient vertical .....

Fig: 2 et 3 – Cylindres Tangens –

Fig: 2 – 1.er et 2.d Cylindres tangens. Fig: 3 – 3.e Cylindre tangent.





(P-P') (Q-Q') Points de passage de la courbe de contact de l'extérieur à l'intérieur –.

Fig: 4. – Cône tangent à l'héliçoïde de révolution.

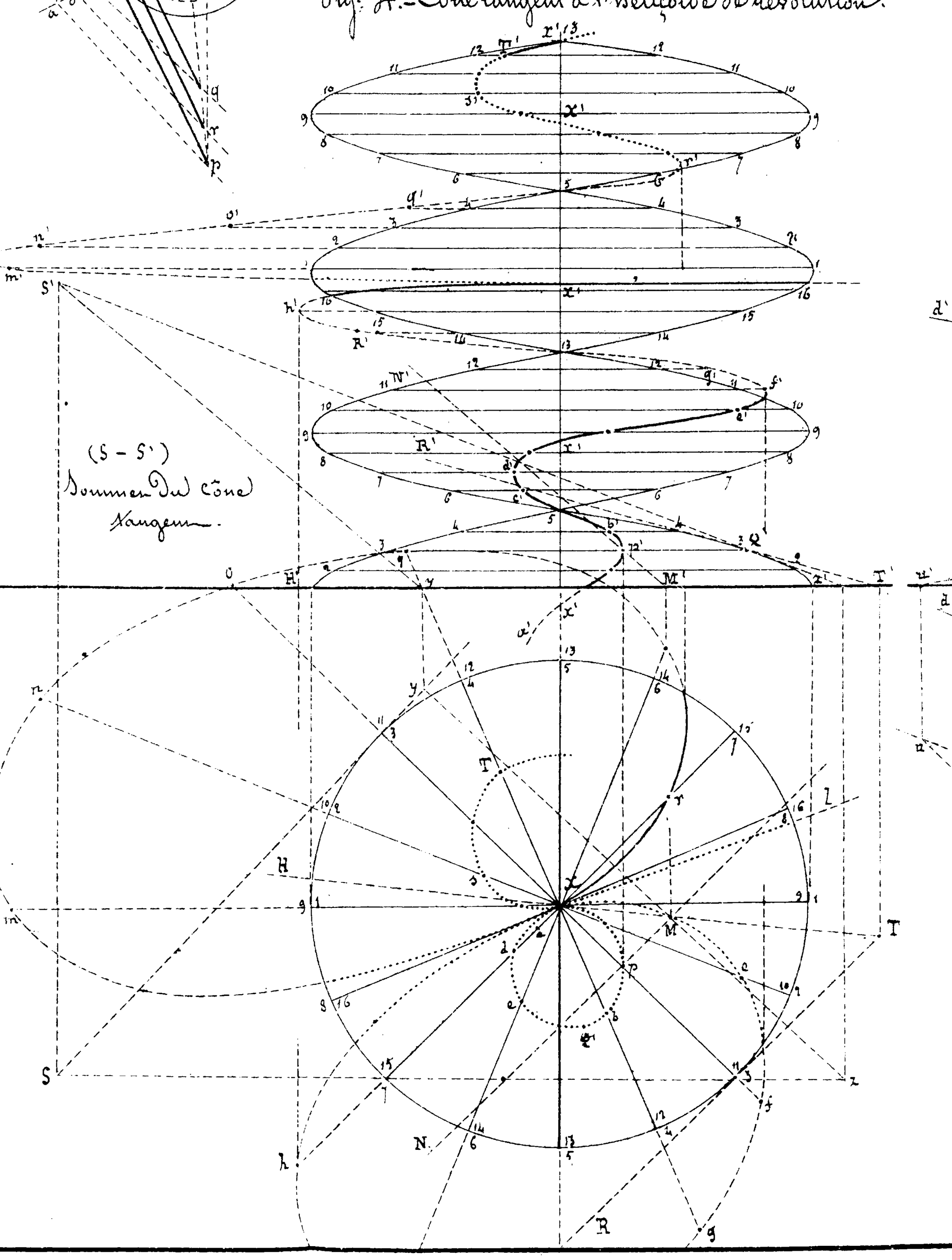
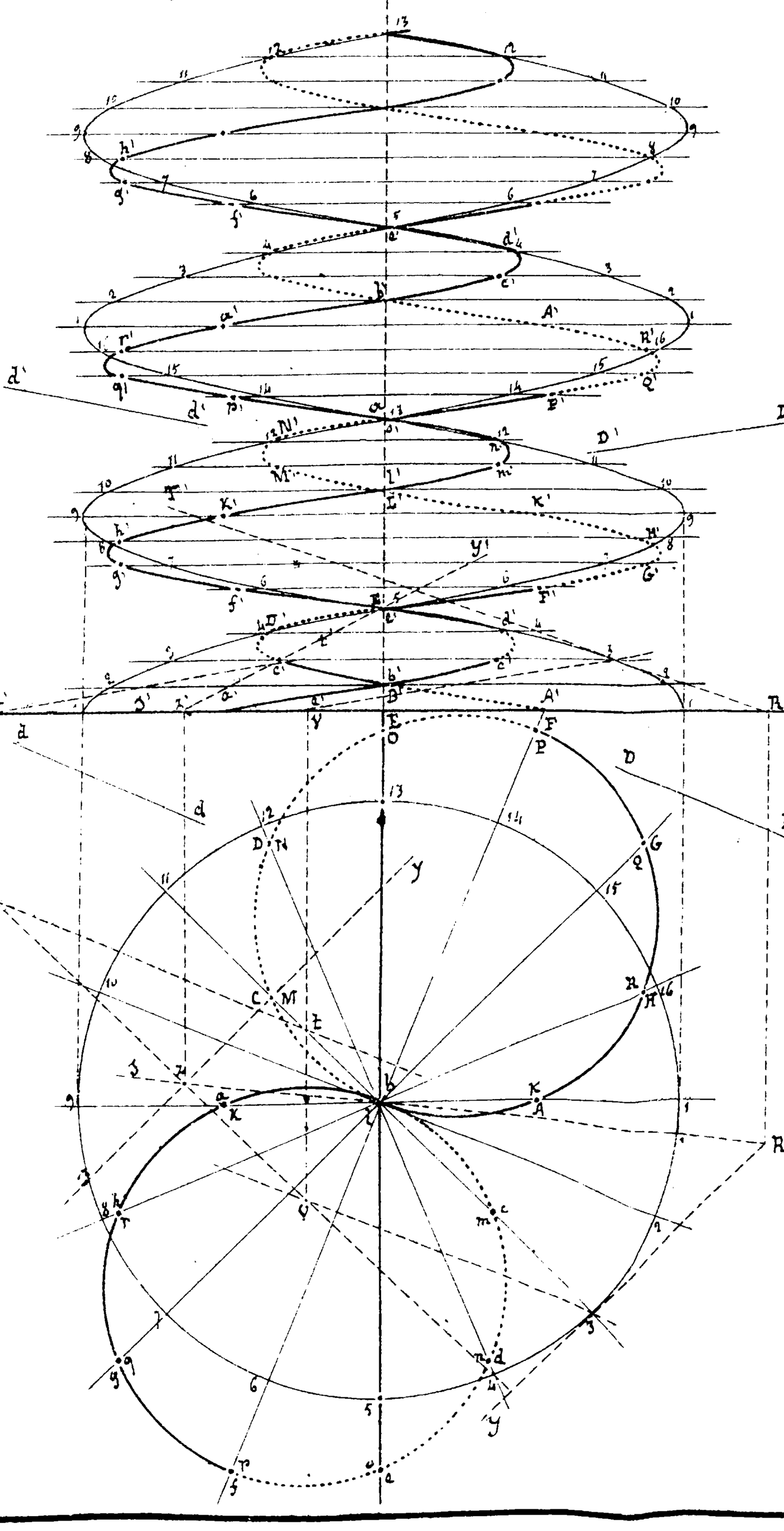
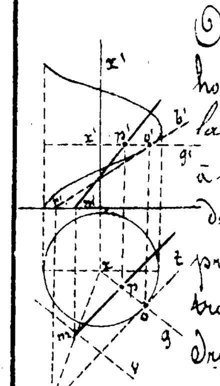
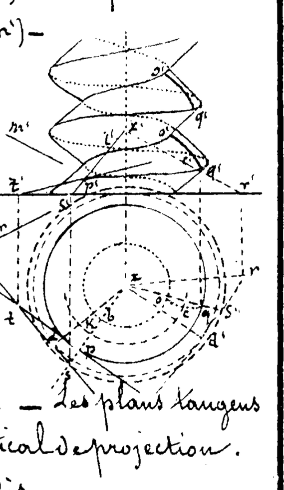


Fig: 5 – Cylindres tangents.



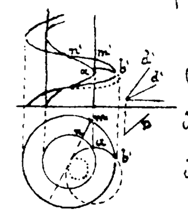


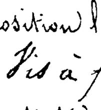
On considère l'héliçoïde comme un conoïde dont la direct.ce est une hélice, et dont le plan de parallélisme est horiz.al – Puis on a recours à un paraboloïde pour lui mener des plans tangens – 1.° Plan tangent au point (p-p') de la surface: Les directrices du paraboloïde tangent suivant la génératrice (pg-p'g') sont la tangente (ot-o't') à l'hélice au point (o-o'), et l'axe (x-x'x') de la surface; son plan de parallélisme est horizontal – Quant au plan de parallélisme de la 2.e génération, il est évidemment vertical et parallèle à la tangente (ot-o't') – rx représente la génératrice de la 2.e génération qui est sur le plan horizontal, et par conséquent la trace horizontale de la surface; d'où il résulte que le point p est le pied de la génératrice dont la droite pm parallèle à ot, est la projection horizontale – p'm' est la projection verticale correspondante – (pxm-p'x'm') est le plan tangent cherché – 2.° Plan tangent par un point extérieur – Voy. f.lle 20 art. Conoïdes. – Fig: 4 – Cône tangent à un héliçoïde de révolution. Construction pour le point de contact qui est sur la génératrices (33-3'3') – Au point (3-3') menez la tangente (TR-T'R') à l'hélice: Cette droite et l'axe (x-x'x') sont les directrices du paraboloïde auxiliaire; le plan de parallélisme est horizontal. – Le plan de parallélisme de la 2.de génération est vertical et parallèle à (TR-T'R') – (TH-T'H') génératrice de la 1.re génération, qui est sur le plan horiz.al – Le plan tangent (S33-S'3'3') rencontre (TH-T'H') au point (M-M') – Par le point (M-M') menez un plan (MN) parallèle au plan de parallélisme de la 2.de génération, et marquez son point de rencontre avec la génératrice (33-3'3') – C'est le point de contact cherché, car la génér.ce (MN-M'N') de la 2.de génération est dans le plan tangent. – C'est ainsi qu'on a construit les courbes de contact (axpbQcdxefgRhxl-a'x' .....) et (lxmδnoqrxSz .....-l'x'm' .....) qui sont en partie vues et en partie cachées sur la proj.on verticale, par suite de la nature des contacts qui ont lieu tantôt en dehors tantôt en dedans ..... – (Q-Q') (R-R') (S-S') ..... points de passage. (R est hors du cadre) – Ces deux courbes sont les deux branches d'une seule et même courbe qui a un point à l'infini sur la génér.ce située dans le même plan horizontal du sommet (S-S'), et qui s'étend indéfiniment dans les deux sens de l'axe; elle se rapproche de l'axe de plus en plus, jusqu'à ce qu'elle le rencontre à l'infini en dessus et en dessous ..... – Fig: 5. Cylindres tangens – Construction d'un point des courbes de contact: comme précédemment – On a réuni sur la même figure deux exemples: Le cylindre tangent qui est parallèle à la droite (dd-d'd') a pour ligne de contact la courbe (abcdef ....-a'b' ....) dont les points de passage sont (P-P') – Cette courbe est une hélice cylindrique et à base circulaire qui est située presqu'entièrement en avant de l'axe ..... – Le cylindre tangent qui est parallèle à la droite (DD-D'D') a pour courbe de contact l'hélice (ABCDE .....- A' ......) qui est située au delà de l'axe ...... – (P-P') Points de passage ...... – Nous appelons l'attention du lecteur sur la nature des courbes de contact des cônes et des cylindres tangens aux surfaces héliçoïdales .... Elles présentent des particularités intéressantes que nous ne pouvons pas discuter ici ....



Suite – Plans tangens à l'héliçoïde général. – Plans tangens menés par une droite donnée. On a recours à deux cônes tangens ..... – Plans tangens parallèles au plan de deux droites données: On a recours à deux cylindres tangens parallèles aux droites ...... Dans le cas où le plan donné est perpendiculaire au plan vertical, la courbe de contact détermine le contour de la projection verticale de l'héliçoïde, contour peu étendu et qui, jusqu'ici, n'a été dédui qu'à peu près.

Plans tangens à la vis triangulaire – On conçoit que, vu le peu de largeur des bandes héliçoïdales qui limitent le filet d'une vis, il serait peu commode de recourir à la méthode générale pour construire les courbes de contact d'un cylindre ou d'un cône tangent – Alors au lieu de chercher un point situé sur une génératrice de la surface, on cherche celui qui appartient à une hélice donnée de la surface; par exemple sur l'arête saillante, ou sur l'arête rentrante, ou sur l'hélice moyenne du filet. A cet effet, on a recours aux deux cônes précédemment définis. – (p-p') Point de l'arête saillante du filet; stp plan tangent en ce point; ce plan sert à construire le cône auxiliaire dont la base a pour rayon xd – (x-x') sommet commun aux deux cônes auxiliaires – Le plan TSx, parallèle au plan tsx, contient la droite sx qui est parallèle à la génératrice sx de l'héliçoïde, laquelle passe précisément par le point de contact (p-p') – Tout autre plan tangent au cône (Sd) va rencontrer l'autre cône suivant une parallèle à une génératrice de l'héliçoïde, et à celle qui rencontre l'arête saillante au point de contact du plan tangent parallèle à celui du cône – Exemple: Soit (m-m') la droite de parallélisme des plans tangens; la droite (xr-x'r') étant parallèle à la droite (m-m'), rd sera la trace d'un plan tangent au cône (xd) parallèle à (m-m') – Il ne reste plus qu'à mener sur l'héliçoïde la génératrice (xq-x'q') parallèle à la droite S''x – Cette génératrice rencontre l'arête saillante au point (q-q'), point de contact d'un plan tangent au filet, et parallèle à la droite (m-m') – Les cônes auxiliaires changent pour les points de contact (o-o') et (c-c') qui appartiennent respectivement à l'arête rentrante (ray. xb) et à l'hélice moyenne (ray. xK) mais les constructions sont analogues – La courbe de contact (ocq-o'c'q') du cylindre tangent à la surface du filet est déterminée assez exactement par les 3 points ainsi trouvés .... – Les plans tangens au lieu d'être parallèles à une droite, pourraient passer par un point donné ..... Cône tangent ...... – Les plans tangens pourraient être menés perpendiculairement à un plan donné, par exemple au plan vertical de projection. Dans cette supposition la courbe de contact serait le contour vertical ab de la vis ....

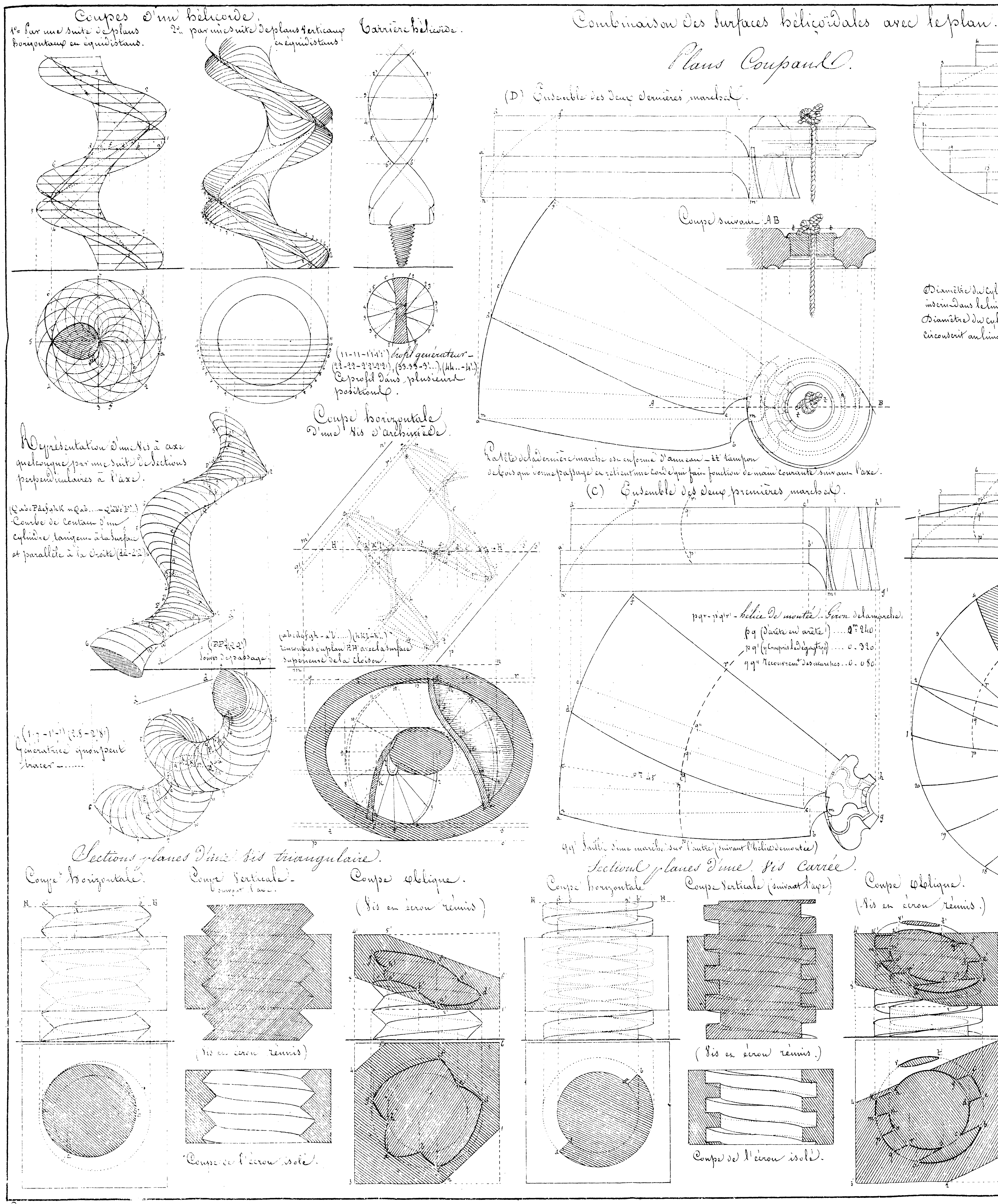


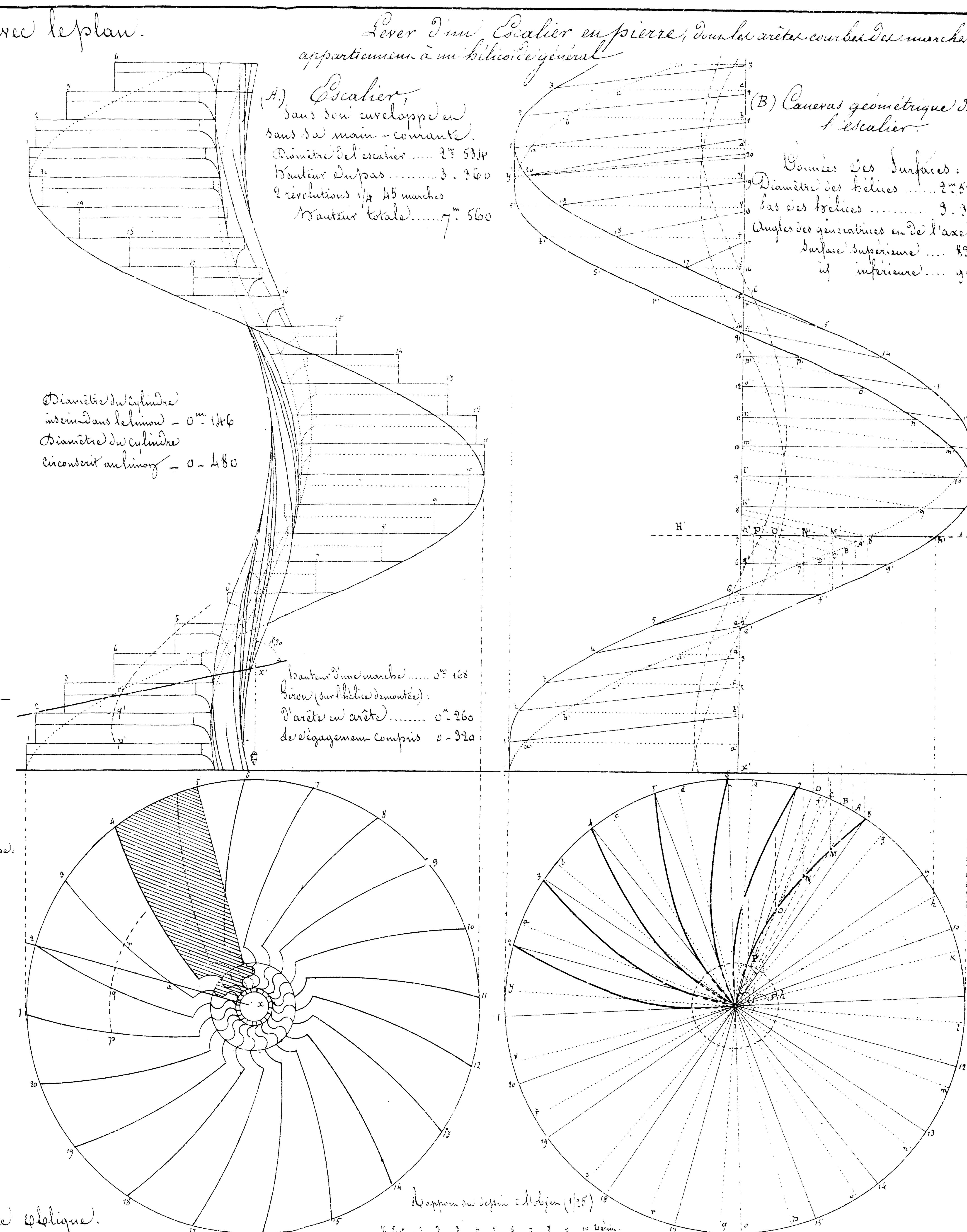


Vis à filet carré. – Selon l'inclinaison de la droite de parallélisme la courbe de contact du cylindre tangent à la surface du filet, sera toute entière renfermée dans le noyau de la vis, ou s'étendra sur le filet ...... (ab-a'b') Courbe de contact correspondante à la droite de parallélisme (d-d') ....

Lith. de Nouvian à Metz.

Surfaces réglées – Surfaces hélicoïdales – Applications.

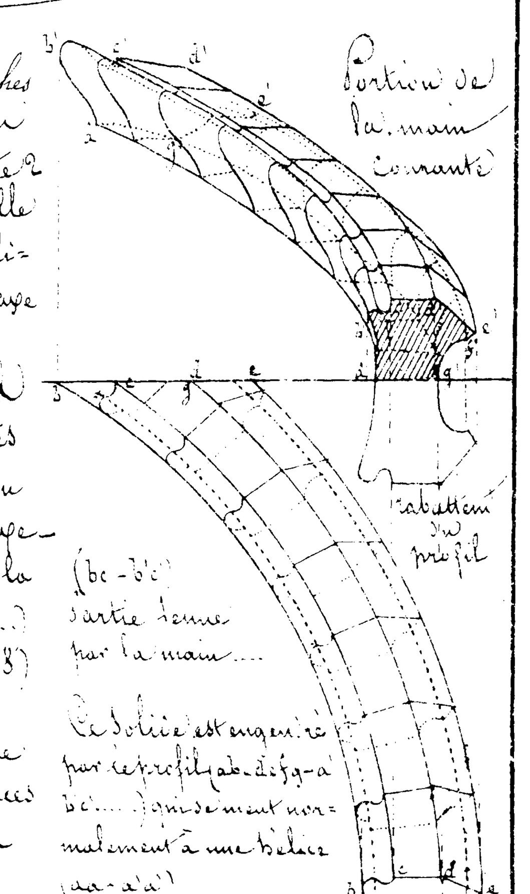




(A) Escalier – Il fait partie du lever d'une ancienne maison de Strasbourg – L'arête des marches a la forme de la courbe qu'on obtient (fig. 1) en coupant une surface hélicoïdale par un plan horizontal. Cette remarque a conduit à penser que la voûte de l'escalier était comprise entre 2 surfaces hélicoïdales engendrées: celle des arêtes des marches par une droite inclinée sur l'axe; celle du dessous de l'escalier, par une droite perpendiculaire à l'axe ou horizontale. En effet, en appliquant une règle (xa2-xa'2) sur les arêtes des marches consécutives et sur le fil à plomb placé suivant l'axe de l'escalier, on a trouvé une génératrice de la surface et par suite son inclinaison sur l'axe (83°) –

(B) Canevas géométrique – Les génératrices des deux surfaces qui comprennent entre elles les marches de l'escalier, sont: pour la surface supérieure (celle des arêtes des marches), les droites (11-1'1'), (22-2'2'), (33-3'3')..... qui sont inclinées sur l'axe; pour la surface inférieure (celle du dessous de l'escalier) les droites (aa-a'a') (bb-b'b') (cc-c'c') ...... perpendiculaires à l'axe – En coupant le système de ces deux surfaces par un plan horizontal HH, on obtient sur la surface inférieure la droite (hh-h'h') et sur la surface supérieure la courbe (8MNOP-8'....) qui est une arête de marche – Une suite de sections horizontales et équidistantes (o. 168) reproduirait la forme de l'escalier.....

Vis d'Archimède – La vis étant arrêtée, après avoir fonctionné, le plan horiz.al HH' figure le niveau de l'eau qui se trouve retenue entre le cylindre enveloppe et la cloison – L'angle dièdre à faces courbes que forment ces surfaces, est l'angle hydrophore (partie....) l'arc (abcdefgh – a'b'c'.....) est l'arc hydrophore...... –

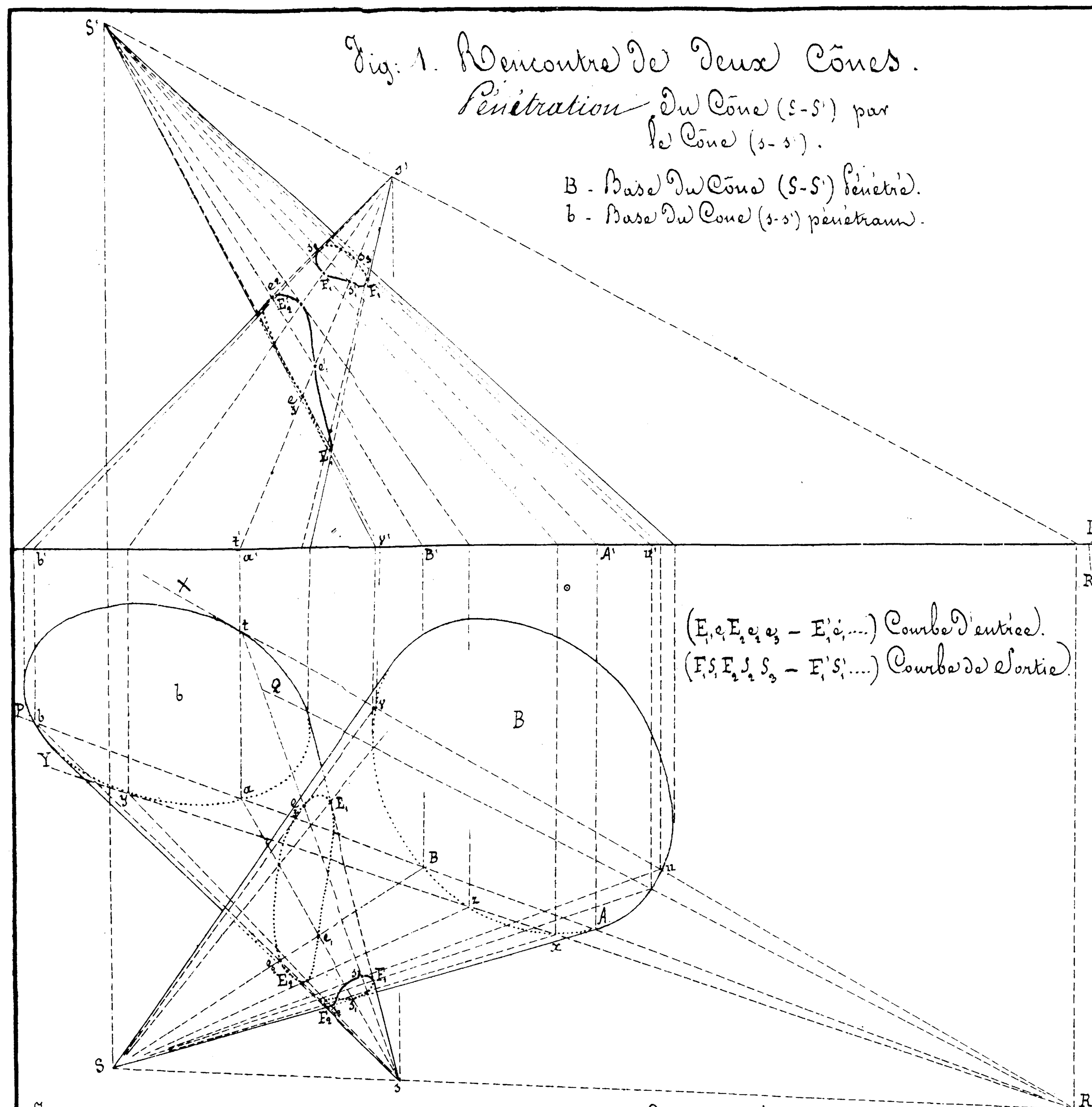


Combinaisons de la Surface Conique avec elle-même et avec d'autres Surfaces.

Fig: 1. Rencontre de deux Cônes.

Pénétration du Cône (S-S') par le Cône (s-s').

B - Base du Cône (S-S') pénétré.
b - Base du Cône (s-s') pénétrant.



($E_1 e_1 E_2 e_2 e_3 - E'_1 e'_1 \ldots$) Courbe d'entrée.
($F_1 S_1 F_2 S_2 S_3 - F'_1 S'_1 \ldots$) Courbe de Sortie.

Fig: 2. Rencontre de deux Cônes.

Cet exemple est à la fois une Pénétration et un Arrachement.
(m-m') point multiple.

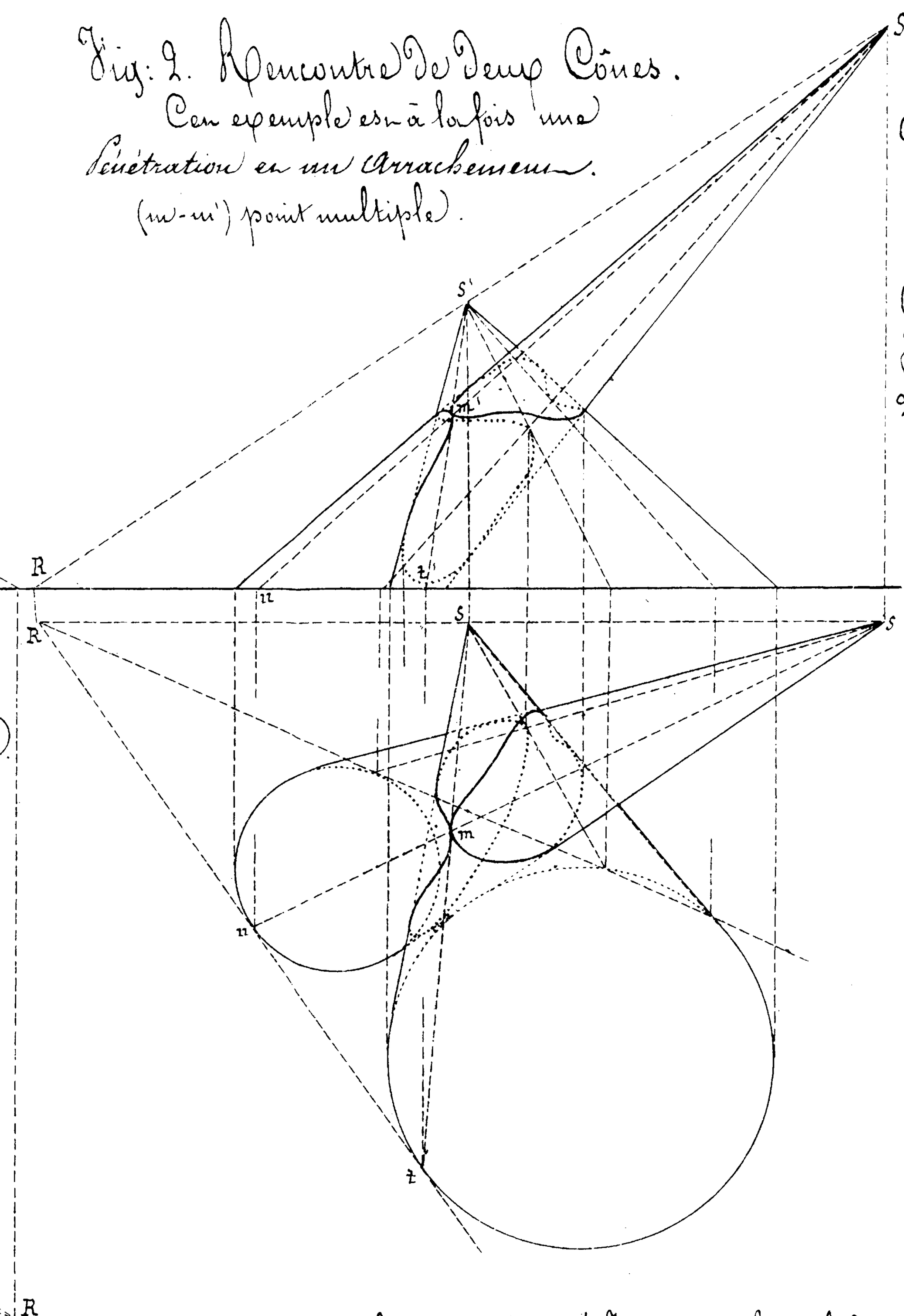


Fig: 3 - Rencontre de 2 Cônes, dans laquelle les 2 nappes se pénètrent.

(abcd - a'...) Courbe de pénétration des 2 nappes inférieures - Courbe analogue pour les 2 nappes supérieures -

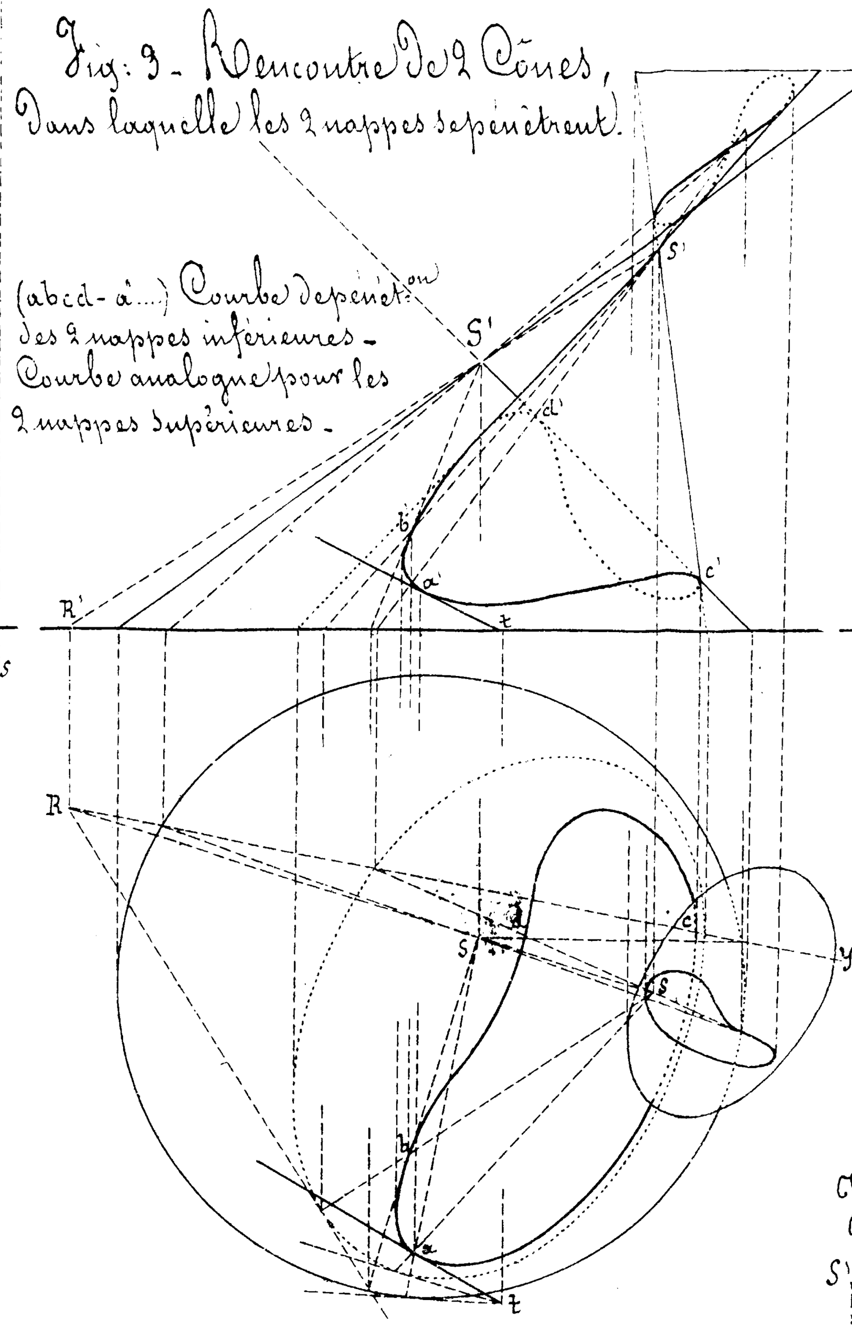


Fig: 4 - Rencontre du cône renversé (s-s) avec le cône (s-s') qui a pour Directrice le cercle (mch - m'c'h') tracé sur le premier.

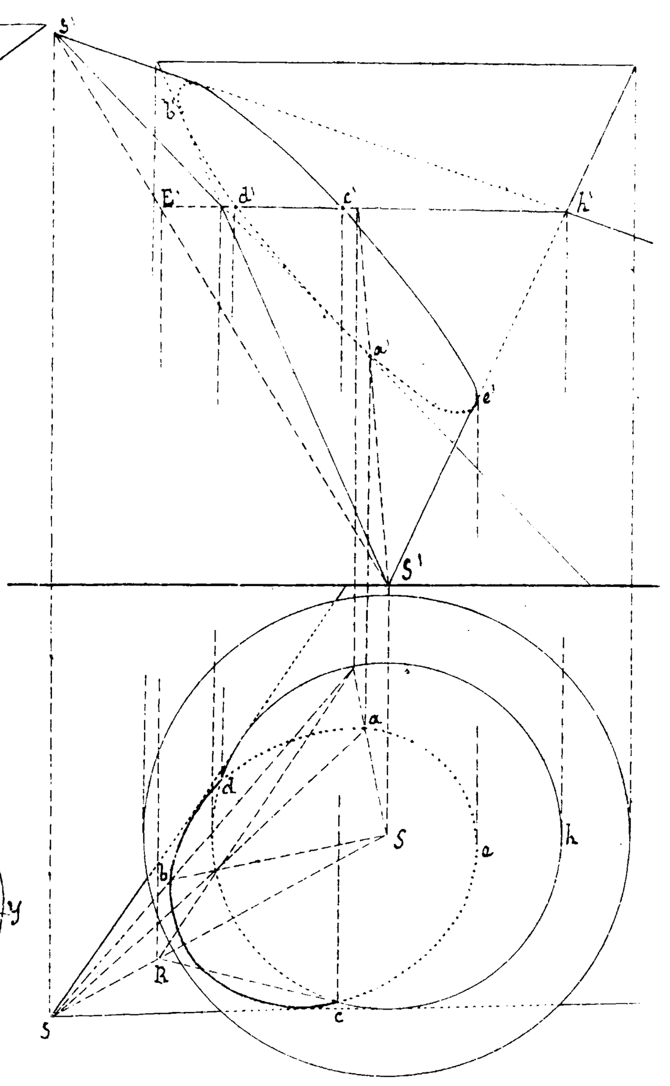


Fig: 5. Arrachement de 2 Cones (s-s') et (c-c') suivant une Courbe ouverte et hyperbolique.

(Deux génératrices de l'un sont parallèles à deux génératrices de l'autre.)

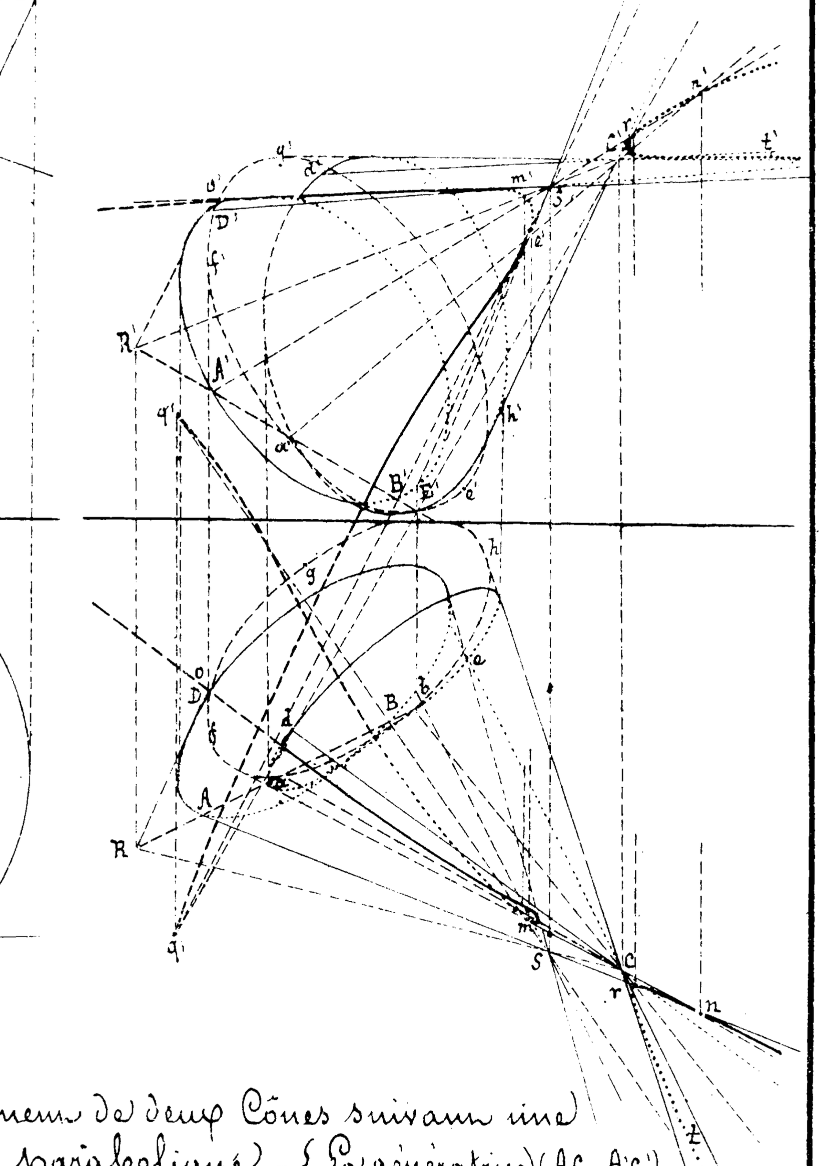


Fig: 6. Arrachement de deux Cônes suivant une Courbe ouverte et parabolique - {La génératrice (AC - A'C') du Cône (c-C') est parallèle à la génératrice (aS - a'S') du Cône (S-S')}.

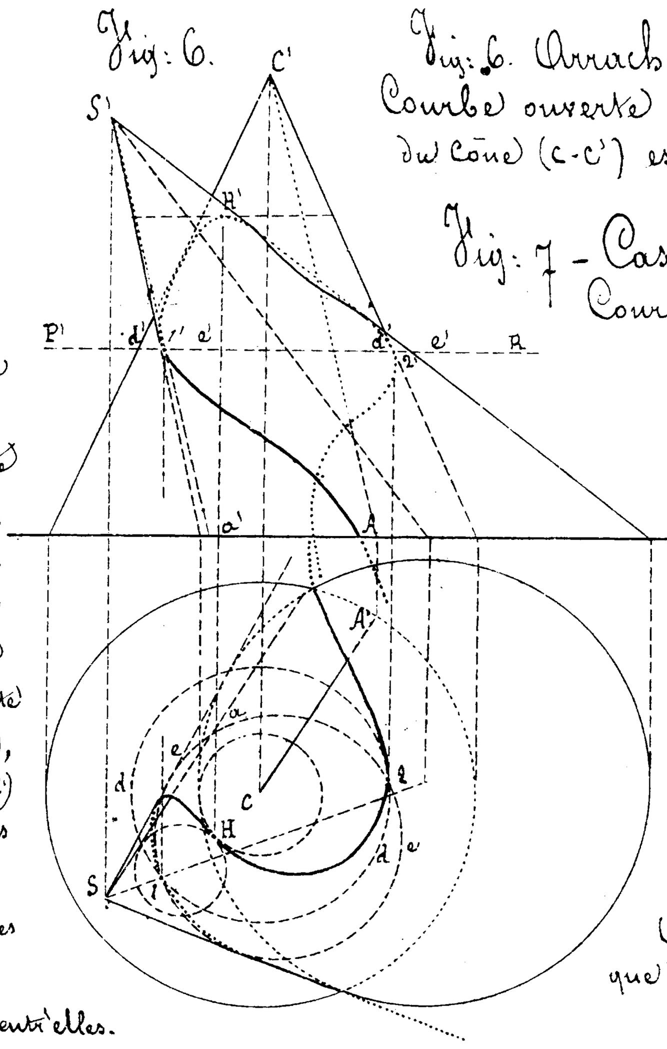
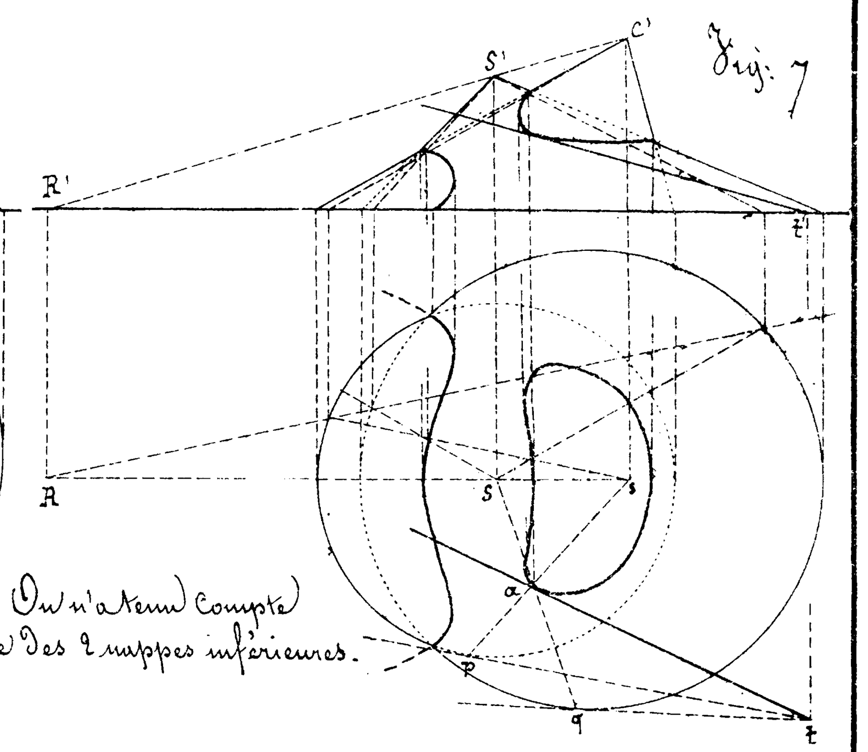


Fig: 7 - Cas d'une Courbe d'entrée fermée et d'une Courbe de Sortie ouverte.



On n'a tenu compte que des 2 nappes inférieures.

Fig: 1 - Deux cônes, en se rencontrant, présentent 2 cas bien distincts: L'un peut entrer entièrement dans l'autre; alors l'un est *le cône pénétrant* et l'autre *le cône pénétré*, et l'on dit qu'il y a *pénétration*. - Une partie de l'un, seulement, peut entrer dans l'autre et en enlever une partie. Alors on dit que l'un des cônes *arrache* l'autre, et il y a *arrachement*. - En définitive ils s'arrachent réciproquement, car la partie qui enlève est égale à la partie enlevée. Les *lignes de pénétration ou d'arrachement* sont le lieu de tous les points communs aux 2 surfaces. Or, un point est commun à 2 cônes, lorsqu'on peut faire passer par lui une génératrice de chacun d'eux. La question consiste donc à trouver 2 génératrices, l'une du cône (S-S') et l'autre du cône (s-s'), qui se rencontrent, ou ce qui revient au même, qui soient dans un même plan. Il est évident que tous les plans passant par les sommets des cônes couperont suivant des génératrices qui satisferont à cette condition. - La droite des sommets (Ss-S's') est commune à ces plans, et son pied (R-R') appartient à toutes leurs traces horizontales - Donc toute droite telle que RP est la trace de l'un de ces plans, et les points A et B, a et b, où elle rencontre la base B et la base b sont les pieds des génératrices - (On peut se dispenser d'énoncer les projections vert.les) - Chacune des deux premières rencontre les 2 autres et réciproquement; ce qui donne 4 points communs aux deux cônes: as entre dans le cône S au point E_1 et en sort au point S_1; bs entre dans le même cône au point e_2 et en sort au point S_2 - Les points d'entrée et de sortie de AS et BS, par rapport au cône (s-s'), sont les mêmes que les précédents - Mêmes considérations pour tout autre plan coupant.

Plans particuliers. Le plan SRX dont la trace est tangente à la base b, touche le cône s suivant la génératrice ts et coupe le cône S suivant les génératrices uS et vS; de sorte qu'il ne répond à ce plan que 2 points, un e_3 de la courbe d'entrée et un S_3 de la courbe de sortie - L'autre plan SRY tangent à la base b conduit aux points E_2 et F_2 - Le plan SRQ donne les points E_1 et F_1 situés sur le contour horizontal du cône (S-S')......

Conditions pour qu'il y ait pénétration: Il faut (fig: 1) que les traces RX et RY tangentes à la base b du cône qui peut être pénétrant coupent la base B de l'autre cône - Si l'une RX de ces traces (fig. 2) est tangente à la fois à l'une et l'autre base, la courbe d'entrée et la courbe de sortie ont un point commun (m-m') et l'on dit qu'il y a *pénétration avec point multiple* - Si les 2 traces extrêmes se trouvent être tangentes à la fois aux 2 bases, les courbes d'entrée et de sortie auraient deux points communs différents, et il y aurait *pénétration avec 2 points multiples* (La f.lle 24 en offre un exemple pour le cas de 2 cylindres) - Si des 2 traces extrêmes tangentes à la base b, l'une rencontre la base B, tandis que l'autre ne la rencontre pas il y a *arrachement*.

Fig: 2 - (R-R') Pied de la droite des sommets - Rx trace d'un plan tangent à la fois aux 2 cônes; c'est lui qui donne le point multiple (m-m') - La fig.re indique aussi la construction qui répond au plan RY ...... Fig: 3 - La Construction est faite pour le point (b-b') et pour le point (d-d') de la courbe de pénétration des nappes inférieures ... (at - a't') tangente au point (a-a') de cette courbe. Cette courbe est la droite d'intersection du plan tangent mené au cône (S-S') au point (a-a'), et du plan tangent mené au cône (s-s') au même point .... Fig: 4. La figure d'entrée se compose de l'arc circulaire (cmd - c'm'd') et de la portion (cdb - c'..) de l'ellipse (adbce - a'...) - La figure de sortie se compose des parties restantes (chd - c'h'd') et (ceād - c'...) ...... Fig: 5. - (cS - c'S') Droite des sommets; (R-R') son point de rencontre avec la base du cône (S-S'); (fgh - f'g'h') trace du cône (c-c') sur cette même base - Le plan (CRB - C'..) qui contient la droite (CR - C'R') et qui rencontre la base du cône (S-S'), et la trace (fgh - f'..) du cône (c-c'), coupe chacun de ces cônes suiv.t 2 génér.ces (AS - A'S') et (BS - B'S'), (ac - a'c') et (bc - b'c') - Les points de rencontre (m-m'), (n-n'), (p-p') et (q-q') de ces génér.ces sont des points communs aux 2 surf.ces - C'est ainsi qu'on a construit la courbe d'inters.on (ompq - o'..) des 2 nappes inf.res et celle (nrt - n'r't') des 2 nappes sup.res - Les génér.ces (DS - D'S') (ES - E'S') du cône (S-S') sont paral.les aux génératrices (dc - d'c') (ec - e'c') du cône (c-c') .... Fig: 6 - La const.on consiste, dans cette fig.re, à mener une suite de plans coupants horiz.x (H-H') point le plus haut - il répond au plan hor.al qui donne 2 courbes tangentes entre elles.

Fig: 8 - Pénétration de deux Cônes en relief - (bases et sommets.)

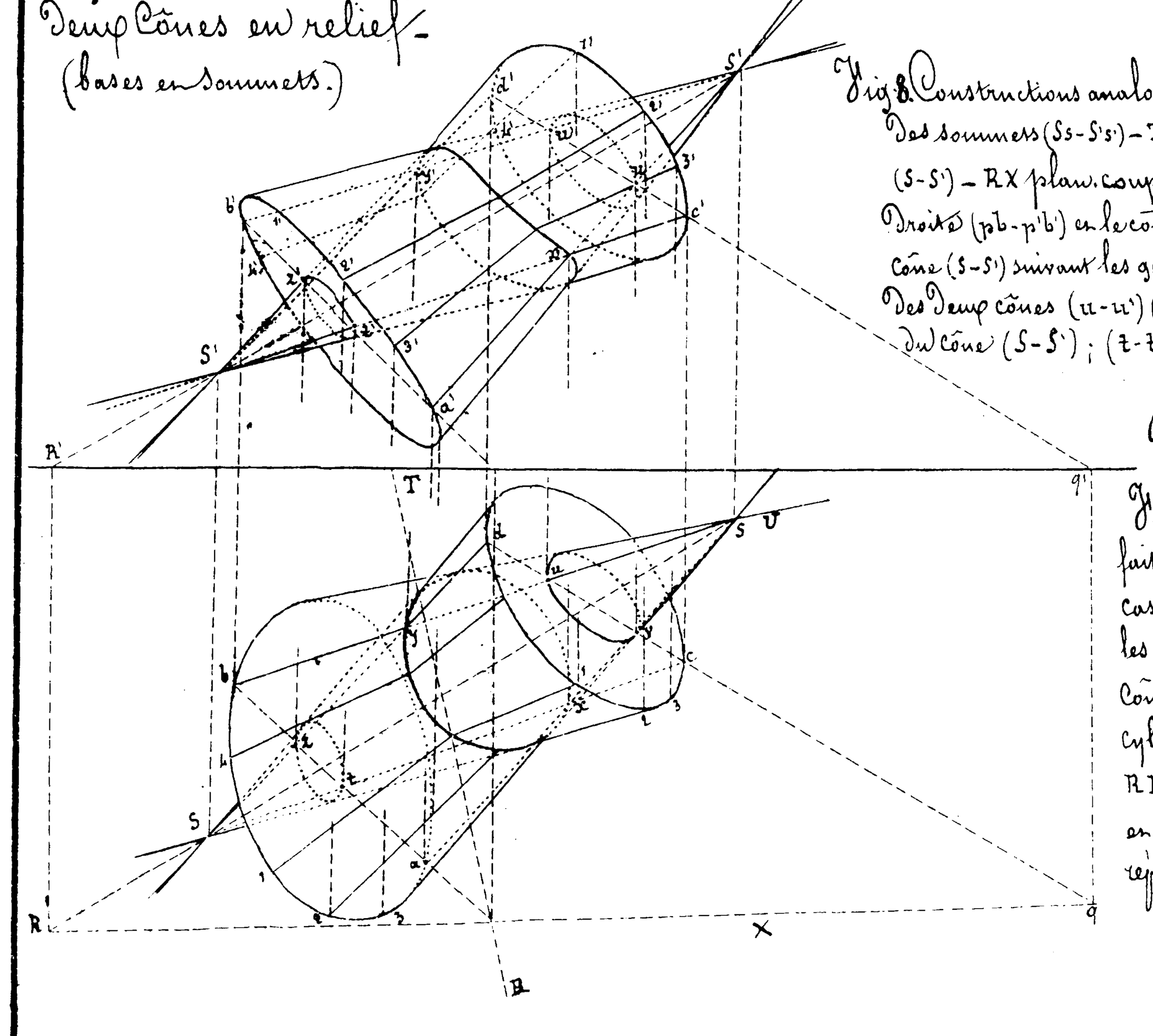


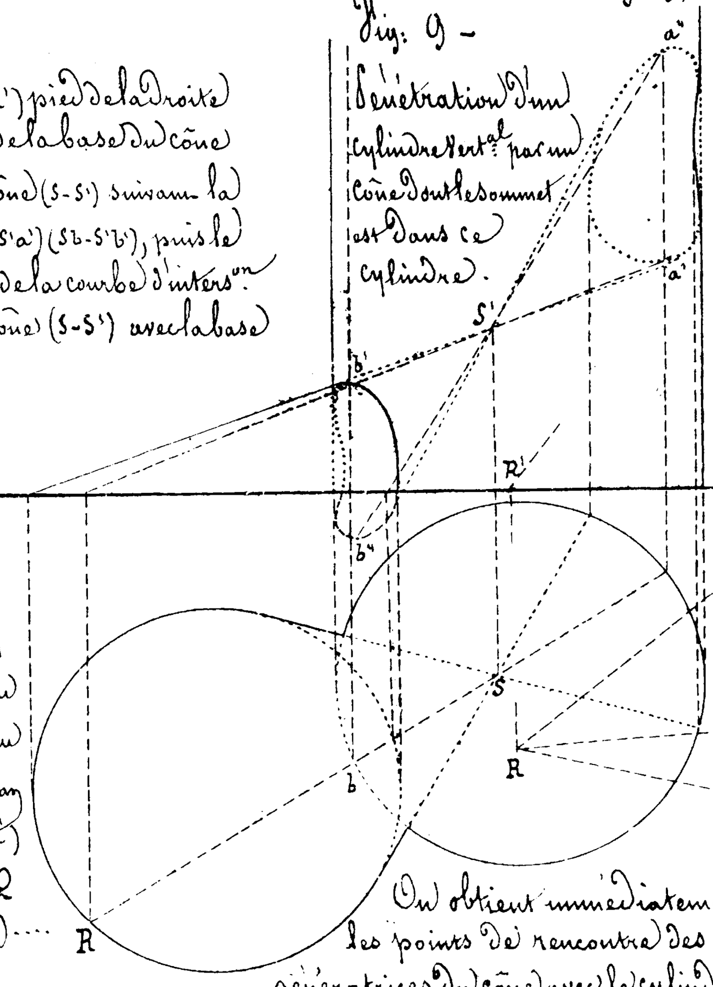
Fig: 8. Constructions analogues à celles des cas précédents: - (R-R') pied de la droite des sommets (Ss - S's') - TR trace de la base du cône (S-S'). UV trace de la base du cône (s-s') - RX plan coupant auxiliaire. Ce plan coupe la base du cône (s-s') suivant la droite (pb - p'b') et le cône lui-même suivant les génératrices (sa - s'a') (sb - s'b'), puis le cône (S-S') suivant les générat.ces (Sc - S'c') (Sd - S'd') - (x-x') (y-y'). Points de la courbe d'inters.on des deux cônes (u-u') (v-v') point de la courbe d'intersection du cône (s-s') avec la base du cône (S-S'); (t-t') (z-z') ....

Cône et Cylindre.

Fig: 10, 11 et 12 - Les Constructions sont tout à fait analogues à celles qu'on a suivies pour le cas de deux Cônes. Ainsi pour la figure 11 les plans coupants passent par le sommet du Cône et par la droite (SR - S'R') parallèle au cylindre. La Construction est faite pour le plan RP auquel répondent le point d'entrée (a-a') et le point de sortie (b-b') - Au plan RQ répondent les 4 points (c-c') (d-d') (e-e') - (f-f') ....

Fig: 9, 10, 11 et 12 - Rencontre d'un Cône et d'un Cylindre.

Fig: 9 - Pénétration d'un cylindre vert.al par un cône dont le sommet est dans le cylindre.



On obtient immédiatement les points de rencontre des génératrices du cône avec le cylindre. Rien de plus simple que de les mettre en projection verticale ....

Fig: 10 - Pénétration d'un Cône par un Cylindre.

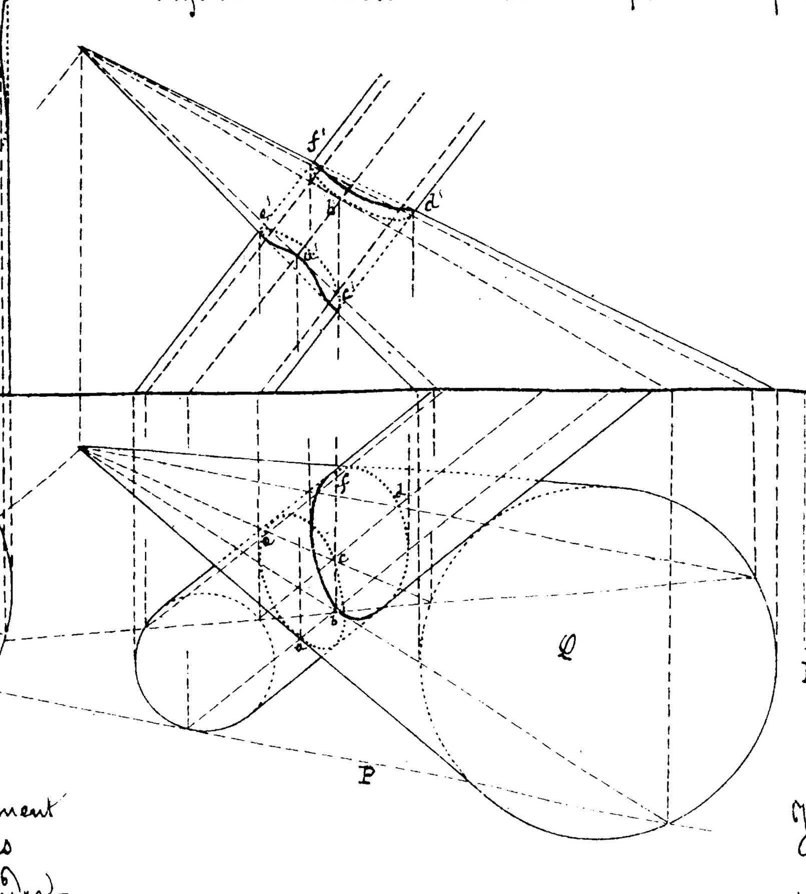


Fig: 11 - Arrachement d'un Cylindre par un Cône.

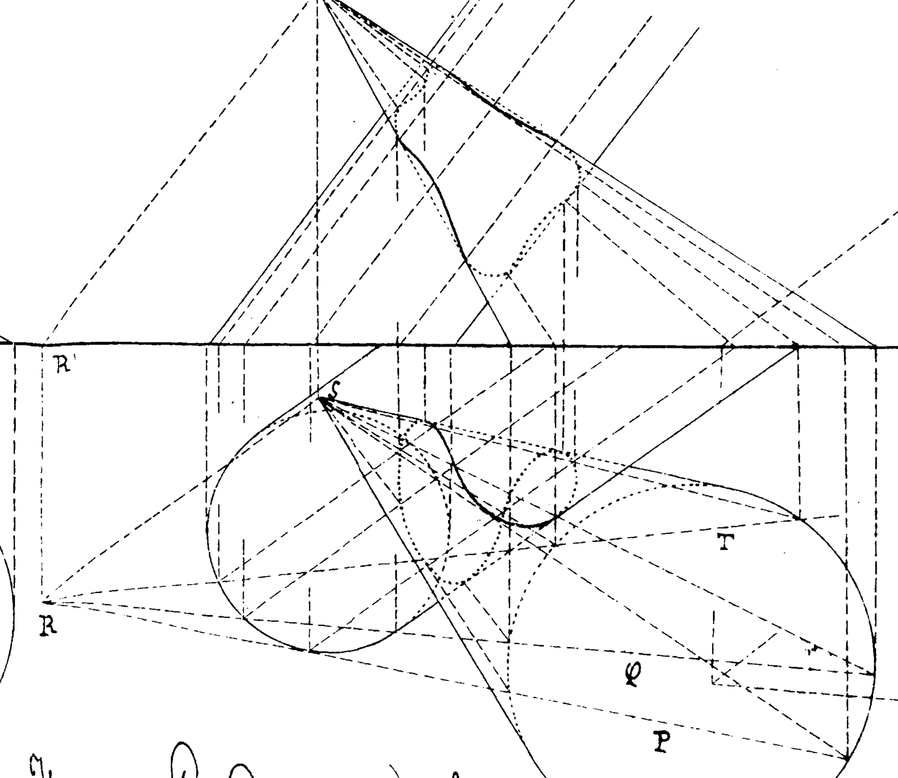
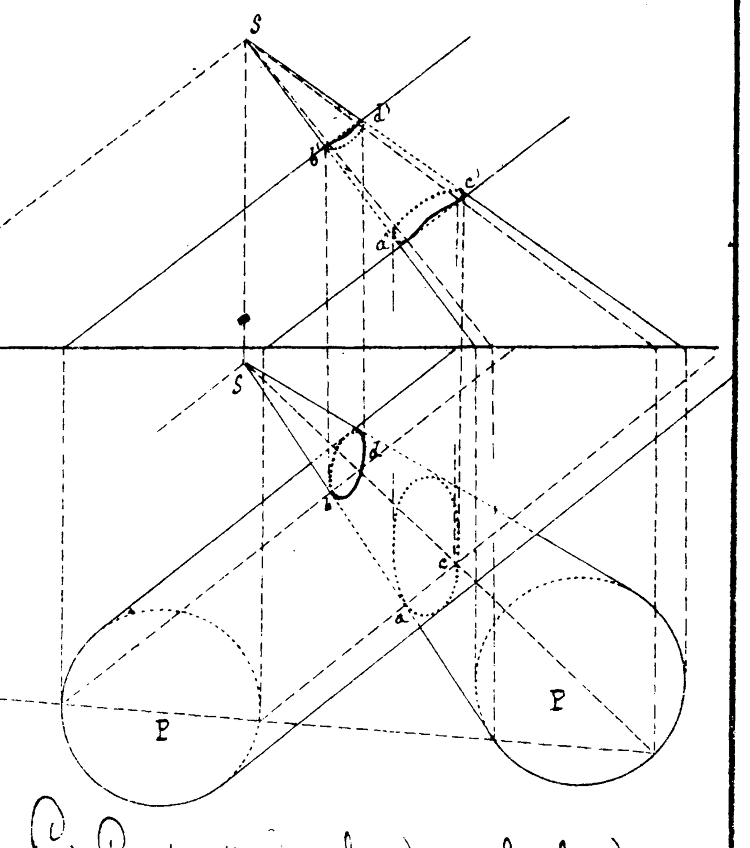


Fig: 11 - La Construction est faite pour les trois plans coupants RP, RQ et RT.

Fig: 12. Pénétration d'un Cylindre par un Cône.



La Construction est faite pour le plan coupant PP ....

Lith. de Nouvian à Metz.

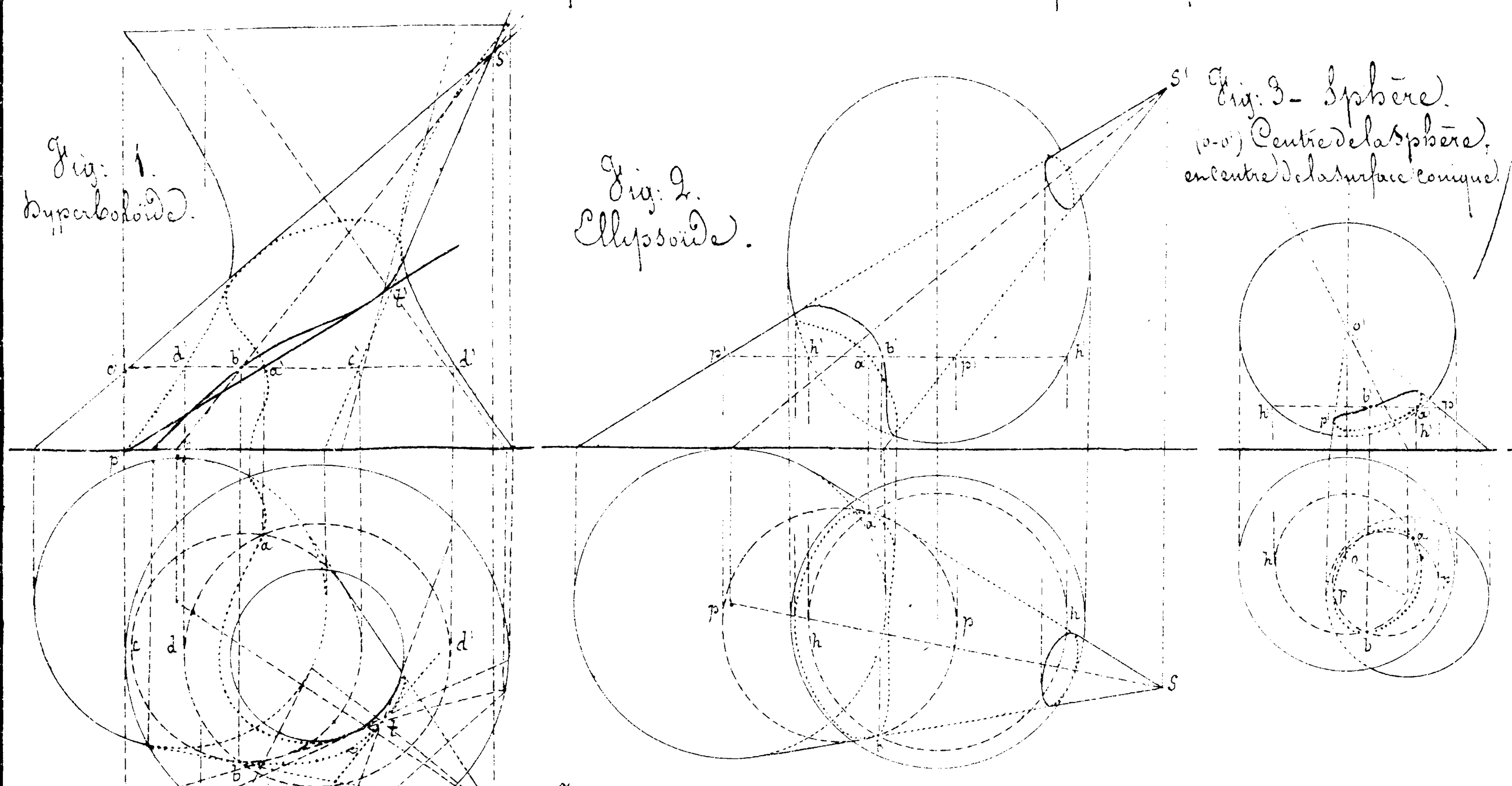
Combinaison des surfaces courbes entre elles.

Fig: 1, 2 et 3 – Rencontre d'une Surface de révolution et d'une Surface conique.

Fig: 1 Hyperboloïde.

Fig: 2 Ellipsoïde.

Fig: 3 – Sphère (o-o') Centre de la Sphère en centre de la surface conique.



(tp-t'p') Tangente au point (t-t') de la courbe d'arrachement.

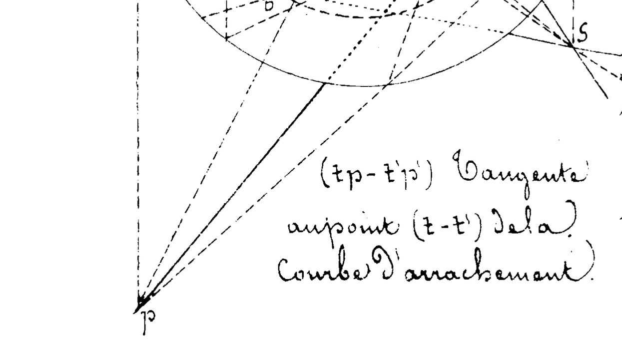


Fig: 1 – Arrachement d'un hyperboloïde par un cône oblique (s-s') à base circulaire – Vu la nature particulière du cône, tout plan horiz.al coupera l'une et l'autre surface suivant un cercle; la rencontre des 2 cercles donnera deux points communs aux surfaces – Exemple – les points (a-a') et (b-b') ...... – Pour avoir les points situés sur les contours du cône, il faut recourir à des plans perp.res au plan de projection .. – Fig: 2 Pénétration d'un ellipsoïde par un cône (s-s') à base circulaire .. 1 – Comme pour la fig: 1. –

Suite des Combinaisons de la surface conique avec d'autres Surfaces –

Fig: 4 (Voy. le texte).

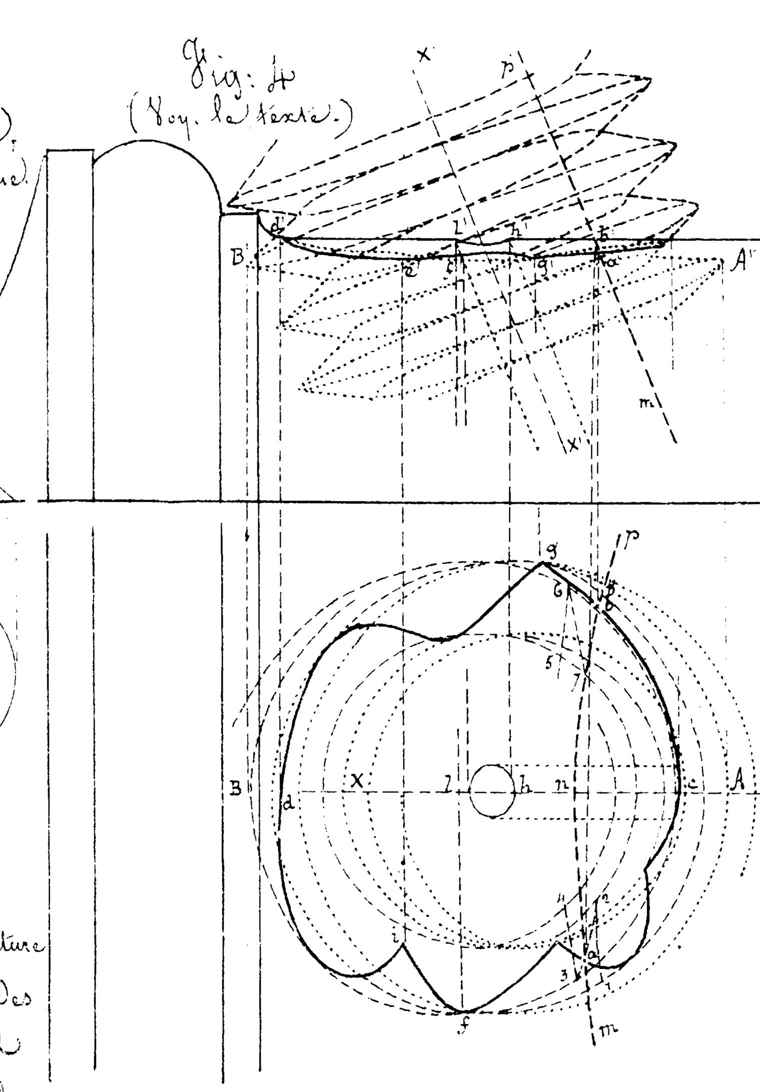


Fig: 4 – La surface extérieure du premier renfort d'un canon est conique de révolution – La lumière est forée dans une vis de cuivre rouge qu'on entre de force et à froid dans le métal du canon après y avoir taraudé sa place. Cette vis porte le nom de Grain de lumière. Le Canon étant achevé, on voit autour de la lumière une courbe qui provient de la rencontre de la surface de la vis et de la surface du renfort – Construction : – m'p', plan coupant perp.re au plan vertical et parall.le à l'axe de la vis – mp son intersection avec la surface du renfort; 1.2.3.4 – son intersection avec une portion de la vis – (a-a') (b-b') Points de rencontre qui appartiennent à la courbe cherchée ...... – Un plan coupant qui passerait par l'axe de la vis, aurait des avantages et des inconvéniens .... – Le choix des plans auxiliaires est important ....

Fig: 5 – Surface gauche – C'est celle des Joues d'une embrasure à canon ouverte dans un parapet dont la projection vert.le x'f'h' est le profil – xx' ligne de terre: x'f' talus intérieur et x' son pied; (ll-l') genouillère droite horizo.le; f'h' plan de la plongée ou plongée; (ff-f') arête intérieure ou ligne de feu – h'K talus extérieur. l'K' Fond de l'embrasure (plan incliné à 6 sur 1, en passant par la genouillère –) – fKf ouverture de l'embrasure – (lfhK-l'...) quadrilatère gauche ou paraboloïde hyperbolique qui représente l'une des joues – Les directrices sont: la droite (fh-f'h') qui fixe l'évasement des joues et la droite (lK-l'K') qui en fixe l'écartement au fond de l'embrasure – Le plan de parallélisme est le talus intér.r f'x' – Les droites (22-2'2') (33-3'3') ..... sont autant de positions de la génér.ce – Pour le revêtement en clayonnage les piquets sont plantés suivant ces génér.ces Le même mode de génér.on convient au revêtement en gabions ... Surface conique – C'est celle de l'entonnoir que produirait l'explosion d'une certaine quantité de poudre (o-o') qu'on suppose enterrée dans le parapet – Construction – Point de rencontre (m-m') de la géné.ce (og-o'g') de la surf.ce conique avec la surf.ce gauche: og plan vert.al qui coupe la surf.ce de la joue suivant la courbe (tmr-t'..) .... Résultat – la Courbe pmns – p'm'n'h') .....

Profil d'un Parapet suivant la Directrice (hd d'une embrasure à Canon.

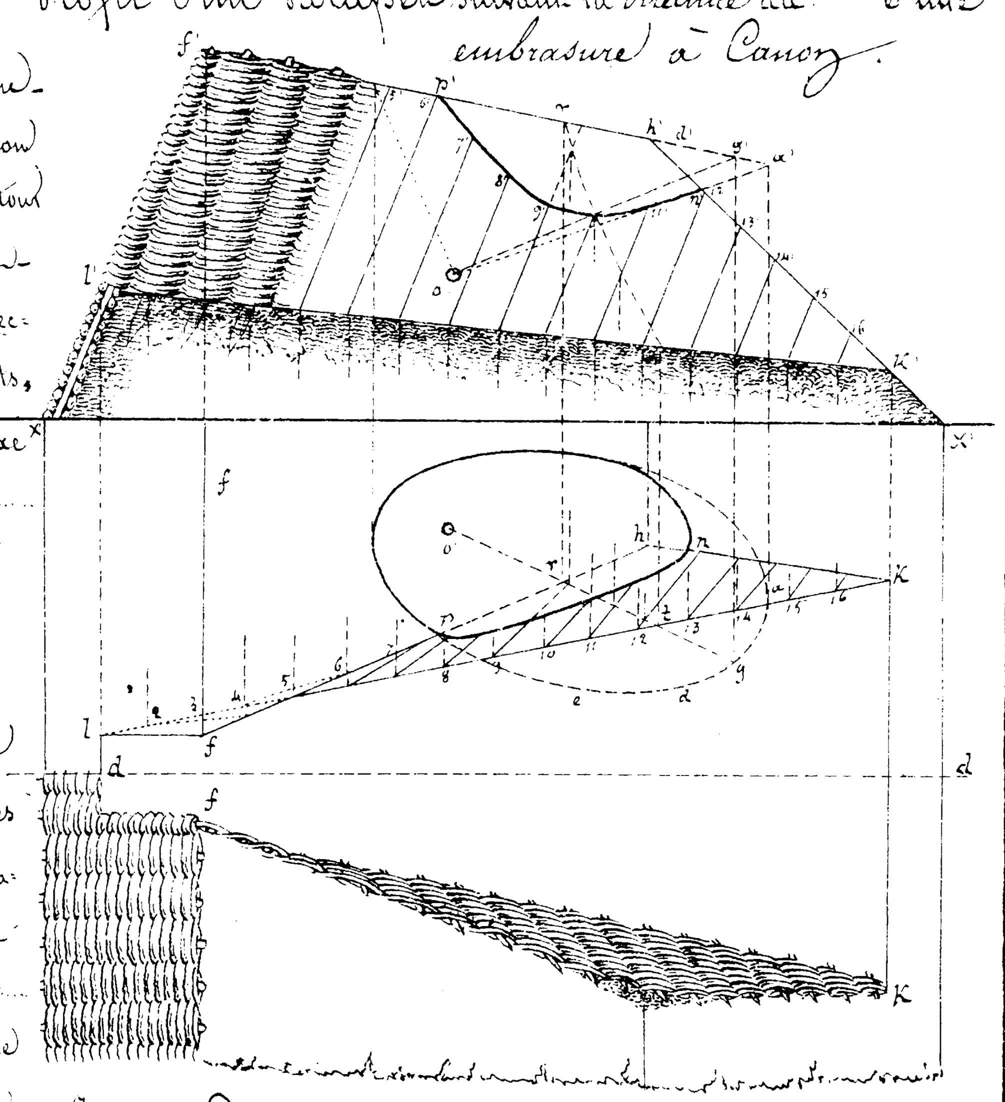


Fig: 11 – Cas de deux Cylindres en relief. Pénétration avec point multiple (m-m')

Combinaison de la surface cylindrique avec elle-même, et avec d'autres surfaces –

Fig: 6 – Pénétration d'un cylindre par un autre –

Fig: 7 – Pénétration avec un point multiple (m-m').

Fig: 8. Pénétration avec deux points multiples (m'm') (n-n')

Fig: 9 – Arrachement d'un cylindre par un autre.

Fig: 10. Autre exemple de Pénétration.

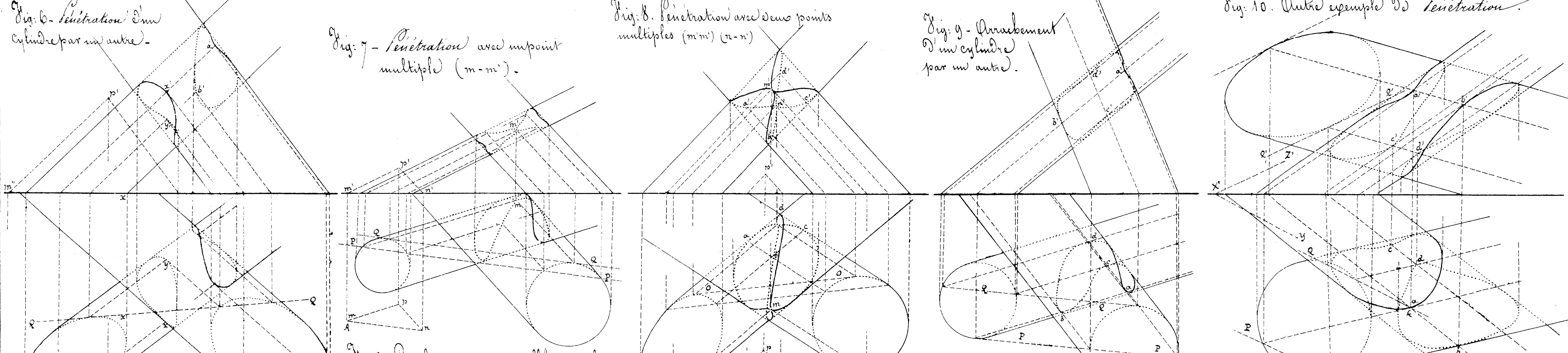


Fig: 6 – Les plans coupans sont parallèles aux 2 cylindres – (pm-p'm') droite parall.le au cylindre pénétrant; (pn-p'n') droite parall.le au cylindre pénétré; AB. Trace du plan de ces 2 Droites .....

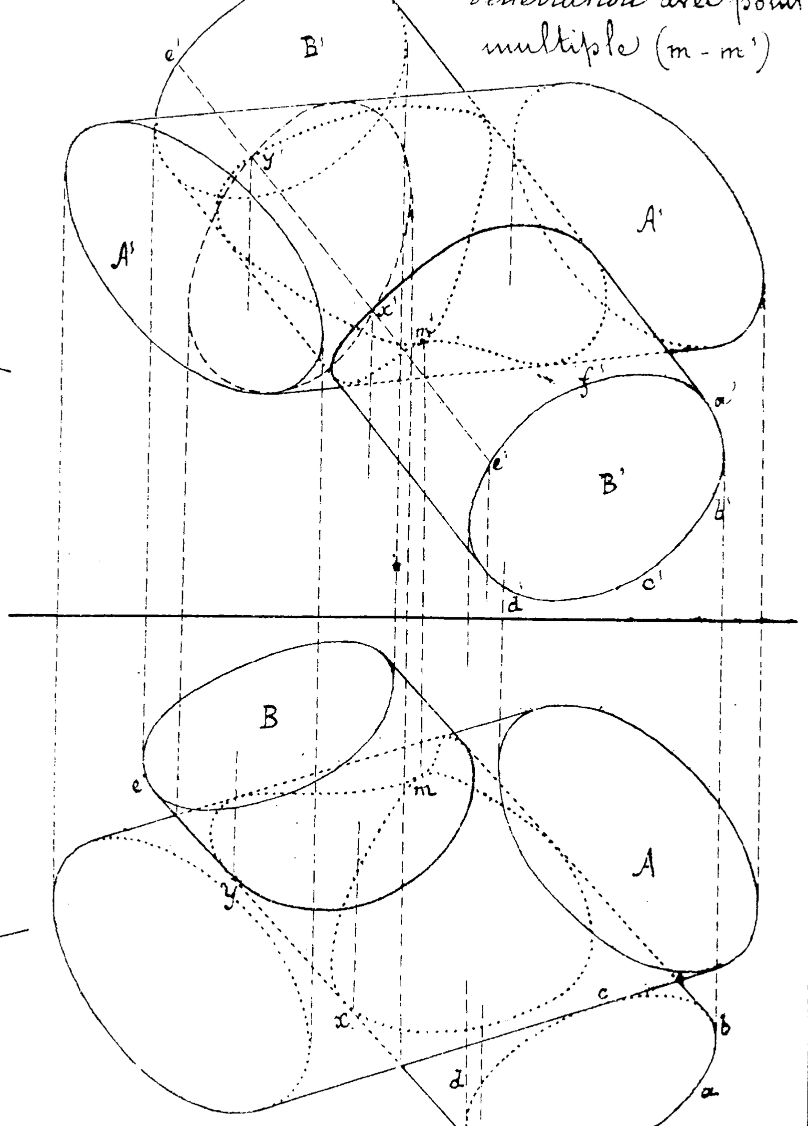


Fig: 12 – Cylindres ayant pour directrice commune le cercle horizontal (abcd-a'b'...)

Fig: 13 – Cône et cylindre ayant même courbe directrice.

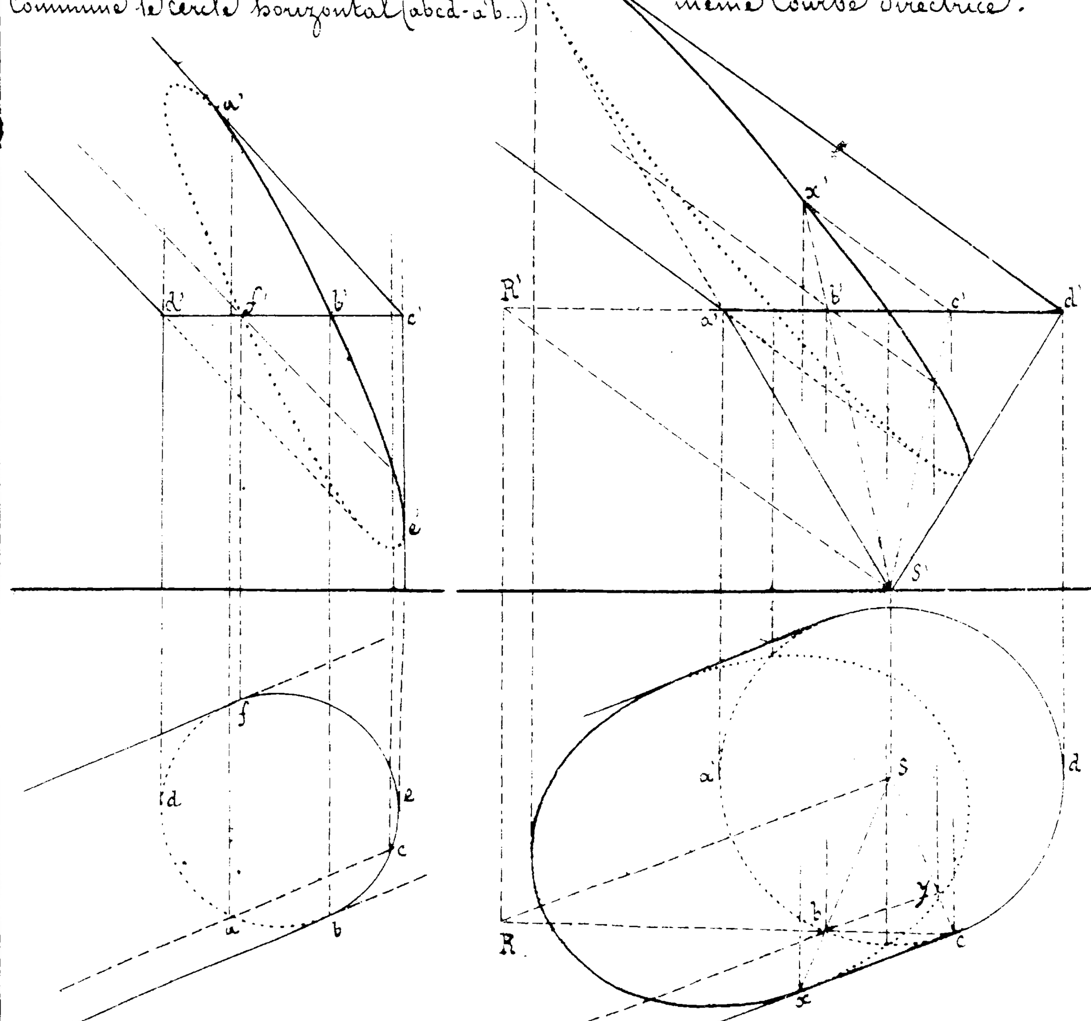
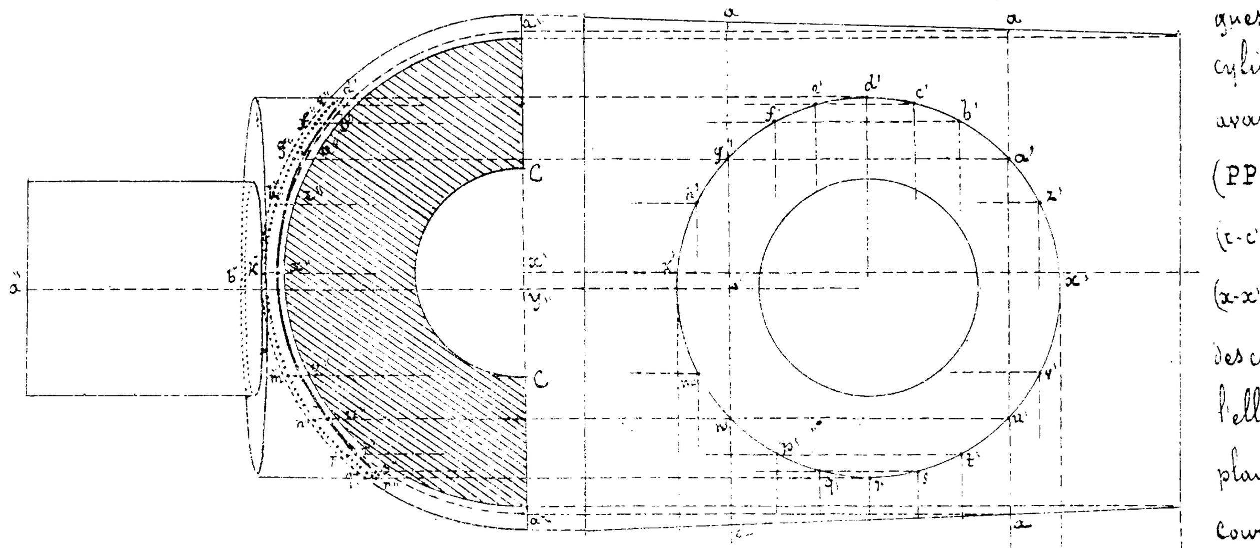


Fig: 14 – Rencontre d'un cylindre de révolution et d'un cône de révolution (axes horizontaux).



Rencontre de la surface du 1.er renfort d'un canon avec l'embase d'un tourillon – (abcd-a'...) tourillon (Kdxrk-K...) son embase – L'axe des tourillons est abaissé au dessous de l'axe du Canon, de la quantité xy ou x'y' (1/12 du Calibre CC)

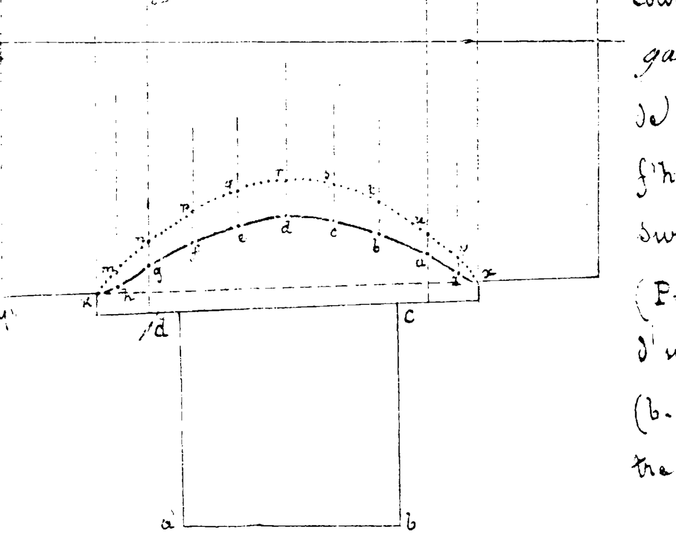
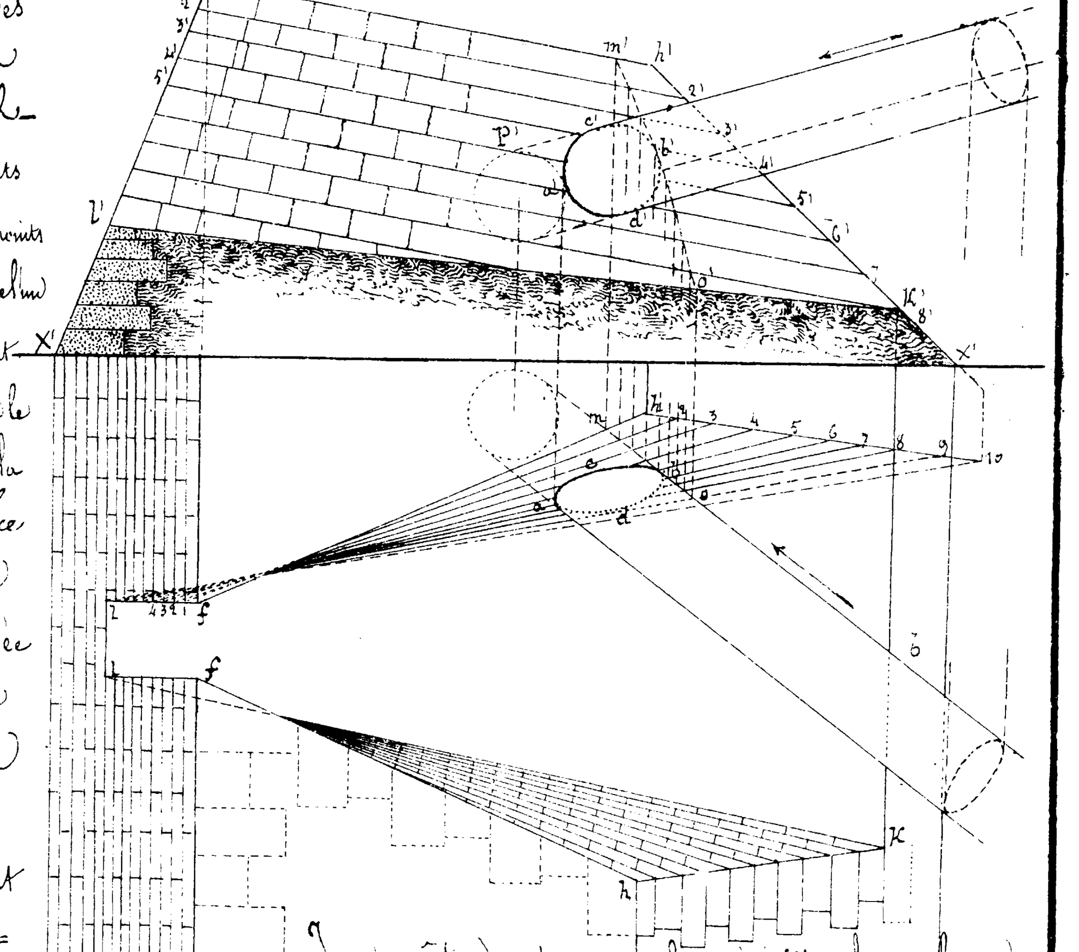


Fig: 6 – PP Plan coupant auxiliaire qui donne le point (n-n') de la courbe d'entrée, et le point (a-a') de la courbe de sortie ..... – QQ autre plan coupant ..... Fig: 7 et 8 – Constructions tout à fait analogues à celles de la fig: 6 .... – Fig: 9. La Construction est faite par les plans PP et QQ ..... Fig: 10. Un des cylindres a sa base sur le plan vertical, et l'autre a la sienne sur le plan horizontal. Avec ces données, il est avantageux de recourir aux tracés des plans coupans –. yxz plan quelconque mais parallèle aux 2 cylindres – (PP-P'P') plan parall.le à yxz et tangent au cylindre pénétrant: Les points (a-a') et (b-b') lui correspondent; Les points (c-c') (d-d') correspondent au plan (QQ-Q'Q') ..... Fig: 11 – Plans auxiliaires: verticaux et parallèles au cylindre (AA-A'A') – Les points (x-x') (y-y') répondent au plan vertical ee ..... Fig: 12 – Les Constructions se simplifient beaucoup surtout à cause de la position vert.le de l'un des cylindres –; (abcf-a'...) Courbe d'intersection; l'autre courbe est la directrice même ..... – Fig: 13 – Les courbes d'intersection sont l'ellipse (xyz-x'..) et la directrice horiz.ale (abcd-a'...) – (SR-S'R') droite parallèle au cylindre; (R-R') son point de rencontre avec le plan de la base du cône ...... &c. Fig: 14 – La construction s'explique d'elle-même – Pour mieux faire voir la forme de la courbe de rencontre (Khgfedcbazxvutsrqpnm – K'h' .....) on en a donné une 3.e project.on (K"h"g"f"e"d" ......) – Fig: 15. Surface gauche. C'est le Paraboloïde dont les directrices sont: la droite (lf-l'f') qui appartient à l'ouverture intérieure de l'embrasure, et la droite (hK-h'K') qui appartient à l'ouverture extérieure – Le plan de la plongée f'h' est le plan de parallélisme – Les droites (11-1'1') (22-2'2') ...... sont autant de génératrices de la surface de la joue – Surface cylindrique. C'est l'enveloppe de toutes les positions d'un projectile (P-P') qui est venu s'enfoncer dans le parapet d'une batterie, après avoir rencontré la joue d'une embrasure suivant la courbe (abcd – a'b'c'd') – La construction est faite pour le point (b-b'): bb plan vertical qui touche le cylindre suivant la génératrice (bb-b'b') et qui rencontre la joue suivant la courbe (mbo – m'b'o') ....

Intersection d'une surface gauche (Paraboloïde) par un cylindre –.



Joue revêtue en gazons. Les génér.ces de la surface figurent les points des lits de gazons – Ce mode de génération convient aussi au revêtement en saucissons.

Lith. de Nouvian à Metz.

Combinaison des Surfaces courbes entre elles. – Applications.

Feuille XXV.

Rencontre d'une Surface de Révolution et d'un Cylindre.

Fig. 1.

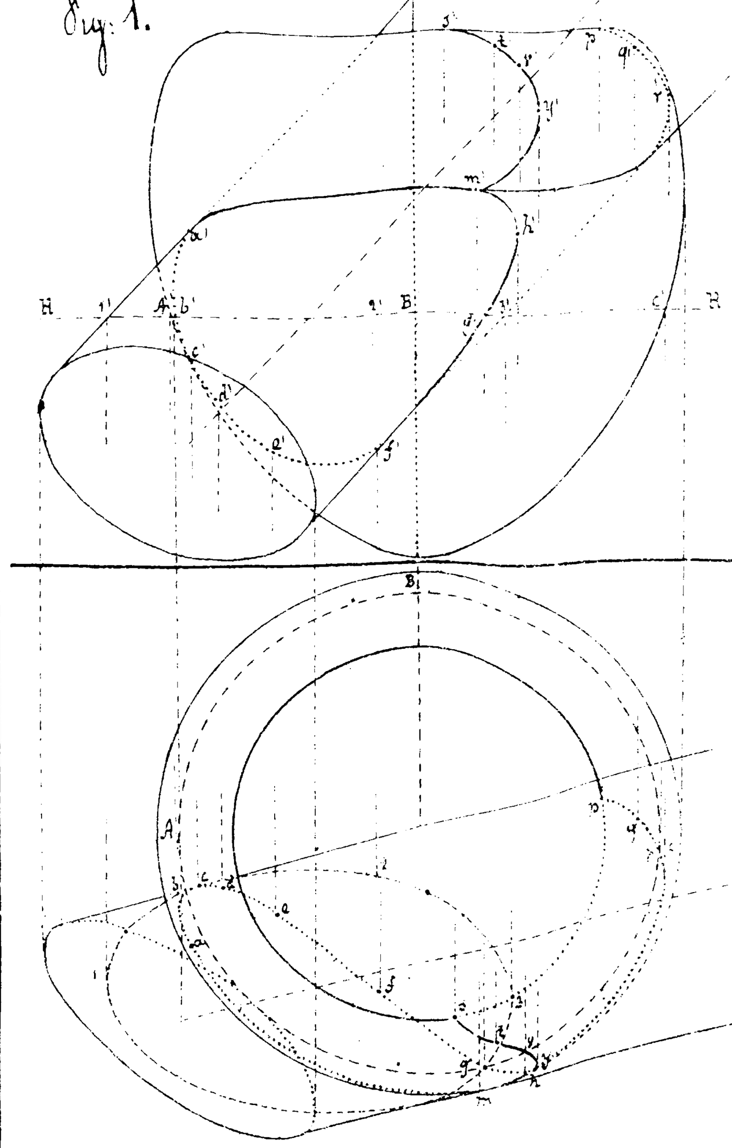


Fig. 1 – HH' – Plan auxiliaire horizontal qui coupe le cylindre suivant l'ellipse (123 – 1'2'3'), et l'autre surface suivant la courbe (ABC – A'..) – Les points de rencontre (b – b') (g – g') de ces courbes sont communs aux deux surfaces – (m – m') point multiple.

Fig. 2 – Le cylindre a pour directrice l'hélice directrice (12345 .... – 1'2'3'....) de la nappe hélicoïde. – H'H' – Plan horizontal qui coupe la surface hélicoïdale suivant la courbe ABCDX, et le cylindre suivant la courbe EFGHK – Les points de rencontre m et n de ces courbes sont communs aux surfaces ....– (abcdefgh – a'...) 1re Courbe de rencontre du cylindre; (Hlmnopq – Kl'..) rencontre après une révolution; ....– (MNOPQRS – M'N'....) Trace horizontale du cylindre....

Fig. 3 – Les plans coupans sont verticaux et parallèles au cylindre pénétrant – La construction est faite pour le plan qui rencontre le cylindre suivant la génératrice (GG – G'G') ....

Suite des Combinaisons de la Surface cylindrique avec d'autres Surfaces

Fig. 2 & 3 – Hélicoïde et Cylindre

Fig. 2.

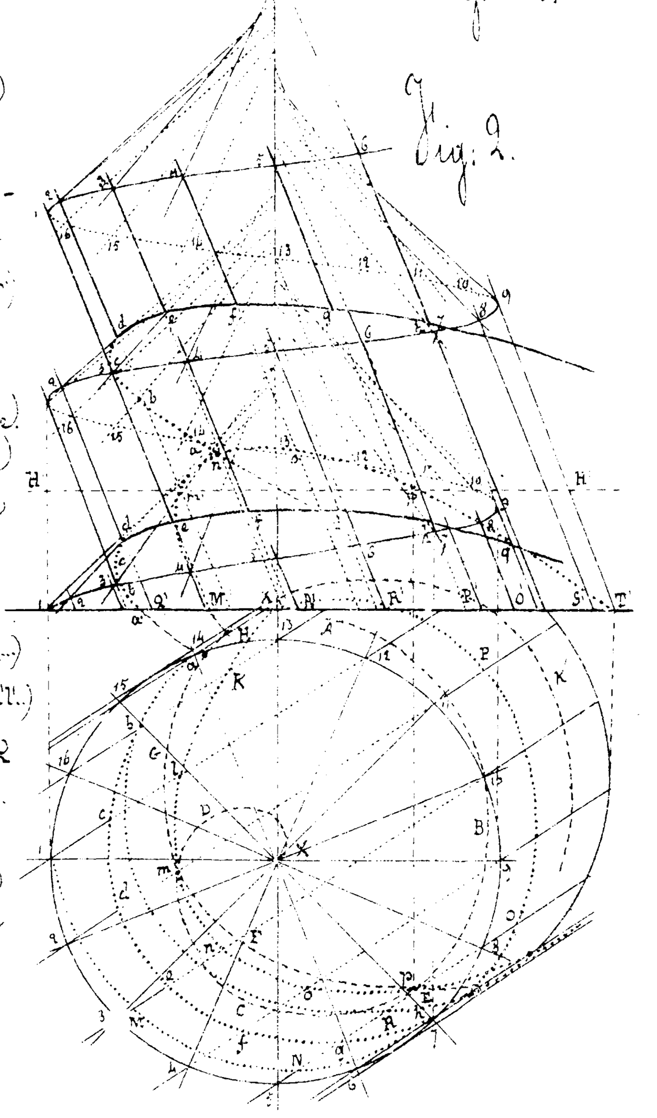
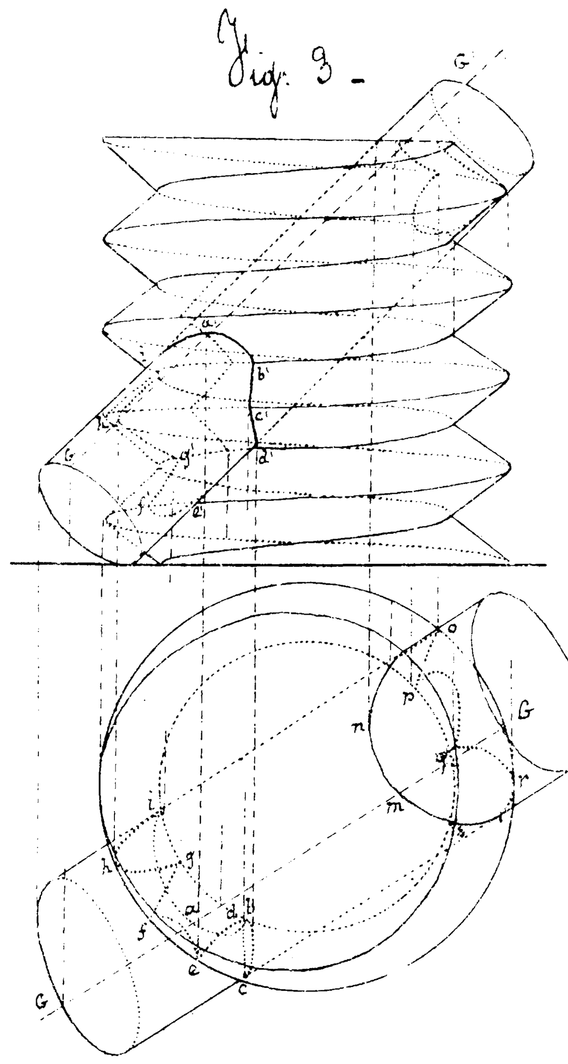


Fig. 3 –



Termes usités dans les arts de Construction Fig. 6.7.8.9.10 .... 31.32. –

Berceau. Demi cylindre horizontal en creux – *Cintre.* Courbe plane, directrice du cylindre – *Piédroits.* Murs verticaux qui soutiennent le berceau – *Plan de naissance.* Plan horizontal sur lequel repose le demi cylindre – *Berceau droit.* Celui dont le plan d'entrée est vertical et perpre à l'axe; *biais* lorsque le plan d'entrée est vertical mais oblique par rapport à l'axe; *biais et en talus*, lorsque le plan d'entrée est de plus en talus – *Berceau en plein cintre.* Celui dont le cintre est un cercle; *surhaussé* lorsque le cintre est plus relevé que le cercle; dans le cas contraire, il est *surbaissé* – *Berceau en tiers point.* Celui dont le cintre est surhaussé et formé de deux arcs de cercle décrits des points a et b comme centres et avec le même rayon ab. Ce berceau est aussi en ogive.

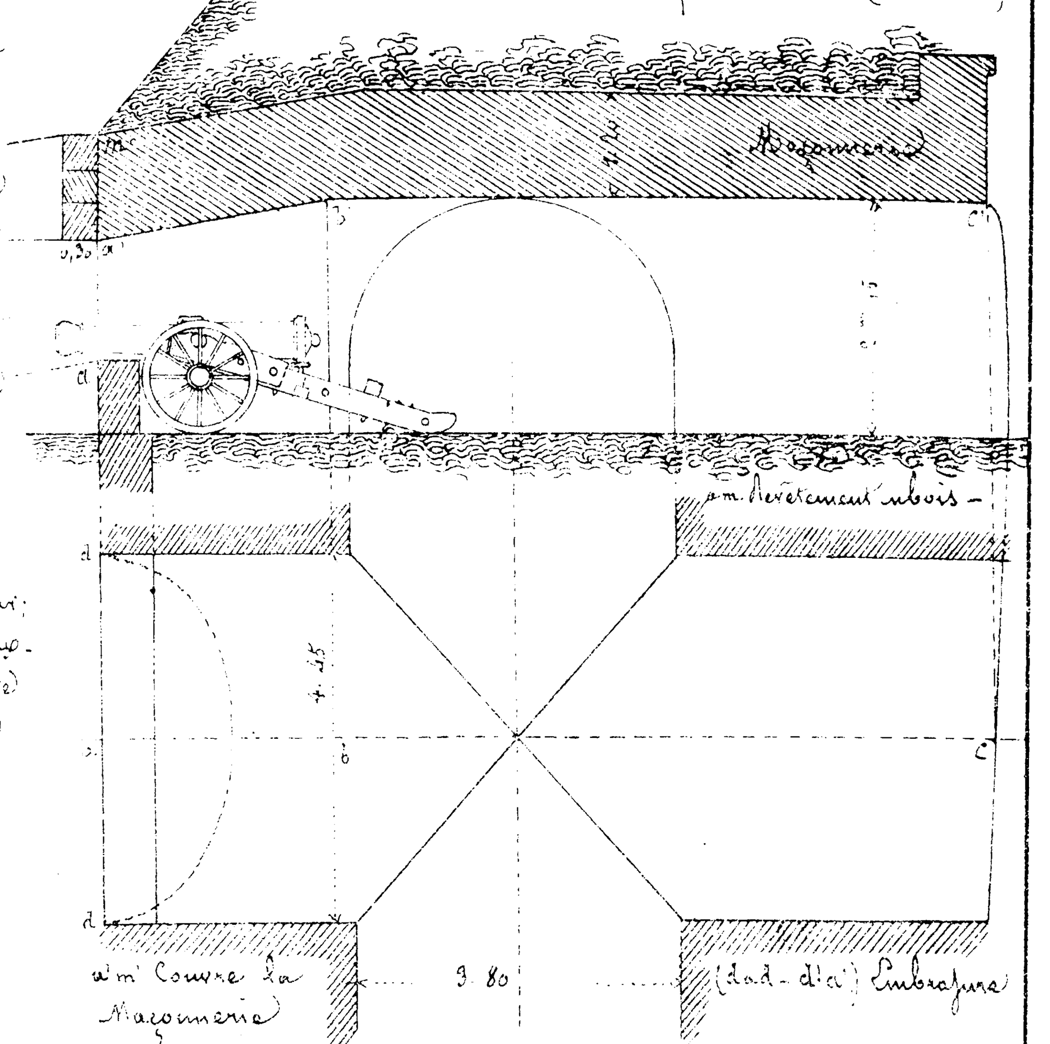
Voûte d'arête. Rencontre de deux berceaux de même naissance et de même cintre, qui se pénètrent l'un l'autre suivant des arêtes saillantes – *Voûte d'arête droite.* Berceaux qui se rencontrent perpendicrt; *biaise*, si les berceaux se rencontrent obliquement. La voûte est de plus *barlongue*, si les berceaux n'ont pas même largeur..... – *Voûte en arc de cloître.* Elle est formée par deux berceaux de même plan de naissance et de même cintre qui se rencontrent sans se pénétrer, c. a. d. suivant des arêtes rentrantes – *Lunette.* Rencontre de deux berceaux qui, ayant même plan de naissance, ont des hauteurs différentes, ou qui n'ont ni même plan de naissance ni même hauteur; Cette ouverture est droite ou biaise selon que les berceaux sont perpendiculaires ou inclinés entre eux. *Berceau en descente ou Descente* – Demi cylindre incliné en creux, formant une voûte. La descente est droite, biaise ou en talus, selon que..... – Lorsqu'une descente rencontre un berceau, on dit que la descente rachète le berceau. Ce vieux mot, qui ne fait point image, devrait être abandonné.

Tour ronde – Cylindre vertical en creux – La *porte en tour ronde* est la rencontre d'une tour ronde par un berceau horizontal; elle est *droite* ou *biaise*, selon que l'axe du berceau passe ou ne passe pas par l'axe de la tour – Si le berceau est incliné, on a une *descente en tour ronde*, *droite* ou *biaise*, selon que... – Le cintre du berceau peut être circulaire, surhaussé ou surbaissé...

Tour ronde et en talus. Cône droit en creux – *Porte en tour ronde et en talus, droite ou biaise* .....
Descente en tour ronde et en talus, Droite ou biaise.... *Porte ébrasée en tour ronde et en talus.* Le berceau est remplacé par un cône ..... – *Trompe – conique, cylindrique, sphérique* – Rencontre d'une petite voûte conique, cylindrique ou sphérique par un berceau.....
Voûte en dôme ou Cul de four – Demi-Sphère recouvrant un Cylindre......

Fig. 4 Voûte d'arête

Batterie casematée du fort Gisors (Metz).



La partie (ab – a'b') de la voûte est conique.

Fig. 6. Voûte d'arête droite.

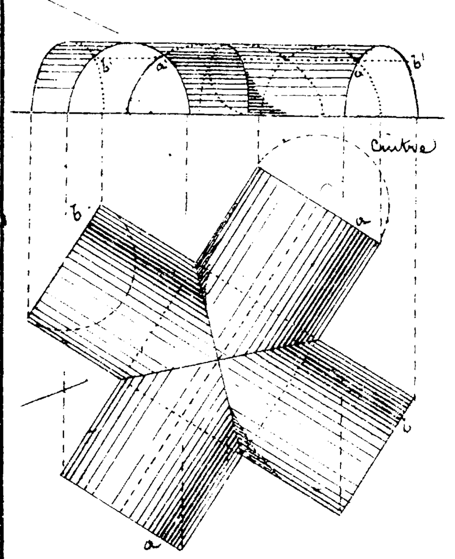


Fig. 7. Autre Voûte d'arête droite.

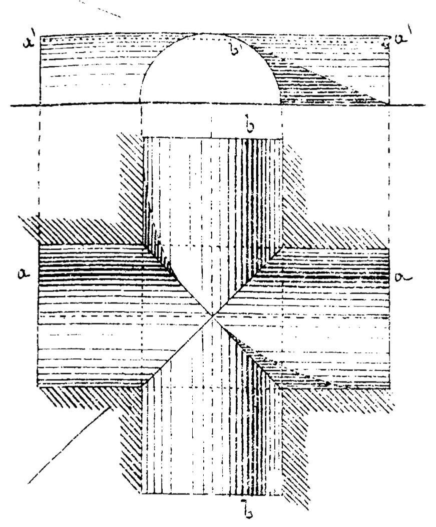


Fig. 8. Voûte d'arête barlongue.

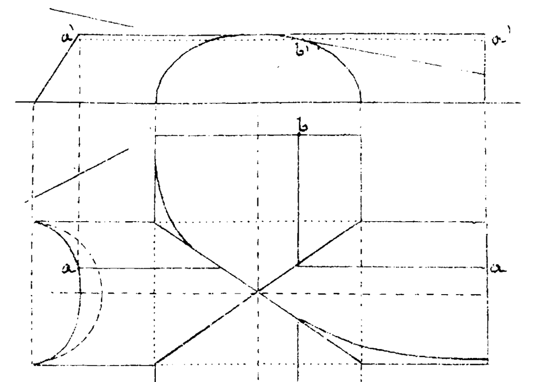


Fig. 9. Voûte d'arête biaise.

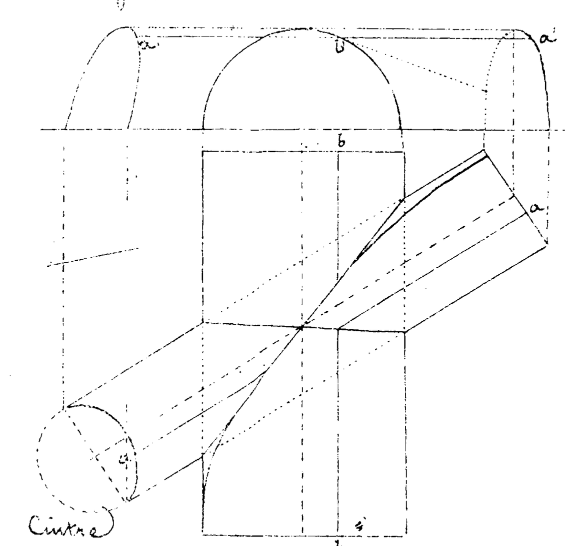


Fig. 10 – Lunette Droite.

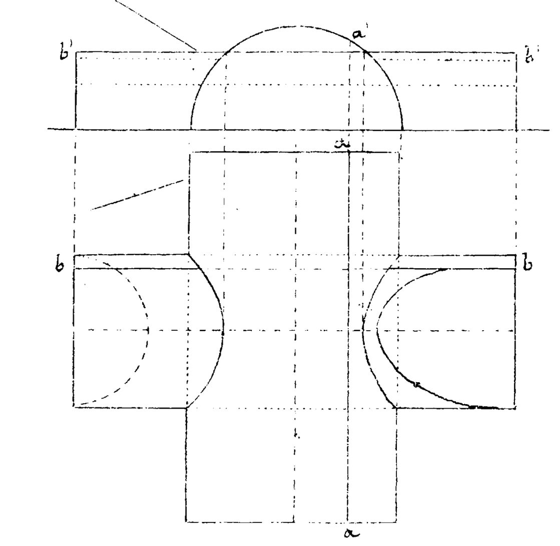


Fig. 11. – Lunette biaise.

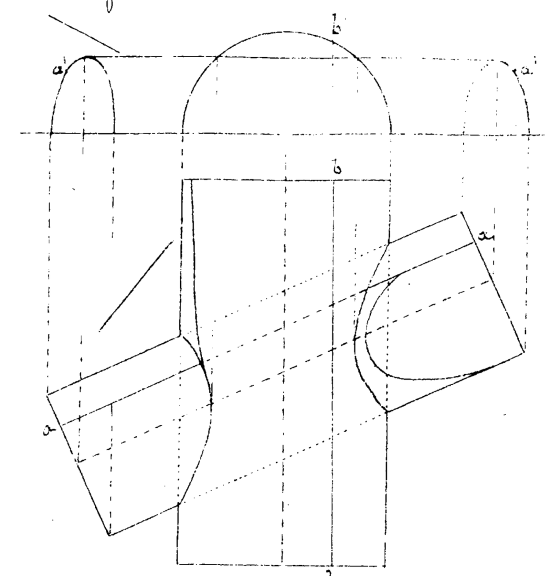


Fig. 12 – Autre Lunette.

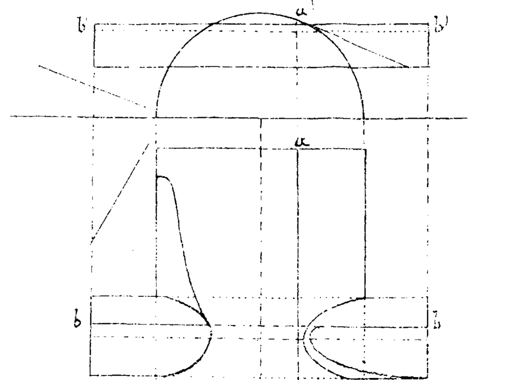


Fig. 13 – Autre Lunette

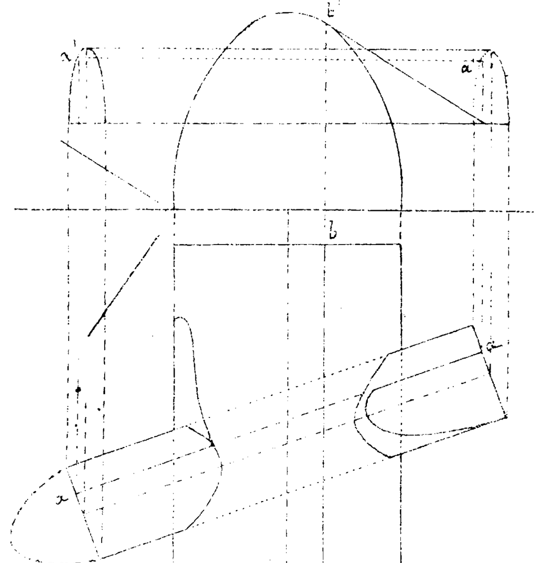


Fig. 14 Voûte en arc de cloître

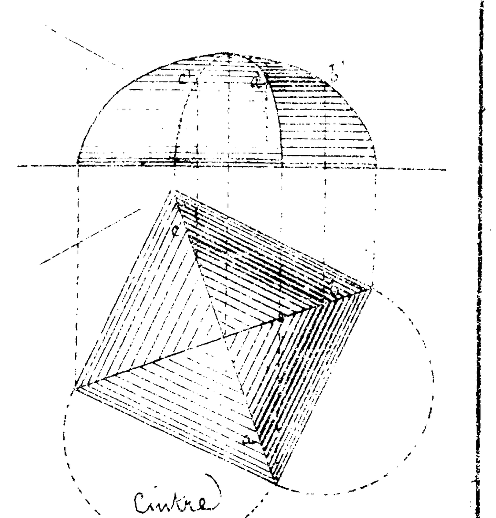


Fig. 15 Descente Droite.

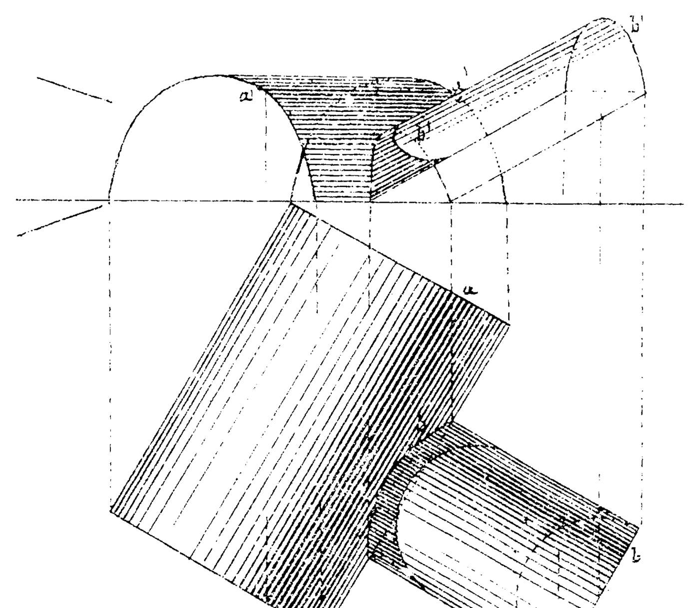


Fig. 16 – Autre Descente Droite.

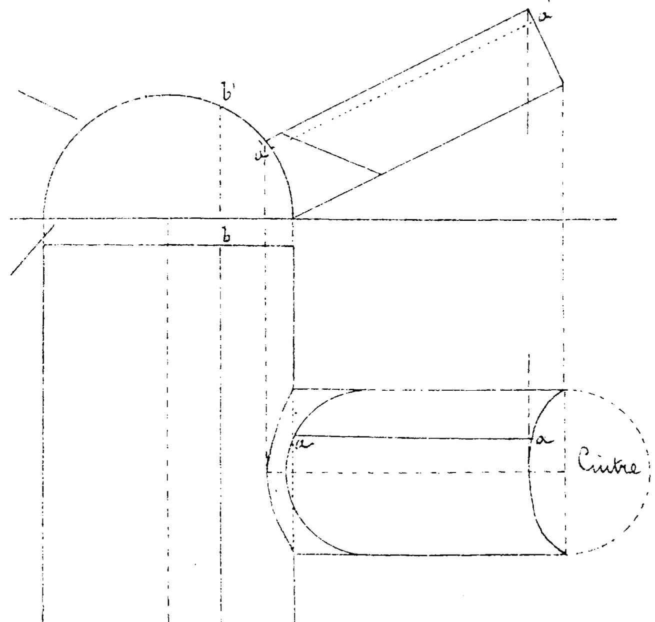


Fig. 17 – Descente biaise et en talus.

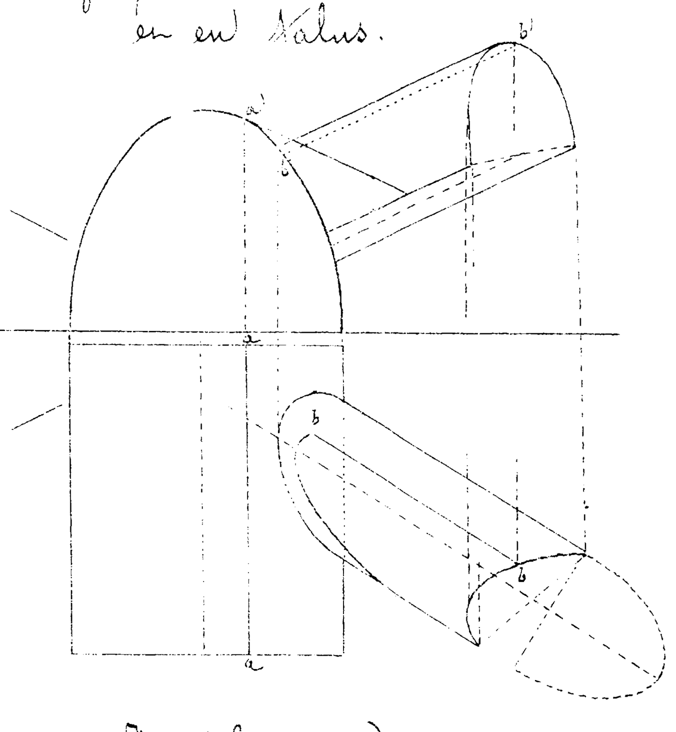


Fig. 18. Autre Descente biaise.

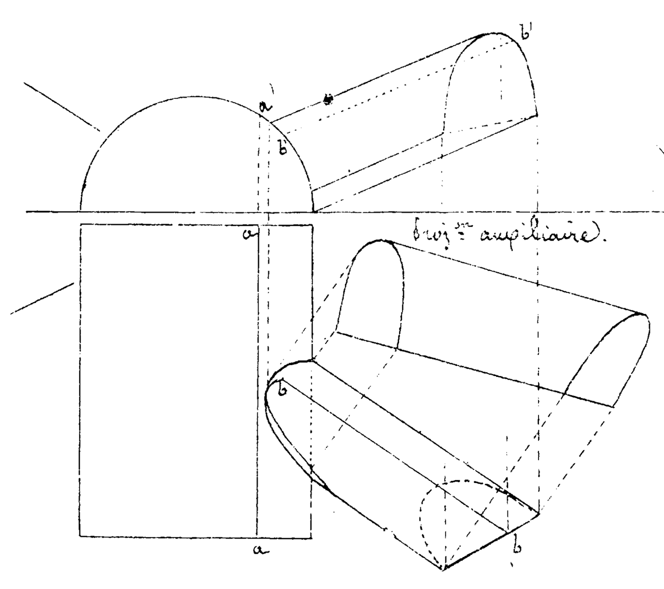


Fig. 19 – Portes droites en tour ronde.

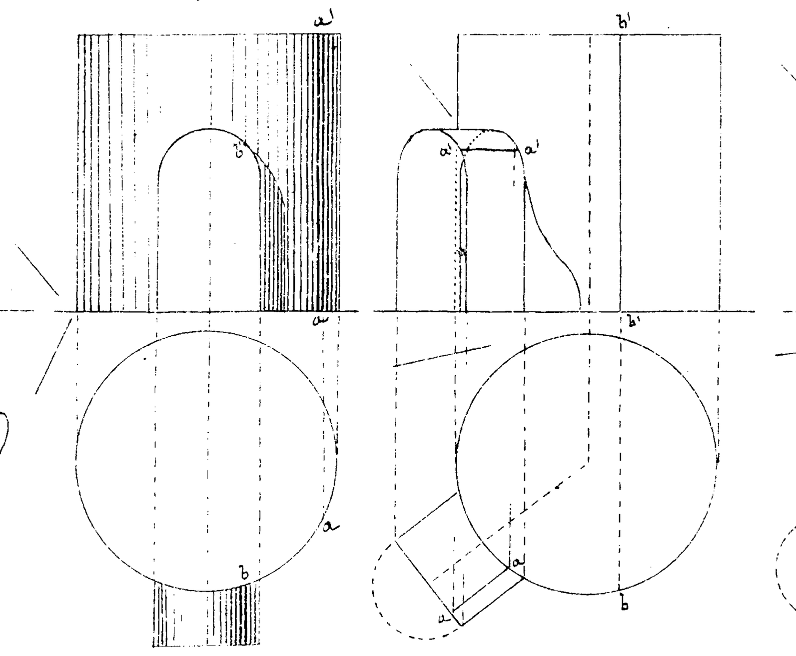


Fig. 20. Portes biaises en tour ronde.

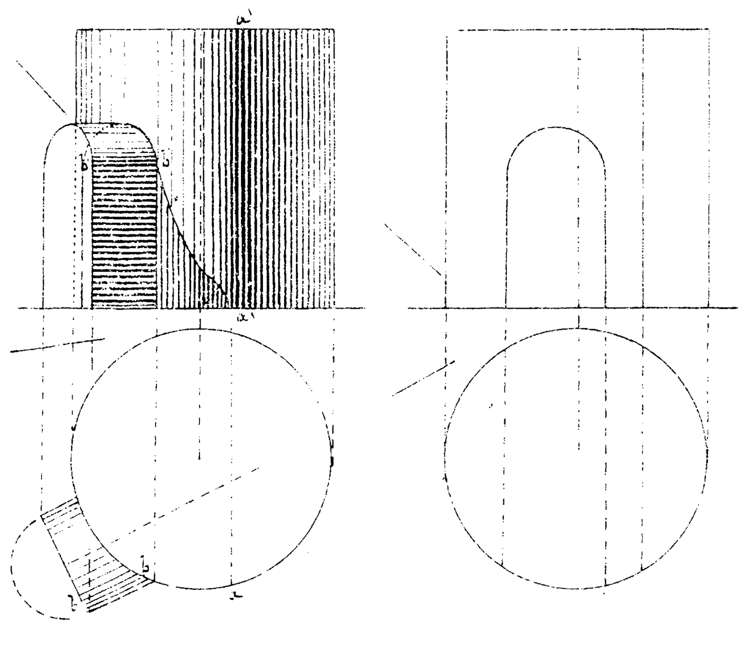
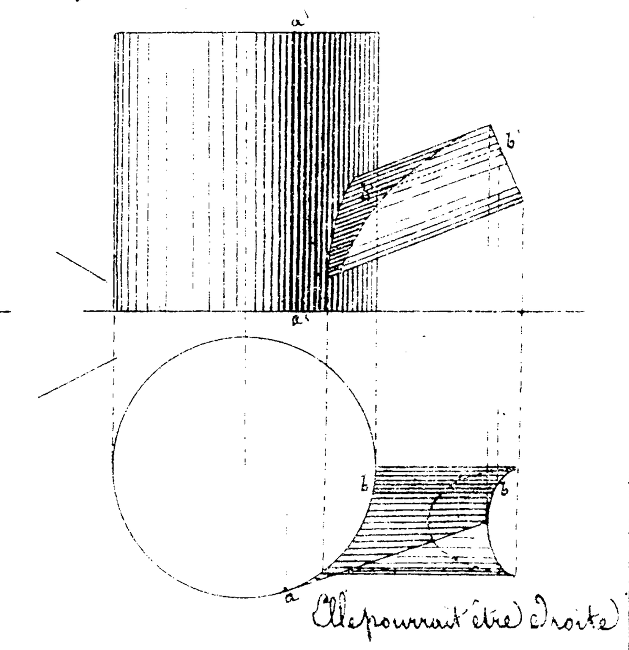
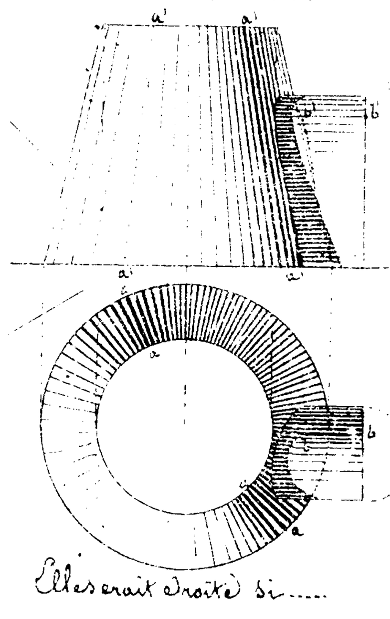


Fig. 21. Descente biaise en tour ronde.



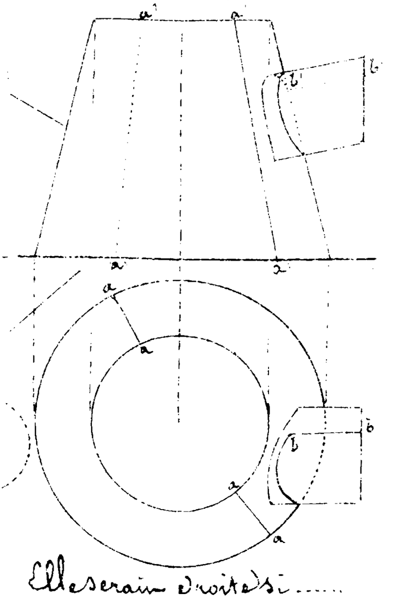
Elle pourrait être droite.

Fig. 22 – Porte biaise en tour ronde et en talus.



Elle serait droite si.....

Fig. 23 – Descente biaise en tour ronde et en talus.



Elle serait droite si.....

Fig. 24 – Embrasure ou Canonnière en tour ronde

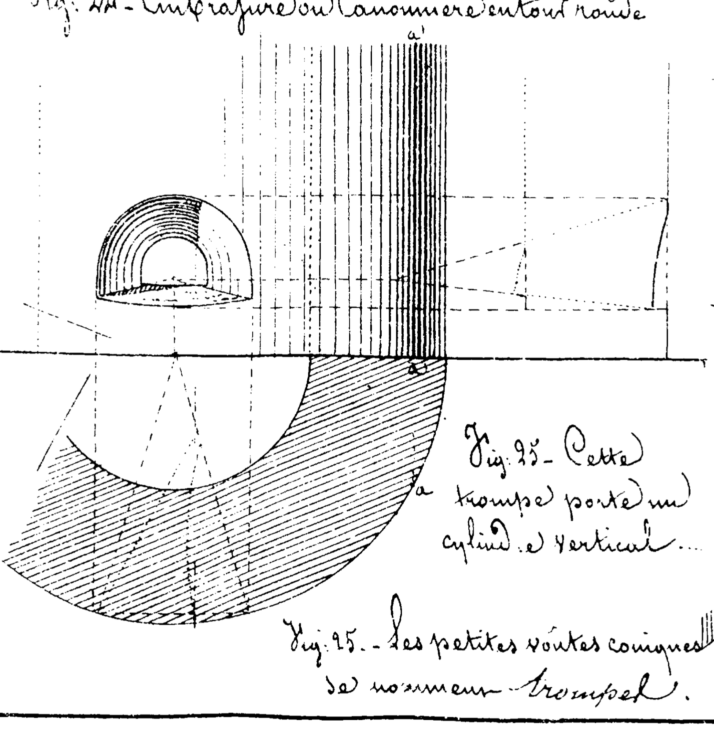


Fig. 25 – Cette trompe porte un cylindre vertical.

Fig. 25. – Les petites voûtes coniques se nomment trompes.

Fig. 25 – Trompe conique renversée.

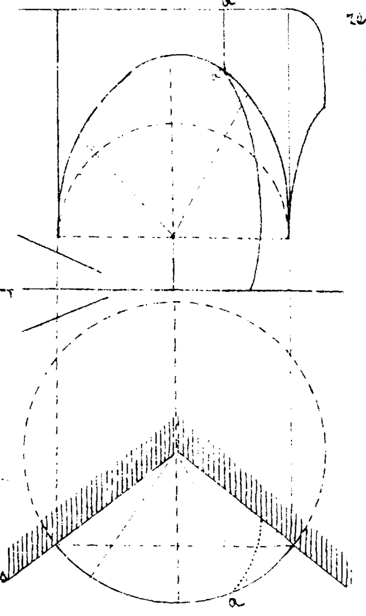


Fig. 26 – Trompe conique rencontrant un berceau (Lunette évasée)

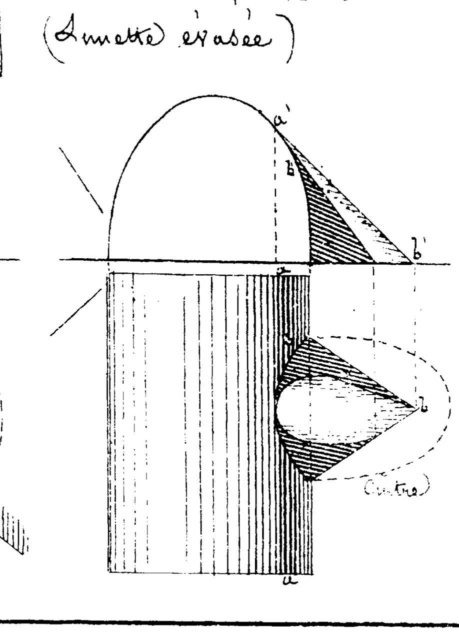
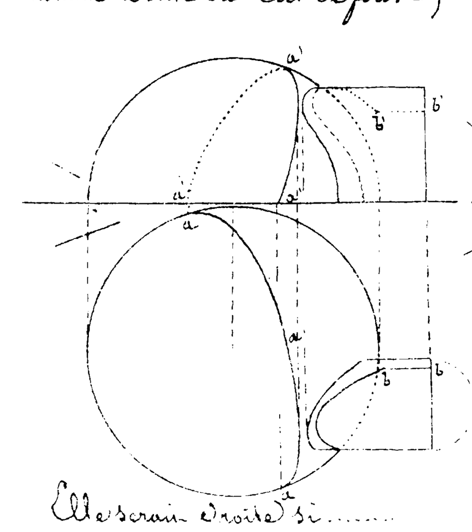
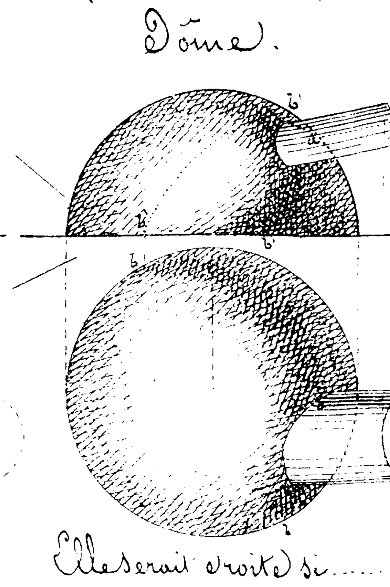


Fig. 27 – Porte biaise dans un dôme. (Une voûte sphérique se nomme Dôme ou Cul de four –)



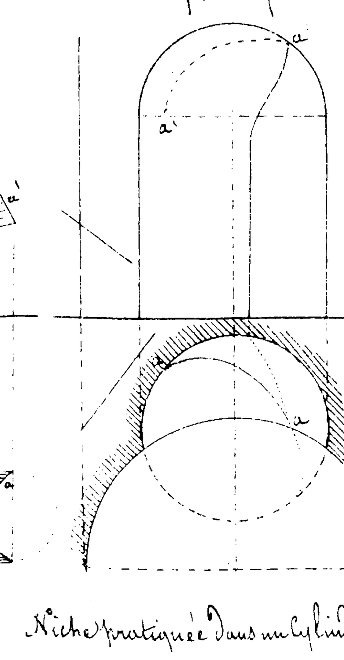
Elle serait droite si.....

Fig. 28 – Descente biaise dans un Dôme.



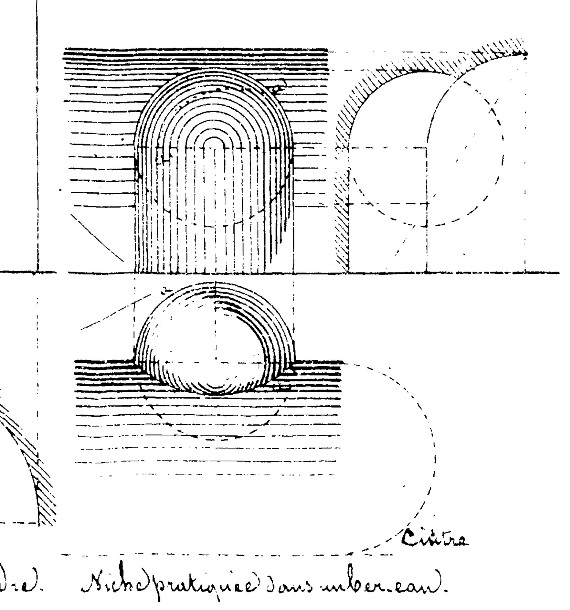
Elle serait droite si.....

Fig. 29. Trompe sphérique.



Niche pratiquée dans un cylindre.

Fig. 30. Autre Trompe sphérique



Niche pratiquée dans un berceau.

Fig. 31. Porte ébrasée en tour ronde et en talus.

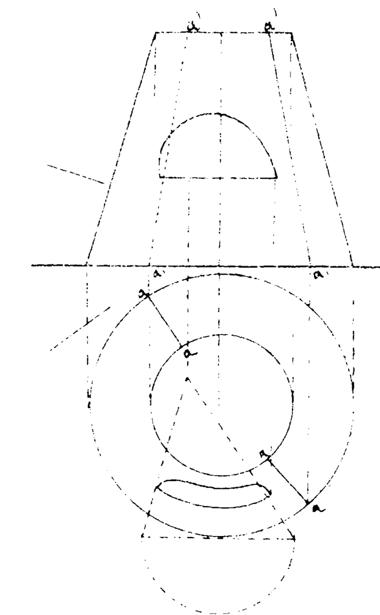
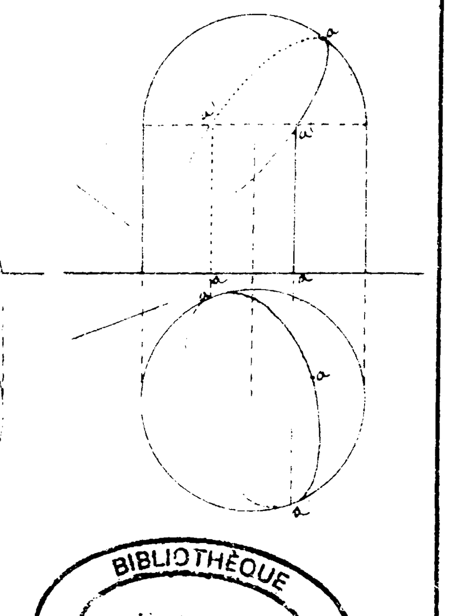


Fig. 32. Tour ronde terminée en Dôme.

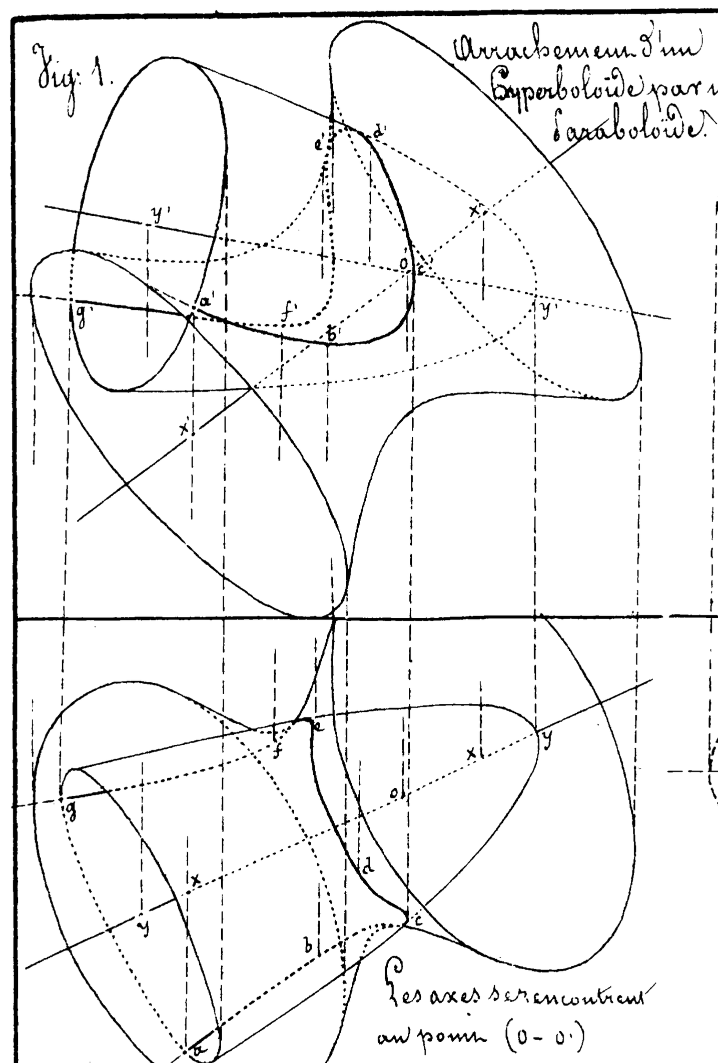


Lith. de Nouvion à Metz.

Combinaison des surfaces courbes entre elles - Applications.

Combinaison des Surfaces de révolution avec elles-mêmes et avec d'autres surfaces.

Fig: 1. Arrachement d'un Hyperboloïde par un Paraboloïde.



Les axes se rencontrent au point (o-o')

Fig: 2. Pénétration d'un ellipsoïde par un autre.

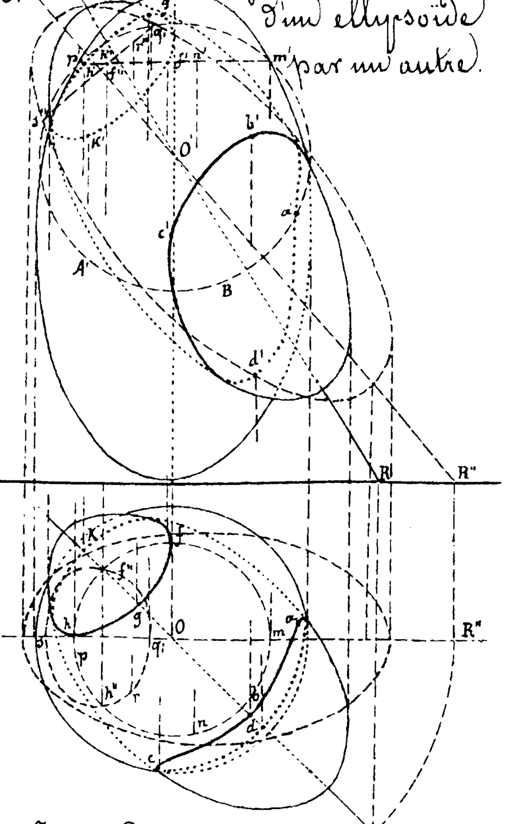


Fig: 2 - Les axes se rencontrent au point (o-o')
Fig: 3 et 4 - Les axes ne se rencontrent pas.

Fig: 3. Rencontre d'une sphère et d'un anneau rond.

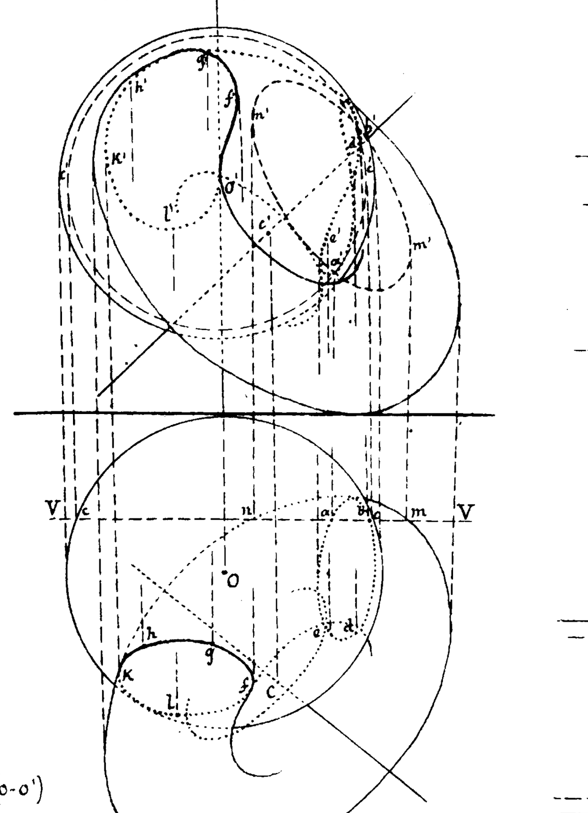


Fig: 4 - Pénétration d'un Vase par un Cylindre.

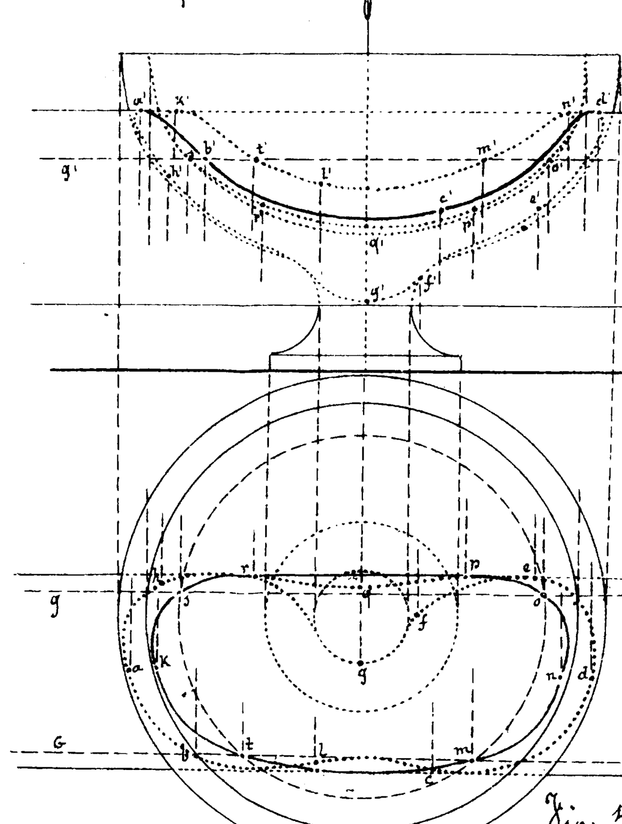


Fig: 5 - Pénétration d'un cône par un cylindre.

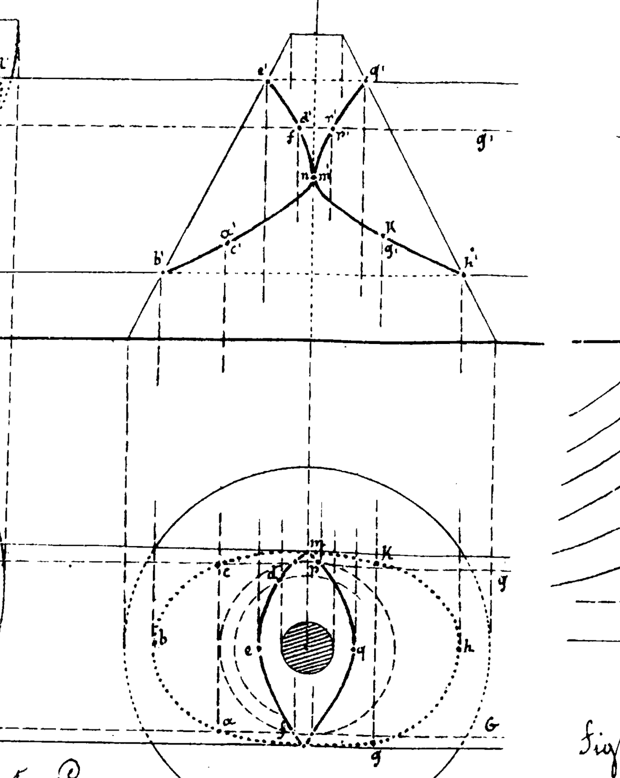
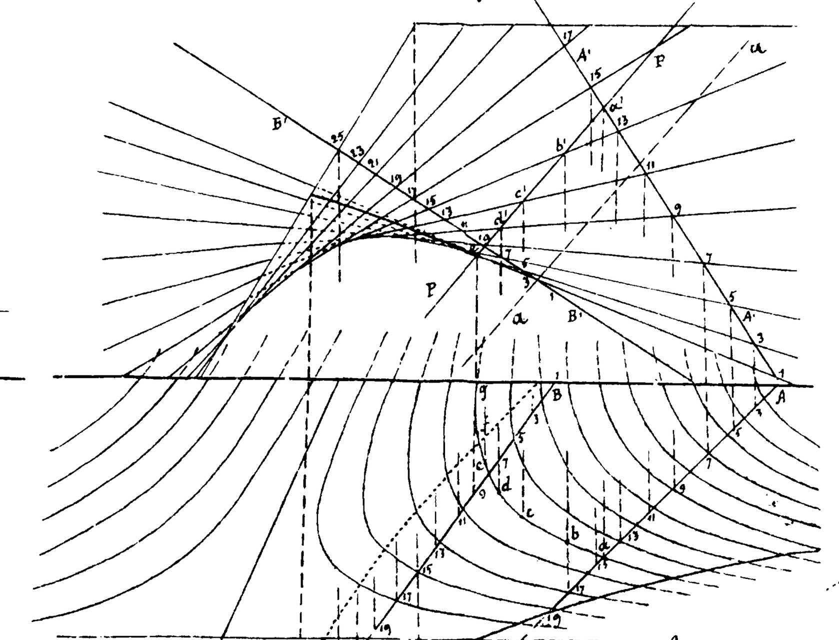


Fig: 5 - Les axes se rencontrent.

Fig: (a) 1re Surface réglée de la fig: 8 (Paraboloïde)



PP et QQ Plans coupans.

Fig: 8. Rencontre de deux surfaces gauches réglées.

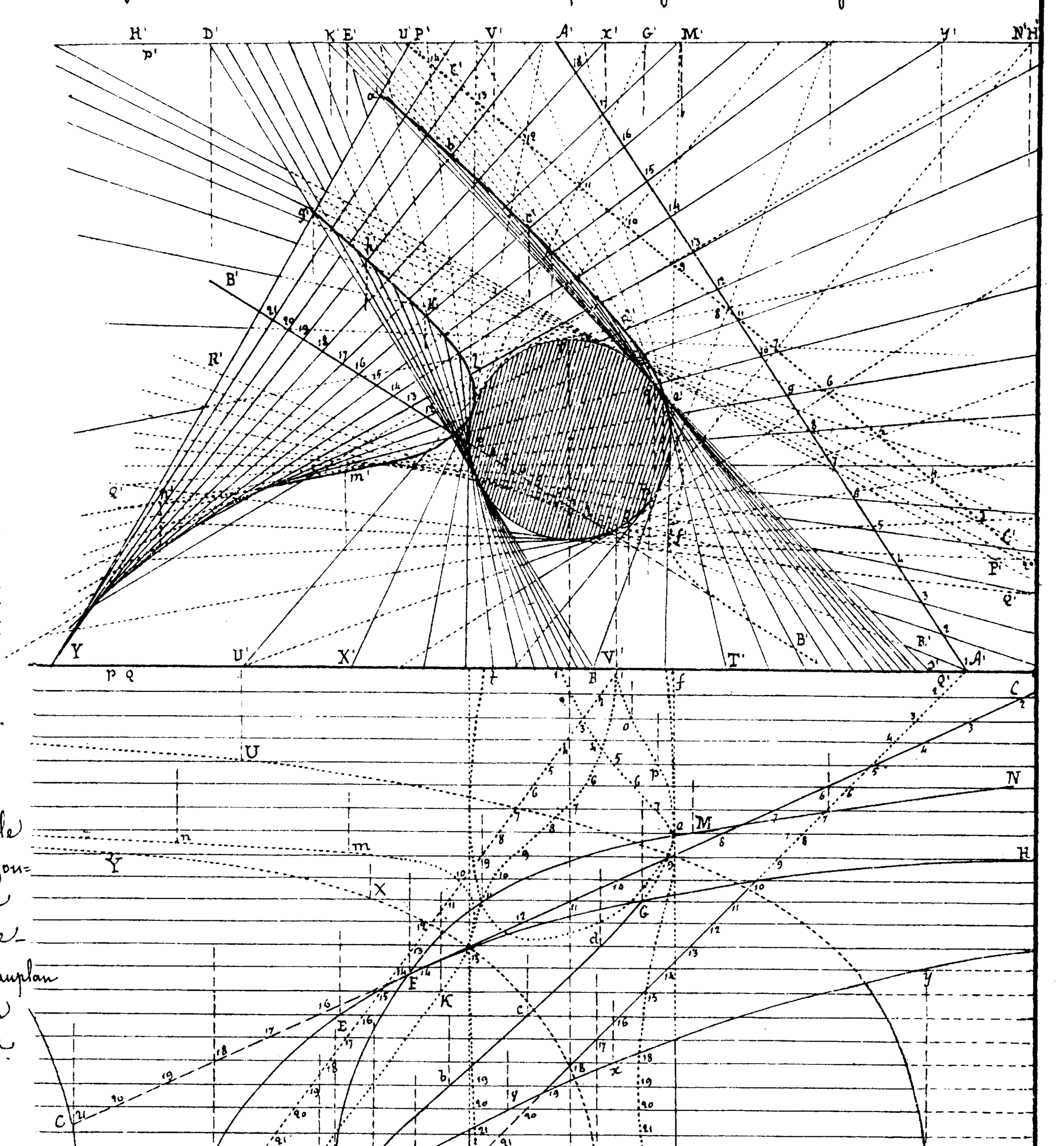


Fig: 6 - Rencontre d'une surface gauche par un cylindre de révolution - Pile de la digue des Pucelles (Metz.)

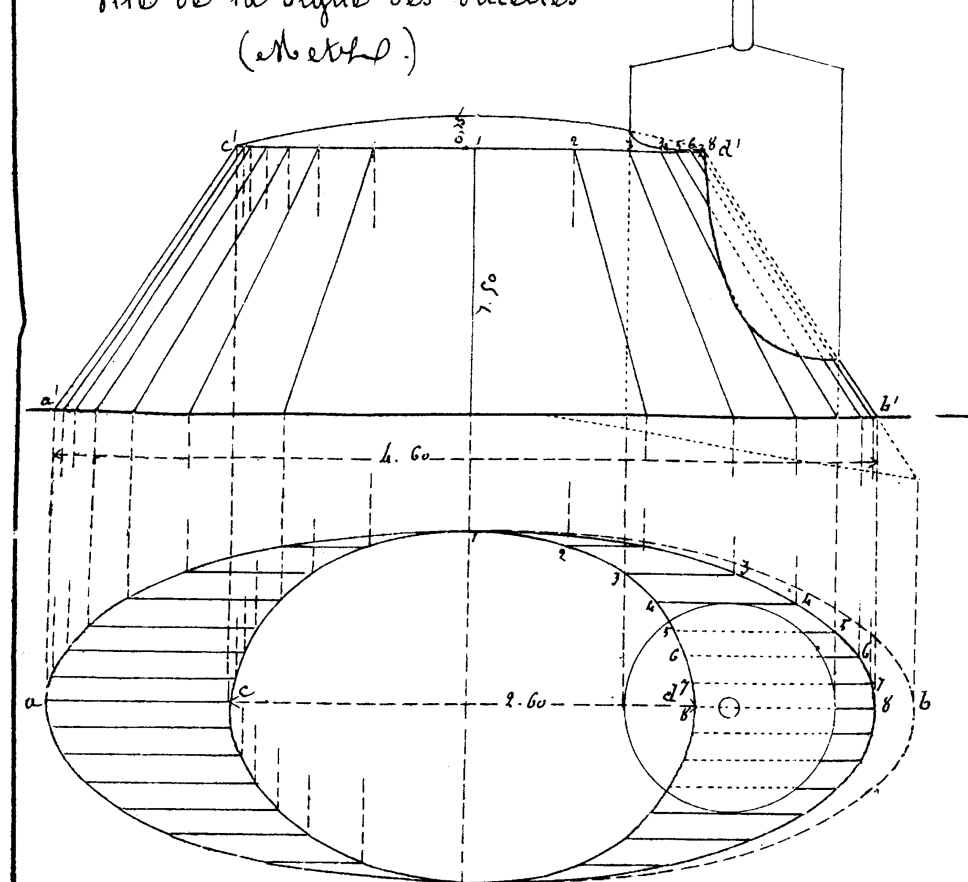


Fig: 7 Pénétration d'une surface annullaire par un conoïde (Voûte d'arête annullaire.)

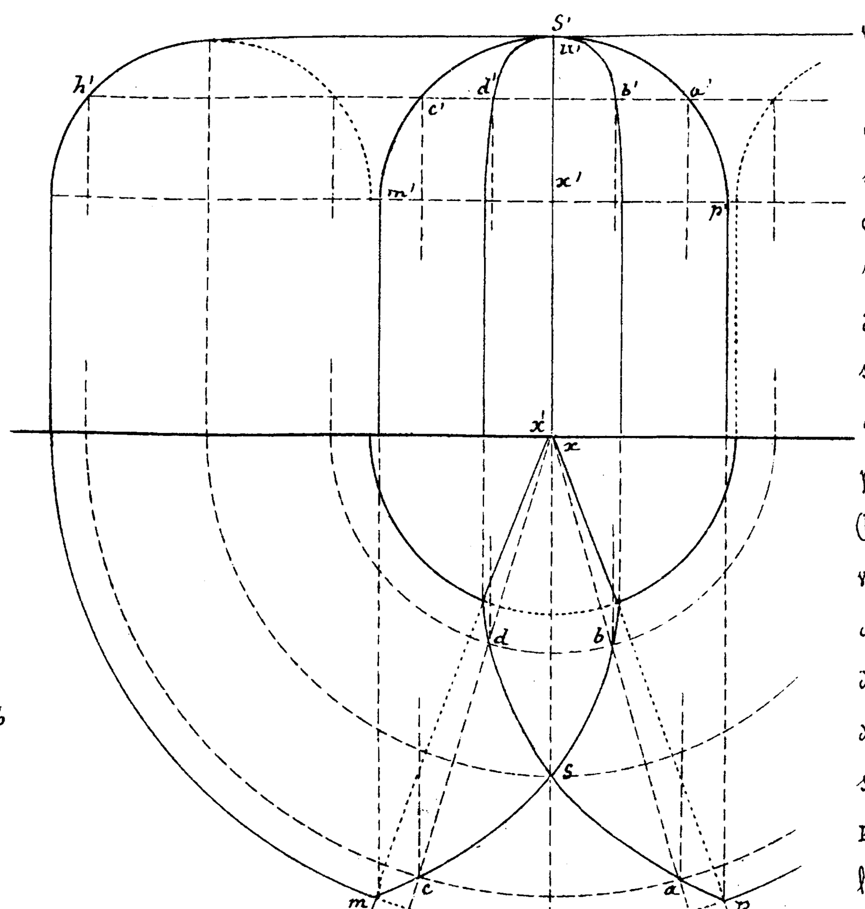


Fig: 1-(abc...fg-a'b'...) courbe d'intersection - sa proj.on horiz.ale est symétrique par rapport à XX - Fig: 2-(abcd-a'...) courbe d'entrée; (fghK-f'...) courbe de sortie - La sphère ABC, du centre (o-o') coupe les deux ellipsoïdes suivant des cercles qui donnent des points communs aux 2 surfaces - Pour avoir ces cercles, ramenez parallèl.t au plan vert.al en O'R", l'axe d'un des ellipsoïdes; les cercles de rencontre seront alors (mnp-m'..) et (qrs-q'..), qui se rencontrent aux points (f"-f'") (h"-h'"); ces points ramenés en (f-f') et (h-h') sont communs aux 2 surfaces...... - Fig: 3 -(abde-a'...) courbe d'entrée; (fghKl-f'....) courbe de sortie - Le plan VV parallèle au plan vertical coupe la sphère suivant le cercle (cc-c'c'), et l'anneau suivant la courbe (mn-m'n') - Les points de rencontre (a-a'), (b-b') de ces courbes appartiennent aux deux surfaces ..... - Fig: 4 - Les surfaces sont telles que les plans coupans les plus simples doivent être horizontaux ..... - Fig: 5 = Mêmes plans coupans que pour la fig: 4 - La courbe d'intersection a deux points multiples.... Fig: 6 - La surface de cette pile est engendrée par une droite qui se meut sur les 2 ellipses (ab-a'b'), (cd-c'd'), en restant parallèle au plan vert.al de proj.on - Rien de particulier - Fig: 7 - Le conoïde a pour direc.ces : la verticale (x-x'x') et la courbe (mnp-m'n'p') qui est une ellipse enroulée sur le cylindre extérieur, piédroit de la surface annullaire; le plan horiz.al est le plan de parall.isme - Au plan coupant horiz.al hh' répondent les 4 points (a-a') (b-b')(c-c')(d-d')....- Fig: 8 - Ces 2 surfaces ont même plan de parallé.isme; d'où il résulte que dans tout plan paral.le au plan vert.al de proj.on, il y a 2 génér.ces du conoïde (une de chaque nappe) et une du paraboloïde ..... - C'est ainsi que la génér.ce (13-13') du paraboloïde, rencontre les 2 génér.ces (13-13') et (13-13') du conoïde aux points (d-d') et (l-l') de la courbe d'inters.on des 2 surf.ces; courbe qui se compose des 2 parties (abcdef-a'....) et (ghKlm-g'.....)..... - (opqrst-o'p'....) courbe d'inters.on du paraboloïde avec le cylindre du conoïde - Les courbes 1234 .... sont les courbes de contact du conoïde sur ce même cylindre - Les courbes (STU-S'..), (VXY-V'..) sont les traces horiz.ales du conoïde. Les droites (PP-P'P'), (QQ-Q'Q') sont ses traces verticales - Les deux surfaces sont limitées par le plan horiz.al H'H' qui coupe le paraboloïde suivant la courbe (uvxy-u'....), et le conoïde suivant les deux courbes (DEFGH - D'....) (KFMN - K'....) ....

Fig: (a) Paraboloïde: (AA - A'A')(BB - B'B') Droites Directrices; le plan vertical est le plan de parallélisme - La projection horizontale est représentée par l'ensemble des sections faites par des plans perp.res au plan vertical, tels que PP .... - Fig: (b) Conoïde - (cc-c'c') droite dir.ce - la direc.ce courbe est remplacée par un cylindre perp.re au plan vert.al auquel les gén.ces sont tangentes tout en restant paral.les au plan vert.al de proj.on - Proj.on horiz.ale comme fig: (a) - Le plan PP donne les courbes abcde, fghKm, nopq ....

Fig: (b) 2de Surface réglée de la fig: 8. (Conoïde).

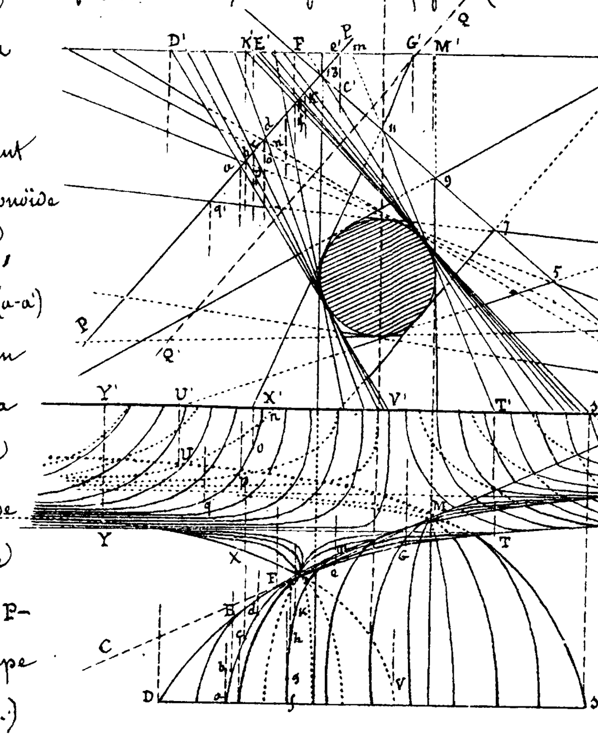
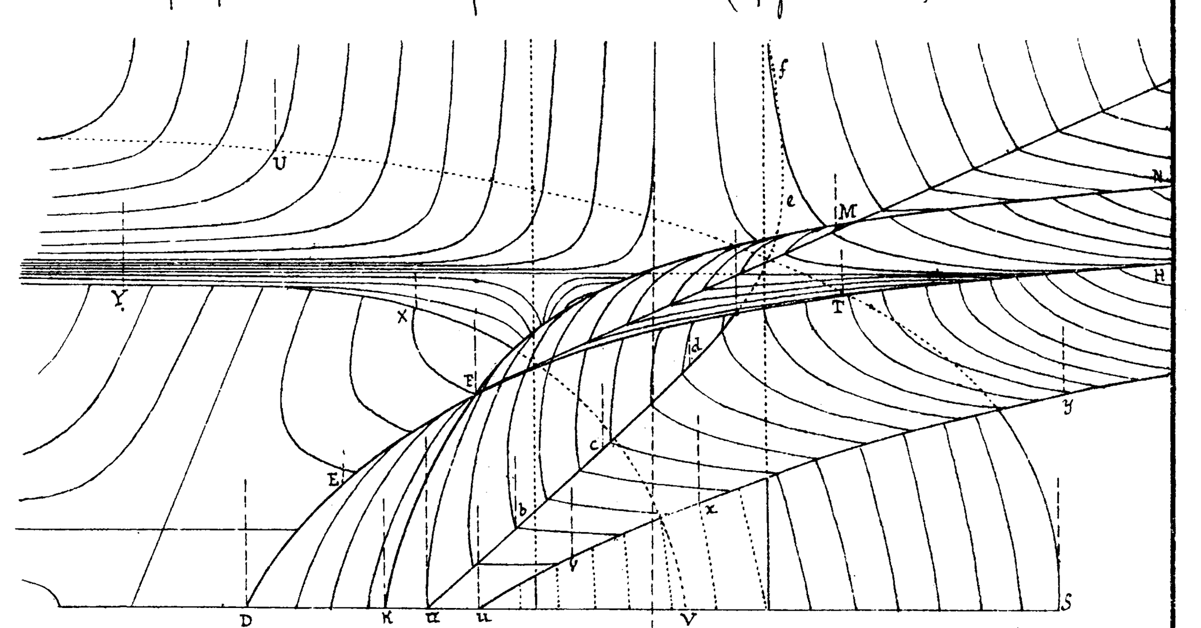


Fig: 8 (bis) Ensemble des deux surfaces coupées par une suite de plans parallèles et perpendiculaires au plan vertical (fig: a et b)



Exercices. Rencontre de trois Corps (fig: 10, 11, 12, 13, 14.)

Fig: 10 et 10 (bis) Rencontre de trois sphères.

Fig: 10

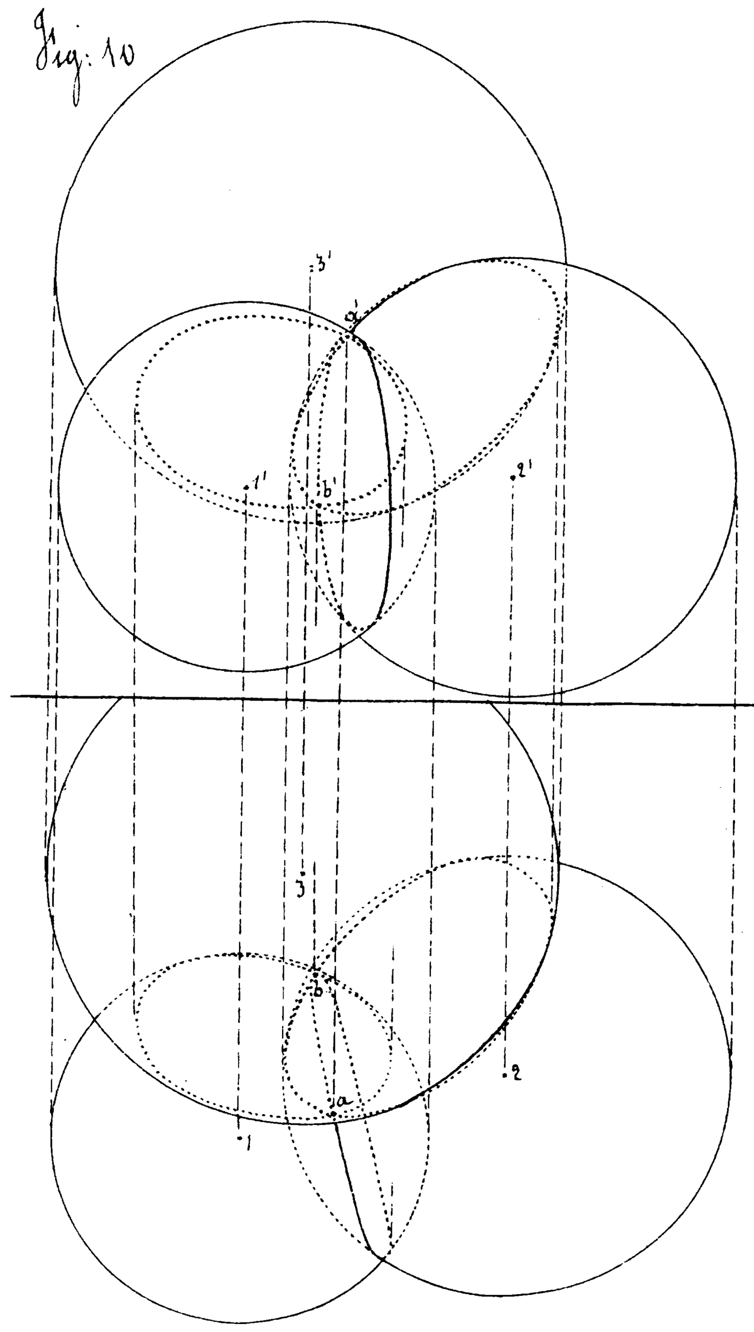


Fig: 10 (bis).

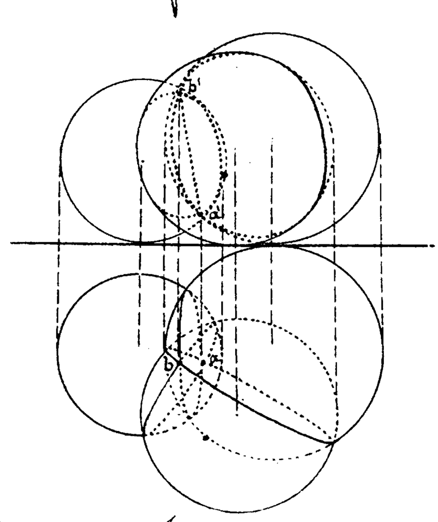


Fig: 10 et 10 (bis). Tout consiste à construire les courbes d'intersection des 3 sphères combinées 2 à deux - On a recours à des plans coupans horizontaux - .... - (a-a') (b-b') Points communs...... -

Fig: 11 et 12 - Il faut construire les 3 courbes d'intersection des trois cylindres combinées deux à deux ...... Ces opérations exigent de l'attention et de l'ordre, et des données assez étendues - Fig: 11. Les deux points (a-a') et (b-b') sont les seuls points communs à ces trois cylindres - Fig: 12 - Ces trois cylindres ont huit points communs : (1-1') (2-2') (3-3') (4-4') (5-5') (6-6') (7-7') (8-8') ....

Fig: 11 - Rencontre de trois Cylindres.

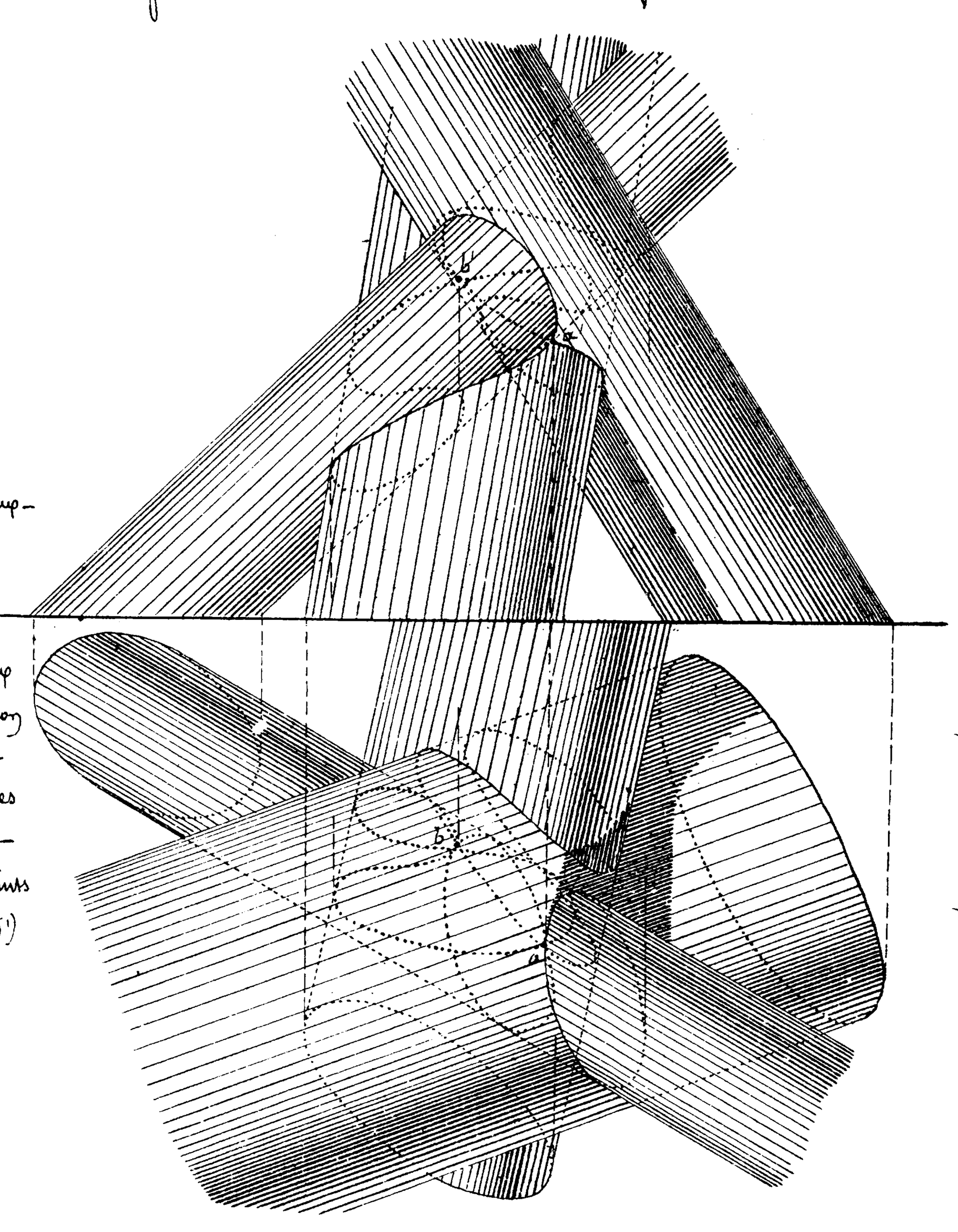


Fig: 12 - Autre rencontre de trois cylindres -

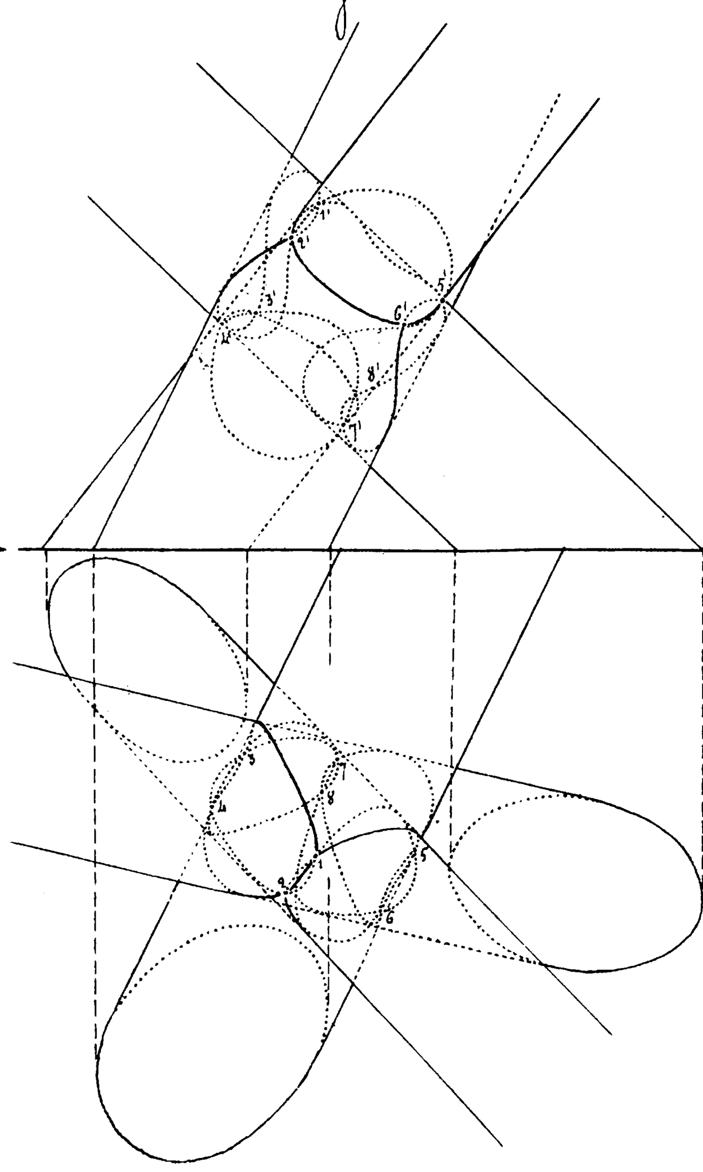
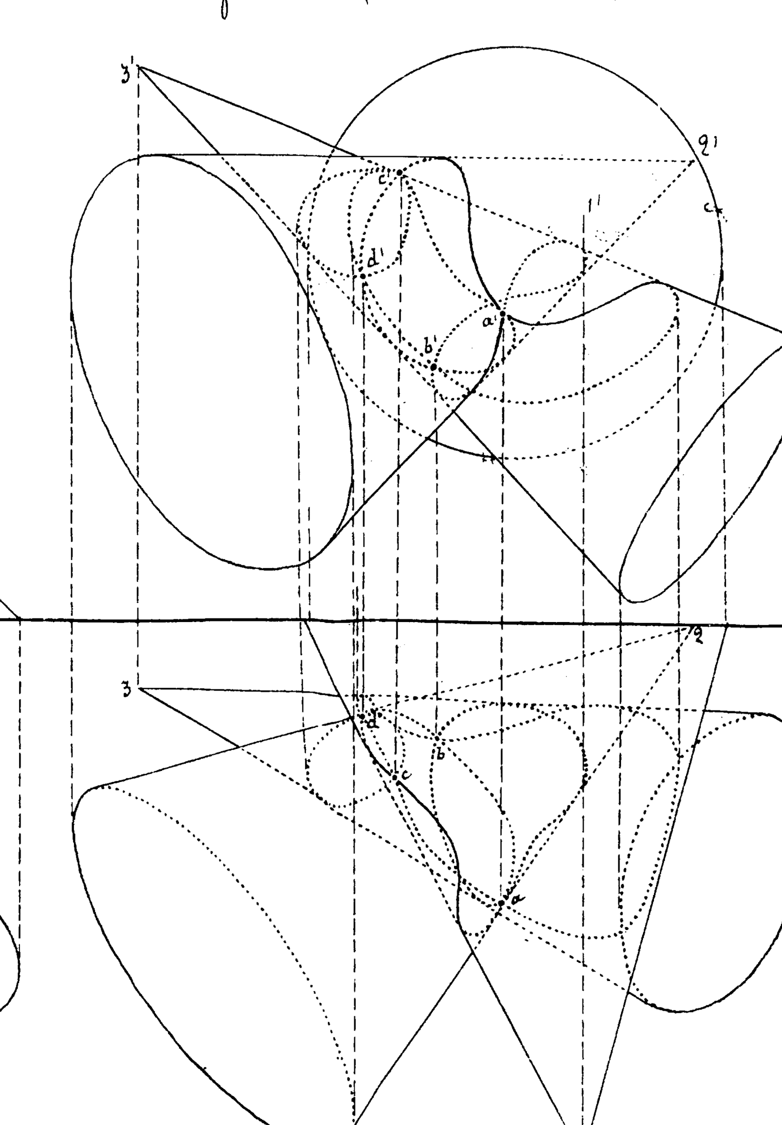


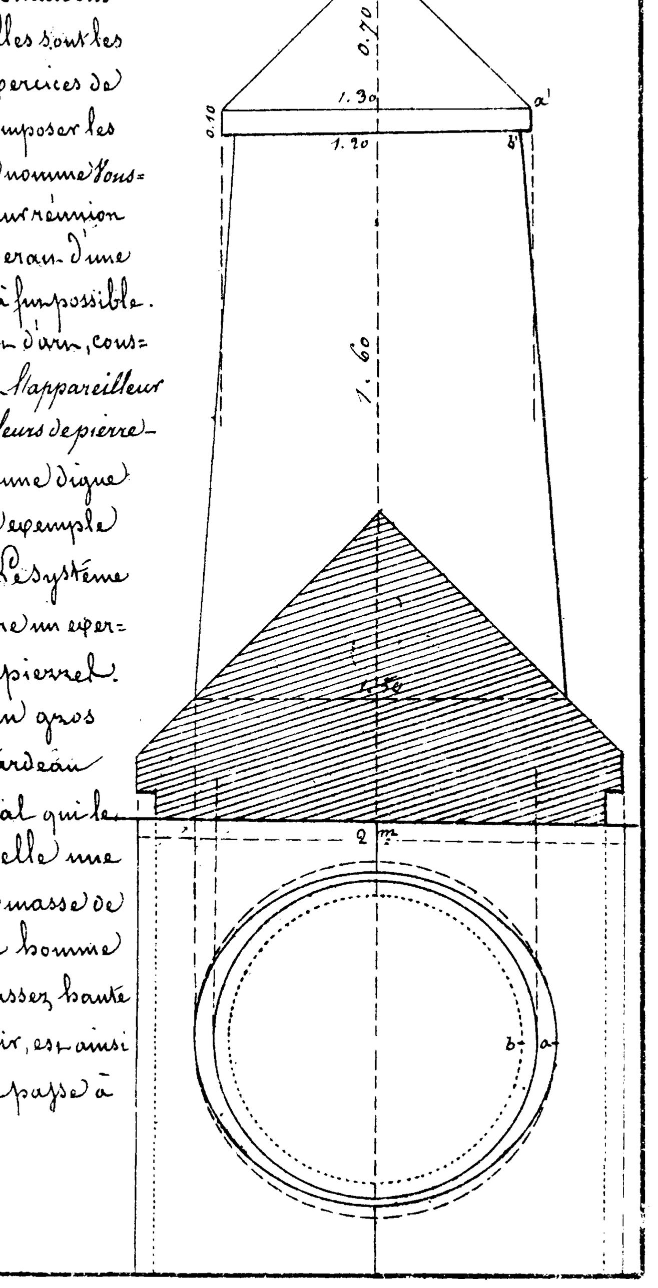
Fig: 13 - Rencontre de 3 Cones.



(a-a') (b-b') (c-c') (d-d') points communs aux trois cônes ......

Observations - Toutes les combinaisons de surfaces que contiennent ces feuilles sont les données géométriques d'autant d'exercices de coupe de pierres, qui consistent à décomposer les ensembles en certaines parties qu'on nomme Voussoirs. - Ces voussoirs forment par leur réunion une voûte plus solide que celle qui serait d'une seule pièce, en supposant que cela fut possible. Ce travail à la fois géométrique et d'art, constitue l'appareil; celui qui le fait est l'appareilleur et ceux qui l'exécutent sont des tailleurs de pierre - La fig: 6 qui représente une pile d'une digue établie sur la moselle, offre un bon exemple d'appareil à joints courbes - Le système de la figure 14 présente encore un exercice d'appareil et de coupe de pierres. Le profil haché, est celui d'un gros mur, comme serait un batardeau par exemple, et le cône vertical qui le surmonte est ce que l'on appelle une Dame en fortification. Cette masse de pierres, assez grosse pour qu'un homme ne puisse pas l'embrasser, et assez haute pour qu'il ne puisse pas la franchir, est ainsi placée pour empêcher qu'on ne passe à cheval sur le mur .

Fig: 14 - Dame de Fortification.

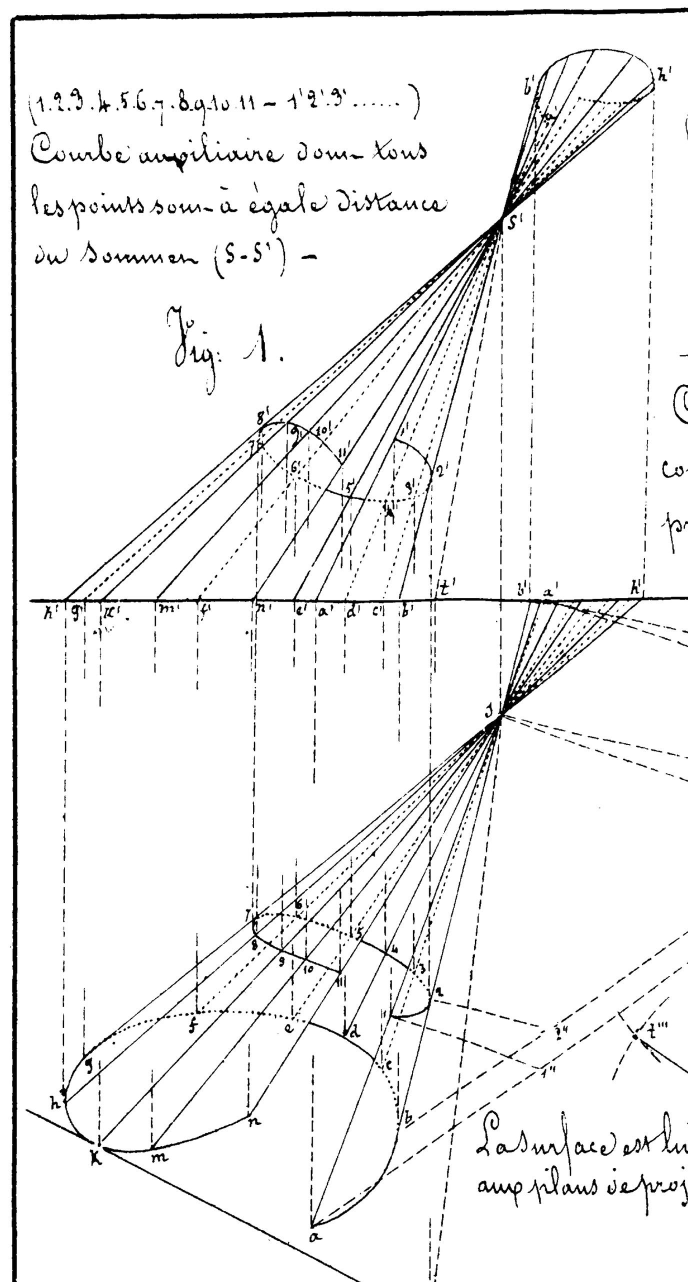


Lith. de Nouvian à Metz.

Surfaces courbes – Développemens – Applications.

(1.2.3.4.5.6.7.8.9.10.11 – 1'2'3'.....) Courbe auxiliaire dont tous les points sont à égale distance du sommet (S-S') –

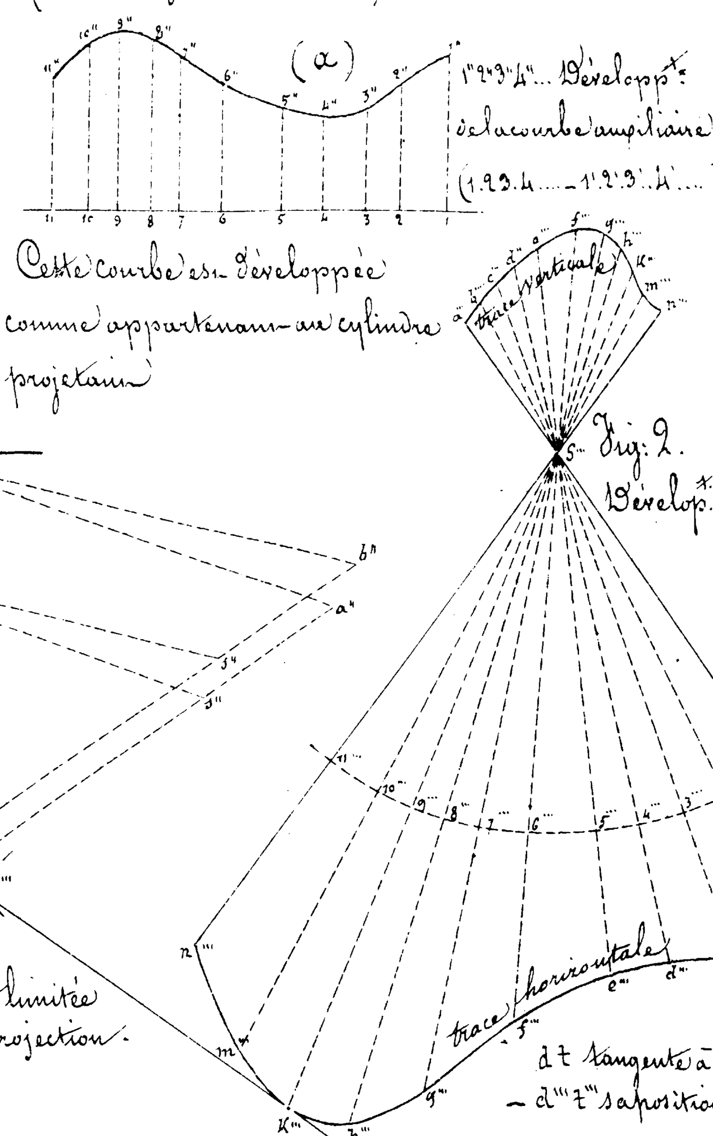
Fig. 1.



La surface est limitée aux plans de projection.

Développement de la surface conique

(S.abcdefgkmn – S'a'....)



(a) 1''2''3''4''... Développ^t. de la courbe auxiliaire (1.2.3.4.....1'2'3'4'....)

Cette courbe est développée comme appartenant au cylindre projetant.

Fig. 2. Dévelop^t.

d t tangente à la base au point t – d''' t''' sa position sur le développ^t.

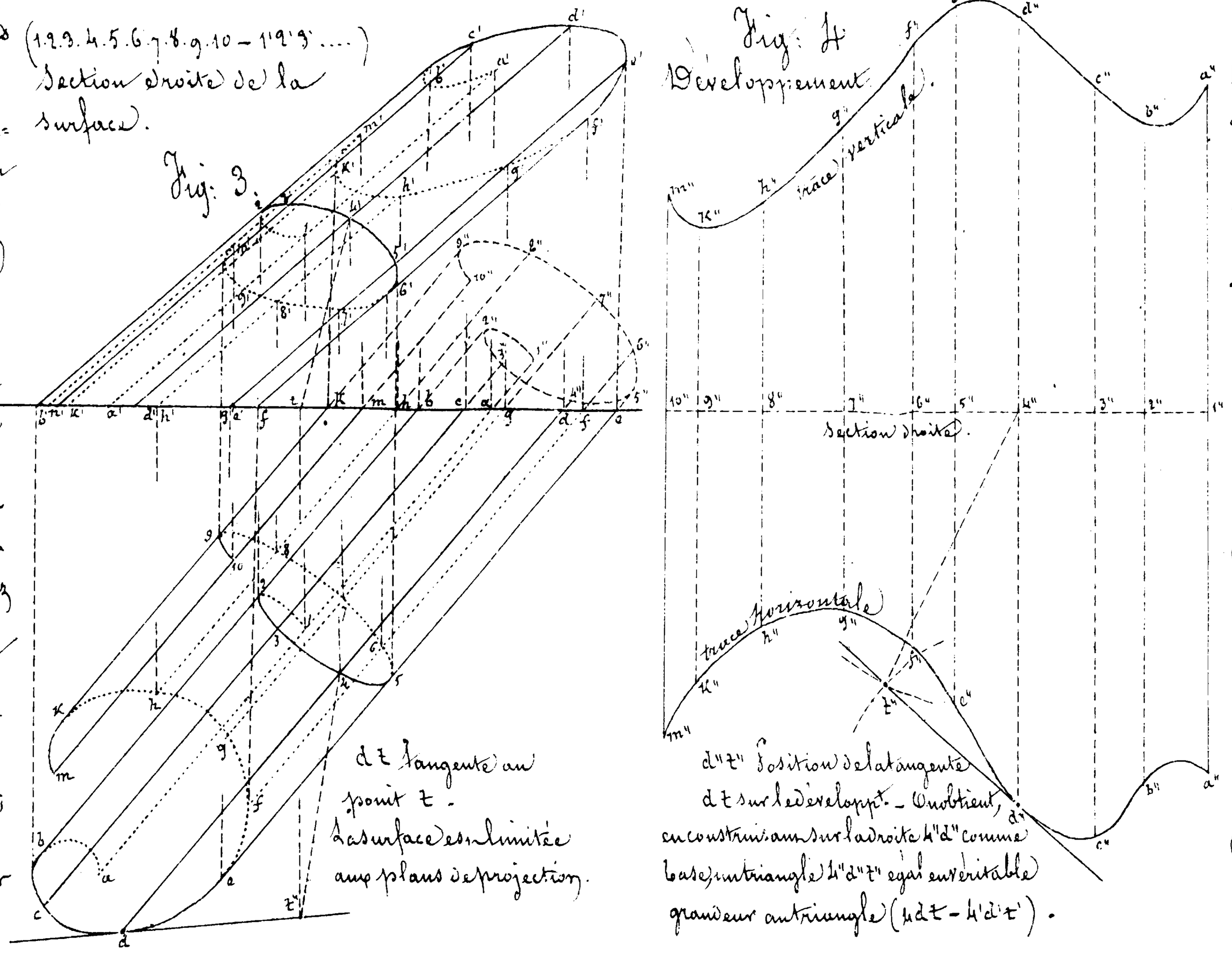
Fig. 1 – La courbe auxiliaire (1.2.3.4.5.6.7.8.9.10.11 – 1'2'3'....) a la propriété, d'après la construction même, de se transformer en un arc de cercle dans le développ^t. de la surface – On peut en outre fig. (a) la construire suivant sa véritable grandeur en développant le cylindre vert^al qui a pour base la courbe 1.2.3.4.5.... et pour génér^ces les droites projetantes des points de la courbe. Sur la courbe 1''2''3''4''.... les parties 1''2'', 2''3'', 3''4''..... représentent la véritable grandeur des arcs (1.2-1'2'), (2.3-2'3').... dével-loppés – Fig. 2 – Du point S''', centre de la surf^ce conique, décrivez un arc d'un rayon égal à la véritable grandeur de la distance (S1 – S'1'); portez successivement sur cet arc les distances 1'''2''', 2'''3''', 3'''4'''.... égales aux arcs 1''2'', 2''3'', 3''4''.... de la fig. (a) et tracez les droites indéfinies S'''1''', S'''2''', S'''3'''..... dont l'ensemble représentera le développement illimité de la surface conique. Prenez les distances S'''a''', S'''b''', S'''c'''.... égales à la véritable grandeur des droites (Sa – S'a'); (Sb – S'b').... tracez la courbe a'''b'''c'''d''', et vous aurez la transformée de la trace horiz^ale de la surface – Transformée de la trace verticale.......... *Surface cylindrique*. – Construisez (fig. 3) la section droite (1.2.3.4.....– 1'2'....) de la surface, et cherchez la véritable grandeur des arcs (1.2-1'2')(2.3-2'3').... dont elle se compose – Construisez (fig. 4) le développ^t. 1''2''3''4''.... de la section droite, et élevez à la droite 1''8'', et par les points 1''2''3''..... une suite de perpend^res dont l'ensemble représentera le développem^t. illimité de la surface – Portez à partir des points 1''2''3''..... les distances 1''a'', 2''b'', 3''c''..... respectivement égales à la véritable grandeur des parties (1a – 1'a') (2b – 2'b')....; tracez la courbe a''b''c''d'' – et vous aurez la transformée de la trace horiz^ale de la surface – Construction analogues pour obtenir la transformée de la trace verticale.

Développement de la surface cylindrique, dont la base est la courbe (abcdefghkmn – a'b'.....)

(1.2.3.4.5.6.7.8.9.10 – 1'2'3'....) Section droite de la surface.

Fig. 3.

Fig. 4 Développement



d t tangente au point t. La surface est limitée aux plans de projection.

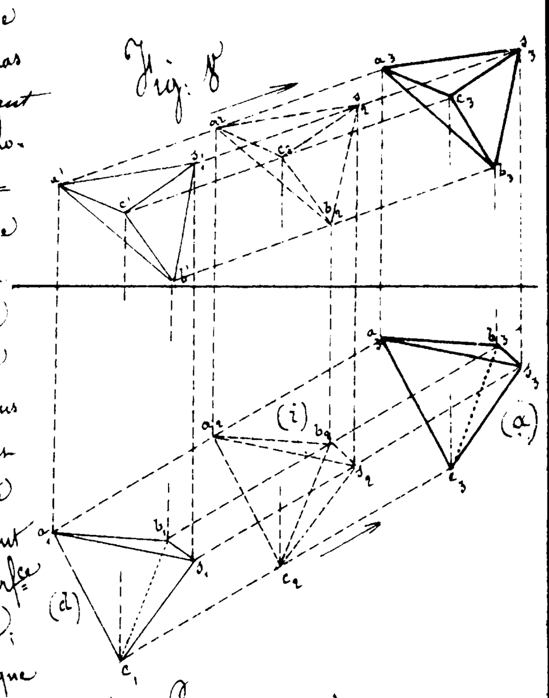
d''t'' position de la tangente d t sur le développ^t. On l'obtient, en construisant sur la droite 4''d'' comme base, un triangle 4''d''t'' égal en véritable grandeur au triangle (4dt – 4'd't').

Applications – Mouvement géométrique des Corps.

Un corps étant donné par ses projections, on peut, connaissant la loi du mouvement qu'il suit, construire ses projections dans l'une quelconque de ses positions – Exemples: Fig. 8. Cette figure n'a pas besoin d'explication. Le tétraèdre mobile.... – Le mouvement circulaire de l'octaèdre mobile de la fig. 9, est entièrement analogue à la génér^on des surfaces de révolution..... – Quant au mouvement en hélice de la pyramide quadrangulaire de la fig. 10, on se contentera de renvoyer à la génération des surfaces héliçoïdales...... La fig. 11 représente la surface qui enveloppe la sphère mobile dans toutes ses positions, et qu'on nomme pour cette raison *surface enveloppe*; tandis que la sphère est l'enveloppée – Deux positions consécutives de l'enveloppée se rencontrent suivant un cercle, et lorsque ces positions sont infiniment voisines, comme cela résulte de la continuité du mouvement, cette rencontre a lieu suivant un grand cercle – Le grand cercle est la *caractéristique* de la surf^ce. Cette caractér^que peut être prise à son tour pour la génér^ce de la surface; il suffit que son plan reste normal à la courbe directrice. C'est ainsi que pour éviter la confusion, on a construit la surface de la fig. 11 – Cette surface on le voit se compose de deux nappes qui se rencontrent suivant une courbe qui représente un rebroussem^t. sur la surface..... pour mieux faire voir cet effet singulier, on a figuré la même surface, en supposant la courbe directrice dans une position quelconque (fig. 11 bis).... Ce n'est pas ici le lieu d'entrer dans les détails intéressants auxquels conduit la considération du mouvement géométrique...... Ce qui précède suffit pour guider les élèves dans le dessin des machines.....

Corps qui se meut parallèl^t à lui-même –

Fig. 8



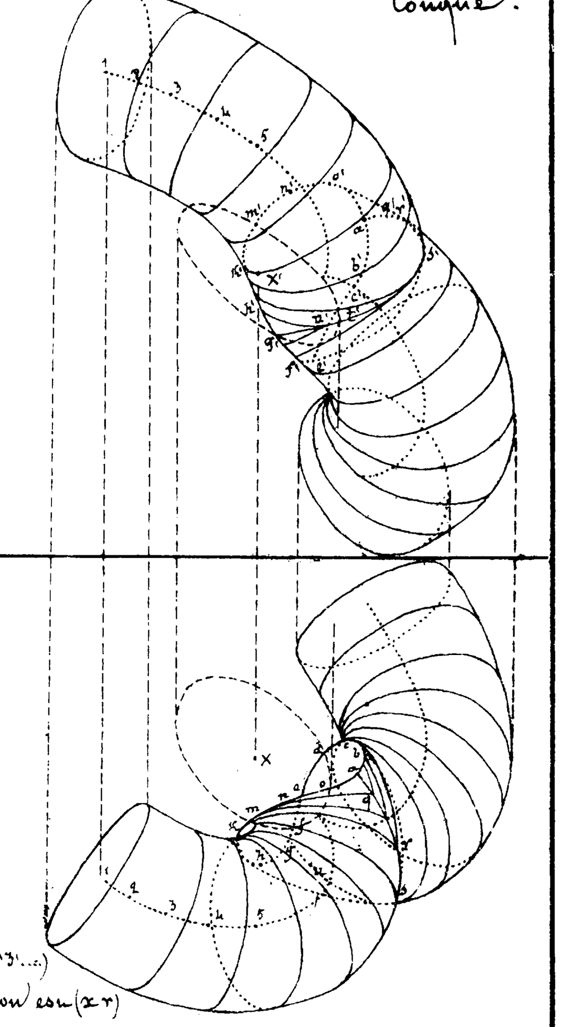
(d) Position de départ.

(a) Position d'arrivée.

(i) Position intermédiaire.

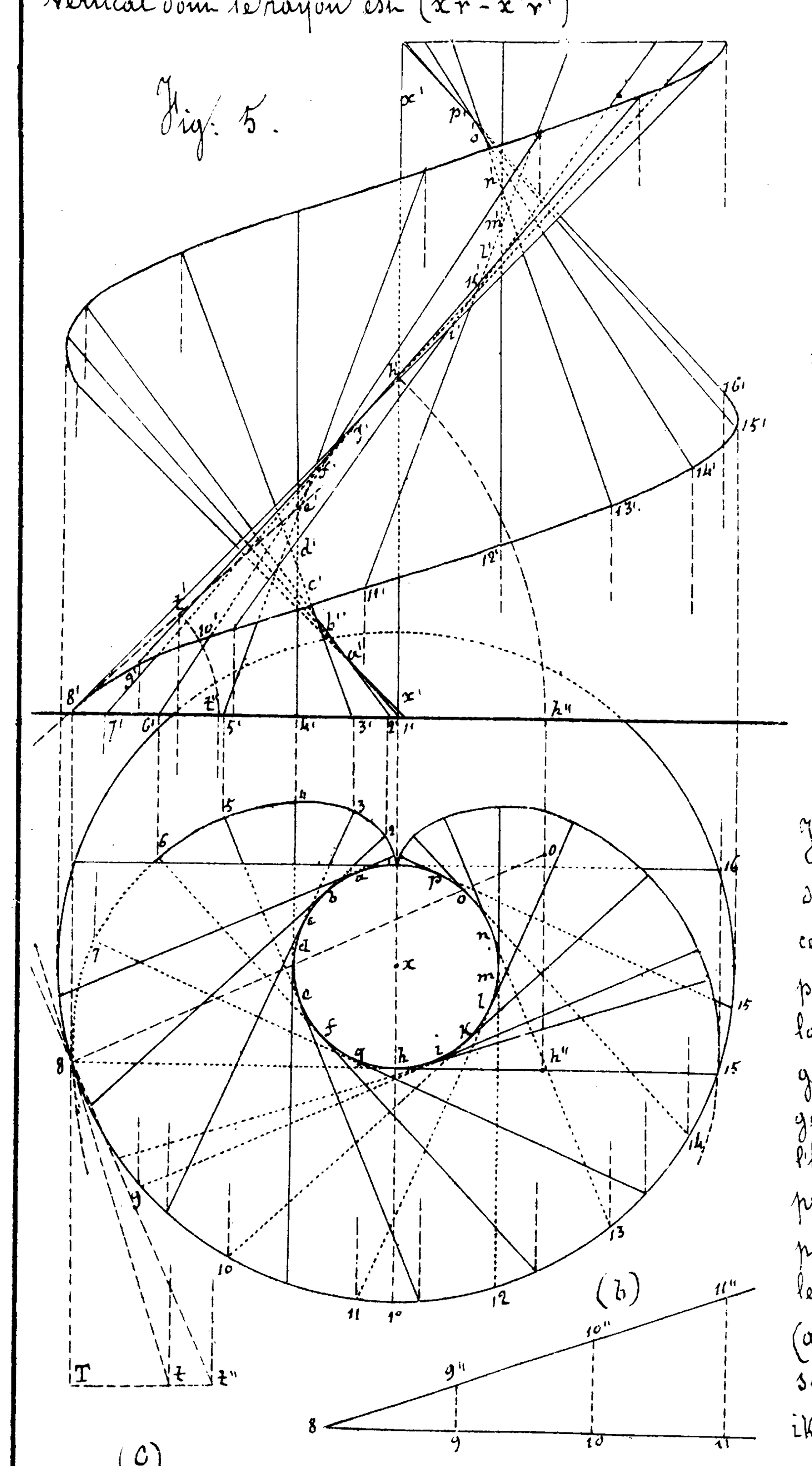
(mêmes désignations pour les fig. 9 et 10)

Surface enveloppe de la fig. 11 dans une position quelconque.



Portion d'un héliçoïde développable limité par deux plans horizontaux et par le cylindre vertical dont le rayon est (xr – x'r')

Fig. 5.



Portion du développement d'une nappe de l'héliçoïde.

Fig. 6.

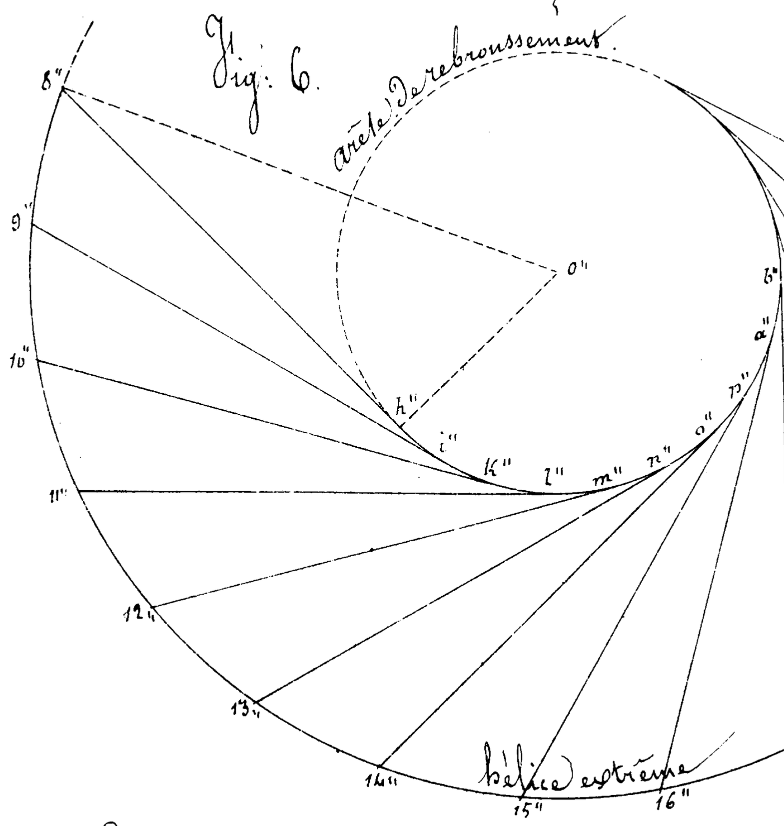
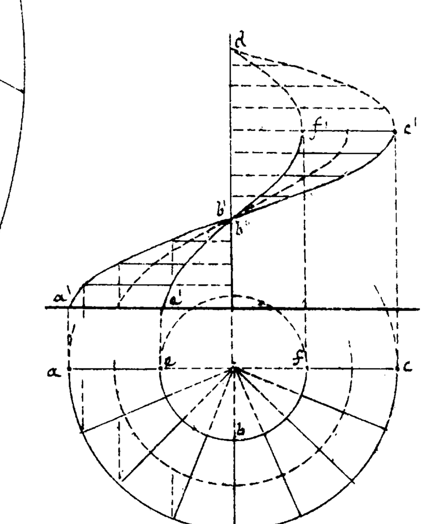


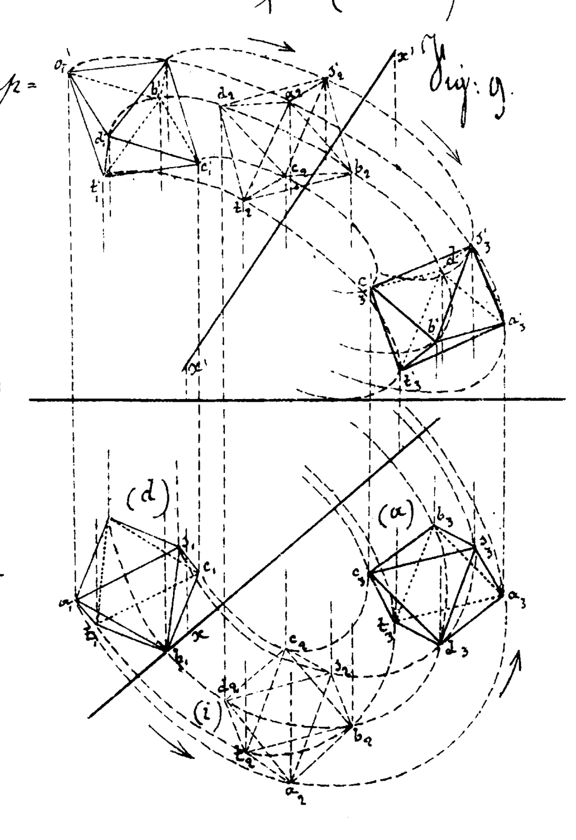
Fig. 7. Développement approximatif d'une bande héliçoïdale.



(abcfbe – a'b'c'f'b'e') est la bande (1/2 sphère)

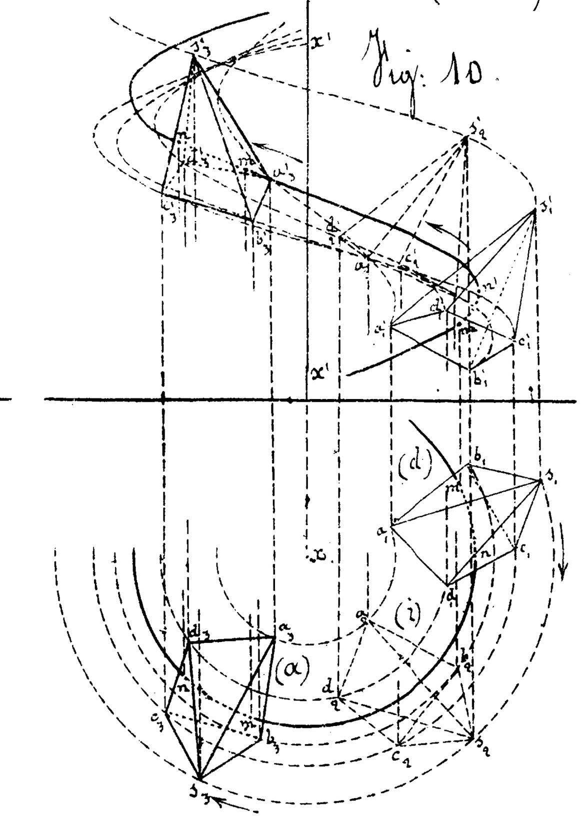
Corps qui se meut circulairement autour d'une droite fixe (xx – x'x')

Fig. 9.



Corps qui se meut en hélice autour d'une droite (x – x'x')

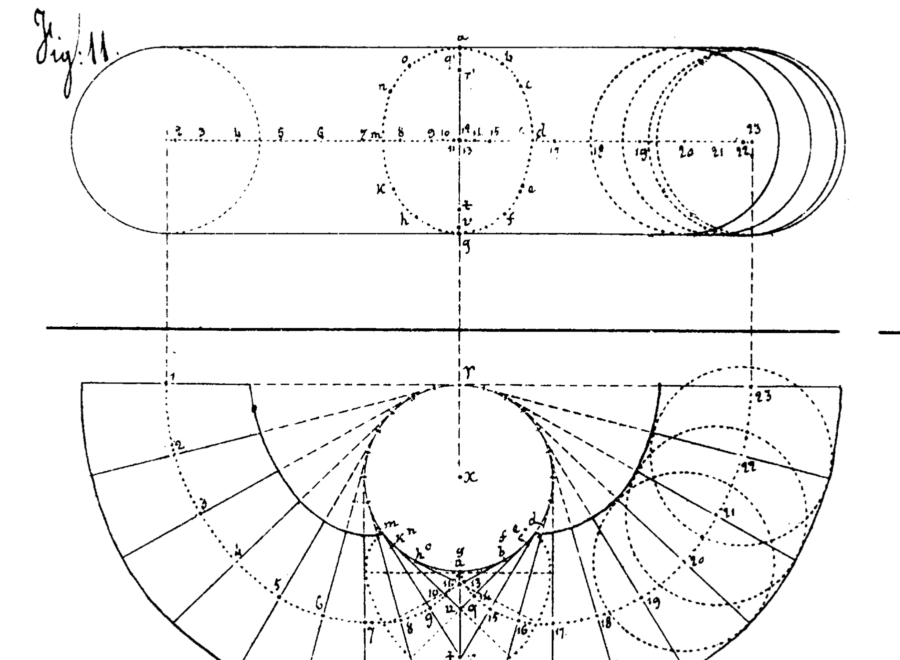
Fig. 10.



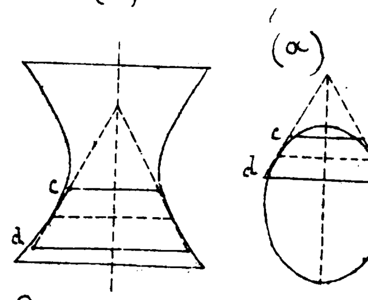
Surface enveloppe,

Lieu de toutes les positions d'une sphère mobile suivant une certaine loi.

Fig. 11



Le centre de la sphère mobile parcourt la courbe (1234....11,12,13,14 – 1'2'3'....) qui a un rebroussement au point 12 (développante du cercle dont le rayon est (xr)



(c)

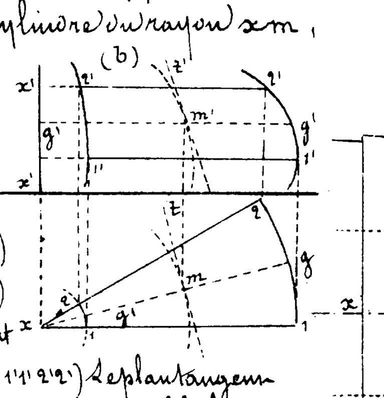
(a)

Développement approximatif d'une zône ellipsoïdale ou d'une zône hyperboloïdale de révolution.

L'une ou l'autre de ces zônes (c d) peut être traitée comme une zône sphérique et développée approximativement. On peut aussi imaginer des fuseaux sur ces surfaces et les traiter comme des fuseaux sphériques.....

Fig. 5. Le développement de l'héliçoïde se fait par nappe et en deux parties – 1°. On développe l'hélice de rebroussement et l'hélice extrême sur le plan tangent qu'on prend pour plan de développement – 2°. On développe les petits élémens plans qui composent la surface, en les faisant tourner convenablement autour des génératrices – En relief, ces élémens sont compris entre deux génér^ces limitées par l'hélice extrême, et par un petit arc de l'hélice de rebroussement, lequel n'est en définitive que le prolongement de l'une d'elles. Ces élémens étant enlevés et posés sur un plan et suivant l'ordre qu'ils ont sur la surface, leur ensemble peut être représenté par le système de droites (a) dans lequel les angles 8i9, 9k10, 10l12.... sont égaux. Quant à la partie polygonale iklm.... les petits cotés ik, kl, lm ..... sont égaux; de sorte que leur ensemble forme un polygone régulier dont la limite de décroissement est un cercle – Même conclusion à tirer pour toute hélice tracée sur la surface héliçoïdale – Tous ces développemens ont un centre commun – Il ne faut plus que trouver le centre et le rayon du cercle qui est le développement d'une hélice donnée – Soit pris pour plan de développement (fig. 5 et 6) le plan tangent que déterminent la tangente (8t-8't') au point (8-8') de l'hélice extrême, et la tangente (8h-8'h') au point (h-h') de l'hélice de rebroussement. Le centre cherché est dans le plan (t8h – t'8'h') et il se trouve à la fois sur la perpendiculaire élevée à la tangente 8t au point 8, et sur la perpendiculaire à la tangente 8h au point h – Par le rabattement de ce plan autour de sa trace 8T (fig. 5), le point (h-h') vient en h'' et la perpendiculaire h''o à 8h'' est l'une des perpendiculaires rabattues – La tangente (8t-8't') vient en 8t'' et sa perpendiculaire en 8o (perp^re à 8t'') – Donc le point de rencontre o des deux droites h''o et 8o donne oh'' pour le rayon du cercle, développement de l'arête de rebroussement; et o8'' pour celui du développement de l'hélice extrême..... – Fig. 6. Les arcs 8''9'', 9''10'', 10''11''.... sont égaux à la véritable grandeur des arcs (89-8'9') (9.10-9'10').... de l'hélice limite, arcs que donne la fig. b qui représente le développement auxiliaire de cette hélice sur un plan tangent au cylindre qui lui sert de noyau.... Rien ne serait plus facile que de construire sur le développement de l'une des nappes, la transformée de la trace de la surface qui lui appartient ..... – Les développemens des deux nappes étant construits, on aurait le relief de la surface donnée en donnant à une feuille de carton la forme de ces développemens, et en enroulant ces feuilles sur un cylindre du rayon xm, de manière que......

Développement approximatif d'un élément gauche, de l'élément compris entre les deux arcs d'hélice (12 – 1'2') et les génératrices (11-1'1') (2.2-2'2') – Soit (gg-g'g') la génératrice moyenne, et (xm-x'm') le rayon de l'hélice moyenne – On peut substituer à l'élément gauche (1.1.2.2 – 1'1'2'2') le plan tangent (tmg-t'..) au point (m-m')..... – On peut aussi prendre l'hélice moyenne pour l'arête de rebrouss^t. d'un hélic^de dévelop^ble dont les 2 nappes se rapprocheraient beaucoup de l'élément gauche donné.... – Fig. 7 – Si au lieu d'un seul élément gauche on avait une bande héliçoï^ale, la question serait traitée d'une manière analogue........ –



(b)

Fig. 12, 13, 14, 15, Changemens de position successifs d'un corps.

Position première. Système des tourillons et des anses d'un canon.

Fig. 12.

Position seconde.

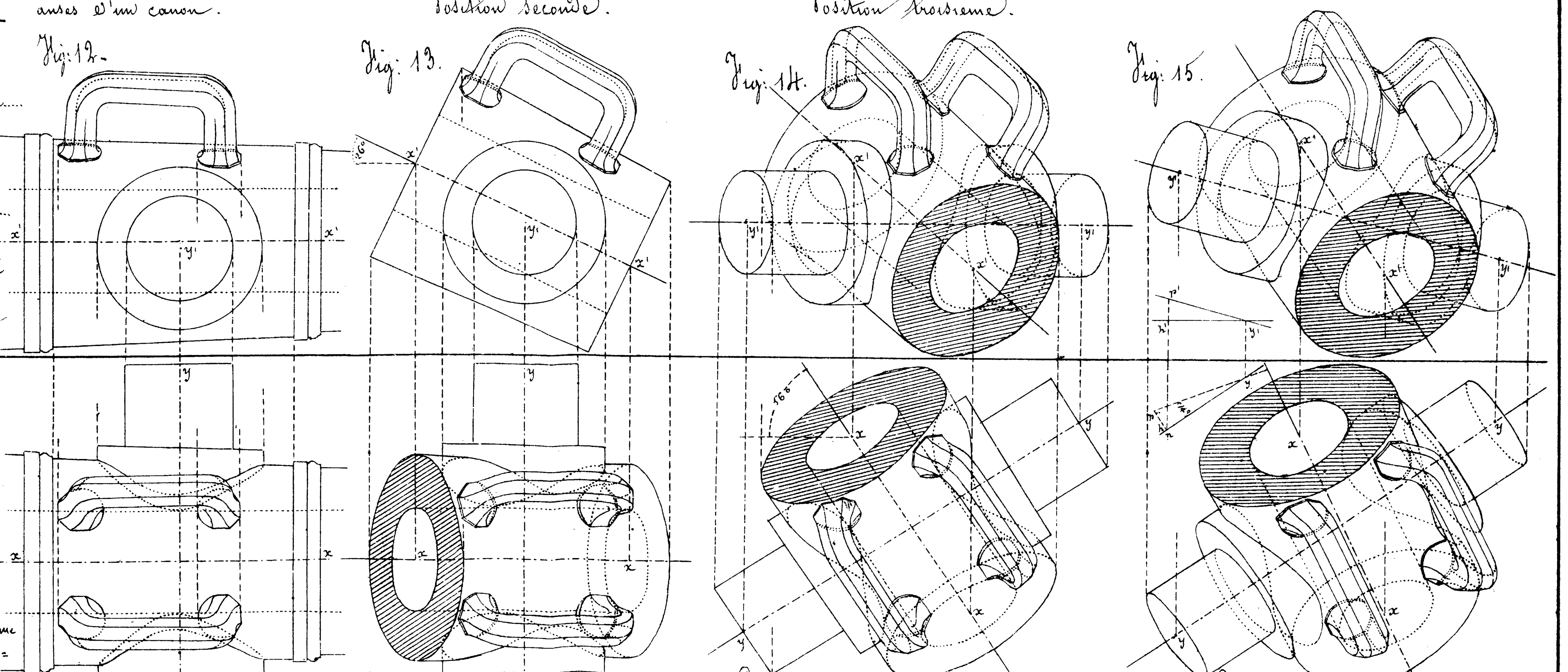
Fig. 13.

Position troisième.

Fig. 14.

Position 4^me et dernière.

Fig. 15.



(xx-x'x') axe du canon. il est par.^le aux 2 plans de projection.

(yy-y'y') axe des tourillons; il est perp^re au plan vertical

L'axe (xx-x'x') s'est élevé vertic^t. sous un angle de 26°.

Le mouvement s'est fait sur l'axe (yy-y'y')

L'axe (xx-x'x') a décrit horizontalement un arc de 56° – Le corps du canon et les anses sont alors dans une position quelconque, Mais l'axe des tourillons est resté horizontal.

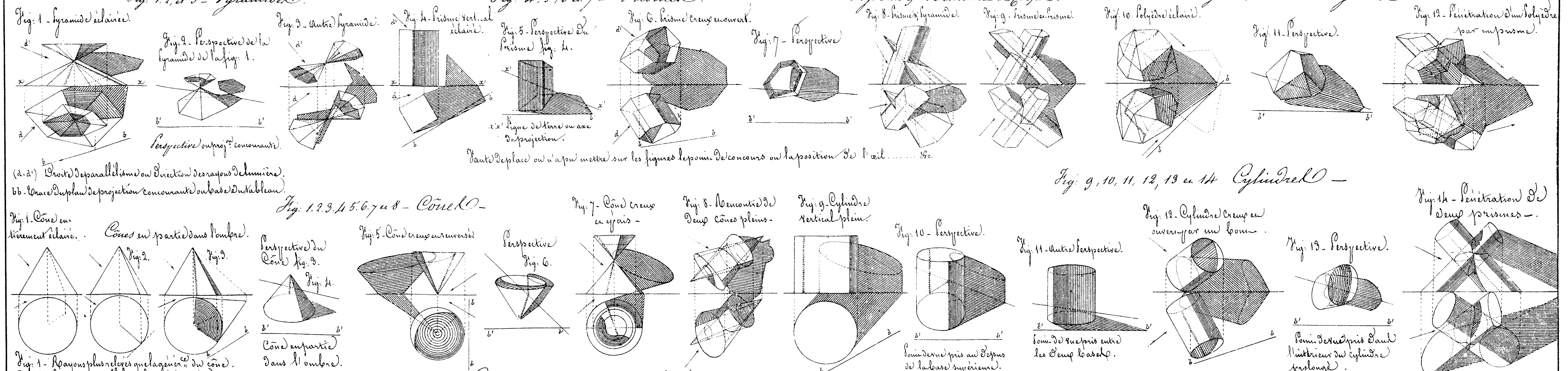
L'axe (yy-y'y') s'est élevé verticalement sous un angle de 14° – Tout le système de la fig. 12 se trouve alors dans une position quelconque.

Lith. de Nouvian, Metz.

Un Corps étant donné par ses deux projections rectangulaires (A) et (B)

(A) Le projeter parallèlement à une droite donnée sur les plans de projection ou sur un plan quelconque; (question fondamentale sur laquelle repose la détermination des ombres –) (Voyez le texte.)

(B) Trouver sa projection concourante sur les plans de projection ou sur un plan quelconque. (Question fondamentale sur laquelle repose le tracé de la perspective d'un Corps –) (Voyez le texte)



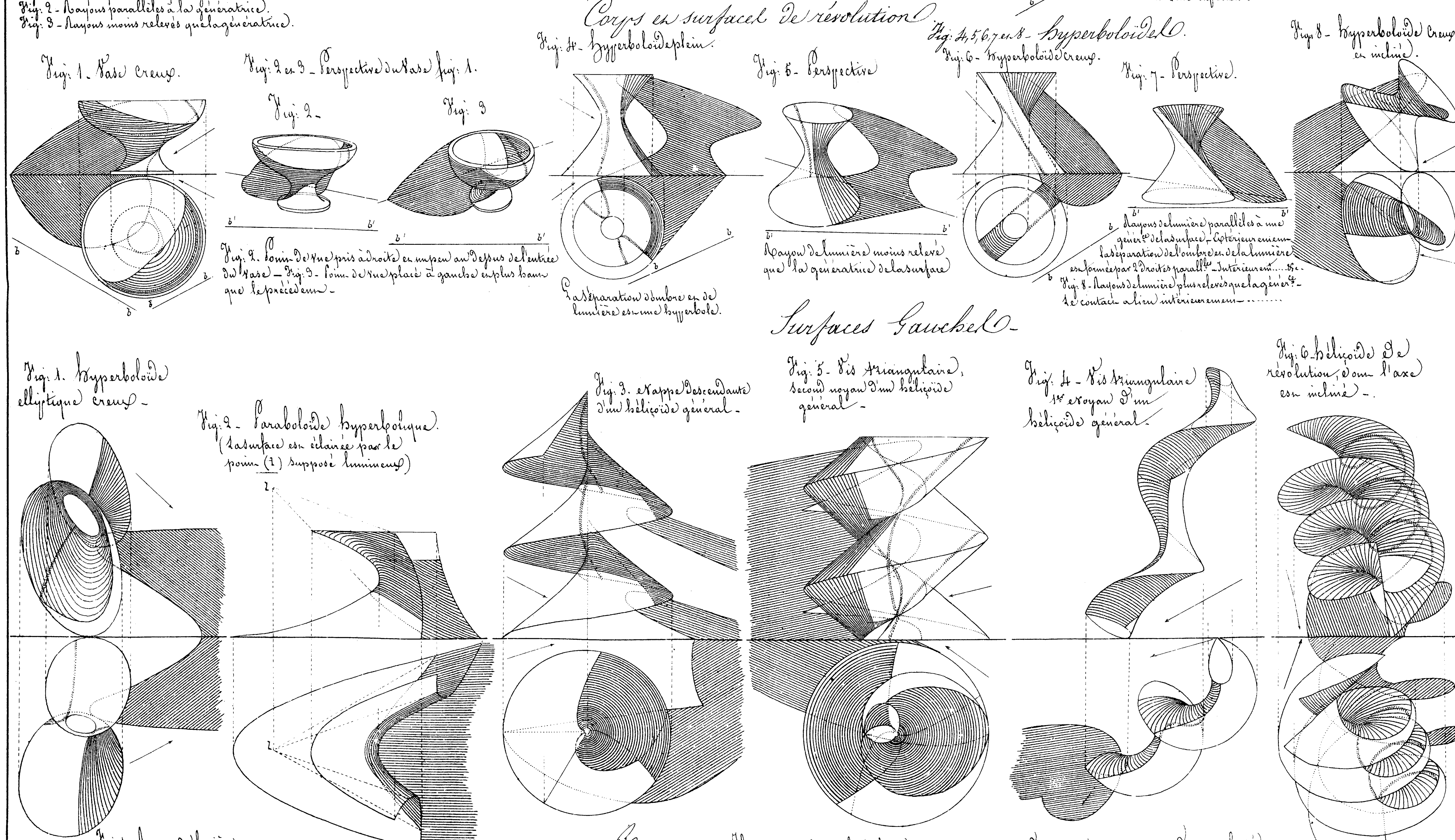
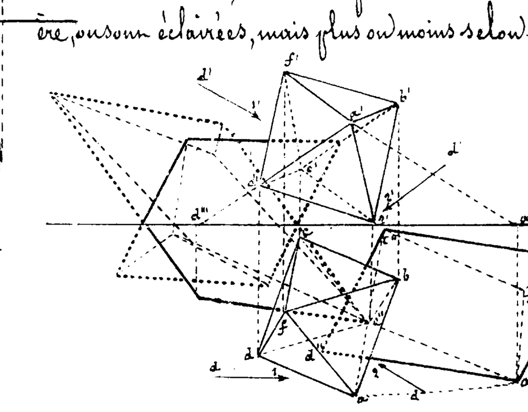


Fig: 1. Rayons de lumière parallèles et donnant une hyperbole pour ligne de séparation d'ombre et de lumière

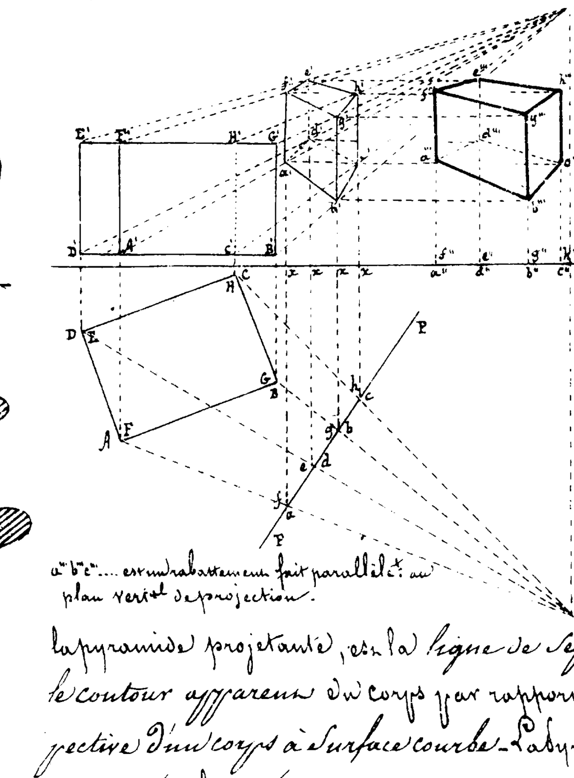
Fig: 2. La ligne de séparation d'ombre et de lumière, est la courbe de contact d'un cône ... &c.

Remarque – Il est presque inutile de faire remarquer que ces dessins qu'on peut agrandir à volonté sont autant de sujets d'exercices au crayon, au pinceau ou à la plume – On a dû mettre de côté tout ce qui regarde les points brillants et l'effet des demi-teintes sur la surface des corps. .... &c.

Projection oblique d'un polyèdre. – La question consiste à mener par les sommets du polyèdre des parallèles à la droite de parallélisme, à construire les points de rencontre de ces droites avec le plan donné, et à joindre ces points deux à deux, comme les sommets correspondants sont joints entre eux – Si la droite de parall.sme représente la direction d'un système de rayons de lumière paral.les, le contour de la projection oblique sur le plan donné est le contour de l'ombre portée par le corps; contour qui est la trace du prisme d'ombre sur le plan donné – L'ensemble des arêtes du polyèdre sur lesquelles s'appuient les faces du prisme d'ombre, détermine la ligne de séparation d'ombre et de lumière sur la surface du corps. En effet, d'un côté de cette ligne polygonale, plane ou non plane, les faces sont dans l'ombre, c'est-à-dire privées de lumière; tandis que de l'autre côté, les faces reçoivent des rayons de lumière, ou sont éclairées, mais plus ou moins selon leur direction. – Exemples: 1.° (d1 - d'1') droites de parallélisme – a"b"c"d"e"f", est la proj.on oblique de l'octaèdre donné sur le plan horiz.al Le parallélogramme a'b"c"d" est le contour de l'ombre portée – abcd est la ligne de séparation d'ombre et de lumière. – 2.° (d2 - d'2') autre droite de parallélisme – L'ombre portée est en partie sur le plan horiz.al et en partie sur le plan vert.al – Pour éviter la confusion, on n'a pas tracé les prismes d'ombre. – Certaines parties d'un corps peuvent porter ombre sur d'autres parties de ce corps, ainsi une nappe d'une pyramide peut intercepter des rayons de lumière qui tomberaient sur l'autre nappe..... Un polyèdre peut aussi porter ombre sur un autre polyèdre..... Tout consiste à trouver l'intersection du prisme d'ombre avec le polyèdre qui reçoit l'ombre.



Projection oblique d'un corps à surface courbe – Le prisme projetant devient alors un cylindre projetant qu'on peut construire, car on sait mener à une surface une suite de plans tangents parallèles à une droite donnée – La rencontre de ce cylindre considéré comme cylindre d'ombre, avec le plan donné, est le contour de l'ombre portée par le corps sur ce plan; et sa courbe de contact est la ligne de séparation d'ombre et de lumière – Les courbes d'intersection du cylindre d'ombre avec la surface du corps forment le contour des ombres portées par certaines parties du corps sur d'autres. – Ce corps peut aussi porter ombre sur d'autres corps à surface courbe .... Tout consiste à construire l'intersection du prisme d'ombre avec une autre surface.



Projection concourante d'un polyèdre. – Le plan vert.al PP est le nouveau plan de projection; (o-o') points de concours – a'b'c'd'-e'f'g'h' est la nouvelle projection du parallélipipède rectangle donné – a"b"c"d"e"f"g"h" est cette projection dans sa vraie grandeur; les distances a"d", d"b", b"c" .... sont respectiv.t égales à ad, db, bc ....., et les perpendiculaires a"a", d'd", b"b".... sont égales aux projetantes xa', xd', xb'..... Elles pourraient leur être seulement proportionnelles (1/2, 1/3, 1/4.) – Cette dernière figure est la perspective du corps donné; PP est le plan du tableau ou le tableau, et sa trace est la base du tableau; le plan (o-o') est la position de l'œil ou le point de vue; le polygone plan ou non plan (ABCHEF-A'....) sur lequel s'appuie la pyramide projetante, est la ligne de séparation des parties vues et des parties cachées; ou le contour apparent du corps par rapport au point de vue (o-o') ...... Proj.on concourante ou Perspective d'un corps à surface courbe – La pyramide projetante devient un cône projetant dont la courbe de contact est le contour apparent ...... –

On sait que le tracé de la perspective des corps peut se traiter directement –

Table des Matières.