MÉMOIRE

SUR LES BAROMÈTRES.

THÈSE

SOUTENUE DEVANT LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'ACADÉMIE DE PARIS,

Le juillet 1840.

PAR ATHANASE DUPRÉ,

PROFESSEUR DE SCIENCES PHYSIQUES AU COLLÉGE ROYAL DE RENNES.

PARIS.

IMPRIMERIE DE FAIN ET THUNOT,

RUE RACINE, N° 28.

1840.

SUR LES BAROMÈTRES.

PROPOSITIONS.

1. Description des principaux baromètres. Manière de s'en servir.
2. Discussion des avantages et des inconvénients particuliers à chacun d'eux.
3. Causes d'erreur. Moyens employés pour les corriger ou les atténuer.
4. Discussion des observations barométriques faites dans les diverses parties du globe.
5. Mesure des hauteurs par le baromètre. Démonstrations diverses de la formule, et notamment démonstration nouvelle de M. Cauchy.
6. Causes d'erreur. Degré d'approximation.

NOUVEAUX BAROMÈTRES.

Plusieurs tentatives ont été faites pour donner aux baromètres une sensibilité plus grande; mais, jusqu'à présent, les instruments proposés n'ont pu être adoptés, parce qu'ils présentaient des inconvénients graves qui ôtaient toute confiance dans les résultats obtenus par leur moyen. Malgré cela, la description de ces appareils mérite d'être conservée; les inventions imparfaites peuvent être perfectionnées plus tard par des personnes qui n'auraient rien produit sans les ébauches qui leur étaient offertes. Cédant à cette pensée, je vais décrire ici un baromètre que j'ai imaginé à une époque où j'ignorais les tentatives déjà faites; sa sensibilité serait arbitraire sans l'emploi nécessaire de tubes de très-petits diamètres. J'essaierai ensuite de faire voir qu'en appliquant au baromètre de Descartes une modification que je propose et les accessoires du mien, on pourrait construire des instruments capables de rendre des services.

Nouveau baromètre.

DESCRIPTION. a, b, c, d, *fig.* 1re, est un tube à trois branches verticales, fermé en e, vide de e en a, contenant du mercure de a en b, un autre liquide de b en c et du mercure de c, où le diamètre du tube est assez petit pour que ce liquide reste suspendu jusqu'en d. L'extrémité d est ouverte et plongée dans une cuvette aussi remplie de mercure.

La pression atmosphérique H est en équilibre avec les pressions exercées par les colonnes de mercure ab et cd, diminuées de la pression exercée par la colonne de liquide bc, dont D représentera le poids spécifique par rapport au mercure.

En désignant par :

h, la différence de niveau ab,

h', la différence de niveau bc,

h'', la différence de niveau cd,

s, la section en a et dans les environs de ce point,

s', la section en b et dans les environs,

s'', la section en c et dans les environs,

s''', la section de la cuvette supposée cylindrique, déduction faite de l'espace occupé par le tube,

On aura donc :

$$H = h + h'' - h'D, \qquad (1)$$

et, en nommant Δ la variation de la pression atmosphérique, δ, δ', δ'' δ''', les variations de niveau des surfaces a, b, c, d :

$$\Delta = \delta + \delta' - \delta'' + \delta''' - D(\delta' - \delta'') \qquad (2).$$

D'ailleurs, les volumes engendrés par ces surfaces sont évidemment égaux, puisque les liquides sont sensiblement incompressibles dans ces circonstances; et il en résulte :

$$s\delta = s'\delta' = s''\delta'' = s'''\delta''' \qquad (3),$$

ce qui permet d'obtenir Δ en fonction de δ seulement :

$$\Delta = \delta\left(1 + \frac{s}{s'} - \frac{s}{s''} + \frac{s}{s'''} + D\frac{s}{s''} - D\frac{s}{s'}\right) \qquad (4).$$

Le coefficient de δ peut se mettre sous la forme :

$$1 + \frac{s}{s'''} - \left(\frac{s}{s''} - \frac{s}{s'}\right)(1 - D);$$

pour que l'instrument soit plus sensible que le baromètre ordinaire, il faut que ce coefficient soit < 1, et par conséquent que le dernier terme soit négatif, ce qui exige, puisque 1 est $> D$, qu'on ait :

$$s'' < s',$$

d'où il suit, d'après les équations (3), que δ'' est plus grand que δ'; ainsi, il y aurait plus d'avantage à observer les variations en c que en b. En a, les variations seraient les mêmes qu'en c, pour le cas où $\delta = \delta''$ et, par conséquent, $s = s''$; le coefficient de δ se réduirait alors à :

$$D + \frac{s}{s'''} + \frac{s}{s'}(1 - D),$$

quantité toujours plus grande que D qui en est la limite, quand on fait croître s' et s''. Si l'on veut une sensibilité plus grande, la section s'' doit être plus petite que s, et les variations sont plus grandes en c qu'en a ; ce n'est que pour le cas où les variations seraient encore moindres que pour $s=s''$ que la surface a serait le plus à observer. En effet, reprenons la valeur du coefficient de δ dans l'équation (4), et mettons $\frac{s}{s'}$ en facteur commun, il vient :

$$1+\frac{(1-D)s}{s'}+\frac{s}{s'''}-\frac{s}{s''}(1-D),$$

expression où tout est positif excepté le dernier terme ; c'est en le rendant plus grand qu'il ne l'est quand $s=s''$, qu'il détruira en plus grande partie les termes positifs ; il faut donc prendre $s''<s$ pour que la sensibilité soit augmentée, et par suite δ'' sera plus grand que δ.

La sensibilité peut croître sans limite et même devenir infinie, car le coefficient de δ devient nul pour :

$$s''=\frac{ss's'''(1-D)}{ss'+s's'''+ss'''(1-D)},$$

valeur toujours réelle, finie et positive.

La cause de la grande sensibilité de cet instrument est facile à saisir : la pression atmosphérique est en équilibre avec deux colonnes de mercure qui varient en sens contraire ; quand l'une s'allonge, l'autre diminue, de sorte qu'on peut rendre aisément la compensation presque parfaite.

Il serait facile de dépasser même une compensation complète et d'obtenir un baromètre qui, en a, éprouverait des variations opposées à celles des baromètres ordinaires, monterait quand ils descendraient et réciproquement ; il n'offrirait, au reste, aucune utilité. Dans ce cas, le coefficient de δ serait négatif; c'est cette condition qui guiderait dans le choix des sections si on voulait construire, comme objet de curiosité, un instrument présentant cette singularité.

L'équation (4) fait voir que Δ est proportionnel à δ et par conséquent (3) à δ' et δ''; ainsi, les points de division de ce nouvel instrument devraient

2

être équidistants. On pourrait en déterminer deux très-éloignés par comparaison avec un baromètre ordinaire, les autres seraient donnés ensuite par les moyens de division connus. En suivant ce procédé, la mesure des pressions ne serait pas obtenue avec plus d'exactitude qu'avec les autres instruments; mais les variations pourraient être déterminées avec bien plus d'approximation, ce qui est le plus important dans certains cas.

D'ailleurs, je pense qu'il serait possible de déterminer la pression $0^m,76$ avec bien plus d'exactitude qu'on ne le ferait en se bornant à consulter un baromètre ordinaire, et on verra plus loin que pour régler les instruments dont il s'agit, même quand ils contiennent plusieurs liquides, il suffit de marquer le point correspondant à une seule pression connue.

On ne se procurerait sans doute pas aisément des tubes parfaitement calibrés; et, quand même on y parviendrait, la course étant ainsi beaucoup accrue, un baromètre capable d'indiquer les variations extrêmes dans nos pays, serait très-embarrassant par sa longueur. On remédierait à cet inconvénient en adoptant la modification suivante :

Fig. 2. La cuvette d est profonde et mastiquée dans une pièce métallique mobile seulement dans le sens vertical. Une vis micrométrique également verticale est placée dessous et sert à la faire monter ou descendre. En prenant des tubes dont les sections soient convenables, il serait facile d'avoir un instrument aussi sensible qu'on voudrait; par exemple, 100 fois plus sensible que le baromètre ordinaire; un voyant étant placé en a ou mieux en c, on pourrait amener la surface du mercure au point d'affleurement, au moment de chaque observation, à moins de $0^{mm},1$, le mouvement imprimé à la cuvette pour atteindre ce but serait exact à moins de $0^{mm},001$. La mesure de son élévation ou de son abaissement, c'est-à-dire des variations barométriques, serait donnée par un cadran que porterait la vis. Pour transporter l'appareil, on ferait marcher la cuvette de manière à remplir totalement la chambre barométrique qui pourrait être peu étendue.

Le tube df, en s'enfonçant dans la cuvette, occasionnerait des variations de niveau dont il faudrait évidemment tenir compte. L'emploi d'une cuvette d'un grand diamètre à son orifice les rendrait déjà très-faibles ; mais on devrait en outre les calculer avec une exactitude qui serait bien suffisante en déterminant, même grossièrement, le rapport des sections extérieures du tube et intérieures de la cuvette.

Ainsi construit, l'instrument n'aurait pas en longueur plus de $0^m,5$; on le ferait plus court si cela était utile : il suffirait pour cela de faire le tube à plus de trois branches, comme l'indique la figure troisième *ab*, *cd*, *ef*, *gh* représentent des espaces pleins de mercure ; *bc*, *de*, *fg* des espaces pleins du second liquide. Les branches pourraient être disposées en faisceau, et l'instrument, à cause du peu de place qu'il occuperait, serait plus aisément ramené à 0° quand on voudrait s'en servir pour des expériences délicates.

La température, quand elle ne serait pas 0°, comme je l'ai supposé jusqu'à présent, influerait sur les indications de ces baromètres. Voici le remède qui me semble le meilleur et le plus simple : l'aiguille de la vis micrométrique, indiquant une pression de $0^m,76$, qu'on maintiendrait constante, on ferait passer l'instrument par tous les degrés de température auxquels il pourrait se trouver exposé plus tard, et, à chaque degré, on marquerait la position du voyant qui pourrait être mu aussi au moyen d'une vis portant un cadran sur lequel on inscrirait les températures aux points correspondants à chacune d'elles. Le cadran tournerait auprès d'une lame fixe comme celui de la vis destinée à faire mouvoir la cuvette. Dans la suite, il suffirait de donner au voyant la position convenable pour être dispensé de toutes corrections relatives à la température, si ce n'est toutefois de celles relatives aux variations comptées à partir de $0^m,76$ qui, comme on le sait, n'offrent aucune difficulté et sont très-faibles.

Supposons maintenant que l'espace *bc*, fig. 2, soit occupé par de l'air ayant pour volume v quand la pression en d est $0^m,76$ et la température 0°. On aura dans ce cas :

$$\Delta = \delta + \delta' - \delta'' + \delta''',$$

en négligeant les variations de pression de la colonne d'air *ab*.

Et aussi :

$$s\,\delta = s'\delta'$$
$$s''\delta'' = s'\,\delta'''$$

par les mêmes raisons que précédemment.

D'ailleurs, l'air ayant d'abord pour volume V, en prendra un égal à $V+s'\delta'-s''\delta''$ et, les pressions correspondantes étant h et $h+\delta+\delta'$, la loi de Mariotte conduit à l'équation :

$$s''\delta''(h+\delta+\delta')=V(\delta+\delta')+s'\delta'(h+\delta+\delta')$$

qui, conjointement avec les deux précédentes, peut servir à faire disparaître de l'expression de Δ trois des quantités $\delta, \delta', \delta'', \delta'''$. C'est ainsi qu'on arrive à :

$$\Delta=\delta\left[1+\frac{s}{s'}+\frac{V\left(1+\frac{s}{s'}\right)+S\left(h+\delta+\frac{s}{s'}\delta\right)}{s''\left(h+\delta+\frac{s}{s'}\delta\right)}\left(\frac{s''}{s'''}-1\right)\right],$$

équation qui donne :

$$\frac{\delta}{\Delta}=\frac{s''\left[h+\delta\left(1+\frac{s}{s'}\right)\right]}{s''h\left(1+\frac{s}{s'}\right)+\left[sh+V\left(1+\frac{s}{s'}\right)\right]\left(\frac{s''}{s'''}-1\right)+\delta\left[\left(\frac{s''}{s'''}-1\right)ss+{}''\left(1+\frac{s}{s'}\right)\right]\left(1+\frac{s}{s'}\right)}.$$

Cette valeur du rapport des variations, ou en d'autres termes, la sensibilité de l'instrument est, comme on voit, variable avec δ, si ce n'est dans le cas où $s''=s'''$ dans lequel elle est constante, mais inférieure à l'unité; la valeur qu'elle prend alors est d'ailleurs facile à trouver directement. Quand s'' diffère de s''' la dérivée de $\frac{\delta}{\Delta}$ prise par rapport à δ ne peut devenir nulle, la sensibilité n'a donc pas de valeur maximum ou minimum.

En rendant la cuvette mobile et prenant pour point d'affleurement le point où se trouve la surface a pour $\delta=0$, la sensibilité a pour valeur ce que devient son expression générale quand on y fait $\delta=0$; c'est-à-dire :

$$\frac{h}{h\left(1+\frac{s}{s'}\right)-\left(\frac{1}{s''}-\frac{1}{s'''}\right)\left[sh+V\left(1+\frac{s}{s'}\right)\right]}$$

quantité qu'on peut rendre infinie par un choix convenable des sections; par exemple en choisissant s'' et s''' de manière à ce qu'on ait :

$$\frac{1}{s''}-\frac{1}{s'''}=\frac{h\left(1+\frac{s}{s'}\right)}{Sh+V\left(1+\frac{s}{s'}\right)}.$$

ce qui est toujours possible quand s et s' ne sont pas choisis d'abord de manière à donner de trop grandes valeurs pour s'', cas dans lequel la suspension du mercure n'aurait plus lieu. Ici, comme dans le cas où l'espace bc est rempli d'un liquide autre que le mercure, la sensibilité est donc arbitraire.

Baromètres perfectionnés.

L'emploi de tubes de très-petits diamètres étant, dans le baromètre dont il vient d'être question, indispensable pour rendre possible la suspension du mercure en a, fig. 1re, le frottement empêcherait le mouvement jusqu'à ce que les variations survenues dans la pression atmosphérique soient devenues capables de le surmonter, et alors le mercure s'avancerait tout à coup d'une grande quantité. Ce baromètre, dont je ne propose pas l'usage, présente plusieurs perfectionnements qu'il me semble facile d'appliquer à d'autres instruments dans lesquels cette cause d'erreur n'existe pas ; c'est de ce sujet que je vais maintenant m'occuper.

Baromètre à cuvette.

Pour mesurer dans cet appareil, avec plus de précision, les variations de hauteur de la colonne, on pourrait employer une cuvette mue par une vis micrométrique, comme je l'ai indiqué précédemment. Au sommet du tube, dans la chambre barométrique, se trouverait soudée une aiguille verticale en verre opaque. En y mettant le soin convenable, et en se servant d'un tube d'assez grand diamètre, on réussirait sans doute à faire bouillir le métal sans que la présence de l'aiguille occasionne la rupture du verre. Au moment de chaque observation, il s'agirait donc de faire mouvoir la cuvette jusqu'à ce qu'il y ait coïncidence entre la pointe de l'aiguille et la surface du mercure. Une loupe fixée à l'instrument servirait à mieux apprécier cette coïncidence, dont la perfection limiterait seule l'exactitude qu'il serait possible d'atteindre ; car le mouvement de la cuvette serait facile à mesurer avec autant d'exactitude qu'on voudrait.

Baromètre de Descartes.

Le baromètre de Descartes peut devenir par la même modification d'un usage commode. La figure quatrième le représente : la cuvette *a* contient du mercure ainsi que le tube jusqu'en *c* où se trouve un renflement, l'espace de *c* en *d* est occupé par un autre liquide. On sait que la sensibilité, pourvu que le rapport des diamètres en *c* et *d* soit suffisamment grand, peut approcher autant qu'on veut du rapport des densités du mercure et du second liquide, de telle sorte qu'avec de l'essence de térébenthine que je prendrai pour exemple, les variations peuvent être environ quinze fois plus grandes que celles du baromètre ordinaire. Cet appareil, sans la modification que je propose, est d'un usage incommode à cause de la grande longueur qu'il faut lui donner quand on veut qu'il puisse indiquer les variations extrêmes dans les pays éloignés de l'équateur, et aussi à cause de la grande quantité de liquide qu'il doit contenir dans le cas où le diamètre en *d* n'est pas capillaire. Une ligne d'affleurement étant tracée en *d* sur le verre, dans l'intérieur du tube ; les mouvements de la cuvette pourraient servir à mesurer les variations avec une très-grande précision et sans que l'instrument ait besoin d'être beaucoup plus long ou plus lourd qu'un baromètre ordinaire, si, à l'aide d'une loupe, on pouvait apprécier la coïncidence à moins de $\frac{1}{100}$ de millimètre, on aurait la valeur exacte des variations, à moins de $\frac{1}{1500}$ de millimètre, du moins quand l'instrument serait à la température 0°. La correction relative aux variations de niveau du mercure dans la cuvette *a* serait d'ailleurs facile à faire avec une exactitude encore beaucoup plus grande, surtout si son diamètre était grand par rapport à celui du tube.

En employant un troisième liquide et donnant à l'appareil la forme que représente la fig. 5, la sensibilité serait encore augmentée et aurait pour limite le rapport de la différence de densité des deux liquides supérieurs contenus de *a* en *b* et de *b* en *c* à celle du mercure. L'instrument que l'on n'emploierait que pour des cas rares, donnerait les variations à moins d'une quantité qu'on pourrait espérer abaisser à $\frac{1}{10000}$ et peut-être $\frac{1}{100000}$ de millimètre. Pour rendre faciles les mouvements des liquides sous d'aussi légères pressions, il faudrait sans doute employer des tubes d'un diamètre un peu grand. La force élastique de la vapeur serait indifférente puisque la température ne varierait pas, et les liquides seraient soustraits à l'action de l'air; mais ils devraient être sans action l'un sur l'autre et sur le mercure.

Pour les cas où une moins grande précision serait suffisante, l'instrument précédent, figure 4, pourrait être employé sans être entouré de glace; un thermomètre fixé à la même monture marquerait la température dont la connaissance servirait à rectifier les indications de l'appareil. Il serait facile de dresser un tableau des corrections correspondantes à chaque température en faisant passer l'instrument par toutes les températures et comparant ses indications avec celles d'un autre instrument entouré de glace; on pourrait aussi déduire de cette série d'expériences les valeurs des tensions maximums de la vapeur du liquide contenu dans la partie supérieure du tube.

Ces corrections seraient composées de deux parties bien distinctes, l'une proportionnelle à la température et l'autre qui ne suivrait pas cette loi. En effet, soient:

H, la pression atmosphérique évaluée en colonne de mercure à 0°,
s la section de la cuvette en a, déduction faite de l'espace occupé par le tube,
s' la section en c de la partie renflée du tube,
s'' la section en d; s''', la section en b,
h, h', h'', h''' les hauteurs dc, ca, ae, ef,
v, D, le volume et la densité à 0° de la térébenthine,
α son coefficient de dilatation,
v' D' α' les quantités analogues pour le mercure,
α'' le coefficient de dilatation en longueur du verre,
α''' celui de la matière dont la monture serait formée,

α^{IV} celui du métal qui aurait servi à faire la vis,

δ, δ' les variations des quantités h, h' en passant à la température t, la pression restant H et l'affleurement étant maintenu par un mouvement convenable de la cuvette.

T_0 T_t les tensions maximums de la vapeur d'essence de térébenthine, ou en général du liquide employé pour les températures o et t.

A la température 0°, l'équilibre suppose :

$$H = h' + h\frac{D}{D'} + T_0 \qquad (1)$$

A la température t, cet état est exprimé par la nouvelle équation :

$$H = \frac{h'+\delta'}{1+\alpha' t} + \frac{D}{D'} \cdot \frac{h+\delta}{1+\alpha t} + T_t \qquad (2)$$

On a aussi l'équation :

$$v t(\alpha - 3\alpha'') = s'\delta(1 - 2\alpha'' t) \qquad (3)$$

qui exprime que l'accroissement de volume apparent de la térébenthine dans le verre, occupe un espace cylindrique ayant pour hauteur δ et pour base la section en c dilatée.

Enfin, z désignant la correction en millimètres dilatés, et par conséquent $z(1 + \alpha^{\text{IV}} t)$ la correction en millimètres non dilatés comptés positivement de haut en bas, on a encore :

$$\delta + \delta' = \left(1 + \frac{s'''}{s}\right)\left[z(1+\alpha^{\text{IV}} t) + (h' + h'' + h''')\,\alpha''' t^{\text{n/1ant}} - h'''\alpha^{\text{IV}} t\right] - \frac{s'''}{s} h'\alpha'' t$$
$$+ h\alpha'' t - \frac{v(\alpha - 3\alpha'')t + v'(\alpha' - 3\alpha'')t}{s(1 + 2\alpha'' t)}. \qquad (4)$$

Cette dernière équation exprime que la somme des variations δ et δ' égale la quantité dont la surface du mercure de la cuvette est descendue par diverses causes, plus l'allongement de la partie cd du tube que je suppose fixé à la monture en c.

Éliminant δ et δ' et tirant la valeur de z, on trouve, en négligeant les termes où les coefficients de dilatation entrent plusieurs fois comme facteurs.

$$z = t\left[\begin{array}{l} h''\alpha + h'''\alpha^{\text{IV}} - (h' + h'' + h''')\alpha''' + \dfrac{s'''h'\alpha'' + v(\alpha - 3\alpha') + v'(\alpha' - 3\alpha'')}{s + s'''} \\ \quad + \dfrac{s}{s + s'''}\left(\dfrac{Dh\alpha}{D'} + h'\alpha' + v.\dfrac{\alpha - 3\alpha''}{s'}.\dfrac{D' - D}{D'}\right) - \dfrac{s + s'''}{h\alpha''s} \\ \quad - [T_t - T_0][1 + (\alpha' - \alpha^{\text{IV}})t]\dfrac{s}{s + s'''}. \end{array}\right] \quad (5)$$

La pression étant $0^m,76$ et la température t, il faut faire tourner la vis de manière à abaisser la cuvette de cette quantité, avant de regarder le mouvement nécessaire pour produire l'affleurement comme indiquant un changement dans la pression atmosphérique. Le second terme de cette valeur de z n'est pas proportionnel à la température, on sait que les accroissements de force élastique des vapeurs avec la température suivent une autre loi.

En comparant les indications d'un de ces baromètres exposé à l'action de l'air avec celles d'un autre entouré de glace fondante, on verrait combien seraient grandes les erreurs qui pourraient résulter d'une détermination imparfaite de la température, qui ne serait peut-être pas la même pour le thermomètre et les diverses parties de l'instrument Quand les circonstances permettraient d'affirmer qu'elle serait uniforme, sachant le degré d'approximation avec lequel le thermomètre donnerait la température, on pourrait, à l'aide de l'équation (5), déterminer une limite de ce genre d'erreurs.

Cette même équation montre aussi comment les tensions maximums pourraient être déduites de la série d'expériences indiquée plus haut.

Applications.

Le baromètre, rendu beaucoup plus sensible, serait pour les nivellements un appareil capable d'abréger le travail ; de nouvelles expériences devraient être faites sur des hauteurs bien connues, pour voir quel degré d'approximation il serait possible d'atteindre, et pour déterminer les circonstances atmosphériques les plus nuisibles à l'exactitude ; c'est ce que l'on pourrait déduire encore d'observations suivies faites dans plusieurs lieux dont les différences de niveau pourraient même n'être pas connues d'avance.

Fermé de toutes parts et entouré de glace, l'appareil représenté par la figure 5[e] pourrait aussi servir mieux que les baromètres ordinaires, pour mesurer la pesanteur. La partie supérieure de la cuvette devrait contenir assez d'air pour que les variations de niveau du mercure dues à la pesanteur n'en changent pas le volume d'une quantité appréciable. En ab on tracerait sur le tube des divisions par comparaison avec un baromètre à cuvette mobile, et avant de fermer la cuvette de l'instrument. Il est facile de calculer d'avance les hauteurs dont il faudrait s'élever pour que le baromètre marche sensiblement : la force élastique de l'air renfermé étant $760^{mm}=\mathrm{H}$, y la variation de la surface b, r le rayon de la terre supposée sphérique et composée de couches homogènes, x la hauteur de l'élévation, on aurait la proportion :

$$\mathrm{H}+y:\mathrm{H}::(r+x)^2:r^2,$$

D'où l'on conclut :

$$y=\frac{\mathrm{H}(x^2+2rx)}{r^2} \qquad (1).$$

et aussi

$$x=r\left(\sqrt{1+\frac{y}{\mathrm{H}}}-1\right)=r\left(\frac{1}{2}\frac{y}{\mathrm{H}}-\frac{1}{8}\frac{y^2}{\mathrm{H}^2}+\ldots\right) \qquad (2).$$

Dans l'équation (1) le terme $\frac{x^2}{r^2}\mathrm{H}$ est complétement négligeable, il serait environ de $\frac{1}{2}$ millionième de millimètre pour une élévation égale à la différence des rayons terrestres à l'équateur et au pôle. En le supprimant, les équations qui donnent x, y, r deviennent :

$$y=\frac{2\mathrm{H}}{r}x \qquad (3).$$

$$x=\frac{ry}{2\mathrm{H}} \qquad (4).$$

$$r=\frac{2\mathrm{H}x}{y} \qquad (5).$$

y et x croissent, comme on voit, proportionnellement; les dérogations à cette loi que l'on observerait sans doute fréquemment dans le cours des expériences donneraient sur la densité des terrains voisins des notions qui ne seraient pas sans intérêt. L'équation (4) fait voir qu'un baromètre sensible au cent-millième de millimètre marcherait d'une quantité appréciable pour une élévation d'un demi-décimètre, r étant le rayon moyen de la terre. Par l'équation (5) on a le rayon terrestre en fonction de x et de y; en observant l'instrument au bas d'une tour de 50 mètres, et à son sommet on aurait H et y, la hauteur de cette tour ayant été déterminée d'avance avec une grande exactitude, on en conclurait la valeur du rayon terrestre en ce lieu; mais il ne faudrait pas perdre de vue l'hypothèse faite plus haut sur la forme et l'homogénéité des couches de la terre. Si H égalait 760$^{\text{mm}}$., en admettant cette hypothèse, l'erreur résultant pour r d'une différence d'un cent-millième de millimètre, pour y serait encore de plus de 5000 millimètre; ce n'est donc là qu'un moyen grossier, du moins dans l'état actuel de la science, car cette erreur n'est pas $\frac{1}{1000}$ du rayon total. Si la hauteur de la tour était double, cette erreur serait environ de moitié moindre.

Le même appareil, toujours entouré de glace fondante ou placé dans un lieu de température invariable et rendu inébranlable, serait sensible à l'attraction lunaire, seule cause de ses variations dans ces circonstances, à moins que la pesanteur ne varie dans le même lieu avec le temps, ce qui est très-peu probable. Dans les quadratures, à l'équateur, les petites marées qu'on observerait dans l'instrument auraient une étendue de 0$^{\text{mm}}$.,1 environ, s'il était mille fois plus sensible que le baromètre à mercure. L'expression algébrique de cette quantité est

$$\frac{m}{M}\cdot\frac{r^2(2rd-r^2)}{d^2(d-r)^2}.760000,$$

en négligeant au dénominateur un terme trop petit pour qu'il y ait lieu à en tenir compte, et désignant par

m, la masse de la lune;

M, celle de la terre;

r, son rayon;

d, la distance de ces deux astres.

Vu et approuvé par le doyen de la Faculté des sciences,

BIOT.

Le 1[er] juillet 1840.

Permis d'imprimer :

L'inspecteur général chargé de l'administration de l'Académie de Paris,

ROUSSELLE.

Le 2 juillet 1840.

PARIS. — IMPRIMERIE DE FAIN ET THUNOT,
RUE RACINE, 28, PRÈS DE L'ODÉON

Fig. 1.

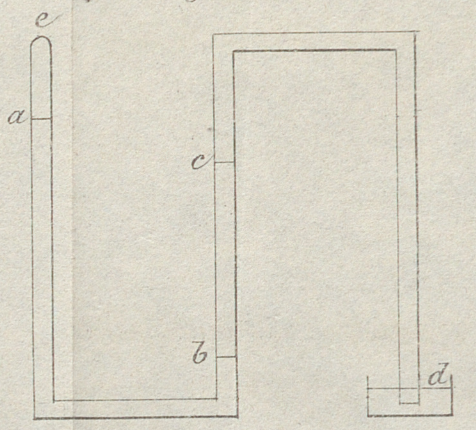


Fig. 2.

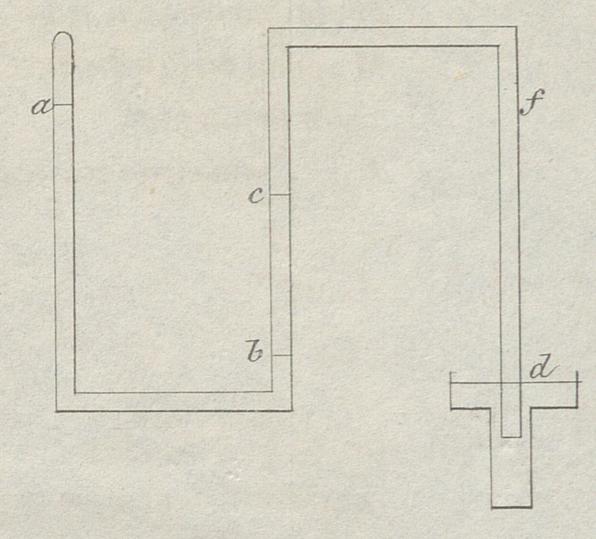
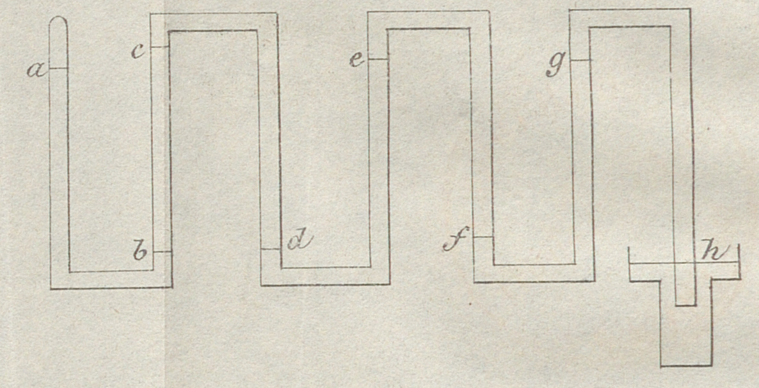


Fig. 3.



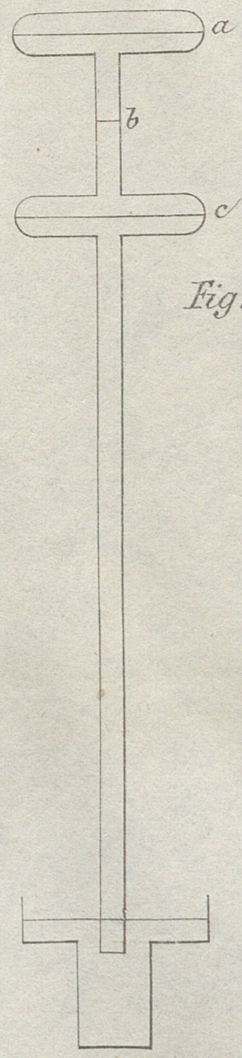


Fig. 5.

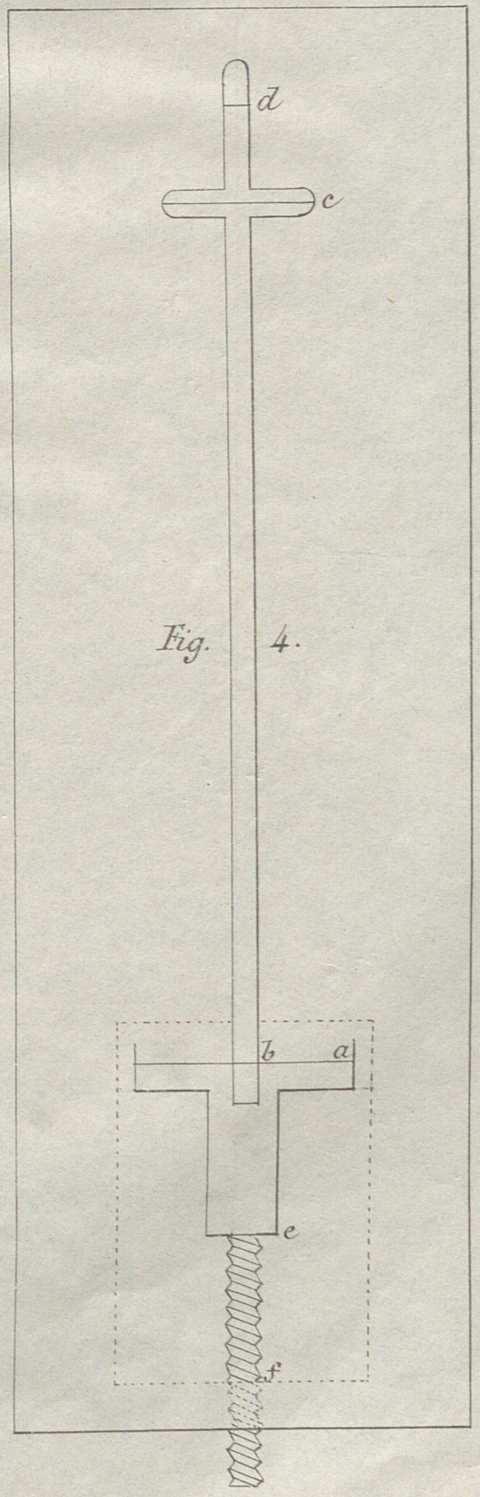


Fig. 4.

Lith. de Mantoux, rue du Paon, N°1.