TRAITÉ
D'OPTIQUE,

PAR M. SMITH,

Professeur d'Astronomie & de Philosophie expérimentale à Cambridje,

TRADUIT DE L'ANGLAIS
ET CONSIDÉRABLEMENT AUGMENTÉ.

Quid tam mirabile, quàm particulam corporis quandam ita fabricatam esse, ut ejus opere animal sentiat procul positorum corporum figuram, positum, motum quemlibet, distantiam; idque etiam cum colorum varietate, quò distinctiùs ea dignosceret? Nihil est in quo manifestiùs Geometriæ Artem Deus exercuerit. Hugenii Cosmotheoros. pag. 40.

A BREST,
Chez ROMAIN MALASSIS, Imprimeur ordinaire du Roi & de la Marine.
Et se trouve A PARIS,
Chez DURAND, Libraire, Rue Saint Jacques, à la Sagesse.

M. DCC. LXVII.
AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROI.

PRÉFACE DU TRADUCTEUR.

L'OPTIQUE, comme la plupart des Sciences Phyſico-Mathématiques, porte entierement ſur des faits. C'eſt à l'obſervation & à l'expérience qu'elle doit ſes principes, & ce n'eſt que par elles qu'elle peut recevoir les nouveaux degrés de perfection dont elle eſt ſuſceptible. Ainſi on ne doit pas être ſurpris qu'elle ait fait ſi peu de progrès chez les Anciens. On ſait qu'ils ne ſentirent point aſſez la néceſſité indiſpenſable d'obſerver de près la nature & de l'interroger ſans ceſſe, pour tacher de découvrir les loix ſelon leſquelles elle opere. Il leur était cependant facile de voir que ſans cela il n'y aurait jamais de certitude dans les principes, que les difficultés de toute eſpece ſe multiplieraient, & que cette Science vieillirait ſans ſortir de l'enfance : c'eſt en effet ce qui lui eſt arrivé. Ses principes ont toujours été pour la plupart environnés de nuages, & elle a été chez eux pendant des ſiécles entiers ſans faire de progrès ſenſibles ; & nous ne craignons pas d'avancer qu'elle doit preſque tout aux efforts des Modernes.

Il eſt aſſez probable, ſelon M. Montucla *, que les premiers traits de cette Science ſortirent de l'École de Platon. Du moins conjecture-t-on avec quelque fondement que la propagation de la lumière en ligne droite & l'égalité des angles d'incidence & de réflexion

* Nous devons avertir que le peu d'hiſtorique que l'on va trouver, a été fait en ſuivant pas à pas M.r Montucla dans ſon excellente Hiſtoire des Mathématiques.

en furent connus ; puiſque bientôt après on voit ces vérités admiſes comme principes. Les Platoniciens tenterent auſſi d'expliquer la manière dont ſe fait la viſion, mais leurs efforts ſe réduiſirent à en donner une explication abſurde & ridicule. Euclide qui était Platonicien, compoſa un traité ſur l'Optique, que nous avons, dans lequel il traite de la grandeur ſous laquelle les objets nous paraiſſent, & du lieu où l'on voit l'image dans les miroirs ; il fait dépendre la grandeur apparente uniquement de l'angle ſous lequel on apperçoit l'objet, & il ſuppoſe le lieu apparent de l'image dans les miroirs, au point de concours du rayon réfléchi & de la perpendiculaire menée de l'objet ſur le miroir.

Ptolemée, l'Auteur de l'Almageſte, écrivit auſſi ſur l'Optique. Son Ouvrage qui était conſidérable, ne nous eſt pas parvenu. On ſait ſeulement par le Moine Bacon, qu'il connut la réfraction aſtronomique, & qu'il expliqua d'une manière aſſez ſatisfaiſante le phénomene de la grandeur de la lune à l'horiſon, en l'attribuant au grand nombre d'objets interpoſés qui donnent néceſſairement l'idée d'une diſtance conſidérable. On ſoupçonne fort Alphazen, Écrivain Arabe, de n'avoir fait que le copier dans ſon grand Ouvrage ſur l'Optique. Celui-ci fut traité de même par Vitellion qui ne fit gueres que démontrer d'une manière moins compliquée ce qu'il avait donné. Ils eſſayerent vainement d'expliquer la manière dont ſe fait la viſion ; ils firent auſſi quelques tentatives pour déterminer la loi de la réfraction ; mais elles furent ſans ſuccès.

Dans le tems à peu près où Vitellion écrivait, c'eſt-à-dire, ſur la fin du 13ᵉ ſiecle, Un Florentin nommé

Salvino Degl' Armati inventa les verres lenticulaires ou à lunettes. M.[r] Manni, ſavant Italien, qui nous l'apprend, cite en preuve un monument qui exiſtait dans la Cathédrale de Florence avant les réparations faites à ce Temple vers le commencement du ſiecle paſſé, ſur lequel on liſait cet Épitaphe : *Qui giace Salvino d'Armato degl' Armati, di Firenze, Inventor delli occhiali, &c. MCCCXVII.* Occhiali eſt le mot par lequel il déſigna ces verres. Salvino ayant fait un ſecret de ſa découverte, un Religieux italien nommé *Alexander de Spina*, entreprit de la faire de ſon côté & y réuſſit. Ce fait eſt rapporté dans une Lettre de Redi à Paul Falconieri, où il cite une Chronique manuſcrite conſervée dans la Bibliotheque des Freres-Prêcheurs de Piſe, dans laquelle on liſait ces mots : *Frater Alexander de Spina, vir modeſtus & bonus, quæcumque vidit & audivit facta, ſcivit & ſacere : ocularia ab aliquo primò facta, & communicare nolente, ipſe fecit & communicavit corde hilari & volente.* Ce bon Pere mourut en 1313 à Piſe.

En 1575, Maurolicus de Meſſine entreprit d'expliquer la manière dont ſe fait la viſion. On voit qu'il toucha d'aſſez près à cette découverte, puiſqu'il connut l'uſage du criſtallin, comme il paraît par ſon Livre *de lumine & umbra.* Il fut le premier qui réſolut la queſtion propoſée par Ariſtote : pourquoi la lumière du ſoleil paſſant par un trou de figure quelconque, donne-t-elle une image circulaire, en la recevant à une diſtance un peu conſidérable, ſur un plan parallele à celui du trou, tandis qu'à une petite diſtance cette image eſt ſemblable à ce trou? Dans le même tems Porta donna dans ſon Livre de la Magie naturelle, les principes de la Chambre obſcure; ce qui eut dû le conduire, par une application toute ſimple, à la découverte de la manière dont ſe fait la viſion. Il eſt vrai que cette application qui lui échapa, ne tarda pas à être faite. Kepler profitant des idées de Maurolicus & de Porta, reconnut bien-tôt que l'œil eſt une vraie Chambre obſcure, que le criſtallin y fait fonction de verre convexe, & que le fond de l'œil tient la place de la muraille où ſe peignent les objets. Dans le même Ouvrage où il explique ſi heureuſement la viſion, il examine le principe d'Euclide & des Anciens ſur le lieu de l'image dans les miroirs, & prouve qu'il a beſoin de reſtriction. Il y conclut *à priori*, dit M.r Montucla, l'ellipticité apparente du ſoleil voiſin de l'horiſon, découverte vulgairement attribuée au P. Scheiner.

Dans le même tems un Italien nommé *Antonio de Dominis*, Archevêque & mauvais Phyſicien, tomba par une eſpece de hazard ſur la véritable explication de l'arc-en-ciel. Ce phénomene auſſi ancien que le monde, qui dans tout les tems fut un ſujet d'admiration & de curioſité, avait été juſqu'alors une enigme inſoluble. Il eſt vrai que ſon explication était encore loin d'être complette : elle eut beſoin d'être perfectionnée par Deſcartes. Il fit même de vains efforts pour expliquer l'arc-en-ciel extérieur. Il le prétendait produit, comme l'autre, par une réflexion précédée & ſuivie d'une réfraction, & jamais il ne lui vint en penſée qu'il ne pouvait l'être que par deux réflexions; ce fut M.r Deſcartes qui le découvrit. Quant à l'origine & l'ordre des couleurs de ces arcs, comme elles dépendent de la différente réfrangibilité de la lumière, l'explication en était réservée à M.r Newton.

Il paraît que c'est encore à peu près dans le même tems, c'est-à-dire, vers la fin du 16e siecle ou au commencement du siecle dernier qu'il faut placer la découverte du télescope dioptrique. Suivant l'opinion communément reçue, cette admirable invention est dûe entierement au hasard; elle appartient, selon M.r Descartes, à Jacques Metius, d'Alcmaer, Ville de la Nort-Hollande. Cet homme qui prenait plaisir, dit M.r Descartes, à faire des miroirs & des verres brûlans, ayant à cette occasion des verres de différentes formes, s'avisa de regarder au travers de deux de ces verres, dont l'un était convexe & l'autre concave; & il les appliqua si heureusement aux extrémités d'un tuyau, que la premiere lunette en fut composée.

M.r Borel qui vers le milieu du siecle dernier fit des recherches sur le véritable Inventeur de cet instrument, rapporte, dit M.r Montucla, cinq témoignages dont deux en donnent l'honneur à un nommé Zacharie Jans, Lunetier de Middelbourg, & trois à un certain Jean Lapprey Lunetier de la même Ville. Cependant à en juger par divers faits détaillés dans une Lettre d'un Envoyé des Etats d'Hollande, que rapporte aussi M.r Borel, il paraît que Jans était le véritable Inventeur, & que ce qui avait donné occasion de regarder Lapprey comme tel, c'est que sur diverses questions qui lui furent faites par un inconnu qui cherchait l'Inventeur du télescope & qui le prit pour lui, il en dévina la compotion & la dévoila le premier. Mais on ne fut pas longtems sans reconnaître la méprise. Suivant la même Lettre, le microscope composé fut aussi inventé par Jans, &

même avant le téleſcope. Ainſi la gloire n'en eſt point dûe à Corneille Drebbel, comme on le croit communément.

Auſſi-tôt que cette découverte fut faite, les Aſtronomes s'empreſſerent d'en profiter. Galilée qui était à Veniſe lorſque la nouvelle lui en parvint, ſe mit en tête de déviner la compoſition de cet inſtrument & y réuſſit; il en fit même un qui groſſiſſait trente-trois fois en diametre. Ce ſont vraiſemblablement ſes ſuccès qui l'ont fait regarder par quelques-uns comme inventeur du téleſcope dioptrique. Kepler ne manqua pas de s'occuper de ſon côté de la nouvelle découverte, & ce fut ſur-tout à la théorie qu'il s'attacha; mais peu s'en fallut qu'un obſtacle qu'il trouva dès ſes premiers pas, ne lui en interdît tout-à-fait l'entrée. La loi de la réfraction était inconnue; lui-même avait fait déja ſes efforts pour la déterminer, ſans pouvoir réuſſir. Il fallait cependant la trouver ou renoncer abſolument à toute théorie. Il fit donc de nouveaux efforts, mais qui ne furent pas plus heureux que les premiers; ils ſe réduiſirent à trouver une loi qui pouvait ſuppléer dans ſes recherches à la véritable. Il obſerva que tant que l'angle d'incidence ne paſſe pas 30°, la réfraction en eſt à peu de choſe près le tiers. Muni de cette loi, Kepler parvint bien-tôt à ſa théorie, dont un des premiers fruits qu'il en retira, fut d'apprendre qu'on pouvait ſubſtituer un oculaire convexe à l'oculaire concave employé juſqu'alors dans les lunettes, ce qui le mit en poſſeſſion de la lunette aſtronomique; mais il ne ſentit point aſſez tout le mérite de cette découverte, & il ne l'exécuta point. Ce fut

le P.

le P. Scheiner qui l'exécuta le premier, & dans le même ouvrage où il en explique la conſtruction, il donne auſſi celle du téleſcope qui redreſſe les objets au moyen d'une certaine combinaiſon de deux oculaires. Comme cette combinaiſon a des inconvéniens, le P. de Rheita en chercha un autre & imagina la combinaiſon connue de trois oculaires qui produit le même effet, c'eſt à-dire, redreſſe les objets & même mieux ſans avoir les inconvéniens de l'autre.

Snellius, Mathématicien Hollandais, fut plus heureux que Kepler dans la recherche de la loi de la réfraction. Il trouva que le rapport ſuivant lequel la lumière ſe rompt eſt celui des co-ſécantes des angles d'incidence & de réfraction. M.r Deſcartes ſubſtitua à ce rapport celui des ſinus qui eſt plus ſimple, & tenta de donner une explication de cette loi. M.r de Fermat qui ne put jamais goûter l'explication Cartéſienne, voulut en donner une autre : & depuis M.rs Leibnitz & Huyghens en ont donné chacun une. Mais leurs explications, toutes ingénieuſes qu'elles ſont, ont cedé à celle de M.r Newton, qui les a preſque fait oublier.

Si l'on excepte l'invention de la lunette terreſtre, qu'on doit, comme nous l'avons dit, au P. de Rheita, l'Optique prit peu d'accroiſſement depuis M.r Deſcartes juſqu'en 1663 où Jacques Grégori publia ſon *Optica promota*. C'eſt à cette époque que commencent les progrès rapides qu'on lui a vu faire pendant près de 40 ans. Grégori propoſa dans cet ouvrage des vues nouvelles pour la perfection des inſtrumens optiques ; examina la forme des images des objets, produites par les miroirs ou les verres ; fit connaître le télescope catoptrique, découverte par laquelle il est si universellement connu. Barow dans ses *Lectiones Opticæ* publiées en 1674, se fraya une route nouvelle, discuta différentes questions qui n'avaient point été traitées, ou ne l'avaient été qu'imparfaitement; telle est celle du lieu apparent des objets vus par réflexion ou par réfraction: il prouva l'insuffisance du principe des anciens & lui en substitua un autre si satisfaisant qu'il fut adopté par M.r Newton même. M.r de Tschirnausen inventa les caustiques. Mr. Huyghens perfectionna considérablement la Dioptrique, & l'Art de travailler les verres lui dut presque tout ; il excella lui-même dans la pratique de cet Art : il se fit des objectifs de plus de 200 pieds de foyer. Le P. Grimaldi est encore du nombre de ceux qui mériterent bien de l'Optique. Dans le tems à peu près où Grégori publia son *Optica promota*, il fit la découverte de la diffraction de la lumière, & la remarque importante de la dilatation du faisceau des rayons solaires, causée par le prisme.

Malgré les efforts de ces hommes illustres, une sombre nuit cachait encore bien des vérités importantes. M.r Newton parut & la lumière avec lui. On peut dire que la nature n'eut de secrets pour ce grand homme, qu'autant qu'il ne chercha pas à lui en arracher. Mais aussi avec quel art ne l'interrogea-t-il pas ! Le prisme, cet instrument stérile dans les mains de Grimaldi, fut dans les siennes l'instrument des plus grandes découvertes; telles sont celles des sept especes de couleurs dont la lumière est composée, de leur réfrangibilité inégale, de leur inaltérabilité, &c. Des expériences également ingénieuſes & ſubtiles le conduiſirent à former des conjectures plus que probables ſur la cauſe des couleurs des corps. Il donna le premier une explication ſimple & naturelle de la réflexion & de la réfraction de la lumière. L'ordre & l'arrangement des couleurs de l'arc-en-ciel tenant à la différente réfrangibilité de la lumière, il n'eſt pas beſoin de dire qu'il en donna une explication complette: nous ne parlons pas non plus de ſon téleſcope catoptrique ; il n'eſt perſonne qui ne connaiſſe cette excellente invention.

Après toutes les découvertes faites par M.r Newton & par tous les hommes illuſtres, dont nous avons parlé, on avait une choſe à deſirer ; c'était un corps d'ouvrage, où elles fuſſent toutes raſſemblées avec netteté & avec ordre. M.r Smith fatisfit en cela les vœux des Opticiens, en 1738, dans le traité dont nous donnons aujourd'hui la traduction. On verra même, en le liſant, qu'il fit plus, qu'il ajoûta aux découvertes déja faites & que l'Optique lui a des obligations.

L'eſpece d'effervefcence que la découverte des lunettes achromatiques commença à occaſionner dans les eſprits il y a quelques années, a dû naturellement faire naître & repandre le goût de l'Optique; mais ceux qui parmi nous veulent s'en inſtruire, voyent avec regret que nous n'avons que des élémens en ce genre, & ſe trouvent par conſéquent dans la néceſſité de recourir à des ouvrages étrangers. C'eſt dans la vue de leur être utile, que je me ſuis déterminé à achever cette traduction de l'ouvrage de M.r Smith, dont je n'avais d'abord fait que quelques parties pour mon ufage particulier, & à lui faire voir le jour. On croira fans peine que nul autre motif n'a pu m'animer: car qui ignore, fi l'on en excepte les traducteurs, qu'il n'y a aucun mérite à entreprendre cette efpece de travail, qu'il n'en eft point de plus humiliant (je ne parle pas de l'ennui & du dégoût extrêmes qui l'accompagnent), aucun qui fuppofe en général moins de talens, aucun enfin qui décele plus la ridicule manie de faire gémir la preffe à quelque prix que ce foit.

Afin de me rendre le plus utile qu'il me ferait poffible, j'ai ajoûté à l'ouvrage non-feulement tout ce qui s'eft fait en Optique depuis le tems où il fut publié, du moins tout ce qui eft parvenu à ma connaiffance, mais encore beaucoup de chofes connues certainement de M.r Smith, qu'il aurait pu y inférer. Je ne diffimulerai pas que j'ai fait auffi quelques retranchemens; je me le fuis cru d'autant plus permis qu'ils ne portent que fur des chofes qui n'ont qu'un rapport très-éloigné à l'Optique, ou qui lui font étrangeres. Telle eft la defcription de quelques inftrumens aftronomiques, dont la vraie place eft dans un traité d'aftronomie, & pour laquelle nous renvoyons à l'aftronomie de M.r de la Lande, où l'on en trouvera une très-détaillée. Telle eft encore l'expofition des découvertes faites dans le ciel, par le fecours des lunetres & des télefcopes. Comme la feule raifon qui ait pu déterminer l'Auteur à les inférer dans fon ouvrage, ne peut être que parce qu'elles ont été faites avec des inftrumens Optiques, on a peine à concevoir comment elle lui a paru affez forte pour leur faire occuper une place qui leur convient ſi peu. J'aimerais autant qu'il eût rapporté toutes les obſervations des Naturaliſtes faites avec le microſcope, par la raiſon que cet inſtrument appartient à l'Optique.

Les notes que l'Auteur avait rejettées à la fin de ſon ouvrage, ont été placées, après les avoir élaguées pour la plupart, aux endroits auxquels elles appartiennnent ; il m'a paru que c'était leur place naturelle. A la reſerve de la théorie des lunettes achromatiques, & de la deſcription de l'hélioſtat, j'ai mis ſous la forme de notes tout ce que j'ai ajoûté, afin de ne pas trop groſſir le Volume.

J'aurais bien deſiré pouvoir y ajoûter l'eſſai de M.[r] Juvin, ſur la viſion diſtincte & indiſtincte ; mais je n'aurais pu le faire ſans rendre ce Volume, déja trop conſidérable, d'une groſſeur énorme, & ſans en retarder encore la publication que des occupations continuelles & la lenteur de l'impreſſion ont fait porter beaucoup au-delà du terme pour lequel je m'étais engagé.

FIN DE LA PRÉFACE.

TABLE DES CHAPITRES.

LIVRE PREMIER,

Contenant une exposition simple & facile de l'Optique.

LIVRE SECOND.

Dans lequel l'Optique est traitée avec l'étendue & l'exactitude convenables, à l'aide de la Géométrie & du Calcul.

LIVRE TROISIEME.

De la manière de tailler les verres & les miroirs des télescopes; & description des instrumens d'Optique.

TABLE DES CHAPITRES.

TRAITÉ D'OPTIQUE.

LIVRE PREMIER,

Contenant une expofition fimple & facile de l'Optique.

CHAPITRE PREMIER.

De la Lumière.

1. TOUT corps Lumineux ou par lui-même, ou par une lumière empruntée, excite en nous une fenfation qui nous inftruit de fa préfence. C'eft dans l'organe de la vue que s'accomplit tout le Méchanifme de cette fenfation. Il confifte dans l'impreffion d'un fluide d'une fubtilité extrême mis en mouvement par le corps lumineux, dans toutes les directions poffibles. Ce fluide eft connu fous le nom de *Lumière*. Quelle que foit la manière dont le corps lumineux ou illuminé communique le mouvement aux particules

qui la compoſent, il eſt viſible qu'en conſéquence de la détermination ſimple qu'elles en recoivent, elles doivent ſe mouvoir en ligne droite. Un corps ſemblable peut être conſideré comme plongé au centre d'une Sphere formée de corpuſcules lumineux, qu'il meut ſuivant les rayons de cette Sphere.

2. Ce ſont ces rayons ou files d'atomes lumineux que nous nommons *Rayons de lumière*. On a déja fait entrevoir que ces rayons ſont toujours droits tant qu'aucun obſtacle ne les oblige de ſe détourner. Différens Phénomenes confirment cette vérité : tels ſont la projection des ombres derriere les corps éclairés; l'effet connu de la lumière lorſqu'elle paſſe par le petit trou d'une chambre obſcure pleine de pouſſière ou de fumée; l'impoſſibilité d'appercevoir un corps, ou du moins quelques-unes de ſes parties, lorſque quelqu'autre corps vient s'interpoſer entre l'œil du ſpectateur & lui, &c. Tout rayon de lumière peut donc être repréſenté par la ligne droite que décrivent les particules de lumière.

Fig. 1. 3. Si un rayon de lumière tombe obliquement ſur une ſurface polie, il eſt dérangé de ſa route par *Réfléxion* ou par *Réfraction*, & voici comme ſe fait ce dérangement. Imaginons le papier ſur lequel la figure eſt tracée, perpendiculaire à la ſurface d'une eau tranquille, & que leur interſection commune RS eſt rencontrée en C par un rayon de lumière qui ſe meut dans l'air ſuivant AC. Suppoſant alors PCQ perpendiculaire à la ſurface de l'eau, ſi le rayon eſt réfléchi, il décrira une droite CB inclinée à la perpendiculaire CP, ſous un angle PCB égal à l'angle PCA.

Fig. 2. Mais ſi le rayon qui vient le long de AC entre dans l'eau en C, loin de continuer ſa route, il ſe détourne en C, & décrit une droite CE inclinée à la perpendiculaire CQ ſous un angle ECQ plus petit que l'angle ACP; & CE eſt toujours tellement diſpoſée, que, ſi de C pris pour centre, on décrit un cercle qui coupe CA en A & CE en E, les perpendiculaires AD, EF menées des points A & E ſur PQ, ſont toujours dans le même rapport, quelle que ſoit la grandeur de l'angle ACP. Dans le paſſage de l'air dans l'eau, EF eſt toujours les trois quarts de AD.

4. Dans l'un & l'autre cas, AC eſt nommé *le rayon incident*, CB *le rayon réfléchi*, CE *le rayon rompu*, C *le point d'incidence*, PCQ *la perpendiculaire d'incidence*, quelques-uns la nomment auſſi *la Cathete d'incidence*, ACP *l'angle d'incidence*, BCP *l'angle de*

réfléxion , *ECQ l'angle de réfraction*, *AD le sinus d'incidence*, & *EF le sinus de réfraction.*

5. On appelle *milieu* un espace vuide, ou tout corps solide ou fluide qui livre passage à la lumière ; & cette propriété est connue sous le nom de *transparence* ou de *diaphanéité*. Il paraît que le pouvoir dont jouissent les milieux de réfléchir & de rompre la lumière, est à proportion plus grand, qu'ils ont plus de densité. Il faut cependant excepter certaines substances grasses ou sulphureuses transparentes, qui réfractent plus fortement la lumière qu'elles ne devraient à raison de leur densité.

6. Comme les propriétés précédentes de la Réfléxion & de la Réfraction sont appuyées sur l'expérience, qu'elles sont générales & qu'elles forment les premiers fondemens de toute l'Optique, on leur a donné le nom de loix de la réfléxion & de la réfraction. Les voici énoncées d'après M. Newton.

7. *Les angles de réfléxion & de réfraction sont dans le même plan que l'angle d'incidence*, c'est-à-dire, dans le plan qui passe par le rayon incident, & par la perpendiculaire d'incidence.

8. *L'angle de réfléxion est égal à l'angle d'incidence.*

9. Delà il suit que le rayon incident & le rayon réfléchi sont également inclinés à la surface réfléchissante.

10. On en conclu encore que, lorsque le rayon incident est perpendiculaire à la surface réfléchissante, il est réfléchi dans la perpendiculaire selon laquelle il est venu rencontrer cette surface.

11. *Un rayon qui, après avoir été réfléchi ou rompu, retourne directement rencontrer la surface réfléchissante ou refringente au point d'incidence, souffre une nouvelle réfléxion ou réfraction, qui l'oblige de reprendre la route qu'il suivait en tombant sur cette surface.*

12. *Dans le passage d'un milieu rare dans un milieu plus dense, la réfraction porte le rayon vers la perpendiculaire*, ou ce qui est le même, *l'angle de réfraction est plus petit que l'angle d'incidence.*

13. *Le sinus d'incidence AD & le sinus de réfraction EF sont exactement, ou du moins à très-peu près dans un rapport constant.* Fig. 4.
Ainsi qu'un autre rayon aC se réfracte dans la droite Ce, si on mene les sinus ad, ef, le rapport de ad à ef est le même que celui de AD à EF. Lorsque la réfraction se fait de l'air dans l'eau, on sçait par expérience que le sinus d'incidence est au sinus de réfraction à peu près comme 4 à 3 ; dans le passage de l'air dans le

verre, le rapport de ces ſinus eſt de 3 à 2, ou plus exactement de 31 à 20.*

14. Cette dernière régle mene aux conſéquences ſuivantes;

Fig. 2, 3, & 4. 1°. que lorſque l'angle d'incidence ACP croît, l'angle de réfraction correſpondant ECQ croît en même-tems, leurs ſinus AD, EF, ne pouvant conſerver leur rapport, s'ils ne croiſſent enſemble l'un & l'autre. De même, ſi l'angle d'incidence diminue, l'angle de réfraction éprouve une diminution correſpondante.

15. 2°. Que lorſqu'un rayon rencontre perpendiculairement une ſurface réfringente, il ne ſe détourne point & continue ſa route ſur le prolongement de la perpendiculaire qu'il ſuivait à ſon incidence.

Fig. 2. 16. 3°. Que l'infléxion du rayon rompu eſt d'*autant plus grande que l'angle d'incidence eſt plus grand*. Soit AC prolongée en G, l'arc EG & l'angle ECG, augmenteront ſans ceſſe par l'accroiſſement continuel de l'angle ACP, ce dont il eſt facile de s'aſſurer par cette conſidération fort ſimple; que ſi l'angle d'incidence, au paſſage de l'air dans l'eau, eſt droit à peu de choſe près, & par conſéquent que le rayon incident ſoit preſque parallele à la ſurface de l'eau, le détour que le rayon ſouffre en C, ſelon EC, eſt auſſi

Fig. 3. conſidérable que le repréſente la figure 3, dans laquelle le ſinus de réfraction EF, qui eſt toujours les trois quarts de AD, eſt dans le cas préſent, à peu près les trois quarts du rayon du cercle; ce qui donne environ $48^\circ \frac{1}{2}$ pour l'angle de réfraction ECQ, & conſéquemment $41^\circ \frac{1}{2}$ à peu près, pour ſon complément ECS qui meſure la quantité dont le rayon s'écarte de la route qu'il ſuivait à la ſurface de l'eau. Si le rayon paſſe de l'air dans le verre, la déviation ſera encore plus grande, le rapport de réfringence, qui eſt de 31 à 20, ou ſimplement de 3 à 2, étant plus grand que celui qu'on vient d'employer. Dans cette nouvelle ſuppoſition on trouvera environ 40° pour l'angle ECQ, & 50° pour l'angle ECS.

17. Si le rayon eſt obligé de rétrograder ſuivant EC, il eſt clair que la réfraction le dirigera dans la droite CA, & que par conſéquent il ſe détournera précisément de la même quantité : mais ſi l'angle d'incidence eCQ eſt un peu plus grand que $48^\circ \frac{1}{2}$ dans

* Ces rapports ſouffrent quelques legers changemens relatifs aux diverſes eſpèces de rayons colorés, dans leſquels tout rayon de lumière ſe décompoſe; mais eu égard à leur très-grande petiteſſe, nous les négligerons pour le préſent.

l'eau, ou que 40° dans le verre, le rayon $e\,C$ ne pourra paſſer dans l'air, & toute réfraction deviendra impoſſible ; il ſe réfléchira dès-lors ſuivant Cf, faiſant l'angle de réfléxion $Q\,Cf$, égal à l'angle d'incidence $Q\,Ce$, comme on verra par les expériences du ſixième Chapitre. Ainſi *il y a des limites pour les angles d'incidence, relatives à la nature des milieux, au-delà deſquelles la réfraction ceſſe d'avoir lieu, & ſe change en réfléxion.*

18. Il eſt aiſé de s'aſſurer de la vérité de ces loix & des conſéquences qu'on en tire, par les procédés ſuivans. Sur une planche unie $KLMN$, ſoit décrit un cercle $PRQS$, le plus grand qu'il eſt poſſible ; ſoient menés deux diamétres PQ, RS, perpendiculaires l'un à l'autre ; & après avoir pris les arcs égaux PA, PB, ſoient menées les droites CA, CB. Ayant enſuite piqué trois épingles perpendiculairement à la planche aux points A, B, C, on la plongera perpendiculairement dans l'eau, juſqu'en RS. Regardant alors par les épingles A & C, on verra l'image de l'épingle B dans l'eau ſur le prolongement de $A\,C$. Le rayon qui vient de l'épingle B eſt donc réfléchi à la ſurface de l'eau en C, le long de $A\,C$, à l'œil du ſpectateur. Comme l'épingle piquée en C altérerait le poli de la ſurface de l'eau, ſi elle venait à y toucher, il faut avoir ſoin de la mettre un peu plus haut que le centre du cercle, dans la ligne CA. La ſurface de tout autre corps ſolide ou fluide, peut également ſervir à faire la même expérience. S'il s'agit de la ſurface d'un ſolide, on coupera le cercle ſelon ſon diamétre RS, & on en diſpoſera la moitié RPS perpendiculairement à la ſurface réfléchiſſante. Fig. 4.

Soit menée ſur la même planche la droite AB qui coupe CP en D. Après avoir pris ſur DB & CS, des parties DH & CI égales chacune aux trois quarts de DA, par les points H & I, ſoit menée la droite HIE, laquelle rencontre la circonférence en E ; & EF tirée de E perpendiculairement ſur PQ, ſera égale à DH ou aux trois quarts de DA. Si ayant enſuite piqué une épingle en E, on plonge la planche dans l'eau, comme ci-devant, & qu'on place l'œil dans la ligne où ſont les épingles A & C, on verra l'épingle E. La réfraction que le rayon qui part de cette épingle ſouffre en C, lui fait donc décrire la droite CA ; & par conſéquent au paſſage de l'eau dans l'air, le rapport de réfringence eſt de 3 à 4. Si on pique d'autres épingles dans la ligne CE, on les verra toutes sur le prolongement de AC, & la ligne entière CE paraît dans l'eau comme si elle n'était autre chose que la droite AC continuée. Ce qui prouve que le rayon qui vient de l'épingle E parcourt une ligne droite dans l'eau, & ne se rompt qu'à sa surface. Au contraire, si le Soleil est à la hauteur convenable pour que l'ombre de l'épingle A co-incide avec AC, on remarquera que l'ombre réfractée co-incidera avec CE.

Fig. 5 & 6. 19. Enfin, il est bon d'observer qu'un rayon de lumière est réfléchi ou rompu par une surface sphérique, comme il le serait par un plan qui toucherait cette surface au point d'incidence. Car qu'un rayon AC rencontre en un point quelconque C, une surface sphérique MCN représentée par l'arc MCN dont le centre est O; par les points O & C soit tirée la droite PQ, à laquelle on menera ensuite RCS perpendiculaire, laquelle représente un plan touchant la surface sphérique en C; il est clair que ce point C étant commun aux deux surfaces MCN & RCS, le rayon qui les rencontre dans ce point, est également détourné de sa route, quelle que soit la surface sur laquelle il tombe.

CHAPITRE II.

Des principaux effets des Surfaces réfléchissantes & réfringentes sur la Lumière.

APRÈS avoir considéré la réfléxion & la réfraction d'un rayon simple par une surface unique, nous allons présentement examiner ce qui arrive lorsqu'un ou plusieurs pinceaux de rayons sont réfléchis ou rompus par une seule surface; ensuite nous détaillerons les différentes circonstances des réfractions qu'ils souffrent en traversant les surfaces des verres plans & sphériques; & enfin nous nous occuperons de la formation des images par ces verres. Quoique l'on puisse déveloper avec assez d'étendue par les loix précédentes, sans le secours de la Géométrie, les différens phénomenes des réfractions occasionnées par les verres, elle est cependant indispensable, si l'on veut en déterminer les quantités exactes, au moyen d'un aussi petit nombre de loix. Ainsi, comme nous nous en interdisons l'usage * dans ce premier Livre, nous ajoûterons à la fin de ce Chapitre quelques expériences, par lesquelles il sera facile de trouver les mesures précises qu'on voudra connaître.

20. Chaque point d'un corps lumineux envoie sans cesse des rayons dans toutes les directions imaginables. Ces rayons illuminent d'autres corps qui les réfléchissent & les envoient à leur tour selon toutes les directions. Pour mettre un peu d'ordre dans ce que nous devons dire, remarquons que cette multitude de rayons qui viennent des objets visibles, se peut distribuer de cette manière. On considere la surface d'un objet comme composée d'élémens ou de lignes (phisiques,) & chacune d'elles comme une suite de points (phisiques) que l'on conçoit envoyer des rayons en tous sens. A la place de l'objet, on a coûtume de prendre une ligne qui le représente; & tout changement qui arrive à cette ligne, soit dans sa grandeur apparente, soit dans sa distinction ou sa clarté, est censé appartenir à l'objet dont elle tient la place.

21. Lorsque des rayons divergent d'un point Q, ou convergent vers ce point, on le nomme *Foyer.* ** On appelle *Pinceau* ou *Faisceau de rayons*, une portion quelconque des rayons qui partent d'un point, ou qui tendent à s'y réunir. Telle est par exemple la partie QBC ou QBA. On regarde ces rayons comme paralleles, lorsque le point d'où ils sont partis, ou vers lequel ils convergent, peut être supposé à une distance infinie. Fig. 9.

22. Les 7[e]. & 8[e]. Figures représentent un faisceau de rayons paralleles QC, réfléchis par un plan poli ACB, selon d'autres paralleles Cq, qui font, avec ce plan, le même angle que les rayons incidens.

23. On voit dans la 9[e]. Figure toutes les circonstances de la réfléxion qu'un pinceau de rayons QAB partis d'un point visible Q, souffre à la rencontre d'un plan poli ACB. Le rayon QC, perpendiculaire au plan, est réfléchi dans la même ligne; (*Art.* 10.)

* On prévient que ce n'est que dans le texte qu'on évitera de s'en servir.

** Comme les rayons ne se réunissent pas toujours au point vers lequel ils sont dirigés, on appelle ce point *Foyer réel*, ou simplement *Foyer*, quand ils s'y rassemblent effectivement; & *Foyer virtuel* ou *imaginaire* quand ce ne sont que leurs prolongemens qui vont y concourir. Tel est le point où tendent des rayons qui rencontrent un verre concave ou un miroir convexe, comme on verra dans la suite.

les autres ſont réfléchis avec d'autant plus d'obliquité qu'ils s'écartent davantage du rayon perpendiculaire ; de ſorte que ſi l'on conſidere la figure avec un peu d'attention, on reconnaîtra aiſément que les rayons réfléchis, prolongés au-delà du plan, s'y réuniſſent dans un point q de la perpendiculaire QC prolongée, auſſi éloigné de ce plan que le point Q. Lors donc qu'un point unique Q envoie des rayons ſur un plan réfléchiſſant, les directions nouvelles qu'ils acquerent par la réfléxion, les font diverger d'un point auſſi unique q placé, de l'autre côté du plan, à la même diſtance que Q.

24. Au contraire, ſi par les moyens qui ſeront indiqués ci-après, on fait converger les rayons incidens vers le point q, leur foyer après avoir été réfléchis par la ſurface ACB, ſera au point Q.

Fig. 10, 11 & 12. 25. Ce qu'on a dit du point Q, eſt également applicable à tous les autres points d'un objet PQR ; car par la même raiſon que le point Q & ſon foyer q ſont de chaque côté de ce plan à diſtances égales, les points P, R, & leurs foyers p, r, ſont auſſi de part & d'autre de ce plan, à des diſtances reſpectivement égales dans les droites Pp, Rr qui le traverſent perpendiculairement. Comme il en eſt de même de tout autre point de l'objet PQR, on voit à l'inſpection ſeule des figures, que les foyers p, q, r, & tels autres qu'on voudra, étant dans le même ordre que les points correſpondans P, Q, R, ils forment une ligne imaginaire parfaitement ſemblable & égale à la ligne PQR, & dont la ſituation de l'autre côté du plan, eſt abſolument la même que celle de PQR. Cette ligne pqr eſt appellée l'*image* de l'objet PQR.

Fig. 14 & 17. 26. Si des rayons paralleles tombent ſur une ſurface ſphérique, concave ou convexe repréſentée par l'arc de cercle ACB, la réfléxion les fera converger vers un foyer T, s'ils tombent ſur le côté concave de la ſurface ; ils divergeront au contraire d'un point ſemblable, s'ils tombent ſur le côté convexe. Dans l'un & l'autre cas, le rayon QC, qui paſſe par le centre E de la ſurface réfléchiſſante, & la rencontre perpendiculairement en C, rejaillit ſuivant la même droite CQ ; ~~mais~~ (*Art.* 10 & 19) ; mais eu égard à la courbure de cette ſurface, les autres rayons paralleles à CQ, la rencontrent avec des obliquités différentes. Chaque rayon fait toujours avec la perpendiculaire, au point où il tombe, un angle d'incidence

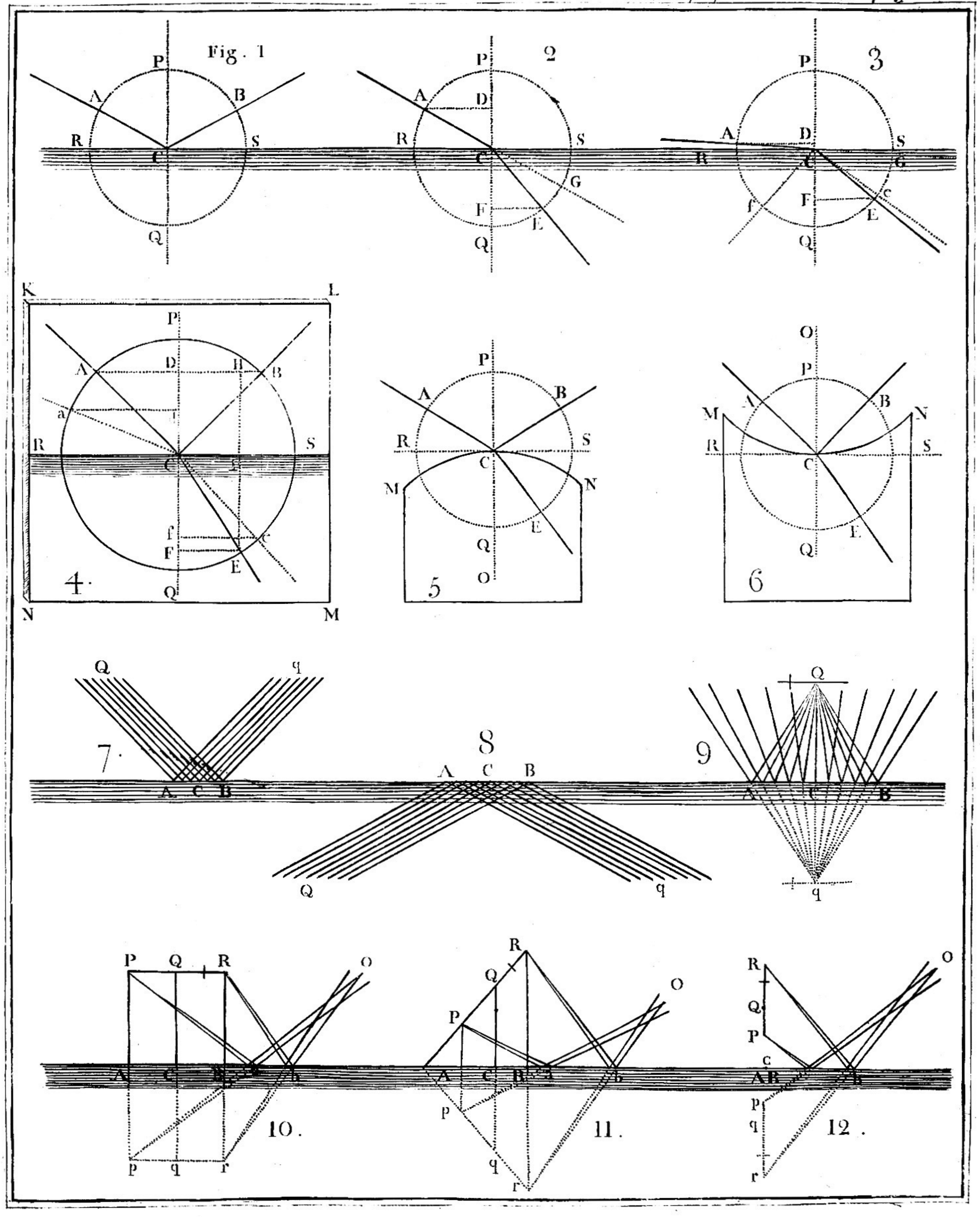


Fig. 1
2
3
4.
5
6
7.
8
9
10.
11.
12.

cidence DAE d'autant plus grand, qu'il eſt plus éloigné de QC; & par conſéquent (*Art.* 8. & 19.), l'angle de réfléxion EAT croît à meſure que le point d'incidence A s'éloigne de C. D'où l'on voit, pour peu qu'on y faſſe attention, que ſi la ſurface réfléchiſſante eſt concave, les rayons réfléchis doivent converger & ſe réunir, ſinon parfaitement, au moins à peu près, en un point T du rayon direct QC; & qu'au contraire ils divergent d'un point ſemblable, ſi la ſurface eſt convexe. En obſervant de plus près toutes les circonſtances de cette réfléxion, & conſultant d'ailleurs l'expérience, on trouve que le foyer T *eſt au milieu du demi-diamétre CE.*

27. Dans les cas précédens, ſi les rayons incidens partent du point T*, ils ſont réfléchis parallélement à la droite CTE, menée par le centre E de la ſurface réfléchiſſante. Mais ſi T s'approche de E, qu'il tombe, par exemple, en q, les angles d'incidence qAE, & par conſéquent les angles de réfléxion EAQ, qui leur ſont égaux, deviendront plus petits; & s'il s'approche de C, ils deviendront plus grands. Les rayons réfléchis tels que AQ, qui auparavant étaient paralleles au rayon direct EC, ſeront alors inclinés à ce rayon, & auront pour foyer un point Q ſitué, par rapport à T, du même côté que q. Les diminutions ſimultanées des angles d'incidence & de réfléxion, lorſque q ſe meut de T vers E, de même que leurs accroiſſemens contemporains, lorſqu'il s'approche de C, font voir que le point q, d'où partent les rayons incidens*, & ſon foyer Q *ſe meuvent toujours en ſens oppoſés*; que ſi l'un s'éloigne ou s'approche du centre E, ou de la ſurface C, l'autre s'en éloigne ou s'en approche en même-tems; & qu'ils y parviennent à la fois, ſi l'arc AC eſt très-petit. Il eſt très-remarquable que les propriétés des ſurfaces réfléchiſſantes concaves & convexes, ſont parfaitement ſemblables, & ſe changent les unes dans les autres, en imaginant que les rayons incidens viennent en ſens contraires dans les mêmes lignes prolongées.

Fig. 13, 14, &c. juſqu'à 18.

* ou tendent vers ce point,

* ou vers les quels ils tendent,

28. Ces Figures montrent aſſez clairement comment ſe forme l'image pqr d'un objet PQR, par des rayons réfléchis à la rencontre d'une ſurface concave ou convexe ACB. Le foyer q étant dans le rayon QC perpendiculaire à la ſurface réfléchiſſante, lequel paſſe par le centre E, il eſt clair que le foyer ou point de réunion p d'un pinceau de rayons qui vient de tout autre point P,

Fig. 19, 20, &c. juſqu'à 24.

B

eſt néceſſairement dans le rayon perpendiculaire *PA* qui paſſe auſſi par le centre *E*.

29. Delà il ſuit que ſi l'objet *PQR* eſt aſſez petit, ou aſſez éloigné de la ſurface réfléchiſſante, pour que tous les points *P*, *Q*, *R*, en puiſſent être cenſés à diſtances égales, les diſtances de tous les points *p*, *q*, *r* de l'image, à la même ſurface, pourront auſſi être régardées comme égales. Il faut de plus remarquer que quand l'image & l'objet ſont du même côté du centre, l'image eſt droite; qu'elle eſt renverſée lorſqu'ils ſont de différens côtés, & qu'elle eſt plus grande ou plus petite que l'objet, ſelon qu'elle eſt plus éloignée ou plus proche du centre, que l'objet. Tout cela eſt viſible à l'inſpection des Figures, l'objet & ſon image étant terminés par deux droites *Pp*, *Rr* qui ſe coupent au centre *E*. L'image eſt donc à peu près égale à l'objet, lorſqu'elle ſe rencontre avec lui à
Fig. 25. la ſurface (*Art.* 27.), ou au centre. Car dans ce dernier cas, lorſque l'objet & l'image ſont au centre, les rayons partis du point *Q*, qui y eſt placé, vont après la réfléxion ſe réunir en un point *q*, qui co-incide auſſi avec ce centre; & faiſant *Ep* égale à *EP*, comme *EC* leur eſt perpendiculaire, les angles *PCE*, *ECp* ſeront égaux, & par conſéquent le rayon *PC* ſe réfléchira en *p*. Si l'on prend tout autre point d'incidence *A* peu éloigné de *C*, la droite *AE* ſera à peu près perpendiculaire ſur *Pp*; & par conſéquent les angles *PAE*, *EAp* étant à peu de choſe près égaux, le rayon *PA* ſera réfléchi à très-peu près en *p*, de même que le rayon *PC*.

30. Dans la 26ᵉ. Figure, *QC* repréſente un faiſceau de rayons paralleles, tombant obliquement ſur un plan réfringent *ACB*. Ces rayons, après avoir été rompus, conſervent leur parallé-liſme, puiſque les angles d'incidence étant tous égaux entr'eux, les angles de réfraction le ſont auſſi (*Art.* 14.). Par la même
Fig. 26 & 27. raiſon, ſi ces rayons ſont rompus une ſeconde fois par une autre plan réfringent parallele ou incliné au premier, ils ſortent encore paralleles. *

Fig. 28 & 29. 31. Les rayons d'un pinceau *QA* qui viennent en divergeant d'un point *Q*, tomber ſur un plan réfringent *ACB*, prennent en le traverſant, les mêmes directions que s'ils venaient directement

* Ceci n'eſt exactement vrai que des rayons de la même couleur, comme on l'expliquera dans *le ſixième Chapitre*.

& sans détour d'un autre point q situé dans le rayon QC perpendiculaire au plan. Car ce rayon traverse la surface sans se briser, tandis que les autres, tels que QA, sont obligés de se détourner, & se rompent d'autant plus qu'ils tombent dans des points plus éloignés de C (*Art.* 16.), parce que les angles d'incidence QAE, & par conséquent les angles de réfraction correspondans, croissent à proportion (*Art.* 14.). Par cette raison, tous les rayons rompus divergent à très-peu près d'un point q, placé du même côté que Q, par rapport à la surface AB.

Si la surface réfringente termine une masse de verre, QC est à qC (*fig.* 28.), comme 2 à 3, & (*fig.* 29.), comme 3 à 2. Si elle termine une masse d'eau, QC & qC sont entr'elles dans la première de ces Figures, comme 3 à 4, & comme 4 à 3 dans la seconde. Elles suivent les rapports de réfringence propres à ces milieux (*Art.* 13.). Si on faisait converger les rayons incidens vers q, il est évident qu'après la réfraction ils concoureraient en Q.

32. On peut aisément appliquer ce qui a été dit, dans le 25^e^. Article, à la formation de l'image pqr d'un objet PQR par un plan réfringent ACB. Il suffit de ne point perdre de vue que les rapports de Ap à AP, de Br à BR, &c. sont tous égaux.

33. Les circonstances qui accompagnent la réfraction d'un faisceau de rayons paralleles, qui tombent sur une surface sphérique réfringente ACB, sont représentées dans les Figures 32, 33, 34 & 35. On y remarque comment ces rayons se trouvent disposés par la réfraction à converger vers un point T, ou à en diverger. Le rayon QC qui passe par le centre de la surface, & la rencontre perpendiculairement, la traverse sans se briser, tandis que les autres étant paralleles à QC, la rencontrent, à cause de sa courbure, sous des obliquités différentes, & d'autant plus grandes qu'ils sont plus éloignés de QC, & par conséquent se brisent & changent de plus en plus de direction (*Art.* 16.). Ainsi on apperçoit avec un peu d'attention, que les rayons rompus convergent & vont se réunir, au moins à peu près, dans un point T du rayon QC prolongé, s'il est nécessaire, lorsque la réfraction les porte vers ce rayon; & qu'ils vont en divergeant de ce point, lorsqu'elle les en écarte. On peut découvrir la route qu'ils suivent, au moyen d'une perpendiculaire EA, menée à un point A de la surface, & de la position connue du milieu plus dense. D'où il suit que, si

la surface de ce milieu est convexe, les rayons rompus convergent vers T, & qu'ils en divergent au contraire, si elle est concave.

Si le corps réfringent est une masse de verre, la plus grande des deux distances CT, TE est à la plus petite, comme 3 à 2; si c'est une masse d'eau, elles sont comme 4 à 3, c'est-à-dire, dans les rapports de réfringence qui conviennent à la nature de ces milieux.

Fig. 36, 37, 38 & 39. 34. Dans les cas qu'on vient d'examiner, si l'on suppose que les rayons incidens partent du point T,* ils deviennent paralleles, après avoir été rompus, au rayon perpendiculaire TC qui passe par le centre E. Mais si T est partout ailleurs en Q sur la droite TC prolongée, s'il est nécessaire, les angles d'incidence & de réfraction augmentent ou diminuent. Les rayons rompus qui étaient paralleles à TC, s'inclinent par conséquent à cette ligne, & ont leur foyer q de l'autre côté de la surface réfringente, si Q en est plus éloigné que T; & s'il l'est moins, ils l'ont du même côté que Q. Le point Q & son foyer q ont plusieurs propriétés dont voici la plus remarquable. Puisque les angles d'incidence & de réfraction augmentent ou diminuent en même-tems (*Art.* 14.), Fig. 38 & 39. les points Q, q *se meuvent toujours du même côté*, dans la ligne QE prolongée. Donc *lorsqu'ils se trouvent du même côté de la surface ou du centre, si l'un s'en éloigne ou s'en approche, l'autre s'en éloigne ou s'en approche aussi;* & par conséquent, s'ils s'en approchent, ils deviendront continuellement plus voisins l'un de l'autre, jusqu'à ce qu'enfin ils co-incident tous deux au centre ou à la surface, Fig. 36 & 37 lorsque l'arc AC est très-petit. Si les points Q, q *sont de différens côtés de la surface ou du centre, tandis que l'un s'en éloigne, l'autre s'en approche, & vice versâ.*

* ou tendent vers ce point,

35. On voit dans les Figures 40, 41 & 42, de quelle manière l'image pqr d'un objet PQR est formée par différens pinceaux de rayons rompus par une surface sphérique, qui ont pour axes PEp, QEq, REr. Les propriétés de ces images sont les mêmes que celles des images produites par la réfléxion à la rencontre d'une surface sphérique; ainsi on peut consulter le 29e Article, où l'on a décrit la formation de celles-ci.

Fig. 43. 36. Un rayon de lumière EF qui rencontre obliquement un morceau de verre, ou tel autre milieu qu'on voudra, terminé par deux plans paralleles AB, CD, en sort après deux réfractions, l'une en F & l'autre en G, parallélement à sa première direction

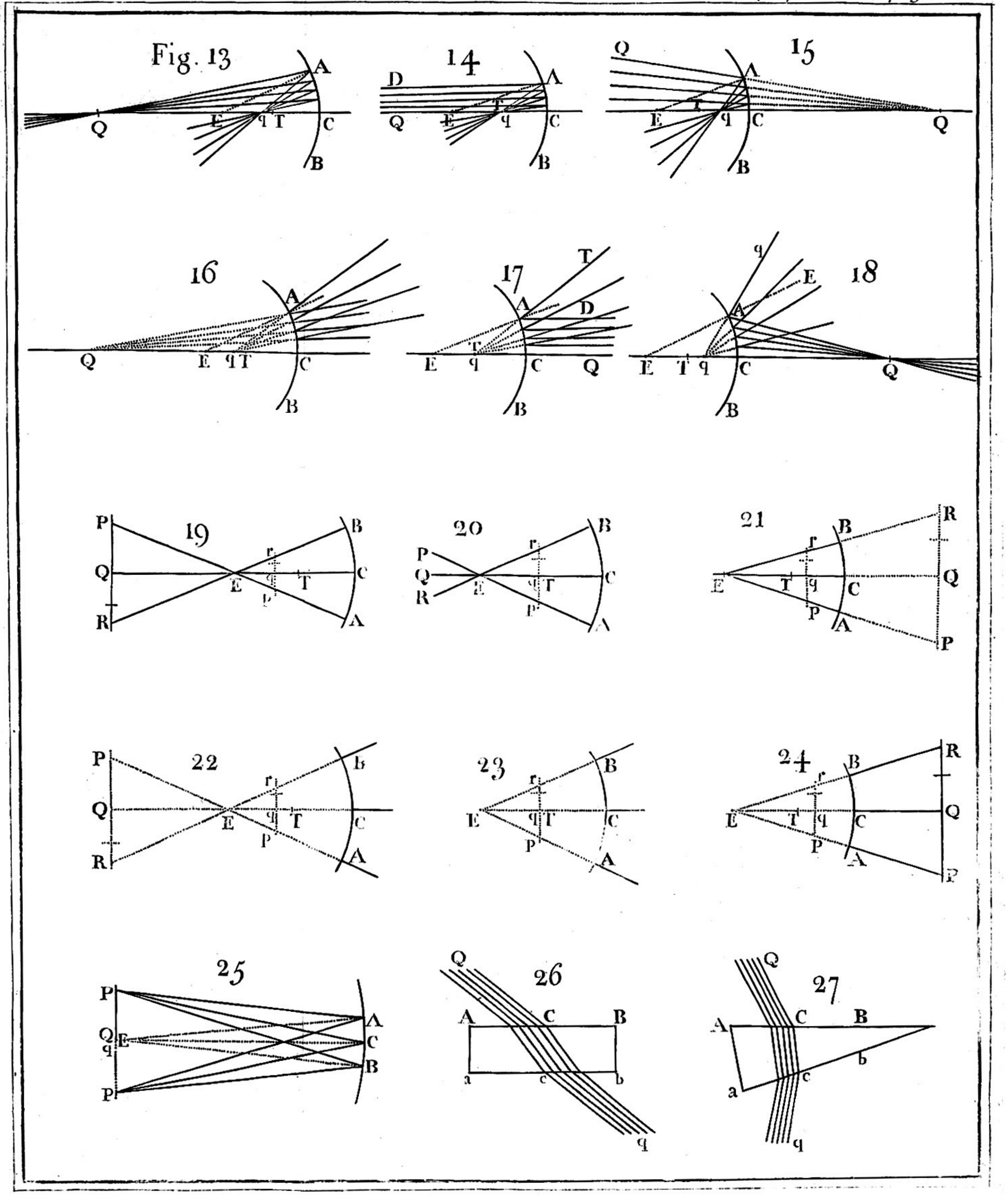


Fig. 13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27

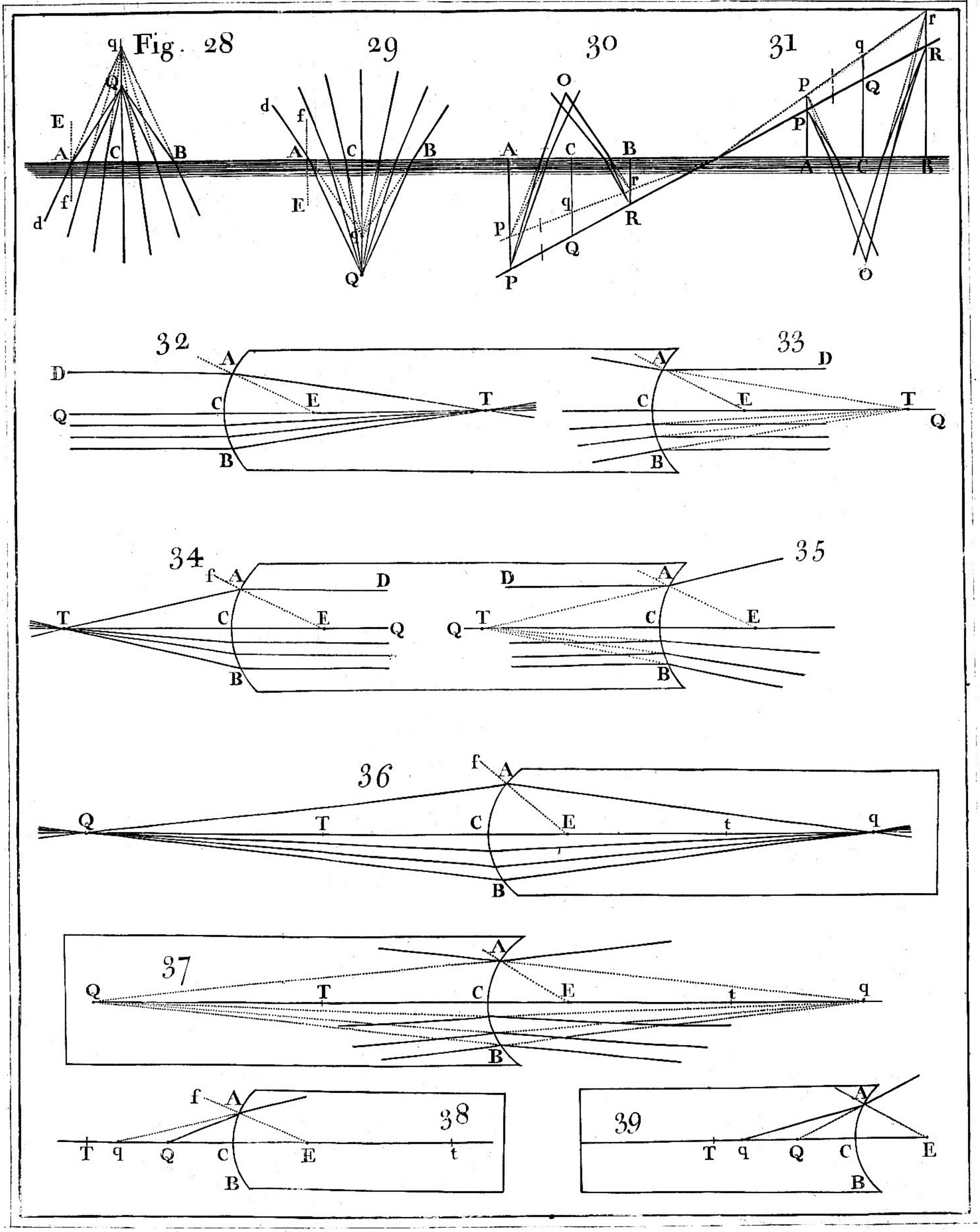


Fig. 28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39

E F. Car puiſque la droite *F G* que le rayon décrit en traverſant le verre, eſt également inclinée aux deux plans paralleles qui le terminent, il eſt clair qu'elle doit être également briſée en *F* & en *G*; & comme elle l'eſt en ſens contraire, il s'enſuit que ſes deux parties *E F* & *G H* qui repréſentent la route du rayon avant ſon entrée dans le milieu, & après ſa ſortie, ſont paralleles.

37. Les droites que décrivent le rayon incident *E F* & le rayon émergent *G H*, prolongées, ſont d'autant plus proches l'une de l'autre que le verre eſt plus mince, & que le rayon incident le rencontre moins obliquement, parce qu'alors les inflexions en *F* & en *G* ſont plus petites. Donc ſi le verre au lieu d'être plan, eſt un peu courbe, comme dans la Figure 44, les droites *E F* & *G H* ſeront encore à peu près paralleles. Car le rayon *E F G H* eſt rompu par les ſurfaces courbes *A B*, *C D*, comme il le ſerait par deux plans qui toucheraient ces ſurfaces en *F* & en *G* (*Art.* 19.). Or ces plans ſont à peu près paralleles, puiſque l'on ſuppoſe *F G* peu inclinée entre ces ſurfaces.

38. On entend communément par *Lentille* un verre dont un côté *E F* eſt plan, & l'autre eſt une portion *A C B* de la ſurface d'une ſphere, ou dont les deux côtés *A C B*, *E D F* ſont les portions de deux ſurfaces de mêmes ou de différentes ſpheres. Souvent on l'appelle tout ſimplement *Verre*. *L'Axe* d'une lentille ou d'un verre eſt une droite qui le traverſe perpendiculairement dans ſa plus grande ou ſa plus petite épaiſſeur; il paſſe par conſéquent par les centres *G* & *H* de ſes ſurfaces. Le *Centre* d'un verre eſt au milieu de la portion *C D* de l'axe compriſe dans le verre. La Figure 45 repréſente un verre plan convexe, la 46ᵉ un verre plan concave; les Figures 47 & 48, repréſentent l'une un verre convexe, & l'autre un verre concave des deux côtés; & les Figures 49 & 50 deux verres concaves d'un côté & convexes de l'autre, dont le premier eſt appellé *Ménisque*. Il faut bien ſe ſouvenir que l'épaiſſeur *C D* de tous ces verres eſt généralement ſi petite, qu'il eſt rare qu'on ſoit obligé d'y avoir égard. Fig. 45, 46, &c. juſqu'à 50.

39. Un verre auquel on donne la forme d'un Priſme triangulaire, ſe nomme tout ſimplement *Priſme*. Ce verre vû directement par le bout, eſt repréſenté par le triangle *A B C*, comme dans la Figure 52. Fig. 51.

Fig. 52, 53 & 54. 40. Lorſqu'un rayon *EFGH* ſe rompt aux deux côtés *AB*, *BC* d'un Priſme, il en ſort incliné plus ou moins, vers la partie la plus épaiſſe de ce Priſme, ſelon que l'angle réfringent *ABC* eſt plus grand ou plus petit; &, cet angle étant invariable, *la réfraction totale du rayon eſt conſtante*, quel que ſoit l'angle ſous lequel il rencontre le Priſme, pourvu que les réfractions ſoient petites.

Fig. 52. Car, ſuppoſant en premier lieu que le rayon *FG* conſidéré lorſqu'il traverſe l'intérieur du Priſme, ſoit également incliné aux côtés *AB*, *BC* de ce Priſme, comme dans la Figure 52, il eſt viſible par la poſition ſeule des perpendiculaires à ces côtés, aux points *F* & *G*, que les réfractions qu'il y ſouffre, l'inclinent néceſſairement vers le côté *AC*.

Fig. 53. Maintenant que *FG* devienne inégalement inclinée aux côtés *AB*, *BC*, & prenne, en tournant par degrés, la poſition *fg*, il eſt clair que tandis que ſon obliquité ſur le côté *AB* diminue, elle augmente ſur l'autre côté *BC*. Ainſi ſuppoſant qu'un rayon ſuive cette droite variable *fg*, & vienne à traverſer les deux côtés du Priſme, il ſe briſera de plus en plus en paſſant à travers le côté *BC*, tandis qu'en ſortant par le côté *AB*, ſon infléxion ira toujours en diminuant; de ſorte que la réfraction totale du rayon, égale à la ſomme des réfractions particulières qu'il ſouffre aux côtés du Priſme, ſe
Fig. 54. conſervera à peu près la même dans toutes ſes poſitions. Si la droite *fg* continue de tourner, non ſeulement juſqu'à ce que le détour qui a lieu en *f*, devienne nul, mais encore juſqu'à ce qu'il ſe faſſe de l'autre ſens vers l'angle réfringent *B*, alors il retranchera des accroiſſemens continuels que reçoit le détour plus conſidérable qui a lieu en *g*; & par conſéquent, la réfraction totale ſera encore la même.

Fig. 53. Lorſque *fg* eſt perpendiculaire à *AB*, ſi le ſecond côté *BC* s'approche par dégrés du premier *AB*, en tournant au tour de *B*, l'inclinaiſon du rayon qui décrit *fg* ſur le côté *BC*, & par conſéquent ſon détour en *g*, iront toujours en diminuant, & deviendront enfin nuls, par l'évanouiſſement de l'angle réfringent *ABC*. Enfin, ſi pluſieurs rayons paralleles rencontrent le Priſme, ils en ſortent encore paralleles (*Art.* 30.). La quantité dont un rayon ſe détourne ne dépend donc point du plus ou du moins d'épaiſſeur de la partie du Priſme qu'il traverſe, ni de ſes inclinaiſons aux côtés de ce Priſme, mais elle eſt proportionnée à la grandeur de l'angle

réfringent ABC, d'autant plus exactement que cet angle est plus aigu, & les réfractions à ses côtés plus petites.

41. Par la même raison lorsqu'un rayon $EFGH$ traverse une lentille convexe ou concave près de ses bords, ou une sphere à quelque distance de son centre, il se détourne à son émergence, de sa première direction, *en s'inclinant vers la plus grande épaisseur du verre*; parce que les réfractions en F & en G, sont les mêmes que si le rayon rencontrait deux plans FA, GC qui toucheraient la surface sphérique en F & en G (*Art.* 19.); & que par conséquent on peut considérer les surfaces du verre comme ayant la même inclinaison que les côtés d'un Prisme. Fig. 55, 56, &c. jusqu'à 62.

42. Il suit des deux derniers Articles, que plus un rayon traverse un verre près de son centre, moins il se détourne de sa route en sortant; que s'il passe par le centre, ses parties incidente & émergente sont paralleles, ou ne font qu'une même ligne, lorsque le rayon co-incide avec l'axe du verre. A mesure que le rayon FG s'approche du centre du verre, l'angle fait par les plans tangens FA, GC, diminue, & enfin s'évanouit, lorsqu'ils deviennent paralleles. Fig. 63, 64, &c. jusqu'à 70.

43. Lorsqu'un pinceau de rayons tombe sur un verre, le rayon qui passe par le centre de ce verre est ce que l'on nomme l'*Axe* de ce pinceau. Et parce que ses parties incidente & émergente EF, & GH ne forment qu'une même ligne ou deux lignes paralleles (*Art.* 42.), nous pouvons considérer ce rayon dans tout son cours comme une ligne droite, dont il ne différe pas sensiblement lorsque le verre a assez peu d'épaisseur pour qu'on puisse la négliger, & que le pinceau ne le rencontre pas avec trop d'obliquité. Car les paralleles EF, & GH, prolongées, deviennent plus proches à proportion que la droite FG est plus courte, & que le rayon est moins rompu en F & en G.

44. *Les réfractions totales des rayons*, tels que $EFGH$ & $efgh$, qui traversent une Sphere à distances égales de son centre, *sont égales*. Car dans ce cas, les cordes FG, fg étant égales, sont également inclinées à la surface de la Sphere, & par conséquent les réfractions du rayon $EFGH$ en F & en G sont égales, prises séparément & ensemble, à celles du rayon $efgh$ en f & en g; ainsi l'angle fait par les parties incidente & émergente d'un rayon quelconque, prolongées jusqu'à ce qu'elles se rencontrent, est égal à l'angle fait par les parties incidente & émergente d'un Fig. 71 & 74.

autre rayon, aussi prolongées jusqu'à ce qu'elles se rencontrent; & c'est-là ce qu'il faut entendre quand nous disons que leur réfraction totale est égale.

Fig. 72 & 73. 45. Il y a encore *égalité dans les réfractions totales des rayons* tels que *E F G H*, *e f g h* qui se coupent dans un point quelconque donné d'une lentille, ou qui la traversent à distances égales de son centre, pourvu cependant que leur incidence ne soit pas d'une obliquité trop grande. Imaginons dans le verre une ligne *F G* d'abord également inclinée à ses côtés, ensuite tournant un peu au tour d'un de ses points, & prenant la position *f g*; il est clair qu'à mesure qu'elle s'incline d'avantage sur un des côtés *F f* du verre, elle s'incline moins sur l'autre côté *G g*; par conséquent, qu'un rayon qui suivrait la droite variable *f g*, traverse les deux côtés de la lentille, le détour qu'il souffrira en sortant par le côté *F f*, augmentera de plus en plus, tandis que celui qu'il souffrira, en traversant l'autre côté *Gg*, ira en diminuant; ensorte que la réfraction totale du rayon, égale à la somme de ses réfractions particulières, se conservera à peu près la même dans toutes ses situations. On peut continuer de faire tourner la droite *f g* autour du point qui lui a déja servi de centre de rotation, non seulement jusqu'à rendre nul le détour en *g*, mais même jusqu'à ce qu'il se fasse dans le sens opposé : alors il retranche des accroissemens continuels que reçoit le détour plus considérable qui a lieu en *f*, & maintient par conséquent la réfraction totale de la même quantité. Pour que cette réfraction se conserve la même, la seule condition nécessaire est que les rayons *F G*, *f g* traversent la lentille à des distances de l'axe les plus égales qu'il est possible, ne pouvant y avoir de changement dans la réfraction totale qu'autant qu'il y en a dans cette distance (*Art.* 40.), puisque ce n'est qu'alors que les plans tangens, que lon considére comme formant l'angle réfringent d'un Prisme, changent d'inclinaison.

Fig. 76, 79, 82, 85, 88 & 91. 46. Lorsqu'un large faisceau ~~considérable~~ de rayons paralleles tombe directement, ou avec peu d'obliquité, sur la surface d'un verre plus épais dans son milieu que vers ses bords, la réfraction porte toujours les rayons émergens vers celui qui passe par le centre du verre; elle les en écarte au contraire, si ce sont les bords du verre qui ont plus d'épaisseur que le milieu (*Art.* 41.); & parce qu'à distances égales autour du centre, les rayons se détournent également dans tous ces verres, & qu'à proportion que ces distances sont plus grandes

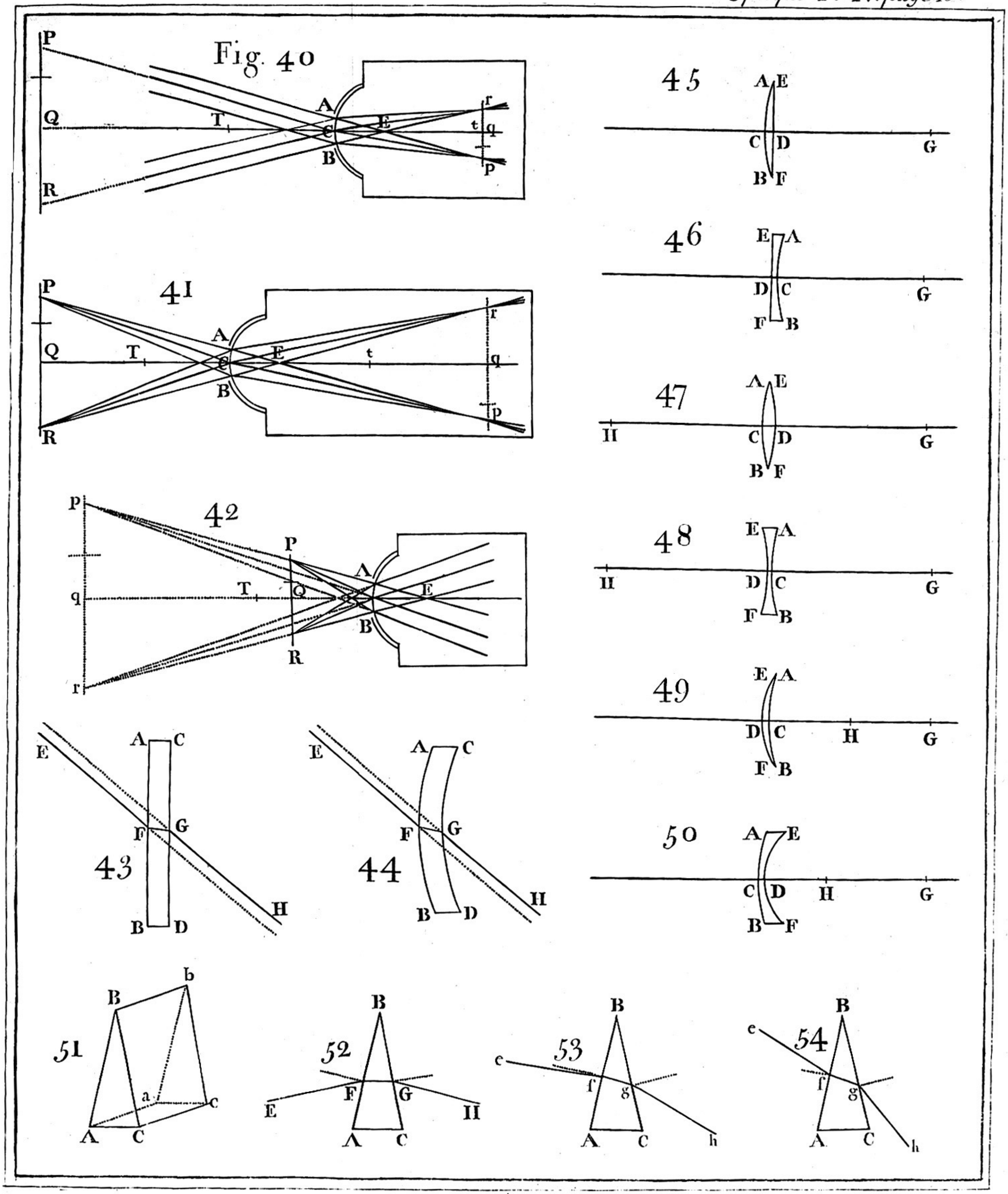


Fig. 40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54

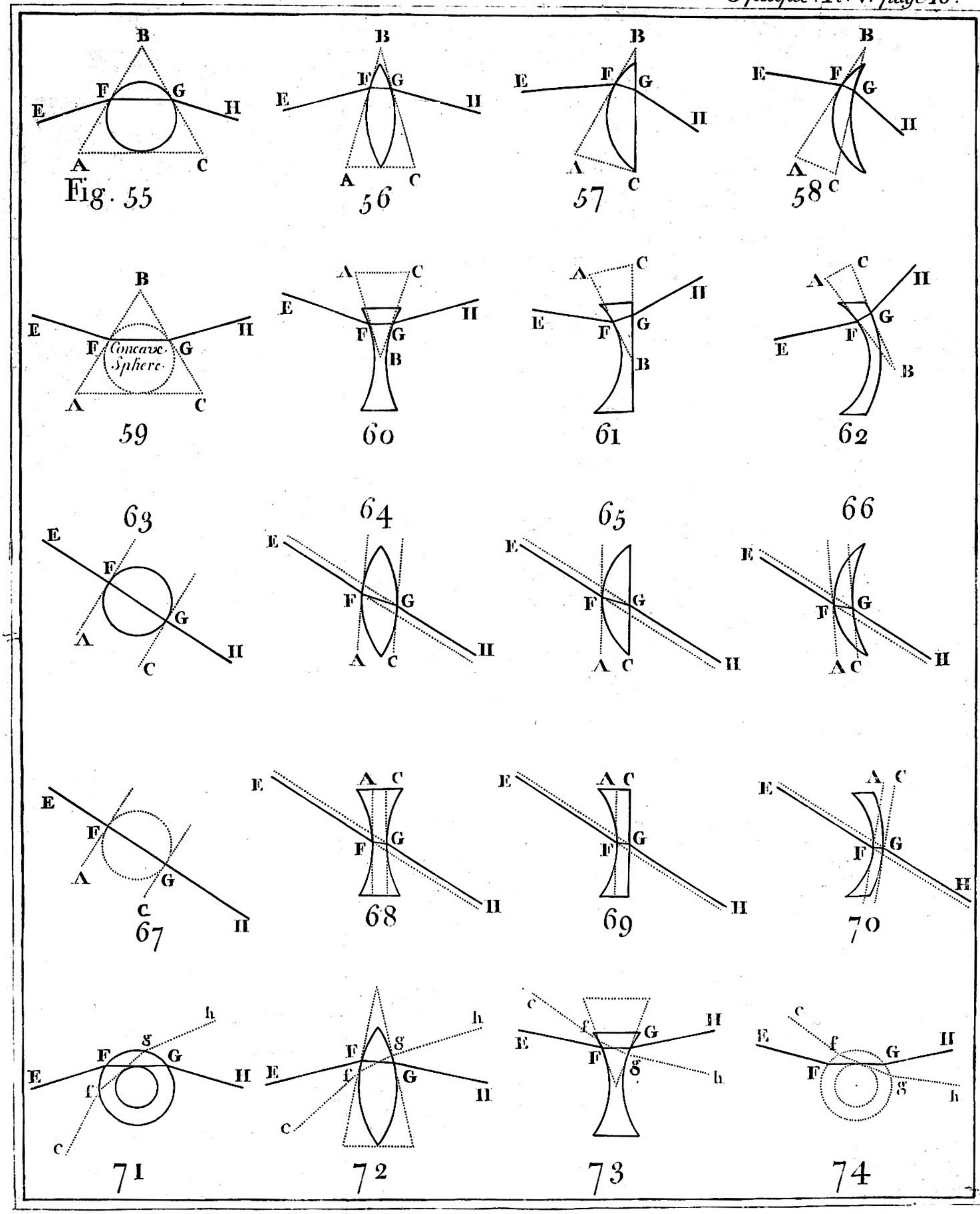


Fig. 55
56
57
58
59
Concave Sphere
60
61
62
63
64
65
66
67
68
69
70
71
72
73
74

grandes, ils se détournent d'avantage, les rayons émergens convergent à peu près vers un point *F* du rayon qui passe par le centre, si le verre est convexe; ils divergent au contraire d'un point semblable *F*, s'il est concave.

47. Si des rayons paralleles viennent, en suivant des routes opposées, tomber sur les deux surfaces d'une lentille, les distances de leurs foyers au centre de cette lentille sont égales, soit que ces surfaces soient toutes deux courbes & de sphéricités égales ou inégales, ou que l'une d'elles soit plane & l'autre sphérique. Car deux rayons quelconques qui viennent directement opposés l'un à l'autre, ou qui sont également éloignés de l'axe commun des faisceaux auxquels ils appartiennent, rencontrent le verre à distances égales de son centre, s'y brisent également, & vont par conséquent couper l'axe à distances égales *E F*, *E f* du centre de ce verre. Lorsque des rayons rencontrent un verre parallélement à son axe, leurs foyers *F*, *f* sont nommés *Foyers principaux*, ou simplement *Foyers* de ce verre, & *E F* ou *E f sa distance focale.*

48. Il est clair que des rayons qui, étant partis du foyer *F*, vont tomber sur le verre convexe ou plan convexe auquel il appartient, ou qui rencontrent un verre concave, avec des directions tendantes à son foyer *F*, sortent paralleles à l'axe du pinceau *F E*. Donc si l'on suppose que le point *F* d'où viennent actuellement les rayons incidens, ou vers lequel ils sont dirigés, s'éloigne du verre, qu'il aille, par exemple, en *Q*, les rayons, après leur émergence, auront leur foyer *q* de l'autre côté du verre, soit qu'ils concourent en effet dans ce point, ou que ce ne soit que leurs prolongemens qui s'y réunissent; mais si *Q* est plus près du verre que *F*, le foyer *q* réel ou virtuel des rayons émergens sera du même côté que *Q*; parce que dans toutes ces directions différentes qu'on donne successivement aux rayons incidens, ils sont toujours également rompus, pourvu qu'ils conservent leurs distances respectives au centre du verre (*Art.* 44. & 45.). Par conséquent si l'un des deux points * *Q*, *q*, *se meut dans l'axe du pinceau*, *l'autre ira du même côté.* Si le verre est entre le point *Q* & son foyer *q*, *tandis que l'un s'en approche*, *l'autre s'en éloigne*; s'ils sont du même côté du verre, *ils s'en*

Fig. 75, 76, &c. jusqu'à 92.

* Comme chacun de ces points *Q*, *q*, peut être pris pour le point qui envoie les rayons, ‡ & l'autre pour leur foyer réel ou virtuel, on les trouve souvent désignés l'un & l'autre sous le nom de *Foyers correspondans.*

‡ ou vers le quel ils tendent,

éloignent ou *s'en approchent ensemble*, & deviennent d'autant plus voisins l'un de l'autre, qu'ils s'en approchent davantage, jusqu'à ce qu'enfin l'un venant à co-incider avec la surface du verre, l'autre y co-incide aussi au moins à très-peu près, en supposant toutes fois que le verre soit très-mince, & que les rayons soient très-proches de l'axe. Le défaut de la première de ces conditions, est cause que ces points ne peuvent tomber sur la surface d'une sphere, les points d'incidence & d'émergence étant trop éloignés l'un de l'autre.

On doit remarquer que les propriétés des surfaces & verres concaves sont les mêmes que celles des convexes, ce qui se conçoit facilement, en supposant que les rayons suivent des routes contraires dans les mêmes lignes prolongées, & changeant, selon les cas, leur divergence en convergence, ou leur convergence en divergence, comme on l'a représenté dans les Figures.

Fig. 93, 94, &c. jusqu'à 100

* ou vers les quels tendent des rayons qui tombent sur cette surface,

49. Si différens points Q & R qui envoient des rayons sur la surface d'un verre*, sont à distances quelconques égales de son centre, les rayons émergens auront aussi leurs foyers q & r *à distances égales de ce centre*, sur les droites EQ, ER prolongées, pourvu que les rayons ne tombent pas trop obliquement sur le verre. Soit pris dans le verre un point quelconque A, peu éloigné de l'axe Qq que décrit le rayon qui va du point Q à son foyer q, & soit menée la droite AE; si l'on imagine que la figure $QAEq$ tourne un peu autour du centre E, & prenne la position $RBEr$, les extrêmités des droites EQ, EA, Eq, décriront de petits arcs QR, AB, qr, dont E sera le centre commun; alors qu'un autre rayon parti de R* passe par B* en conséquence de la réfraction qu'il aura souffert en entrant dans le verre, il sortira dirigé au point r, soit qu'il concoure dans ce point avec l'axe du pinceau qui* ~~vient de R~~, ou que ce ne soit que son prolongement; parce que deux rayons QAq, RBr, qui traversent le verre à distances égales AE, BE de son centre, se détournent également (*Art.* 44. & 45.). Il est évident que les autres rayons qui viennent de R*, auront aussi le même point r pour foyer réel ou virtuel, puisque ce point est dans l'axe du pinceau (*Art.* 46.).

* ou dirige en R,

* appartient a R,

* ou qui tendent vers R,

50. Donc les faisceaux de rayons paralleles, qui ne tombent pas trop obliquement sur le même côté ou sur les côtés opposés de tel verre qu'on voudra, ont toujours leurs foyers à distances égales de son centre. Car le raisonnement précédent convient

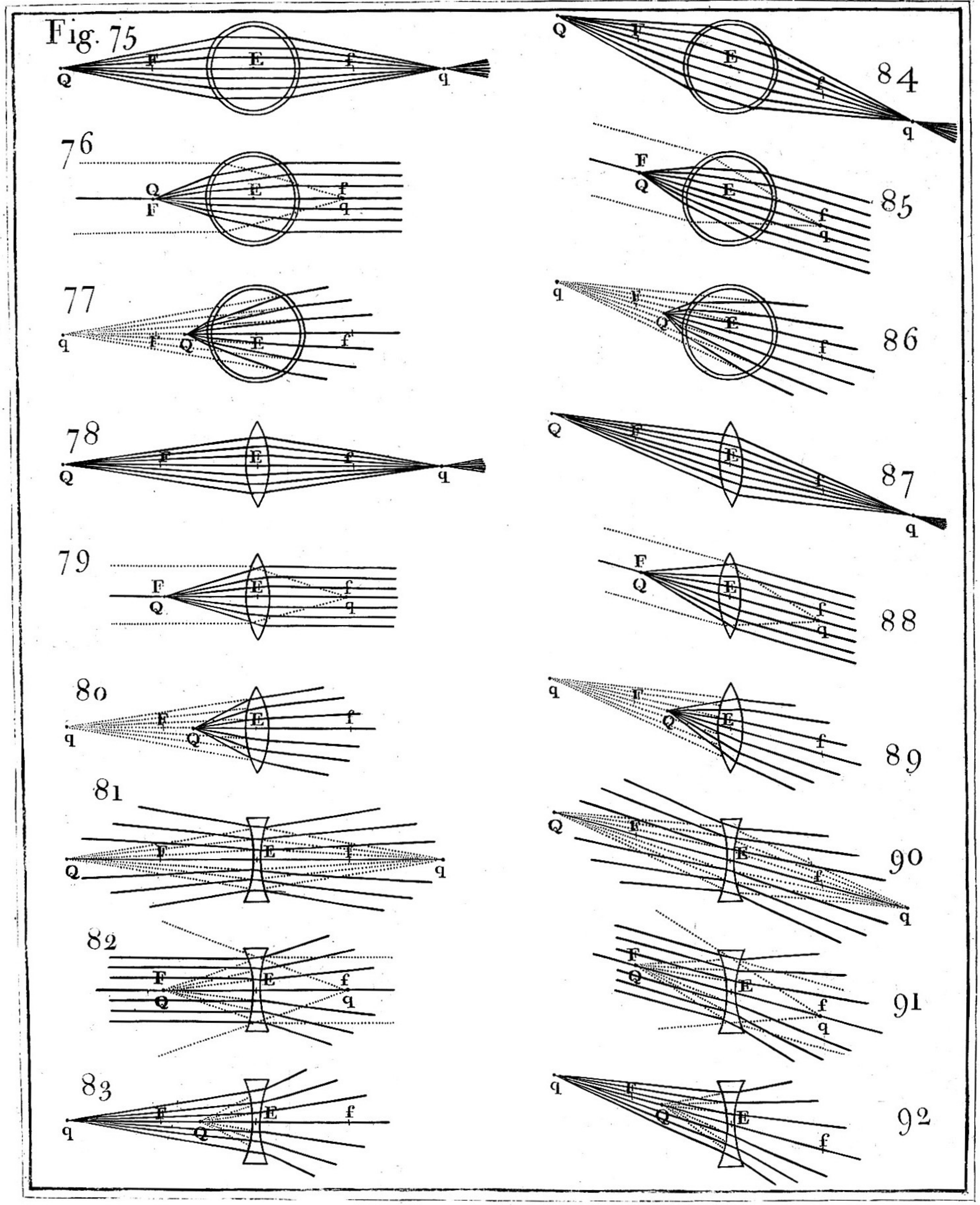


Fig. 75
Q F E f q
76
Q F E f q
77
q f Q E f
78
Q F E f q
79
F Q E f q
80
q F Q E f
81
Q F E f q
82
F Q E f q
83
q F Q E f
84
Q F E f q
85
F Q E f q
86
q F Q E f
87
Q F E f q
88
F Q E f q
89
q F Q E f
90
Q F E f q
91
F Q E f q
92
q F Q E f

également au cas où les distances Eq, Er deviennent infinies: Fig. 97, & 98.
ce qui est le cas des rayons paralleles.

51. Donc si le point ~~radieux~~ Q* est donné, & que l'on demande le foyer ou point de réunion q des rayons émergens ou de leurs prolongemens, il faudra après avoir mené l'axe QE du pinceau, décrire du centre E & du demi-diamétre EF, égal à la distance focale du verre trouvée par expérience, l'arc FG qui coupe quelque part en G, un des rayons incidens QA; joignant ensuite EG, & menant Aq parallele à cette droite, le point q où cette parallele coupera l'axe du pinceau, sera le foyer cherché. Car supposant qu'outre le rayon GA, il y en ait d'autres qui partent de G, ou qui y soient dirigés, tous sortiront parallélement à leur axe GE prolongé (*Art.* 50.). Fig. 101, 102, 103, & 104.

* d'où partent, ou vers lequel tendent les rayons incidens,

52. Voici encore une autre manière de considérer la réfraction d'un pinceau de rayons qui traversent des verres de figure quelconque, & de découvrir leur point de concours. La réfraction à la première surface AB, donne aux rayons de nouvelles directions en conséquence desquelles ils concoureraient eux ou leurs prolongemens dans un point T, s'ils ne souffraient point de réfration à la seconde surface. Regardant ce point comme envoyant des rayons sur cette surface, il est clair que la réfraction qu'ils y souffrent, les dirige tous vers un autre point F; or, c'est ce point qui est le foyer cherché. Soit, par exemple, Q le point qui envoie des rayons sur un Prisme, & soit QC perpendiculaire à son premier côté AB. Si on prolonge QC d'une quantité QT, égale à sa moitié, T sera le foyer des rayons QA, QB, &c. après leur réfraction à la surface AB (*Art.* 31.); & comme les rayons incidens en a & en b, sur la seconde surface ab, peuvent être considérés comme venant de ce point, si de Tc perpendiculaire à ab, on retranche une partie Tq, qui en soit le tiers, les rayons émergens prolongés concourront au point q, qui par conséquent en sera le foyer (*Art.* 31.). Fig. 105, 106, &c. jusqu'à 110

Donc si l'angle réfringent d'un Prisme est peu ouvert, & les rayons peu réfractés, le point d'où viennent les rayons incidens & le foyer des rayons émergens, sont toujours à des distances à très-peu près égales de ce Prisme. Car alors les perpendiculaires TC & Tc sont égales, à peu près; & dans le verre, QC & qc en sont respectivement les deux tiers.

Fig. 110. Donc lorſque les plans *A B* & *a b* ſont paralleles, *T C*, & *T c* co-incident; & *Q q* eſt le tiers de *C c* épaiſſeur du verre.

Fig. 111 & 112. 53. Une image *p q r* formée par un verre terminé par des plans paralleles *A B*, *a b*, eſt droite, parallele & égale à l'objet *P Q R*; elle eſt du même côté du verre que l'objet, mais plus près du verre d'un tiers de ſon épaiſſeur; parce que nous avons montré que les foyers *p*, *q*, *r* de chacun des pinceaux qui viennent des points *P*, *Q*, *R*, en ſont plus près de cette quantité, & que ces foyers ſont dans les droites, *P A*, *Q C*, *R B* menées de chaque point de l'objet perpendiculairement au verre.

Fig. 113. 54. Une image formée par un Priſme, eſt toujours droite & égale à l'objet; & l'un & l'autre ſont toujours du même côté, & à diſtances égales de ce Priſme, pourvu cependant que les rayons ſoient peu réfractés, & que l'angle réfringent du Priſme ait peu d'ouverture. Soient deux rayons *P E*, *Q E* qui viennent des extrémités de l'objet, paſſant par un point *E*, ſi proche du ſommet de l'angle réfringent, qu'on puiſſe regarder comme nulles les diſtances de leurs points d'incidence & d'émergence. Puiſque les détours entiers des rayons *P E N*, *Q E O* ſont égaux (*Art.* 40.), ces rayons ſe couperont en faiſant l'angle *P E Q* égal à l'angle *N E O*, ou à l'angle *p E q* formé par les rayons émergens prolongés du côté de l'objet; & parce que la diſtance *E p* du foyer *p* du pinceau appartenant au point *P*, eſt égale à *E P* (*Art.* 25.), la diſtance *E q* du foyer *q* ſera auſſi égale à *E Q*; & par conſéquent l'image *p q* eſt droite, égale à l'objet, & du même côté du Priſme, à la même diſtance que l'objet.

Fig. 114, 115 & 116. On aurait pu prouver les mêmes choſes, en imaginant que les deux rayons *P A*, *Q B* partis des extrémités de l'objet, ſoient paralleles, ou ſe rencontrent en un point quelconque *E*; parce que les rayons émergens (prolongés) feront paralleles dans le premier cas (*Art.* 30); & que dans le ſecond ils ſe couperont dans un point *e*, du même côté du Priſme, à la même diſtance que le point *E* (*Art.* 52), & feront des angles égaux en *E* & en *e*, comme lorſqu'ils traverſent le Priſme près du ſommet de l'angle réfringent.

Fig. 117, 118, &c. juſqu'à 125. 55. On voit dans ces Figures la formation de l'image d'un objet, par différens pinceaux réfractés en traverſant un verre de figure quelconque. Comme les axes *P E p*, *Q E q*, *R E r* de ces pinceaux

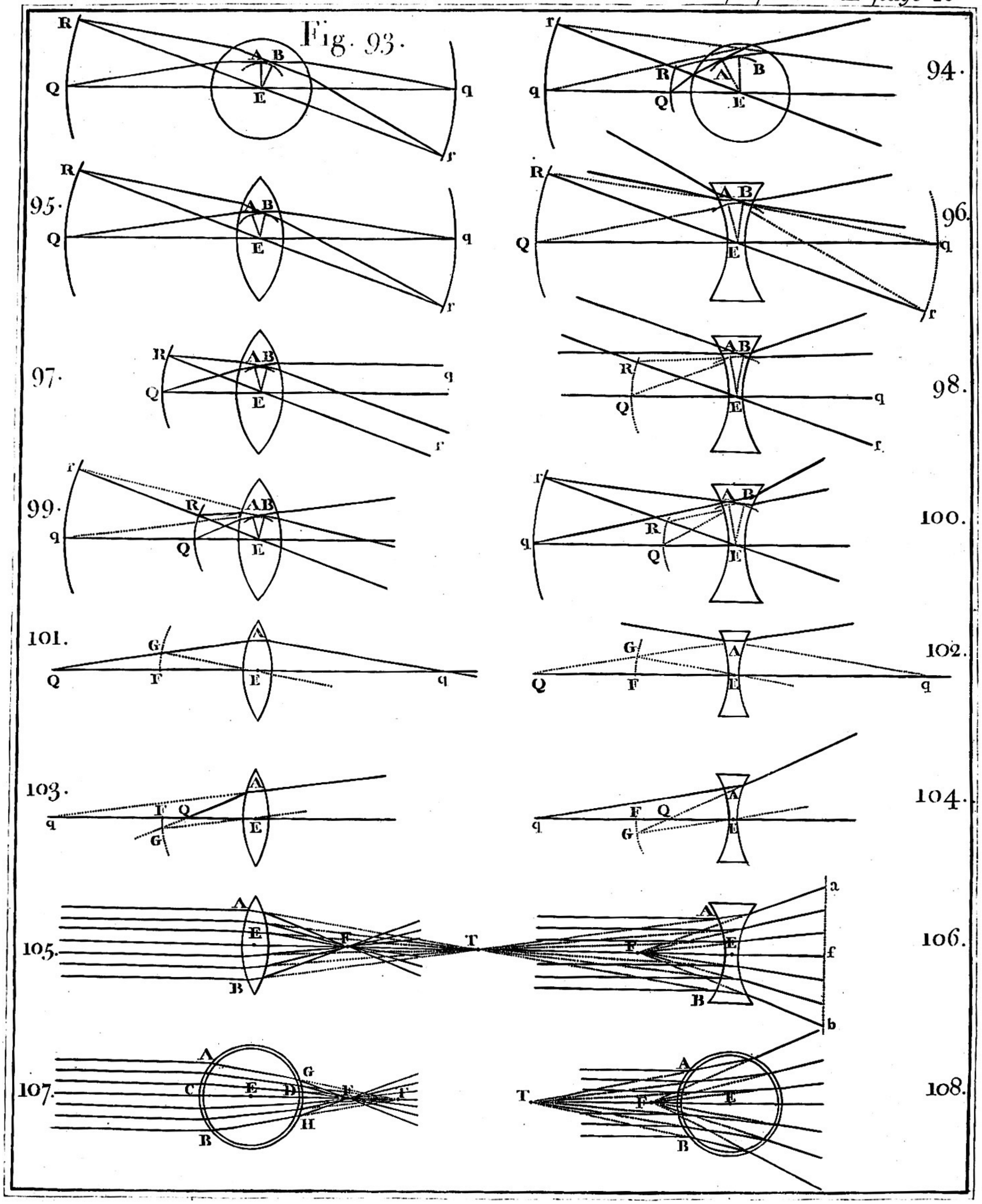


Fig. 93.
94.
95.
96.
97.
98.
99.
100.
101.
102.
103.
104.
105.
106.
107.
108.

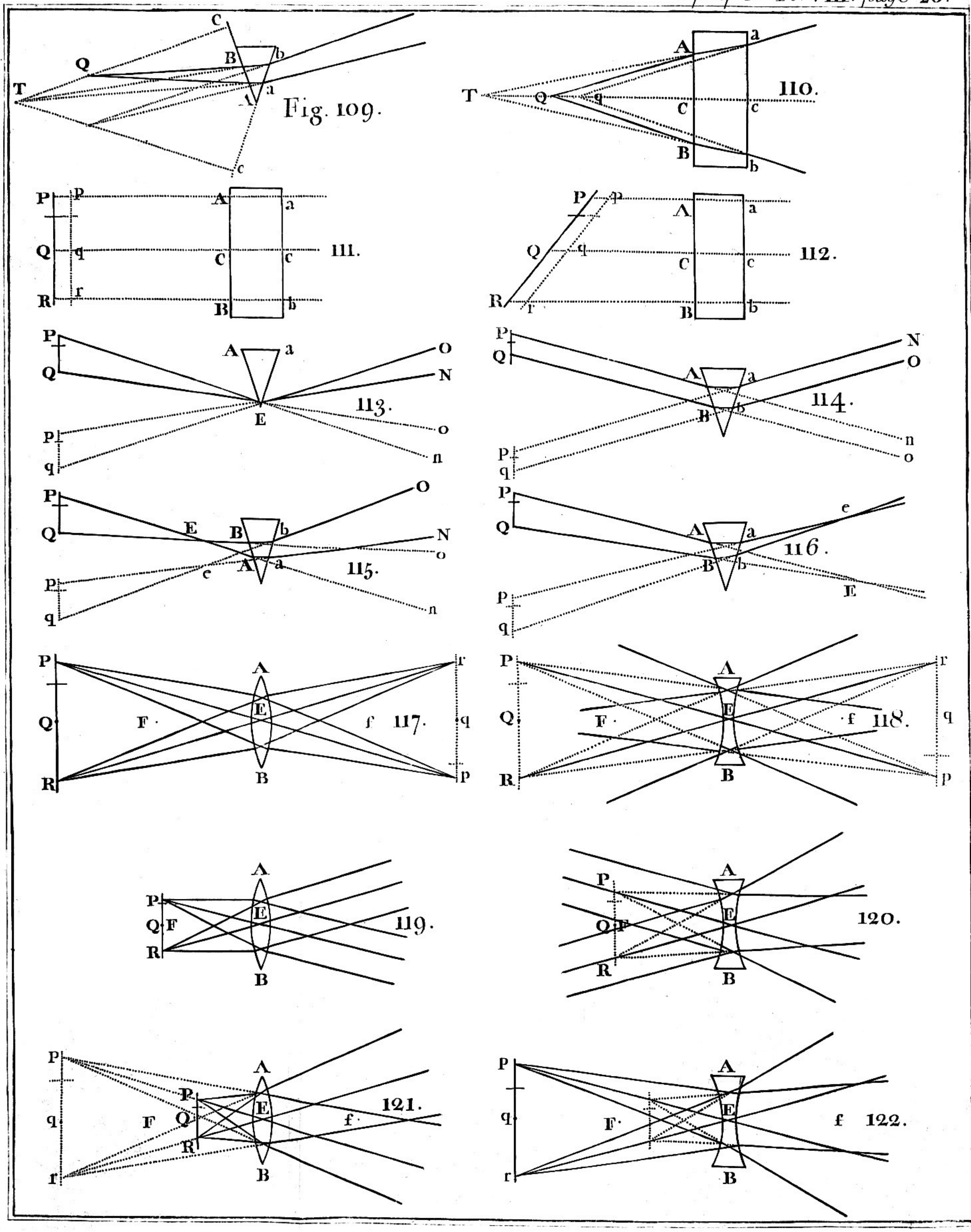


Fig. 109.
110.
111.
112.
113.
114.
115.
116.
117.
118.
119.
120.
121.
122.

passent sans se rompre par le centre du verre, les propriétés de ces images sont les mêmes que celles des images produites par de simples surfaces réfringentes ou réfléchissantes, dont on a donné la description (*Art.* 29.); excepté que l'image d'un objet qui touche une sphere, ne co-incide point avec l'objet à la surface de cette sphere, mais en reste à quelque distance, par la raison exposée à la fin du 48e article. La théorie nous apprend que l'image d'un arc de cercle est à peu près circulaire (*Art.* 49.); & que s'il s'agit d'un petit objet placé à une distance considérable du verre, dont par conséquent l'image doit être très-petite, sa figure & celle de son image ne différent pas sensiblement, soit qu'on les regarde l'une & l'autre comme des arcs de cercle, ou comme des lignes droites. Sur-tout si l'on considére que les rayons d'un pinceau ne concourent pas éxactement dans un point unique de l'axe, mais rencontrent cet axe en différens points, qui en composent une partie sensible, comme il paraîtra par les expériences suivantes.

56. Lorsque des rayons tombent sur la surface brute & inégale de quelque corps opaque ou transparent, on conçoit qu'ils ne sont point réfléchis ou rompus régulièrement, comme ils le seraient par des surfaces parfaitement égales & polies, & qu'ils se dispersent de différens côtés, sans conserver aucun ordre, ni avoir de cours déterminé.

Description d'expériences très-simples, par lesquelles on prouve les propriétés précédentes des surfaces réfringentes & réfléchissantes, & l'on en découvre de nouvelles.

57. PREMIÈRE EXPÉRIENCE. *Au moyen de laquelle on découvre suivant quelle loi la lumière diminue, en s'éloignant du point lumineux.* Si on fait passer la lumière qu'envoie un point A par un trou carré $b\,c\,d\,e$, & qu'on la reçoive sur un plan $B\,C\,D\,E$ parallele au trou, si la distance $A\,B$ de ce plan au point A, est double de la distance $A\,b$ du trou, les dimensions de l'espace éclairé $B\,D$ seront doubles de celles du trou $b\,d$; elles seront triples, si $A\,B$ est triple de $A\,b$, & ainsi de suite; c'est de quoi on peut s'assurer aisément, au moyen d'une bougie placée en A. Fig. 126.

58. L'Espace éclairé $B\,D$, à une distance $A\,B$ double de $A\,b$, sera donc quatre fois plus grand que le trou; à une distance tri-

ple, il sera neuf fois plus grand ; à une distance quadruple, seize fois, &c. mais il est évident que la même quantité de lumière ne peut éclairer quatre fois plus d'espace, sans se disperser quatre fois davantage, & être par conséquent quatre fois plus faible ; que répandue sur un espace neuf fois plus grand, elle doit être neuf fois plus faible, &c. Ainsi, *La force ou intensité de la lumière diminue comme le carré de la distance au point lumineux augmente* * les

* 1. Il est bien vrai que l'intensité de la lumière qui s'éloigne du point lumineux par des rayons qui en divergent, suit la raison inverse du carré des distances à ce point, lorsque le milieu qu'elle traverse est parfaitement libre, & qu'il ne se fait aucune perte de lumière. Mais si le milieu en intercepte & en éteint une partie, l'intensité de la lumière diminue suivant une autre loi.

2. Pour la découvrir, supposons le milieu d'une densité uniforme, & prenons d'abord le cas ou les rayons sont paralleles, afin que la lumière ne souffre d'affaiblissement que de la part du milieu qu'elle traverse. Mr. Bouguer a fait voir le premier qu'elle diminue alors *selon une progression géometrique.*

En effet, supposons avec lui que la quantité de parties de ce milieu qui interceptent la lumière, soit le $\frac{1}{n}$ eme du volume total. Si on imagine ce milieu, ou corps diaphane divisé en tranches d'une épaisseur égale au diamétre de ces petites parties, il est visible que m représentant le nombre ou la quantité de rayons qui tombent sur la première tranche, $m \times \frac{n-1}{n}$ sera la quantité qui sortira de cette première tranche ; que $m \times \left(\frac{n-1}{n}\right)^2$ sera la quantité qui sortira de la seconde ; que $m \times \left(\frac{n-1}{n}\right)^3$ exprimera le nombre qui sortira de la troisième, & ainsi de suite, puisqu'il se perd toujours, en traversant chaque tranche, la $\frac{1}{n}$ eme partie des rayons qui se présentent pour y entrer.

Si on représente en général par l'unité, la quantité de rayons qui tombent sur la première surface du milieu diaphane, la loi de l'affaiblissement de la lumière sera exprimée par cette suite de termes $\frac{n-1}{n}$, $\left(\frac{n-1}{n}\right)^2$, $\left(\frac{n-1}{n}\right)^3$, &c.

3. Puisque la lumière diminue selon une progression géometrique, lorsqu'elle se propage suivant des rayons paralleles, dans un milieu homogene, il est évident qu'on peut représenter les forces lorsqu'elle en a traversé différentes épaisseurs, par les ordonnées d'une Logarithmique qui ait pour axe l'épaisseur du corps. Supposons avec l'Auteur célébre de cette théorie, que *ABCD* (*fig.* 127.), représente un milieu diaphane homogene, & concevons-le divisé en tranches d'une égale épaisseur. Que *BP* représente la quantité de lumière qui entre dans le milieu perpendiculairement à son côté *AB*, & *QF* sa quantité ou sa force, après avoir traversé l'épaisseur *BF* de la première tranche ; il est clair que si on fait passer par les deux points *P* & *Q* une logarithmique *PQVZ* qui ait pour axe l'épaisseur *BC*, ses autres ordonnées *RH*, *SK*, *TM*, &c. qui diminuent en progression géometrique, représenteront les forces de la lumière lorsqu'elle aura traversé les épaisseurs *BH*, *BK*, *BM*, &c.

4. Si le milieu était d'une transparence différente, on sent bien que la logarithmique ne ferait plus la même. S'il en avait davantage, il faudrait que la lumière traversât une plus grande épaisseur pour faire la même perte, & par conséquent il y aurait plus de distance entre les ordonnées ; s'il en avait moins, une épaisseur plus petite affaiblissant la lumière de la même quantité, elles seraient plus proches.

Par exemple, si le corps *abcd* (*fig.* 128.) est quatre fois moins transparent, ou présente quatre fois plus d'obstacles au passage de la quantités de lumière reçues sur une surface quelconque placée successivement à des distances doubles, triples, quadruples, &c. de ce point, ne sont donc que $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{16}$, &c. de la quantité to-

lumière, il est clair qu'une tranche de ce corps quatre fois moins épaisse que celles du corps *ABCD* (*fig.* 127.), l'affaiblira également. Les ordonnées de la logarithmique *pqvz*, qui représentent les diverses forces de la lumière lorsqu'elle traverse le corps *abcd*, seront donc quatre fois plus proches que leurs égales dans la logarithmique *PQVZ*.

Mais les ordonnées de ces deux courbes étant égales, les parties correspondantes de leurs axes comprises entre telles ordonnées égales qu'on voudra, sont proportionnelles, & suivent le rapport des soutangentes. Par conséquent lorsque la lumière entre dans différens milieux, il faut qu'elle en traverse *des épaisseurs proportionnelles* pour être également affaiblie ; & ces épaisseurs sont entr'elles comme les soutangentes des logarithmiques qui appartiennent à ces milieux.

5. Ainsi, faisant dépendre, comme Mr. Bouguer, le dégré de transparence du chemin plus ou moins grand que fait la lumière pour diminuer de la même quantité, *les transparences spécifiques des milieux seront entr'elles comme les soutangentes de leurs logarithmiques.*

6. Pour ne point laisser cette Théorie sans application, supposons qu'on demande la quantité de lumière qui traverse une épaisseur quelconque d'un milieu diaphane, lorsqu'on sçait déja ce qu'il en passe au travers d'une épaisseur connue.

Lorsque la lumière entre dans un milieu, une partie est toujours réfléchie & éteinte à la surface. Si elle a une seconde surface de ce milieu à traverser, il est clair qu'elle y fait une perte nouvelle. Dans certains cas, l'affaiblissement que ces deux surfaces occasionnent, monte, selon Mr. Bouguer, à un dixième. Un tel affaiblissement n'est point à négliger, & doit être déduit, pour le mieux, de la quantité de lumière qui se présente pour entrer dans le milieu.

Cela posé, si la quantité de lumière qui entre effectivement dans le milieu, & celles auxquelles elle est réduite, lorsqu'elle en a traversé différentes épaisseurs *BF*, *BH*, &c. (*fig.* 127.), sont en progression géométrique, ou ce qui est la même chose, les ordonnées *PB*, *QF*, *RH*, &c. de la logarithmique, qui les représentent, les épaisseurs *BF*, *FH*, &c. seront égales. Mais ces ordonnées étant en progression géométrique, leurs logarithmes sont en progression arithmétique, & par conséquent les différences de ces logarithmes sont aussi égales. Il y aura donc même rapport d'une de ces différences, à une des épaisseurs *BF*, que de tel nombre qu'on voudra prendre de ces mêmes différences, à un pareil nombre d'épaisseurs égales à *BF*: d'où il suit que si *PB* représente la quantité de lumière qui entre dans un milieu diaphane, *QF* la quantité à laquelle elle est réduite, après avoir traversé l'épaisseur *BF*, on aura la quantité *VN*, à laquelle elle sera réduite, quand elle aura traversé une autre épaisseur donnée *BN*, en faisant cette analogie, $BF : \text{Log.}\ PB - \text{Log.}\ QF :: BN : \text{Log.}\ PB - \text{Log.}\ VN$, ou $BF : \text{Log.}\ \frac{PB}{QF} :: BN : \text{Log.}\ \frac{PB}{VN}$. Ce quatrième terme nous apprenant le rapport suivant lequel la lumière diminue, en traversant l'espace *BN*, on aura aisément *VN*, pourvu que l'on connaisse *PB*.

Mr. Bouguer ayant trouvé, par exemple, que la lumière diminue dans le rapport de 2500 à 1681, en traversant une masse d'air grossier de 7469 toises, on demande dans quel rapport elle diminuera lorsqu'elle en traversera une épaisseur de 60000 toises. On fera 7469 toises, sont à 0,172372 logarithme du rapport de 2500 à 1681, comme 60000 toises, à 1,384699 logarithme de 24,25, à peu près, rapport cherché de la diminution de la lumière lorsqu'elle à traversé les 60000 toises.

7. Réciproquement, lorsqu'on sçait quelle diminution souffre la lumière en traversant une épaisseur connue d'un corps, si on cherche l'épaisseur qu'elle en doit traverser pour souffrir telle autre diminution qu'on voudra, il n'y aura qu'à renverser l'analogie

tale que cette surface recevrait à la première distance. Comme cette diminution que souffre la lumière à mesure qu'elle se propage, provient de sa divergence, on sent bien que cette diminution,

précédente, & dire Log. $\frac{PB}{QF} : BF :: \text{Log.} \frac{PB}{VN} : BN$, dans laquelle BF est l'épaisseur connue, qui fait diminuer la lumière dans le rapport $\frac{PB}{QF}$, & BN l'épaisseur requise pour l'affaiblir dans le rapport représenté par $\frac{PB}{VN}$.

Supposant avec Mr. Bouguer, que 10 pieds d'eau de mer fassent diminuer la lumière dans le rapport de 3 à 2, on trouve par cette analogie qu'à 311 pieds de profondeur dans la mer, la lumière du soleil est 300000 fois plus faible, & par conséquent égale à la lumière de la pleine lune sur la terre, que Mr. Bouguer à montré être plus faible que celle du soleil dans ce rapport.

8. Cette analogie peut encore servir à faire connaître combien un milieu est plus transparent qu'un autre. Tout se réduit à trouver les épaisseurs que ces milieux doivent avoir pour affaiblir la lumière de la même quantité, il n'importe laquelle. Ainsi on trouve qu'il faut 0,2479 de pouces d'eau de mer, pour la faire diminuer d'un centième, ou dans le rapport de 100 à 99. On trouve aussi que 189 toises d'air grossier causent la même diminution. Ces deux épaisseurs comparées montrent que l'air est *environ 4575 fois plus transparent que l'eau de la mer.*

9. On peut encore comparer les transparences des milieux, par la connaissance des soutangentes des logarithmiques qui leur appartiennent. Or, ces soutangentes sont faciles à calculer, dès-lors que l'on connaît celle de la logarithmique des tables; car ayant le rapport de l'affaiblissement de la lumière, lorsqu'elle a traversé une certaine épaisseur BF du corps diaphane (*fig.* 127.), il est clair que tout se réduit à faire cette proportion. Le logarithme de $\frac{PB}{QF}$ qui représente ce rapport, est à l'épaisseur BF, comme 0,4342948, ou tout simplement 4342948 soutangente de la logarithmique des tables, est à la soutangente de la logarithmique cherchée.

C'est ainsi que Mr. Bouguer trouve que la soutangente de la logarithmique qui appartient à l'eau de mer, est de $24\frac{2}{3}$ pieds, & que celle de la logarithmique, dont les ordonnées représentent les forces de la lumière qui traverse l'air grossier, est de 18818 toises.

10. Si le corps lumineux n'est point assez éloigné pour que ses rayons ne puissent plus être considérés comme paralleles, leur divergence, en s'éloignant de ce corps, diminue l'intensité de leur lumière. Or, la loi de cette diminution suit, comme l'on sçait, le rapport inverse du carré des distances au point lumineux. Par conséquent, si l'on a égard en même-tems à l'affaiblissement occasionné par le défaut de transparence du milieu, on voit que les forces diverses de la lumière seront en *raison composée de la raison inverse des carrés des distances & de la raison directe des ordonnées de la logarithmique* qui appartient au milieu qu'elle traverse.

Ces différentes forces peuvent encore être exprimées par cette serie $\frac{n-1}{n}$, $\left(\frac{n-1}{2n}\right)^2$, $\left(\frac{n-1}{3n}\right)^3$, $\left(\frac{n-1}{4n}\right)^4$, &c. n étant la quantité de rayons interceptés par chaque tranche égale du milieu.

Si le milieu n'est point homogene, qu'il n'ait pas partout la même densité, on sent bien que la lumière diminue alors, en le traversant, selon d'autres loix. Comme cette nouvelle branche de la théorie, dont nous venons de donner une legere idée, nous écarterait trop, nous renvoyons *à l'excellent Traité de la Gradation de la Lumière, de Mr. Bouguer*, dont nous avons extrait ce qu'on vient de voir.

ni par conséquent la loi ſuivant laquelle elle ſe fait, n'a plus lieu quand le point lumineux eſt, ou peut être censé à une diſtance infinie; car alors les rayons qu'il envoie ſont ſenſiblement paralleles, & on reçoit la même quantité de lumière à toutes les diſtances.

59. *Les angles formés à l'œil par des rayons qui viennent des parties égales d'un petit objet, ſont égaux.* Soit diviſée la ſoutendante $B\ C$ d'un petit angle $B\ A\ C$, ou ce qui eſt la même choſe, la corde de l'arc qui le meſure, dans un nombre quelconque de parties égales BH, HI, IC, & que par les points de diviſion, on mene au ſommet A de l'angle, les droites HA, IA, elles partageront cet angle dans le même nombre de parties à très-peu près égales entr'elles. Ces angles partiels ſeraient même exactement égaux, ſi la droite $B\ C$ pouvait être priſe pour l'arc $B\ C$, qui meſure l'angle A, & ils approcheront d'autant plus de cette égalité parfaite, que l'angle ſera plus petit. Auſſi la propoſition n'eſt-elle bien exacte que lorſqu'il s'agit de très-petits angles. Fig. 129.

60. *De petits angles ſoutendus par la même perpendiculaire ſont réciproquement comme ſes diſtances à leurs ſommets.* Si la diſtance AB eſt double ou triple de $A\ b$, la ſoutendente $B\ C$ ſera double ou triple de la ſoutendante $b\ c$ du même angle A. Soit diviſée $B\ C$ en parties $B\ H$, $H\ I$, $I\ C$ chacune égale à $b\ c$, & ſoient menés les rayons HA, IA, ils partageront l'angle $B\ A\ C$ en autant de parties égales. Donc ſi deux angles $b\ A\ c$, $B\ A\ H$ ont une même ou des ſoutendantes égales $b\ c$, $B\ H$, la grandeur du premier $b\ A\ c$ ſera à celle du ſecond $B\ A\ H$, comme la ſeconde diſtance $B\ A$, à la première $b\ A$.

61. II. EXPÉRIENCE. *Si on veut avoir la diſtance focale d'une ſphere réfringente d'eau ou de verre**, il faut coller ſur une partie de la ſurface d'une ſphere creuſe de verre, un morceau de papier gris, percé d'un trou rond d'environ un pouce, & après avoir rempli d'eau cette ſphere, en expoſer la partie couverte au Soleil, de manière que ſes rayons tombant perpendiculairement ſur le trou, paſſent par le milieu de la maſſe d'eau; ces rayons iront au ſortir de la ſphere, ſe réunir dans un point, qui en ſera éloigné *de la valeur d'un demi-diamétre*, comme on peut s'en aſſurer en les recevant ſur un papier placé à cette diſtance. En ſe rappellant le 37e. Art. on ne peut douter que cet effet ne ſoit entiérement dû Fig. 107.

* voici comme on peut s'y prendre. Supposons la sphere d'eau (le procédé est le même pour celle de verre),

aux réfractions occasionnées par la masse d'eau, & nullement au verre qui la renferme. On peut au reste s'en procurer la certitude la plus complette, en répétant l'expérience avec la sphere vuide. Car si on reçoit sur un papier la lumière qui passe par le trou, on y verra toujours un cercle lumineux de même grandeur que le trou, quelle que soit la distance de ce papier à la sphere. La même expérience peut se faire, si l'on veut, avec une bouteille ronde & mince. Si on fait l'expérience avec une sphere solide de verre, on trouvera que le foyer des rayons rompus est éloigné de cette sphere d'*un quart de son diamétre*.

62. III. EXPÉRIENCE. *Si on ne demande le foyer ou point de concours qu'après une seule réfraction*, toutes choses restant les mêmes que dans l'expérience précédente, on collera un morceau de papier blanc bien fin sur la partie de la surface de la sphere opposée au trou, dont le papier gris est percé. Faisant ensuite tomber sur le papier blanc, la lumière du Soleil qui passe par le trou, si on mesure le diamétre GH de la portion illuminée de ce papier, on la trouvera d'environ la moitié du diamétre AB du trou. Ce qui montre que, si on suppose à la masse d'eau assez d'étendue, pour permettre aux rayons convergens AG, BH de continuer leur route, sans se détourner, ils concourront dans un point ou foyer T, dont la distance DT, à la partie de la sphere la plus proche, sera environ la moitié (*Art.* 57.) de la distance CT de ce même foyer, à la partie la plus éloignée de cette sphere, & sera par conséquent égale au diamétre CD; donc CT est à TE comme 4 à 3; ce qui confirme ce qui a été dit dans le 33e. Article. Si on colle le papier blanc sur la partie de la surface d'une sphere solide de verre, opposée à celle où est le trou, le diamétre GH du cercle lumineux ne sera que le tiers de AB; & par conséquent les rayons AB, GH convergeront vers un point T éloigné de D d'un tiers (*Art.* 57.) de sa distance à C; ainsi CT est à TE, comme 3 à 2, ce qui s'accorde encore avec le 33e. Article. Si on fait l'expérience avec une bougie placée à une grande distance de la sphere, à mesure qu'on en approchera cette bougie, le diamétre du cercle GH croîtra continuellement; ce qui fait voir que le foyer T s'éloigne de la sphére, & confirme par conséquent le 34e. Art.

Fig. 105. 63. IV. EXPÉRIENCE. *Si on cherche la distance focale d'un verre convexe*, on en couvrira une des surfaces avec un morceau

de papier percé de plusieurs trous d'épingle, & ayant exposé directement ce verre au Soleil, on remarquera que les rayons qui passent par ces trous, étant reçus sur un papier peu éloigné du verre, y formeront autant de petites taches blanches qui se rapprocheront les unes des autres, à mesure qu'on éloignera le papier, & finiront par se réunir en une seule tache ou foyer. Il est facile de mesurer la distance de ce foyer au verre, & c'est ce que nous avons appellé *Distance focale*. Or cette distance ne changera pas sensiblement, soit qu'on présente l'autre surface au Soleil (*Art.* 47.), ou qu'on l'incline un peu aux rayons incidens (*Art.* 50.); & pourvu que cette petite inclinaison ne déplace point le milieu ou centre du verre, le foyer, cette tache unique qu'on voit sur le papier, se conservera sensiblement au même endroit. Ce qui prouve que l'axe d'un faisceau oblique, de même que celui d'un faisceau direct, ne souffre aucun détour (*Art.* 43.). Si on éloigne davantage le papier du verre, les taches lumineuses s'écarteront les unes des autres.

64. V. EXPÉRIENCE. *Si on a besoin de la distance focale d'un verre concave*, on le présentera au soleil, après l'avoir couvert d'un côté, comme le verre de l'expérience précédente; & on verra les taches s'écarter l'une de l'autre, à mesure qu'on éloignera le papier du verre. D'où l'on voit que les rayons émergens divergent continuellement d'un point placé du côté de la surface éclairée. Si la distance ab de deux taches quelconques, est double de la distance AB des deux trous correspondans du papier qui couvre le verre, le plan ou papier afb sera éloigné du verre, d'une quantité Ef égale à sa distance focale EF (*Art.* 57.); ce qui donne le moyen de la mesurer. Fig. 106.

On découvrira de même, par ces expériences, que la distance focale EF d'un verre plan convexe, ou plan concave, est égale au diamétre de la sphere dont sa surface convexe ou concave fait partie: ce qui prouve le 33e. Article. La seule attention qu'il faudra avoir de plus, sera d'exposer le côté plan perpendiculairement aux rayons incidens, afin qu'ils le traversent sans se rompre. Comme la distance focale EF d'un verre dont les deux surfaces sont toutes deux convexes ou concaves & d'égale sphéricité, est égale au demi-diamétre de sphéricité, la distance focale d'un verre inégalement convexe ou concave, est par conséquent d'une longueur intermédiaire entre le diamétre & le demi-diamétre de sphéricité de celle des ſurfaces qui a le plus de courbure. Car ſi l'une des ſurfaces d'un verre également convexe ou concave, devient continuellement moins courbe, & s'applatit, ſa diſtance focale croît, par dégrés (*Art.* 40. & 41.), & devient égale au diamétre de ſphéricité de la ſurface courbe reſtante.

On peut répéter les mêmes expériences avec un miroir concave ou convexe couvert d'un papier ſemblablement percé de trous d'épingle, ce qui ſervira à confirmer le 26e. Article.

Fig. 150. 65. VI. EXPÉRIENCE. La diſtance focale EF d'un verre convexe étant connue, on enchaſſera ce verre dans un morceau de carton CE, percé pour cet effet d'un trou convenable, que l'on placera enſuite perpendiculairement ſur une longue table, ou ſi l'on veut, ſur le plancher. Par le point C, qui répond directement au-deſſous du milieu ou centre du verre, ſoit menée une droite indéfinie AB perpendiculaire au plan du carton, ſur laquelle on portera la diſtance focale du verre de C en F, de F en I, de I en II, de II en III, &c. & de l'autre côté de C en f, de f en 1, de 1 en 2, de 2 en 3, &c. prenant enſuite $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, &c. de la diſtance focale, on les portera de F vers I, & de f vers 1 en écrivant $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, aux points de diviſion, comme on le voit dans la Figure. Enfin, après avoir fermé la chambre bien exactement, ſi on met une bougie Q ſur le point de diviſion I, les rayons qui traverſent le verre, ſe réuniront en q ſur un papier placé au-deſſus du point de diviſion oppoſé 1; ſi on éloigne la bougie en II, & le papier en $\frac{1}{2}$, les rayons ſe réuniront encore; ce qui arrivera toujours, non-ſeulement en donnant à la bougie & au papier, des mouvemens correſpondans, tels que le papier occupe ſucceſſivement les endroits marqués $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, &c. lorſque la bougie ſe trouvera ſur ceux déſignés par III, IV, &c. mais encore en les tranſportant partout ailleurs ſur la droite AB. Ce qui confirme le 48e. Article. De plus on remarque que *fq varie réciproquement comme FQ.*

66. VII. EXPÉRIENCE. Les choſes reſtant les mêmes, ſi on place une bougie à côté de la première, à la même diſtance du verre, la réunion de ſes rayons formera une autre image ſur le papier q, de l'autre côté de l'axe QEq; & l'on trouvera que

la diſtance entre les deux images, eſt à celle des deux bougies, comme la diſtance des images au verre, eſt à celle des bougies. Ces obſervations confirment les raiſons pour leſquelles l'image d'une bougie unique eſt renverſée ſur le papier, & change de grandeur en changeant de place. Car ce qui à été remarqué au ſujet des deux bougies, eſt encore applicable à deux points quelconques de la même. Ces expériences jettent, comme on voit, un grand jour ſur ce qu'on a dit de la formation des images (*Art.* 55.); on peut répéter les mêmes expériences, en ſubſtituant un miroir concave au verre convéxe.

67. VIII. EXPÉRIENCE. Si les rayons du ſoleil, de la lune, ou d'une bougie éloignée qu'une lentille convexe E raſſemble en q, ſont reçus avant leur réunion ſur un miroir AB, ils iront, après s'être réfléchis, ſe réunir au point ou foyer Q, à une diſtance du miroir égale à celle de q; ce dont il eſt facile de s'aſſurer en recevant les rayons réfléchis ſur un papier placé en Q. Donc ſi l'on ſuppoſe que les rayons réfléchis, après s'être réunis au foyer Q, ſoient renvoyés directement de ce point ſur le miroir AB, ils prendront, en ſe réfléchiſſant, les mêmes directions que s'ils venaient immédiatement de q; ce qui prouve le 23e. & le 24e. Article. Si on place la lentille dans un trou fait au volet d'une fenêtre d'une chambre obſcure, la 132e. figure montre comment l'image d'un objet extérieur PQR, peinte dans une ſituation renverſée pqr ſur un plan vertical oppoſé à l'objet, peut paraître droite au ſpectateur, qui, ayant le dos tourné vers la lentille, voit cette image réfléchie $p'q'r'$ ſur un plan horiſontal. Fig. 131.

68. IX. EXPÉRIENCE. Quelle que ſoit la forme & la grandeur du trou fait au papier dont on couvre une des ſurfaces d'une lentille, l'image d'un objet a toujours la même figure & la même grandeur que quand la lentille n'eſt point couverte, parce que telle petite partie qu'on voudra d'un faiſceau de rayons, a toujours même foyer que le faiſceau entier; mais elle n'a plus la même clarté, & la diminution qu'elle ſouffre de ce côté là, eſt proportionnée à celle de l'ouverture de la lentille, réduite à la largeur du trou; car il eſt clair que la quantité de lumière qui illumine chaque point de l'image, doit diminuer à proportion qu'on rend cette ouverture plus petite. Si la lentille eſt fort épaiſſe & fort grande, on peut en diminuant ſon ouverture, rendre l'image ſenſiblement plus diſtincte; puiſqu'alors on n'a

plus rien à craindre des rayons, qui tombent ſur les bords de ce verre, leſquels ne ſe réuniſſent jamais exactement au même point que ceux qui tombent plus près du milieu du verre, & jettent par conſéquent de la confuſion ſur l'image. L'expérience ſuivante va rendre ceci plus ſenſible.

Fig. 133. 69. X. EXPÉRIENCE. Si on reçoit la lumière du ſoleil ou d'une bougie, qui traverſe une ſphere ou bouteille de figure ronde, pleine d'eau, ſur un papier placé parallélement à l'axe du faiſceau, & très-près de cet axe, on y verra une figure lumineuſe terminée par deux courbes d'une lumière très-vive, appellées *Cauſtiques*, qui en s'éloignant de la ſphere s'approchent l'une de l'autre, & par conſéquent de l'axe du faiſceau, & le rencontrent à la fin en faiſant un angle aigu, dont le ſommet eſt le foyer du faiſceau lumineux.

L'éclat de ces courbes fait juger, à l'aide de la Figure, qu'elles ſont formées par les interſections ſucceſſives de chaque rayon avec celui qui le ſuit; & par conſéquent l'éclat du papier dans l'intérieur de ces courbes, eſt néceſſairement occaſionné par cette multitude d'interſections qui ſe font dans la figure, tandis que leur défaut fait regner l'obſcurité en dehors.

La figure & la poſition de la Cauſtique font auſſi connaître que chaque rayon coupe le ſuivant dans un point de la courbe, avant
Fig. 134. de rencontrer l'axe. Car ſi chaque rayon coupait celui qui en eſt le plus proche, dans un point de l'axe, tous couperaient cet axe dans un ſeul & même point; ainſi la partie illuminée du papier ſerait compoſée de deux eſpaces angulaires, terminés, non par des courbes, mais par des droites qui ſe coupent au foyer, & par conſéquent chaque eſpace angulaire ſerait également illuminé, à diſtances égales de part & d'autre du foyer, ce qui eſt contraire à l'expérience.

Fig. 135. Et ſi chaque rayon ne coupait le ſuivant qu'après avoir traverſé l'axe, leurs interſections ſucceſſives engendreraient une courbe, dont les deux branches feraient comme avant, un angle aigu au foyer, mais qui en s'éloignant de la ſphere, iraient en s'écartant de plus en plus de l'axe, comme le repréſente la Figure; ce qui eſt contraire auſſi à l'expérience. Concluons donc de la poſition & de la figure de la Cauſtique, que chaque rayon ne rencontre l'axe qu'après avoir coupé celui qui le ſuit immédiatement; que le foyer du faiſceau lumineux eſt au point de l'axe, où les rayons

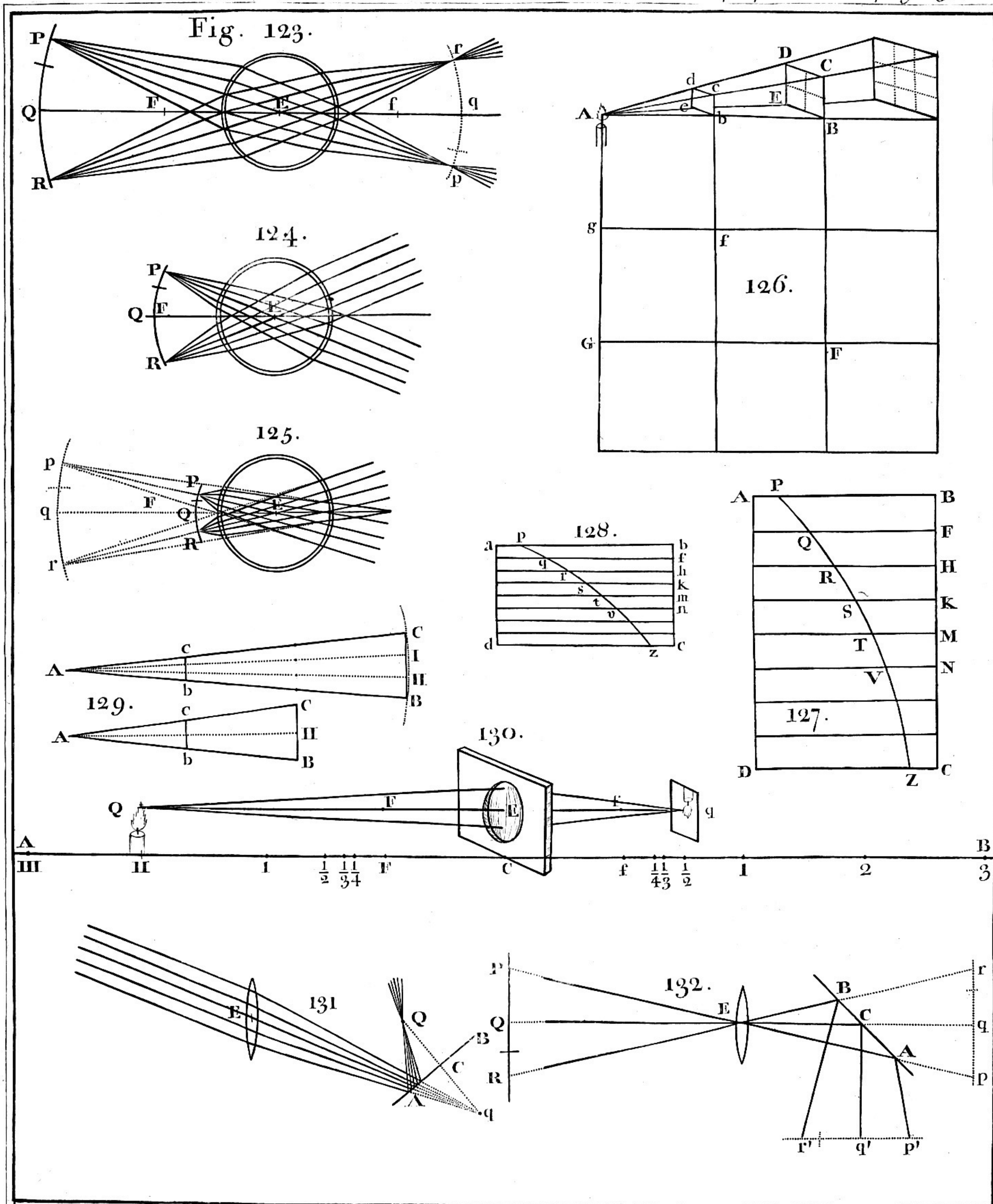


Fig. 123.
124.
125.
126.
127.
128.
129.
130.
131
132.

les plus proches de cet axe vont le rencontrer ; & que les rayons incidens qui ſont les plus écartés de l'axe, ſont ceux qui le traverſent dans des points plus éloignés du foyer.

70. Par conſéquent puiſque l'infléxion totale d'un rayon ne change point, tant qu'il traverſe la ſphere à diſtances égales de ſon centre, il s'enſuit qu'en approchant graduellement la bougie de la ſphere, les rayons les plus proches de ſon centre de part & d'autre, ſortiront d'abord paralleles à l'axe du faiſceau, & auſſitôt après divergeront d'un point de cet axe derrière la bougie ; qu'alors les rayons les plus voiſins de ceux-là de chaque côté du centre, ſortiront à leur tour paralleles à l'axe, & divergeront auſſitôt après d'un autre point de cet axe plus éloigné derrière la bougie que le premier, & ainſi de ſuite. Lors donc que les rayons émergens divergent, ces rayons pris deux à deux prolongés derrière le point lumineux, traverſent l'axe avant de ſe couper, & leurs interſections ſucceſſives forment une Cauſtique imaginaire compoſée de deux branches qui font un angle aigu, dont le ſommet eſt au foyer, & qui vont en s'écartant de l'axe, à meſure qu'elles s'éloignent de la ſphere. Fig. 136. Fig. 137. Fig. 138. Fig. 139.

71. Lorſqu'un large faiſceau de rayons traverſe une lentille convexe, ſes rayons engendrent auſſi après les réfractions, une Cauſtique, ou quelque portion d'une Cauſtique, qui prend naiſſance au foyer du faiſceau, & eſt plus ou moins étendue, ſelon que la lentille eſt compoſée de ſegmens plus ou moins grands de ſpheres de mêmes convexités que ces ſegmens. Car ſi on conçoit que deux plans *AB*, *ab* ſéparent d'une ſphere à travers laquelle il paſſe des rayons, deux ſegmens oppoſés *ACB*, *acb*, & que ces ſegmens ſoient appliqués l'un à l'autre, les réfractions que ſouffriront ces rayons en traverſant ces ſegmens ainſi diſpoſés, feront à peu près les mêmes que s'ils avaient à traverſer la ſphere entière ; & par conſéquent les Cauſtiques engendrées par la lentille & par la ſphere, auront des propriétés ſemblables. Fig. 140 & 141.

Il eſt facile de confirmer ce qu'on vient de dire ſur la génération des Cauſtiques, en couvrant une partie de la ſphere, ou une des ſurfaces d'un grand verre convexe, avec un grand cercle de papier gris, dont on aura percé le diamétre de trous d'épingle également éloignés les uns des autres. Car la lumière qui paſſera par ces trous, formera autant de taches lumineuſes, à diſtances égales l'une de l'autre, ſur un papier placé près du verre perpendiculairement aux rayons. Mais ſi l'on éloigne le papier du verre, les intervalles entre les taches extérieures deviendront plus petits que ceux des taches intérieures, & par conſéquent elles ſe réuniſſent plutôt.

Fig. 142. 72. Au contraire, ſi on couvre du même cercle une des ſurfaces d'une lentille concave, lorſqu'on éloignera le papier de cette lentille, ce ſeront les intervalles entre les taches extérieures qui deviendront plus grands que ceux des taches intérieures ; ce qui fait voir que les points d'où les rayons extérieurs divergent, ſont plus proches du verre que ceux d'où divergent les rayons intérieurs. Il faut remarquer que cette expérience ne réuſſira point avec des verres concaves ordinaires, tels que ceux dont ſe ſervent les perſonnes qui ont la vue courte ; ils ne ſont ni aſſez concaves, ni aſſez larges, ni aſſez épais pour rendre cet effet ſenſible.

73. On voit par ces Cauſtiques tant réelles qu'imaginaires, que les rayons extérieurs d'un faiſceau ſont graduellement trop rompus, ou ce qui revient au même, les intérieurs trop peu pour pouvoir ſe réunir tous en un ſeul point ; & que par conſéquent les angles d'incidence des rayons extérieurs à la première & à la ſeconde ſurface de la ſphere ou de la lentille, ſont trop grands pour que cette réunion puiſſe avoir lieu.

Fig. 143 & 144. 74. Les rayons d'un faiſceau qui traverſe une ſurface unique, engendrent auſſi après les réfractions, des Cauſtiques ſemblables aux précédentes ; elles n'en different qu'en ce qu'elles s'approchent, ou s'éloignent de l'axe plus lentement ; ce qui provient de ce que la convergence ou divergence de chaque couple de rayons contigus, n'eſt produite que par une ſeule réfraction.

Fig. 145 & 146. 75. On démontrera dans le Livre ſuivant, que les rayons d'un large faiſceau qui rencontre un plan réfringent, divergent après avoir été rompus des différens points d'une Cauſtique imaginaire qui prend naiſſance au foyer des rayons voiſins de l'axe du faiſceau, & va en s'éloignant du plan réfringent, lorſque la réfraction ſe fait en paſſant d'un milieu rare dans un milieu plus denſe ; & s'en approche au contraire lorſque le paſſage a lieu d'un milieu denſe dans un milieu rare.

76. La 147e. Figure repréſente une Cauſtique formée des interſections

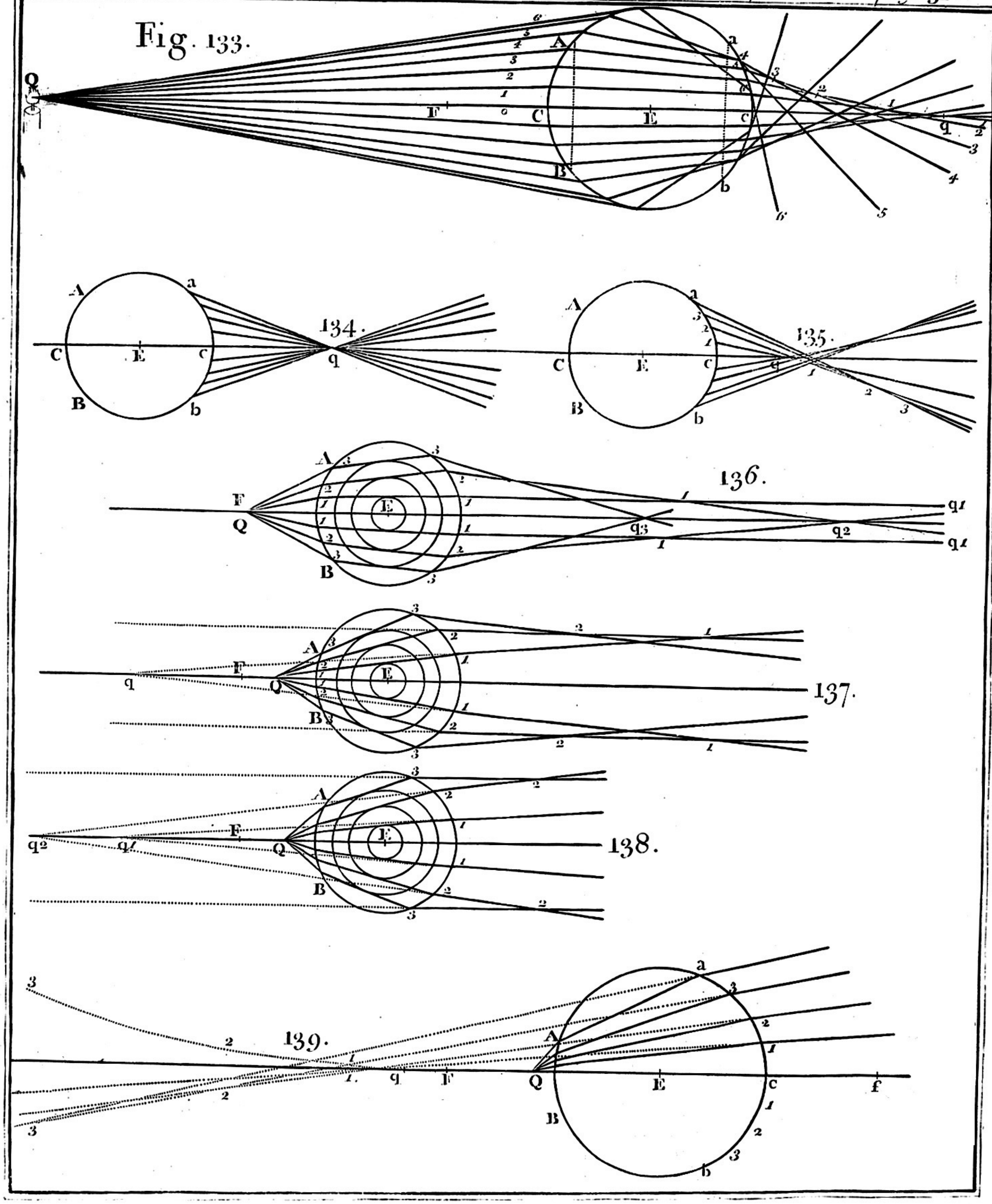


Fig. 133.
Q
F
A
B
C
E
a
b
c
q
134.
135.
136.
137.
138.
139.
q1
q2
q3
f

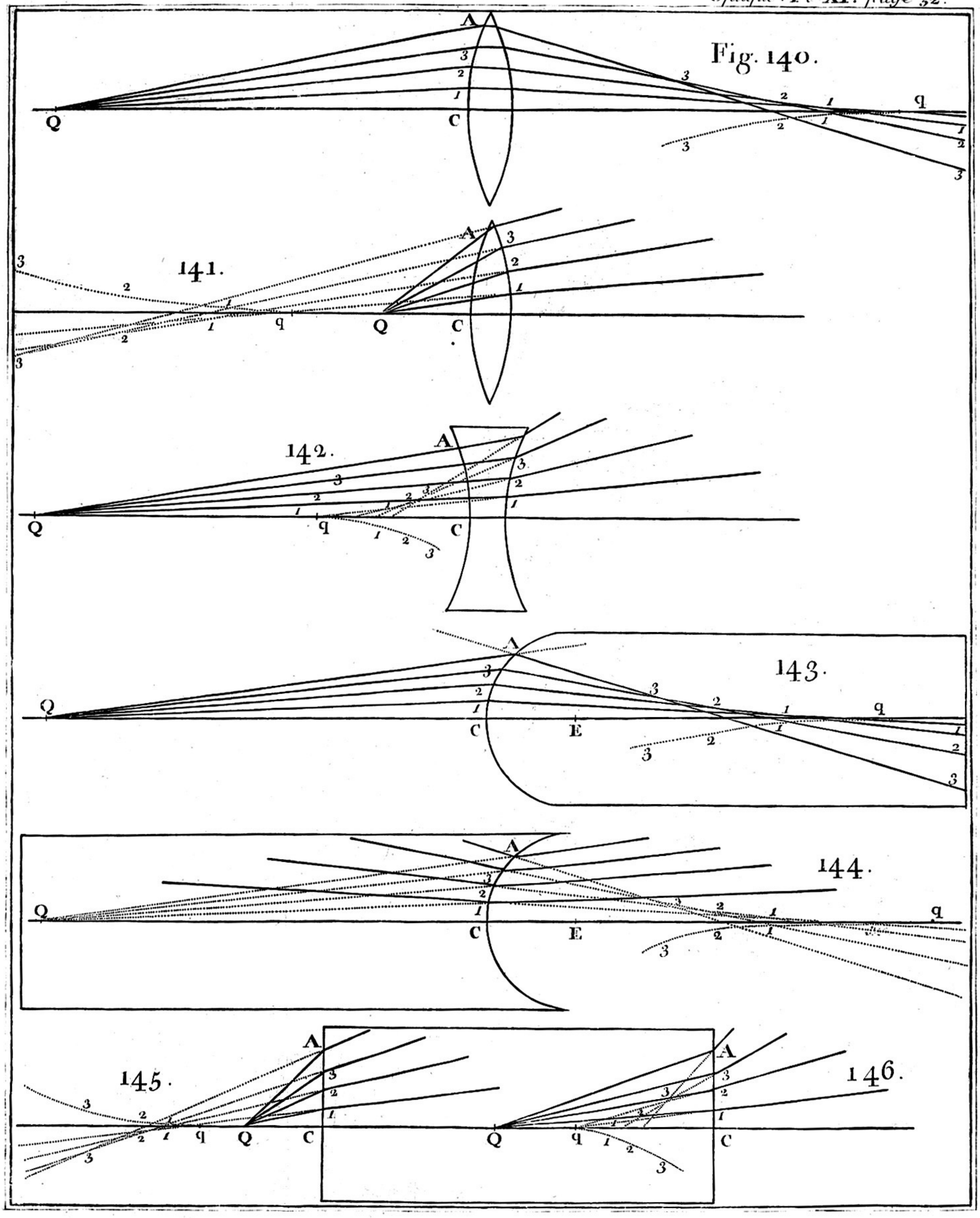


Fig. 140.
A
C
Q
q
141.
A
C
Q
q
142.
A
C
Q
q
143.
A
C
E
Q
q
144.
A
C
E
Q
q
145.
A
C
Q
q
146.
A
C
Q
q

sections successives des rayons contigus d'un large faisceau, réfléchis par une surface concave sphérique ou cilindrique. On peut voir de ces caustiques sur la surface du lait, ou de quelque mélange de liqueurs opaque & blanchâtre contenu dans une coupe de porcelaine blanche, ou sur le fond d'une tabatière bien polie intérieurement vers les bords, lorsque la lumière d'une bougie, du soleil ou d'une fenêtre éloignée tombe dessus.

77. Les points d'incidence restant les mêmes, imaginons que toutes les lignes décrites par les rayons réfléchis se rapprochent du centre, jusqu'à ce qu'elles se rencontrent toutes au foyer du faisceau; alors supposant que les rayons rebroussent chemin suivant ces mêmes lignes, ils s'éloigneront tous, après cette seconde réfléxion, du point d'où ils étaient partis d'abord, & iront, en avançant vers le centre, du côté opposé à celui d'où ils viennent. Les rayons extérieurs, dont les premières intersections avec l'axe étaient les plus éloignées du centre, couperont maintenant l'axe, de l'autre côté de ce centre, dans des points qui en approcheront le plus. Par conséquent, quand le point lumineux est placé entre le foyer principal & le centre, il se forme une autre caustique au-delà de ce centre. Fig. 147 & 148.

78. C'est pourquoi, si le point lumineux s'avance vers la surface réfléchissante, lorsqu'il parvient au foyer principal, les rayons les plus voisins de l'axe se réfléchissent d'abord parallélement à cet axe, & divergent aussi-tôt après d'un point de cet axe derrière la surface; les plus proches de ceux-là deviennent à leur tour paralleles à l'axe, & divergent ensuite d'un autre point de cet axe, derrière la surface, comme le premier, mais un peu plus loin. Ainsi chaque couple de rayons réfléchis contigus, étant prolongé derrière la surface réfléchissante, traversera l'axe avant de se couper; & de ces intersections successives, de chacune desquelles les rayons divergent deux à deux, il naîtra, derrière la surface, une caustique imaginaire formant un angle aigu au foyer, & qui va, en s'écartant de l'axe, à mesure qu'elle s'éloigne de la surface. Fig. 148, 149, 150 & 151.

79. Les points d'incidence ne changeant point, supposons que les rayons, au lieu de couper l'axe, en différens points, dans la Figure 151, le rencontrent au seul point Q, comme dans la Figure 152, & aillent en divergeant de ce point, tomber sur le côté

convexe de la ſurface réfléchiſſante, leurs prolongemens, après la réfléxion, loin de ſe réunir au point q, d'où ces rayons venaient en premier lieu, s'en écarteront tous, & engendreront par leurs interſections une cauſtique imaginaire; & les interſections de l'axe & des rayons les plus éloignés de cet axe, qui auparavant ſe faiſaient le plus loin de la ſurface, s'en feront le plus près, après la réfléxion (*Art.* 27.).

80. Dans toutes ces cauſtiques par réfraction & par réfléxion, engendrées par des ſurfaces planes & ſphériques, le concours de deux rayons contigus prolongés, quand il eſt néceſſaire, ſe fait toujours plus loin de l'axe, ſuivant que leurs points d'incidence en ſont eux mêmes plus éloignés. Il eſt bon de remarquer que, ſi un pinceau ou cone de rayons rencontre un plan réfléchiſſant, les rayons réfléchis n'engendrent point de cauſtique, parce qu'ils divergent exactement d'un point unique (*Art.* 23.).

81. Par tout ce qui vient d'être dit, on voit qu'une ſurface ſphérique, dont on ſçait que la courbure eſt par-tout la même, ne peut ni réfléchir, ni réfracter les rayons d'un faiſceau un peu conſidérable, en un ſeul point, & que pour qu'une ſimple ſurface puiſſe produire cet effet, elle doit devenir moins courbe, ou s'applatir par dégrés, à meſure qu'elle s'éloigne de ſon axe (*Art.* 73. & 76.), comme le repréſente la Figure 153; que ſi une des ſurfaces d'une lentille eſt convexe & ſphérique, il faut que l'autre ſoit convexe dans le milieu, pour rapprocher le point de concours des rayons voiſins de l'axe du faiſceau, & concave vers ſes bords, pour porter plus loin la réunion des rayons les plus écartés de cet axe; elle doit avoir une forme ſemblable à la Figure 154. Cependant la réfléxion & & la réfraction occaſionnées par les ſurfaces ſphériques & les lentilles, rapprochent & reſſerrent tellement les rayons du milieu d'un faiſceau, & les rayons extérieurs à ceux-là ſont répandus en ſi petite quantité ſur un plan perpendiculaire à l'axe, placé au foyer des premiers, que la confuſion qu'ils jettent ſur l'image, par leur mélange avec les rayons des autres faiſceaux, eſt rarement ſenſible, lorſque le verre a une ouverture médiocre. Et comme la diverſe réfrangibilité des rayons de différentes couleurs, dont nous parlerons dans le 6e. Chapitre, produit des aberrations beaucoup plus grandes que celles qui proviennent de la ſphéricité, on ſent combien il ſerait peu néceſſaire de donner aux verres d'autre

figure que la ſphérique ; ſurtout ſi l'on conſidére les difficultés preſque inſurmontables qu'on aurait à vaincre pour la leur donner.

CHAPITRE III.

De l'Œil & de la manière dont ſe fait la Viſion.

82. D'APRÈS ce qui a été dit dans les Articles 33 & 35, on peut conſtruire un œil artificiel aſſez paſſable, au moyen d'un hémiſphere tranſparent ABC, qui repréſente la partie antérieure de l'œil, & d'un autre concentrique DqE, oppoſé au premier, qui en repréſente le fond, donnant à ce dernier hémiſphere un demi-diamétre Oq triple du demi-diamétre OB du premier ; & enſuite rempliſſant d'eau la cavité qu'ils forment l'un & l'autre. Par ce moyen, les rayons de lumière qui partent des points P, Q, R, &c. d'objets éloignés, ſe réuniſſent, après s'être rompus à la ſurface ABC, en autant de points p, q, r, de la cavité DqE, & y peignent une image. Et parce qu'une ſurface ſphérique ne raſſemble pas exactement en un point tous les rayons d'un faiſceau un peu conſidérable (*Art.* 81.), mais ſeulement ceux qui ſont très-voiſins de l'axe, on peut remédier à cet inconvénient, en couvrant le cercle AC qui appartient au petit hémiſphere, à la reſerve d'un trou médiocre qu'on lui laiſſera à ſon centre O ; ce qui vaut beaucoup mieux pour ce qu'on ſe propoſe, que ſi on couvrait l'hémiſphere même en lui laiſſant une ouverture à ſon milieu B. Car dans ce dernier cas, la ſurface ABC ne recevrait pas des rayons des points lateraux P, R, ſi directement que ceux qu'elle reçoit du milieu de l'objet, au lieu que faiſant le trou au centre O, le paſſage eſt égal pour tous les rayons. Fig. 155.

83. Quoique cette conſtruction de l'œil ne paraiſſe point trop imparfaite à la première vue, cependant nous allons voir dans le moment que l'Auteur de la Nature en a ſagement varié quelques circonſtances, & ajoûté d'autres abſolument néceſſaires, afin de lui procurer toute la perfection dont elle eſt ſuſceptible. D'abord

il n'a point fait usage de l'hémisphere entier *ABC*, il n'en a conservé que la partie moyenne, supprimant des côtés tout ce qui peut l'être, sans diminuer l'étendue du champ qu'on peut embrasser d'une seule vue. Ensuite il a rapproché les extrêmités *E* & *D* du grand hémisphere, de celles de la portion qu'il a conservée du petit, en leur donnant plus de courbure. Par ce double changement, l'œil a pris une forme plus arrondie, & par conséquent plus commode pour se mouvoir avec facilité en tous sens, dans la cavité qui le contient. La forme qu'il lui a donnée est celle qu'on voit dans la Figure 156, qui représente un œil humain coupé selon son axe.

84. * La cavité dans laquelle l'œil est logé appartient au crane, & se nomme *Orbite* †. Un nerf qu'on appelle *Nerf Optique* §, entre dans cette cavité, s'y épanouit, & forme par son épanouissement le globe de l'œil, qui par conséquent est composé extérieurement des parties qui constituent les nerfs. La *Dure-mere* ¶, première enveloppe du nerf Optique & des autres nerfs, est aussi la première à former en s'épanouissant, le globe que nous décrivons. Elle prend alors le nom de *Sclérotique* **, qu'elle conserve tant

Fig. 156.

* *La Description de l'Œil qu'on donne ici, est différente de celle de l'Auteur, qui est trop abregée. Pour la faire, de même que les Notes, où l'on a cru devoir rejetter les détails, on a consulté une partie des meilleurs Anatomistes, tels que Mrs. Le Cat, Winslow, Duverney, Petit, &c.*

11. † L'orbite est intérieurement d'une figure assez irrégulière, & approchante de la conique. Elle a beaucoup de profondeur. Ses bords sont plus saillans en dessus & en dessous; & dans ces endroits l'os est d'un tissu plus dur & plus compacte, sans doute pour défendre plus sûrement l'œil contre les corps extérieurs.

12. § Les nerfs Optiques sont séparés en partant du cerveau, leur origine commune & celle de tous les nerfs; ils se portent vers le devant de la tête en se rapprochant, s'unissent & se séparent de nouveau, s'écartent l'un de l'autre de la valeur de 115°. ou 116°. environ, entrent chacun après 7 lignes de chemin, à peu près, dans un trou osseux qui conduit à l'orbite, dans laquelle ils s'introduisent à la fin, après un trajet de deux lignes environ dans l'espèce de canal que forme ce trou.

13. ¶ La dure-mere, première enveloppe du nerf Optique, se divise en entrant dans l'orbite en deux lames, l'une assez mince qui tapisse l'orbite, l'autre plus épaisse, qui continue d'envelopper le nerf & concourt à sa formation. C'est de l'angle que font ces deux lames que naissent les muscles de l'œil.

Le nerf Optique se continue au milieu des muscles quinze lignes environ dans l'orbite, avant de s'ouvrir pour former le globe; à la racine de son épanouissement, la dure-mere forme une bride circulaire par laquelle elle étrangle le nerf.

14. ** La sclérotique ou cornée opaque est composée de plusieurs couches étroitement unies ensemble. Son tissu est dur & compacte, assez semblable à une espèce de parchemin. Elle est fort épaisse au fond de l'œil, à l'endroit où le nerf Optique s'ouvre & s'épanouit pour former le globe, & son épaisseur diminue par degrés vers la portion opposée.

Quoique nous disions que la dure-mere

qu'elle est opaque. C'est la tunique la plus épaisse & la plus forte du globe de l'œil. Sa partie antérieure ABC, où elle devient plus mince & plus fléxible, est transparente & fait partie d'une sphere plus petite que celle de l'œil, ce qui lui donne plus de saillie, & rend par conséquent l'œil plus susceptible de recevoir des rayons des parties latérales des objets. Cette partie se nomme *Cornée transparente*, pour la distinguer de la sclérotique $ATYC$, à laquelle on donne le nom de *Cornée opaque*.

La *Pie-mere*, seconde enveloppe du nerf Optique ainsi que des autres nerfs, située immédiatement sous la dure-mere, se dilate & s'épanouit comme elle, & double intérieurement toute la cornée opaque. Elle est composée de deux lames, dont l'une vraiment membraneuse, s'applique exactement à la cornée opaque & se confond à la fin avec elle, près de la cornée transparente ;

forme en s'ouvrant cette première membrane de l'œil qu'on nomme sclérotique, & que nous prenions par conséquent la sclérotique pour une continuation de la duremere, nous ne prétendons pas affirmer que cela soit effectivement. Nous ne faisons que nous conformer à l'opinion qui nous a paru la plus générale. Aux Anatomistes célébres qui le pensent, on en peut opposer d'autres non moins célébres, tels que Mrs. Duverney & Winslow, qui le nient formellement, & regardent la sclérotique comme une membrane particulière. (*Voyez les Œuvres Anatomiques de Mr. Duverney*, & *l'exposition Anatomique de Mr. Winslow*).

La cornée transparente est composée pareillement de couches ou lames très-étroitement unies ; mais quoique la continuation de la cornée opaque, elle est d'un tissu différent. Elle est percée d'une multitude de pores imperceptibles, par lesquels s'échappe continuellement une liqueur très-subtile qui s'évapore à mesure qu'elle sort.

A parler exactement, la cornée transparente *n'est point une portion de sphere ;* c'est plutôt *une portion d'un spheroïde un peu allongé ;* ce qui suit nécessairement de la disposition des muscles droits qui compriment l'œil selon la direction de son axe, & le tirent en même tems vers le fond de l'orbite.

La grande convexité de la cornée est d'un avantage sensible. Servant de terme à un fluide d'une densité différente que l'air, elle occasionne des réfractions plus fortes ; & comme la densité de ce fluide est plus grande que celle de l'air, les rayons se détournent en approchant de la cathete d'incidence ; ils commencent dès-lors à se rapprocher, & par une suite nécessaire, ceux qui tomberaient sur l'Iris, sont obligés de passer par la prunelle ; par conséquent elle reçoit une plus grande quantité de rayons, ce qui fait qu'on apperçoit plus clairement les objets. Cette disposition des rayons après être entrés dans l'œil, est comme on voit, très-favorable à ceux qui viennent des objets latéraux. Ainsi cette saillie de la cornée a encore la propriété d'augmenter l'étendue de la vue. Cependant la cornée ne doit pas être trop convexe ; si elle l'était trop, elle romprait trop les rayons, & la vision deviendrait confuse pour les raisons qu'on exposera dans la suite.

Suivant Mr. Petit, la cornée transparente est une portion de sphere dont le diamétre est ordinairement de 7, $7\frac{1}{4}$, ou $7\frac{1}{2}$ lignes ; sa corde est de 5, $5\frac{1}{4}$ ou $5\frac{1}{2}$ lignes ; & son épaisseur est le plus souvent de $\frac{2}{12}$ ou de $\frac{3}{12}$ de ligne. (*Hist. de l'Acad. des Sciences. An. 1728*).

l'autre qu'on nomme la *Choroïde* *, n'est qu'un composé de nerfs & de vaisseaux qui sortent de la surface interne de la première. Ces vaisseaux portent une espece d'encre qui donne une couleur noirâtre à cette dernière lame, & forment avec les nerfs, en s'ouvrant en partie les uns & les autres, ce tissu velouté qu'on remarque à la choroïde. C'est ce velouté dont Ruysch a fait une tunique particulière, qui porte son nom.

Vers la partie antérieure de l'œil, la choroïde se débouble. Sa partie antérieure forme cette couronne colorée qu'on nomme l'*Iris* †, au milieu de laquelle est un trou rond auquel on donne le nom de *Prunelle*. ¶ Cette couronne est composée de fibres mus-

15. * Les Anatomistes ne paraissent pas plus d'accord sur l'origine de la choroïde, que sur celle de la sclérotique. Parmi ceux qui nient qu'elle soit une expansion de la pie-mere, on retrouve encore Mrs. Winslow & Duverney. Il semble cependant que Mr. le Cat ait décidé la question, par la découverte qu'il a faite de cette première membrane, appliquée exactement à la sclérotique, dont il a montré, à l'Académie des Sciences, la continuité avec la pie-mere. Car cette continuité une fois bien constatée, il est clair qu'il ne doit plus rester de doute sur l'origine de la choroïde, puisque cette lame n'est qu'un tissu de vaisseaux nerveux & liquoreux, qui sortent de la face interne de celle dont nous venons de parler.

A l'endroit où la cornée s'unit à la sclérotique, la choroïde quitte le globe, & forme cette cloison, percée du trou de la prunelle, qui sépare le petit segment du globe d'avec le grand segment; c'est cette cloison qu'on nomme plus particuliérement *Uvée*. A une ligne & plus de distance des deux cornées, la première lame de la choroïde s'attache étroitement à la cornée opaque. Autour de cette adhérence elle change de couleur, & forme comme un ceintre blanc de la même largeur que cette adhérence; près le bord de la sclérotique, ce ceintre paraît plus fort qu'ailleurs, & d'un tissu particulier. La lame externe forme, suivant Mr. le Cat, ce ceintre en se redoublant.

C'est à ce ceintre, nommé *Orbiculo-Ciliaire* par quelques-uns, que la choroïde change de nom & prend celui d'uvée. Les deux lames de la choroïde, qui jusques-là avaient toujours été unies l'une à l'autre, se séparent à ce ceintre. La lame externe devient la lame antérieure de l'uvée, & la lame interne ou de Ruysch, forme la lame postérieure; de sorte que les deux lames de l'uvée ne sont autre chose que les lames mêmes de la choroïde continuées. La lame antérieure forme cette couronne colorée que nous avons nommé l'iris; & la lame postérieure divers plis en forme de feuillets, qu'on nomme *Procès-Ciliaires*.

16. † L'iris a des fibres musculaires qui sont distribuées en deux plans différens; sçavoir, un plan de fibres orbiculaires autour de la circonférence de la prunelle, & un plan de fibres rayonnées attachées par un bout au plan orbiculaire, & par l'autre bout au bord le plus grand de l'uvée.

Comme les unes & les autres sont susceptibles de contraction & de dilatation, il est aisé de concevoir la manière dont elles agissent. Lorsque celles qui sont circulaires viennent à se contracter, il est clair qu'elles doivent rétrecir la prunelle, & c'est par ce Méchanisme qu'on empêche qu'il n'entre dans l'œil trop de lumière. Les fibres droites font un effet contraire. Forcées de se tendre & de s'allonger lorsque les autres se contractent, elles reprennent leur premier état, leurs premières dimensions, par la force de leur ressort; & servent par là à dilater la prunelle, quand les fibres circulaires cessent de se resserrer, & sont dans l'inaction.

17. ¶ Quand nous disons que la prunelle est au milieu de l'iris, nous ne prétendons pas parler strictement; car il est rare qu'elle s'y

culaires, dont les unes ſont droites, les autres circulaires. Les premières ſont dirigées au centre de la prunelle, comme autant de rayons; elles ſervent à ouvrir & dilater la prunelle, lorſque l'œil a beſoin de recevoir plus de lumière. Les autres ſont toutes concentriques au trou de la prunelle; leur emploi eſt de la rétrecir, lorſqu'une lumière vive affecte trop ſenſiblement l'organe.

La partie poſtérieure de la choroïde forme la *Couronne Ciliaire* * *DE*. Elle tient comme enchaſſé, directement vis-à-vis le trou de la prunelle, un corps tranſparent *FG* aſſez ſolide, de forme lenticulaire, plus convexe vers le fond de l'œil que vers le devant, qu'on nomme le *Criſtallin*. †

trouve exactement: elle eſt d'ordinaire un peu vers le nez.

18. * Mr. Winſlow décrit ainſi la couronne ou les procès-ciliaires. » Les plis ou procès-ciliaires ſont de petites duplicatures » rayonnées & ſaillantes de la lame poſtérieure de l'uvée. Leur contour répond » en partie au contour du ceintre blanc de » la lame externe. Ce ſont des feuillets » oblongs & poſés de champ; leurs extrêmités poſtérieures ou voiſines de la choroïde, ſont fort déliées & vont en pointe. » Leurs extrêmités voiſines de la prunelle » ſont larges, ſaillantes, & ſe terminent en » angles aigus. On découvre dans la duplicature de chaque plis ciliaire, un raiſeau » vaſculaire très-fin. On a prétendu pouvoir » y montrer des fibres charnues. »

Les plis des procès-ciliaires entrent dans de petites rainures ou ſillons pratiqués dans l'humeur vitrée, ou plutôt dans la membrane qui la contient, & s'attachent au bord de la partie antérieure de la capſule du criſtallin, par des fibres qu'ils y jettent, & par des vaiſſeaux limphatiques qui ſont diſtribués à travers la ſurface de chaque feuillet. On croît qu'ils contribuent à retenir fermement le criſtallin & l'humeur vitrée dans leur ſituation naturelle; mais ce ne ſont peut-être pas là les uſages les plus importans auxquels ils ſont propres; il en eſt d'autres dont on parlera dans la ſuite.

19. † Le criſtallin, ainſi nommé, parce qu'il a la tranſparence du criſtal, eſt compoſé d'une multitude de lames ſphériques fibreuſes, parſémées de vaiſſeaux, étroitement unies & fort tranſparentes. Lewenhoeck en compte juſqu'à 2000. Les lames extérieures ſont plus molles que celles qui ſuivent intérieurement, leſquelles ſont plus dures à meſure qu'on approche du centre. Il eſt plus près de la cornée que du fond de l'œil. Placé dans une cavité à la partie antérieure de l'humeur vitrée, il y eſt retenu par une membrane très-fine & déliée qui l'enveloppe, qu'on nomme par cette raiſon *Capſule du Criſtallin*. On lui donne auſſi le nom d'*Arachnoïde*, à cauſe de ſa fineſſe. Selon Mr. Petit, ce corps eſt parfaitement iſolé, & n'a aucune communication avec ſa capſule. Si cela eſt, ce cas eſt bien extraordinaire, & peut être le ſeul de cette eſpèce dans la nature. Cette capſule eſt adhérente par ſa partie poſtérieure à la membrane qui renferme l'humeur vitrée. Ces deux membranes ne ſont cependant vraiment adhérentes qu'à la circonférence du criſtallin, ou de la cavité où il loge. Là elles ſont ſi étroitement unies, qu'il faut un inſtrument tranchant pour les ſéparer. Ailleurs elles ſe ſéparent aiſément ſans ciſeau ni ſcalpel.

Mr. Winſlow ne fait point de cette capſule une membrane particulière. Il dit, que la tunique qui renferme l'humeur vitrée eſt compoſée de deux lames étroitement collées, qui s'écartent l'une de l'autre au bord de la cavité de l'humeur vitrée, pour former la capſule du criſtallin. La lame externe couvre ſa face antérieure, & l'interne ſa face poſtérieure, & revêt en même-tems la cavité

La partie medullaire * du nerf Optique, cette troisième substance qui en occupe le centre, de même que de tous les nerfs, s'épanouit comme les membranes précédentes, & forme une toile blanche, baveuse & très-mince, appliquée à la choroïde. Cette toile qu'on nomme *Retine*, se termine à la couronne ciliaire, & est la dernière & la plus intérieure des tuniques de l'œil.

L'espace qui regne entre la cornée transparente, le cristallin & la couronne ciliaire, est rempli d'une eau claire & limpide, qu'on appelle l'*Humeur Aqueuse*, dans laquelle l'iris nage. Cet espace se trouve naturellement divisé par l'iris en deux autres qui communiquent par le trou de la prunelle. Celui qui est compris

de l'humeur vitrée où ce corps est reçu.

La portion antérieure de la capsule est plus épaisse que l'autre, & de plus est élastique.

Cette capsule a différens usages. Elle retient le cristallin dans le chaton de l'humeur vitrée, sans qu'il puisse changer de situation. Elle le sépare de l'humeur aqueuse, & empêche qu'il n'en soit incessamment baigné, ce qui gonflerait & le rendrait opaque en écartant inégalement ses fibres. Les vaisseaux limphatiques des procès ciliaires qui la nourrissent, versent une liqueur fort transparente dans sa cavité, dont le cristallin est sans cesse humecté. Cette liqueur empêche que le cristallin ne se desséche, & lui fournit sa nourriture.

Le cristallin perd de sa convexité avec le tems, comme tout le monde sçait; il n'a point de couleur, & est parfaitement transparent jusqu'à l'âge de 25 à 30 ans, après quoi il prend dans son centre une legere couleur de jaune, qui ensuite devient toujours plus foncée, & s'étend vers la circonférence. Dans les vieillards, sa couleur ressemble à celle de l'ambre jaune. Sa consistance est différente aussi, suivant l'âge, & va toujours en augmentant. C'est par le centre qu'il commence à devenir plus solide.

Ce corps dont la force réfractive est plus grande que celle de l'humeur aqueuse & de l'humeur vitrée, & dont la forme est lenticulaire, est très-important à la vision. C'est une lentille placée entre des milieux moins denses qu'elle, qui reçoit des rayons déja convergens, mais qui cependant ne le sont point encore assez, auxquels elle acheve de donner toute la convergence qui leur est nécessaire pour se rassembler sur le fond où doit se faire leur réunion.

Son diamétre dans l'homme a d'ordinaire depuis 4 lignes, jusqu'à 4 lignes $\frac{1}{2}$; son épaisseur est de 2 lignes, & de 2 lignes $\frac{1}{4}$. Sa surface antérieure est une portion de sphere dont le diamétre est de 6 lignes, 6 lignes $\frac{1}{2}$, jusqu'à 9 lignes, & quelquefois de 12 lignes. Sa surface postérieure est une portion de sphere dont le diamétre est de 5 lignes, & 5 lignes $\frac{1}{2}$, mais rarement. (*Mém. de l'Acad. an. 1730.*)

20. * Cette moëlle fait au principe de son épanouissement, un petit bouton par lequel il semble qu'elle soit terminée. C'est ce qui a fait croire à Mr. Winslow & à d'autres, que la retine n'était point une expansion de la substance médullaire du nerf Optique. On ne peut cependant douter, dit le sçavant Auteur des remarques sur l'Anatomie d'Heister, » qu'elle n'en soit une suite; » elle en sort par des filets insensibles dé» pouillés de leur membrane, & ces filets » forment une pulpe médullaire qui tapisse » tout le fond de la cavité de l'œil, & » s'étend jusqu'à la couronne ciliaire. »

entre

entre la cornée tranſparente & l'iris, qu'on nomme *Chambre antérieure* *, eſt plus conſidérable que celui qui eſt terminé par l'iris, la couronne ciliaire & le criſtallin, auquel on donne le nom de *Chambre poſtérieure*. Entre le fond de l'œil & le criſtallin, regne un autre eſpace beaucoup plus grand que les précédens, rempli d'une eſpéce de gelée tranſparente, qu'on appelle l'*Humeur vitrée* †, dans la ſurface antérieure de laquelle le criſtallin eſt logé

21. * La grandeur de la chambre antérieure de l'œil eſt de 11,542 lignes cubiques; la chambre poſtérieure eſt de 7,354; & ces deux chambres contiennent environ 4 grains d'humeur aqueuſe. La diſtance de la ſurface intérieure de la cornée au criſtallin eſt de 1 ligne $\frac{1}{4}$. La chambre antérieure a d'ordinaire $\frac{2}{3}$ de ligne ou 1 ligne de hauteur. C'eſt la diſtance de l'iris à la cornée. La hauteur de la chambre poſtérieure eſt ordinairement de $\frac{1}{6}$ ou $\frac{1}{8}$ de ligne. Toutes ces meſures ſont de Mr. Petit (*Hiſt. de l'Acad. an. 1728.*)

22. † L'humeur vitrée occupe environ les trois quarts de l'œil.

La tunique qui la renferme, ou ſa lame interne, ſi cette tunique en contient deux, jette dans toute la maſſe de cette humeur quantité d'allongemens cellulaires, & de cloiſons entre-coupées d'une ſi grande fineſſe, qu'il n'y en a aucune apparence dans l'état naturel, & que le tout enſemble ne parait que comme une maſſe très-uniforme, & également tranſparente dans toute ſon épaiſſeur.

23. Lorſque la lumière paſſe de l'air dans l'humeur aqueuſe, Mr. Jurin trouve que le rapport du ſinus d'incidence au ſinus de réfraction, eſt à peu près de 4 à 3; en paſſant de l'humeur aqueuſe dans le criſtallin, ce rapport eſt de 13 à 12; & en paſſant du criſtallin dans l'humeur vitrée, il eſt de 12 à 13.

24. Pour ne rien omettre d'eſſentiel dans la deſcription de l'œil, nous ne devons point laiſſer ignorer que la partie du fond de l'œil oppoſée directement à la prunelle, ou à la cornée, eſt différente de celle où le nerf Optique s'ouvre pour former le globe. Elle eſt toujours plus éloignée du nez que l'origine de l'épanouiſſement du nerf qui eſt toujours un peu au-deſſus, & à côté vers le nez.

Les détails dans leſquels on vient d'entrer, ne regardent que les parties dont le globe de l'œil eſt principalement formé. Il en eſt d'autres dont nous allons tenter de donner quelque idée, qui lui appartiennent moins eſſentiellement, telles que les deux tuniques dont il eſt revêtu extérieurement; l'une qui fait ce qu'on appelle *le Blanc de l'œil*, & que pour cela on nomme *Albuginée;* & l'autre qui recouvre celle-ci, qu'on appelle *Conjonctive*. Nous finirons par dire un mot des autres parties, tant extérieures qu'intérieures, qui ſervent, ſoit à le conſerver & à le défendre, ſoit à le mouvoir.

25. L'albuginée eſt une expanſion tendineuſe des muſcles de l'œil, laquelle en revêt toute la convexité antérieure juſqu'à l'extrêmité de la ſclérotique où elle ſe joint à la cornée qu'elle couvre de $\frac{1}{3}$ ou de $\frac{1}{2}$ ligne. Cette membrane eſt très-adhérente à la ſclérotique.

26. La conjonctive eſt une membrane très-mince, lâche & fléxible, dont un des uſages eſt de contribuer à aſſujettir l'œil dans ſon orbite, en lui laiſſant toutefois la liberté de ſe mouvoir dans tous les ſens. Cette membrane s'étend ſur tout le devant de l'œil, ſe replie au bord de l'orbite, & forme enſuite la ſurface interne de ces eſpéces de voiles que nous nommons *Paupieres*. Cette dernière portion de la conjonctive plus connue ſous le nom de *Membrane interne* des paupieres, eſt percée d'une multitude de petits trous par leſquels ſort le fluide qui vient de la glande lacrimale. Ce fluide auquel on donne le nom de *Larmes*, ſert à nettoyer la cornée, & à la tenir toujours tranſparente en l'humectant. Comme il deſcend par pe-

comme un diamant dans son chaton. La puissance réfractive de ces humeurs est moindre que celle du cristallin.

Telles sont les parties qui composent le globe de l'œil, & lui appartiennent essentiellement.

tites gouttes de la paupière supérieure à l'inférieure, & que ces gouttes abandonnées à elles-mêmes, ne se répandant pas assez uniformément sur la surface de l'œil, causeraient des réfractions inégales, la nature y a pourvu en donnant aux paupières la faculté d'exécuter ces mouvemens vifs & alternatifs, que nous nommons *Cillemens*, à l'aide desquels elles étendent également le fluide nécessaire à la conservation de la transparence de la cornée, & empêchent par conséquent qu'il ne nuise à la vision. La paupière supérieure, la plus grande & la plus mobile dans l'homme, est principalement chargée de cet emploi.

27. Tout le monde sçait que chaque œil a deux paupières, l'une supérieure & l'autre inférieure, & qu'elles s'unissent sur les deux côtés du globe. On nomme *Angle interne*, ou *grand Angle*, leur concours du côté du nez, & on appelle *Angle externe*, ou *petit Angle*, leur concours du côté des tempes. Elles sont composées d'abord de la peau, la même qui couvre les autres parties du visage, mais plus fine & plus souple; d'une bande de fibres charnues, demi-circulaires, étroitement collées à la peau, & attachées à chaque coin de l'œil; d'un cartilage en forme d'arc qui les borde, auquel on donne le nom de *Tarse*, & de la membrane qui recouvre leur surface interne, que nous avons nommée conjonctive.

La paupière supérieure descend, & l'inférieure monte par l'action de ces fibres demi-circulaires, qui tiennent à la peau, & qui ont leurs points d'appuis aux deux coins des yeux. C'est en se contractant, & par conséquent en devenant plus droites qu'elles produisent cet effet. Pour découvrir l'œil, il n'y a que la paupière supérieure qui agit, ce qu'elle fait à l'aide d'un muscle particulier qui la releve. Cette paupière a plus de mouvement que l'autre, & sert ordinairement à nettoyer l'œil, & à y répandre les larmes; l'inférieure n'a point de muscles pour l'abaisser, ainsi elle ne contribue à découvrir l'œil, que parce que ses fibres n'étant plus en action, elles reprennent leur première courbure. Les muscles des sourcils contribuent aussi à relever les paupières.

Outre l'usage indispensable dont elles sont pour nettoyer lœil & conserver la transparence de la cornée, elles servent encore à défendre l'œil des impressions trop fortes d'une vive lumière, & à le garantir de la fumée, de la poussiere, & de tous les petits corps qui pourraient lui nuire & l'offenser; à quoi il paraît que contribuent aussi ces petits poils qu'on nomme *Cils*, dont les bords des paupières sont garnis.

28. Les sourcils sont ces éminences en forme d'arcs, recouvertes de poils, qui sont audessus de chaque orbite. Ces poils sont forts & un peu roides; ils sont couchés obliquement; leurs racines sont du côté du nez, & leurs pointes tournées du côté des tempes. Les sourcils ont divers mouvemens, ils s'élevent, s'abaissent, se froncent, &c. Ils retiennent tout ce qui peut descendre le long du front, & incommoder la vue. Ils sont encore très-utiles quand une trop forte lumière qui vient d'en-haut peut blesser les yeux; on l'évite en les fronçant & en les abaissant.

Tel est l'organe de la vue. Tout merveilleux qu'il est, & fait avec une intelligence infinie, il eut cependant été presque inutile, s'il n'avoit eu la faculté de se mouvoir en tous sens, & de se diriger vers tous les objets. Une grande mobilité lui était par conséquent absolument nécessaire pour en faire un organe accompli, & parfaitement propre aux usages auxquels il était destiné. Six muscles qu'on distingue par rapport à leurs directions, en quatre droits & deux obliques, lui procurent cette qualité si essentielle & si indispensable. Les quatre droits & un des obliques prennent naissance, au fond de l'orbite, de l'angle formé par la division des deux lames de la dure-mere, & sont par conséquent une production de cette membrane. Ils appartiennent particulièrement à la lame qui tapisse l'orbite. Les quatre mus-

85. Rien n'eſt ſi facile maintenant que de concevoir comment les différentes ſubſtances diaphanes renfermées dans la cavité de l'œil, contribuent à former une image diſtincte $p\,q\,r$ d'un objet $P\,Q\,R$, ſur le fond deſtiné à la recevoir. D'abord il eſt certain que les rayons dont ſont compoſés les pinceaux qu'envoient les différens points P, Q, R, de l'objet $P\,Q\,R$, ſe briſent, en approchant de la cathete d'incidence, lorſqu'ils traverſent la cornée $A\,B\,C$, puiſqu'ils entrent dans un milieu plus denſe que l'air; & comme ce milieu eſt terminé par une ſurface convexe, ces rayons qui n'étaient que peu divergens, ou même paralleles, deviennent convergens. Mais cette convergence n'étant point aſſez grande pour faire tomber les ſommets des pinceaux ſur le fond de l'œil, il fallait un nouveau milieu, qui par ſa figure & ſa force réfractive, pût l'augmenter autant qu'il eſt néceſſaire. Or, le criſtallin $F\,G$ qui eſt d'une forme lenticulaire, & dont la force réfractive eſt plus grande que celle des humeurs entre leſquelles il eſt placé, a tout ce qu'il faut pour donner aux rayons les nouveaux degrés de convergence qui leur manquent. Car, lorſqu'ils rencontrent ſa ſurface antérieure, la réfraction les rapproche de l'axe de chacun des pinceaux qu'ils compoſent, par la même raiſon que lorſqu'ils ont traverſé la cornée $A\,B\,C$. Par conſéquent leur convergence eſt augmentée, & il eſt viſible qu'elle augmente encore en traverſant la ſurface poſtérieure. Comme ces rayons paſſent alors dans un milieu moins denſe que celui où ils étaient, il ſe rompent en s'éloignant de la cathete d'incidence; & la ſurface de ce milieu étant concave, ils Fig. 156.

cles droits forment comme une eſpéce de cone, dont l'axe eſt occupé par le nerf Optique; ils deviennent plus plats & plus larges, en s'éloignant du ſommet, embraſſent l'œil, & s'inſerent extérieurement à ſa plus grande circonférence; devenus adhérens à la ſclérotique, ils continuent de l'être juſqu'à la cornée, & forment la tunique albuginée. Outre ces quatres muſcles nous avons dit qu'il y en avait deux autres qu'on nomme obliques. L'un eſt le grand oblique, & vient du fond de l'œil comme les précédens; l'autre qu'on appelle petit oblique, parce qu'il eſt plus court que l'autre, prend ſon origine vers le bord de la partie inférieure de l'orbite au-deſſous du grand angle. Comme ce que nous diſons des muſcles eſt fort abregé, ceux qui voudront plus de détail, n'ont qu'à recourir à la deſcription qu'en donne Mr. Winſlow dans les *Mém. de l'Acad. des Sc. de 1721, & 1726*, & à *ſon Expoſition Anatomique*. Tous ces muſcles ſont enveloppés d'une grande quantité de graiſſe qui entretient la ſoupleſſe des fibres. C'eſt au moyen de tous ces muſcles que l'œil exécute ſes mouvemens, & ſe dirige vers les objets qu'on veut voir. Peut-être n'eſt-ce pas là leur ſeul uſage; peut-être ſervent-ils encore à allonger & à accourcir l'œil, lorſqu'il s'agit de voir des objets proches & éloignés.

continuent de se rapprocher des axes de leurs pinceaux. Ils deviennent donc plus convergens, & ce degré de convergence qu'ils acquerent, est précisément de la quantité nécessaire, lorsque les objets sont à la portée de la vue, pour faire tomber les sommets *p*, *q*, *r* de leurs pinceaux exactement sur le fond de l'œil, & y former par conséquent une image *pqr* de l'objet *PQR*. Cette image est renversée, parce que les axes des pinceaux se croisent en traversant le cristallin, comme si ces pinceaux tombaient sur un verre lenticulaire.

Le rayon *Q O q* qui traverse l'œil sans se réfracter, & qui passe par conséquent par le centre de la cornée, & de toutes les humeurs, se nomme *Axe Optique*. *

29.* L'endroit du fond de l'œil où tombe l'axe Optique, répondant directement au trou de la prunelle, est différent de celui où le nerf Optique s'ouvre pour former le globe. Il est un peu plus bas & à côté, en tirant vers la tempe.

30. Les images ne se peignent point avec la même netteté partout au fond de l'œil. Il n'y en a qu'une très-petite portion où elles soient bien distinctes; c'est celle qui a pour centre le point où ce fond est rencontré par l'axe Optique. Aussi ne voit-on bien distinctement d'un seul regard qu'une petite partie de l'objet, tout le reste s'apperçoit confusément.

30. On regarde communément la retine comme l'organe immédiat de la vue; il faut cependant convenir que l'opinion qui attribue cette fonction à la choroïde, est appuyée sur des expériences & des observations qui paraissent décisives. Ce sentiment dont on sçait que Mr. Mariotte est l'Auteur, est exposé dans tout son jour dans *le Traité des Sens de Mr. le Cat.* L'impuissance de le présenter plus favorablement, nous a déterminé à l'exposer d'après lui, en abregeant toutefois autant qu'il nous sera possible.

Mr. le Cat commence d'abord par rapporter l'expérience qui apprit à Mr. Mariotte que la partie médullaire du nerf Optique est incapable de sensation.

32. Mr. Mariotte sçachant que le nerf Optique ne s'ouvre pas au milieu du fond de l'œil, mais un peu plus haut & à côté vers le nez, & voulant sçavoir ce qui arriverait si l'image d'un objet tombait directement sur la moëlle de ce nerf, attacha à la hauteur de ses yeux contre un mur sombre, un petit cercle de papier blanc pour fixer sa vue; ensuite à la distance d'environ deux pieds de ce cercle, à droite & un peu plus bas, il en attacha un autre un peu plus grand; cela fait, il ferma l'œil gauche, & se tenant d'abord à peu de distance du mur, il se mit à regarder le premier cercle avec l'œil droit; il apperçut en même tems l'autre cercle qui était à droite; & s'étant éloigné peu à peu, il continua toujours de le voir, jusqu'à ce qu'étant parvenu à la distance de dix pieds, il le perdit absolument de vue. Il crut d'abord que l'obliquité de l'objet était cause qu'il cessait de le voir; mais il se détrompa bien vîte en remarquant que des objets qui étaient plus éloignés du premier cercle sur la droite, s'appercevaient aisément. Il répéta & varia son expérience de différentes manières, & après un mur examen, il en conclut que les images qui tombent sur la partie médullaire du nerf Optique, ne causent aucune sensation.

Mr. le Cat a lui-même répété cette expérience, & elle lui a parfaitement réussi dès le premier essai, à cette différence près que ce n'était qu'à la distance de huit pieds qu'il perdait de vue le second papier, placé à deux pieds du premier; plus loin ou plus près, ce second papier se découvrait.

Il ne s'est pas contenté d'une première expérience, il l'a répétée en mettant un

86. L'image d'un objet eſt donc formée d'autant de points diſtincts qu'il y en a dans l'objet qu'elle repréſente ; & cette image n'eſt bien parfaite qu'autant que ces points ne ſe confondent point,

grand quarré de papier à la place du ſecond cercle qu'il perdait de vue ; & s'étant éloigné à la même diſtance de huit pieds, il a remarqué qu'il diſparaiſſait entiérement dans le centre de ce papier, un eſpace circulaire d'environ neuf pouces de diamétre. Il fit cette expérience à toutes ſortes de diſtances, & il obſerva que lorſqu'il mettait le grand papier à quatre pieds du premier, & qu'il s'éloignait à ſeize pieds, il perdait de vue un cercle de dix-huit pouces de diamétre ; que ce même papier étant à ſix pieds, & lui à vingt-quatre pieds, il ceſſait de voir un cercle de vingt-ſept pouces, &c. d'où il conclut en général, que pour que le ſecond papier diſparaiſſe, il faut le placer à côté & un peu au-deſſous du premier, au quart de la diſtance environ du premier papier à l'œil.

33. Il eſt donc démontré que nous perdons de vue un objet ou celle de ſes parties, dont l'image tombe ſur la portion médullaire du nerf Optique. Heureuſement que cette portion qui eſt ſans ſenſibilité, n'occupe qu'une très-petite partie du fond de l'œil. C'eſt un petit eſpace circulaire dont le diamétre eſt peut-être $\frac{1}{79}$ du diamétre de l'œil, & dont le centre eſt éloigné de $\frac{7}{25}$ de ces mêmes parties de l'axe Optique. (*Eſſai de Phiſique de Muſſchenbroek, tom. 2. pag. 563.*)

Donc puiſque la partie médullaire du nerf Optique eſt ſans ſenſibilité, la retine qui en eſt une expanſion, n'en a pas non plus. Donc elle ne peut être l'organe immédiat de la vue. Telle eſt la conſéquence que Mr. Mariotte tire de ſon expérience ; & il ne paraît pas en effet qu'on en puiſſe tirer d'autre. » Mais, ajoûte Mr. le Cat, indé» pendamment de cette obſervation fra» pante ſur l'impuiſſance du nerf Optique, » ce que la Chirurgie nous apprend de l'in» ſenſibilité de la ſubſtance du cerveau, » ſemblait devoir ſuffire pour en conclure » que la partie moëlleuſe des nerfs ne peut » être l'organe d'aucune ſenſation, ni par » conſéquent de la viſion ; cependant cette » expérience ſeule contre une opinion re» çue n'était pas aſſez forte ; on lui aurait » oppoſé mille ſubterfuges ; on ſerait con» venu que la moëlle du cerveau & des » nerfs, n'eſt pas ſenſible au tranchant du » ſcalpel, mais on aurait ſoutenu qu'elle » l'eſt à la lumière proportionnée à ſa déli» cateſſe. Il fallait donc des faits, tels que » l'expérience de Mr. Mariotte, pour faire » ſoupçonner d'erreur les partiſans de la re» tine ; & il fallait encore à Mr. Mariotte » un homme auſſi habile que Mr. Mery, » pour conſtater par de profondes recher» ches anatomiques, ce que le Phyſicien » avait commencé à établir par l'expérience » d'Optique. Mr. Mery plongea un chat » dans un ſceau d'eau, & lui examina le » fond des yeux. Quand l'œil eſt plongé, » on en voit plus diſtinctement les parties » internes. Il vit donc que la retine était » auſſi tranſparente que toutes les humeurs » de l'œil, & il en conclut que cette mem» brane n'était pas plus l'organe immédiat » de la vue, que le criſtallin & l'humeur » vitrée, puiſque les rayons la traverſaient » auſſi facilement qu'ils traverſent les autres » humeurs. »

Mais on dit ; la retine, quoique tranſparente, a cependant une ſorte d'opacité aſſez ſemblable à celle du papier huilé. Si on dépouille la partie poſtérieure d'un œil de bœuf de ſes premières tuniques, en ne laiſſant que la retine, & qu'on mette cet œil au trou de la chambre obſcure, on verra les images des objets peintes ſur cette retine.

A cela on répond, » que cette médiocre » opacité de la retine, prouve qu'elle in» tercepte un peu de lumière, qu'elle en » modere l'impreſſion, & non pas qu'elle » eſt l'organe de la vue ; au contraire, puiſ» que la retine n'arrête que très-peu de lu» mière, qu'elle la laiſſe preſque toute » paſſer ; donc elle n'eſt pas l'organe de la » vue ; car un organe doit arrêter tout ſon » objet & le fixer en entier. Cet organe eſt » donc plutôt la membrane ſur laquelle la qu'ils sont bien distincts, & gardent le même ordre que les points correspondans de l'objet. Lors donc que les sommets des pinceaux ne tombent pas exactement sur le fond de l'œil, & que les

» retine laisse tomber toute cette lumière » qui lui échape, & qui est absorbée en en- » tier par cette seconde membrane. »

34. Mr. Pecquet s'efforça d'expliquer l'expérience de Mr. Mariotte, en disant, que si l'on perd de vue la partie de l'objet dont l'image tombe sur le centre du nerf Optique, c'est parce qu'il se trouve en cet endroit dans la retine, un tronc de vaisseaux sanguins, qui intercepte l'action des rayons. Mais comment se persuader que la lumière ne puisse traverser des vaisseaux aussi fins & aussi déliés que ceux de la retine, lorsqu'on sçait qu'elle en traverse librement de beaucoup plus gros? Si cela était, combien les images ne seraient-elles pas défectueuses, puisque la retine est parsemée d'un très-grand nombre de ces petits vaisseaux. N'est-il pas évident que par-tout où la lumière en rencontrerait, son impression serait nulle, & n'affecterait ni la retine ni la choroïde? Les images manqueraient donc absolument dans tous ces endroits; ce que l'expérience démontre faux.

35. Mr. le Cat rapporte une autre objection qui fut faite par Mr. Perrault. Cet Académicien dit, que la retine étant transparente, la choroïde lui est nécessaire pour lui renvoyer les rayons, comme le mercure est nécessaire à une glace de miroir; & que la choroïde venant à manquer sous la retine au centre du nerf Optique, la retine se trouve dans le cas d'une glace, dont on aurait ôté le mercure en quelqu'endroit.

Mais il est visible qu'il se trompe dans sa comparaison. Le mercure renvoie les rayons; la choroïde est une espéce de velours noir qui les absorbe tous, & n'en renvoie par conséquent aucun à la retine. Si sa comparaison est vraie, c'est lorsqu'il convient que la vision manquant où la choroïde manque, cette membrane est aussi essentielle à la vision que le mercure à l'effet des miroirs. De même que le mercure fait tout dans la réfléxion des images, de même aussi la choroïde remplit seule les fonctions d'organe de la vue. C'est de l'impression qui s'y fait que naît la sensation; & la retine ne fait comme la glace, que laisser passer les images.

» D'ailleurs, continue Mr. le Cat, la » choroïde rassemble toutes les qualités re- » quises pour former l'organe qu'on cherche. » Elle est une continuation de la pie-mere, » qui est le véritable organe général des » sensations; la choroïde est solide, élasti- » que, extrêmement sensible. Elle forme » une espece de velours noir tout propre à » absorber les rayons ou l'image, & par » conséquent à en recevoir toute l'impres- » sion. On sçait que les mammelons de la » langue absorbent les sucs savoureux; que » l'intérieur du nez retient les vapeurs odo- » rantes, &c. c'est une structure presque » générale dans les organes des sensations, » & il n'y en a point où cette structure soit » plus essentielle que dans l'organe immé- » diat de la vue; car si cet organe n'avait » pas absorbé l'image, & qu'il l'eut réfléchie, » elle se fut éparpillée dans toute la cavité » de l'œil, les réfléxions se fussent multi- » pliées, & il y aurait eu dans tout cet or- » gane une confusion étrange de rayons & » d'impressions, & nulle image, nulle sen- » sation distincte. C'est pour cela en partie, » que les vieillards en qui l'encre de la cho- » roïde perd de son beau noir, ne voient » plus les objets avec la même netteté, » mais avec une sorte de confusion. La cho- » roïde est donc la seule membrane de l'œil » propre à faire l'organe immédiat de la » vue. »

36. Mais voici de nouvelles preuves plus directes, & qui semblent détruire le reste d'incertitude où l'on pourrait être encore, sur le sentiment que nous exposons.

» Quand nous voulons examiner, dit » Mr. le Cat, la bonté d'un œil, nous met- » tons la personne vis-à-vis d'un beau jour, » nous lui fermons les deux yeux; ensuite » nous ouvrons subitement l'œil que nous » voulons examiner; on remarque alors le » mouvement que fait l'iris à l'entrée de la » lumière dans cet organe; si elle se resserre » beaucoup, l'œil est très-bon; si elle se » resserre peu, on peut assurer que cet œil rayons arrêtés avant ou après leur réunion, sont répandus dans des espaces circulaires plus ou moins grands, l'image devient confuse, & par conséquent la vision. Or, c'est ce qui arriverait infailliblement, si l'œil ne souffrait pas des changemens relatifs aux diverses distances des objets. * Car s'il restait toujours dans

» voit faiblement ; & si elle est immobile, » cet œil ne voit point du tout. »

» Le bon œil resserre sa prunelle, parce » que l'organe immédiat de la vue est frapé » par une lumière vive, qui l'éguillonne & » met ses fibres en contraction. Le mauvais » œil reste immobile, parce qu'un mauvais » œil est celui qui n'est plus sensible à l'im- » pression de la lumière, & que cette même » insensibilité fait qu'il n'est pas excité à la » contraction de ses fibres. C'est donc le » même organe qui sent l'impression de la » lumière, & qui contracte ses fibres en » conséquence. Or, l'iris qui se contracte » ainsi, est la continuation de la choroïde, » & elle n'a aucune connexion avec la re- » tine ; donc la choroïde est l'organe im- » médiat de la vue. »

» Les accidens qui arrivent aux yeux, » prouvent encore pour la choroïde. S'il » survient à l'œil une inflammation, une » tension douloureuse, l'organe immédiat » devenu trop sensible, se trouve blessé par » la lumière ordinaire, & suffisamment » ébranlé par la plus faible lumière, comme » on l'a vu par les observations de ces per- » sonnes qui voyaient dans les ténébres. » Mais de toutes les parties du fond de l'œil » frappées par les rayons, il n'y a que la » choroïde qui soit susceptible de douleur, » de tension, d'érétisme, puisque la retine » n'est qu'une bave molle & insensible ; » donc la choroïde est l'organe immédiat » de la vue. »

A quoi sert donc la retine ? Mrs. Mariotte & le Cat répondent qu'un de ses principaux usages est de modérer l'impression de la lumière, qui est obligée de pénétrer au travers avant d'arriver à la choroïde, & de la mettre, pour ainsi dire, à l'unisson de cet organe.

37. * Si l'on est certain qu'il doit se faire des changemens dans l'œil pour voir à différentes distances, il faut convenir qu'on ne sçait pas trop en quoi ils consistent, & qu'on n'a là dessus que des probabilités.

38. Plusieurs, parmi lesquels on compte Mr. Huyghens, prétendent que le cristallin s'approche de la cornée, quand on veut regarder des objets proches ; mais quand même il pourrait aller jusqu'à la toucher, il ne s'éloignerait point encore assez du fond de l'œil pour y faire tomber les sommets des pinceaux, & on n'aurait point par conséquent de vision distincte.

39. Nous serions tentés de ne point citer l'opinion de ceux qui soutiennent que le cristallin peut changer de figure, selon les cas, par l'action des plis ciliaires ; quiconque connaît la solidité de ce corps, & la faiblesse des agens, qui doivent, selon cette opinion, en varier la figure, ne peut qu'être surpris qu'on les en ait seulement soupçonnés.

40. D'autres pensent que les muscles font prendre au globe même différentes formes, selon l'exigence des cas ; que lorsqu'on veut voir des objets éloignés, les muscles se contractent, raccourcissent l'œil selon son axe, & rapprochent par conséquent l'un de l'autre la partie antérieure de l'œil & le fond ; que pour les objets proches, ces muscles le pressent suivant son équateur, & l'obligent de s'allonger dans le sens de son axe ; ce qui met plus de distance entre le fond & la partie antérieure.

Cette opinion a quelques dégrés de vraisemblance que les autres n'ont pas. Mais le Méchanisme qu'elle suppose, est encore loin de satisfaire absolument à ce qu'on demande. On sçait que la distance du fond de l'œil aux surfaces réfringentes qui sont vers sa partie antérieure, ne peut varier assez pour que les rayons s'y réunissent dans tous les cas. Il a donc fallu se tourner d'un autre côté, & voici ce qu'on a trouvé de mieux. Mr. Jurin est l'Auteur du sentiment ingénieux que nous allons exposer.

le même état, il n'y aurait que ceux qui se trouveraient à une certaine distance, dont les rayons se réuniraient bien exactement sur le fond de ~~l'œil~~. Les rayons des objets qui seraient à une dis-

cet organe.

41. Il fait d'abord remarquer que la cornée est une membrane fléxible & élastique, capable de céder à une force externe ou interne, & reprenant d'elle-même sa première forme, aidée d'ailleurs de la pression de l'humeur aqueuse.

42. Il observe ensuite que l'uvée est une mem brane musculaire, susceptible de se resserrer, & de se réduire à de moindres dimensions, laquelle prend son origine dans cette protubérance du ceintre orbiculo-ciliaire, qui regne le long de l'intérieur de la cornée, à l'endroit où elle se joint à la sclérotique. Il nomme uvée ce que nous avons dit être sa lame antérieure.

43. Considérant ce qui arrive quand la prunelle se rétrecit, il en infére que cette protubérance a des fibres circulaires, au moyen desquelles elle peut se resserrer. Car quand les fibres circulaires de l'iris, qu'il appelle le *petit Anneau musculaire*, se contractent, les fibres droites, obligées de s'étendre, tirent nécessairement un peu en dedans le bord de l'uvée qui tient à la cornée, & par conséquent le bord de la cornée même; mais ce bord de l'uvée ne peut être tiré en dedans, sans se resserrer & se réduire à une circonférence plus petite qu'auparavant. Le bord de l'uvée qui joint à la cornée, doit donc avoir des fibres circulaires pour pouvoir se resserrer, de même que le bord de l'uvée qui borde la prunelle. A quoi servirait d'ailleurs une partie aussi forte & aussi adhérente à la cornée, si elle n'avait pas une force musculaire capable de vaincre une résistance considérable? Ainsi tout porte à croire que cette protubérance a des fibres circulaires; & Mr. Jurin l'appelle à cause de cela, *le grand Anneau musculaire de l'uvée.*

44. Si on joint à ces observations ce que nous avons dit de la capsule du cristallin, & qu'on se rappelle que les plis ciliaires qui sont insérés & retenus au bord de la portion antérieure de cette capsule, tiennent par l'autre bout à la protubérance dont nous parlons, & sont des fibres musculaires capables de se resserrer, quoique d'ailleurs plus faibles que celles de l'iris, il sera facile de suivre Mr. Jurin dans l'explication qu'il donne des changemens qui arrivent dans l'œil, quand nous voulons voir distinctement à toutes les distances. Voici comme il raisonne.

D'abord quand l'œil est en repos, & que les parties ne font aucun effort, on voit distinctement les petits objets à une distance moyenne déterminée, qui peut être pour la plûpart des yeux de 15 à 16 pouces. C'est la distance ordinaire à laquelle on lit un caractere médiocre, & où l'on voit parfaitement, sans que l'œil fasse d'effort.

45. Si on veut voir des objets plus près que de 15 à 16 pouces, je suppose, dit ce célèbre Physicien, que le grand anneau musculaire de l'uvée se resserre, & augmente par là la convexité de la cornée. Par conséquent les rayons se rompent davantage; ce qui compense leur trop grande divergence en entrant dans l'œil. Aussi-tôt que nous ne regardons plus ces objets, cet anneau cesse d'agir, & la cornée reprend, par son ressort, la convexité qui lui est ordinaire quand nous regardons à 15 ou 16 pouces.

46. Quand on veut regarder des objets plus éloignés que de 15 ou 16 pouces, je suppose que les plis ciliaires se contractent, ce qu'ils ne peuvent faire sans tirer à eux, & un peu en devant, les bords de la surface antérieure de la capsule où ils sont retenus. En même tems la liqueur contenue entre la capsule & le cristallin reflue nécessairement du milieu aux bords de cette surface antérieure, un peu élevés, par la contraction des plis ciliaires; & par conséquent cette surface devient moins convexe. Ainsi considérant le cristallin, sa capsule & l'eau contenue entre deux, comme ayant tous une même force réfractive, (supposition très-permise, tant que l'expérience ne prouvera pas le contraire) & ne composant qu'un corps unique de forme lenticulaire, il est clair que sa surface antérieure étant moins convexe, les rayons doivent moins se briser, & se réunir plus tard. Aussi-tôt que les plis ciliaires cessent de se contracter, la surface antérieure de la capsule qui était

tance

tance moindre, auraient leurs points de concours au-delà de ce fond, & ceux des objets plus éloignés, les auraient en deçà. Quand les objets sont proches, il faut donc que les humeurs

tendue, reprend sa première figure par son élasticité.

Comme cette capsule est une membrane très-délicate, qui contient une liqueur entr'elle & le cristallin, il n'est point étonnant qu'elle puisse obéir aussi-tôt à l'action d'un muscle aussi faible que le plis ciliaire, tandis que ce muscle ne peut applatir le cristallin même, à cause de sa solidité.

47. Mais, dira-t-on, pourquoi n'avoir pas rendus plus forts les plis ciliaires, & ne les avoir pas attachés immédiatement au cristallin? Tout se serait réduit alors à tirer le cristallin en dehors, & à l'applatir; & on n'eut pas eu besoin de la capsule ni de l'eau qu'elle contient, dont il paraît qu'on pouvait se passer.

Mr. Jurin qui se fait cette objection, répond que ce moyen, quoique plus simple que celui que la nature met en usage, n'eut pas aussi bien satisfait à ses vues. Car les plis ciliaires partant du bord de la cornée à l'endroit où elle se joint à la sclérotique, il est visible que s'ils étaient plus forts, lorsqu'ils viendraient à se resserrer, ils tireraient la cornée en dedans, en tirant le cristallin à eux, & augmenteraient par conséquent la convexité de la cornée, en même tems qu'ils diminueraient celle du cristallin, d'où résulteraient des effets contraires, puisque l'augmentation de convexité de la cornée dispose l'œil pour les objets proches, & l'applatissement du cristallin pour les objets éloignés. Or, on n'a rien à craindre de semblable, les plis ciliaires étant aussi faibles qu'ils le sont; ils ne peuvent affecter sensiblement la cornée, & peuvent cependant procurer l'avantage de voir de loin au moyen de la capsule & de l'eau qu'elle contient.

48. J'avais cru d'abord, ajoûte Mr. Jurin, que les deux surfaces de la capsule devenaient moins convexes lorsque ses bords étaient tirés un peu en dehors; mais considérant depuis combien la surface postérieure est adhérente par ses bords à la membrane de l'humeur vitrée, & que de la manière que cette humeur tient enchassé le cristallin & sa capsule, elle doit nécessairement empêcher que le bord de la capsule vienne en dehors; me rappellant d'ailleurs la situation & l'insertion des plis ciliaires, je me suis convaincu qu'il ne peut y avoir que la surface antérieure qui puisse s'applatir & donner à l'œil la faculté de voir les objets éloignés.

Telle est l'hypothese ingénieuse de Mr. Jurin; mais il était bon de s'assurer si elle était aussi solide que séduisante, & si elle se soutiendrait dans les détails. Or, c'est ce que son célébre Auteur a eu le plaisir de trouver; le calcul auquel il l'a soumise, n'a servi qu'à lui donner de nouveaux degrés de vraisemblance.

49. Si on voit distinctement un objet placé successivement à trois différentes distances de l'œil, telles que la première étant la plus petite à laquelle on puisse le voir distinctement, la seconde soit double de cette première, & la troisième infinie; il est remarquable qu'il doit se faire à peu près d'aussi grands changemens dans la figure de l'œil, pour voir distinctement à la première & à la seconde distance, qui ne différent pas beaucoup, que pour voir distinctement à la seconde & à la troisième, dont la différence est infinie. Soit $BCDE$ (*Fig.* 157.) l'axe de l'œil infiniment prolongé; BC, BD, BE, les trois différentes distances de l'objet à la cornée AB; & CA, DA, EA, trois rayons qui tombent sur un point quelconque donné de la cornée à l'axe de laquelle EA est parallele.

Présentement pour former une vision distincte des points C, D, E, il est clair qu'il faut que les rayons CA, DA, EA, se rompent successivement, de manière que chacun d'eux aille se rencontrer avec l'axe de l'œil, au même point F de la rétine.

50. Supposons en premier lieu le point F donné, ou ce qui revient au même, la longueur de l'axe BF invariable; il est évident que la quantité de la réfraction doit être différente pour chaque rayon; & parce que la distance CD est supposée égale à CB ou CA, l'angle CAD est égal à l'angle CDA, & par conséquent à l'angle DAE.

de l'œil deviennent plus convexes, afin de rompre davantage les rayons, & d'accélérer leur réunion; & quand les objets sont éloignés, elles doivent au contraire s'applatir, afin de rompre moins les rayons, & empêcher par conséquent qu'ils ne se réunissent trop-tôt. Peut-être n'est-il pas impossible qu'elles soient aidées dans le premier cas par l'allongement; & dans le second, par l'accourcissement du globe même de l'œil, occasionné par l'action de ses muscles.

87. Cette description de l'œil & de la cause de la vision, est encore confirmée par cette observation, que si l'on dépouille le fond de l'œil de sa sclérotique, on y voit au travers des autres membranes plus minces, les images des objets peintes très-distinctement. Or ces images, faisant une impression sensible, que le mou-

C'est pourquoi, si on imagine que chaque rayon retourne du point F successivement aux points C, D, E, la quantité totale de ses réfractions doit être d'abord diminuée de l'angle CAD, & ensuite de son égal DAE; les changemens de figures des diverses surfaces réfringentes de l'œil, doivent donc être à peu près les mêmes, soit que l'objet s'écarte de C en D, ou qu'il s'écarte de D en E.

51. En second lieu, supposons invariables les figures des surfaces réfringentes, & soit F (*Fig.* 158.) leur foyer principal, c'est-à-dire, le point où les rayons qui tombent parallèles sur la cornée, se réunissent après leurs réfractions à ces surfaces; soit G un autre foyer principal où des rayons qui tombent parallèles sur la surface postérieure du cristallin, vont se réunir après avoir été rompus par ces mêmes surfaces. Je trouve par le calcul que BG n'est que 0,5 ou 0,6 de pouce, & que par conséquent faisant GC égale à CD, si l'on prend les distances de l'objet depuis G, au lieu de les prendre depuis B, le cas présent sera peu différent du précédent. Maintenant que les rayons d'un pinceau venant de C, se réunissent en c après les réfractions, & que ceux qui viennent de D, concourent en d; par l'Article 331, on a Fc réciproquement comme GC, de même que si les rayons n'étaient rompus que par une lentille (*Art.* 240.); c'est-à-dire, que $Fc : Fd :: GD : GC :: 2 : 1$; ce qui fait voir que les déplacemens cd & dF du fond de l'œil sont égaux, tandis que la distance GC varie du simple au double, & ensuite à l'infini.

52. Enfin, si nous supposons que la vision distincte soit dûe, partie au déplacement du fond de l'œil, partie aux changemens de figures des surfaces réfringentes, on comprend aisément que tous ces différens changemens pris ensemble, sont les mêmes dans l'un & l'autre cas.

53. Donc si ceux qui ont la vue courte, qu'on appelle Miopes, peuvent lire un petit caractère à deux distances différentes, dont la plus grande soit seulement double de la plus petite, ce que nous croyons qu'ils peuvent faire pour la plûpart, il s'ensuit que leurs yeux souffrent d'aussi grands changemens, que ceux que doivent éprouver des yeux parfaits pour voir distinctement à toutes les distances intermédiaires entre l'infini & la plus grande de ces deux distances; & c'est par cette raison qu'un Miope voit distinctement à toutes les distances par le secours d'un seul verre concave d'une figure convenable; car autrement il serait forcé de se servir de verres de figures différentes, suivant les diverses distances.

54. Delà il suit que le défaut des vues courtes ne vient point d'un défaut de puissance dans l'œil pour varier sa figure; mais que la somme totale des réfractions est trop grande rélativement à la distance du fond de l'œil à la cornée.

vement le long des fibres des nerfs Optiques tranſmet auſſi-tôt au cerveau, ſont la cauſe de la viſion. Car l'étroite correſpondance de l'œil & du cerveau, fait que ſi les images ſont parfaites, on voit l'objet parfaitement *, & que quand elles ne le ſont pas, la viſion ſe reſſent de leurs défauts, & eſt imparfaite comme elles. Si l'œil eſt teint de quelque couleur particulière, comme dans la jauniſſe, de ſorte que les images tracées au fond de l'œil ſoient teintes de cette couleur, tous les objets paraiſſent teints auſſi de la même couleur.

* Nous avons déjà fait entrevoir qu'une des conditions néceſſaires à la perfection de la viſion, eſt que les objets ſe peignent diſtinctement au fond de l'œil, & par conſéquent que les rayons qu'ils envoient de leurs diverſes parties, ſe réuniſſent dans autant de points diſtincts de ce fond, qu'il y a de points dans l'objet d'où ils viennent. Mais une autre condition auſſi importante, c'eſt que les rayons qui vont ſe réunir dans chacun de ces points, ſoient en aſſez grand nombre pour y faire une impreſſion ſenſible; & qu'outre l'avantage de voir diſtinctement, on ait encore celui de voir clairement.

55. La clarté de la viſion dépend donc de la quantité de lumière reçue dans l'œil. Or, cette quantité de lumière dépend elle-même de deux choſes : que l'objet ſoit aſſez lumineux ou aſſez éclairé, & qu'il envoie par conſéquent des rayons en aſſez grand nombre; & que la prunelle puiſſe s'ouvrir beaucoup. Nous n'avons pas beſoin de faire obſerver que cette lumière ne doit pas être trop forte; on ſçait qu'alors elle ferait une impreſſion trop vive, & pourrait bleſſer l'organe.

56. Tout le monde croit qu'on voit plus clairement des deux yeux que d'un ſeul, & il eſt certain qu'on a raiſon. Cependant la différence n'étant pas auſſi conſidérable, qu'on pourrait ſe l'imaginer, il convenait de chercher à s'en aſſurer, & à découvrir même, s'il étoit poſſible, en quoi elle conſiſte.

C'eſt encore à Mr. Jurin qu'on doit ce qui s'eſt fait là-deſſus. Pour découvrir d'abord ſi on voit en effet plus clairement un objet des deux yeux que d'un ſeul, voici comme il s'y prit. Il mit un morceau de papier blanc directement devant lui, & appliquant contre ſa tempe droite le côté d'un livre qui avançait beaucoup plus que ſon viſage, il le diſpoſa de manière à cacher, pour ſon œil droit ſeulement, la moitié droite de ce papier, tandis que des deux yeux il en voyait la moitié gauche. Regardant alors le papier des deux yeux, il remarqua qu'il était diviſé en deux parties égales par une ligne obſcure; que la moitié du papier qui était à la droite de cette ligne, paraiſſait conſidérablement plus ſombre que celle qui était à la gauche. Il obſerva de même d'autres objets, & il trouva conſtamment que la partie qu'il ne voyait que d'un œil, était évidemment plus obſcure que celle qu'il voyait des deux yeux. Lorſqu'il appliquait le livre contre ſa tempe gauche, il appercevait la même différence; ce qui prouve qu'il avait les deux yeux d'égale force.

Quand il regardait de même une page d'un livre diviſée en deux colonnes, il trouvait que la colonne qu'il voyait des deux yeux, était beaucoup plus diſtincte & plus liſible, que celle qu'il ne voyait que d'un œil. Cette différence était plus ſenſible, quand en faiſant l'expérience à la lumière d'une bougie, le livre était tellement éloigné, qu'il avait peine à lire des deux yeux; car alors la colonne qu'il ne voyait que d'un œil, n'était pas liſible.

57. Mais ce n'était pas aſſez de s'être aſſuré qu'on voit plus clairement des deux yeux que d'un ſeul, il fallait encore découvrir qu'elle était la différence. Dans cette vue, il attacha d'abord une feuille de papier blanc contre un mur; puis à la diſtance d'environ trois pieds, il plaça une bougie de manière que ſa flamme ſe trouvait à peu près à la hauteur & vis-à-vis le milieu de ce papier; mais donnant cependant un peu à droite, à ſix pieds de diſtance du papier, &

88. Si l'âge, ou quelque maladie desséche les humeurs de l'œil, de sorte que par la diminution de leur volume, la cornée & le cristallin s'applatissent, la lumière n'est plus assez réfractée, & par une suite nécessaire de ce défaut de réfraction, les sommets des pinceaux ne tombant plus sur le fond de l'œil, mais plus loin, l'image loin d'être composée de points distincts qui représentent les points correspondans de l'objet, n'est plus qu'un assemblage de cercles lumineux qui anticipent les uns sur les autres. Par conséquent cette image est confuse, & l'on ne voit l'objet que confusément; & plus il regnera de confusion dans l'image, plus il en regnera dans l'apparence de l'objet. Voilà précisément en quoi consiste le défaut de la vue dans les gens âgés, & qui nous apprend pourquoi on parvient à remédier à ce défaut par le secours des lunettes *. Car les verres de ces lunettes étant convexes, sup-

vis-à-vis le milieu de sa moitié gauche, il plaça une autre bougie dont la flamme était aussi à la même hauteur que celle de la première. Ensuite au moyen d'un livre qu'il mit entre la moitié gauche du papier & la seconde bougie, il empêcha que cette moitié n'en fût éclairée. Cette moitié ne se trouvant plus éclairée que par une seule bougie, paraissait considérablement plus sombre, que la moitié droite qui était éclairée par les deux.

La différence d'éclat des deux moitiés du papier est aisée à connaître; la seconde bougie étant deux fois plus éloignée, la moitié droite du papier n'en devait recevoir que le quart de la lumière qu'elle recevait de la bougie la plus proche; & par conséquent l'éclat de cette moitié était à celui de la moitié gauche, comme 5 à 4.

58. Tout étant ainsi disposé, & les bougies éclairant également, Mr. Jurin appliqua un livre contre sa tempe droite, de manière qu'il cachât à l'œil droit, la moitié droite du papier. Regardant alors le papier des deux yeux, la moitié droite qui avait cinq degrés de lumière, & n'était vue que de l'œil gauche, lui parut évidemment plus blanche que la moitié gauche, qui avait quatre degrés de lumière, & qu'il voyait des deux yeux. Par conséquent un objet vu des deux yeux ne parait pas d'un quart plus lumineux que lorsqu'on ne le voit que d'un œil.

Mettant ensuite la seconde bougie à 9 pieds de distance du papier, il trouva que la moitié droite du papier qui recevait 10 degrés de lumière, & qu'il ne voyait que d'un œil, paraissait un peu plus blanche que la moitié gauche qui ne recevait que 9 degrés de lumière, & qu'il voyait des deux yeux.

59. Il porta un pied plus loin la même bougie, de sorte que les distances des deux bougies au papier étant comme 3 à 10, les quantités de lumière qu'elles envoyaient sur la moitié droite du papier, étaient comme 100 à 9, ou environ comme 11 à 1. La moitié droite du papier vue d'un œil, paraissait encore un peu plus blanche que la moitié gauche vue des deux yeux. Mais ayant porté la seconde bougie à 12 pieds du papier, la moitié droite de ce papier vue d'un œil, parut un peu plus sombre que la moitié gauche vue des deux yeux. D'où il suit que lorsque la seconde bougie était environ à 11 pieds du papier, la moitié droite vue d'un œil, & la moitié gauche vue des deux yeux, devaient paraître de la même blancheur.

60. Donc un objet vu des deux yeux paraît plus clair d'environ $\frac{1}{13}$, que quand on ne le voit que d'un seul. Il faut cependant ne regarder ce résultat que comme un à peu près; car il est difficile de faire là-dessus des expériences bien exactes.

61.* Pour déterminer les verres propres à suppléer aux défauts de la vue, il faut chercher les limites de la vision confuse & displéent au peu de convexité de l'œil ; en contribuant à rendre plus grande la somme totale des réfractions, ils sont cause que les rayons convergent plus qu'ils n'auraient fait ; & lorsque ces verres ont le

tincte, c'est-àdire, les distances où un objet commence à paraître confus, pour les Presbites, en mesurant la distance la plus petite à laquelle ils peuvent voir distinctement, & lire un caractere médiocre ; & pour les Miopes, en mesurant la plus grande & la plus petite distances auxquelles ils peuvent voir distinctement, & lire un petit caractere. Si on veut une détermination plus exacte, il sera facile de l'avoir en disposant près de l'œil, & un peu au-dessous, une des extrêmités d'une longue regle, & remarquant les plus grandes & les plus petites distances auxquelles des lignes menées suivant la longueur de cette regle, commencent à paraître confuses. Je donnerai toujours la préférence aux verres les moins concaves ou les moins convexes dont on puisse se servir pour voir distinctement, comme étant les plus convenables aux vues défectueuses : on en verra bientôt la raison.

62. Soit $E\,q$ (*Fig.* 159.) la moindre distance à laquelle un Presbite voit distinctement un petit objet, & $E\,Q$ la plus petite distance à laquelle il cherche à le voir aussi avec netteté. Soit pris du côté de q une troisième proportionnelle QF à $Q\,q$ & à QE ; & EF sera la distance focale d'une lentille convexe avec laquelle il pourra voir distinctement un objet placé entre Q & F, & peut-être au-delà de F; car les rayons qui viennent de Q, sortiront du verre, & entreront dans l'œil comme s'ils venaient directement de q à l'œil nud (*Art.* 239) ; & supposant que Q s'éloigne de l'œil, q s'en éloignera aussi à l'infini en parcourant successivement les différens endroits auxquels l'œil nud peut voir distinctement : ainsi les rayons réfractés ayant la même divergence, que s'ils partaient de ces lieux, procureront une vision distincte de l'objet placé par-tout où l'on voudra, depuis Q jusqu'en F, & même au-delà, si la personne peut voir distinctement par des rayons convergens.

63. Donc si un Presbite veut voir distinctement à une distance la moitié plus petite que $E\,q$, c'est-à-dire, deux fois plus près qu'à la vue simple, le verre qui lui conviendra le mieux est une lentille convexe qui ait $E\,q$ pour distance focale, & il verra distinctement avec cette lentille à toute distance qui ne sera pas moindre que la moitié de $E\,q$; car supposant que $Q\,q$ & QE soient égales, la proportion précédente nous apprend que le point F tombe sur le point q.

64. Soit EF (*Fig.* 160.) la plus grande distance à laquelle un Miope voit distinctement un objet placé en F; $E\,F$ sera la distance focale du verre concave le meilleur dont il puisse se servir pour voir distinctement les objets éloignés. Car les rayons d'un pinceau, qui viennent d'un objet éloigné, & par conséquent tombent paralleles sur la lentille, en sortiront pour entrer dans l'œil, comme s'ils étaient venus directement à l'œil nud d'un objet situé en F. L'image d'un objet éloigné tracée sur le fond de l'œil par des rayons réfractés au travers de cette lentille, sera donc aussi distincte que celle d'un objet placé en F, qui serait vu par des rayons directs.

65. Soit EQ (*Fig.* 161.) la moindre distance à laquelle la même personne voit distinctement un objet à la vue simple ; si on prend une troisième proportionnelle $Q\,q$ à QF & à QE, & qu'on mette Qq du côté de F, le point q sera le point le plus proche où elle puisse voir distinctement avec la lentille dont on vient de parler. Car par l'Article 239 les rayons d'un pinceau, qui tombent sur la lentille en convergeant vers Q, après les réfractions convergeront vers q; & au contraire, les rayons qui viennent de q, sortiront de la lentille en divergeant de Q ; & supposant que le point q s'éloigne de l'œil, le point Q s'éloignera aussi en passant par tous les lieux auxquels l'œil nud peut voir distinctement. Si au contraire, le point q s'approche de l'œil, le point Q s'en approchera aussi, mais il cessera (par la supposition) d'être apperçu distinctement à la vue simple.

66. Par conséquent, si l'espace QF compris entre les limites de la vision confuse, n'est pas moindre que $Q\,E$, on verra distinctement avec un verre dont la distance focale soit $E\,F$, les objets placés par-tout où l'on voudra au-delà de F, qui détermine la portée de la vue simple; car dans ce cas $Q\,q$ ne peut être

degré convenable de convexité, le point de concours des rayons de chaque pinceau tombe exactement sur le fond de l'œil.

89. Les Miopes, c'est-à-dire, ceux qui ont la vue courte, ont un

plus grand que QF, comme il est évident par la proportion précédente.

67. Mais si un Miope veut des lunettes à verres concaves pour lire ou écrire, supposons que la distance Eq (*Fig.* 162.) ne soit pas plus grande qu'il ne faut pour cet effet, & que QF soit l'intervalle compris entre les limites de la vision confuse; soit pris du côté de q une troisième proportionnelle FG à Fq & à FE; un verre concave qui aura EG pour distance focale, sera le meilleur dont il puisse se servir pour lire & écrire. Car par l'Art. 239, les rayons d'un pinceau qui tombent sur ce verre en convergeant vers F, convergeront vers q après les réfractions; & au contraire des rayons qui viendraient de q, sortiraient en divergeant de F. Par conséquent le Miope dont nous parlons, verra distinctement un objet aussi éloigné que le point q; il le verra aussi plus près que F, si QF n'est que la moitié de EF. Car supposant que les rayons tombent sur la lentille en convergeant vers Q, soit fait $QG : QE :: QE : QH$, les rayons rompus convergeront en H; & par conséquent le point H sera le point le plus proche qu'on puisse appercevoir distinctement au travers de la lentille. Mais si Q coupe EF en deux également, il est clair que QH est moindre que QF, parce que QG, QF, QH sont en proportion continue.

68. Ainsi, toute personne peut se fournir de lunettes convenables à sa vue quoiqu'éloignée des lieux où elles se vendent, en envoyant à l'ouvrier leurs distances focales calculées par les regles précédentes. Il est vrai que si on est à portée de choisir soi-même, on est bien plus sûr de réussir en éprouvant les verres qu'on trouve : sur quoi il faut observer de donner toujours la préférence aux verres les moins concaves ou les moins convexes de ceux qui conviennent à la vue au défaut de laquelle on veut suppléer. Ce sont ces verres que j'ai calculés, & que je regarde comme les plus convenables. Car puisqu'on ne peut les mettre tout contre l'œil, moins un verre est concave, moins il diminue les images des objets peints sur le fond de l'œil. Il y aura encore un autre avantage à le préférer aux autres; à force de s'en servir, les membranes & les humeurs de l'œil prendront insensiblement la figure qui est nécessaire pour voir les objets les plus éloignés qu'il est possible; & empêchera par conséquent que l'œil ne devienne Miope de plus en plus. D'un autre côté, moins un verre est convexe, moins il amplifie les images des objets peints sur le fond de l'œil;& par l'usage qu'on en fait, l'œil prend insensiblement la forme convenable pour voir des objets aussi proches qu'il est possible : mais ces deux avantages ne sont pas les seuls à considérer. Réunis, ils peuvent en produire un troisième, celui d'empêcher toute augmentation dans le défaut dont l'œil presbite est affecté. Car lorsque la peinture faite sur le fond de l'œil est très-grande, il n'est pas nécessaire qu'elle soit tout-à-fait aussi distincte, que si elle étoit plus petite, pour qu'on puisse distinguer le même nombre de parties dans un objet. Par conséquent l'œil a plus de liberté de s'éloigner de la conformation qu'exige l'usage du verre, & il reprend plus aisément celle qui lui est devenue la plus naturelle, & pour laquelle il incline le plus, qui est celle qui ne lui permet que de voir les objets éloignés.

69. C'est une remarque générale que ceux qui n'ont coutume de regarder que des objets éloignés, comme Navigateurs, Paysans, Chasseurs, &c. ont besoin de lunettes beaucoup plutôt que d'autres : on sçait aussi que le plus grand nombre des Miopes se trouve dans cette classe d'hommes composée de gens de Lettres & d'Artistes, qui sont dans l'habitude de regarder des objets très-proches; d'où il paraît que l'œil, de même que toute autre faculté animale, vient insensiblement à conserver la forme qu'il est accoutumé de prendre.

70. Dans le grand nombre de Miopes que nous voyons, il n'y en a vraisemblablement que fort peu qui soient nés tels. Ils n'acquierent en général ce défaut qu'à l'âge de 20 ou de 25 ans : ainsi peut-être est-il possible de le prévenir en accoutumant leurs yeux, tandis qu'ils sont jeunes, à prendre toutes sortes de

défaut contraire ; leurs yeux sont trop convexes. La réfraction étant alors trop considérable, les rayons convergent trop, & se réunissent avant d'avoir atteint le fond de l'œil. Par conséquent, l'image, ni

formes, à quoi ils peuvent réussir en regardant à travers des verres de toutes figures, en lisant, écrivant & travaillant avec des lunettes de différentes convexités. Car, quelque grand que soit le pouvoir dont l'œil jouit, de prendre la forme qui est nécessaire, selon les cas, pour voir distinctement, ce pouvoir peut s'affaiblir & perdre de son étendue, par le défaut de variété dans l'usage qu'on fait de cet organe. J'ai entendu dire qu'il y avait des gens qui avaient assez d'étendue & de souplesse dans la vue pour voir distinctement à travers des verres de toutes sortes de figures ; & vraisemblablement beaucoup d'enfans ont la même faculté, & peuvent la conserver par la pratique. C'est une erreur de croire que leurs yeux puissent souffrir de cet exercice ; l'unique soin qu'on doive s'imposer, est de les empêcher de regarder des objets trop lumineux.

71. Il est remarquable que les Miopes écrivent fort petit, & préférent de lire un caractere menu, sans doute parce qu'ils en embrassent davantage d'un seul coup d'œil ; pour l'ordinaire ils regardent peu ceux avec qui ils parlent, parce qu'ils ne peuvent saisir tout à la fois les mouvemens de leurs yeux & de leurs traits, & par cette raison ne sont attentifs qu'à écouter ce qu'on leur dit. Ils voyent plus distinctement & un peu plus loin à une forte lumière qu'à une faible, parce qu'une vive lumière oblige la prunelle de se resserrer : d'où résulte nécessairement une diminution dans le diamétre des pinceaux lumineux, & par conséquent dans leur mêlange réciproque ; ce qui fait que la confusion apparente est moindre. C'est par cette raison que les Miopes ferment en partie les paupières, quand ils veulent voir distinctement des objets dont la distance excede la portée de leur vue. Ils y gagnent d'ailleurs un autre avantage. Les paupières en se fermant exercent une pression sur l'organe qui l'applatit, & lui donne par conséquent la faculté de voir des objets éloignés.

72. M. Huyghens a déterminé la convexité des verres dont les plongeurs peuvent se servir dans la Mer ; il a trouvé que si les verres doivent être également convexes des deux côtés, leur courbure doit être la même que celle de la cornée qui fait partie d'une sphere, dont le diamétre est environ 7 lignes $\frac{1}{4}$. Il est certain, dit Mr. Huyghens, que les poissons hors de l'eau, & les autres animaux plongés dans l'eau, ne voyent point distinctement. Les plongeurs ne voyent dans l'eau que comme les vieillards au travers d'un verre concave. Car puisqu'on a trouvé par expérience que l'humeur aqueuse a à peu près le même pouvoir réfractif que l'eau, il s'ensuit que quand l'œil est plongé dans l'eau, les rayons ne se rompent point en entrant. La cornée, il est vrai, a peut-être un pouvoir réfractif, différent de celui de l'eau ; mais comme elle est fort mince & terminée par des surfaces paralleles, contigues à des fluides également réfringens, les rayons passeront droit au travers : ainsi les rayons paralleles qui tombent convergens sur le cristallin, par les réfractions qu'ils souffrent en pénétrant la cornée & l'humeur aqueuse, lorsque l'œil est hors de l'eau, conservent dans la supposition présente leur parallélisme en le rencontrant. Le cristallin ne peut donc pas les réunir dans un point sur le fond de lœil ; leur réunion se fait au-delà, & par conséquent la vision est confuse. Quant aux poissons considérés hors de l'eau, les réfractions qui se font alors à leur cornée, sont très-grandes, au lieu que dans l'eau il n'y en a point du tout, ou très-peu. Les rayons doivent donc se croiser avant d'arriver au fond de l'œil, & produire une apparence confuse.

73. Ainsi, pour procurer aux plongeurs l'avantage de voir distinctement, il faut trouver quelle doit être la convexité d'une lentille capable de donner aux rayons, avant qu'ils traversent le cristallin, le même degré de convergence qu'ils ont ordinairement lorsque l'œil est hors de l'eau. Pour cela, il faut se souvenir que le sinus d'incidence est au sinus de réfraction dans le passage de l'eau dans le verre, comme 9 à 8, & que la surface de la cornée est une portion d'une sphere dont le diamétre est d'environ 7 lignes $\frac{1}{4}$. Soit AC (*Fig.* 163.) une section de cette surface qui passe par son centre B, & soit le sinus d'in-

la viſion qui en réſulte, ne peut être diſtincte. Les objets proches ſont les ſeuls qui puiſſent être apperçus avec netteté, parce que la grande divergence des rayons qui en viennent, compenſe l'excès des réfractions, & ils ne concourent alors qu'au fond de l'œil. Pour remédier à ce défaut, on ſe ſert d'un verre concave, dont on ſçait que la propriété eſt de diſperſer les rayons; en le prenant d'une courbure convenable, les rayons incidens acquierent en le traverſant, le degré de divergence avec lequel ils doivent rencontrer l'œil, pour ne ſe réunir que ſur le fond où ils doivent peindre l'image. Dans un âge avancé, cette grande divergence peut devenir ſuperflue, même contraire à la viſion, & les rayons peuvent concou-

cidence au ſinus de réfraction dans le paſſage de l'air dans l'humeur aqueuſe, comme 4 à 3. Prenant donc BD, triple du demi-diamétre BA, il eſt certain que les rayons paralleles dans l'air, concourront en D (*Art.* 224.), après avoir été réfractés par l'humeur aqueuſe; mais l'œil étant dans l'eau, cette réfraction eſt nulle. Il faudra donc appliquer ſur la cornée AC une lentille convexe qui puiſſe raſſembler les rayons paralleles au point D. Soit EAF cette lentille dont une des ſurfaces eſt plane, & l'autre convexe, qui eſt tournée vers l'œil, & ſoit AH ſon demi-diamétre. Donc puiſque les rayons paralleles ſe réuniſſent en D, on a $HD : DA :: 9 : 8$, c'eſt-à-dire, dans le rapport de réfringence du verre dans l'eau (*Art.* 225.), & par conſéquent $HA : AD :: 1 : 8$; mais nous avons $AD : AB :: 4 : 1$, ou $:: 8 : 2$; on trouvera donc en compoſant, $HA : AB :: 1 : 2$; ainſi AB étant de 3 lignes $\frac{5}{8}$, AH ſera de 1 ligne $\frac{13}{16}$, qui eſt ce que nous cherchions. Mais ſi à la place d'une lentille plane d'un côté & convexe de l'autre, on en demande une également convexe des deux cotés, il faut qu'elle ait des courbures égales à celle de la cornée (*Art.* 235.), c'eſt-à-dire, que ſes deux ſurfaces ſoient des portions d'une ſphere de 7 lignes $\frac{1}{4}$ de diamétre. Telle eſt la détermination donnée par Mr. Huyghens. (*V. ſa Dioptriq.*)

74. On eſt communément dans l'opinion que le défaut de réfraction des rayons viſuels à la cornée d'un œil de poiſſon, eſt compenſé par la ſphéricité du criſtallin; de ſorte qu'il n'eſt pas néceſſaire que la diſtance du fond de l'œil à la cornée ſoit plus grande que dans les autres animaux, dont le criſtallin eſt lenticulaire; mais c'eſt une erreur. Car ſi on imagine une lentille formée de deux petits ſegmens égaux du criſtallin ſphérique, ſa diſtance focale ſera plus courte que celle de la ſphere totale meſurée depuis ſa ſurface la plus éloignée, des trois quarts de ſon diamétre, quel que ſoit le pouvoir réfractif du milieu environnant; ce qui ſe déduit aiſément des Articles 227 & 231. Auſſi remarque-t-on que les poiſſons ont, à proportion de leur groſſeur, les yeux plus grands que les autres animaux. Il eſt vrai que le criſtallin ſphérique donne à l'œil la faculté d'embraſſer plus d'objets d'un ſeul regard, pourvu cependant que la cornée ait aſſez de ſaillie, & que la prunelle ſoit aſſez large, comme on l'obſerve d'ordinaire dans les yeux des poiſſons. La raiſon en eſt que les rayons des objets latéraux tombent perpendiculairement ſur la ſurface d'un criſtallin ſphérique, & obliquement ſur un lenticulaire. Par conſéquent les images des objets latéraux peints ſur une rétine concentrique à un criſtallin ſphérique, ſeront auſſi diſtinctes que celles des objets placés directement devant l'œil; au moyen de quoi les animaux dont les yeux ſont diſpoſés de chaque côté de la tête, auront l'avantage de voir autour d'eux d'un ſeul coup d'œil; qualité précieuſe dans la viſion, & très-utile à la conſervation de l'animal. Dans les poiſſons elle peut compenſer le défaut de ne point entendre.

rir

rir exactement au fond de l'œil, avec les directions quils ont naturellement en partant des objets, parce qu'alors l'œil devenu plus applati, peut acquérir la figure de ceux qui sont bien conformés; car on sçait que les Miopes voyent plus distinctement les objets éloignés dans leur vieillesse; & c'est pour cela qu'on croit vulgairement que leur vue dure plus long-tems.

90. En déterminant la grandeur des images sur le fond de l'œil, on n'a besoin de considérer qu'un seul rayon dans chaque pinceau, parce que quand l'image est distincte, tous les rayons d'un même pinceau sont rassemblés dans un point unique sur le fond de l'œil; ou ce qui revient au même, nous pouvons regarder la prunelle comme resserrée & réduite à un point; & pour plus de simplicité, & aider l'imagination, nous pouvons supposer que le point O est un petit trou fait au centre d'un hémisphere creux & obscur DqE, qui n'admet que les rayons qui le traversent sans se rompre. Car alors les diamétres ou longueurs des images pqr croîtront ou décroîtront comme l'angle pOr, ou comme l'angle POR; & nous allons voir dans le moment que l'œil a cette propriété. Fig. 155.

91. *Les diamétres ou grandeurs des images des objets formées sur le fond de l'œil, sont toujours proportionnels aux angles que les rayons, qui viennent des extrémités de l'objet, font en se croisant au centre de la prunelle*, pourvu que ces angles soient petits. Car soient deux ou tant d'objets que l'on voudra, PQ & $p'q'$ paralleles ou inclinés l'un à l'autre, lesquels soutendent le même angle POQ ou $p'Oq'$ formé dans l'œil par les rayons partis de leurs extrémités. Comme les rayons de lumière partis de P & de p' qui suivent la même route $Pp'O$, souffrent les mêmes réfractions, & rencontrent par conséquent le fond de l'œil au même point p; par la même raison, ceux qui viennent de Q & de q', iront aussi le rencontrer au même point q. Donc les images pq des objets PQ, $p'q'$ qui soutendent le même angle que forment dans l'œil les rayons partis de leurs extrémités, seront de même grandeur: ce qu'il fallait premièrement prouver. Fig. 164.

Maintenant on trouve par expérience que les images des objets formées sur le fond d'un œil, sont parfaitement semblables dans toutes leurs parties aux objets qu'elles représentent; c'est-à-dire, que les proportions des parties pq, qr, de l'image entière pqr, sont les mêmes que celles des parties PQ, QR de l'objet PQR. Mais le rapport de ces parties PQ, QR est à peu près le même que celui des angles POQ, QOR qu'elles ſoutendent: ainſi, la propoſition eſt prouvée pour les objets PQ, QR, qui ſont à la même diſtance de l'œil. Et puiſque nous venons de prouver que les objets PQ & $p'q'$ ont la même image pq, il s'enſuit que les images des objets $p'q'$ & QR ſuivent le rapport des angles $p'Oq'$, QOR, que les rayons qui viennent des extrémités de ces objets, font en ſe croiſant au centre de la prunelle. Ces angles ſont nommés *Angles Optiques* ou *Viſuels*

92. Quand un objet s'approche ou s'éloigne de l'œil, *le diamétre de ſon image ſur le fond de l'œil, augmente ou diminue en raiſon inverſe de la diſtance de cet objet à l'œil,* pourvu que l'angle viſuel ſoit aſſez petit. Car le diamétre de l'image augmente ou diminue comme l'angle viſuel (*Art. 91.*); & cet angle, lorſqu'il eſt aſſez petit, augmente ou diminue en raiſon inverſe de la diſtance de l'objet à l'œil (*Art. 60.*).

93. Le degré de clarté de l'image d'un objet formée ſur le fond de l'œil, *eſt toujours le même à quelques diſtances que l'œil ſoit de l'objet,* pourvu qu'aucun des rayons ne ſoit intercepté en chemin, & que la prunelle conſerve la même ouverture. Par exemple, ſuppoſons que l'œil devienne deux fois plus proche de l'objet, les dimenſions de l'image deviendront doubles, & par conſéquent l'image deviendra quadruple. Mais la quantité des rayons reçus par une même ouverture de prunelle, à une diſtance de moitié plus petite, eſt auſſi quadruple; la lumière eſt donc de la même intenſité que lorſque l'objet était à une diſtance double de celle-ci.

94. Il ſuit delà que le défaut de clarté des objets éloignés eſt occaſionné par l'opacité de l'atmoſphere qui abſorbe & diſperſe une partie de la lumière qui devrait arriver à l'œil. C'eſt par cette raiſon que le ſoleil, la lune & les étoiles paraiſſent très-faibles à l'horiſon, & qu'à meſure qu'ils s'élevent, ils deviennent plus lumineux*; car il ſe perd d'autant plus de rayons, que l'eſpace qu'ils ont à

75.* Mr. Bouguer déſirant connaître combien la lumière des aſtres augmente ou diminue par leur changement de hauteur au-deſſus de l'horiſon, fit diverſes expériences ſur la lumière de la lune, conſidérée à différentes hauteurs, lorſque cette planete eſt dans ſon oppoſition avec le ſoleil. Il trouva qu'à 19° 16′ & à 66° 11′ de hauteurs apparentes, les forces de ſa lumière ſont comme les nombres 1681 & 2500; ou, ce qui revient au même, que la première de ces forces n'*eſt environ que les deux tiers de la ſeconde*. Or, comme les rayons du ſoleil & des autres aſtres, doivent ſouffrir la même diminution en traverſant l'atmoſphere, le même rapport exprimera encore celui des forces de la lumière du ſoleil & des aſtres, quand ils parviennent aux mêmes

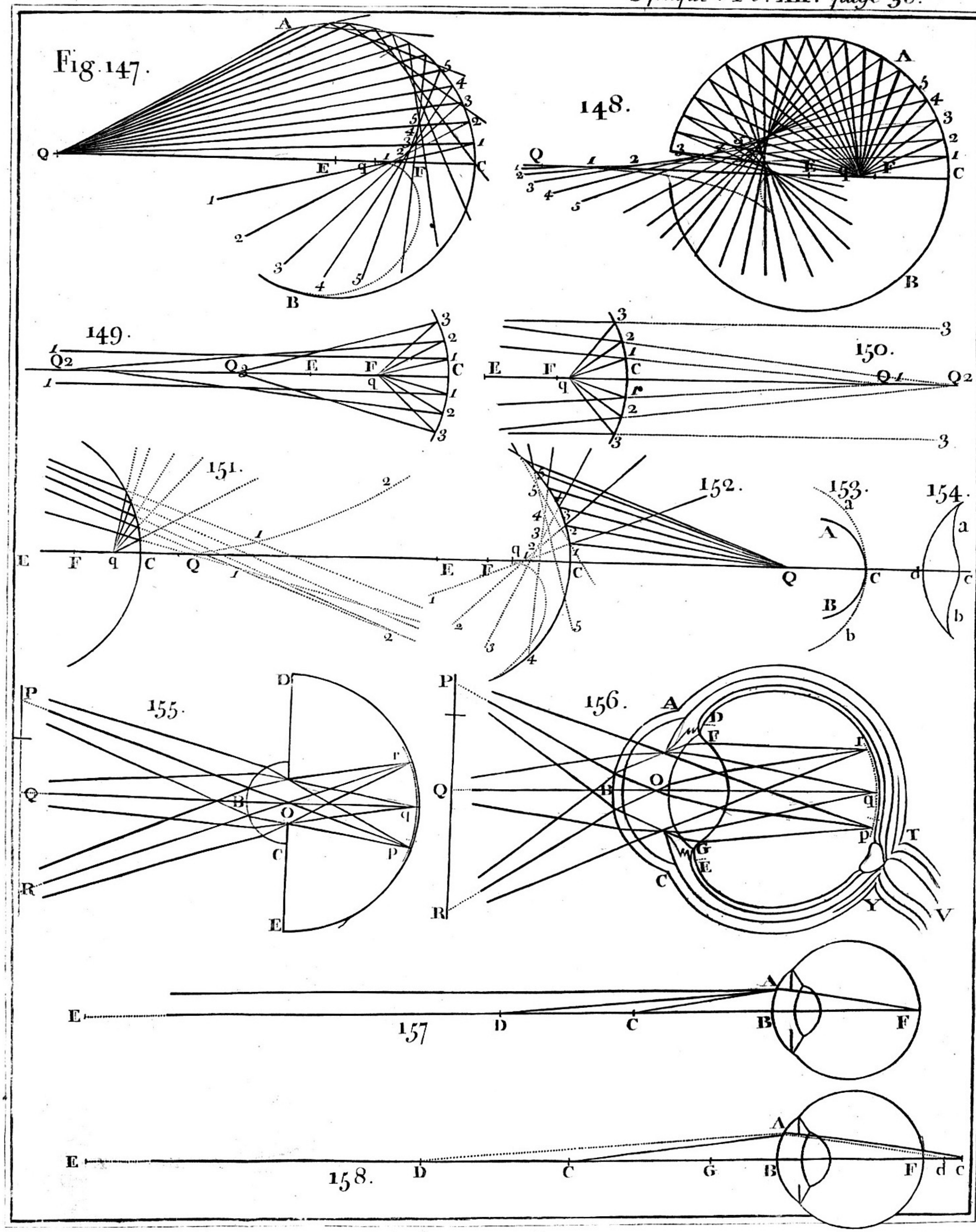


Fig. 147.
148.
149.
150.
151.
152.
153.
154.
155.
156.
157
158.

traverser a plus d'étendue & de densité. Or, quand les astres sont à l'horison, ou près de l'horison, outre que le trajet que la lumière est obligée de faire dans l'atmosphere, est plus long, elle trouve en

hauteurs. Mr. Bouguer ne se détermina à observer la lune, lorsqu'elle avait 19° 16′ & 66° 11′ de hauteur, que parce que le soleil a au Croisic à midi, où il résidait alors, les mêmes hauteurs apparentes aux jours des solstices d'hiver & d'été ; ce qui lui apprenait combien le soleil nous éclaire plus dans une saison que dans l'autre. Il trouva aussi que la lune éclaire environ 2000 fois moins à l'horison, que lorsqu'elle est à la hauteur de 66° 11′. Il en est de même du soleil. Mais comme il le remarque lui-même, ce rapport est sujet à de très-grandes variétés ; ce qui vient sans doute de ce que la partie basse de l'atmosphere est presque toujours inégalement chargée de vapeurs, &c. Voici comme il trouva le rapport de 1681 à 2500 pour les forces de la lumière de la lune, à 19° 16′ & à 66° 11′ de hauteur.

Le 23 de Novembre 1725, la lune étant à 19° 16′ de hauteur vers 10 $\frac{1}{2}$ heures du soir, sa lumière reçue perpendiculairement sur le fond d'une espèce de boëte, sur lequel il recevait séparément la lumière de quatre bougies, qui servait de terme de comparaison, lui parut égale à la lumière de ces quatre bougies lorsqu'elles étaient éloignées de 50 pieds. Le lendemain à trois heures du matin environ, la lune étant encore un peu éloignée du méridien, & ayant 66° 11′ de hauteur, il trouva que sa lumière était égale à celle de ces quatre bougies éloignées de 41 pieds. Or les carrés 1681 & 2500 des distances 41 & 50 pieds exprimant les forces de la lumière des quatre bougies, dans la première & dans la seconde observation, expriment aussi les forces de la lumière de la lune qui leur étaient égales. Donc ces forces sont entr'elles à 19° 16′ & à 66° 11′ de hauteur, comme 1681 à 2500. C'est par un procédé semblable qu'il découvrit qu'elle éclaire environ 2000 fois moins à l'horison qu'à 66° 11′ de hauteur.

76. Il est clair qu'on trouverait de même les forces de la lumière de la lune, à tous les degrés de hauteur où elle parvient; & les rapports suivant lesquels sa lumière augmente ou diminue à mesure qu'elle monte ou qu'elle descend, serviraient également pour les autres astres lorsqu'ils se trouveraient à de pareilles hauteurs. Mais sans être obligé de multiplier les observations, Mr. Bouguer est parvenu à découvrir non-seulement ces rapports, mais même les forces diverses de la lumière des astres, selon leurs hauteurs au-dessus de l'horison.

77. Ayant recherché la diminution que la lumière souffre en traversant un milieu d'une densité variable, tel que l'athmosphere, il a trouvé que de 10000 rayons qui viennent de toutes hauteurs traverser l'athmosphere, il n'en parvient à l'œil que les quantités exprimées dans la table suivante.

Degrés de hauteur apparente.	*Nombre des rayons.*	*Degrés de hauteur apparente.*	*Nombre des rayons.*	*Degrés de hauteur apparente.*	*Nombre des rayons.*
0	6	10	3149	35	6963
1	47	11	3472	40	7237
2	192	12	3773	50	7624
3	454	13	4050	60	7866
4	802	14	4301	66 11′	7968
5	1201	15	4535	70	8016
6	1616	19 16′	5358	80	8098
7	2031	20	5474	90	8123
8	2423	25	6136		
9	2797	30	6613		

Voyez *le Traité de la Gradation de la lumière.*

approchant de la terre, un plus grand nombre de parties propres à l'intercepter, parce que les vapeurs y sont plus denses & plus épaisses que par-tout ailleurs; au lieu que quand les objets s'élevent, elle rencontre moins de ces mêmes parties, l'espace qu'elle a à traverser est plus court, & par conséquent elle fait une perte moins grande.

95. La sensibilité de l'œil ou le pouvoir qu'il a de discerner les objets par leurs divers degrés de lumière, est extrême. On trouve, par exemple, que la lumière du soleil est à celle de la lune *, considérés l'un & l'autre à des hauteurs égales,

78. * Des expériences semblables apprirent à Mr. Bouguer que le soleil nous éclaire environ 300000 fois plus que la lune. Quant à notre Auteur, il trouve par la théorie, que le soleil ne nous éclaire que 90000 fois davantage. La différence entre ces deux rapports vient principalement de la perte de la lumière à la surface de la lune, de laquelle on n'a pu tenir compte dans la théorie. Voici comme M. Bouguer procéda dans la recherche du rapport qu'il voulait découvrir.

79. Pour pouvoir comparer la lumière de ces deux astres, il se servit de celle d'une bougie, comme d'une mesure commune; & la lumière du soleil étant extrêmement forte, il fit usage d'un verre concave de lunette, qui pouvait, en dispersant ses rayons, l'affaiblir autant qu'il le desirait, & par des degrés connus. Le 22 Septembre 1725, jour de la pleine lune, il fit un de ses essais. Ayant fermé toutes les fenêtres d'une chambre, & le soleil étant élevé de 31°, il en fit entrer la lumière par un trou d'une ligne de diamétre, auquel il avait appliqué le verre concave. La Lumière reçue à une distance de 5 ou 6 pieds, où la divergence des rayons était de 108 lignes, & où par conséquent la lumière était 11664 fois plus faible, puisqu'au lieu d'un espace d'une ligne de diamétre, elle en occupait un de 108, lui parut exactement égale à la lumière d'une bougie située à 16 pouces de distance. La nuit, lorsque la lune fut à la même hauteur, il trouva qu'en recevant sa lumière fort proche du verre, & lorsque sa divergence n'était que de 8 lignes, elle était égale à celle de la bougie éloignée à 50 pieds. Il se servit du même verre concave, afin que son défaut de transparence causât une semblable diminution dans les deux observations.

Mais la lumière de la lune n'ayant été affaiblie que 64 fois par le verre concave, il est clair que pour la faire diminuer 11664 fois de même que celle du soleil, il aurait fallu mettre ensuite la bougie, non à 50 pieds, mais à 675. Puis donc que la lumière du soleil & celle de la lune affaiblies le même nombre de fois 11664, sont respectivement égales à celle d'une bougie placée à 16 pouces & à 675 pieds, ou 8100 pouces, il s'ensuit que la lumière du soleil est à celle de la lune comme 65610000, carré de 8100, à 256, carré de 16; ainsi, il paraît que le soleil nous éclaire environ 256289 fois plus que la lune.

80. Par un milieu pris entre d'autres épreuves & celle-ci, Mr. Bouguer conclut que le soleil nous éclaire environ 300000 fois plus que la lune, lorsqu'elle est dans ses moyennes distances à la terre; car telle était alors à peu près sa distance, lorsqu'il fit ses observations. On a soin de faire remarquer l'éloignement où la lune se trouvait, parce que comme il varie beaucoup, sa lumière souffre des changemens considérables. Sa distance à la terre, lorsqu'elle est apogée, étant à sa distance, quand elle est périgée, à peu près comme 8 à 7, les forces de sa lumière seront dans ces deux positions comme les carrés de ces deux nombres pris dans un ordre renversé, c'est-à-dire, environ comme 3 à 4.

81. M. Euler ayant découvert par une savante analyse, quelle lumière une planete

dans un rapport qui n'eſt pas moindre que celui de 90000 à 1, lorſque la lune eſt pleine, ni moindre que celui de 180000 à 1, quand elle eſt dans ſes quartiers; & le rapport des parties des

peut nous réfléchir, ſelon ſes diverſes ſituations par rapport à la terre, trouve que la lumière de la lune, quand elle eſt pleine, n'eſt que la $\frac{1}{374000}$ partie de celle du ſoleil, rapport plus petit que celui que M. Bouguer a trouvé par ſes expériences; ce qui eſt d'autant plus ſurprenant, comme M. Euler en convient lui-même, qu'il ſuppoſe dans toutes ſes recherches que les parties des planetes, & par conſéquent celles de la lune, réfléchiſſent parfaitement la lumière: ſuppoſition qui ne peut être vraie, quand ce ne ſerait que par rapport aux taches qu'on y remarque. La lumière de la lune devrait donc être encore plus faible que le calcul ne la donne, ſi les parties élevées & ſaillantes de ſa ſurface, qui réfléchiſſent fortement la lumière, ne compenſaient, & même beaucoup au-delà, celles qui la réfléchiſſent peu ou point du tout: ce qui fait que la lumière de la lune, loin d'être plus faible, eſt au contraire plus forte que le calcul ne la donne. (*Voyez le ſçavant Mémoire de M. Euler, dans le volume de l'Hiſt. de l'Acad. de Berlin de l'année 1750.*)

82. Voyons préſentement comme l'Auteur trouve & démontre le rapport qu'il établit entre les lumières qu'on vient de comparer. Soit le petit cercle $cfdg$ (*Fig. 165.*) qui repréſente le globe de la lune, dont la moitié eſt éclairée par le ſoleil; le grand cercle aeb, une ſurface ſphérique, concentrique à la lune, & qui touche la terre; ab un diamétre quelconque de cette ſurface perpendiculaire à un grand cercle de la lune repréſenté par ſon diamétre cd; e un lieu de la même ſurface, recevant directement la lumière de l'hémiſphere éclairé de la lune fdg. Maintenant la ſurface de la lune étant brute & inégale, comme celle de la terre, on ne peut douter que chacune de ſes petites parties ne réfléchiſſe la lumière du ſoleil de tous les côtés, qu'elle que ſoit l'obliquité de ſon incidence. Ainſi, ſi le ſegment df renvoyait ſeul la lumière, les points a, e en ſeraient également illuminés; de même, ſi l'autre ſegment dg était le ſeul qui la renvoie, il illuminerait également les points b & e. Par conſéquent ſi la lumière que reçoit le point a, étoit augmentée de celle que reçoit le point b, elle deviendrait égale à celle que la pleine lune envoie en e; & concevant que la lumière des différens points de l'hémiſphere $kaeh$, ſoit augmentée de même de celle des points oppoſés de l'hémiſphere $hbik$, ce dernier hémiſphere reſtera entiérement obſcur, tandis que le premier ſera uniformément illuminé par la lumière de la pleine lune, laquelle provient de celle qu'un grand cercle de la lune, qu'on nomme ſon *Diſque*, recevrait immédiatement du ſoleil, & dont il ſerait uniformément éclairé. Donc les quantités de lumière étant les mêmes ſur les deux ſurfaces, la denſité de la lumière incidente du ſoleil eſt à la denſité de la lumière de la pleine lune, comme l'hémiſphere hek eſt au diſque de la lune; ou, ce qui revient au même, comme un hémiſphere de tel rayon qu'on voudra, dont le centre eſt à l'œil, à la partie de cet hémiſphere que paraîtrait occuper le diſque de la lune, à très-peu près, l'angle viſuel qu'il ſoutend, étant très-petit; ou bien encore, comme le rayon de l'hémiſphere au ſinus verſe du demi-diamétre apparent de la lune; ou comme 10000000 à $1106\frac{2}{3}$; ou comme 90400 à 1, ſuppoſant le demi-diamétre horiſontal moyen de la lune de $16' 7''$.

83. A parler ſtrictement, cette regle ne fait découvrir que le rapport de la lumière que la lune réfléchit à la terre, à celle que la lune reçoit du ſoleil; & celle-ci n'eſt égale à la lumière que nous recevons nous-mêmes du ſoleil, que lorſque la lune eſt dans ſes quadratures. Mais la force de la lumière qu'elle reçoit alors, eſt plus grande que la force de celle qu'elle reçoit, lorſqu'elle eſt pleine; dans le rapport du carré de 366 à celui de 365 environ; c'eſt-à-dire, à peu près comme le carré de la diſtance du ſoleil à la lune lorſqu'elle eſt pleine, au carré de ſa diſtance à la terre. Ainſi, la lumière que

lumières de ces deux aſtres, quelles qu'elles ſoient, réfléchies à nos yeux par un même objet éclairé de jour par l'un, & de nuit par l'autre, ne peut guere différer de celui des deux lumières totales. Suppoſant que l'ouverture de la prunelle puiſſe être huit à neuf fois plus petite le jour que la nuit, c'eſt-à-dire, d'un diamétre environ trois fois plus petit, on trouve que le rapport de la quantité de la lumière du jour, qu'un objet réfléchit à nos yeux, eſt à la quantité de lumière de la lune que le même objet réfléchit la nuit; ou ce qui eſt la même choſe, le rapport de la clarté d'un objet vu de jour & de nuit, n'eſt pas moindre que celui de 20000 à 1, la lune étant dans ſes moyennes diſtances à la terre, & donnant par conſéquent une lumière moyenne. Je dis que ce rapport n'eſt pas moindre, parce que les nombres précédens ſont déduits d'une regle fondée ſur le principe que la lune réfléchit toute la lumière qu'elle reçoit du ſoleil : ſuppoſition qui ne peut être vraie, à cauſe des parties obſcures très-conſidérables qu'on remarque ſur ſon diſque, & que d'ailleurs il y a bien de l'apparence qu'une grande partie de la lumière incidente eſt éteinte, même dans les endroits les plus brillans.

Voici la regle que je viens de citer. La lumière du jour eſt à celle de la lune comme la ſurface d'un hémiſphere, dont le centre eſt à l'œil, eſt à la partie de cette ſurface que paraît occuper

la lune nous réfléchit dans ſon plein, ſerait à celle qui nous vient immédiatement du ſoleil, comme 1 à 90900, s'il ne ſe perdait pas des rayons à la ſurface de la lune.

84. En ſecond lieu, je dis que la lumière de la pleine lune eſt à toute autre lumière de la lune, comme le diſque entier à la partie de la ſurface de la lune qui paraît illuminée, rapportée & projettée ſur un plan. Car ſoit la terre en b (*Fig. 166.*), dl perpendiculaire à fg, & gm perpendiculaire à cd; il eſt clair que gl eſt égale à dm, & que gl eſt égale à une ſection perpendiculaire des rayons incidens ſur l'arc dg, lequel vu de b, paraît égal à dm, l'inégalité des diſtances de chacun des points de cet arc étant inappréciable à l'œil. Donc ſi on conçoit la ſurface de la lune compoſée d'un nombre infini de cercles paralleles à $cfdg$ (comme on le voit repréſenté en A), ce qui a été dit du cercle $cfdg$, convenant également à chacun de ces cercles, il ſuit que la partie éclairée de la ſurface viſible de b, rapportée ſur un plan où elle eſt repréſentée par le croiſſant $pdqmp$, comme on voit en B, ſera égale & ſemblable à une ſection perpendiculaire aux rayons incidens ſur cette même partie, repréſentée en C par le croiſſant $pgqlp$. Enfin, comme le diſque entier eſt à ce croiſſant dans le rapport des quantités de lumière qu'ils reçoivent, & que la lumière que réfléchit chaque petite partie eſt également affaiblie & raréfiée par ſa divergence, lorſqu'elle parvient à l'œil en b, qu'on peut regarder comme également éloigné de toutes ces petites parties, il s'enſuit que la lumière de la pleine lune, eſt à celle du croiſſant, comme le diſque entier $pdqc$ au croiſſant $pdqmp$.

85. Ainſi, multipliant ce rapport par celui de la Note précédente, on trouvera que la lumière du ſoleil eſt à celle de la lune, comme la ſurface d'un hémiſphere dont le centre eſt à l'œil, à la partie de cette ſurface que la portion éclairée de la lune paraît occuper.

la partie illuminée de la lune ; de forte que si le ciel entier était supposé couvert d'autant de lunes qu'il en peut contenir, il produirait la lumière du jour : proportion qui suit assez clairement des considérations suivantes, au moyen desquelles je vais tâcher de la faire entendre, quoique je l'aye trouvée par une autre voie. Nous devons la lumière du jour à une infinité de réflexions des rayons du soleil faites par l'air & par tous les corps qui nous environnent; sans cela, nous n'appercevrions rien, même en plein jour, que le soleil, les étoiles & tous les corps lumineux par eux-mêmes. Aussi remarquons-nous que la lumière du jour est à peu de chose près la même, soit que le soleil paraisse ou ne paraisse pas dans le lieu où nous sommes, parce que la terre, l'air, les nuages, jusqu'à la distance de 100 à 150 lieues autour de nous, nous réfléchissent la lumière ; de sorte que le soleil peut très-bien ne pas paraître en quelqu'endroit, sans que la lumière du jour en souffre de diminution sensible. De plus, on voit la lune dans le jour comme un nuage d'une clarté moyenne, certains nuages paraissant avoir plus d'éclat qu'elle, & d'autres moins. Ainsi les rayons du soleil que les nuages peuvent nous réfléchir, étant interceptés la nuit, & la lune étant la seule qui nous en renvoie, il s'ensuit que la lumière du jour est à celle de la lune, comme la somme des surfaces apparentes de tous les nuages qu'on peut voir, à la surface apparente de la partie visible de la lune considérée comme le seul nuage qui soit éclairé; & ces deux lumières, quelles que soient les distances de la lune & des nuages, sont exactement les mêmes que si ces corps étaient tous à égale distance de nous, & qu'ils composassent la surface d'un hémisphere (*Art.* 93.), dont les parties sont les véritables mesures des quantités de lumière que nous recevons.

96. Des expériences faites sur les rayons du soleil & de la lune, avec des miroirs concaves & de grands verres convexes, montrent encore l'énorme différence des lumières de ces deux astres. Les rayons du soleil réunis dans un petit espace circulaire au foyer de ces instrumens, produisent une chaleur beaucoup plus vive que les fourneaux les plus actifs, puisqu'ils fondent & calcinent les métaux les plus durs, & vitrifient les briques & les pierres, souvent en moins d'une minute ; au lieu que si l'on rassemble avec ces verres & ces miroirs les rayons de la lune, on ne voit pas qu'ils excitent la plus legere chaleur ; ils n'affectent pas même le

thermométre le plus ſenſible ſur la boule duquel on fait tomber le le foyer où ils ſont réunis, quoique cependant ils ſoient alors conſidérablement plus denſes. En meſurant la largeur du petit cercle que forment au foyer les rayons réunis du ſoleil ou de la lune, & la comparant à celle du verre ou du miroir, on trouve que quelques-uns de ces verres & de ces miroirs raſſemblent les rayons incidens dans un eſpace deux mille fois plus petit que celui qu'ils occupaient à leur incidence. Mais par le calcul de l'Article précédent, la lumière de la pleine lune doit être condenſée quatre-vingt-dix mille fois pour acquérir une denſité & une chaleur égales à la lumière directe du ſoleil. Ainſi comme on a trouvé par des expériences faites avec ces verres & ces miroirs, que les degrés de chaleur ſont proportionnels à la denſité des rayons réunis, il n'eſt point étonnant que la chaleur des rayons de la lune, qui raſſemblés aux foyers des verres ou des miroirs, ſont quarante ou cinquante fois moins denſes que ceux du ſoleil, ne produiſe aucun effet ſenſible*.

97. Le Docteur Hook aſſure qu'avec la meilleure vue du monde on ne peut diſtinguer dans le ciel un eſpace tel que celui que paraît occuper une tache de la lune, ou la diſtance de deux étoiles, lorſque l'angle viſuel que cet eſpace ſoutend, eſt moindre qu'une demi-minute; & même que ſur cent perſonnes, à peine y en a-t-il une ſeule qui puiſſe diſtinguer un eſpace d'une minute. Si l'angle viſuel n'eſt que de cette quantité, les deux étoiles n'en paraiſſent qu'une à la vue ſimple. J'ai été témoin d'une expérience où un de mes amis, qui avait les yeux meilleurs qu'aucun de la compagnie, put à peine appercevoir un cercle blanc placé ſur un fond noir, ou un cercle noir ſur un fond blanc, quand ſon diamétre ſoutendait un angle viſuel plus petit que les deux tiers d'une minute, ou, ce qui eſt la même choſe, quand la diſtance de ce cercle à l'œil, excédait 5156 fois ſon diamétre: ce qui s'accorde aſſez bien avec l'obſervation du Docteur Hook. Delà, je trouve par une regle expoſée dans le 6e. Chap. du Livre ſuivant, que le diamétre de l'image

86. *Si, comme Mr. Bouguer l'a trouvé par ſes expériences, la lumière de la lune eſt 300000 fois plus faible que celle du ſoleil, ce qui paraît devoir approcher beaucoup plus de la vérité que le rapport trouvé par l'Auteur, & qu'il y ait des verres ou des miroirs capables de condenſer 2000 fois la lumière, comme il le prétend, celle de la lune condenſée ce nombre de fois, aura alors 150 fois moins de denſité que la lumière du ſoleil; & il ſera par conſéquent encore moins étonnant qu'elle n'affecte point, ainſi condenſée, le thermométre le plus ſenſible.

de

de ce cercle sur le fond de l'œil, ne devait avoir au plus que la $\frac{1}{8000}$ partie d'un pouce ; une aussi petite partie doit être regardée comme un point sensible du fond de l'œil. On peut se former une idée de l'extrême petitesse de ce point, en remarquant que le cheveu le plus fin est visible à la longueur du bras.

98. La grandeur apparente d'un objet est *une quantité d'étendue visible proportionnelle à l'angle que deux rayons, qui viennent des extrémités de l'objet, font en se croisant dans l'œil, c'est-à-dire, à l'angle visuel**. Car on voit les extrémités de l'objet dans la direction de ces rayons † ; & suivant que ces rayons font un angle plus grand

87. * Si l'on entendait ici par grandeur apparente d'un objet, la grandeur même de l'image qui se forme au fond de l'œil, on aurait raison de dire que la grandeur apparente dépend de l'angle visuel, & lui est proportionnelle ; car l'image est en effet proportionnelle à cet angle. Mais on entend par grandeur apparente celle sous laquelle un objet paraît à nos yeux ; & alors on ne voit pas qu'on puisse dire que la grandeur apparente *soit simplement proportionnelle à l'angle visuel* : il paraît qu'il faut encore avoir égard *à la distance apparente*, c'est-à-dire, à l'éloignement auquel l'objet nous paraît être. Car on a déja fait cette remarque qu'un géant de six pieds, vu à six pieds de distance, & un nain d'un pied vu à un pied de distance, sont vus l'un & l'autre sous le même angle, & que cependant le géant paraît beaucoup plus grand ; ce qui ne devrait pas être, si les grandeurs sous lesquelles le géant & le nain nous paraissent, n'étaient proportionnelles qu'aux angles sous lesquels nous les voyons.

88. La grandeur apparente étant prise dans le sens sous lequel on la considére, ce n'est que quand la distance apparente est ou peut être supposée la même, qu'on a raison de dire que la grandeur apparente est proportionnelle à l'angle visuel. C'est pour cela que quand les objets sont fort éloignés de l'œil, leurs grandeurs apparentes, c'est-à-dire, les grandeurs dont on les voit, *sont proportionnelles aux angles visuels*. Car lorsque deux corps sont fort éloignés, la différence de leurs distances, quelque grande qu'elle soit, ne peut être apperçue par nos yeux, & nous les jugeons par conséquent à la même distance apparente. Donc si deux objets sont fort éloignés, & que leurs grandeurs réelles soient comme leurs distances réelles, ces objets paraîtront de la même grandeur, parce qu'ils seront vus sous des angles égaux. (*Encyclopédie, tome premier, page 542.*)

89. † On est dans l'opinion que tout point visible est toujours apperçu *dans la direction du rayon qui vient de ce point à l'œil.* Quoique ce principe soit admis par tous les Opticiens, on ne peut cependant se dissimuler qu'il souffre de très-grandes difficultés.

Il est bien vrai que quand le rayon visuel ne souffre point de réfraction, ce qui arrive quand il se confond avec l'axe Optique, on voit le point de l'objet d'où ce rayon est parti, dans la direction suivant laquelle il est venu. Mais ce rayon vient-il de quelque partie latérale de l'objet, il entre obliquement dans l'œil ; les réfractions qu'il souffre en traversant les humeurs de l'œil, le détournent de sa route, & la partie de ce rayon qui frappe le fond de l'œil, n'est plus en ligne droite avec celle qui entre dans l'œil. Suivant quelle direction voit-on alors le point de l'objet ? Dira-t-on, comme on le pense communément, que c'est dans la direction du rayon qui entre dans l'œil ? Mais comment se persuader qu'on apperçoive un point dans une direction selon laquelle le rayon qui en part, n'affecte point l'organe ? Car, ajoûte M. d'Alembert, de qui nous tenons ces remarques, » ce n'est point la partie du » rayon qui entre dans l'œil, qui produit la ou plus petit, en entrant dans l'œil, l'image occupe ſur le fond de l'œil un eſpace plus grand ou plus petit, & occaſionne par conſéquent la ſenſation d'une étendue viſible plus grande ou plus petite.

99. *La grandeur apparente d'un objet, lorſque l'angle viſuel eſt petit, eſt réciproquement comme ſa diſtance à l'œil*; c'eſt-à-dire, que ſi l'objet s'approche de l'œil, ſa grandeur apparente augmente comme ſa diſtance réelle diminue; & que s'il s'en éloigne, elle diminue comme ſa diſtance augmente. Car la grandeur apparente d'un objet eſt (*Art. précéd.*) une quantité d'étendue viſible proportionnelle à l'angle que l'objet ſoutend à l'œil; & cet angle augmente, quand il eſt petit, à peu près comme la diſtance réelle entre l'œil & l'objet diminue *.

» viſion; c'eſt la partie qui vient tomber au » fond de l'œil, après avoir été rom» pue, & qui ne ſe trouve point en ligne » droite avec la partie du rayon viſuel qui » entre dans l'œil. Comment & par quel » principe l'ame demêle-t-elle que l'objet » n'eſt pas dans la direction du rayon qui » produit immédiatement la ſenſation, mais » dans une autre direction ſuivant laquelle » elle n'eſt point réellement affectée ? »

Pour ſe délivrer de cette difficulté, abandonnera-t-on le ſentiment reçu, & dira-on qu'on voit l'objet dans la direction de la partie du rayon qui frappe le fond de l'œil? ce qui ſemble peut-être d'abord plus vraiſemblable. Mais alors tout point placé hors de l'axe Optique, paraîtrait où il n'eſt pas, & on verrait toujours les objets, même ceux qui ſont le plus à la portée de la vue, d'une grandeur différente de celle qu'ils ont en effet. Mr. d'Alembert trouve qu'un objet paraîtrait d'environ un treizieme plus grand qu'il ne doit.

Il y a plus; c'eſt que ſuivant les loix de la Méchanique, le point viſible ne devrait pas même paraître dans la direction de cette partie du rayon incident, mais dans la direction de la perpendiculaire, à l'endroit du fond de l'œil où elle fait ſon impreſſion; car elle n'agit véritablement que ſuivant cette perpendiculaire. Quoiqu'il paraiſſe plus naturel d'eſtimer & de juger le point viſible dans cette derniere direction, il eſt cependant très-vrai qu'on verrait encore moins le point viſible où il eſt, & que la grandeur apparente de l'objet s'éloignerait encore davantage de ſa grandeur réelle. Selon Mr. d'Alembert, l'objet paraîtrait plus grand d'un tiers qu'il ne doit. D'ailleurs, y ayant une perpendiculaire pour chaque œil, toutes les fois que ces perpendiculaires ne feraient pas dans un même plan, on verrait double le point viſible qui ne ſerait point dans l'axe Optique; ce qui eſt contraire à l'expérience.

90. Suivant donc quelle ligne apperçoit-on un point viſible qui n'eſt point dans l'axe Optique? Mr. d'Alembert répond que cela eſt à la vérité très-difficile à déterminer avec exactitude; que cependant, comme l'expérience prouve que les objets de peu d'étendue, qui ſont à la portée de la vue, ne paraiſſent pas ſenſiblement plus grands qu'ils ne ſont en effet, on a lieu de croire que le point viſible eſt vu *ſenſiblement à ſa place*, & par conſéquent *ſuivant la direction du rayon qui vient de ce point.* Pourquoi cela? Mr. d'Alembert n'entreprend point de l'expliquer, & l'on ſent bien que nous ſommes infiniment éloignés d'oſer le tenter.

Il va plus loin, & prétend prouver que les objets mêmes qui ſont placés dans l'axe Optique, ne ſont pas toujours vus dans cet axe. Voyez, dans le premier Volume de ſes Opuſcules Mathématiques, ſon Mémoire qui a pour titre : *Doutes ſur différentes queſtions d'Optique.*

91.* Tous ceux qui écrivent ſur l'Optique, diſent que les grandeurs apparentes des objets éloignés, ou ce qui eſt le même, les grandeurs ſous leſquelles ils paraiſſent à nos

100. Pour diſtinguer d'une manière plus marquée la grandeur apparente d'un objet vu à la vue ſimple, de la grandeur ſous laquelle on le voit au travers des verres ou dans des miroirs, & en même tems pour abréger, on la nomme ſouvent ſa *vraie grandeur*; & en parlant de la grandeur apparente d'un objet, nous entendrons toujours la grandeur apparente de ſon diamétre ou de ſa longueur ou largeur, ou de quelqu'autre ligne principale appartenant à cet objet, & non la grandeur de ſa ſurface ou ſolidité, à moins que nous n'ayons ſoin de le ſpécifier.

yeux, ſont réciproquement comme les diſtances. Mais cette propoſition n'eſt vraie que lorſque les angles viſuels ſont fort petits, *comme d'un ou de deux degrés*; alors il eſt vrai de dire que les grandeurs apparentes ou les angles viſuels, ſont *à peu près* en raiſon réciproque des diſtances. Si ces angles ſont plus grands, rien n'eſt ſi facile que de démontrer que les grandeurs apparentes d'un même objet vu à différentes diſtances, ou les angles viſuels, ſont en moindre raiſon que la réciproque des diſtances.

CHAPITRE IV.

De la Viſion par des verres & des miroirs.

101. UN petit objet, ou un point quelconque d'un objet, vu par des rayons rompus ou réfléchis, *paraît toujours dans la direction du rayon rompu ou réfléchi qui entre dans l'œil.* Dans les expériences qui ont ſervi à prouver les loix de la réflexion & de la réfraction (*Art.* 18.), l'épingle piquée en *B*, vue par un rayon réfléchi à la ſurface de l'eau, paraît en quelque lieu de la ligne *AC* prolongée, que le rayon viſuel *BCA* décrit en entrant dans l'œil, après ſa réflexion en *C*. Et par la même raiſon que la réfraction à la ſurface de l'eau fait paraître la droite entière *CE* plus élevée qu'elle n'eſt, de ſorte qu'on la voit comme ſi elle était une continuation de la droite *AC*, une rame droite plongée obliquement dans l'eau, paraît briſée comme ſi ſa partie plongée était effectivement rompue à la ſurface de l'eau, & élevée vers cette ſurface. Car on apperçoit cette partie de la rame dans la direction que la réfraction fait prendre aux rayons en ſortant de l'eau; & par conſéquent comme elle les rap- Fig. 4.

proche de la surface, ils entrent dans l'œil avec la direction qu'ils auraient s'ils partaient d'un endroit de l'eau plus élevé que celui qu'occupe réellement la rame. De même, si l'œil étant en O, on voit un point quelconque P d'un objet par un rayon PAO rompu deux fois en traversant un prisme, un verre convexe ou concave, une sphere, &c. ou par un rayon PAO réfléchi par un miroir plan ou sphérique, on le verra toujours dans la direction AO qu'aura le rayon après sa dernière réfraction ou réflexion. Enfin, si on met l'œil en O, & qu'on apperçoive à travers un verre à facettes, un objet P, on le verra d'un seul coup d'œil en autant de différens lieux p, $p1$, $p2$, suivant autant de directions différentes OA, OB, OC, que le verre a de faces DE, EF, FG, différemment inclinées à la surface opposée DH. Car on peut considérer ces faces comme autant de prismes différens traversés par les rayons visuels $PIAO$, $PKBO$, $PLCO$, qui après s'être rompus, le premier en I & en A, le second en K & en B, le troisième en L & en C, entrent dans l'œil en O selon autant de directions différentes AO, BO, CO.

Fig. 167, 168, &c. jusqu'à 178.

Fig. 179.

Nous sçavons maintenant la raison pour laquelle nous voyons toujours un objet ou un point d'un objet dans la direction du rayon après sa dernière réflexion ou réfraction. Car l'endroit du fond de l'œil où se peint son image, est le même que si l'objet était véritablement dans la direction de ce rayon, & qu'il fût vu par des rayons directs; & comme nous n'avons point de sensation des réflexions ou réfractions qu'on souffert les rayons avant de parvenir à l'œil, & que nous ne devons celle que nous avons, qu'à leur impression sur un endroit déterminé du fond de l'œil, le jugement que nous portons du lieu de l'objet, est le même que celui que nous avons coutume d'en porter dans le cas ordinaire de la vision directe. Nous verrons dans le Chapitre suivant comment nous jugeons du lieu & de la situation d'un objet : on y verra que c'est absolument l'effet de l'expérience.

Fig. 167, 168, &c. jusqu'à 179.

102. Il suit clairement de ce qui vient d'être dit, qu'un point quelconque P d'un objet PQ vu par des rayons rompus ou réfléchis, paraît toujours en quelque point de la droite pO menée du point correspondant p de sa dernière image, à l'œil placé en O; parce que tous les rayons qui partent de P, sont dirigés après la dernière réfraction ou réflexion, comme s'ils venaient du point

correſpondant p de la dernière image, ou comme s'ils y allaient. On verra dans le 111e Article la raiſon pour laquelle nous diſons la dernière image.

103. On apperçoit également la raiſon pour laquelle un objet vu par des rayons rompus ou réfléchis, paraît quelquefois droit & quelquefois renverſé. Car lorſque les rayons rompus ou réfléchis AO, CO, ſont diſpoſés l'un par rapport à l'autre, de la même manière que deux rayons qui viennent directement des mêmes points de l'objet à l'œil, la ſituation reſpective de ces points paraît la même dans l'un & l'autre cas (*Art.* 101.). Mais ſi les rayons qui viennent de ces points, ſe ſont croiſés avant d'arriver à l'œil, ils ont alors une ſituation contraire à celle des deux rayons qui viendraient directement des mêmes points à l'œil; & conſéquemment ces deux points paraiſſent au travers du verre ou dans le miroir, dans une ſituation renverſée (*Art.* 101.). Et on peut ajoûter que dans le premier cas, l'image tracée ſur le fond de l'œil, eſt dans la même ſituation que ſi on ôtait le verre ou le miroir: il n'y a de différence que dans ſa grandeur. Dans le ſecond cas au contraire, elle eſt dans une ſituation renverſée.

104. La grandeur apparente d'un objet PQ, vu par des rayons rompus ou réfléchis, ſoit que d'ailleurs il paraiſſe droit ou renverſé, eſt* meſurée par l'angle AOC*, que les deux rayons AO, CO, qui viennent de ſes extrémités P, Q, font après leur dernière réfraction ou réflexion en ſe croiſant dans l'œil; ou dans d'autres termes, un objet paraît plus grand ou plus petit à proportion que l'angle AOC eſt lui-même plus grand ou plus petit; parce qu'on voit ſes extrémités dans les directions OA, OC, qu'ont les rayons, après leur dernière réfraction ou réflexion (*Art.* 101.); & que la grandeur de ſon image ſur le fond de l'œil eſt toujours proportionnelle à celle de l'angle que ces rayons font en ſe croiſant dans l'œil (*Art* 92.). *une quantité d'étendue visible*

92. * Cet Article & le ſuivant montrent que l'Auteur eſt dans le ſentiment, que la grandeur apparente d'un objet vu par un verre ou par un miroir, eſt ſimplement proportionnelle à l'angle viſuel ſous lequel on voit ſon image. Mr. d'Alembert qui a déja remarqué que dans la viſion directe il eſt faux que la grandeur apparente de l'objet dépende uniquement de l'angle viſuel, paraît encore ſoupçonner ce même principe de n'être pas généralement vrai dans la viſion réfléchie ou réfractée. On ne peut que regretter qu'il ne ſe ſoit pas étendu plus qu'il n'a fait ſur les raiſons qui le portent à en juger ainſi. (*Voyez l'Encyclopédie au mot Dioptriq. & ſon Mém. déja cité dans le I. tom. de ſes Opuſc. Math.*)

105. Ainsi, la grandeur apparente d'un objet PQ, *est mesurée par l'angle* pOq, que les rayons qui viennent des extrémités p & q de sa dernière image pq, font au centre de la prunelle. Car les droites AO, pO, ne sont qu'une seule ligne continuée, de même que CO, qO; & par conséquent les angles AOC, pOq, sont les mêmes, lorsque l'image est placée devant l'œil; & ils sont égaux quand elle est derrière.

106. Il suit delà que la grandeur apparente d'un objet augmente ou diminue à proportion que l'œil s'approche ou s'éloigne de sa dernière image (comme si elle était elle-même un objet) placée devant ou derrière l'œil; car l'image étant fixe, l'angle pOq, lorsqu'il est petit, croît ou diminue en raison inverse de Oq (*Art* 60.).

Fig. 180, 181, 182 & 183. 107. Donc si la dernière image est infiniment éloignée, ou, ce qui est le même, si l'objet est placé au foyer principal d'une lentille, d'une sphere ou d'un miroir concave, sa grandeur apparente, en quelqu'endroit qu'on mette l'œil, *sera invariablement la même;* & de plus égale à sa grandeur apparente à l'œil nud, supposé au centre de la sphere, de la lentille ou du miroir concave. Car puisque tous les rayons d'un faisceau quelconque sont paralleles à son axe PE, l'angle COA, qui mesure la grandeur apparente, l'œil étant dans un point quelconque O, est toujours égal à l'angle QEP fait au centre E.

Fig. 184 & 185. *La grandeur apparente de l'objet sera encore invariable*, en quelqu'endroit qu'il soit, si l'œil est placé au foyer principal d'un verre ou d'un miroir qui fasse converger vers l'œil les rayons paralleles. Car si on conçoit que ces rayons retournent de l'œil à l'objet, ils le rencontreront aux mêmes points d'où ils étaient partis, en quelqu'endroit de l'axe du verre que cet objet soit transporté, & il ne peut pas y avoir d'autres rayons que ceux-là qui retournent des mêmes points de l'objet, à l'œil placé où on l'a supposé. Par conséquent les différentes parties de l'objet seront toujours vues sous les mêmes angles, & par cette raison paraîtront de la même grandeur (*Art.* 104).

108. La grandeur apparente d'un objet vu par des rayons rompus ou réfléchis, étant mesurée par l'angle que font dans l'œil les rayons partis des extrémités de sa dernière image (*Art.* 105.), & sa grandeur apparente à l'œil nud supposé par-tout

où l'on voudra, étant mésurée par l'angle formé dans l'œil par les rayons partis des extrémités de l'objet même (*Art.* 98.); il s'ensuit que la première grandeur apparente est à la seconde, comme le premier angle est au second.

109. Donc la grandeur apparente d'un objet vu par le secours d'un verre ou d'un miroir, *sera toujours égale à sa grandeur apparente à la vue simple*, l'œil étant au même endroit dans l'un & l'autre cas. 1°. Lorsque l'objet touche une des surfaces d'une lentille mince, ou une simple surface réfringente, ou un miroir; car alors l'image est égale à l'objet, ou à peu près, & co-incide avec lui (*Art.* 55 & 29.). 2°. Lorsque l'œil est appliqué contre une lentille mince, ou contre un miroir. Parce qu'alors le rayon *PAO*, en allant de l'objet à l'œil, traverse la lentille à très-peu près dans son milieu, & décrivant par conséquent une ligne sensiblement droite (*Art.* 42.), il fait avec l'axe à peu près le même angle qu'un rayon direct; & quand le point d'incidence *A* co-incide avec *C* dans un miroir, les rayons incidens & réfléchis *PA*, *AO*, prolongés, font aussi des angles égaux avec l'axe ou perpendiculaire *QC*; par conséquent l'objet paraîtra sous le même angle qu'à la vue simple. 3°. Quand l'œil est placé au centre d'un miroir concave. Parce que les rayons incidens & réfléchis *PA*, *AO* co-incident avec le rayon direct *PE* (*Art.* 10.), & conséquemment font les mêmes angles avec l'axe. 4°. Lorsque l'objet est au centre d'un miroir concave. Car l'image formée par réflexion, est au centre, de même que l'objet, & lui est égale (*Art.* 29). 5°. Lorsqu'un rayon venant Fig. 172,
directement de *P* en *O*, fait avec l'axe un angle égal à l'angle 174 & 178.
AOC, que le rayon rompu ou réfléchi *PAO* fait avec le même axe.

110. Ces cas exceptés, la grandeur apparente d'un objet vu au travers d'un verre concave, *est toujours plus petite que la vraie;* & si on regarde l'objet au travers d'un verre convexe ou d'une sphere, *la grandeur apparente est plus grande que la vraie, si on le voit dans une situation droite;* car les réfractions qu'un rayon *PAO* qui va d'une des extrémités de l'objet à l'œil, souffre en traversant le verre concave, l'écartent de l'axe, & par conséquent l'angle qu'il fait à l'œil avec l'axe, est plus petit que celui qu'il ferait avec cet axe, s'il venait di-

rectement de cette extrémité à l'œil. Au contraire, le même rayon se rompt en passant au travers du verre convexe, en s'approchant de l'axe, & fait par conséquent un plus grand angle à l'œil que le rayon direct. Or les grandeurs apparentes sont mesurées par ces angles.

111. Ce qui a été jusqu'ici démontré concernant la grandeur apparente d'un objet PQ, a encore lieu, si on suppose que l'objet PQ soit une image formée par un ou plusieurs autres verres ou miroirs. Car soit que les rayons viennent de l'objet ou de l'image, leur divergence est la même; & c'est par cette raison que j'ai toujours appellé pq la dernière image de l'objet.

Fig. 167. 168, &c. jusqu'à 178. 112. La position O de l'œil étant donnée, si on veut déterminer quelle partie d'un objet on peut voir par une ouverture ou portion donnée AC d'un verre ou d'un miroir, il faut mener OA au bord de cette ouverture, & la prolonger jusqu'à ce qu'elle coupe l'image en p; ensuite par le centre du verre ou du miroir, mener pE, laquelle rencontre l'objet en P, & détermine la partie PQ qu'on peut voir par l'ouverture AC. Car le pinceau entier de rayons qui vient du point P de l'objet, appartient au point correspondant p de l'image, après la réfraction ou la réflexion (*Art.* 43.); & par conséquent quelqu'un de ses rayons va tomber dans l'œil en suivant la droite AO menée par p. Si l'image est à une distance infinie, tous les rayons qui appartiennent au point p, seront paralleles à l'axe du pinceau: on déterminera donc PQ en tirant EP parallele à OA. Dans un miroir plan, pP doit être menée du point p parallélement à qQ, ou, ce qui est le même, perpendiculairement au miroir, afin de déterminer la partie PQ visible par l'ouverture AC; car on peut considérer ce miroir comme ayant son centre à une distance infinie.

Fig. 180, 181, 182 & 183.

Fig. 175.

113. *Delà il suit que si le verre ou le miroir, & l'objet sont dans une position fixe & constante, la partie de l'objet qu'on peut découvrir par une ouverture donnée, diminue continuellement à mesure que l'œil s'éloigne, à moins que l'image ne soit derrière l'œil. Car alors cette partie visible de l'objet ne diminue que jusqu'à ce que l'œil parvienne à l'image, & lorsqu'il l'a passée, elle croît continuellement : la raison en est que l'objet* &

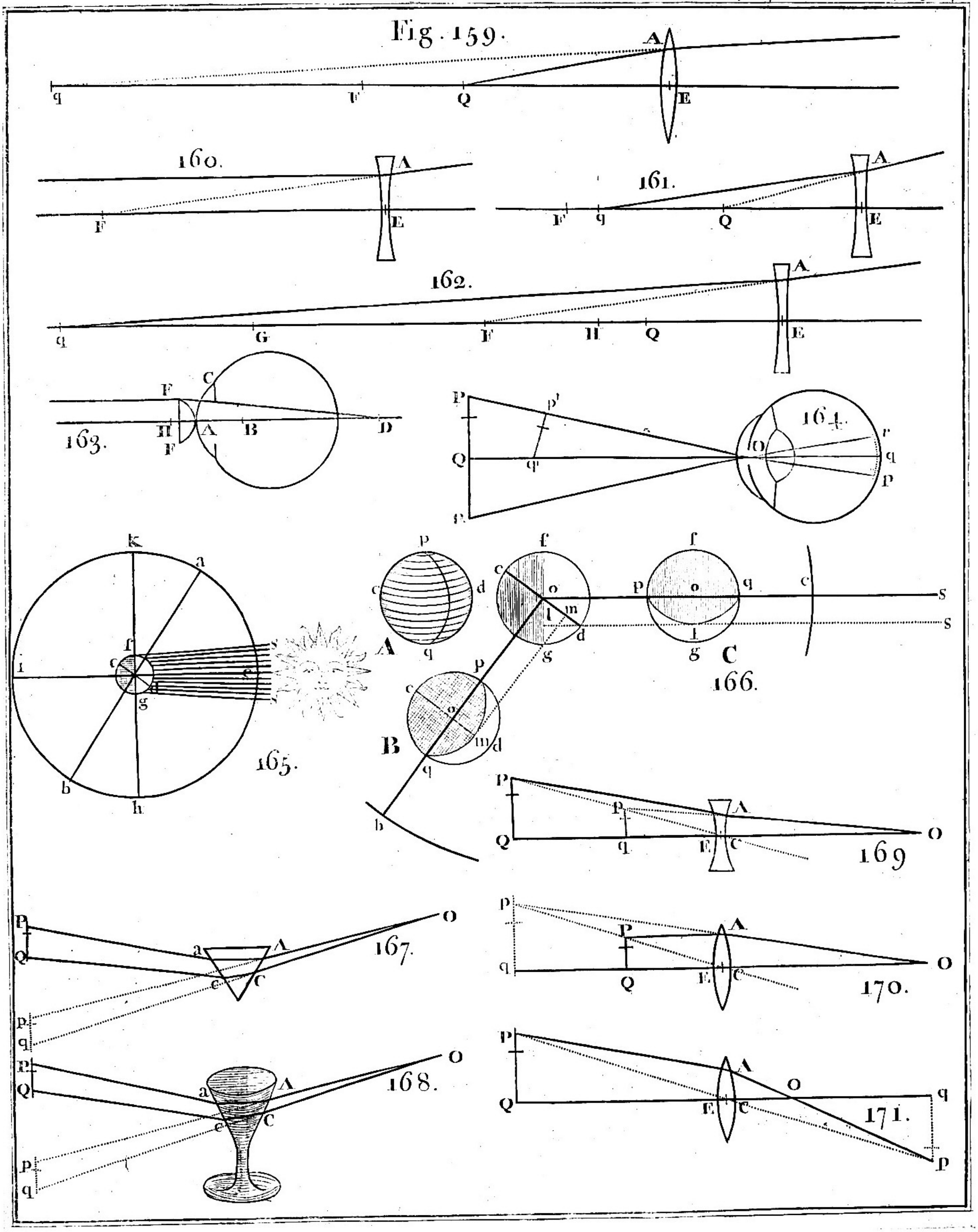


Fig. 159.
160.
161.
162.
163.
164.
165.
166.
167.
168.
169
170.
171.

& l'image ayant des places constantes & fixes, doivent augmenter ou diminuer tous les deux à la fois, puisqu'ils sont terminés l'un & l'autre par deux droites Pp, Qq, qui se rencontrent au centre E du verre ou du miroir.

114. Ainsi, la partie que l'œil peut découvrir est la plus grande, quand l'œil est contre le verre ou le miroir, & la plus petite, lorsqu'il est contre l'image; & dans ce dernier cas, elle paraît infiniment augmentée. Car si on conçoit la distance Oq infiniment diminuée, les parties pq, PQ déterminées par les droites AOp, pEP seront aussi diminuées infiniment l'une & l'autre. Mais la grandeur de l'angle en O, soutendu par pq ou par AC, reste finie, tandis que l'angle en O soutendu par PQ, souffre une diminution infinie: le premier de ces angles est donc infiniment plus grand que le second, & par conséquent la grandeur apparente de la petite partie PQ surpasse infiniment la vraie (*Art.* 108.). Elle paraît aussi infiniment confuse, lorsque la prunelle, au lieu de ne faire qu'un point, comme nous le supposons, est ouverte à l'ordinaire: on en verra la raison dans les Articles suivans.

115. Quand une personne se voit elle-même dans un miroir plan, il lui paraît toujours en occuper la même partie, en quelqu'endroit qu'elle se mette, & les dimensions de cette partie du miroir, telles que sa longueur & sa largeur, sont toujours la moitié des dimensions correspondantes, c'est-à-dire, de la longueur & de la largeur de la partie de la personne représentée dans le miroir*. Car lorsque O & Q co-incident, OC est la moitié de Oq ou de Qq (*Art.* 23.), & par conséquent AC est la moitié de pq ou de PQ (*Art.* 57.). Fig. 175.

116. Jusqu'ici nous avons considéré la prunelle comme n'étant pas plus grande qu'un point, & comme n'admettant qu'un seul des rayons qui viennent de chaque point de l'objet (*Art.* 90.); de sorte que l'image sur le fond de l'œil devrait être distincte dans tous les cas. Mais lorsque la prunelle est ouverte, comme

* Il en est de même de tout objet situé parallélement au miroir. Les dimensions de la partie du miroir que son image paraît occuper, ne sont que la moitié de celles de l'objet représenté. Delà il suit que pour se voir tout entier dans un miroir situé verticalement, il faut qu'il ait la moitié de la hauteur & de la largeur de celui qui s'y regarde debout.

dans ſon état naturel, ſi l'image formée par le verre ou par le miroir, eſt à une diſtance de l'œil moindre que la plus petite diſtance à laquelle nous pouvons voir les objets diſtinctement à la vue ſimple, l'apparence de l'objet vu par les verres ou par les miroirs, eſt confuſe; parce que les rayons divergent trop d'une image ſi proche, pour pouvoir être briſés par les différentes humeurs de l'œil, autant qu'il eſt néceſſaire pour former une image diſtincte ſur le fond de l'œil. D'un autre côté, ſi les rayons convergent vers des points ſitués derrière l'œil, & que par conſéquent ils y forment une image, les réfractions qu'ils ſouffrent dans l'œil, les obligent de former une peinture diſtincte de l'objet, avant d'être arrivés ſur le fond de l'œil, parce que l'œil n'eſt point accoutumé à prendre la figure convenable pour voir diſtinctement par des rayons convergens : ainſi, la viſion ſera confuſe dans les deux cas; mais il eſt facile de la rendre diſtincte de la manière ſuivante.

117. Nous pouvons voir diſtinctement les objets que nous ne voyons que confuſément par des rayons directs, réfractés ou réfléchis, ſoit en regardant par un petit trou fait à une plaque mince ou à un papier, ſoit en faiſant uſage d'une lentille convexe ou concave, d'une courbure convenable; & pourvu que le trou ou la lentille ſoit tout contre l'œil, la grandeur apparente & la ſituation de l'objet ſeront les mêmes dans les deux cas. Car ſi le trou eſt ſi petit qu'il ne donne paſſage qu'à un ſeul des rayons partis de chaque point d'un objet, ces rayons rencontreront tous le fond de l'œil en autant de points diſtincts, & y formeront une image diſtincte. Et lorſque les pinceaux de rayons rencontreront une lentille de peu d'épaiſſeur, leurs axes la traverſeront dans ſon milieu en ligne droite (*Art.* 43.), & par conſéquent rencontreront le fond de l'œil aux mêmes points que quand ils paſſent par le trou. Or, ſuppoſant que la lentille ait une figure telle que les rayons ſoient briſés par ce verre & par les humeurs de l'œil, autant qu'ils doivent l'être pour ſe réunir aux axes de leurs pinceaux au fond de l'œil, l'image ſera encore diſtincte, & elle ſera de la même grandeur & dans la même ſituation qu'auparavant; il n'y aura de différence dans les effets du trou & de la lentille, que dans les degrés de clarté de l'image peinte ſur le fond de l'œil.

118. Un microfcope fimple * n'eft autre chofe qu'un très-petit globule de verre, ou une petite lentille convexe, dont la diftance focale eft fort courte. Un petit objet *pq* qu'on apperçoit diftinctement par le fecours d'une petite lentille *AE*, contre laquelle on applique l'œil, paraît d'autant plus grand qu'il ne paraîtrait à la vue fimple, fi l'œil était placé à la plus petite diftance *qL*, d'où il peut le voir diftinctement, que cette dernière diftance *qL* eft plus grande que la première *qE*. Car ayant mis l'œil contre la lentille *EA*, afin de découvrir une auffi grande partie de l'objet qu'il eft poffible d'un feul afpect (*Art. 114.*), foit éloigné ou approché l'objet *pq* jufqu'à qu'on le voie très-diftinctement, fuppofons que ce foit à la diftance *Eq*; alors fi on conçoit ôtée la lentille *AE*, & à fa place une plaque mince, percée d'un trou d'épingle, l'objet paraîtra auffi diftinctement & auffi grand (*Art. 117.*), que lorfqu'on le voyait au travers de la lentille; il aura feulement moins d'éclat. Et dans ce dernier cas, il paraîtra plus grand qu'on ne le voit à la vue fimple, à la diftance *qL*, dans le rapport de l'angle *pEq* à l'angle *pLq* (*Art. 98.*), ou de la dernière diftance *qL* à la première *qE* (*Art. 60.*). Fig. 186 & 187.

119. Puifque l'interpofition de la lentille n'a d'autre effet que de rendre l'apparence diftincte, en rompant les rayons de chaque pinceau, autant qu'il eft néceffaire pour qu'ils puiffent enfuite fe réunir au fond de l'œil, il eft clair que l'objet ne paraît fi amplifié, que parce qu'on le voit diftinctement à une diftance beaucoup plus petite qu'à la vue fimple. Si l'œil eft affez bien conformé pour voir diftinctement par des faifceaux de rayons paralleles, la diftance *Eq* de l'objet à la lentille eft alors la diftance focale de cette lentille. Si la lentille eft un petit globule

93. * Mr. Huyghens remarque qu'en fait de microfcopes fimples, il y a toujours de l'avantage à fe fervir d'une petite lentille convexe préférablement à un globule qui amplifierait autant, parce qu'il y a trois fois plus de diftance entre l'objet & la lentille, qu'entre l'objet & le point le plus proche du globule; & que par conféquent il eft bien plus facile d'éclairer l'objet en fe fervant de la lentille, qu'en fe fervant du globule.

94. Cependant comme une lentille, pour amplifier beaucoup, doit être d'un foyer très-court, par exemple, de quelques lignes & au-deffous, & eft par cette raifon très-difficile à travailler, on fe contente d'ordinaire d'un globule. Or il eft facile de s'en procurer en faifant fondre un très-petit fragment de verre pur à la flamme bleue d'une bougie, par le moyen d'une aiguille mouillée à laquelle il fe tient attaché. Une goutte d'eau mife avec le bec d'une plume dans un trou rond fait à une plaque de cuivre très-mince, forme encore un bon microfcope.

rond, dont le diamétre ſoit de $\frac{1}{15}$ de pouce, ſa diſtance focale Eq étant les trois quarts de ſon diamétre (*Art.* 61.), ſera de $\frac{1}{20}$ de pouce; & ſi qL eſt de 8 pouces, diſtance ordinaire à laquelle on apperçoit les petits objets, le globule amplifiera dans la raiſon de 8 à $\frac{1}{20}$, ou de 160 à 1.

120. La lunette ordinaire dont ſe ſervent les Aſtronomes, eſt compoſée de deux verres convexes de la manière ſuivante. PQ repréſente le demi-diamétre d'un objet éloigné, pq ſon image formée par un verre convexe L, qu'on nomme *Objectif*, parce qu'il eſt le plus proche de l'objet, ou parce qu'il lui eſt expoſé directement. Dans l'axe de ce verre QLq prolongé, eſt placé un autre verre plus convexe que le premier, ayant auſſi QLq pour axe, & ſon foyer au même point q que l'objectif; de ſorte que EL eſt la ſomme de leurs diſtances focales. Dans cette diſpoſition des verres, je dis que ſi on met l'œil quelque part en O, on verra l'objet diſtinctement, mais renverſé & amplifié *dans la raiſon de* qL *à* qE, c'eſt-à-dire, *comme la diſtance focale de l'objectif à celle de l'autre verre.* Ce dernier ſe nomme *Oculaire.* Fig. 190.

Car les rayons qui divergent du point q de l'image pq, étant réfractés par l'oculaire, arrivent à l'œil placé en O, ſuivant des paralleles à l'axe qEO, parce que qE eſt la diſtance focale de l'oculaire; & par la même raiſon, les rayons qui divergent de tout autre point p de l'image pq, ſortent de l'oculaire après leurs réfractions en A, parallélement au rayon pE, qui eſt l'axe d'un pinceau oblique de rayons, dont une partie va rencontrer l'oculaire en divergeant de p. Ainſi, l'œil qui voit diſtinctement par des faiſceaux de rayons paralleles, étant placé à l'interſection commune O de ces différens faiſceaux, verra diſtinctement tous les points de l'objet.

Quant à la grandeur apparente de l'image pq, ou de l'objet PQ, elle eſt meſurée par l'angle EOA (*Art.* 104.), ou par ſon égal qEp; mais la grandeur apparente de l'objet à l'œil nud ſuppoſé en L, eſt meſurée par l'angle QLP ou par ſon égal qLp, l'axe oblique PLp étant droit (*Art.* 43.). Ainſi, la grandeur apparente de l'objet vu avec la lunette, eſt à ſa grandeur à la vue ſimple, comme l'angle qEp à l'angle qLp, &

par conſéquent comme la dernière diſtance qL eſt à la première qE (*Art.* 60.) *.

121. L'objet qu'on voit renverſé dans cette lunette, paraît

95.* Voici comme Mr. Huyghens démontre les effets des lunettes. Les verres L, E (*Fig.* 189 & 190.) étant placés à l'ordinaire (*Art.* 120 & 123.), ſoit priſe ſur leur axe commun EL, prolongé du côté de l'objet, LN égale à Lq diſtance focale de l'objectif LM. Un rayon quelconque PNM qui paſſe par N, & tombe ſur l'objectif LM, prend ſa route, après s'y être réfracté, ſuivant une droite MA parallele à l'axe LE; traverſant enſuite l'oculaire AE, il y ſouffre un detour en vertu duquel il va au foyer principal O, ou en diverge, ſi l'oculaire eſt concave. Ainſi l'objet PQ paraît dans ces deux lunettes ſous l'angle AOE, tandis qu'on le voit à l'œil nud placé en N ſous l'angle PNQ. La grandeur apparente dans la lunette eſt donc à la grandeur apparente à la vue ſimple, comme l'angle AOE à l'angle PNQ ou LNM; ou bien, parce que $LM = AE$, comme la diſtance focale LN à la diſtance focale EO (*Art.* 60.).

96. Si on ajoûte deux autres oculaires égaux BF, CG à la lunette aſtronomique, comme dans l'Article 121, & que O ſoit le foyer commun des verres AE, BF, le rayon AO, après avoir traverſé le verre BF, ſuivra la droite BC parallele à l'axe, & par conſéquent ſortira du dernier oculaire, dirigé au foyer principal D de cet oculaire, où l'œil étant placé, verra l'objet droit & amplifié dans le même rapport que ci-deſſus; parce que GD étant égale à FO, l'angle CDG eſt égal à l'angle BOF, ou à l'angle AOE.

97. Cette excellente combinaiſon de verres fut découverte à Rome, vraiſemblablement par Campani. On eſt dans l'uſage de mettre à l'endroit qu'occupe la première image q ou la ſeconde q', une ſurface plane, noire & opaque, percée d'un trou rond d'un diamétre à peu près égal à celui de la plus grande image. On la nomme *Diaphragme.* Ses bords arrêtent & abſorbent non-ſeulement les rayons inutiles, mais encore interceptent une partie de ces bandes colorées connues ſous le nom d'*Iris*, qui bordent les images. Ce n'eſt pas cependant que les iris ſoient plus apparentes dans les lunettes à trois oculaires que dans celles qui n'en ont qu'un, elles ſont au contraire plus petites. Car quoique trois oculaires multiplient les réfractions, néanmoins les couleurs engendrées par les réfractions des deux premiers verres ſe trouvent un peu corrigées & diminuées par les réfractions des deux derniers oculaires, qui ſe font en ſens contraire des premières. Tout cela eſt évident ſi on conſidére que les bords d'une lentille produiſent les mêmes effets que ceux d'un priſme.

98. Juſqu'ici nous avons ſuppoſé l'intervalle LE, qui ſépare les deux verres convexes, égal à la ſomme de leurs diſtances focales. Préſentement ſoit cet intervalle plus grand ou plus petit que cette ſomme, ſelon le défaut de l'œil de l'obſervateur (*Art.* 128.); ſoit EF (*Fig.* 191, 192, 193 & 194.) la diſtance focale de l'oculaire, & Lq celle de l'objectif. Je dis que la grandeur apparente eſt à la vraie, comme LF à FE; c'eſt-à-dire, comme l'intervalle compris entre les verres, moins la diſtance focale de l'oculaire, à la diſtance focale de l'oculaire. Car les axes de tous les faiſceaux qui paſſent par L, comme PLA, auront, après leur ſortie de l'oculaire, un point de concours G, où plaçant l'œil, on verra l'objet PQ ſous l'angle AGE. Mais L pouvant être conſidéré comme un point d'où partent des rayons qui tombent ſur l'oculaire, on aura $LF : LE :: LE : LG$ (*Art.* 239.); & par conſéquent $LF : FE :: LE : EG ::$ l'angle EGA : l'angle ELA (*Art.* 60.) ou PLQ; c'eſt-à-dire, comme la grandeur apparente à la vraie.

99. D'où il ſuit que, ſelon que l'intervalle des verres eſt plus grand ou plus petit que la ſomme de leurs diſtances focales, le rapport de la grandeur apparente à la vraie, *eſt plus grand ou plus petit que celui de leurs diſtances focales.*

100. Si on allonge la lunette, le lieu de l'image ou foyer q (*Fig.* 193 & 194.), eſt plus éloigné de l'oculaire que de ſa diſtance focale; par conſéquent les rayons vont en

Fig. 195. droit & diſtinct, en ajoûtant deux nouveaux oculaires, diſpoſés entr'eux, & par rapport au premier, de manière qu'ils ſoient tous éloignés les uns des autres de la ſomme de leurs diſtances focales. Si ces diſtances focales ſont toutes égales, l'amplification de l'objet eſt la même qu'auparavant. Car les faiſceaux de rayons paralleles EOF, AOB, &c. formeront après avoir traverſé le verre FB, une ſeconde image $p'q'$; & le foyer p' d'un faiſceau oblique quelconque OB, ſera déterminé par l'interſection de la ligne $p'q'$ perpendiculaire à l'axe commun des verres & de l'axe oblique Fp' parallele aux rayons incidens OB (*Art.* 55.). Ce point p' étant le foyer des rayons qui vont rencontrer le dernier verre GC, les rayons émergens CD, ſeront paralleles à leur axe oblique $p'G$; parce que les rayons qui viennent de q' ſont ſuppoſés ſortir parallélement à l'axe des verres. Si donc on *place l'œil en* D, où tous les faiſceaux de rayons paralleles ſe coupent mutuellement, on verra diſtinctement l'objet dans ſa ſituation naturelle (*Art.* 103.) *. Lorſque les verres F & G ſont parfaitement égaux, l'image $p'q'$ eſt exactement au milieu de l'eſpace qui les ſéparent : ainſi les triangles $p'Fq'$, $p'Gq'$ ſont égaux. Par conſéquent l'angle CDG qui meſure maintenant la grandeur apparente de l'objet, l'œil étant placé en D, ſera égal

convergeant à leur ſortie de ce verre, & forment une ſeconde image $p'q'$ de l'objet PQ, ſur un plan placé à une diſtance qq', troiſième proportionnelle à qF & à qE (*Art.* 239.). Et la grandeur apparente de cette image, vue à l'œil nud à une diſtance égale à $q'G$, eſt la même que ſi on pouvait la voir diſtinctement de G au travers de la lunette, les angles $p'Gq'$ & AGE étant égaux : cette image paraît donc un peu plus grande que ſi la lunette avait conſervé la longueur qu'exige la viſion diſtincte. Le même raiſonnement eſt également applicable à la lunette Batavique.

C'eſt au moyen de cet allongement que quelques Aſtronomes obſervent les éclipſes & les taches du ſoleil. On peut encore les obſerver en ſe ſervant à l'ordinaire de la lunette, pourvu qu'on ait ſoin d'armer l'œil d'un verre plan enfumé, ou d'enfumer l'oculaire même.

Nous donnerons dans le Livre ſuivant la conſtruction des lunettes à trois verres. Nous ne devons pas cependant laiſſer ignorer que les lunettes que nous venons de décrire à deux ou à quatre verres, leur ſont préférables ; elles ont plus de champ, & les iris y ſont moins fortes, comme Mr. Huyghens l'a remarqué.

101. * Il eſt vrai qu'avec cette lunette on voit les objets dans leur ſituation naturelle; mais cet avantage eſt compenſé par la perte d'un autre. La lumière ayant deux verres de plus à traverſer que dans la lunette aſtronomique, on conçoit qu'il doit s'en intercepter une plus grande quantité, & que par conſéquent on doit voir les objets avec moins de clarté. Quand ces lunettes ont au-delà de 20 pieds de longueur, on ne peut plus s'en ſervir pour regarder les objets terreſtres; car alors ils groſſiſſent extrêmement, & on commence à appercevoir les parties groſſieres répandues dans l'athmoſphere, qui étant dans une agitation continuelle, cauſent une eſpece de tremblement dans l'apparence de l'objet. (*Eſſai de Phyſique de Muſſchenbroek.*)

à l'angle $p'Gq'$, ou à $p'Fq'$, ou à BOF, ou à AOE qui meſurait la grandeur apparente, quand l'œil était en O.

122. Dans une lunette d'une longueur déterminée, la quantité d'objets qu'on peut embraſſer d'un ſeul coup d'œil, qui eſt ce qu'on nomme *le Champ* de la lunette, *dépend de la largeur de l'oculaire**. Car ſuivant que AE eſt plus grande ou plus petite, l'angle ALE ou ſon égal PLQ eſt auſſi plus grand ou plus petit; & il eſt clair que cet angle embraſſe tous les objets qui peuvent être apperçus à la fois d'un même côté de l'axe de la lunette †. Fig. 188 & 195.

123. La différence de la lunette aſtronomique à la lunette Batavique ou de Galilée, conſiſte en ce qu'au lieu de diſpoſer un oculaire convexe entre l'œil & l'image; afin de rendre parallèles les rayons de chacun des faiſceaux qui doivent entrer dans l'œil, on emploie un oculaire concave AE qu'on place entre l'objectif & l'image, à la même diſtance de cette image que le premier, ou, ce qui eſt le même, de manière que ſon foyer co-incide avec celui de l'objectif. Cet oculaire écarte les rayons de chaque pinceau, qui concourraient en q & en p, précisément de la quantité néceſſaire pour les rendre paralleles, & les faire entrer tels dans l'œil: ce qui eſt évident, ſi on conçoit que les rayons rebrouſſent chemin, & aillent de nouveau traverſer l'oculaire dont nous ſuppoſons que la diſtance focale eſt Eq. Dans ces lunettes, il faut, pour qu'il entre dans l'œil le plus grand nombre de pinceaux qu'il eſt poſſible, *l'appliquer tout contre l'oculaire;* & alors ſuppoſant un des rayons émergens d'un pinceau oblique, prolongé ſuivant AO, la grandeur apparente de l'objet vu dans la lunette, ſera meſurée par l'angle AOE (*Art. 104.*), ou par ſon égal qEp, qui eſt à l'angle qLp ou QLP qui meſure la grandeur apparente à la vue ſimple, comme qL à qE, ainſi que dans la première lunette. il eſt clair par le 103e Article, que dans cette lunette les objets ſont vus dans une ſituation droite. Fig. 196.

124. Le champ de cette lunette ou la quantité d'objets qu'on peut voir par ſon ſecours, ne dépend point de la largeur de l'oculaire,

* On ne peut cependant jouir de tout l'effet de la lunette, en laiſſant à l'oculaire toute ſa largeur, à cauſe que la lumière qui tombe ſur ſes bords ne s'y réfracte pas auſſi régulierement que celle qui la rencontre vers le milieu.

† L'axe commun des verres d'une lunette, eſt ce qu'on nomme l'*Axe* de la lunette.

comme dans la lunette astronomique, mais *de la largeur de la prunelle* * ; parce que la prunelle est plus petite que l'oculaire, & que les faisceaux latéraux vont en s'éloignant de l'axe des verres, au lieu de s'en approcher. Aussi cette lunette a t'elle *moins de champ que la première*, & par conséquent est d'un usage moins commode.

125. Le télescope par réflexion de M. Newton †, amplifie

102.* La prunelle étant naturellement très-petite, & le devenant encore davantage à proportion de la lumière qu'elle reçoit, il s'ensuit, comme on l'a remarqué depuis long-tems, que le champ de cette lunette est d'autant plus petit que l'objet est plus lumineux, & que l'oculaire est d'un plus grand foyer ; & parce qu'on ne peut pas employer des oculaires d'un foyer aussi court qu'on le voudrait, par le peu de clarté qu'auraient alors les images tracées au fond de l'œil, & par conséquent à cause de l'obscurité qui regnerait dans la vision ; & qu'à proportion que les objectifs sont d'un plus long foyer, il faut nécessairement augmenter celui des oculaires, on voit que plus cette lunette a de longueur, moins elle a de champ. C'est par cette raison que les objets très-éloignés, ne pouvant être apperçus distinctement qu'avec de longues lunettes, on ne se sert plus de celles-ci pour ces sortes d'objets. Celles qu'on fait maintenant ne passent guere 12 à 15 pouces.

103. Dans cette lunette, de même que dans la lunette astronomique & la lunette à quatre verres, si l'objet s'approche, son image s'éloigne à proportion (*Art. 48.*) ; & par conséquent il faut éloigner l'oculaire, en allongeant la lunette, afin que l'image soit toujours au foyer de l'oculaire : ce qui donne la commodité de voir des objets proches comme des objets éloignés, en allongeant la lunette pour les premiers, & l'accourcissant jusqu'à un certain terme pour les autres.

104. † Plusieurs années auparavant que Mr. Newton eut inventé son télescope par réflexion, Jacques Gregori en avait imaginé un dont il donna la description dans son *Optica promota*, publiée en 1663. Celle qui suit différe de la sienne, en ce qu'il donne une figure parabolique à son grand miroir, & une elliptique au petit, au lieu que depuis on est dans l'usage de les faire tous deux sphériques, l'exécution des autres présentant des difficultés presque insurmontables. On doit à Mr. Hallei le premier télescope de cette espece.

105. On se propose donc de faire un telescope par réflexion avec deux miroirs concaves de métal, & un oculaire convexe, & d'en examiner les effets. Soient les distances focales données du petit miroir, du grand & de l'oculaire, respectivement égales aux lignes t, T, q ; & dans une droite donnée $ctqCl$ (*Fig. 197.*), qui leur serve d'axe commun, soient prises du même côté, & dans le même sens, $ct = t$, $tq = T$, $qC = \frac{t \times t}{T}$, & $ql = q$; soit ensuite placé l'oculaire en l, le petit miroir en c, & le grand en C, de manière que ces miroirs se présentent mutuellement leur côté concave. Maintenant soient des rayons incidens QA, QB réfléchis par le grand miroir au petit, qui à son tour les lui réfléchisse. Si on pratique une ouverture d'une grandeur médiocre au milieu C de ce miroir, par laquelle les rayons réfléchis par le petit miroir ayent la liberté de passer, les réfractions qu'ils souffrent en traversant l'oculaire kl les rendant paralleles ; je dis, que si on place l'œil dans un point o de leur direction, on verra distinctement un objet éloigné dans sa situation naturelle, & amplifié dans le rapport du carré de la distance focale du grand miroir, au rectangle des distances focales du petit & de l'oculaire.

106. Car les rayons QA, QB d'un faisceau, paralleles à l'axe du télescope, se réuniront au foyer principal T du grand miroir ; après s'y être croisés, ils iront tomber sur le petit miroir acb, d'où ils seront réfléchis au point q. Car puisque la distance focale $TC = T = tq$ par construction, si on retran-

le

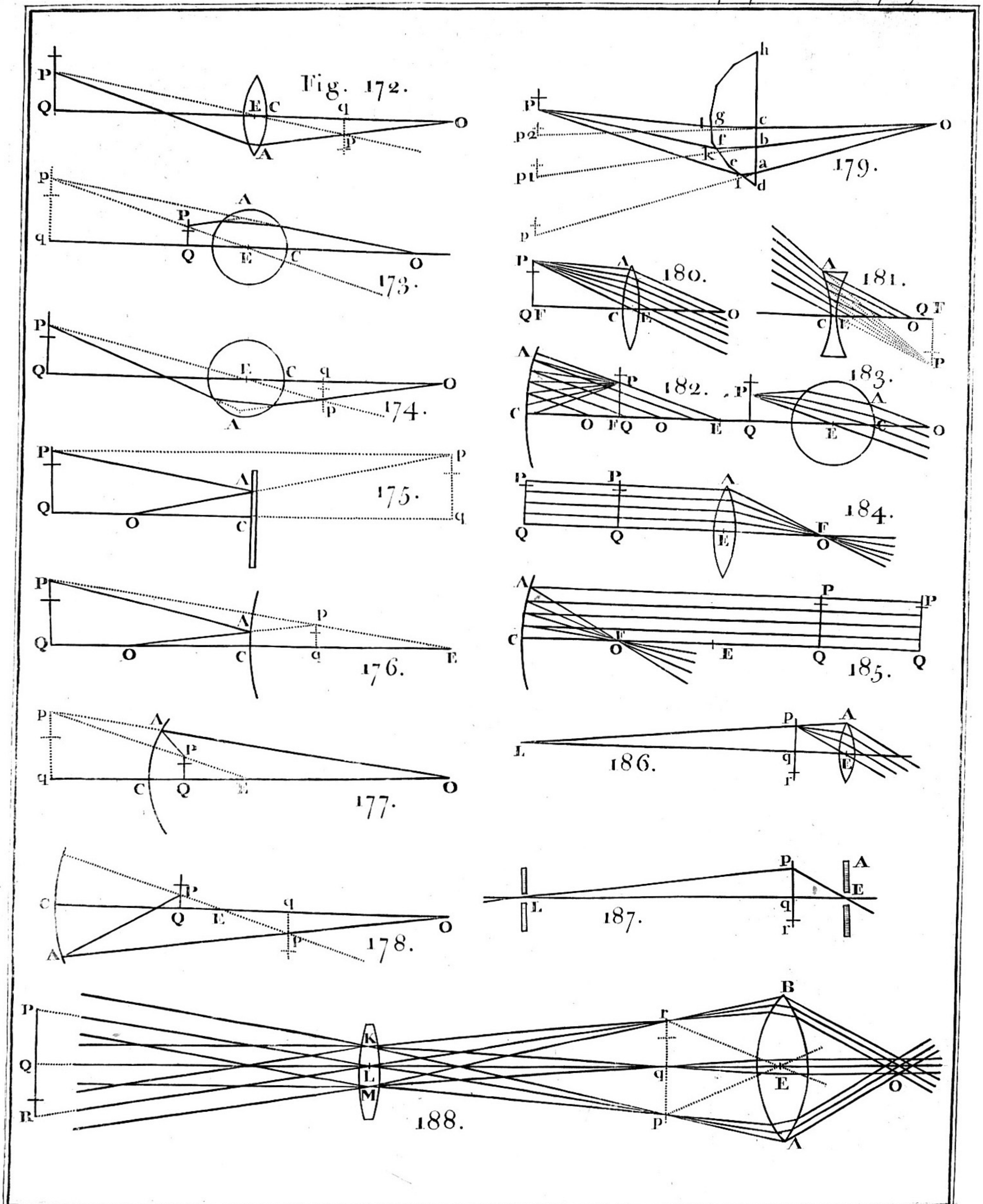


Fig. 172.
173.
174.
175.
176.
177.
178.
179.
180.
181.
182.
183.
184.
185.
186.
187.
188.

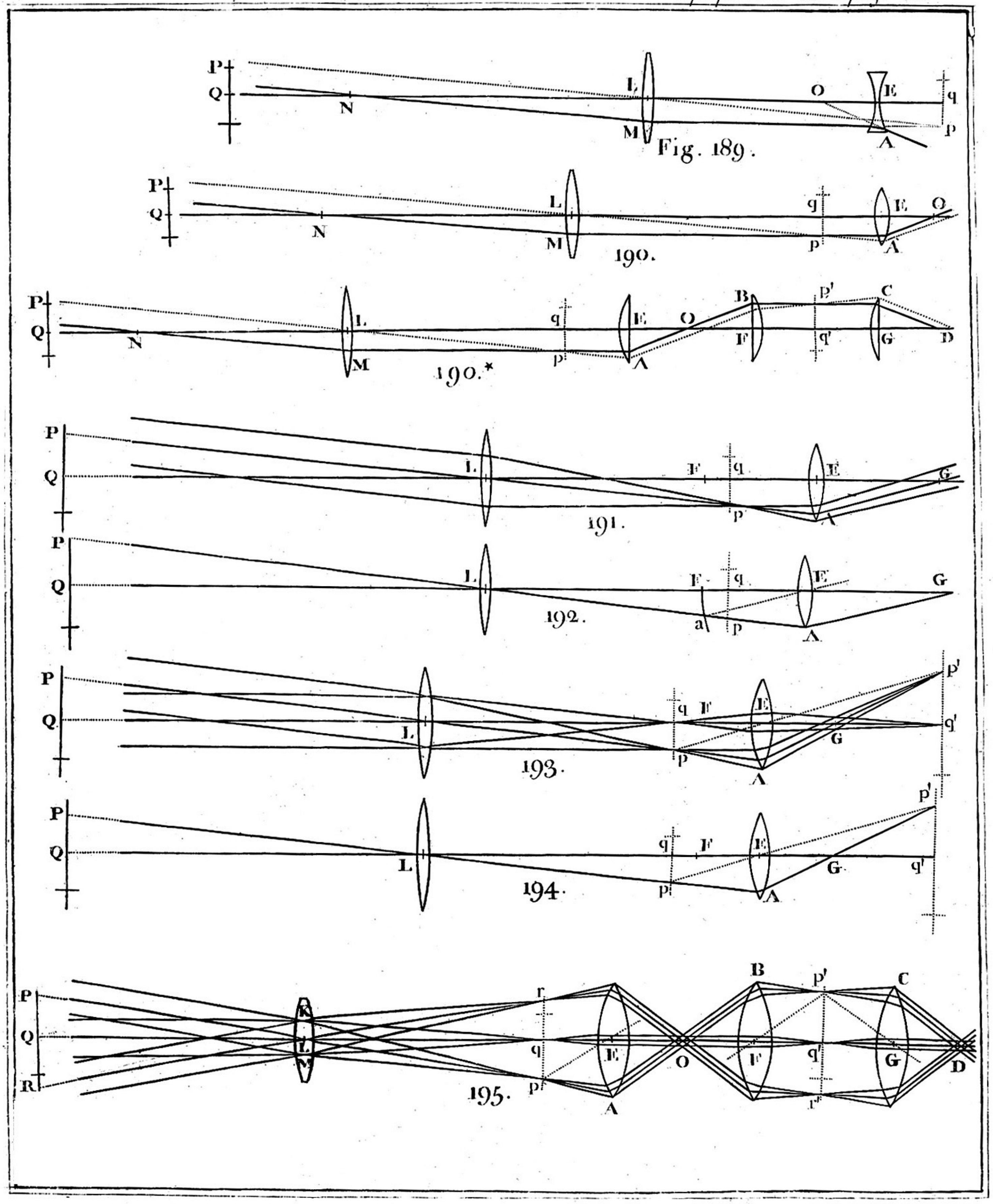


Fig. 189.
190.
190.*
191.
192.
193.
194.
195.

le diamétre d'un objet éloigné *dans le rapport de la distance focale du miroir à celle de l'oculaire, & fait voir l'objet renversé.* Que $S\,T$ soit une image d'un objet éloigné $P\,Q$ engendrée par la Fig. 198.

che de part & d'autre la partie commune Tq, il restera $t\,T = q\,C = \frac{t \times t}{T}$ par construction, c'est-à-dire, qu'on aura $t\,T$, $t\,c$, $t\,q$ en proportion continue, comme cela doit être (*Art.* 207.); & puisque $q\,l$ est la distance focale de l'oculaire $k\,l$, les rayons qui viennent de q, en sortiront paralleles, & par conséquent produiront une apparence distincte du point Q d'où ils étaient partis.

107. Soit $S\,T$ (*Fig.* 199.) l'image de l'objet $P\,Q$ formée par la réflexion à la rencontre du grand miroir; elle sera terminée par la droite $P\,E\,S$ menée par le centre E de ce miroir parallélement aux rayons $P\,A$, $P\,A$ qui viennent de P (*Art.* 215.). Les rayons qui vont de cette image $S\,T$ rencontrer le petit miroir, s'y réfléchissent, & forment ensuite une seconde image $p\,q$, qui sera terminée par la droite $S\,e\,p$ menée par le centre e de ce petit miroir (*Art.* 215.); & les rayons qui divergent de p, sortiront de l'oculaire $k\,l$ suivant des droites $k\,o$ paralleles à $p\,l$, menées par le centre de l'oculaire (*Art.* 46.). Ainsi l'objet $P\,Q$ paraîtra droit, parce que les rayons $k\,o$ sont du même côté de l'axe commun $Q\,l\,o$, que le point P d'où ils sont partis.

108. Sur la seconde image $p\,q$ soit prise une ligne $q\,s$ égale à la première image $T\,S$; si l'image $p\,q$ était égale à $q\,s$, on verrait l'objet au travers de l'oculaire, sous un angle égal à $q\,l\,s$ (*Art.* 107 & 111.), qui est à l'angle $P\,E\,Q$ ou $S\,E\,T$, sous lequel on le verrait de E à la vue simple, comme $T\,E$ ou $T\,C$ à $q\,l$; ainsi l'amplification de l'objet se ferait dans le même rapport que dans le télescope de Mr. Newton. Mais puisque les triangles $e\,p\,q$, $e\,S\,T$ sont semblables, & que nous avons $t\,q : t\,e :: t\,e : t\,T$, & par conséquent $t\,q : t\,e :: e\,q : e\,T :: p\,q : S\,T$ ou $q\,s$, on voit que $p\,q$ est plus grande que $q\,s$, & qu'ainsi l'angle visuel $k\,o\,l$, ou $p\,l\,q$ est plus grand que $q\,l\,s$, dans la raison de $t\,q$ à $t\,e$. Donc l'objet étant plus amplifié qu'on ne l'a supposé, dans la raison de $t\,q$ à $t\,e$, ou par construction, dans celle de $T\,C$ à $t\,c$, l'amplification totale suivra le rapport du carré de $T\,C$ au rectangle de $t\,c$ & de $q\,l$.

109. Pour voir des objets proches, il faut un peu éloigner le petit miroir du grand, ce qui se peut toujours par la mobilité qu'on a soin de lui donner. La raison en est, que tandis qu'un objet éloigné s'approche, son image $T\,S$ s'approche de t, & que $t\,T$ diminuant, son réciproque $t\,q$ augmente (*Note* 106.).

110. Donc si un miope veut se servir de ce télescope, comme l'oculaire est communément fixé, il faut qu'il rapproche un peu le petit miroir du grand; car alors l'intervalle $T\,t$ diminue, & son réciproque $t\,q$ augmente. Les rayons tomberont donc sur l'oculaire en divergeant d'un point moins éloigné que de sa distance focale; par conséquent ils en sortiront divergeans, & ils entreront tels dans l'œil.

111. En portant plus loin la diminution de l'intervalle des deux miroirs, les rayons réfléchis peuvent, en passant par l'ouverture faite au grand miroir, aller former une image $p\,q$ derrière ce miroir par tout où l'on voudra; éloignant ensuite l'oculaire de l'image autant qu'il l'était avant, la vision sera encore distincte, & l'objet paraîtra plus amplifié qu'avant dans le même rapport que la raison de $t\,q$ à $t\,e$, ou $t\,c$, est devenue plus grande que celle de $T\,C$ à $t\,c$, ce qui est évident par la démonstration donnée dans la Note 108. Mais en grossissant l'image $p\,q$, elle devient plus obscure & plus imparfaite, comme on le fera voir ci-après, & conséquemment l'apparence de l'objet est moins claire & moins distincte. De plus, l'image étant plus grande, on en voit moins d'un seul coup d'œil avec un oculaire donné; & par conséquent on découvre une moindre partie de l'objet.

112. Toutes choses étant fixées dans leurs places, le diamétre d'un objet qu'on peut appercevoir d'un seul coup d'œil, est proportionnel à la largeur de l'oculaire, en supposant toutefois que l'ouverture du grand miroir ne limite pas l'apparence de l'objet;

réflexion à la rencontre d'un grand miroir concave *A C*, & terminé par les lignes *PESA*, *QETC*, menées par son centre *E*. Alors, comme on ne peut appercevoir cette image par le secours

car l'angle de réflexion *pce*, au milieu du petit miroir, étant égal à l'angle d'incidence *ecS*, il est clair que tandis que *pq* & *kl* sont augmentées ou diminuées dans un rapport quelconque, l'image *ST* & l'objet *PQ* sont aussi augmentés ou diminués dans le même rapport.

113. Présentement, si on donne beaucoup de diamétre à un oculaire d'une distance focale & d'une courbure données, il deviendra trop épais; ainsi les rayons qui tomberont sur ses bords, les rencontreront trop obliquement, & cette obliquité sera cause qu'il s'en réfléchira beaucoup, & que ceux qui passeront, souffriront des réfractions trop grandes par rapport à celles qu'éprouvent les pinceaux qui passent par le milieu de cette lentille (*Art. 73.*). C'est pourquoi si on veut augmenter le nombre de parties visibles d'un objet, il faut faire tomber son image *pq* (*Fig. 200 & 201.*) derrière le grand miroir, à deux ou trois pouces de son ouverture, & obliger les rayons qui vont former cette image, de passer par un verre convexe *fg* fort mince & large, en plaçant ce verre derrière & contre le grand miroir. Ce verre augmentera nécessairement la convergence des rayons, qui par conséquent formeront une image *vx* plus proche de ce verre, & plus petite que l'image *pq*, toutes les deux étant terminées par la droite *pvg* menée par le centre de ce verre (*Art. 55.*). Les rayons de chaque pinceau divergeant de cette nouvelle image *vx*, il faut leur présenter ensuite un autre verre convexe *hi* qui les rende paralleles & les fasse entrer tels dans l'œil. On réussira cependant encore mieux, en employant un ménisque dont on tournera la convexité vers les pinceaux incidens *fuh*, parce que les rayons traverseront ses bords avec moins d'obliquité que s'ils passaient à travers un verre de toute autre figure.

114. Les places qu'il faut faire occuper à ces oculaires, & leurs distances focales étant données, il est facile de trouver une regle pour découvrir le pouvoir amplifiant d'un télescope. On la verra exposée dans la Note 131. Mais comme on peut aisément se tromper dans la mesure d'aussi petites distances, il vaut mieux le découvrir par l'expérience, soit à la manière de Galilée, en regardant deux cercles inégaux, l'un à la vue simple, l'autre avec le télescope; soit en comparant ce télescope avec une lunette dont le pouvoir amplifiant est connu, ou peut l'être plus facilement (*Art. 120.*). Un de ces télescopes de 16 pouces de long, amplifie environ autant qu'une lunette de 15 à 16 pieds. *Voyez les Tables du Chap. 9 du Liv. suivant.*

115. Pour empêcher les rayons collatéraux qui passant par les côtés du petit miroir, pénétrent par l'ouverture du grand, de même que ceux qui sont réfléchis par les bords imparfaits de ces deux miroirs, d'entrer dans l'œil, il faut mettre au lieu *x* de l'image, une surface mince & plate percée d'un trou d'un diamétre égal à celui de cette image, & pratiquer un autre petit trou en *o*, où tous les faisceaux se croisent avant d'entrer dans l'œil. Le diamétre de ce trou ne doit pas être plus grand que celui du faisceau principal en *o*: il est encore essentiel de déterminer bien exactement les endroits où doivent être ces deux trous; sans cela le télescope ne produirait pas un bon effet.

116. Si la distance focale du petit miroir est égale à une ligne donnée *t*, & qu'on veuille le placer de manière qu'il réfléchisse à un point donné *q* (*Fig. 202.*) les rayons qui lui viennent du foyer donné *T*, il faut couper *Tq* en deux également en *m*, & élever à *mT* une perpendiculaire *Tn* égale à la distance focale *t*; ensuite joignant *mn*, prendre du côté de *T*, *mt* égale à *mn*, & *t* sera le point où doit tomber le foyer du petit miroir. Car soit décrit du centre *m* & avec le demi-diamétre *mn* ou *mt*, un demi-cercle qui coupe l'axe une seconde fois en *z*; on aura $qz = Tt$, & par conséquent $Tz = tq$. On aura aussi *Tn* moyenne proportionnelle entre les segmens *tT*, *Tz* du diamétre *tz*; c'est-à-dire, que la distance focale *t* ou *tc*, est moyenne proportionnelle entre *Tt* & *tq*. Ainsi les rayons qui viennent de *T*, seront réfléchis par le

d'un oculaire placé directement devant elle, parce qu'on intercepterait les rayons qui tombent ſur le miroir, on diſpoſe entre ce grand miroir & l'image, un petit miroir plan ac, incliné

petit miroir au point donné q (*Art.* 207.).

117. Et ſi on veut connaître la diſtance focale du petit miroir, lequel ayant ſon foyer en un point donné t, réfléchit les rayons qui lui viennent d'un point T, à un point donné q, ſoit diviſée Tq en deux également en m, & du centre m, & avec le demi-diamétre mt, ſoit décrit un cercle qui coupe dans un point n une perpendiculaire indéfinie élevée en T, & on aura Tn égale à la diſtance focale requiſe.

118. Étant donnés le grand miroir, l'oculaire convexe, & l'intervalle Tq entre les deux images d'un objet éloigné, ſuppoſons qu'on demande la diſtance focale du petit miroir, & la place qu'il doit occuper pour que le téleſcope groſſiſſe l'objet dans telle raiſon donnée qu'on voudra. Cette raiſon donnée étant compoſée de la raiſon donnée de CT à ql, & de celle de tq à tc (*Note* 111.), cette dernière raiſon eſt auſſi donnée, pour laquelle mettant celle de n à 1, ſoit priſe tT à Tq comme 1 à $nn-1$, & on aura tT; prenant enſuite tc à tT, comme n à 1, on aura la poſition & la grandeur de tc. Car puiſque les lignes inconnues tT, tc, tq, ſont en proportion continue dans la raiſon donnée de 1 à n, on aura $tT : tq :: 1 : nn$ & par conſéquent $tT : Tq :: 1 : nn-1$.

119. Quelquefois on emploie dans ces téleſcopes un petit miroir convexe au lieu d'un concave. Si leurs diſtances focales ſont égales, & qu'on mette le ſommet du miroir convexe de (*Fig.* 203.), au point e où était le centre du concave, le téleſcope amplifiera dans le même rapport qu'auparavant, mais il fera voir l'objet renverſé; on redreſſera, ſi l'on veut, cette apparence au moyen de trois oculaires convexes, comme dans les lunettes.

Car les rayons d'un pinceau qui vont en convergeant du grand miroir à ſon foyer T, étant reçus ſur le petit miroir convexe de, il les réfléchira au même point q où ils l'étaient auparavant par le petit miroir concave bc. Car le point t étant le foyer principal de ces deux miroirs, on aura tT, te (ou tc), & tq en proportion continue, comme auparavant (*Art.* 207.). Par un point quelconque S de la première image ST, & par le centre e du petit miroir concave, ſoit menée Sep qui termine l'image pq formée par ce miroir (*Art.* 215.); de même par le centre c du petit miroir convexe de, & par le même point S, ſoit tirée cSr qui termine l'image qr formée par ce miroir. Ces images qp, qr, ſont de différens côtés de l'axe; ainſi l'objet paraîtra dans des poſitions oppoſées. Mais ces images étant égales, il eſt évident qu'on verra l'objet également amplifié. Car on a $tq : te :: te : tT :: tq \mp te : te \mp tT$, c'eſt-à-dire $:: eq : eT :: cq : cT$. Et les triangles peq, TeS étant ſemblables, de même que qcr & TcS, on a $pq : ST :: eq : eT :: cq : cT :: qr : ST$; ainſi pq eſt égale à qr.

120. Le téleſcope de Gregori ayant la propriété de faire voir les objets dans leur ſituation naturelle, eſt preſque le ſeul dont on ſe ſerve pour les objets terreſtres. Quant à la clarté & à la diſtinction avec leſquelles il fait appercevoir toute eſpece d'objets, il eſt inférieur à celui de Mr. Newton : il eſt moins clair, parce que la lumière ayant un verre de plus à traverſer, fait une perte plus grande. On voit moins diſtinctement, parce que ce n'eſt que la ſeconde image qu'on apperçoit. Or cette image doit être bien moins parfaite, bien moins diſtincte que la première. Les rayons pour former celle-ci, n'ont ſouffert qu'une réflexion, & par conſéquent ſes imperfections ne peuvent être que très-legeres & peu ſenſibles. La ſeconde au contraire n'eſt formée qu'après que les rayons ſe ſont réfléchis deux fois, l'une à la rencontre du grand miroir, & l'autre à la rencontre du petit, & qu'ils ſe ſont enſuite réfractés au travers du verre au-delà duquel ils vont former cette ſeconde image. Elle doit donc avoir toutes les imperfections que deux réflexions ſuivies d'une réfraction peuvent occaſionner. Mais dans le téleſcope de Mr. Newton, il n'y a point de ſeconde image, il n'y en a qu'une ſeule

de 45° à l'axe de ce grand miroir, afin de donner une direction plus commode aux différens faisceaux de rayons qui viennent du miroir AC, en les obligeant de se réfléchir de côté, lorsqu'ils rencontrent le petit miroir. Il naît de cette nouvelle réflexion une seconde image st, égale à la première ST (*Art.* 24 & 25.). Soit tl la distance focale d'un petit oculaire convexe kl; les rayons qui viennent d'un point quelconque s, sortiront de cet oculaire, dirigés au point o, où on suppose l'œil, suivant des droites ko paralleles à l'axe oblique sl: ainsi la grandeur apparente de l'objet PQ, rélativement à l'œil placé en o, sera mesurée par l'angle kol ou slt (*Art.* 104.), tandis qu'à la vue simple, si on place l'œil en E, elle est mesurée par l'angle PEQ ou SET. La grandeur apparente de l'objet vu dans le télescope, est donc à la grandeur apparente à la vue simple, comme l'angle slt à l'angle SET, ou parce que les soutendentes st, ST sont égales, comme ET à lt (*Art.* 60.), ou comme CT à lt, lorsque l'objet est fort éloigné (*Art.* 26.). Il faut remarquer que le miroir plan acb est de beaucoup trop grand en comparaison du miroir sphérique AC; il n'a été représenté tel que pour éviter la confusion dans les différentes lignes qu'on a été obligé de tirer. Quant à la position renversée de l'image de l'objet, la raison en est évidente par l'Article 103. Ce télescope étant composé de miroirs & de verres, est pour cela nommé télescope *Catadioptrique*. Il en est de même de tous ceux qui sont composés de verres & de miroirs.

126. Comme les télescopes dioptriques * ne grossissent beau-

très-nette & très-vive qui est celle qu'on apperçoit au travers de l'oculaire.

121. Ces instrumens ont au reste plusieurs désavantages qui leur sont particuliers. Ils exigent des précautions infinies dans leur construction & même dans leur usage. On rencontre d'assez grandes difficultés à donner une figure bien régulière aux miroirs, & à la leur conserver en les polissant. Ces miroirs se ternissent d'ailleurs très-promptement. D'un autre côté ces instrumens ont peu de champ, & ce n'est pas sans peine qu'on parvient à les diriger aux objets, &c.

122. * Deux obstacles, dont l'un avait été regardé comme insurmontable par Mr. Newton même, se sont opposés jusqu'à nos jours au racourcissement & à la perfection des lunettes ou télescopes dioptriques.

123. Le premier vient de la figure sphérique des verres qui ne permet qu'aux rayons très-proches de l'axe de se réunir sensiblement dans un point. Les autres qui sont à quelque distance de cet axe, le rencontrent plutôt, & passant plus ou moins près du point de réunion des premiers, troublent par conséquent l'image, & la rendent confuse & mal terminée. Jusqu'à présent on n'a remédié à cet inconvenient, qu'en donnant peu d'ouverture aux objectifs. Effectivement on empêche par-là que les rayons trop écartés de l'axe n'entrent dans la lunette, & n'aillent troubler l'image.

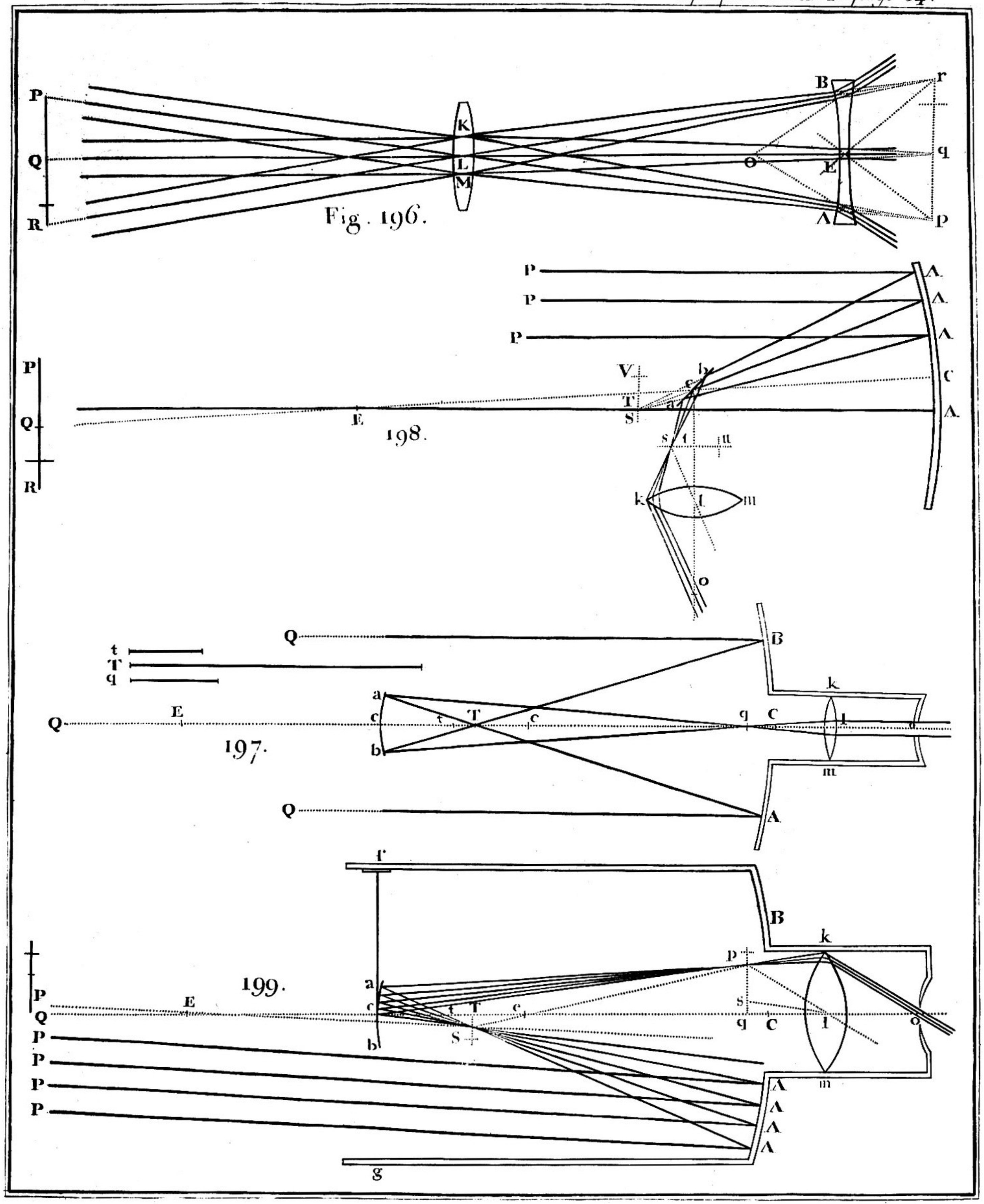


Fig. 196.
198.
197.
199.

coup, qu'autant qu'ils sont très-longs, ce qui les rend embarrassans & difficiles à manier, M. Newton s'étant proposé de les rendre plus courts, & regardant comme invincibles les obstacles

Cet obstacle est cause en partie que lorsqu'on veut voir un objet plus amplifié, on n'a pas la liberté en conservant le même objectif, d'employer des oculaires aussi courts qu'on le voudrait; parce qu'alors les faisceaux de rayons paralleles qui sortent de l'oculaire, faisant en entrant dans l'œil un angle d'autant plus ouvert, que l'oculaire est d'un foyer plus court, y peindraient une image plus grosse à la vérité, mais moins claire à proportion, & par conséquent on ne verrait plus que faiblement. Or pour regagner ce qu'on aurait perdu à cet égard, & voir avec la même clarté qu'auparavant, il faudrait nécessairement augmenter le diamétre de l'ouverture de l'objectif, à proportion qu'on aurait diminué le foyer de l'oculaire. Mais c'est ce qui ne se peut, puisqu'en augmentant l'ouverture, on rendrait le passage aux rayons qu'il est si important d'exclure, par la confusion qu'ils occasionneraient dans l'image peinte au foyer de l'objectif. Lors donc qu'on veut augmenter le pouvoir amplifiant d'une lunette, sans nuire d'ailleurs à la clarté, il faut augmenter la longueur du foyer, à proportion qu'on augmente le diamétre de l'ouverture, afin que l'objectif soit toujours de la même étendue, ou ce qui est la même chose, du même nombre de degrés, & que par conséquent on évite encore ces rayons mal réunis qui troubleraient l'image.

124. Quoique ce défaut de réunion occasionné par la figure sphérique des verres, fasse un obstacle assez grand au raccourcissement des lunettes, on serait encore heureux si c'était le seul qu'on eut à détruire. Le second est bien plus redoutable, & a été long-tems regardé comme indestructible. Celui-ci vient de la nature même de la lumière, qui, comme on l'expliquera dans le 6e. Chapitre, se décompose en traversant les verres en rayons de couleurs & de réfrangibilités différentes, d'où résultent ces franges colorées qui bordent les images formées par réfraction. Heureusement que ces franges colorées qui ont lieu toutes les fois que les rayons sont rompus, ne sont pas sensibles lorsqu'ils le sont très-peu. Or, les rayons paralleles à l'axe d'un verre, & qui s'éloignent peu de cet axe, ne souffrent qu'une médiocre inflexion. Aussi l'image qu'ils forment au foyer de ce verre, ne se ressent-elle point sensiblement de la séparation des rayons: on ne la voit point environnée de couleurs. Voilà donc une raison nouvelle & très-puissante de n'employer que le moins d'ouverture qu'il est possible, & par conséquent d'augmenter le foyer de l'objectif, & la longueur de la lunette, toutes les fois qu'on veut avoir une plus grande ouverture.

125. Il est donc impossible d'augmenter le pouvoir amplifiant des télescopes dioptriques, en diminuant seulement la longueur du foyer de l'oculaire, puisqu'étant obligé, pour voir toujours avec la même clarté, d'augmenter à proportion le diamétre de l'ouverture des objectifs, les images deviendraient confuses par les deux causes que nous venons d'assigner, défaut qu'il n'a pas été possible d'éviter jusqu'à ces derniers tems, qu'en augmentant, comme nous l'avons dit, le foyer des objectifs, à proportion qu'on leur donne plus d'ouverture.

126. L'obstacle que la diverse réfrangibilité apporte au raccourcissement des lunettes, avait toujours paru insurmontable. Il parut tel à Mr. Newton même, qui perdant toute espérance de le vaincre jamais, & desirant toujours de perfectionner les télescopes, fut obligé de tourner ses vues du côté de la réflexion, parce qu'elle ne décompose point la lumière comme la réfraction. Les rayons quoiqu'inégalement réfrangibles, se réfléchissent tous sous des angles égaux à ceux d'incidence; de sorte que dans la réflexion de la lumière dans les miroirs concaves (de même que dans toute espece de miroirs) on n'a rien à craindre de la cause qui altere les images engendrées par les verres. Aussi les images formées par les miroirs sont-elles incomparablement plus distinctes & plus nettes que celles que formeraient des lentilles de même foyer. Voilà pourquoi on est le maître d'employer des oculaires d'un

qui naiſſent de la réfraction, prit le parti de ſubſtituer la réflexion à la réfraction, & imagina en conſéquence le téleſcope que nous venons de décrire. Pour voir juſqu'à quel point il a réuſſi, il ne faut que jetter les yeux ſur la table, que nous donnons dans le Livre ſuivant, des longueurs des deux eſpèces de téleſcopes, qui groſſiſſent également les objets, en les faiſant voir avec la même netteté. La raiſon pour laquelle on ne peut raccourcir les téleſcopes dioptriques autant que les téleſcopes par réflexion, & leur conſerver en même tems leur pouvoir amplifiant, en diminuant de plus en plus le foyer de leurs oculaires, conſiſte en ce que les images formées par les réfractions au travers des objectifs, étant beaucoup plus imparfaites que celles qui ſont formées par la réflexion des miroirs concaves, ne peuvent être autant amplifiées par le ſecours d'oculaires d'un foyer ſi court (*Art.* 118.), ſans paraître confuſes ; & la cauſe principale de ces imperfections dans les images formées par réfraction, eſt l'inégale réfrangibilité des rayons de différentes couleurs, comme nous l'expliquerons dans la ſuite.

Fig. 204. 127. Un *Microſcope double* eſt compoſé de deux verres convexes placés, comme le repréſente la figure, l'un en E, l'autre en L. Le verre L, voiſin de l'objet PQ, eſt très-petit & très-convexe, & par conſéquent ſa diſtance focale LF très-courte; la diſtance LQ du petit objet PQ, eſt un peu plus grande que LF, enſorte que l'image pq peut être formée à une très-grande diſtance du verre (*Art.* 48.), & peut être par conſéquent beaucoup plus grande que l'objet même (*Art.* 55.). Cette image pq étant vue au travers d'un oculaire con-

foyer beaucoup plus court dans les téleſcopes par réflexion, que dans les téleſcopes dioptriques, & qu'avec bien moins de longueur, ces téleſcopes font voir avec netteté les objets conſidérablement plus amplifiés. Mr. Hallei conſtruiſit un téleſcope de cette eſpece, de cinq pieds de long, qui faiſait autant d'effet, & même ſurpaſſait une lunette de 123 pieds, dont Mr. Huyghens avait donné l'objectif à la Société Royale de Londres.

127. Comme les miroirs de métal qu'on eſt obligé d'employer dans la conſtruction de ces téleſcopes, réfléchiſſent, ſelon la remarque de Mr. Newton, beaucoup moins de rayons à proportion, que les verres n'en tranſmettent, il eſt évident que s'il y avait quelque moyen de détruire les imperfections que cauſe aux images la diverſe réfrangibilité de la lumière, les verres feraient bien préférables aux miroirs. Or c'eſt à quoi on a eu le bonheur de réuſſir dans ces derniers tems. On doit au célébre Mr. Euler l'idée heureuſe qui a fait abſolument changer de face cette partie ſi intéreſſante de l'Optique. On verra dans ſon lieu en quoi conſiſte cette idée, & juſqu'à quel point de perfection la ſcience des lunettes a été portée par ſon ſecours. On peut dire que les efforts réunis de cet homme ſi célébre & de pluſieurs autres grands Géométres, en ont fait une ſcience toute nouvelle.

vexe AE, dont la distance focale est qE, paraît distincte de même que dans une lunette, & on a l'avantage de voir l'objet considérablement plus gros qu'il n'est effectivement, par les raisons suivantes. La première, parce que si nous regardons son image pq à la vue simple, elle nous paraîtra beaucoup plus grande que l'objet vu à la même distance, étant en effet plus grande que l'objet dans le rapport de Lq à LQ (*Art.* 55.). La seconde, parce que cette image vue au travers de l'oculaire, paraît amplifiée dans le rapport de la distance la plus petite à laquelle on peut l'appercevoir distinctement à la vue simple, à la distance focale qE de l'oculaire (*Art.* 118.). Par exemple, si ce dernier rapport est égal à celui de 5 à 1, & que le premier, celui de Lq à LQ, soit de 20 à 1, composant ces deux rapports, on trouvera que l'objet paraîtra 100 fois plus grand qu'à la vue simple *.

128. * Voici comme on peut calculer le pouvoir amplifiant d'un microscope double ou composé. Lorsque l'objet paraît distinct, soient mesurées les distances LQ & LE (*Fig.* 204.), de même que Eq distance focale de l'oculaire. Retranchant alors Eq de EL, on aura Lq; & l'on aura aussi le quotient de Lq divisé par LQ. Divisant ensuite la plus petite distance à laquelle on apperçoit distinctement les petits objets, qui est communément de 6 à 8 pouces, par la distance focale Eq, on aura un autre quotient, qui, multiplié par le premier, donne le nombre de fois dont le diamétre de l'objet est amplifié, comme nous le disons dans cet Article. Car les triangles pLq, PLQ étant semblables, l'objet PQ est contenu dans son image pq, autant de fois que LQ est contenue dans Lq. Mais la regle étant plus générale que cette démonstration qui suppose que les rayons de chaque faisceau sortent paralleles de l'oculaire, ou que l'image pq co-incide avec son foyer principal, nous allons la démontrer d'une autre manière.

129. Soit l'image pq (*Fig.* 205.) formée à telle distance qu'on voudra de l'oculaire AE, dont EF soit la distance focale. Du centre E & du demi-diamétre EF, soit décrit un arc FG qui coupe l'axe PLA d'un faisceau oblique en G. Soient menées GE & AO parallele à GE; le rayon PLA se réfractera dans cette droite AO (*Art.* 51.). Soit menée PR parallele à AO ou à GE, & supposant l'œil nud placé dans un point quelconque N de l'axe LQR prolongé, soit jointe PN. Maintenant puisque l'angle PLQ ou FLG (*Art.* 43.) est très-petit, on peut prendre l'arc FG pour une droite perpendiculaire à l'axe LE; ainsi les figures $LPQR$, $LGFE$, sont semblables. Par conséquent on a $QR : QL :: FE : FL$, ce qui donne $QR = \frac{QL \times FE}{FL}$. Mais la grandeur apparente de l'objet vu du point O au travers des verres, est à sa grandeur apparente, vu de N à la vue simple, comme l'angle AOE ou PRQ à l'angle PNQ, ou comme QN à QR ou $\frac{QL \times FE}{FL}$, ou bien encore comme $QN \times FL$ à $QL \times FE$, ou enfin comme $\frac{QN}{FE} \times \frac{FL}{LQ}$ est à 1.

130. D'où l'on voit qu'on peut augmenter la grandeur apparente de l'objet, soit en l'approchant de l'objectif, & conséquemment en aggrandissant son image, soit en regardant l'image à travers un oculaire d'un foyer plus court. Mais alors il se rencontre un double inconvénient qui ne permet pas de porter l'amplification de l'objet aussi loin qu'on le voudrait. Le premier vient de ce qu'il

128. Pour rendre les lunettes & les microſcopes propres aux vues courtes, il ſuffit de rapprocher un peu les verres E & L l'un de l'autre, afin que les rayons de chaque faiſceau ne ſortent pas paralleles, mais divergeans, & entrent tels dans l'œil: la grandeur apparente en ſouffrira quelqu'altération, mais legère & à peine ſenſible.

2 plus ou moins d'éclat

129. L'apparence d'un objet vu par le ſecours d'une lunette ou d'un microſcope donné, ~~eſt plus ou moins claire~~, *ſuivant l'ou-*

faut donner plus d'ouverture à l'objectif, afin qu'il admette plus de lumière (*Art.* 129.), ce qui augmente les imperfections de l'image (*Art.* 81.); & le ſecond conſiſte en ce que le nombre des parties viſibles d'un objet diminue, ſoit en aggrandiſſant l'image, ſoit en la regardant à travers un oculaire plus petit. Il y a donc des bornes au-delà deſquelles on ne doit jamais porter l'amplification de l'objet. Nous conſidérerons dans le Livre ſuivant la première limitation qu'on éprouve ; & voici comme on empêche la ſeconde d'avoir lieu.

131. Lorſqu'on veut avoir beaucoup de champ, ou ce qui eſt la même choſe, qu'on veut embraſſer une plus grande étendue d'un objet, on met ordinairement un verre convexe aſſez large AE (*Fig.* 206.) entre l'objectif L & l'image pq, formée par cet objectif; car ce verre AE réduira l'image pq à une plus petite $p'q'$, terminée par la droite pE (*Art.* 55.); & alors tous les rayons qui vont en divergeant de cette image $p'q'$ peuvent tous être reçus ſur un oculaire ae moins large, dont ils ſortent paralleles ou divergeans, & entrent tels dans l'œil placé en o, où les pinceaux ſe croiſent. Alors ayant donné à ces verres la diſpoſition qu'on aura trouvé par expérience être convenable, il eſt facile de voir diſtinctement en faiſant varier par degrés la diſtance LQ. Pour lors ſoient meſurées les diſtances LQ, LE, Ee, de même que les diſtances focales EF & ef des deux oculaires, par l'Art. 63, & faiſant $LF : LE :: LE : Ll$, on aura Ll, de laquelle ſi l'on retranche Lf, il reſtera fl; & la grandeur apparente de l'objet vu au microſcope, ſera à ſa grandeur apparente, vu à la vue ſimple, à la diſtance QN, comme $\frac{QN}{QL} \times \frac{FL}{FE} \times \frac{fl}{fe}$ à 1.

132. Car des centres E, e (*Fig.* 207.), & avec les demi-diamétres EF, ef ſoient décrits les arcs FG, fg, & ſoit l'axe $PLGA$ d'un faiſceau oblique qui coupe FG en G; & joignant GE, le rayon LA ſera d'abord réfracté dans la droite Al parallele à GE (*Art.* 51.); & par conſéquent les triangles LGE, LAl étant ſemblables, on aura $LF : LE$ ou $LG : LA$ (*Art.* 204.) $:: LE : Ll$. Que le rayon Al coupe l'arc fg en g, & l'oculaire ea en a, il ſera rompu ſuivant une droite ao parallele à ge (*Art.* 51.); de ſorte que ſi on place l'œil en o, on verra l'objet PQ ſous l'angle aoe. Mais cet angle aoe ou feg eſt à l'angle flg comme fl à fe (*Art.* 60.); & cet angle flg ou FEG eſt à l'angle FLG comme FL eſt à FE (*Art.* 60.); & enfin l'angle FLG ou PLQ eſt à PNQ, comme QN à QL (*Art.* 60.); par conſéquent l'angle aoe eſt à l'angle PNQ comme $\frac{QN}{QL} \times \frac{FL}{FE} \times \frac{fl}{fe}$ à 1.

133. Ce nouveau verre n'eſt utile que pour procurer plus de champ. Car on perd d'ailleurs du côté de la clarté, puiſque plus on multiplie les verres, plus il y a de lumière interceptée & éteinte par les réflexions qui ſe font à leurs ſurfaces ; & un ſeul oculaire amplifiera toujours davantage & plus diſtinctement que deux.

134. Les microſcopes compoſés ont quelques avantages ſur les ſimples ; ils ont beaucoup plus de champ ; l'objet étant toujours placé plus loin de l'objectif, qu'il ne pourroit l'être d'un microſcope ſimple, il eſt beaucoup plus facile de l'éclairer auſſi fortement qu'il eſt néceſſaire pour le bien voir. Mais ces microſcopes groſſiſſent moins en général que les ſimples, & font voir les objets moins clairement & moins diſtinctement.

verture

verture de l'objectif. Car ſuppoſant qu'on couvre ce verre avec un morceau de papier, à la reſerve d'un petit eſpace qu'on laiſſera découvert au milieu, les grandeurs des images *pq* formées au foyer des verres, ni celles des images tracées au fond de l'œil, ne ſeront point altérées; mais l'ouverture de l'objectif étant diminuée, chaque faiſceau ſera compoſé d'une moindre quantité de rayons, & il y en aura par conſéquent moins à former chaque point de ces images; ce qui les fera paraître plus obſcures. Si conſervant le même objectif, on conſerve auſſi ſon ouverture, les objets paraîtront avec plus ou moins d'éclat, ſuivant que la diſtance focale de l'oculaire ſera plus ou moins longue, c'eſt-à-dire, ſuivant que la lunette ou le microſcope amplifiera moins ou plus (*Art. 120.* & *127.*). Car la même quantité de lumière répandue ſur une plus petite ou plus grande image, ou partie du fond de l'œil, la rend plus claire ou plus obſcure.

130. Juſqu'ici nous avons toujours ſuppoſé l'œil placé en quelque point *O* de l'axe commun des ſurfaces réfringentes ou réfléchiſſantes; ſuppoſons-le maintenant en quelque point *o* de la droite *O o* perpendiculaire à l'axe *Q q*. Nous diſons que toutes les apparences ſeront les mêmes, ou qu'au moins elles ne ſeront pas ſenſiblement différentes de ce qu'elles étaient auparavant. Car ſoit *pq* la dernière image d'un objet, & *P Q* la pénultieme, ou l'objet même; ſoient menées les droites *po*, *qo*, qui rencontrent la ſurface la plus proche en *a* & en *c*; ſi on met l'œil en *o*, on verra les points *P* & *Q* dans les directions de ces droites *oa*, *oc*. Ainſi, menant *p O*, qui rencontre la ſurface en *A*, il eſt évident que, puiſque les directions *O A*, *o a*, ſelon leſquelles on voit le point *P*, ſont du même côté des directions *O C*, *oc*, ſuivant leſquelles on apperçoit le point *Q*, la ſituation apparente des extrémités *P*, *Q*, eſt la même dans les deux poſitions que l'on donne à l'œil, auſſi bien que la grandeur apparente, qui eſt meſurée par l'angle *a o c* (*Art. 104.*), ou par l'angle *p o q*, ou par *p O q*, ou par *A O C*. Car les petits angles *p o q*, *p O q*, étant ſoutendus par la même image *p q*, à des diſtances *p o*, *q O*, de *o* & de *O* à très-peu près égales, ſont auſſi à peu de choſe près égaux. La clarté apparente de l'objet eſt auſſi la même, parce que dans tous les points du plan perpendiculaire repréſenté par *O o*, la denſité des rayons qui entrent dans la prunelle, eſt à peu près la Fig. 208.

M

même (*Art.* 58.). Car les rayons viennent de la dernière image pq, ou vont s'y rendre de même que si c'était un corps lumineux. Enfin, le degré de distinction apparente ou de confusion est encore le même, parce que les angles formés en p & en q, soutendus par la prunelle placée en O & en o, ou, les inclinaisons mutuelles des rayons de chaque pinceau, approchent très-fort d'être égales.

131. Voici une observation générale sur la vision, qui mérite qu'on s'en souvienne. C'est que la distinction & la confusion apparentes d'un objet dépendent *de l'inclinaison mutuelle des rayons d'un pinceau quelconque, lorsqu'ils entrent dans l'œil* (*Art.* 116.); la grandeur apparente dépend *de l'inclinaison des rayons de différens pinceaux les uns aux autres, en entrant dans l'œil* (*Art.* 104.); la situation apparente est déterminée *par la situation réelle des pinceaux extrêmes, quand ils entrent dans l'œil* (*Art.* 103.); enfin la clarté & l'obscurité apparentes sont absolument dépendantes *de la quantité de rayons dans chaque pinceau* (*Art.* 68.).

CHAPITRE V.

Des idées acquises par la vue.

132. POUR pouvoir rendre raison de différentes apparences de la vision, il est nécessaire d'examiner comment nous acquérons par la vue les idées des objets. On connait le Problême célèbre que Molineux proposa à Locke. On demandait si rendant la vue à un aveugle de naissance devenu homme fait *, auquel on aurait

* Peut-être sera-t-on curieux de savoir comment cette question a été résolue par les Philosophes.

135. Mr. Molineux qui la proposa à Locke, & qui tenta de la résoudre, prononça que l'aveugle ne distinguerait pas le globe du cube; » car, dit ce Philosophe, quoique » l'aveugle ait appris par expérience, de » quelle manière le globe & le cube affec- » tent son attouchement, il ne sait pourtant » pas encore que ce qui affecte son attou- » chement de telle ou de telle manière, » doit frapper ses yeux de telle ou de telle » façon; ni que l'angle avancé du cube, » qui presse sa main d'une manière inégale, » doive paraître à ses yeux tel qu'il parait » dans le cube. »

136. Locke dit: » je suis tout-à-fait du senti- » ment de Mr. Molineux. Je crois que l'aveu- » gle ne serait pas capable, à la première vue, » d'assurer, avec quelque confiance, quel » serait le cube, & quel serait le globe, » s'il se contentait de les regarder, quoi- » qu'en les touchant, il pût les nommer &

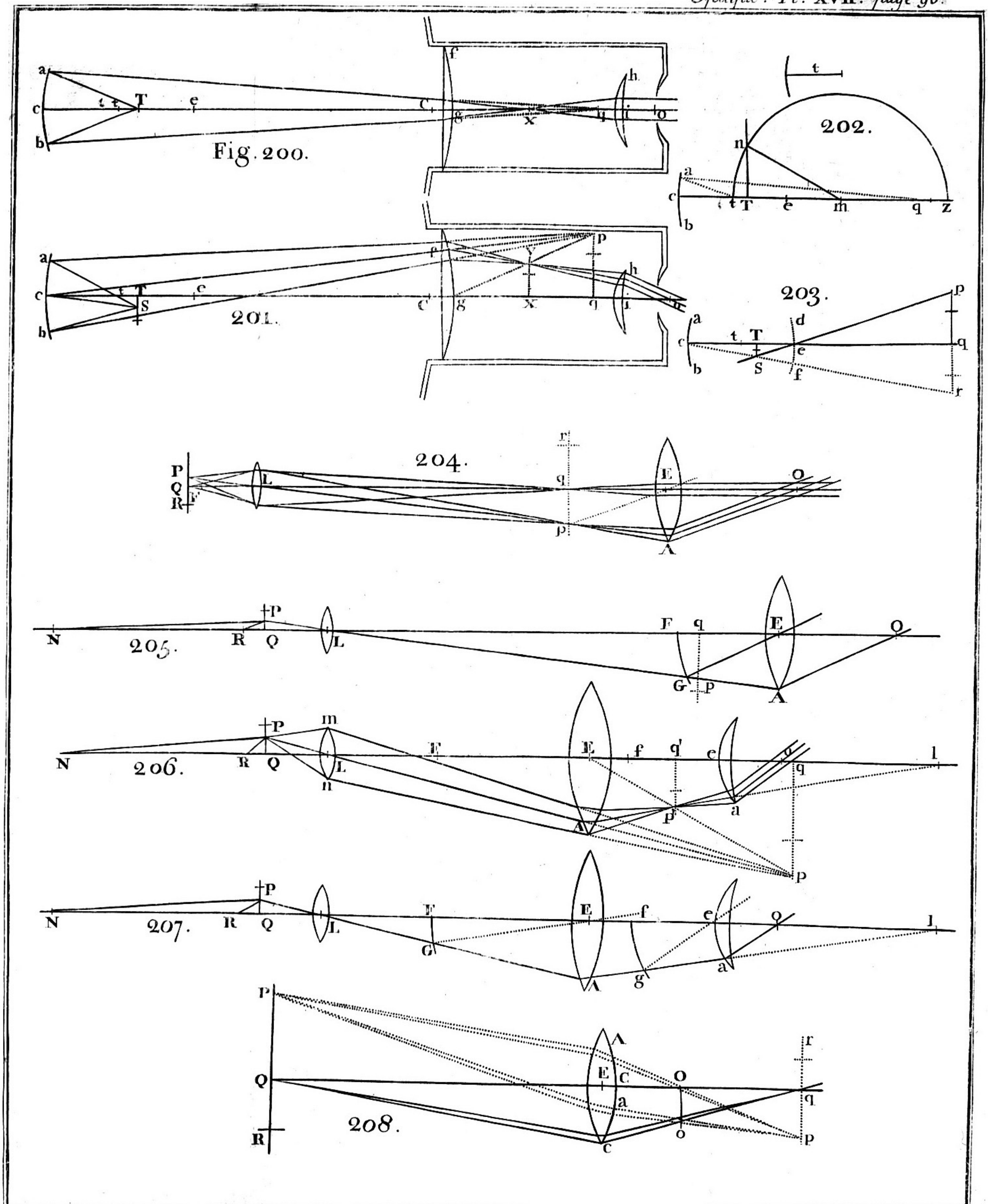


Fig. 200.
201.
202.
203.
204.
205.
206.
207.
208.

appris à distinguer par l'attouchement un globe d'un cube de même métal & à peu près de même grandeur, il pourrait les discerner en les voyant, sans les toucher, & dire quel est le

» les distinguer sûrement par la différence » de leurs figures, que l'attouchement lui » ferait connaître. »

137. Mr. Jurin prétend que, suivant Molineux même, le sens de la question n'est pas, comme Locke parait l'avoir cru, que l'aveugle décide, à la première vue, & sans avoir le tems de raisonner sur ce qu'il voit, quel est le globe & quel est le cube; mais que l'un & l'autre étant exposés au grand jour, & placés sur une table, l'aveugle ait la liberté de tourner autour, de les considérer attentivement de différens côtés, & de s'aider du raisonnement pour pouvoir les discerner plus sûrement. Il est constant que la question prise dans ce sens, est bien différente de celle que Locke a résolue, & que par conséquent on ne peut pas affirmer qu'il ait été précisément de la même opinion que Mr. Molineux. De la manière que Locke l'a considérée, on ne peut douter qu'il n'ait eu raison; mais en est-il de même de Mr. Molineux, qui considere ce problême avec les restrictions que nous venons de faire remarquer? Mr. Jurin prétend que non, & soutient que l'aveugle pourra distinguer alors le globe du cube: voici comme il le fait raisonner.

138. » Les deux corps que je vois devant » moi, sont, à ce qu'on me dit, l'un un » globe, & l'autre un cube; ils sont donc » d'une figure différente, & ils occasion- » nent en moi des sensations différentes » aussi. J'apprends donc par le peu d'expé- » rience que j'ai déja du nouveau sens que » j'ai acquis, que la diversité des corps en » produit dans la manière dont ils l'affec- » tent; & ma raison me dit que cela » doit être ainsi. Car si deux corps ont des » figures semblables, chacun d'eux doit » m'affecter de la même manière. Au con- » traire, si je me sens affecté différemment » par deux ou un plus grand nombre de » corps, je dois conclure que cette diver- » sité de sensations est occasionnée par la » diversité des figures de ces corps. »

» Mais je me trouve la vue différem- » ment affectée par un de ces corps, lors- » que je le regarde de différens côtés, & » que j'en observe chaque partie; il faut » donc que ces parties soient différentes » l'une de l'autre, & par conséquent le » corps n'est pas semblable par-tout. »

» Il n'en est pas de même de l'autre » corps. De quelque côté que je le consi- » dere, il me donne toujours la même » sensation; donc il est par-tout le même. »

» Or, je me souviens que, lorsqu'étant » encore aveugle, on me donna un globe » & un cube à toucher. En raisonnant sur » ce que je touchais, de la même manière » que je le fais maintenant sur ce qu'on » présente à mes yeux, je m'apperçus qu'un » globe & un cube sont non-seulement » d'une figure différente, mais même » qu'un globe était un corps parfaitement » semblable dans toutes ses parties, au lieu » qu'un cube ne l'était pas, & me parais- » sait composé de parties tout-à-fait diffé- » rentes l'une de l'autre. Ce corps donc que » mes yeux m'apprennent être par-tout » semblable, est indubitablement le globe, » & l'autre est le cube. »

139. Ainsi, conclut Mr. Jurin, notre aveugle distinguera le globe du cube, si on lui laisse la liberté d'examiner ces corps, comme il le jugera à propos, & de raisonner en conséquence.

140. Mais le raisonnement de cet aveugle a-t-il effectivement assez de force pour qu'il ne craigne pas de s'être trompé dans la distinction qu'il a faite des deux corps. Si on lui donne un peu plus de philosophie que Mr. Jurin ne paraît lui en accorder, outre qu'il se seroit bien gardé de décider avec tant d'assurance, ne pourrait-il pas ajoûter? » Mais cependant, qui m'a assuré qu'en » approchant de ces corps, & en ap- » pliquant mes mains sur eux, ils » ne tromperont pas subitement mon » attente, & que le cube ne me ren- » verra pas la sensation de la sphere, & » la sphere celle du cube? Il n'y a que » l'expérience qui puisse m'apprendre s'il y » a conformité de rélation entre la vue & » le toucher: ces deux sens pourraient être

globe & quel eſt le cube. Ces deux Philoſophes ſe décidèrent pour la négative ; & leur ſentiment a été depuis confirmé par l'expérience. On a trouvé que les perſonnes auxquelles on reſti-

» en contradiction dans leur rapport, ſans » que j'en ſuſſe rien; peut-être même croi-rai-je que ce qui ſe préſente actuellement » à ma vue, n'eſt qu'une pure apparence, » ſi l'on ne m'avait informé que ce ſont » là les mêmes corps que j'ai touchés. Celui-» ci me ſemble à la vérité devoir être le » corps que j'appellais cube, & celui-là » le corps que j'appellais ſphere ; mais on » ne me demande pas ce qu'il m'en ſemble, » mais ce qui en eſt, & je ſuis obligé de con-» venir que je ne ſuis nullement en état » de ſatisfaire à cette dernière queſtion. »

141. On ne peut s'empêcher de convenir qu'en conſéquence de réflexions auſſi ſolides, l'aveugle né ne ſe trouvât bien éloigné d'affirmer que le corps qu'il s'eſt d'abord perſuadé être le globe, le ſoit réellement, & que l'autre ſoit le cube ; & s'il veut diſſiper ſes doutes, il ne paraît pas qu'il ait d'autre parti à prendre, que de s'aſſurer par le toucher de la vérité de ſa déciſion.

142. L'Auteur *de la Lettre ſur les aveugles, à l'uſage de ceux qui voyent*, examine la même queſtion; mais il la prend d'une manière plus générale que Mr. Molineux ne l'a propoſée ; & ſous le point de vue ſous lequel il la conſidere, elle en embraſſe deux autres. Dans la première, on peut, dit-il, demander ſi l'aveugle né » verra, auſſi-tôt que l'opération de la » cataracte ſera faite. Dans la ſeconde, » au cas qu'il voye, s'il verra ſuffiſamment » pour diſcerner les figures ; s'il ſera en état » de leur appliquer ſûrement, en les voyant, » les mêmes noms qu'il leur donnait au » toucher, & s'il aura démonſtration que » ces noms leur conviennent. »

143. Les obſervations de Cheſſelden ſemblent décider la première de ces queſtions. L'Auteur de la Lettre eſt donc fondé à croire que la viſion ſe fait d'une manière très-imparfaite dans un aveugle né, auquel on vient de rendre la vue, ou dans un enfant qui ouvre les yeux pour la première fois; & que l'un & l'autre doivent voir d'abord très-confuſément. Ainſi, loin que l'aveugle puiſſe diſtinguer un globe d'un cube, on peut répondre qu'il ne verra pas même diſtinctement deux figures différentes. Mais il penſe que ſes yeux s'expérimenteront d'eux-mêmes, ſans le ſecours du toucher, qu'à la longue il les verra, de même que les autres objets, aſſez diſtinctement pour en diſcerner au moins les limites les plus groſſières. La raiſon qu'il en donne, ſemble d'abord aſſez forte; c'eſt que l'œil diſtinguant de lui-même les couleurs, ſans avoir beſoin du toucher, les limites des couleurs ſuffiront à la longue à l'aveugle pour diſcerner la figure ou le contour des objets. » Comme » ce n'eſt point le toucher, dit l'Auteur de » la lettre, qui apprend à l'œil à diſtinguer » les couleurs, il s'enſuit que ſi on pré-» ſente à un aveugle, à qui on vient de » reſtituer la vue, un cube noir, avec une » ſphere rouge, ſur un grand fond blanc, » il ne tardera pas à diſcerner les limites » de ces figures. »

144. Il tardera, ſi on veut, tout le tems néceſſaire pour que l'organe acquiere les diſpoſitions convenables pour être propre à la viſion; mais quelque ſoit ce tems, long ou court, quelles que ſoient ces diſpoſitions requiſes pour bien voir, » il faut con-» venir, ajoûte l'Auteur de la lettre, que » ce n'eſt point le toucher qui les lui donne, » que cet organe les acquiert de lui-même, » & que par conſéquent il parviendra à » diſtinguer les figures qui s'en peindront, » ſans le ſecours d'un autre ſens. »

145. L'aveugle parviendra donc à voir diſtinctement les objets, ſans que ſes yeux ayent eu beſoin du toucher pour acquérir l'aptitude néceſſaire. Mais » dans la ſuppo-» ſition qu'il acquît cette aptitude dans un » tems fort court, ou qu'il l'obtînt en agi-» tant ſes yeux dans les ténébres où l'on » aurait eu l'attention de l'enfermer, & de » l'exhorter à cet exercice, pendant quel-» que tems après l'opération & avant les » expériences, » s'enſuit-il delà que ſi on expoſe à ſa vue un globe & un cube, ſans l'avertir d'abord que ce ſont les deux corps qu'il ſait diſcerner par le toucher, il puiſſe

tuait la vue, par l'abaissement de la cataracte, ne distinguaient point les objets à la vue seule, quelque différence de figure & de grandeur qu'il y eut entr'eux. M. Chesselden a donné dans

deviner que l'un est celui qu'il appelle globe, & l'autre celui qu'il appelle cube. On peut répondre que non. Car n'y ayant aucune rélation entre le sens du toucher & celui de la vue, comment les apparences de cercle & de carré, sous lesquelles ces corps frappent sa vue, les lui feraient-t-elles reconnaître pour ceux qu'il aurait touchés? Il faudrait pour cela, que les sensations de la vue fussent capables de rappeller celles du toucher, ce qui ne peut être, puisque ces deux sens n'ayant point de rélation, il n'est pas vraisemblable que les sensations qui en viennent, puissent en avoir aucune. Donc si on expose aux yeux de l'aveugle un globe & un cube, sans l'avertir que ce sont les deux corps qu'il a appris à distinguer par l'attouchement, il ne pourra jamais dire que l'un est un globe & l'autre un cube. Mais si on a soin de l'en avertir, les reconnaitra-t-il, & sera-t-il en état de leur donner les noms qui leur conviennent?

146. L'Auteur de la Lettre répond d'abord que si c'est un homme grossier & sans connoissance, il prononcera au hazard; de sorte qu'il n'y aura aucun fond à faire sur son jugement, ou peut-être qu'il conviendra ingénuement qu'il n'apperçoit rien dans les objets qui se présentent à sa vue, qui ressemble à ce qu'il a touché.

147. Venant ensuite à un Métaphysicien, » il ne doute nullement que celui-» ci ne raisonnât dès l'instant où il com-» mencerait à appercevoir distinctement les » objets, comme s'il les avait vus toute sa » vie; & qu'après avoir comparé les idées » qui lui viennent par les yeux, avec celles » qu'il a prises par le toucher, il ne dît » avec la même assurance, que ceux qui » voyent: je serais tenté de croire que » c'est ce corps que j'ai toujours nommé » cercle, & que c'est celui-ci que j'ai » toujours appellé carré; mais je me gar-» derai bien de prononcer que cela est ainsi. » Qui m'a révélé que si j'en approchais, ils » ne disparaîtraient pas sous mes mains? » Que sçais-je si les objets de ma vue » sont destinés à être aussi les objets de » mon attouchement? J'ignore si ce qui » m'est visible, est palpable; mais quand » je ne serais point dans cette incertitude, » & que je croirais sur la parole des per-» sonnes qui m'environnent, que ce que je » vois est réellement ce que j'ai touché, » je n'en serais guere plus avancé. Ces » objets pourraient fort bien se transformer » dans mes mains, & me renvoyer par le » tact, des sensations toutes contraires à » celles que j'en éprouve par la vue. » Messieurs, ajoûterait-il, ce corps me » semble le carré, celui-ci le cercle; mais » je n'ai aucune science qu'ils soient tels au » toucher qu'à la vue. »

148. Un Géométre, Sauderson par exemple, dira de même, que s'il en croit ses yeux, l'une des figures qu'il voit est un carré, l'autre est un cercle, parce qu'il lui paraît pouvoir, au moyen de certaines lignes tirées, démontrer sur l'une les propriétés du carré qu'il connaît déja par le toucher, & sur l'autre les propriétés du cercle; » mais cependant, aurait-il dit, » peut-être que quand j'appliquerai mes » mains sur ces figures, elles se transfor-» meront l'une en l'autre; de manière que » la même figure pourrait me servir à dé-» montrer aux aveugles les propriétés du » cercle, & à ceux qui voyent, les pro-» priétés du carré. Peut-être que je verrais » un carré, & qu'en même tems je sentirais » un cercle. Non, aurait-il repris, je me » trompe. Ceux à qui je démontrais les » propriétés du cercle & du carré, ne tou-» chaient point mes figures & se conten-» taient du témoignage de leurs yeux; » cependant ils me comprenaient. Ils ne » voyaient donc pas un carré, quand je » sentais un cercle; sans quoi nous ne nous » fussions jamais entendus; mais puisqu'ils » m'entendaient tous, tous les hommes » voyent donc les uns comme les autres; » je vois donc carré ce qu'ils voyaient carré, » & circulaire ce qu'ils voyaient circulaire. » Ainsi voilà ce que j'ai toujours nommé » carré, & voilà ce que j'ai toujours nommé » cercle. »

les *Transactions Philosophiques*, N°. 402, & dans le 55^me^ Article du *Tatler*, une relation très-curieuse des observations qu'il avait faites sur la manière dont un jeune homme de 13 ans, auquel il avait abaissé les cataractes, commença à voir. Nous allons l'insérer ici telle à peu près qu'il l'a donnée.

133. Avant de commencer le recit de mes observations, je dois avertir que ce jeune homme n'était point parfaitement aveugle. Il distinguait le jour de la nuit, & toutes les personnes qui, comme lui, ne sont privées de la vue que par des cataractes *, ont la

L'Auteur substitue le cercle à la sphere & le carré au cube, parce que comme on ne peut douter que ce n'est que par l'expérience jointe au toucher, que nous jugeons des distances, celui qui se sert de ses yeux pour la première fois, ne doit voir que des surfaces, & qu'il ne sait ce que c'est que saillie; car la saillie d'un corps à la vue ne consiste qu'en ce que quelques-uns de ses points paraissent plus voisins de nous que les autres.

149. Nous regrettons de ne pouvoir citer le sentiment de Mr. l'Abbé de Condillac sur cette question, n'ayant pas dans le moment entre les mains l'ouvrage où il l'expose. Nous savons seulement que dans l'examen qu'il en fait, il observe que les conditions que les deux corps soient de même métal, & à peu près de même grosseur, sont absolument superflues. Ce qui ne peut être contesté, dit l'Auteur de la lettre, puisque n'y ayant aucune liaison essentielle entre la sensation de la vue & celle du toucher, on pourrait voir deux pieds de diamétre à un corps qui disparaîtrait sous la main. Au reste on pourra juger du sentiment de Mr. de Condillac, à l'aide de l'extrait que nous donnerons bientôt de quelques endroits de son Traité des Sensations, concernant la vue.

150. * Cette cause de cœcité connue sous le nom de *Cataracte*, consiste, selon ce qu'on a cru jusqu'à nos jours, dans l'opacité du cristallin; mais un examen plus approfondi de cette maladie, a fait connaître depuis peu qu'elle n'a pas toujours son siége dans cette partie. Mr. Tenon, (*Mém. des Savans Étrangers, Tom. III.*) vient de prouver invinciblement par une suite d'observations délicates & curieuses, que la cataracte réside souvent dans la membrane qui enveloppe le cristallin. Il fait voir que dans cette maladie le cristallin est souvent transparent, & que *c'est l'opacité de* la capsule qui le rend inutile, & intercepte la lumière; que soit que le cristallin soit transparent ou opaque, cette membrane est altérée & malade dans les deux cas, *mais* beaucoup plus dans le dernier, au point qu'elle est quelquefois presque ruinée, & que c'est la raison pour laquelle le cristallin tombe souvent de lui-même, sans qu'il soit nécessaire d'ouvrir cette capsule; qu'enfin une nouvelle preuve qu'elle est certainement altérée, c'est que ses débris *restés* dans l'œil, peuvent empêcher de voir parfaitement, & que par conséquent il faut, pour la perfection de l'opération, la détruire le plus qu'il est possible; qu'au reste, il ne faut pas toujours compter avoir rendu la vue au malade par l'extraction du cristallin, & la destruction de la capsule antérieure, parce qu'il peut très-bien arriver que la capsule postérieure se trouve opaque. Il paraîtrait s'ensuivre que dans tous les cas où le cristallin est transparent, il suffirait pour rendre la vision, de le priver de sa capsule. » Mais, comme le remarque Mr. Tenon, » la difficulté de sçavoir si le cristallin est » opaque ou transparent dans une cataracte » capsulaire antérieure, celle qu'on trouverait à détruire cette capsule sans intéresser » le cristallin & le déranger, & de plus la » crainte qu'étant privé de ses membranes, » il ne le fût aussi de sa nourriture & ne » perdît sa transparence; toutes ces choses, » dis-je, doivent nous obliger à nous comporter toujours comme si le cristallin était » opaque, & nous inspirer des précautions » pour ruiner cette capsule. »

151. L'opération de la cataracte ne s'est pas

même faculté. Il diſtinguait même à une forte lumière, le blanc, le noir & le rouge vif qu'on appelle écarlate, ce que font auſſi pour la plûpart les aveugles de cette eſpece; mais il lui était impoſſible d'appercevoir la forme des objets.

On ne lui fit d'abord l'opération que ſur un œil, quoiqu'il diſtinguât auparavant pluſieurs couleurs à une forte lumière, les faibles idées qu'il s'en était formées, ne ſe trouverent pas ſuffiſantes pour qu'il put les reconnaître, lorſqu'il les vit en effet: il diſait que ces couleurs qu'il voyait, n'étaient pas les mêmes que celles qu'il avait vues autre fois. Le rouge écarlate lui parut la plus belle de toutes les couleurs, & il la trouva la plus gaie & la plus agréable de celles qu'il diſcernait étant aveugle, au lieu que la première fois qu'il vit du noir, il en fut affecté deſagréablement; cependant il s'y fit: mais voyant quelques mois après une Négreſſe, il ſe ſentit ſaiſi d'horreur.

Lorſqu'il vit pour la première fois, il était ſi éloigné de pouvoir juger en aucune façon des diſtances, qu'il croyait que tous les objets indifféremment touchaient ſes yeux (ce fut l'expreſſion dont il ſe ſervit) comme les choſes qu'il palpait, touchaient ſa peau. De tous les objets, ceux qui ſont unis & d'une forme régulière, lui parurent les plus agréables, quoiqu'il ne pût former

toujours faite comme aujourd'hui. Anciennement & juſqu'à ces derniers tems, la méthode qu'on ſuivait, conſiſtait à percer la cornée opaque pour y introduire une aiguille convenable, avec laquelle on détachait le criſtallin du lieu qu'il occupe; après quoi on le rangait dans la partie inférieure de l'œil, au-deſſous de la prunelle. Comme la cataracte peut remonter après avoir été abaiſſée, & que cette méthode préſente encore d'autres inconveniens, Mr. Mery propoſa dans les Mémoires de l'Académie des Sciences de 1707, l'extraction totale du criſtallin par une inciſion faite à la cornée. Par une ſorte de fatalité attachée aux vues & aux découvertes utiles, cette pratique, malgré ſon importance, reſta long-tems dans l'oubli. Ce n'a été que dans ces derniers tems que Mr. Daviel a penſé le premier à ſuivre les vues de Mr. Mery. Sa méthode, qui eſt celle qu'on ſuit maintenant, conſiſte à inciſer d'abord la cornée tranſparente inférieurement près de l'albuginée; puis on acheve de couper demi-circulairement la cornée tranſparente à droite & à gauche juſqu'au deſſous de la prunelle. Enſuite on ouvre la partie antérieure de la capſule du criſtallin, & on emporte ce corps hors de l'œil; ce qui eſt bientôt fait. Mais il faut avoir attention, comme Mr. Tenon le remarque, de ruiner la capſule afin qu'elle ne forme plus elle-même d'obſtacle à la lumière.

L'opération faite, les bords de la cornée tranſparente ſe rejoignent à la cornée opaque; l'humeur aqueuſe ſe repare, & l'œil ſe trouve rétabli en peu de tems. Quoiqu'il recouvre la faculté dont il était privé, la ſomme totale des réfractions des rayons qui y entrent, n'étant plus la même, & étant néceſſairement diminuée, les rayons ne ſe raſſemblent qu'imparfaitement ſur le fond de l'œil, & la viſion n'eſt point diſtincte. On corrige ce défaut, comme on fait, au moyen d'un verre convexe qu'on met devant l'œil.

aucun jugement de leur figure, ni dire pourquoi ils lui plaisaient le plus. Il ne connaissait la forme d'aucun objet, & ne distinguait aucunes choses d'une autre, quelques différentes qu'elles fussent de figure & de grandeur. Lorsqu'on lui montrait des choses qu'il connaissait auparavant par le toucher, il les regardait attentivement, pour les reconnaître une autre fois; mais ayant trop d'objets à retenir à la fois, il en oubliait la plus grande partie. J'apprends, disait-il, mille choses dans un jour, & j'en oublie tout autant. Il fut bien surpris que ce qu'il aimait le mieux, ne fût pas le plus agréable à ses yeux; il s'attendait de trouver plus belles que les autres les personnes qu'il aimait le plus. Il ne considéra pendant long-tems les tableaux, que comme des plans colorés. Ce ne fut qu'après l'espace de deux mois qu'il découvrit qu'ils représentaient des corps solides, & il parut avoir fait cette découverte tout-à-coup. Lorsqu'il commença à reconnaître que ces tableaux représentaient des corps solides, il s'attendait à trouver en effet des corps solides en touchant la toile du tableau, & il fut extrêmement surpris, lorsqu'en touchant les parties, qui par la lumière & les ombres lui paraissaient rondes & inégales, il les trouva plates & unies comme le reste; il demandait quel était le sens qui le trompait, si c'était la vue ou le toucher?

Mais son étonnement fut extrême, lorsqu'on lui montra le portrait en mignature de son pere. Il ne concevait pas comment un visage aussi large pouvait tenir dans un si petit espace : cela lui paraissait aussi impossible, disait-il, que de mettre un muid dans une pinte.

Dans les commencemens il ne pouvait supporter qu'une très-petite lumière, & tous les objets lui paraissaient fort grands; mais à mesure qu'il en voyait de plus grands, les premiers lui semblaient se rappetisser. Il croyait qu'il n'y avait rien au-delà des limites de ce qu'il voyait; quoiqu'il sût bien que la chambre où il était, ne faisoit qu'une partie de la maison, il ne pouvait comprendre comment toute la maison pouvait paraître plus grande. Il ne se prêta qu'avec peine à l'opération, tant il attendait peu d'avantage du nouveau sens qu'elle devait lui procurer; & il ne se détermina à la souffrir que par le desir qu'il avait de savoir lire & écrire. Il disait qu'il ne concevait pas qu'il pût avoir plus de plaisir à diversifier ses promenades, qu'à rester dans son jardin

qu'il

qu'il connaiſſait parfaitement. Il n'imaginait pas comment il pourrait ſe conduire à l'œil dans ceux où il n'avait pas été ; il avait même remarqué que ſon état de cœcité lui procurait l'avantage d'aller par-tout dans l'obſcurité, plus aiſément & plus ſûrement que ceux qui voyent ; avantage qu'il conſerva long-tems après qu'on lui eût rendu la vue : il parcourait de nuit toute la maiſon ſans lumière. A chaque nouvel objet qu'il voyait, il goûtait un plaiſir nouveau, & ſi vif qu'il ne pouvait l'exprimer. Un an après l'opération, on le mena à Epſom, où la vue eſt très-variée & très-étendue, il fut enchanté du ſpectacle, & il l'appella une nouvelle manière de voir. Plus d'un an après, lui ayant fait l'opération ſur l'autre œil, il vit d'abord de ce ſecond œil, les objets beaucoup plus grands que de l'autre, mais cependant moins grands qu'il ne les avait vus du premier œil ; & lorſqu'il regardait un objet des deux yeux, il diſait qu'il lui paraiſſait une fois plus grand qu'avec ſon premier œil ſeul ; mais il ne le voyait pas double : au moins n'en a-t-il rien dit.

134. Mr. Cheſſelden rapporte dans un autre Mémoire, qu'il avait également reſtitué la vue à d'autres aveugles de cette eſpèce, qui ne ſe ſouvenaient pas d'avoir jamais vu ; & il aſſure que lorſqu'ils commençaient à apprendre à voir, ils avaient dit les mêmes choſes que le jeune homme dont on vient de parler *, à cette différence près qu'ils détaillaient moins les particula-

152.* Tout ce qu'on peut conclure d'obſervations faites ſur des gens qui ne ſont point dans l'habitude de réfléchir, & qu'on ne croira certainement jamais bien capables de comparer leur nouvel état avec l'ancien, ni d'en détailler les particularités avec exactitude, c'eſt que dans un aveugle né auquel on vient d'extraire les cataractes, ou dans un enfant qui ouvre les yeux pour la première fois, (car il paraît qu'il doit en être la même choſe de l'un & de l'autre), le ſens de la vue eſt d'abord très-confus ; qu'il ne ſe perfectionne que peu à peu ; que par conſéquent nous ſommes obligés d'apprendre à voir à peu près comme à parler ; & qu'enfin le ſens de la vue encore novice & peu exercé, a beſoin du toucher & de l'expérience pour rectifier ſes jugemens.

153. „ Au reſte, dit l'Auteur de la Lettre » ſur les aveugles, on cherche à reſtituer la » vue à des aveugles nés ; mais ſi l'on y » regardait de plus près, on trouverait, je » crois, qu'il y a bien autant à profiter » pour la Philoſophie, en queſtionnant un » aveugle de bons ſens. On apprendrait » comment les choſes ſe paſſent en lui ; on » les comparerait avec la manière dont elles » ſe paſſent en nous, & l'on tirerait peut-» être de cette comparaiſon, la ſolution des » difficultés qui rendent la théorie de la » viſion & des ſens ſi embarraſſée & ſi » incertaine.... Si l'on voulait donner quel-» que certitude à des expériences, il fau-» drait du moins que le ſujet fût préparé de » longue main, qu'on l'élevât, & peut-» être qu'on le rendit Philoſophe.... Il

rités de leur nouvel état; & tous avaient ceci de commun, que n'ayant jamais eu besoin de mouvoir leurs yeux pendant le tems de leur cœcité, ils étaient fort embarrassés comment pouvoir le faire, & les diriger sur l'objet qu'ils voulaient regarder : ce ne fut que par degrés & avec le tems qu'ils acquirent cette faculté.

135. Examinons présentement par quels moyens un aveugle né, à qui on a abaissé les cataractes, peut apprendre à discerner les lieux, les grandeurs, les figures & les distances des objets *. Puisqu'il ne peut tourner l'œil vers un objet en particulier, dont

» serait très-à-propos de ne commencer » les observations que long-tems après » l'opération. Pour cet effet, il faudrait traiter le malade dans l'obscurité, & s'assurer » bien que sa blessure est guérie & que ses » yeux sont sains.... Mais ce n'est pas tout: » ce serait encore un point fort délicat, que » de tirer parti d'un sujet ainsi préparé, & » que de l'interroger avec assez de finesse, » pour qu'il ne dît precisément que ce qui » se passe en lui.... Les plus habiles gens » & les meilleurs esprits ne seraient pas » trop bons pour cela. Préparer & interroger » un aveugle né, n'eut point été une occu- » pation indigne des talens réunis de » Newton, Descartes, Locke & Leibnitz. »

154. Mr. l'Abbé de Condillac donne *dans son Traité des Sensations* de nouvelles vues pour faire ces observations, trop sages & trop judicieuses, pour que nous ne croyions pas obliger les Lecteurs en les rapportant ici. » Une précaution à prendre, dit ce célébre » Métaphisicien, avant l'opération des cata- » ractes, ce serait de faire réfléchir l'aveugle » né sur les idées qu'il a reçues par le tou- » cher; en sorte qu'étant en état d'en rendre » compte, il pût assurer si la vue les lui » transmet, & dire de lui-même ce qu'il » voit, sans qu'on fût presqu'obligé de lui » faire des questions. »

155. » Les cataractes étant abaissées, il » serait nécessaire de lui défendre l'usage de » ses mains, jusqu'à ce qu'on eut reconnu » les idées auxquelles le concours du tou- » cher est inutile. On observerait si la » lumière qu'il apperçoit lui parait fort éten- » due; s'il lui est possible d'en déterminer » les bornes; si elle est si confuse qu'il n'y » puisse pas distinguer plusieurs modifica- » tions. Après lui avoir montré deux cou- » leurs séparément, on les lui montrerait » ensemble; & on lui demanderait s'il recon- » nait quelque chose de ce qu'il a vu.... » On examinerait sur-tout s'il discerne les » grandeurs, les figures, les situations, » les distances & le mouvement. Mais il » faudrait l'interroger avec adresse, & éviter » toutes les questions qui indiquent la » réponse.... Un moyen bien sûr pour » faire des expériences capables de dissiper » tous les doutes, ce serait d'enfermer dans » une loge de glace l'aveugle à qui on vien- » drait d'abattre les cataractes. Car ou il » verra les objets qui sont au-delà, & ju- » gera de leur forme & de leur grandeur, » ce qui prouverait que l'œil juge, sans » avoir tiré aucun secours du tact, ou il » n'appercevra que l'espace borné par les » côtés de sa loge, & ne prendra tous ces » objets que pour des surfaces différemment » colorées, qui lui paraîtront s'étendre à » mesure qu'il y portera la main; ce qui » ferait voir alors que l'œil ne juge qu'après » avoir consulté le tact. »

156.* Ce sera toujours une chose étrange & inconcevable pour le commun des hommes, que de prétendre que l'œil ne juge par lui-même, ni des distances, ni des situations, ni des grandeurs, ni même des figures des objets; qu'il est dans la nécessité de s'instruire, & que son maître est le sens du toucher. Il n'est presque personne qui ne croye que nous avons toujours vu, comme nous voyons, tant il est difficile d'imaginer que les idées d'étendue, de grandeur, de distance, &c. si intimément unies par l'habitude aux sensations de couleur & de lumière, en ayent jamais été le toucher lui a appris la place, supposons d'abord son œil en repos, & qu'après avoir appris à discerner sa main ou le bout de son doigt, il le meuve doucement en haut & en bas. Pen-

séparées, & qu'elles ne puissent être suggerées que par le toucher.

157. Il est cependant actuellement hors de doute que nos yeux ont besoin d'apprendre à voir, & que c'est le toucher qui les instruit. Mais les Philosophes ne sont pas également d'accord sur l'étendue des secours qu'ils retirent de ce sens. Tous jusqu'à Berkelai ont trop limité les instructions qu'ils sont obligés d'en recevoir. Il est le premier qui ait avancé que le toucher nous est nécessaire pour apprendre à voir des grandeurs, des figures, des objets en un mot, & que sans ses leçons, nos yeux ne distingueraient rien de tout cela. L'analise que Mr. l'Abbé de Condillac a faite des sens de la vue & du toucher, ou plutôt de ce qu'ils nous apprennent séparément & réunis, en faisant celle des connaissances que nous devons à nos sens, confirme le sentiment de Berkelai. Après avoir montré que nos yeux ne voyent par eux-mêmes que de la lumière & des couleurs, qu'ils n'apperçoivent ni étendue, ni grandeur, ni figure, &c. qu'enfin ils n'ont aucune connaissance des objets qui agissent sur eux, fait voir ensuite que le toucher est le seul de nos sens qui puisse immédiatement & par lui-même, découvrir les différens corps dont nous sentons les impressions, discerner leurs formes, leurs grandeurs, leurs situations, &c. D'où il conclut avec raison la nécessité de ce sens pour montrer aux yeux les objets qui occasionnent leurs sensations, leur apprendre à les voir colorés, étendus, figurés, &c. à répandre en un mot sur eux la lumière & les couleurs.

158. En effet, Mr. de Condillac ayant remarqué que les sensations de lumière & de couleur (de même que toutes nos sensations) ne sont que des manières d'être, que des modifications de notre ame; que par conséquent comme elle ne les éprouve qu'en elle, il est impossible qu'elle les apperçoive hors d'elle; on ne peut plus douter que les sensations de lumière & de couleur ne peuvent porter avec elles les idées d'étendue, de grandeur, de figure, &c. de sorte que nos yeux n'ont par eux-mêmes d'autre propriété que de modifier l'ame, sans qu'ils puissent jamais lui donner connaissance des objets qui occasionnent ses manières d'être. Eh! comment le pourraient-ils? la sensation produite par l'impression de la lumière sur le fond des yeux, n'est-t-elle pas comme terminée & circonscrite par la partie de l'organe qui reçoit l'impression? « L'extrémité du rayon, dit » Mr. de Condillac, qui frappe la rétine, » produit une sensation; mais cette sensa- » tion ne se rapporte pas d'elle-même à » l'autre extrémité du rayon; elle reste » dans l'œil, elle ne s'étend point au-delà; » & l'œil est alors dans le même cas qu'une » main qui au premier moment qu'elle tou- » cherait, saisirait le bout d'un bâton. Il est » évident que cette main ne connaîtrait que » le bout qu'elle tiendrait, elle ne saurait » encore rien découvrir de plus dans sa » sensation. »

159. Loin donc de rapporter les sensations de lumière & de couleur aux objets qui les occasionnent, & d'appercevoir comme nous faisons ces objets colorés, étendus, figurés, &c. nous ne pourrions pas même, avec nos yeux seuls, découvrir ces objets, & nous ne verrions jamais que de la lumière & des couleurs. Mais il y a plus, nous ignorerions jusqu'à la manière de mouvoir nos yeux, jusqu'à leur mobilité même. C'est ce que Chesselden a remarqué dans tous ceux auxquels il a restitué la vue.

160. Le toucher ayant la faculté de connaître par lui-même les objets, d'en distinguer les formes, les grandeurs, &c. était donc absolument nécessaire pour faire appercevoir aux yeux ceux dont ils reçoivent les impressions, en leur apprenant à rapporter leurs sensations à l'extrémité des rayons; pour les conduire sur les diverses parties de la surface de ces objets, afin de leur en faire distinguer l'étendue, la figure, la grandeur, &c. & leur procurer par conséquent, en leur apprenant à se fixer sur les objets, l'habitude des mouvemens propres à la vision. Mais de quelle manière peut-il s'y

dant ce mouvement, il ne peut s'empêcher d'appercevoir quelqu'espèce de changement dans ce qu'il voit, occasionné par le mouvement correspondant de l'image de son doigt sur différentes

prendre pour les instruire ? Quelles expériences, quelles observations leur fera-t-il faire, pour qu'ils rapportent, souvent à des distances immenses, ce qu'ils ne sentent qu'en eux-mêmes ? On est frappé de la simplicité, & en même tems de la vérité de celles que Mr. de Condillac imagine que ce sens peut employer. Nous ne pouvons nous refuser au plaisir d'en rapporter quelques-unes, ne fut-ce que pour inspirer au Lecteur le desir de voir l'excellent ouvrage d'où nous les tirons, & auquel nous sommes forcés de renvoyer pour les preuves de plusieurs vérités que nous n'avons pu qu'énoncer.

161. » Supposons, dit ce judicieux & » savant Métaphisicien, que l'œil s'ouvre » pour la première fois à la lumière. Il est » certain que notre ame sera modifiée ; » mais cette modification n'est qu'en elle, » & elle ne saurait encore être étendue ni » figurée. ,,

» Si quelque circonstance nous fait porter » la main sur nos yeux, aussi-tôt le senti- » ment que nous éprouvions, s'affaiblit ou » s'évanouit tout-à-fait. Nous retirons la » main, ce sentiment se reproduit. En répé- » tant ces expériences, nous jugeons bientôt » ces sensations de notre ame sur l'organe » que notre main touche. ,,

» Mais les rapporter à cet organe, c'est » les étendre sur toute la surface extérieure » que la main sent. Voilà donc déja les » modifications simples de l'ame, qui pro- » duisent au bout des yeux le phénomene » de quelque chose d'étendu ; c'est l'état » où se trouva d'abord l'aveugle de Ches- » selden, lorsqu'on lui eut abaissé les » cataractes. ,,

162. » Par curiosité ou par inquiétude, » nous portons la main devant nos yeux, » nous l'éloignons, nous l'approchons, & » la surface que nous voyons en est plus » lumineuse ou plus obscure. Aussi-tôt nous » attribuons ces changemens au mouvement » de notre main ; & comme nous savons » qu'elle se meut à une certaine distance, » nous commençons dès-lors à juger les » couleurs à quelque distance de nos yeux. ,,

163. » Alors nous touchons un corps » que nous avons devant les yeux ; je le » suppose d'une seule couleur, bleu, par » exemple. Dans cette supposition le bleu, » qui paraissait auparavant à une distance » indéterminée, doit actuellement paraître » à la même distance que la surface que la » main touche, & cette couleur s'étendra » sur cette surface, comme elle s'est d'abord » étendue sur la surface extérieure de l'œil. » La main dit en quelque sorte à la vue, » *le bleu est sur chaque partie que je par-* » *cours ;* & la vue à force de répéter ce » jugement, s'en fait une si grande habi- » tude, qu'elle parvient à sentir le bleu où » elle l'a jugé. ,,

164. » Par de semblables expériences, » nous accoutumons insensiblement nos » yeux à se fixer sur les objets que nous » touchons ; nous leur donnons l'habitude » de se mouvoir ; & bientôt ils découvrent » d'eux-mêmes les objets que la main saisit, » & sur lesquels elle semble répandre la » lumière & les couleurs. ,,

165. » En conduisant la main, des yeux » sur les corps, & des corps sur nos yeux, » nous mesurons les distances. Si nous » approchons ensuite ces mêmes corps & » que nous les éloignions alternativement, » en étudiant les impressions que nos yeux » reçoivent chaque fois, nous nous accou- » tumerons insensiblement à lier ces im- » pressions avec les distances connues par » le tact, & nous verrons les objets tantôt » plus près, tantôt plus loin, parce que » nous les verrons où nous les touchons. »

166. » Si nous jettons les yeux sur un » globe, l'impression que nous en recevons » ne représentera qu'un cercle plat mêlé » d'ombre & de lumière ; nous ne verrons » donc pas un globe, nous ne démêlerons » pas même un cercle ; car nos yeux n'au- » ront point encore appris à régler leurs » mouvemens pour saisir l'ensemble d'une » figure. Mais touchant le globe, & condui- » sant de la main notre vue sur toute la » surface, nous jugerons que la couleur que

parties du fond de son œil. S'il observe alors avec assez de soin pour s'en ressouvenir, la sensation qu'il aura éprouvée, lorsqu'il portait son doigt quelque part, par exemple, au-dessus de son œil,

» nous voyons s'étend & prend de la ron-» deur & du relief. En réïtérant cette expé-» rience, nous répéterons le même juge-» ment. Par-là nous lierons les idées de » rondeur & de convexité à l'impression » que fait sur nous un certain mélange » d'ombre & de lumière ; de sorte que » toutes les fois que nos yeux appercevront » un semblable mélange d'ombre & de » lumière, ils jugeront la surface qui la » réfléchit convexe & ronde, ils jugeront » que c'est celle d'un globe, & par consé-» quent qu'ils voyent un globe. »

167. » Nous apprendrons également à » voir un cube, nos yeux faisant une étude » des impressions qu'ils reçoivent au mo-» ment que la main sent les faces & les » angles de cette figure ; nous contracterons » l'habitude de remarquer dans les différens » degrés de lumière, les mêmes angles & » les mêmes faces ; & ce n'est qu'alors que » nous discernerons un globe d'un cube. » L'œil ne parvient donc à voir distincte-» ment une figure que parce que la main lui » apprend à en saisir l'ensemble. Il faut » qu'elle le conduise sur toutes les parties » visibles d'un corps, qu'elle les lui fasse » remarquer, & qu'en même tems l'œil » étudie les diverses impressions de la » lumière qu'il en reçoit.... »

168. » La main dirigeant les yeux sur les » différentes parties d'un objet, ils les » apperçoivent donc où le toucher leur » apprend qu'elles doivent être : ils voyent » en haut ce qu'il leur fait juger en haut, » en bas ce qu'il leur fait juger en bas ; en » un mot, ils voyent les objets dans la » même situation que le tact les représente. »

» Le renversement de l'image n'y met » aucun obstacle, parce que tant qu'ils n'ont » pas été instruits, il n'y a proprement ni » haut ni bas pour eux. Le toucher qui » peut seul découvrir ces sortes de rapports, » peut seul aussi leur apprendre à en juger. »

» D'ailleurs ne voyant au-dehors que » parce qu'ils rapportent les couleurs sur » les objets que la main touche, il faut » nécessairement qu'ils s'accordent à porter » sur les situations les mêmes jugemens que » le toucher. „

169. » Comme chaque œil fixe l'objet » que la main saisit, chacun rapporte les » couleurs à la même distance, au même » lieu ; & comme le renversement de » l'image ne leur empêche pas de voir un » objet dans sa vraie situation, la même » image quoique double, ne leur empêche » pas de le voir simple. La main les force » à juger d'après ce qu'elle sent en elle-» même, en les obligeant de rapporter » au-dehors les sensations qu'ils éprouvent » en eux ; elle les leur fait rapporter à cha-» cun sur l'unique objet qu'elle touche, & au » seul endroit même où elle le touche. Il n'est » donc pas naturel qu'ils le voyent double. „

170. » Par la même raison, elle leur » apprend au même instant à juger des » grandeurs. Dès qu'elle leur fait voir les » couleurs sur ce qu'elle touche, elle leur » apprend à les étendre chacune sur toutes » les parties qui les leur envoient : elle » dessine devant eux une surface dont elle » marque les bornes. Ainsi, soit que la » main éloigne ou qu'elle approche un » objet, il leur paraît de la même grandeur, » quoiqu'alors l'image augmente ou dimi-» nue ; comme il leur paraît simple & dans » sa situation, quoique l'image soit double » & renversée. „

171. » Enfin elle leur fait voir le mouve-» ment des corps ; parce qu'elle les accou-» tume à suivre les objets qu'elle fait passer » d'un point de l'espace à l'autre. „

172. C'est ainsi que nos yeux parviendraient à juger de la distance, de la figure, de la situation, de la grandeur & du mouvement des objets, qui ne passent point la portée de la main. Mais quant à ceux qui sont plus éloignés, nous les verrions à l'extrémité de l'espace auquel nos expériences auraient borné notre vue, parce que le toucher n'aurait point encore appris aux yeux à voir au-delà. Nous ne pourrions distinguer que leur figure & leur situation ; mais nous nous tromperions nécessairement sur leur grandeur comme sur leur distance. Les idées

toutes les fois qu'il éprouvera une ſenſation pareille, occaſionnée par une autre image du même ou d'un objet différent, formée au même endroit du fond de l'œil, il conclura que cet objet, dont le lieu lui eſt inconnu, eſt au-deſſus de ſon œil, ou à l'endroit où il avait tenu ſon doigt. Par de ſemblables obſervations faites avec ſa main, multipliées & répetées, il peut apprendre à diſcerner à la vue, non-ſeulement le mouvement d'un corps, mais encore ſuivant quelle direction ſe fait ce mouvement par rapport à lui-même, & par conſéquent à connaître l'étendue & ſa ſituation, ce qui le conduira à diſtinguer les figures des corps. Il peut encore apprendre à connaître les figures, en parcourant les contours des corps avec ſon doigt, & en obſervant les diverſes inflexions & variétés de ſes mouvemens; & en général en comparant les idées engendrées par la vue, avec celles qui lui viennent du toucher. Et venant à remarquer que l'apparence d'un même objet change ſelon que l'œil s'en appro-

de grandeur, que le toucher nous aurait donné l'habitude d'unir aux diverſes impreſſions que les objets qui ne ſont point au-delà de la portée de la main, font ſur nos yeux, ne ſerviraient qu'à nous jetter dans l'erreur.

173. Mais il ſerait facile de redreſſer nos jugemens. Si un objet eſt trop éloigné pour que nous puiſſions le ſaiſir avec la main, approchons de lui juſqu'à le toucher, enſuite éloignons-nous en, & faiſons cet exercice pluſieurs fois; inſenſiblement nous nous accoûtumerons à le voir hors de la portée de la main. Par le mouvement que nous aurons fait pour nous en éloigner, nous jugerons à peu près de ſa diſtance; & nous aurons l'idée de ſa grandeur par le ſouvenir que nous aurons conſervé de celle dont nous l'aurons jugé lorſque nous en étions à la portée de la main. S'il vient à ſe mouvoir, nous appercevrons ſon mouvement par les changemens qui arriveront aux impreſſions qui ſe font ſur nos yeux.

Nous comportant pour les autres objets éloignés dont nous pourrons approcher, comme nous aurons fait pour le premier, & faiſant attention aux impreſſions de lumière ou de couleur que nous en recevons, en même tems que nous acquerons des idées de leur diſtance & de leur grandeur, nous nous formerons inſenſiblement l'habitude de lier différentes idées de diſtance & de grandeur aux différentes impreſſions de la lumière & des couleurs; & cette habitude rendra cette liaiſon ſi étroite, qu'à la fin les impreſſions de la lumière que nous recevons des objets, détermineront nos jugemens ſur leur grandeur, ſur leur diſtance & ſur leurs mouvemens, comme ſur leurs figures. Nous parviendrons donc à diſtinguer les objets que nous n'aurons point touchés, que nous ne pourrons même toucher, à juger de leurs grandeurs, de leurs figures, &c. pourvu que nous en recevions des ſenſations ſemblables ou à peu près. » Car » le tact, dit Mr. de Condillac, ayant » une fois lié différens jugemens à diffé- » rentes impreſſions de lumière, ces im- » preſſions ne peuvent plus ſe reproduire, » que les jugemens ne ſe répétent & ne ſe » confondent avec elles. »

Il y a encore bien des choſes à dire ſur la manière dont les yeux achevent de s'inſtruire, pour leſquelles nous renvoyons au Traité des Senſations. Nous nous contenterons d'avoir indiqué par quelle voie le ſavant Auteur de cet excellent ouvrage conçoit que le toucher leur apprend à voir au-dehors ce qu'ils ne ſentent qu'en eux-mêmes, & à démêler les objets qui occaſionnent leurs ſenſations.

che ou s'en éloigne, il apprendra à juger des diſtances des objets à ſon œil, auſſi bien que de leurs diſtances reſpectives, par les variétés qu'il obſervera dans leurs grandeurs apparentes. Enfin, voyant néceſſairement les objets avec d'autant plus de netteté qu'ils ſont plus voiſins de l'axe de l'œil prolongé, & plus confuſément à proportion qu'ils en ſont plus éloignés, lorſque quelque mouvement fortuit de l'œil ou de la tête, lui fera tout-à-coup paraître confus un objet qu'il voyait diſtinctement, le ſouvenir de l'avoir apperçu avec netteté, le portera à tenter de ſe remettre en poſſeſſion de cet avantage, par un mouvement déterminé & volontaire de l'œil ou de la tête; & par de ſemblables eſſais ſouvent répétés, il acquerra la faculté de diriger naturellement l'œil vers tel objet qu'il voudra. Par un exercice ſemblable ou peu différent de celui-ci, il apprendra également à tourner avec facilité les deux yeux vers le même objet. On voit enfin par tout ce qui a été dit, que nos idées ou perceptions des objets ſenſibles acquiſes par la vue, ſe forment de cette manière : ayant commencé par comparer les premières perceptions qui nous viennent par la vue & par les autres ſens, le ſouvenir qui nous en reſte, nous fait reconnaître à l'inſtant que l'objet que nous appercevons, affectera le ſens qui eſt ſuſceptible de ſon impreſſion; ce dont nous ſommes aſſurés auſſi-tôt par l'épreuve que nous en faiſons, & que nous trouvons ſemblable aux premières.

136. Or ſi c'eſt la mémoire des mêmes ſenſations excitées aux mêmes endroits du fond de l'œil, quoique d'ailleurs inconnus, qui occaſionne le même jugement du lieu d'un objet, il eſt certain que les images renverſées ſur le fond de l'œil, feront auſſi propres à faire naître les mêmes idées, que ſi elles avaient toujours été droites ou dans telle autre ſituation qu'on voudra. Il eſt ſeulement néceſſaire que l'objet & ſon image changent enſemble de place, ſuivant une loi fixe & conſtante, quelle qu'elle ſoit *.

137. *L'Axe de l'œil* eſt une ligne menée par le milieu de la prunelle & du criſtallin, & qui conſéquemment aboutit au Fig. 210.

* Nous avons vu auſſi (*Note 168.*), que les yeux ne jugeant de la vraie ſituation des objets que par les leçons du toucher, le renverſement des images tracées au fond de l'œil, ne peut empêcher que nous ne les jugions dans leur ſituation naturelle.

milieu du fond de l'œil *, de forte que l'axe optique n'eſt autre choſe que cet axe prolongé. Lorſque les axes optiques ſont paralleles ou qu'ils ſe coupent mutuellement dans un point, les deux points de milieu des rétines, ou deux points quelconques à diſtances égales & du même côté de ces points, ſoit à droite ou à gauche, ſoit au-deſſus ou au-deſſous, ou dans telle direction oblique qu'on voudra, ſont nommés *Points correſpondans*. Or l'expérience a appris que nous voyons ſimple un objet ou un point d'un objet, toutes les fois que l'image s'en peint ſur des points correſpondans des rétines †, & qu'au contraire on le voit

174. * Selon Mr. Jurin, l'axe de l'œil, depuis la ſurface extérieure de la cornée juſqu'à la rétine, eſt communément de 9 lignes $\frac{2}{5}$.

175. † Lorſque nous regardons un objet, tout le monde ſait qu'il s'en peint une image dans chaque œil, & l'on a toujours été perſuadé que l'ame eſt affectée par l'impreſſion de ces deux images, de ſorte que l'objet doit naturellement nous paraître double. On convient encore que ſi l'objet nous paraît unique, ce n'eſt que parce que le toucher a appris aux yeux à rectifier leurs jugemens, & à voir ſimple & unique ce qu'il leur montrait être tel; enfin qu'il n'y a que les objets dont les images ſe peignent ſur des parties correſpondantes des rétines, que nous voyons ſimples, parce que nos yeux étant conduits & guidés par le toucher, ont dû néceſſairement ſe diriger de la même manière au point de l'objet, que le toucher leur montrait être *unique*, & par conſéquent n'ont contracté l'habitude de voir ſimple que les objets dont les images ſe peignaient en même tems ſur des parties correſpondantes des rétines. D'où il ſuit que lors qu'un objet ſe trouve repréſenté ſur des parties des rétines qui ne ſe correſpondent point, nous devons le voir néceſſairement double, parce que nous n'avons point pris l'habitude de rectifier une ſenſation qui n'eſt point ordinaire.

On croit donc que lorſque nous voyons ſimple comme quand nous voyons double, l'ame reçoit l'impreſſion des deux images, qu'elle en eſt véritablement affectée; & que ſi dans la viſion ordinaire il ne réſulte des deux images que la perception d'un objet unique, ce n'eſt que par l'habitude qu'on s'eſt fait de réunir & de confondre les deux ſenſations en une ſeule, toutes les fois qu'elles ſont occaſionnées par des impreſſions égales & ſimultanées ſur des parties tout-à-fait ſemblables & égales des deux yeux.

176. Cette opinion ſi naturelle, & ſi nous oſons dire, ſi vraie, que dans la viſion l'ame eſt réellement affectée par les impreſſions ſimultanées des deux images, a été attaquée depuis peu par un de nos habiles Phyſiciens (*Mém. des Savans Étrang. tom. III.*) Des expériences très-ingénieuſes & bien propres à en impoſer, ont fait penſer à Mr. du Tour que l'ame n'eſt affectée que par une ſeule image, & que l'autre ne lui eſt nullement ſenſible. D'où il s'enſuivrait que la raiſon pour laquelle nous voyons les objets ſimples, eſt que l'ame ne reçoit que l'impreſſion d'une ſeule image.

177. Voici une des expériences qui ont fait ôter à l'une des images tracées ſur des endroits correſpondans des deux rétines, le pouvoir d'affecter l'ame. Si on regarde des deux yeux le point *A* (*Fig. 209.*), ſuppoſé à quatre ou cinq pouces de diſtance, & qu'on place ſur les axes optiques *EA*, *GA*, en deçà du point *A* de leur interſection, deux petits cercles égaux de taffetas, l'un bleu en *D*, l'autre jaune en *C*, il eſt viſible qu'ils ſe peindront ſéparément dans les deux yeux, le bleu dans un œil, le jaune dans l'autre. Cependant on ne diſcerne qu'une ſeule tache, qu'on juge

double

double lorſqu'elle ne s'y peint pas. Car nous nous ſommes formé l'habitude lorſque nous fixons un objet, de diriger les axes optiques au point que nous regardons, parce que les images de

ſituée dans la ligne *AA* qui coupe en deux parties égales l'angle *DAC*; des deux images il ne réſulte dans l'ame que la perception d'un objet unique; & cette tache ne paraît point verte, ce qui devrait cependant être, ſelon Mr. du Tour, ſi la perception de cette tache unique était le produit combiné des impreſſions ſimultanées des deux images. On n'y démêle pas même la plus legere teinte de vert; elle paraît ou bleue ou jaune, ou mi-partie de ces deux couleurs. D'où Mr. du Tour conclut que l'ame n'eſt, ni ne peut être affectée à la fois par deux points correſpondans des deux images, parce que ſelon lui, ſi elle en était réellement affectée, ces deux points qui dans la perception de l'objet ſe trouveraient appliqués l'un ſur l'autre, ne ſeraient repréſentés que par un ſeul qui ſerait coloré en vert.

178. Mais de ce qu'on n'apperçoit jamais qu'une tache bleue ou jaune, ou mi-partie de ces deux couleurs, eſt-il bien certain qu'on doive en conclure que l'ame n'eſt réellement affectée à la fois que par l'impreſſion du bleu, ou par celle du jaune, & qu'elle ne l'eſt point par toutes les deux? L'ame ne pourrait-elle pas être ſenſible aux impreſſions ſimultanées de deux points correſpondans des deux images, éprouver en même-tems la ſenſation de bleu & celle de jaune, & n'appercevoir cependant que bleu ou jaune le point unique où elle les rapporte, puiſqu'elle ne peut les y rapporter qu'en les appliquant l'une ſur l'autre, & que d'ailleurs il n'eſt pas poſſible que par cette application ce point paraiſſe vert. Car les couleurs n'étant que des modifications ſimples de notre ame, l'une d'elles ne peut être produite par deux autres de quelque manière qu'elles ſe combinent. D'un autre côté pouvons-nous voir autre choſe que ce qui eſt peint dans nos yeux? Lors donc qu'il n'y a que du bleu & du jaune, comment ſerait-il poſſible que nous viſſions du vert, même en rapportant ce bleu & ce jaune à un ſeul point?

179. Au reſte quand il ſerait vrai que dans l'expérience citée, l'ame n'eſt affectée que par l'impreſſion d'une ſeule image, peut-on en inferer qu'il en doive être de même dans la viſion ordinaire & ſimple? Quelle différence n'y a-t-il pas de ce cas extraordinaire & embarraſſant pour l'ame, au cas général ſi ſimple pour elle & ſi familier. Ici deux filets nerveux égaux & ſemblables des rétines ſont frappés & ébranlés de la même manière par la même eſpece de rayons; là ils le ſont d'une façon tout-à-fait différente, puiſqu'ils éprouvent l'action de rayons de différente eſpece; de ſorte que dans ce dernier cas, les impreſſions étant eſſentiellement différentes, & peut-être un peu inégales, on aurait quelque raiſon au moins apparente de ſoupçonner que l'ame n'eſt ſenſible qu'à l'une d'elles. Mais lorſque les impreſſions ſont tout-à-fait pareilles, qu'elles ſont, ſi on peut parler ainſi, abſolument à l'uniſſon, quelle raiſon a-t-on de penſer qu'il n'y en ait qu'une de ſenſible? Pourquoi l'ame ſerait-elle affectée par l'une & ne le ſerait-elle pas par l'autre? Il ſerait abſurde de dire que pouvant être très-ſouvent inégales, la plus forte ſerait la ſeule qui aurait le pouvoir d'affecter l'ame; car enfin on demanderait pourquoi on voit toujours plus diſtinctement & plus clairement des deux yeux que d'un ſeul. Quoique la différence ſoit peu conſidérable, même lorſque les yeux ſont auſſi égaux qu'il eſt poſſible, il eſt certain qu'elle eſt aſſez ſenſible pour être apperçue, & qu'il n'eſt perſonne qui ne ſoit bien ſûr voir mieux des deux yeux que d'un ſeul. Or cela ne forme-t-il pas une preuve ſans replique, que l'ame eſt ſenſible aux deux impreſſions, qu'elle éprouve en effet deux ſenſations que l'habitude de rapporter au même point, fait confondre en une ſeule plus forte que chacune d'elles, peut-être par la raiſon que deux ſons parfaitement à l'uniſſon, n'en forment qu'un plus fort que chacun d'eux. Au reſte voyez une Diſſertation ſur le même ſujet que Mr. l'Abbé de Rochon, habile Mathématicien, doit faire paraître inceſſamment.

ce point, tombant alors sur le milieu des rétines, sont plus distinctes que si elles se peignaient par-tout ailleurs * ; & puisque les images de l'objet entier sont égales & renversées à l'égard des axes optiques, tout point collatéral de l'objet sera peint sur des points correspondans des rétines. Cette habitude de diriger les axes optiques au point qu'on veut voir, est si forte, qu'il est très-difficile de faire autrement ; de sorte que si on ferme un œil, tandis qu'on fait mouvoir l'autre, on sent, en posant le doigt sur la paupière de l'œil fermé, qu'il suit tous les mouvemens de l'œil ouvert. Mais si les axes optiques ne sont point dirigés au même point, comme cela arrive lorsqu'on louche † ou qu'on presse l'œil un peu de côté avec le doigt, les objets

180. * Cette direction des axes optiques au point qu'on regarde, n'est pas seulement nécessaire pour faire tomber sur des parties homogenes des rétines les images de ce point, & par conséquent pour le voir simple ; elle l'est encore pour pouvoir le juger à sa véritable place. Car ce n'est pas assez que le point visible soit dans la direction de l'axe optique pour être jugé dans sa vraie place, il faut encore qu'il soit vu des deux yeux à la fois, & qu'il se trouve par conséquent au point de concours des deux axes. Cette vérité se prouve aisément par l'expérience suivante. On suspend un anneau à un fil fort fin à la hauteur de l'œil, & on le dispose de manière qu'on n'en voye point l'ouverture. On prend un bâton long de trois pieds, auquel on attache transversalement un autre petit bâton ; puis fermant un œil, on tâche d'enfiler l'anneau avec ce petit bâton ; mais c'est d'abord sans succès, & l'on n'y parvient qu'après bien des tentatives inutiles. Au lieu que si on ouvre les deux yeux, on enfile l'anneau souvent du premier coup. (*Essai de Physique de Musschenbroek.*)

† On dit que quelqu'un louche quand les axes de ses deux yeux ne se dirigent pas au même point. Ce défaut est connu sous le nom de *Strabisme*. On ne sait pas encore trop ce qui l'occasionne. Quoiqu'il en soit, voici ce que les Physiciens en ont pensé & en pensent maintenant.

181. On s'est persuadé d'abord qu'il provient d'un défaut de correspondance entre les muscles des deux yeux, qui n'agissant pas de concert, ne peuvent pointer en même tems les deux yeux au même objet; mais on s'est trompé. Car lorsque les deux yeux sont ouverts, & qu'on porte le bon œil en haut ou en bas, à droit ou à gauche, l'autre le suit toujours dans tous ses mouvemens, & se tourne du même côté dans le même instant. Une autre preuve qu'il n'y a point de défaut de correspondance dans les yeux des louches, c'est que si on leur fait fermer le bon œil, & qu'on appuie le doigt sur sa paupière, tandis que le mauvais œil agit seul, *on sentira que* le bon œil suit tous les mouvemens du mauvais.

182. D'autres pensent que le strabisme est occasionné par une inégalité de force dans les muscles des yeux, ou ce qui est la même chose, par quelque défaut dans les muscles du mauvais œil. On voit assez combien cette opinion est peu différente de la précédente ; aussi n'est-elle pas mieux fondée. Car lorsque le bon œil est fermé, le mauvais se meut par l'action de ses muscles dans toutes les directions possibles, aussi librement qu'un bon œil, il se pointe & se dirige vers l'objet aussi regulierement & aussi directement.

183. Mr. de la Hire place dans l'œil même le défaut qui occasionne le strabisme. Il suppose que dans un œil bien conformé, la partie du fond de l'œil dont l'axe occupe le centre, est d'une plus grande sensibilité que le reste ; de sorte que les objets ne se

paraissent doubles, & il est évident qu'alors les images de l'objet ne tombent point sur des endroits correspondans des rétines.

peignent nulle part ailleurs aussi distinctement; & que par conséquent nous dirigeons les axes de nos yeux vers le point de l'objet que nous voulons voir, afin que l'image tombant sur cet endroit, en soit plus distincte & mieux sentie; que si cette partie ne se trouve point correspondre exactement à l'extrémité de l'axe dans l'un ou l'autre des deux yeux, qu'elle soit un peu à côté, l'œil qui a ce défaut ne dirige point son axe à l'objet de même que l'autre œil. Par un mouvement naturel qui porte toujours à voir le plus distinctement qu'il est possible, il tourne sa partie sensible vers l'objet, de manière que la droite qui passe par le centre de cette partie, rencontre l'axe de l'autre œil prolongé, c'est-à-dire, son axe optique au point visible.

184. Mais cette explication n'est pas plus heureuse que les autres. Mr. Jurin en a montré la fausseté, en faisant remarquer ce qui arrive aux strabites, quand ils ferment le bon œil. L'autre abandonne aussi-tôt la situation qu'il avait prise, selon Mr. de la Hire, pour recevoir plus distinctement l'image de l'objet, & se retourne directement vers lui. Il est donc faux que l'œil écarte son axe de la direction du point visible, pour mieux lui présenter la partie de son fond, que Mr. de la Hire prétend avoir plus de sensibilité; puisque lorsqu'il agit seul, il pointe, comme faisait l'autre, directement à l'objet, afin de le voir distinctement.

Il paraît au-contraire, ajoûte Mr. Jurin, que celui qui est louche ne fait prendre à l'un de ses yeux, la fausse direction qu'on lui remarque, que pour éviter, autant qu'il est possible, de voir de cet œil, loin de chercher à s'en servir dans le dessein d'y voir mieux. Selon ce savant Physicien, tous les louches ne voyent donc distinctement que d'un œil, de celui qui pointe & dirige son axe à l'objet.

185. Mr. de Buffon pense aussi que les louches ne voyent que d'un œil, & le confirme par l'expérience. » Faites placer, » dit-il, une personne louche à un beau » jour vis-à-vis une fenêtre; présentez à » ses yeux un petit objet, comme une » plume à écrire, & dites-lui de la regar- » der; examinez ses yeux, vous reconnaî- » trez aisément l'œil qui est dirigé vers » l'objet. Couvrez cet œil avec la main, » & sur le champ la personne qui croyait » voir des deux yeux, sera fort étonnée de » ne plus voir la plume; & elle sera obli- » gée de redresser son autre œil, & de le » diriger vers cet objet pour l'appercevoir. » Cette observation est générale pour tous » les louches. Ainsi il est sûr qu'ils ne » voyent que d'un œil. »

186. Mais quelle est la cause de la fausse direction que prend l'œil louche? A quoi devons-nous enfin attribuer le strabisme? On ne peut douter que l'origine de ce défaut dans plusieurs louches, ne soit une mauvaise habitude qu'on peut souvent détruire. Mais cette cause n'étant que particulière, Mr. de Buffon a cherché à en assigner une plus générale. Il prétend que l'inégalité de force dans les yeux est la cause la plus ordinaire du strabisme. Cette inégalité, lorsqu'elle est assez grande, doit nécessairement selon lui, produire le regard louche, & voici comment il conçoit qu'elle l'occasionne.

187. D'abord il remarque que lorsque nos yeux sont égaux, nous voyons plus distinctement & plus clairement avec deux qu'avec un; que lorsqu'ils sont un peu inégaux, c'est-à-dire, qu'ils ont la vision distincte chacun dans des limites un peu différentes, nous voyons (au moins selon lui) aussi bien ou mieux avec un seul qu'avec tous les deux; & qu'enfin lorsque les forces, ou les limites de la vision distincte de chacun des deux yeux, sont trop différentes, alors nous ne voyons plus que confusément avec les deux yeux, de sorte que nous nous trouvons obligés pour voir distinctement, de détourner l'œil faible & de le mettre dans une situation où il ne puisse pas nuire. Car tandis que l'image est distincte & correcte dans l'un des deux yeux, il arrive qu'elle est confuse dans l'autre; & l'on conçoit que la confusion de

Fig. 211 & 212. Par la même raison, si pendant que les axes optiques NM, OM sont dirigés vers un point remarquable M, nous considérons un objet ou image q, placé quelque part dans l'angle

cette dernière image, affecte la sensation commune qui résulte de celles que cette image & l'image distincte occasionnent, & que par conséquent la vision est alors bien moins nette, que si l'ame ne recevait que l'impression de l'image distincte. Que quelqu'un, par exemple, voye distinctement d'un œil depuis 12 jusqu'à 20 pouces, & de l'autre depuis 8 jusqu'à 14, il est clair que depuis 14 jusqu'à 20, l'image se peint confusément dans l'œil qui a le moins d'étendue, tandis qu'elle se trace correctement dans l'œil qui en a le plus, & que la vision est par conséquent plus imparfaite que si on ne regardait l'objet qu'avec l'œil le plus fort. Quand donc nous avons les yeux trop inégaux pour qu'ils puissent voir ensemble le même objet distinctement, comme toutes les fois que nous voyons confusément, nous faisons naturellement effort pour voir plus distinctement, nous faisons prendre à nos yeux la situation la plus favorable pour voir avec netteté, nous détournons celui qui nuit à la vision, & l'autre reste seul dirigé à l'objet.

188. Mais est-on sûr, dira-t-on, que l'inégalité de force dans les yeux doive produire le strabisme ? Ne peut-il pas se trouver des louches qui ayent les deux yeux égaux ?

Mr. de Buffon oppose des faits à cette objection, & répond que dans tous les louches qu'il a examinés, il a toujours trouvé une différence très-sensible dans la distance à laquelle leurs yeux appercevaient les objets ; & il ajoûte qu'il a toujours remarqué que l'œil difforme était celui qui voyait le moins loin.

Cette réponse n'est pas cependant sans replique ; car l'œil difforme pourrait très-souvent ne voir moins loin que par le défaut d'exercice qui aurait diminué insensiblement son étendue, & éteint une partie de ses forces ; de sorte que primitivement les deux yeux eussent pu être égaux ou à peu près.

189. On peut encore objecter qu'il doit être assez inutile pour éviter la confusion, de détourner l'œil faible, parce que de quelque côté qu'il se tourne, il doit recevoir d'autres images qui doivent troubler la sensation autant qu'elle pourrait l'être de la part de l'image indistincte de l'objet qu'on regarde directement.

Mr. de Buffon répond à cela, que ces images étant tout-à-fait différentes, & n'ayant aucune ressemblance avec l'objet qu'on regarde du bon œil, les sensations qui en résultent doivent être beaucoup plus sourdes que ne serait celle d'une image semblable ; ce qu'il confirme par sa propre expérience. Il dit qu'ayant la vue fort courte & les yeux un peu inégaux, lorsqu'il lui est arrivé de se servir des deux yeux pour lire un petit caractere, il voyait les lettres mal terminées, qu'elles lui paraissaient nettes au-contraire lorsqu'il dirigeait ailleurs l'œil faible, & qu'il ne les regardait que de l'œil le plus fort : ce qui prouve que les images différentes de l'objet, ne troublent aucunement la sensation ; il n'y a que les images semblables, quand elles ne se réunissent pas exactement. Il y a donc de l'avantage à écarter l'œil faible, afin qu'il s'y peigne une image différente de celle de l'objet qu'on apperçoit du bon œil.

190. On fait encore d'autres objections auxquelles Mr. de Buffon répond d'une manière également plausible. Au reste il faut bien se garder d'en conclure que son hypothése soit parfaitement établie. Si on l'examine avec quelqu'attention, on la trouve sujette à d'autres difficultés que celles qu'il s'est proposées. Ce qu'il y a de certain, c'est que quoique l'inégalité de force dans les yeux puisse occasionner le strabisme, cette cause n'est pas si commune ni si générale que le pense Mr. de Buffon ; & il convient lui-même que le strabisme peut avoir d'autres causes. (*Mém. Acad. 1743.*)

191. Mr. l'Abbé Nollet est porté à croire par des observations qu'il dit avoir faites sur un grand nombre de louches, qu'il y en a de deux sortes : » Que les uns le sont » nécessairement, & toujours par une mau- » vaise conformation de l'organe, & les

NMO, ou dans son opposé fait par le prolongement des axes optiques, cet objet *q* paraîtra en deux endroits, tels que *a* & *b*, sur les directions des rayons visuels *Nq*, *Oq* (*Art. 101.*). Car les images de l'objet *q*, situé entre les axes optiques, étant renversées par rapport à ces axes, tombent nécessairement sur des portions des rétines situées en sens contraire à l'égard de ces axes, & par conséquent sur des endroits qui ne se correspondent point; & c'est-là ce qui peut occasionner la double apparence; parce que dans l'usage ordinaire de nos yeux les images ne sont jamais situées de cette manière; il ne peut y avoir que celles de deux objets *A* & *B* placés de part & d'autre de la marque *M*. Un de ces objets seul étant du même côté des deux axes, aurait ses images sur des points correspondans des rétines, & par conséquent paraîtrait simple. Ajoûtez à cela que d'un seul coup d'œil nous ne regardons généralement d'autres objets que ceux qui sont autour de la marque *M*, à distances à peu près égales des yeux, & non ceux qui se trouvent dans une ligne qui s'éloigne directement de nous. Car les distances de ces objets à l'œil étant différentes, on ne peut les voir distinctement tous à la fois, parce qu'il faut pour cet effet changer nécessairement les distances du point de concours des axes optiques, de même que la forme de l'œil, afin que les images formées par des rayons partis d'objets différemment éloignés, soient successivement distinctes.

De même si des rayons partis d'un objet *Q*, forment après avoir été rompus ou réfléchis, une image *q* de cet objet derrière les yeux, & qu'un verre ou miroir *AB* soit assez large pour faire tomber les rayons dans les deux yeux, l'objet *Q* paraîtra toujours Fig. 213, 214 & 215.

» autres seulement par habitude ou par » distraction; que les premiers voyent des » deux yeux le même objet, & le voyent » simple; que les derniers ou ne voyent que » d'un œil à la fois, ou voyent double ce » qu'ils regardent; que ceux-ci par attention sur eux-mêmes, peuvent se corriger » avec le tems; mais qu'il est presque » impossible que la vue des autres se » redresse, sur-tout s'ils sont nés avec ce » défaut, ou qu'ils l'ayent contracté depuis » long-tems. » (*Leçons de Phys. tom. v.*)

192. Comme il est des louches dans lesquels ce défaut peut être corrigé, Mr. de Buffon avertit que le moyen le plus simple & le plus efficace, est de couvrir le bon œil pendant un tems, afin que l'œil difforme soit obligé d'agir & de se tourner directement vers les objets; en peu de tems il en prendra l'habitude, & sera en état d'agir avec son collegue. Au reste cette méthode ne peut réussir, selon la remarque de Mr. de Buffon, que sur des yeux peu inégaux. Il n'est pas difficile de voir que des louches de cette espece ne le sont point devenus par une inégalité naturelle de force dans les yeux, mais par distraction & par habitude.

double. Car pour voir diſtinctement, nous ſommes accoutumés de diriger les axes optiques à quelque point M ſitué devant nous. Mais les rayons viſuels ANq, BOq par leſquels nous appercevons l'objet, concourent en q derrière les yeux, & par conſéquent doivent tomber dans l'intérieur de leurs axes en C & en D, qui ne ſont point des endroits correſpondans.

Je trouve par expérience que la diſtance apparente des deux endroits où l'on voit l'objet, eſt à peu près proportionnelle à la ſomme des arcs CE, DF ſur les rétines, ou à la ſomme des angles aNM, bOM que chaque axe optique fait avec chaque rayon viſuel, ſi ces arcs ſont tous les deux intérieurs ou tous les deux extérieurs aux axes optiques; mais ſi l'un eſt intérieur & l'autre extérieur à ces axes, la diſtance apparente des deux endroits où l'objet paraît, eſt meſurée par la différence de ces arcs. Car ſi j'ai ſuppoſé juſqu'ici l'objet dans les angles faits par les axes optiques, ce n'a été que pour montrer plus clairement l'effet de la double apparence, & je ne dois pas laiſſer ignorer qu'on voit encore l'objet double, lorſqu'il eſt placé ſur l'un ou l'autre des axes, ou en dehors de tous les deux, mais beaucoup plus près ou beaucoup plus loin que leur concours. J'ai auſſi toujours remarqué que dans toutes ſes ſituations, chaque image a ou b paraît vis-à-vis le même objet A ou B lorſque les deux yeux ſont ouverts, comme lorſqu'on en a un de fermé. Et lorſque l'objet, ou l'image q formée par le verre ou par le miroir, eſt entre les yeux & la marque qu'on regarde, l'œil gauche apperçoit l'image apparente qui eſt à droit, & l'œil droit celle qui eſt à gauche, ce dont il eſt facile de s'aſſurer en ouvrant & fermant chaque œil tour-à-tour: mais lorſque l'objet, ou ſon image formée par le verre ou par le miroir, eſt au-delà de la marque ou derrière les yeux, l'œil droit apperçoit l'image apparente qui eſt à droit, & l'œil gauche celle qui eſt à gauche.

Fig. 216 & 217.

Fig. 211.

Fig. 212.

Delà il eſt évident que les deux endroits a & b où paraît l'objet q, ne peuvent être les mêmes que ſa place véritable; qu'ils ſont entre la marque qu'on regarde & elle, ſans en être que peu éloignés.

Fig. 218. On remarque encore une double apparence, ſi après avoir appliqué le bout d'une longue regle entre les ſourcils, de manière qu'elle ne s'incline ni de part ni d'autre, & que ſes deux côtés

regardent l'un la droite & l'autre la gauche, on dirige ensuite l'œil à un objet éloigné; car alors le côté droit de la regle vu par l'œil droit paraît à gauche, & le côté gauche à droit, comme le représente la 218e. Figure, dans laquelle PQ est la regle, pq une de ses images vue par l'œil N, & $p'q'$ son autre image vue par l'œil O.

Mais puisque nous voyons des deux yeux l'objet que nous regardons, & que par conséquent nous éprouvons une double sensation, pourquoi ne le voyons nous pas double? On peut se contenter de répondre que c'est parce que dans l'usage ordinaire de nos yeux, dans lesquels les images de l'objet tombent toujours sur des parties correspondantes des rétines, le toucher nous a originairement & constamment appris que l'objet était simple, & qu'en conséquence nous avons lié l'idée de la place unique qu'il occupe avec la double sensation qu'il occasionné; ce qui se trouve confirmé par ce qui arrive quand l'objet n'est point représenté sur des parties correspondantes des rétines, comme dans les cas extraordinaires dont on a parlé ci-dessus. Car alors on voit l'objet double, ou ce qui est le même, on le juge en deux lieux différens; ce qui est une conséquence directe de la manière dont nous voyons habituellement. Mr. Chesselden rapporte qu'un homme étant devenu louche par l'effet d'un coup à la tête, vit les objets doubles pendant long-tems, mais que peu à peu il vint à juger simples les plus familiers, & que par la suite il les jugea tous simples comme auparavant, quoique ses yeux eussent toujours la mauvaise disposition que le coup avait occasionnée. On sent combien ce fait appuie ce que nous disions, que les jugemens que nous portons du nombre & des places des objets sont entiérement l'effet de l'expérience, qui lie constamment les idées de leur nombre & de leurs places, avec les sensations résultantes des impressions faites sur des parties correspondantes des rétines; de sorte que si un animal avait cent yeux, dans l'usage ordinaire qu'il en ferait, il verrait toujours les objets simples, & centuples dans des cas extraordinaires, tels que ceux qu'on a rapportés.

138. L'idée que nous nous formons de la distance à laquelle nous paraît un objet, que l'on nomme *sa distance apparente*, est celle d'une distance réelle mesurée, soit avec la main, soit avec le corps

en marchant, ou autrement. Elle nous est suggerée par la grandeur apparente de l'objet lorsqu'il est seul, comme lorsque nous voyons un oiseau dans l'air, un astre au travers d'une lunette, &c. Mais si nous voyons l'objet environné d'autres objets, comme il arrive ordinairement, nous jugeons de sa distance, tant par sa grandeur apparente, que par celles des objets intermédiaires entre l'œil & lui. Par exemple, si nous en sommes séparés par des champs, des bois, des rivieres, &c. l'étendue de ces différens objets influe beaucoup sur le jugement que nous portons de sa distance *. Car qu'est-ce que la grandeur ou étendue apparente d'un objet, sinon la distance apparente entre deux de ses extrémités ? & la distance que nous appercevons entre deux objets, ou celle d'un objet quelconque à nous, sinon l'étendue ou grandeur apparente des objets intermédiaires ? Et comme il nous arrive rarement de voir les objets seuls, à moins que ce ne soit au travers des verres ou dans les miroirs, on ne peut douter que nous ne jugions de leurs distances entr'eux, & relativement à nous, par les idées que nous avons de la grandeur de ces objets intermédiaires, en quoi l'on n'ignore pas que nous avons encore besoin du secours de l'expérience & de l'habitude ; car tout le monde sait que ceux à qui une grande pratique a rendu la mesure des distances familiere, comme Arpenteurs, Canonniers, &c. estiment les distances au coup d'œil, avec bien plus de justesse que ceux qui n'ont pas la même expérience. Quelquefois nous jugeons qu'un corps s'approche de nous par le seul accroissement de sa grandeur apparente & réciproquement ; quelquefois nous jugeons à la premiere vue de la distance d'un corps qui est immobile, quand il nous est connu & familier. Car ayant trouvé par l'expérience qu'à une grandeur apparente déterminée d'un corps connu, répond constamment une certaine distance aussi déterminée, la sensation de la grandeur apparente de ce corps, excite aussi-tôt & immédiatement l'idée que nous nous sommes formée de sa

* Cela est si vrai, que plus les objets interposés entre nous & celui de la distance duquel nous voulons juger, sont en grand nombre & ont d'étendue, plus nous jugeons cet objet éloigné ; & que quand ces objets intermédiaires sont invisibles, ou qu'ils sont trop petits pour être apperçus, nous jugeons alors l'objet beaucoup plus proche qu'il n'est en effet.

distance ;

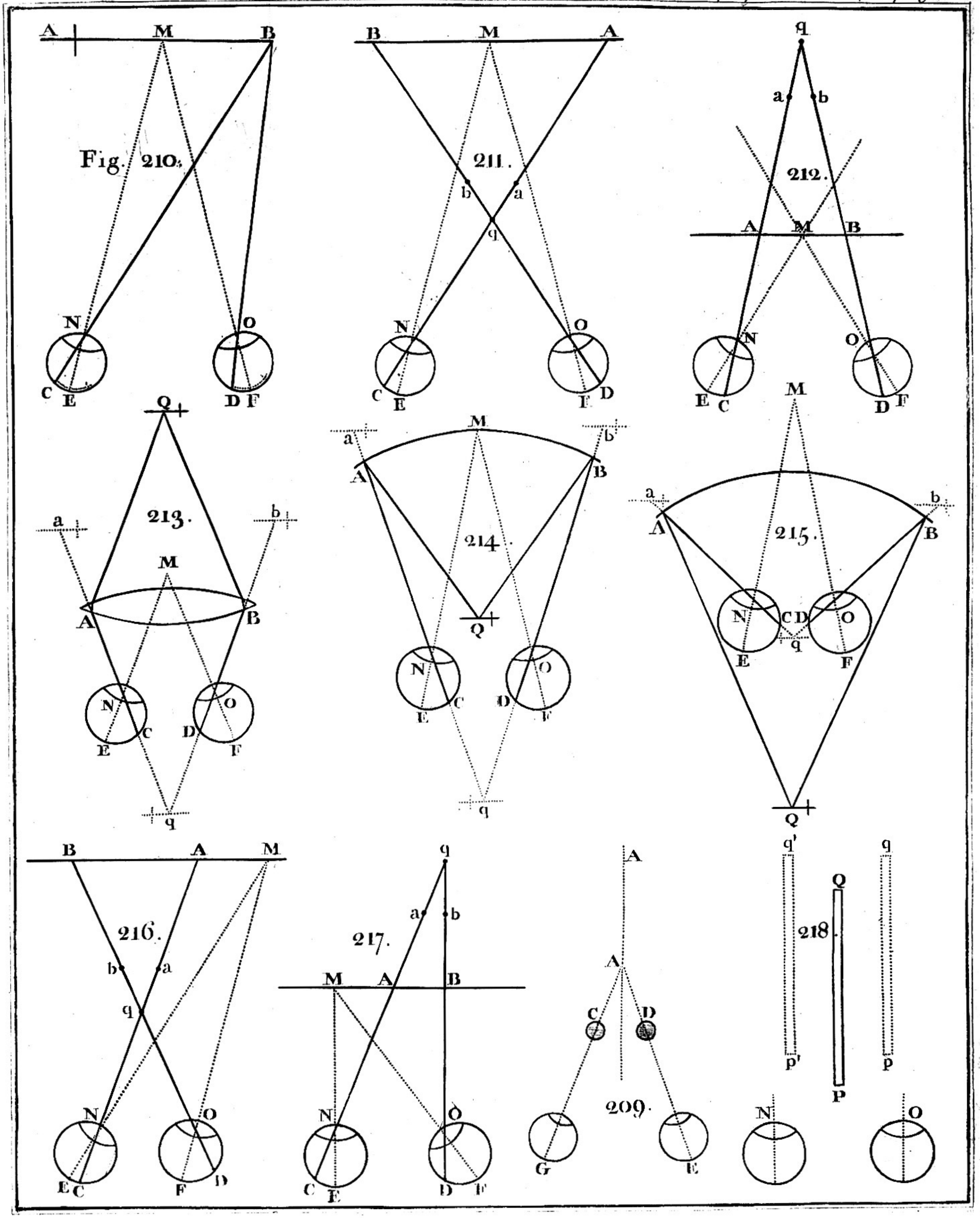


Fig. 210.
211.
212.
213.
214.
215.
216.
217.
209.
218.

distance; & il est clair que cette sensation a souvent tout ce qu'il faut pour réveiller sur le champ cette idée. Car que la distance d'un objet varie, son image tracée au fond de l'œil ne souffre de changement que dans sa grandeur; sa figure, sa couleur, sa clarté & sa distinction, n'en éprouvent point de sensible dans beaucoup de cas; & l'on sait que pour qu'une idée en fasse naître une autre, il suffit de les avoir toujours remarquées accompagnées l'une de l'autre.

Enfin j'ai trouvé par quantité d'expériences faites avec toutes sortes de verres, que lorsqu'on fait augmenter la grandeur apparente d'un objet par quelque mouvement imprimé au verre, à l'œil ou à l'objet, il paraît toujours approcher, & qu'au contraire il paraît s'éloigner lorsque sa grandeur apparente diminue *; il faut cependant excepter un cas particulier ou deux dont on

* Voici quelques-unes des expériences par lesquelles je me suis assuré (c'est l'Auteur qui parle) que dans la vision réfléchie ou réfractée, la distance apparente de l'objet diminue, lorsque sa grandeur apparente augmente, & réciproquement, de même que dans la vision directe.

193. I. EXP. Si on regarde des objets éloignés au travers d'un verre concave, & qu'on éloigne l'œil de ce verre en tenant l'autre fermé, les grandeurs de ces objets paraîtront diminuer continuellement, & leurs distances rélativement à l'œil paraîtront augmenter sans cesse. Le contraire arrive quand on avance l'œil vers la lentille.

194. II. EXP. Si tenant l'œil fixe au même endroit, on éloigne le verre par degrés, les grandeurs apparentes des objets éloignés iront sans cesse en diminuant, & leurs distances apparentes de l'œil augmenteront continuellement, même quand on éloignerait le verre jusqu'à la moitié de la distance réelle des objets. Si on rapproche le verre de l'œil, on voit tout le contraire.

195. III. EXP. Si on se sert d'un miroir convexe au lieu du verre concave, les grandeurs & les distances apparentes des objets éloignés, situés latéralement derrière l'œil, éprouveront des changemens réciproques comme dans les expériences précédentes.

196. IV. EXP. Qu'on regarde maintenant des objets éloignés au travers d'un verre convexe, & qu'après avoir placé l'œil tout contre ce verre, on l'en écarte, les grandeurs apparentes des objets augmenteront continuellement, & leurs distances apparentes de l'œil diminueront pendant tout le tems qu'on les verra droits; & lorsqu'ils viendront à paraître renversés, si on continue d'éloigner l'œil, leurs grandeurs apparentes diminueront, & leurs distances apparentes de l'œil augmenteront continuellement.

197. V. EXP. Si supposant l'œil toujours au même endroit, on met d'abord le verre tout contre, & qu'ensuite on l'éloigne par degrés, les grandeurs & les distances apparentes des objets éloignés, varieront réciproquement & dans le même ordre que dans l'expérience précédente, quand même on porterait le verre jusqu'à la moitié de la distance des objets.

198. VI. EXP. Si au lieu d'un verre convexe on se sert d'un miroir concave d'une grande sphéricité, les grandeurs & les distances apparentes à l'œil des objets éloignés, situés latéralement derrière l'œil ou la tête, éprouveront de même des changemens réciproques. On peut voir dans les Articles 106 & 110 la raison de ces changemens dans la grandeur apparente. Quant aux changemens correspondans de la distance apparente, nous en donnerons bientôt une raison qui aura lieu dans tous les cas.

parlera ci-après ; & ces expériences me paraissent mettre la question à l'abri de toute dispute. Car ne regardant au travers de ces verres qu'un objet unique & d'un œil seul, comment,

199. Il faut remarquer que les changemens de la grandeur & ceux de la distance apparente se correspondent tellement, que si la première varie avec promptitude ou avec lenteur, la seconde variera de même promptement ou lentement ; ce dont on s'assure aisément, soit en mouvant l'œil ou le verre avec vitesse ou avec lenteur, ou en se servant de verres d'une courbure plus grande ou plus petite. Les variations lentes de la grandeur & de la distance apparentes, se font encore remarquer dans les miroirs plans.

200. On remarque de plus dans toutes ces expériences, que quand l'œil est contre le verre ou le miroir, les grandeurs & les distances apparentes de tous les objets sont les mêmes qu'à la vue simple, & que lorsque l'œil & le verre sont séparés l'un de l'autre, la distance apparente varie réciproquement, comme la grandeur apparente ; c'est-à-dire, que lorsque l'une devient double ou triple, l'autre est réduite à la moitié ou au tiers de ce qu'elle était, autant qu'il est possible de s'en assurer à la vue ; ce que chacun peut voir par lui-même en comparant les apparences des mêmes objets vus au travers d'un verre ou dans un miroir, & à la vue simple par les côtés de ce verre ou de ce miroir.

201. Mais de semblables rapports de distances & même de grandeurs apparentes, ne pouvant être déterminés exactement à la vue seule, sur-tout lorsqu'ils sont exprimés par de grands nombres, une regle générale déduite des rapports & des expériences les plus simples, est absolument nécessaire pour conduire nos recherches dans des cas plus compliqués, & examiner jusqu'à quel point les apparences & les causes que nous leur aurons assignées s'accordent en quantité.

202. On est d'ailleurs d'autant plus fondé à établir une semblable regle, que dans la vision réfléchie ou réfractée, comme dans la vision simple, les distances apparentes des objets qu'on apperçoit clairement, ne sont nullement soumises au pouvoir de l'imagination, & qu'elle n'y peut rien changer ; que par conséquent elles sont déterminées en elles-mêmes, & qu'elles ont des rapports & des causes qui le sont. C'est ce que prouve l'expérience suivante, en faisant voir que tout le monde s'accorde dans le jugement que chacun porte de la mesure de la distance apparente dans la vision par les verres ou par les miroirs. Plusieurs personnes ayant voulu essayer de lire avec un télescope de Gregori une Gazette placée fort loin, je leur demandai séparément à quelle distance elles la jugeaient, & quelle était celle à laquelle je devais m'approcher ou m'éloigner d'elle, pour que je leur parusse à la vue simple à la même distance que celles où elles jugeaient la Gazette. Ayant marqué les différens endroits où chacune d'elles m'avait dit de m'arrêter, j'y trouvai peu de différence ; ce qui est d'autant plus remarquable que l'expérience fut faite assez grossiérement ; que les objets étaient de différentes espéces ; & que les spectateurs étaient d'âges différens : quelques-uns d'eux étaient des enfans.

203. Puis donc qu'il est de fait que les quantités de la grandeur & de la distance apparentes ont entr'elles une liaison constante & régulière, il ne reste plus que d'en rechercher l'origine. En décrivant les expériences ci-dessus, j'ai supposé les objets éloignés, non qu'elles ne réussissent pas également quand les objets sont proches, mais parce qu'elles sont un peu plus simples, & que d'ailleurs l'œil peut d'un seul aspect appercevoir un plus grand nombre d'objets éloignés dans toutes sortes de positions. Ce qui fait voir que c'est la même cause agissant de la même manière dans tous les cas, qui occasionne les jugemens que nous portons de leurs distances. Or puisque quiconque regardera ces objets au travers d'un verre concave, conviendra les trouver tous plus petits dès la première vue, précisément comme s'il les appercevait à la vue simple à une plus grande distance, rien de plus clair, ce me semble, que cette apparence plus petite

lorſqu'on ne voit rien dans l'eſpace qui ſépare cet objet de l'œil, les différentes grandeurs apparentes de cet objet ſuggereraient-elles les idées de différentes quantités de cet eſpace qu'on ne voit point, ſi ces idées n'étaient pas ordinairement accompagnées l'une de l'autre, avant qu'il fût queſtion de ſe ſervir des verres ?

Je trouve auſſi qu'en altérant les degrés de clarté & de diſtinction apparentes d'un objet, ſoit en regardant par de petits trous d'épingle, ou au travers de lentilles de différentes figures que je mettais contre mon œil; ſoit enfin en employant ces deux moyens à la fois, c'eſt-à-dire, en regardant par les trous d'épingle au travers des verres en les mettant l'un contre l'autre & contre mon œil; il n'en réſulte aucun changement ſenſible dans la grandeur (*Art.* *109* & *117*.) ni dans la diſtance apparentes. La raiſon en eſt que nous n'avons point appris à juger à la vue ſimple de ces choſes par la confuſion ou la diſtinction apparente. Ainſi quoique dans l'uſage que nous faiſons de ces verres nous appercevions très-bien les différens degrés de confuſion & de diſtinction, nous n'en ignorons pas moins à quelle diſtance ils peuvent appartenir.

On peut dire la même choſe des degrés de clarté & d'obſcurité. De jour les objets paraiſſent avoir la même clarté à toutes les diſtances médiocres de l'œil (*Art.* *93*.); & la nuit que nous les voyons plus obſcurément, nous conſervons à-peu-près les mêmes idées de leurs diſtances.

C'eſt principalement par les couleurs & les ombres des corps que nous diſcernons leurs formes ou figures apparentes, & la figure jointe à la couleur les partage naturellement en diverſes eſpeces; mais ces deux qualités étant permanentes, il n'eſt pas poſſible qu'on diſtingue par elles les diſtances apparentes.

Si on applique l'œil au bout d'une ligne indéfinie, il eſt certain qu'on ne diſtingue & qu'on ne ſent nullement la divergence des rayons qui partent de ſes différens points. Nous ne pouvons donc juger de la diſtance par la divergence des

excite auſſi-tôt l'idée d'une diſtance plus conſidérable, parce que nous ſommes faits dès l'enfance à lier conſtamment ces deux idées; & la même choſe ſe peut dire des apparences plus grandes, & par conſéquent plus proches des objets vus au travers d'un verre convexe, ou dans un miroir concave. Nous entrerons ſur tout cela dans un peu plus de détail dans les Notes de l'Article 148.

rayons qu'envoient des points visibles. Quelquefois il est vrai il résulte de cette divergence certains degrés de distinction & de confusion ; mais on ignore, comme je l'ai déja dit, le rapport qu'ils ont avec la distance. De plus, dans la vision par les verres & par les miroirs, nous avons des idées d'autant de différens degrés de distance, lorsque les rayons ont leur point de concours derrière l'œil, & que par conséquent ils y entrent convergens, comme lorsqu'ils l'ont devant, & que l'œil les reçoit divergens, comme on le fera voir ci-après. La divergence des rayons qu'envoie un objet, n'est donc point ce qui nous le fait paraître à l'endroit où il est. C'est aussi un fait que dans la peinture & dans la perspective *, les idées que nous nous formons à la vue des lieux des objets qu'un tableau représente, sont tout-à-fait différentes des idées raisonnées que nous nous formons des endroits d'où les rayons divergent ; différence qui est occasionnée par les différentes grandeurs apparentes des objets connus peints dans le tableau. Il n'est pas moins évident que les jugemens que nous portons à la vue des endroits des parties éloignées d'une longue promenade ou d'une galerie, de ceux des nuages & des corps célestes, sont absolument différens des jugemens raisonnés que nous portons de ceux d'où les rayons viennent en divergeant, comme on le verra bientôt plus en détail.

La grandeur des angles du triangle formé par les axes optiques & l'intervalle des deux yeux, ne peut rien nous apprendre

204. * C'est avec raison que pour montrer que les objets ne paraissent pas toujours à l'œil nud aux endroits d'où les rayons divergent, mais fréquemment dans d'autres endroits, où leur grandeur apparente les fait juger : nous citons en preuve la perspective & la peinture. Car voici les maximes qui y sont universellement suivies. 1°. De diminuer les dimensions des figures des objets, à proportion que les objets mêmes sont plus éloignés de l'œil, afin que par les grandeurs des figures on puisse toujours juger de la distance des objets. 2°. De rendre les contours des figures plus faibles ou plus sensibles, selon que les objets sont plus ou moins éloignés. 3°. Enfin de ne point marquer les parties les plus petites des petites figures, sur-tout celles qui se trouvent sur leur contour, & de ne faire qu'esquisser le reste legerement & d'une manière vague & indéterminée, à proportion que les objets *sont plus éloignés*. Parce que tandis qu'un objet s'éloigne de l'œil, la grandeur apparente de cet objet entier, de même que celle de ses diverses parties, décroît continuellement, & son contour ne formant qu'une ligne, ne paraît bientôt plus que faiblement, & se confond peu après avec les couleurs des objets contigus : il disparaît alors, & bientôt les parties les plus petites qui en sont voisines, en font autant, de même que toutes les autres petites parties ; de sorte qu'à la fin il ne reste plus que l'apparence des parties grossieres d'une figure confuse indéterminée. Or, ce que l'on remarque dans tout cela, c'est principalement la diminution de la grandeur apparente du tout & de ses parties.

non plus sur la distance. Car ces angles changent nécessairement tous en tournant la tête de côté, tandis que nous regardons un objet jusqu'à ce qu'à la fin nous le voyons d'un œil seul à la même distance qu'avec les deux : ce qui montre en même tems que l'apparence faible & confuse des objets collatéraux n'occasionne point de changement dans les idées que nous avons de leurs distances.

Je crois donc pouvoir conclure de tout ce qui vient d'être dit, que l'*idée de la grandeur de l'objet est ce qui nous donne celle de sa distance* *.

205. * Il ne faut pas cependant en conclure que nous ne jugions jamais de la distance que par la grandeur apparente. Cette cause est bien la principale & celle dont l'influence se fait le plus souvent remarquer, sur-tout quand les objets ne sont point trop éloignés, & que nous les appercevons distinctement eux & leurs distances ; mais elle n'est certainement pas la seule, au moins dans la vision directe. Il est d'autres causes dont l'Auteur même admet quelquefois le pouvoir, qui concourent, dans certains cas, à nous faire juger de la distance, & qui modifient la cause générale.

206. Nous avons déja remarqué qu'un objet paraît plus ou moins éloigné, suivant qu'on apperçoit plus ou moins d'objets interposés entre l'œil & lui ; & même a-t-on lieu de croire que le nombre de ces objets & leur étendue, sont ce qui nous détermine le plus dans le jugement que nous portons de sa distance.

207. Quelquefois ce n'est pas tant la grandeur apparente d'un corps que nous connaissons qui nous fait juger de sa distance, que la comparaison que nous faisons de cette même grandeur avec sa grandeur réelle. Nous savons par exemple qu'une tour a 300 pieds de haut ; lorsque nous en sommes éloignés, elle nous paraît petite & peu élevée : nous nous en jugeons alors à une grande distance. (*Essai de Physique de Musschembroek.*)

208. La distinction & la clarté avec lesquelles nous voyons les objets, contribuent encore à nous faire juger de leurs distances ; & l'effet de ces deux causes combinées, est comme l'on sait, de nous faire juger l'objet plus proche ; parce qu'effectivement nous ne voyons pour l'ordinaire d'une manière claire & distincte que les objets proches, & que par conséquent l'idée de proximité se trouve liée à celles de netteté & de clarté.

209. C'est ce qui fait que nous jugeons éloignés les objets qui nous paraissent faibles & indistincts : à quoi contribue encore l'habitude où nous sommes de ne voir qu'indistinctement & faiblement les objets éloignés. Ce qui provient d'un côté de la trop grande petitesse de l'image tracée au fond de l'œil, dont les parties trop rapprochées se pénétrent en quelque sorte & se confondent ; & de l'autre de ce que les rayons de lumière qu'envoie l'objet, sont interceptés en partie par l'air grossier compris entre l'objet & l'œil ; ce qui fait qu'on le voit plus faiblement à proportion qu'il est plus éloigné, la lumière faisant alors une perte d'autant plus considérable.

210. Cependant il faut convenir qu'il y a des phénomenes qui semblent dépendre de ces causes dont l'Auteur rend raison d'une manière assez plausible, à l'aide du principe de la grandeur apparente. Par exemple, pourquoi certains objets éloignés fort étendus, comme des Montagnes, des Villes, &c. vus au travers d'un air plus transparent & plus pur que d'ordinaire, paraissent sensiblement plus proches qu'ils ne paraissent en général lorsque l'air est plus grossier & chargé de vapeurs. Voici son explication. L'idée d'une grandeur plus petite ou plus grande, n'est pas une simple idée d'une plus petite ou d'une plus grande

139. Delà il suit qu'un objet vu par réfraction ou par réflexion, *paraît à la même distance de l'œil, que celle où nous le jugeons d'ordinaire à la vue simple, lorsque nous le voyons de la même grandeur qu'à travers les verres ou dans les miroirs* *. Pour déter-

surface uniforme ; elle renferme de plus l'idée d'un nombre plus petit ou plus grand de parties distinctes de l'objet connu, non imaginées, mais actuellement apperçues. Or puisque les petites parties d'un objet connu, dont un air grossier nous dérobe ordinairement la vue, se découvrent & s'apperçoivent plus clairement dans un air plus pur, l'objet doit paraître un peu plus près à travers l'air plus pur, qu'à travers l'air plus grossier, & presqu'à la même proximité à laquelle on le verrait, si on s'en approchait assez pour découvrir autant de petites parties dans un air plus grossier, qu'on en a apperçu d'une plus grande distance dans un air plus pur. Je dis, presqu'à la même proximité ; parce que l'objet entier nous paraissant plus grand lorsque nous le voyons de plus près, son apparence plus grande contribuera de son côté, s'il nous est connu & familier, à en diminuer la distance apparente ; à quoi contribuera aussi la vue d'une moindre étendue de pays interposée.

* La détermination de la distance apparente d'un objet vu par réflexion ou par réfraction, ou ce qui revient au même, du lieu où nous rapportons l'image dans un verre ou dans un miroir, est une des questions les plus difficiles de l'Optique. Aucune d'elles n'a autant exercé les Opticiens, & ne leur a fait faire tant d'efforts. On va voir s'ils ont été heureux.

211. Euclides, Alphasen, le P. Tacquet & presque tous les Opticiens avaient pris pour principe, qu'un objet vu par réflexion ou par réfraction, est apperçu à l'endroit où le rayon réfléchi ou rompu prolongé, coupe la perpendiculaire menée de l'objet sur la surface réfléchissante ou réfringente. La vérité de ce principe dans les miroirs plans, & l'expérience d'une ligne droite plongée en partie & perpendiculairement dans l'eau, dont l'image de la partie plongée paraît, du moins à la première vue & dans certaines circonstances, former une ligne droite avec la partie hors de l'eau, furent selon toute apparence ce qui les déterminerent à étendre ce principe aux autres surfaces. En y réfléchissant un peu, il était cependant facile d'appercevoir que cela faisait des cas bien différens.

212. Il y aurait eu moins de différence entre ces cas, s'il était tombé dans l'esprit des anciens Opticiens de placer l'image dans l'endroit où le rayon réfléchi ou rompu rencontre la perpendiculaire menée de l'objet, non à la surface réfléchissante ou réfringente, mais à la ligne droite qui touche cette surface au point de réfraction ou de réflexion. » Car enfin, dit Mr. d'Alembert, Auteur de cette idée, ce point est » celui par lequel le rayon visuel est envoyé à l'œil ; & ce rayon y est envoyé » de la même manière, que si le rayon » incident tombait sur une surface plane, » qui touchât au point de réflexion ou de » réfraction, la surface réfléchissante ou » rompante. Il serait donc plus naturel de » rapporter le lieu de l'image à la perpendiculaire menée sur cette tangente, qu'à » la perpendiculaire menée sur la surface, » laquelle est absolument indépendante de » la position du rayon réfléchi ou rompu, » & du point réfléchissant ou rompant. »

213. Au reste, si les anciens Opticiens ont eu tort d'étendre trop leur principe, nous devons convenir qu'il y en a eu, tels que le P. Tacquet, qui se sont apperçus qu'il y avait des cas où l'expérience lui était contraire. Mais ils étaient bien loin de soupçonner qu'elle ne lui était rien moins que favorable dans le cas même où elle leur semblait l'être le plus. C'est du moins ce que Barow a prétendu prouver. Selon lui, l'expérience que nous avons rapportée, faite avec l'attention convenable, ne sert qu'à montrer l'insuffisance de ce principe. Si on plonge, dit-il, en partie & perpendiculairement dans l'eau un fil blanc chargé d'un plomb à son extrémité inférieure, & qu'on regarde obliquement, on apperçoit distinctement l'image de la partie plongée,

miner cette distance dans tous les cas, imaginons qu'un rayon *OA* parte de l'œil placé en *O*, & qu'après la dernière réfraction ou réflexion, il ait pour foyer le point *o* dans l'axe com- Fig. 219, 220, &c. jusqu'à 248.

qu'on voit par réfraction, séparée de l'image de la partie hors de l'eau, qu'on voit par réflexion. Cette dernière image étant certainement dans la perpendiculaire, la premiere n'y est donc pas; ce qui prouverait, si les choses sont comme Barow le dit, que dans la réfraction, l'image de l'objet ne paraît point à l'endroit où le rayon rompu & la cathete d'incidence se coupent.

214. Il ne s'agirait plus que de savoir si l'expérience de Barow est bien vraie, bien exacte. Mr. d'Alembert en doute fort. L'ayant répétée, il a remarqué que quand le fil & l'eau sont bien en repos, les deux images paraissent presque toujours se confondre, ou du moins se couvrir. Au reste, si cette expérience est contraire au principe des anciens, ou du moins ne prouve point en sa faveur, Mr. d'Alembert en cite une autre plus commune qui paraît lui être favorable, au moins quant à la réfraction aux surfaces planes. » Un bâton plongé, dit-il, » obliquement dans l'eau, & vu de côté, » est vu brisé, & la partie brisée semble » être dans le même plan perpendiculaire » où se trouve la partie qui est hors de » l'eau : ce qui prouve que dans ce cas » l'image de chaque point est vue dans la » cathete d'incidence. »

215. D'où nous pouvons conclure avec le savant Géometre que nous venons de citer, que le principe des anciens qui est vrai dans le cas de la réflexion sur les surfaces planes, pourrait l'être encore au moins sensiblement dans celui de la réfraction aux mêmes surfaces; mais il ne paraît pas qu'il soit applicable au cas de la réflexion ou de la réfraction aux surfaces courbes. Nous rapporterons plus bas une expérience qui le renverse totalement dans ce cas; & nous devons ajoûter que Mr. d'Alembert fait une remarque qui lui est également contraire. C'est que si ce principe avait lieu dans les miroirs convexes, l'image de l'objet paraîtrait quelquefois hors du miroir, ce qui ne semble pas devoir jamais arriver.

216. Barow mécontent de ce principe, & l'ayant entiérement rejetté, en chercha un autre. Celui qu'il trouva semble d'abord bien mieux fondé, plus général, & pour tout dire a été suivi par Mr. Newton même. Selon Barow un point quelconque d'un objet vu par réflexion ou par réfraction, paraît toujours au point de concours des rayons réfléchis ou rompus qui entrent dans l'œil. Car les rayons du faisceau qu'un point d'un objet envoie sur la surface réfléchissante ou réfringente, arrivent à l'œil & entrent dans la prunelle, après avoir souffert une ou plusieurs réfractions ou réflexions, comme s'ils venaient du point où ils concourraient étant prolongés. » Les rayons *OF*, *Of* » (*Fig. 249.*) qui partent d'un objet, & » qui sont réfléchis ou rompus avant d'arri- » ver à l'œil & d'entrer dans la prunelle » *LN*, y arrivent comme s'ils venaient » directement du point *E*, où les rayons » réfléchis ou rompus *FL*, *fN* concour- » raient étant prolongés, s'il est nécessaire. » Or comme les rayons *FL*, *fN* sont fort » près l'un de l'autre, à cause du peu de » largeur de la prunelle, leur point de » concours *E* est sensiblement le même que » si les rayons *FL*, *fN* étaient infiniment » proches; c'est-à-dire, que c'est le point où » le rayon *FL* touche la caustique par » réflexion ou par réfraction, & par consé- » quent ce point est celui, où selon Barow, » l'on voit l'objet. (*Mr. d'Alembert, Opus- » cules Mathémat.*) »

217. Tout vraisemblable que paraît ce principe, Barow avoue lui-même que l'expérience lui est quelquefois contraire. Il en rapporte à la fin de ses Leçons un cas que voici. Qu'on place un point visible *A* (*Fig. 250 & 251.*) au-delà du foyer d'un verre convèxe ou d'un miroir concave *EBF*, & qu'on mette ensuite l'œil quelque part entre le verre ou le miroir, & l'image *Z*. Suivant le principe dont nous parlons, on devrait voir cet objet à une distance immense. Car moins les rayons par lesquels on apperçoit un objet, ont de divergence en entrant dans l'œil, plus (*seclusis prænotionibus & præjudiciis*, pour

mun OCQ de toutes les surfaces; soit un objet PQ situé perpendiculairement à OQ, rencontré par ce rayon au point P; & soit enfin menée parallélement à l'axe OQ une droite Pp'

me servir des termes de Barow) il doit paraître éloigné; & quand ils sont paralleles on doit le juger le plus éloigné qu'il est possible. Il semble donc que si les rayons sont convergens, on doive le voir plus loin encore, si cela se pouvait. Cependant l'expérience prouve le contraire. Selon la différente position de l'œil entre les points *B* & *Z*, on voit l'objet *A* différemment éloigné, mais on ne le voit presque jamais au-delà de l'endroit où il est (si même cela arrive jamais); on le voit au contraire souvent beaucoup plus près, suivant la place qu'occupe l'œil; nous devons même ajoûter que plus les rayons qui entrent dans l'œil sont convergens, plus l'objet paraît proche. Si on applique l'œil tout contre le verre ou le miroir en *B*, on voit l'objet confusément, à peu près à sa place au travers du verre, & dans le miroir, à une distance égale à celle où il est de ce miroir. Si on éloigne l'œil du verre ou du miroir comme en *O*, la confusion augmente & l'œil paraît s'approcher. Si l'œil s'éloigne davantage, la proximité apparente augmente avec la confusion. Enfin lorsque l'œil sera fort près de l'image ou point de concours des rayons, comme en *Q*, l'objet paraîtra tout contre l'œil, & la confusion sera extrême.

218. Il est visible que dans cette expérience l'œil ne reçoit que des rayons convergens, dont par conséquent le point de concours est derrière lui, loin d'être devant. Cependant il voit l'objet devant lui, & juge au moins confusément de sa distance. Cette expérience semble donc renverser le principe de Barow, & il avoue lui-même qu'elle forme une difficulté à laquelle il ne connait point de réponse. Mais il observe en même-tems qu'elle détruit sans retour le principe des anciens, & que même elle avait forcé long-tems auparavant le P. Tacquet de l'abandonner. Effectivement ce Pere avait examiné ce qui arrive quand l'objet étant au-delà du centre d'un miroir concave, on met l'œil près du miroir; & ayant remarqué qu'on voyait l'image droite, quoiqu'elle dût paraître renversée si elle était dans les perpendiculaires (qui se coupent nécessairement au centre du miroir) menées par les extrémités de l'objet sur le miroir, en conclut que le principe qu'il suivait était faux, & dès-lors le rejetta tout-à-fait.

219. La difficulté que nous avons rapportée d'après Barow contre son principe, n'est pas cependant aussi forte qu'il l'avait pensé. Mr. d'Alembert croit même qu'elle l'affaiblit peu. » Car, dit ce grand Géo» metre, quand les rayons entrent dans » l'œil convergens, la vision doit être » confuse; & le principe ne peut s'étendre » qu'aux rayons qui entrent dans l'œil diver» gens. 1°. Parce que ces rayons sont les » seuls qui puissent produire une vision » distincte, & par conséquent une vue » nette de l'image; 2°. parce que les rayons » convergens se réunissent derrière l'œil, » où certainement on ne peut rapporter » l'image dont on n'a d'ailleurs qu'une » vision confuse. »

220. Ainsi en réduisant ce principe dans de justes limites, c'est-à-dire, en le bornant aux rayons qui entrent divergens dans l'œil, il paraît que l'expérience citée ne lui porte point d'atteinte. Il pourrait donc subsister s'il ne souffrait pas d'ailleurs d'autres difficultés auxquelles on ne voit pas de réponse.

221. D'abord il est facile de faire voir que la divergence des rayons qui entrent dans l'œil, sert souvent aussi peu à nous faire juge de la distance ou du lieu apparent que leur convergence, qui ne peut aucunement y servir. Car si on répéte l'expérience dont nous venons de parler, soit avec la lentille, soit avec le miroir, en mettant un verre concave contre l'œil, on s'apperçoit sur le champ que ce verre ne change point la distance apparente de l'objet; ce dont on s'assure aisément en ôtant & remettant alternativement le verre concave, & en comparant les apparences. Si la distance focale *Bb* (*Fig. 252 & 253.*) du verre concave *B* est plus petite que celle du verre convexe *A*, les rayons qui viennent qui

qui coupe en p' le rayon OA prolongé, s'il est nécessaire. Alors supposant que l'objet soit transporté en $p'q'$, & qu'ensuite on le regarde à la vue simple ; puisqu'on le voit sous le même angle

d'un point Q d'un objet éloigné, tomber sur le verre A, & qui ont, après l'avoir traversé, leur point de concours en q, étant interceptés & réfractés de nouveau par le verre concave B, entreront dans l'œil en divergeant d'un point k, pourvu que les verres A & B soient assez près l'un de l'autre, pour que le foyer b du verre B tombe entre ce verre & l'image q (*Art. 48.*). Il est clair alors que l'objet paraît à la même distance, soit qu'on regarde au travers du verre, & qu'on apperçoive par conséquent l'objet par des rayons qui divergent de k, ou qu'ôtant cet oculaire on voye l'objet par des rayons qui concourent en q. La distance apparente de l'objet ne dépend donc point des endroits où les rayons ont leur concours. Ce qui acheve de le prouver, c'est que faisant tomber ce concours par tout où l'on voudra, en appliquant contre l'œil en B différens verres concaves ou convexes, la distance apparente est toujours la même que celle à laquelle on voit l'objet quand ces verres n'y sont pas. Enfin si l'on recule l'œil & l'oculaire vers le point de concours q ; pendant que le foyer principal b s'approche de q, & passe au-delà, le point k s'éloigne à l'infini, & delà revient ensuite par derrière l'œil; & cependant la distance apparente varie pendant tout ce tems-là exactement dans la même proportion que dans l'expérience de Barow, dans laquelle les rayons entrent dans l'œil en convergeant vers un point q derrière la tête. Or, tout cela montre clairement que la divergence des rayons ne sert nullement à nous faire juger de la distance, au moins avec un œil seul. Ces expériences prouvent également contre le principe des anciens.

222. Les mêmes expériences répétées sur des objets vus dans un miroir ordinaire, montrent que des verres concaves ou convexes appliqués contre l'œil, n'apportent aucun changement dans la distance apparente de ces objets, quoique la dernière image de laquelle les rayons qui entrent dans l'œil divergent, ou vers laquelle ils convergent après avoir traversé ces différens verres, tombe dans des endroits différens & tels qu'on juge à propos. Voilà donc encore le principe de la divergence en défaut.

223. Mais ce n'est pas seulement dans la vision réfléchie ou réfractée que ce principe est insuffisant : dans la vision simple il manque absolument. Ceux qui se servent de lunettes & de verres concaves pour remédier aux défauts de leurs yeux, voyent très-distinctement au travers; il en est de même de ceux qui n'ont pas ces défauts, pourvu que les verres ne soient ni trop convexes ni trop concaves. Or lorsqu'ils mettent ces verres contre leurs yeux, ils apperçoivent les objets à peu près de la même grandeur & à la même distance qu'à la vue simple. Mais alors les rayons des pinceaux n'entrent point dans l'œil en divergeant du lieu où est l'objet : si le verre est concave, ils y entrent comme s'ils venaient de beaucoup plus près ; & s'il est convexe, comme s'ils partaient de beaucoup plus loin, ou même qu'ils concourussent derrière l'œil; & cependant l'objet paraît à sa place ordinaire. Lors donc que nous regardons un objet à la vue simple, la divergence des rayons qui en viennent ne peut être cause qu'il nous paraisse à l'endroit où il est. Nous ne sommes pas même sûrs de l'y voir en effet quand il est près de nous ; peut-être ne le voyons-nous qu'aux environs. Quant aux objets éloignés, il est évident qu'on ne les voit point, même à la vue simple, aux endroits où l'on sait qu'ils sont, mais quelquefois plus près, quelquefois plus loin, &c. On en peut voir des exemples dans les Art. 158, 159, &c. jusqu'à 163, & dans les Art. 169 & 170, & dans les Notes qui leur appartiennent. La divergence des rayons qui viennent d'un objet n'est donc point ce qui nous le fait rapporter dans son lieu, même à la vue simple.

224. Mr. d'Alembert fait d'autres difficultés. Il commence d'abord par montrer que si le principe de Barow était vrai, on devrait voir souvent l'image double. » Car » la position des yeux peut être telle, dit- » il, que les rayons réfléchis ou rompus » qui entrent dans chaque œil, & qui par-

$p'Oq'$ ou AOC qu'on le voyait, au travers du verre ou dans le miroir, lorsqu'il était en PQ, on le verra aussi de la même grandeur, & conséquemment à la même distance dans l'un &

» tent d'un même point, soient sensiblement différens, & forment entr'eux un grand angle. Supposant donc que ces rayons concourent entr'eux, il faudrait que ce concours fût le même que le point E (*Fig.* 249.) de la caustique pour chaque rayon. Or c'est ce qui arrivera très-rarement. Dans tout autre cas, il y aura deux points E ou deux lieux de l'image très-sensiblement différens pour chaque œil, & par conséquent l'image paraîtrait double : ce qui est contraire à l'expérience. Donc l'image n'est pas vue au point E. »

225. Il y a plus, c'est que d'un œil seul on devrait, selon la remarque de Mrs. Bouguer & d'Alembert, toujours voir deux images. Comme on pourrait avoir quelque difficulté à comprendre ceci, nous allons, en suivant Mr. Bouguer, entrer dans quelque détail. Prenons comme lui le cas simple d'une surface sphérique réfléchissante engendrée par la révolution de l'arc ADI (*Fig.* 254.) autour de l'axe AC, sur laquelle le point lumineux L envoie des rayons ; & supposons que les rayons LD, Ld rencontrent l'arc ADI en deux points D & d infiniment proches ; il est certain qu'ils se réfléchiront suivant deux droites DM, dm, qui concourront dans un point G de la caustique OGI de cet arc. Les rayons réfléchis entreront donc dans l'œil comme s'ils venaient de ce point G. Mais il ne tombe pas seulement des rayons au-dessous ou au-dessus de D, il en tombe encore à côté comme en d' ; or ceux-ci ne concourent point après avoir été réfléchis au point G avec les premiers. Le rayon Ld' qui frappe la surface réfléchissante au point d' infiniment près & à côté du point D, est réfléchi suivant une droite $d'm'$ qui concourt avec le rayon réfléchi DM au point E de l'axe CA qui passe par l'objet, ou, ce qui est le même, de la perpendiculaire menée de cet objet sur la surface réfléchissante. Car les rayons incident & réfléchi Ld', $d'm'$ sont dans un plan différent des rayons LD, DM, & ces deux plans ont la perpendiculaire ou axe CL pour commune section. Les rayons réfléchis ont donc deux points de concours différens, selon qu'ils tombent au-dessus ou au-dessous de D, ou qu'ils tombent à côté.

226. Il en est de même des rayons rompus. Il est visible, par exemple, que les rayons qu'envoie un objet O (*Fig.* 255.) plongé dans une eau stagnante dont la surface est représentée par BAb, ont de même, après avoir été rompus, deux points de concours G & E différens l'un de l'autre. Le premier G appartient aux rayons DM, dm, dont l'un dm est directement au-dessus de l'autre DM, & le second E appartient aux rayons DM, $d'm'$ qui sont immédiatement à côté l'un de l'autre. Le point de concours E est dans la perpendiculaire menée de l'objet O à la surface de l'eau.

227. Maintenant puisque des rayons réfléchis ou rompus ont deux points de concours G & E, & que par conséquent il y a pour chaque surface réfléchissante ou rompante deux caustiques, nous devons d'un œil seul, si le principe est vrai, appercevoir deux images. Car si le trou de la prunelle n'était qu'une fente verticale extrêmement étroite, il est clair que nous ne verrions que l'image G, & que si cette fente était horisontale, ce serait l'image E que nous appercevrions exclusivement à l'autre. Nous devrions donc voir les deux images, puisque le trou de notre prunelle étant rond, il est également susceptible de recevoir les rayons qui concourent en G & ceux qui concourent en E, & que d'ailleurs on ne voit pas pourquoi on n'appercevrait qu'une seule de ces deux images. D'où l'on peut conclure avec Mr. d'Alembert, qu'il y aurait telle position des yeux, où il y aurait pour chacun deux images distinctes, de sorte qu'il s'en trouverait assez souvent quatre & au moins trois, l'une dans la perpendiculaire menée de l'objet sur la surface réfléchissante ou réfringente, les deux autres dans les caustiques.

228. Nous ne devons pas omettre ici

l'autre cas (*Art. 138.*). C'est pourquoi, si, lorsque l'objet est placé en $p'q'$, sa distance apparente de l'œil nud est représentée par sa distance réelle Oq', cette même droite Oq' représentera

que Berkelai *dans son Essai sur une Théorie nouvelle de la Vision*, avait déja prouvé, *à priori*, l'insuffisance de ce principe, en conséquence l'avait rejetté & lui en avait substitué un autre, mais qui n'est pas plus vrai, & qu'il n'eût certainement pas manqué de rejetter aussi, s'il avait consulté davantage l'expérience. La divergence des rayons qui entrent dans l'œil, ne nous apprenant rien sur la distance ou le lieu apparent, il imagina que nous pouvons en juger à l'aide de la confusion apparente, qui résulte souvent de cette divergence. Et voici la raison qu'il en donne, laquelle est assez plausible.

229. Un objet qui est assez près de l'œil pour commencer à paraître confus, le paraît davantage quand on l'approche, & la confusion augmente à proportion qu'on l'approche davantage. Or comme l'on trouve que cela arrive toujours ainsi, les idées de certaines distances se lient bientôt à certains degrés de confusion; l'idée d'une distance plus petite se lie à celle d'une confusion plus grande, & l'idée d'une distance plus grande à celle d'une confusion moindre.

L'apparence confuse de l'objet, continue Berkelai, paraît donc déterminer le jugement que l'esprit porte de la distance dans ces cas où les plus célébres Opticiens prétendent que nous en jugeons par la différente divergence avec laquelle les rayons qui viennent du point visible, entrent dans la prunelle.

230. Ce qui aura probablement contribué à le persuader de la vérité de son principe, c'est son accord au moins apparent avec l'expérience de Barow. En effet, à mesure qu'on éloigne l'œil du verre ou du miroir, on apperçoit l'objet plus confusément, & en même-tems on le voit à proportion plus proche.

231. Mais comment peut-on juger alors de sa distance? Voici comme Berkelai l'explique. Lorsque la confusion est la même, soit qu'elle soit occasionnée par la trop grande divergence des rayons, comme quand nous regardons à la vue simple des objets trop proches, ou qu'elle provienne au-contraire de leur convergence, comme dans l'expérience de Barow, elle doit produire le même effet sur l'ame. Car l'œil ou plutôt l'ame n'ayant de perception que de la confusion même, sans jamais entrer en considération de la cause qui l'occasionne, attache constamment la même idée de distance au même degré de confusion, soit que cette confusion naisse de la divergence ou de la convergence des rayons. D'où il suit que, lorsqu'on regarde un objet Z au travers d'un verre QS (*Fig. 257.*) qui rend convergens les rayons ZQ, ZS qui en viennent, on doit le juger à cette proximité à laquelle, s'il se trouvait réellement, il enverrait dans l'œil des rayons assez divergens pour produire exactement le même degré de confusion dans l'apparence de l'objet, qu'on y en remarque à l'occasion de la convergence; ou, ce qui revient au même, qu'on doit rapporter l'objet au point d'où les rayons partiraient (*Fig. 256.*) avec le degré de divergence convenable pour rencontrer le fond de l'œil, avant leur réunion, dans un espace DC égal à celui qui, dans la Figure 257, reçoit les rayons convergens, après leur réunion. Tout cela doit s'entendre, dit Berkelai, abstraction faite des autres circonstances qui accompagnent la vision, telles que la figure, la grandeur, la faiblesse, &c. des objets visibles, qui toutes contribuent à nous faire juger de la distance.

232. S'il est vrai, comme le pense Berkelai, que nous jugions de la distance par la confusion apparente, il a raison d'en conclure qu'on rapporte l'objet qu'on apperçoit au travers du verre, à l'endroit d'où il enverrait à l'œil des rayons assez divergens pour occasionner la même confusion que les rayons convergens par lesquels on l'apperçoit. Cette conséquence est très-juste; mais elle fait voir que tout objet vu le moins confusément qu'il est possible au travers des verres, doit toujours paraître à un pied ou deux de distance au plus de l'œil; parce que c'est à cette distance, &

aussi sa distance apparente, au travers du verre ou dans le miroir, lorsqu'il était en PQ. Ainsi j'appellerai Oq' la distance apparente de l'objet PQ, & $p'q'$ l'objet apparent.

même en-deçà, que le commun des hommes cesse de voir distinctement à la vue simple. Mais dans l'expérience de Barow, on voit les objets confusément à toutes sortes de distances apparentes, qui n'excédent pas leur distance apparente à la vue simple. Car l'objet étant placé au-delà du foyer du verre, on l'apperçoit confusément, quoiqu'on mette l'œil tout contre le verre, à cause que les rayons entrent convergens dans l'œil; & si l'on éloigne par degrés l'objet du verre, ou ce qui est le même, qu'en tenant le verre toujours contre l'œil, on s'éloigne soi-même par degrés de l'objet, la confusion augmentera (*Art. 48.*) avec la distance apparente, laquelle est toujours la même à peu près qu'on la trouverait à la vue simple si on ôtait le verre (*Art. 117.*). Bien plus, on peut changer la confusion apparente comme l'on voudra, en se servant de verres de différentes convexités, sans qu'il en résulte de changement dans la distance réelle & apparente. Il suit donc du peu de conformité de ces apparences avec la conséquence que Berkelai tire de son principe, que le principe même est insuffisant; & par conséquent si on voit l'objet d'autant plus proche qu'on le voit plus confus lorsqu'on éloigne l'œil du verre, ce n'est que par cas fortuit, eu égard à la confusion, & parce que la grandeur apparente augmente avec elle.

233. Qu'on mette contre le verre convexe avec lequel on aura fait la dernière expérience, un verre concave d'un foyer beaucoup plus court, contre lequel on applique ensuite l'œil, on verra confusément l'objet au travers de ces deux verres, à cause de la trop grande divergence des rayons qui entrent dans l'œil. Mais si on sépare ces verres & qu'on les éloigne l'un de l'autre par degrés, la confusion diminuera, deviendra nulle, & augmentera ensuite de nouveau, tandis que la distance apparente de l'objet décroîtra continuellement. On découvre pourquoi la confusion souffre ces changemens, en examinant les circonstances du mouvement de la seconde image k dans la Note 221; & dans le moment on va l'expliquer avec plus de détail.

234. Renversons maintenant l'ordre des verres, c'est-à-dire, supposons qu'on applique contre l'œil un verre convexe d'un foyer un peu plus grand que le verre concave ou le miroir convexe, employé dans les trois premières expériences (*Note 193 & suiv.*), & qu'on répete ensuite ces mêmes expériences, on remarquera les mêmes variations dans la distance & dans la grandeur apparentes, que si on ne se servait point du verre convexe (*Art. 117.*); mais actuellement la confusion & la distance apparentes augmenteront ou diminueront toujours ensemble : ce qui est entiérement opposé au principe de Berkelai. Voici pourquoi la confusion éprouve ces changemens. Soit le verre concave en A (*Fig. 258 & 259.*); l'objet éloigné en Q, son image formée par ce verre en q, dont par conséquent les rayons divergent en tombant sur le verre convexe B; & soit une seconde image en k formée par ce dernier verre, de laquelle les rayons divergent ou vers laquelle ils convergent, en entrant dans l'œil appliqué en B. Maintenant puisqu'on a supposé la distance focale Bb du verre convexe B plus grande que Aq, il s'ensuit que, lorsque les verres sont proches l'un de l'autre, l'image q est plus proche de l'oculaire B que son foyer b, & pour lors les rayons entrent dans l'œil divergens, comme s'ils venaient de l'image k; & la vision sera distincte, si k n'est pas trop près de l'œil. Mais tandis qu'on écarte ces verres l'un de l'autre (*Fig. 259.*), & que l'intervalle qb diminue, devient nul & ensuite négatif, la distance Bk augmente, devient infinie, ensuite négative & diminue derrière l'œil (*Art. 48.*); ainsi, comme l'œil reçoit des rayons qui deviennent de plus en plus convergens, la confusion augmentera, tandis que la distance apparente augmente (*Note 193.*), comme elle faisait lorsqu'on ne se servait point du verre convexe (*Art. 117.*).

235. Quant à ce que Berkelai ajoûte,

Quand le point P & le rayon OA par lequel on le voit, sont de part & d'autre de l'axe OQ, le point p' & la ligne $p'q'$ sont derrière l'œil, & par conséquent on doit voir à l'œil

qu'il faut faire abstraction des autres circonstances de la vision, telles que la figure, la grandeur, la faiblesse, &c. des objets, je répons (c'est l'Auteur qui parle) que si on applique contre l'œil successivement différens verres, & que se tenant toujours à la même distance de celui qui est directement exposé à l'objet, & que nous supposons fixe, on regarde ce même objet supposé fixe aussi, on n'apperçoit point, malgré la différence de ces verres, d'altération sensible dans la figure, la grandeur & la faiblesse de cet objet; & cependant la confusion qui souffre des changemens très-frappans, qui même s'évanouit & fait place à la distinction, n'en occasionne point de sensibles dans la distance apparente de l'objet, dans aucune des expériences que j'ai faites.

236. Concluons donc que la confusion qui regne dans l'apparence d'un objet, ne peut nous instruire de sa distance, & que Berkelai n'a point été par conséquent plus heureux que Tacquet, Barow & les autres. Il nous semble qu'il n'en est pas tout-à-fait de même de notre Auteur. Si le jugement que nous portons de la distance dans la vision simple, est principalement déterminé par la grandeur apparente, c'est une conséquence qui paraît naturelle qu'il le soit aussi par cette même grandeur dans la vision réfléchie ou réfractée. Car les objets nous ayant toujours paru à la vue simple, plus proches ou plus éloignés à proportion qu'ils nous paraissaient plus grands ou plus petits, & nous étant par conséquent accoûtumés à lier l'idée d'une plus courte distance avec celle d'une apparence plus grande, & l'idée d'une plus grande distance à celle d'une apparence plus petite; ne semble-t-il pas naturel lorsqu'en regardant au travers des verres ou dans les miroirs, nous appercevons les objets amplifiés ou rapetissés, que nous les jugions alors rapprochés dans le premier cas, & éloignés dans le second; & que plus ces verres ou ces miroirs nous les font paraître grands ou petits, plus nous les jugions proches ou éloignés, & que nous les rapportions à la même distance ou à peu près, à laquelle nous les jugerions à la vue simple, s'ils nous paraissaient de la même grandeur qu'à travers les verres ou dans les miroirs. Si la même grandeur apparente doit en général donner toujours la même idée de distance, qu'un objet nous paraisse d'une certaine grandeur au travers d'un verre, ou à la vue simple, ne devons nous pas le juger également à la même distance?

237. Tout plausible que paraît ce principe, il n'est pas cependant sans difficultés; & il est certain qu'il aurait besoin d'être confirmé par de nouvelles expériences; du moins serait-il nécessaire de répéter & de varier avec le plus grand soin celles que nous avons rapportées (*Notes 193, 194, &c.*)

Parmi les difficultés dont ce principe est susceptible, en voici quelques-unes qui méritent d'être remarquées.

238. 1°. Il est certain que dans le miroir convexe l'image est toujours plus petite que l'objet; desorte qu'en conséquence du principe, elle doit paraître plus éloignée du miroir que l'objet même; cependant tout le monde convient qu'elle l'est moins.

239. 2°. Dans le miroir concave, lorsque l'image est derrière le miroir, elle est plus grande que l'objet; elle devrait donc paraître plus près du miroir que cet objet, ce qui n'est pas; elle est au contraire toujours plus loin.

240. 3°. De ce que le verre convexe amplifie l'apparence de l'objet, il s'ensuivrait qu'on devrait voir cet objet plus près qu'à la vue simple. Il paraît cependant que c'est tout le contraire, & qu'un objet vu au travers d'un verre lenticulaire, parait plus éloigné qu'à l'œil nud: ce dont il est facile de s'assurer par divers moyens, mais dont le plus simple & le plus convaincant est celui dont Mr. Montucla dit qu'il se servit pour en convaincre plusieurs personnes qui croyaient qu'on voit l'objet rapproché. » Je les invitai, dit-il, à regarder de » haut en bas, au travers d'un pareil verre, » le bord d'une table, & de tâcher ensuite

nud cette ligne renversée. Mais si on préfere que $p'q'$ soit toujours devant l'œil, dans ce cas il faut renverser l'objet PQ, & le faire couler le long de l'axe; & son extrémité P touchera le rayon visuel OA prolongé, à la même distance de l'œil qu'auparavant, parce que les angles opposés AOC, $p'Oq'$ sont égaux.

140. D'où il s'ensuit que tandis qu'on fait mouvoir l'œil, l'objet ou le verre ou miroir, *la distance apparente de l'objet croît ou décroît en raison inverse de sa grandeur apparente.* Car la même distance apparente du même objet vu en $p'q'$ à la vue simple, varie dans la raison inverse de la même grandeur apparente (*Art.* 99.).

141. Donc *la distance apparente* Oq' *d'un objet* PQ *vu au travers d'un verre ou dans un miroir, est à sa distance apparente* OQ, *vu à la vue simple, comme sa grandeur apparente à la vue simple, à sa grandeur apparente dans le verre ou dans le miroir.* Car supposons menée une droite OP, laquelle a été omise dans les figures pour les rendre plus simples; puisque PQ & $p'q'$ sont égales, la première distance Oq', est à la dernière OQ, comme le dernier angle POQ, au premier $p'Oq'$ (*Art.* 60.).

Ayant déterminé dans le Chapitre précédent le rapport des grandeurs apparentes des objets aux vraies dans la plûpart des cas, leurs distances apparentes se trouvent aussi déterminées par cette regle. Mais comme la question de la distance apparente

» avec le doigt de le toucher. Il n'y en eut » aucune qui ne portât le doigt plus bas » qu'il ne fallait, loin de le porter plus haut, » comme elles auraient dû faire, si elles » eussent jugé l'objet plus proche. » (*Hist. des Mathém. tom. II.*)

241. Mr. Montucla trouve dans l'expérience dont Barow fit usage contre le principe des anciens, une difficulté assez embarrassante. » Suivant l'opinion de Mr. Smith, » dit-il, lorsqu'on voit obliquement de » dehors une eau tranquille, une perpendiculaire à la surface de cette eau plongée » au dedans, chacune de ses parties paraît » d'autant plus diminuée qu'elle est plus » profondement placée. Ainsi, si chaque » partie devait paraître d'autant plus éloignée qu'elle est plus diminuée, les parties » les plus basses devraient paraître au-delà » de la perpendiculaire, & l'apparence de » la ligne entière serait une courbe placée » au-delà de cette perpendiculaire; cependant, selon Barow, c'est une courbe qui » tombe en deçà. »

242. On peut aussi reprocher à l'Auteur, que dans la détermination générale qu'il donne de la distance apparente, en conséquence de son principe, il suppose que la grandeur de l'image est simplement proportionnelle à l'angle optique : or il y a ici quelqu'incertitude. Nous avons déja fait remarquer (*Note* 92.) qu'un de nos plus grands Geometres pensait que cela n'est pas exactement vrai. (*Mr. d'Alembert, Opuscules Mathématiques, & dans l'Encyclopédie au mot Dioptrique.*)

n'a été traitée que très-imparfaitement par les Écrivains d'Optique, nous allons entrer dans quelque détail, & tâcher de la ſuivre un peu plus loin. Pour cela nous déduirons tous les cas de la diſtance apparente immédiatement de ſa définition (*Art.* 139.), ſans le ſecours de ces premières démonſtrations.

142. La diſtance apparente Oq' & la vraie OQ ſont égales; 1°. lorſque l'objet touche une lentille mince ou une ſimple ſurface réfringente ou réfléchiſſante; parce qu'alors les points P, A, p' co-incident. 2°. Lorſque l'œil touche une lentille mince ou un miroir; car quand les points O, A, C co-incident ſur le côté d'une lentille, le rayon viſuel paſſe à très-peu près par le milieu de cette lentille, & par conſéquent ſes parties incidente & émergente prolongées, ſont à peu près paralleles & co-incidentes (*Art.* 42.), ce qui fait que les points P, p' co-incident à peu près; & lorſque les points O, A, C co-incident à la ſurface d'un miroir, les rayons incident & réfléchi prolongés font des angles égaux avec la perpendiculaire QCq', & par conſéquent les triangles PCQ, $p'Cq'$ ſont égaux. 3°. Quand l'œil eſt au centre d'un miroir concave; parce qu'alors les rayons incident & réfléchi, & conſéquemment $p'q'$ & PQ co-incident. 4°. * Lorſqu'un rayon PO qui vient directement à l'œil, fait un angle POQ égal à l'angle AOC ou à l'angle $p'Oq'$; car pour lors les triangles POQ, $p'Oq'$ ſont égaux. Cela arrive dans un miroir concave, lorſque l'objet eſt très-près du centre. Pour s'en aſſurer, ſoit prolongé l'objet PQ juſqu'à ce qu'il coupe le rayon réfléchi en p; puiſque les angles POQ, $p'Oq'$ ou pOQ ſont ſuppoſés égaux, les droites PQ, pQ ſeront auſſi égales: ainſi une droite QA coupera l'angle PAp en deux parties à peu près égales, lorſque A eſt très-près de C, comme

Fig. 241 & 242.

Fig. 239.

Fig. 225 & 240.

* *Lorſqu'un rayon PO qui vient directement à l'œil, fait un angle POQ égal à l'angle AOC ou à l'angle $p'Oq'$.* Ce cas ſe peut réſoudre de cette manière. Dans l'axe d'un verre quelconque dont le centre eſt E (*Fig.* 260.), ſoient priſes EG & EH égales chacune au double de la diſtance focale, & ſoit EQ diſtance de l'objet au verre, plus grande que EH; prenant enſuite OG à GE, comme EH eſt à HQ, ſi on met l'œil au point O, on verra l'objet Q au travers de la lentille au même endroit où on le verrait du même point à la vue ſimple. Si la place de l'œil eſt donnée, on pourra avoir celle de l'objet par la même proportion: laquelle peut ſe démontrer ou par l'Article 139, ou par le premier terme de la ſuite de l'Article 247, en mettant la valeur de la diſtance apparente $OP' = OP$.

ferait une droite menée du centre E, & conséquemment les points Q, E sont presque co-incidens.

Fig. 243, 244 & 245. 143. *La distance apparente d'une objet vu au travers d'une lunette ou d'un microscope, est à sa distance apparente à la vue simple; comme sa grandeur apparente à la vue simple, à sa grandeur apparente dans la lunette ou dans le microscope.* Car supposant que AC étant l'objectif, on mette l'œil en O contre l'oculaire, le rayon visuel AO passera sans souffrir de détour (*Art.* 42.); ainsi, la grandeur & la distance apparentes de l'objet seront les mêmes que s'il n'y avoit point d'oculaire ; & comme, lorsque la vision est distincte, les rayons de chaque pinceau sortent de l'oculaire paralleles, la grandeur & par conséquent la distance apparentes continueront d'être les mêmes, tandis que l'œil est écarté, qu'elles étaient avant (*Art.* 107.).

La distance apparente d'un objet vu dans une lunette, est donc à sa distance apparente à la vue simple, comme la distance focale de l'oculaire à la distance focale de l'objectif, par les Articles 120 & 141; ce qui se peut encore démontrer indépendamment du 120e. Soit pq l'image d'un objet éloigné, terminée par la droite PCp; qC la distance focale de l'objectif; & qO celle de l'oculaire. Alors supposant qu'ayant mis l'œil en C, on regarde l'objet à la vue simple; puisque les angles $p'Oq'$, PCQ ont des soutendantes égales $p'q'$ & PQ, la distance apparente Oq' dans la lunette, est à sa distance apparente CQ à l'œil nud placé en C, comme le dernier angle PCQ au premier $p'Oq'$ (*Art.* 60.), ou comme l'angle opposé pCq à l'angle opposé pOq, ou enfin, parce que la soutendente pq leur est commune, comme la dernière distance focale qO à la première qC.

Fig. 246, 247 & 248. On peut encore prouver la même proportion, AC représentant l'oculaire d'une lunette ou d'un microscope, & l'objectif étant placé en o, foyer correspondant de O. Car soit pq l'image d'un objet éloigné PQ, terminée par la droite PoA; si qo & qC sont les distances focales des verres supposés en o & en C, le rayon AO sera parallele à pC (*Art* 50.). Or, la distance apparente Oq' est à la distance apparente oQ à l'œil nud situé en o, comme le dernier angle PoQ au premier $p'Oq'$, ou comme l'angle opposé poq à l'angle opposé AOC, ou à son égal pCq, ou enfin, comme la dernière distance qC à la première qo.

144.

144. Un objet vu au travers d'un verre ou dans un miroir, *paraît derrière, contre ou devant ce verre ou ce miroir*, ſuivant que $p'q'$ ou PQ, grandeur réelle de cet objet, eſt plus grande, égale ou plus petite que AC, partie du verre ou du miroir, par laquelle on l'apperçoit. Car puiſque $p'q'$ & AC ſoutendent toutes deux le même ou des angles viſuels égaux, Oq' ſera plus grande, égale ou plus petite que OC, ſelon que $p'q'$ ou PQ eſt plus grande, égale ou plus petite que AC. Fig. 219, 220, &c. juſqu'à 248.

D'où il ſuit qu'un objet paraît toujours derrière une ſurface quelconque, un verre ou un miroir, lorſque cette ſurface, ce verre ou ce miroir ne peut rendre paralleles les rayons qui divergent de l'œil; parce qu'alors PQ ou $p'q'$ ſera toujours plus grande que AC.

Cette regle eſt vraie dans un globe ou dans un nombre quelconque de ſurfaces, en prenant A pour le concours des parties incidente & émergente du rayon viſuel prolongé, & une perpendiculaire menée de A ſur l'axe, au lieu de l'ouverture d'un ſimple verre ou miroir.

145. La ſimilitude conſtante des triangles $Ap'P$, AOo, fait voir que le rapport de Ap' à AP, c'eſt-à-dire, des diſtances de l'objet apparent & de l'objet véritable au verre ou au miroir, eſt le même que le rapport de AO à Ao, c'eſt-à-dire, des diſtances de l'œil & de ſon foyer correſpondant à ce verre ou à ce miroir. Fig. 231 & 232.
Par conſéquent, dans le cas des réfractions à une ſurface plane, ce rapport eſt le même que celui du ſinus d'incidence au ſinus de réfraction d'un rayon qui vient de l'objet à l'œil (*Art. 31.*), lequel dans le paſſage de l'eau dans l'air, eſt de 3 à 4; & dans la réflexion à un miroir plan, c'eſt un rapport d'égalité (*Art. 23.*).

146. C'eſt pourquoi, dans ces deux cas*, l'objet paraît à la

243.* *C'eſt pourquoi dans ces deux cas l'objet paraît à la place de ſon image.* Cela deviendra plus évident en prolongeant Pp' (*Fig. 231.*) juſqu'à ce qu'elle coupe le plan réfringent CA à angles droits en D. Car ſuppoſant que P envoie des rayons tels que PA, puiſque Dp' eſt à DP dans le rapport du ſinus d'incidence au ſinus de réfraction (*Art. 223.*), il ſuit que tandis que le point P ſe mouvra le long de l'objet PQ, le point ou foyer correſpondant p' décrira une image $p'q'$ égale & parallele à PQ (*Art. 244.*).

244. Dans le ſecond cas qui eſt celui où le plan CAD eſt réfléchiſſant (*Fig. 232.*), puiſque Dp' eſt égale à DP, tous les rayons qui viennent de P, divergeront de p' après les réflexions (*Art. 202.*); & par conſéquent tandis que P ſe meut le long de PQ, le foyer p' décrira une image $p'q'$ parallele & égale à PQ.

245. On a cité d'autres cas dans l'Art. 142.

place de son image, non parce que les rayons entrent dans l'œil en divergeant de cet endroit, qu'on n'apperçoit point, mais parce que l'objet est égal à son image ; & conséquemment sa grandeur & sa distance apparentes sont les mêmes que s'il était dans la place de son image, & qu'il fût vu à la vue simple. Mais si l'image d'un objet étant plus petite que lui, on le met au lieu qu'elle occupe, il paraîtra plus gros (*Art. 105.*) & par conséquent plus proche à la vue simple, qu'au travers du verre ou dans le miroir (*Art. 138.*) ; c'est-à-dire, qu'on verra l'objet dans le verre ou dans le miroir, plus loin que n'est la place de son image : & au contraire. Et en général, *la distance apparente d'un objet est à la distance réelle de sa dernière image, comme la grandeur réelle de l'objet à la grandeur réelle de cette image ;* parce que l'objet apparent $p'q'$ & la dernière image soutendent le même angle visuel.

Fig. 219, 220, &c. jusqu'à 248. 147. Si, tandis que l'œil & le verre ou le miroir gardent constamment la même position, on éloigne par degrés l'objet du verre ou du miroir, nous pouvons supposer fixes les lignes OA, Ao, & n'attribuer de mobilité qu'à la parallele Pp' ; d'où il est évident, & sur-tout encore par la similitude constante du triangle variable PAp' au triangle invariable oAO, que dans tous les verres & les miroirs qui ne peuvent rendre le rayon AP parallele à l'axe, pendant que AP croît, Ap' & Op' croîtront aussi continuellement, en quelqu'endroit que l'œil soit placé ; & que Op' croîtra aussi continuellement dans tout autre verre ou miroir qui peut faire prendre au rayon AP une route parallele à l'axe, lorsque

dans lesquels un petit objet est égal à son image, & paraît à sa place, lorsqu'il touche un verre mince, ou une surface réfléchissante ou réfringente ; ou lorsqu'il est placé au centre d'un miroir concave ; ou enfin lorsqu'il est au centre d'une simple surface sphérique qui termine un milieu dense.

246. Il ne se présente plus, je crois, qu'un cas de ce genre ; savoir, lorsque la distance EQ d'un objet PQ (*Fig. 261 & 262.*) au centre d'une lentille convexe ou d'une sphere, ou d'une simple surface sphérique qui termine un milieu dense, est égale à la somme des deux distances focales de cette lentille, de cette sphere, ou de cette surface convexe. Car alors la distance opposée Eq de son image est aussi égale à cette somme (*Art. 236.*), & par conséquent l'objet PQ est égal à son image pq (*Art. 245.*), & devrait paraître dans la place de cette image, par la regle générale dont il est parlé à la fin de cet Article ; savoir que Oq' distance apparente de l'objet, est à Oq distance de son image, comme l'objet PQ ou $p'q'$ est à son image pq : ce qui est évident, à cause des triangles semblables $Op'q'$, Opq.

Après ce qu'on vient de dire, il est très-clair qu'un objet ne peut paraître à la place qu'occupe son image, au moins à la vue simple, que lorsqu'il lui est égal.

l'œil eſt ſitué quelque part entre ce verre ou ce miroir & ſon foyer principal. Mais ſi on met l'œil à ce foyer, Ap' étant nulle, Op' ſera conſtamment égale à ſa diſtance focale ; & lorſque l'œil eſt ſitué au-delà du foyer, Op' diminuera juſqu'à ce que P arrive en o, & après qu'il aura paſſé ce point o, Op' augmentera continuellement juſqu'à ce qu'elle égale OA, lorſque oP eſt égale à oA; elle croîtra auſſi juſqu'à ce qu'elle ſoit égale à OP, lorſque l'angle POQ devient égal à $p'Oq'$ ou à AOC, c'eſt-à-dire, lorſque la grandeur vraie de l'objet & ſa grandeur apparente deviennent égales.

148. La diſtance apparente ſouffrira encore de ſemblables variations, en ſuppoſant fixes l'objet & le verre ou le miroir, tandis qu'on éloignera par degrés l'œil du verre ou du miroir ; c'eſt-à-dire, que dans tous les verres & les miroirs, qui ne peuvent rendre paralleles les rayons divergens, tandis que AO croît, Op' croît auſſi continuellement, en quelqu'endroit que l'objet ſoit placé ; & dans les autres verres ou miroirs, qui peuvent rendre les rayons paralleles, Op' augmente auſſi, lorſque l'objet eſt quelque part entre ce verre ou ce miroir & ſon foyer principal. Mais ſi l'objet eſt ſitué à ce foyer même, Op' ſera conſtamment égale à ſa diſtance focale ; & lorſque l'objet eſt placé au-delà de ce foyer, Op' décroît juſqu'à ce que o arrive en Q, & après que o aura paſſé ce point Q, elle augmente continuellement, juſqu'à ce qu'elle devienne égale à OA, & puis à OP, comme dans l'Article précédent *.

* Les phénomenes des mouvemens apparens dans les verres ou dans les miroirs, n'étant déduits de la définition de la diſtance apparente donnée Article 139, que par le ſecours de la Géométrie, je crois devoir entrer dans quelque détail, en les comparant d'une maniere plus directe avec de ſemblables phénomenes vus à la vue ſimple. On en ſentira mieux d'ailleurs les difficultés invincibles & les contradictions qui ſe préſentent, quand on veut tenter de les expliquer par le principe reçu de la divergence des rayons du lieu de l'image.

247. Tout le reſte demeurant le même, ſoit jointe OP (*Fig.* 263, 264 & 265.), & par le centre du verre ſoit menée PE, laquelle coupe en p le rayon viſuel OA prolongé. La perpendiculaire pq à l'axe ſera alors l'image de l'objet PQ (*Art.* 55 ou 245.) ; & lorſqu'on applique l'œil contre le verre, les angles pOq, POQ ſeront à très-peu de choſe près égaux (*Art.* 43.)

248. I. CAS. Delà pendant que l'œil s'éloigne du verre en quelque point O (*Fig.* 263.), ſi la diſtance Oq eſt moindre que OQ, l'angle pOq décroîtra plus vite, ou dans un plus grand rapport que l'angle POQ (*Art.* 60.) ; & par conſéquent la grandeur apparente de l'objet fixe PQ au travers de la lentille, décroîtra auſſi plus vite qu'elle ne ferait à la vue ſimple, ſi on ôtait la lentille. Mais ſuppoſant qu'en même tems on éloignât de l'œil nud l'objet PQ

Voyez les Fig. 169, 170, 171, & une partie de celles de la Planche 14.

Car le verre ou le miroir & l'objet étant fixes, la place & la grandeur de l'image de l'objet le sont aussi; & cette image étant au-delà du verre ou du miroir dans les deux premiers cas, l'angle parallélement à lui-même, en lui faisant occuper successivement différentes places $p'q'$, avec la vîtesse convenable pour qu'il soutende un angle visuel décroissant $p'Oq'$ constamment égal à l'angle pOq formé par les rayons rompus, la grandeur apparente de cet objet à la vue simple, deviendrait alors constamment égale à sa grandeur apparente au travers du verre; il paraîtrait par conséquent s'éloigner de l'œil nud avec la vîtesse avec laquelle il paraîtra s'éloigner au travers du verre, tandis qu'il reste fixe au même endroit PQ.

249. Car les deux images tracées sur le fond de l'œil étant toutes deux distinctes & constamment égales & semblables, & n'ayant nulle sensation des réfractions que les rayons ont souffertes, mais seulement de la grandeur de l'image qui en résulte, les sensations de cette image décroissante doivent nous faire porter le même jugement que nous avons coutume de porter à l'occasion de sensations pareilles d'une semblable image décroissante d'un objet qui s'éloigne de nous, & que nous voyons à la vue simple.

250. II. CAS. Soit maintenant la distance Oq (*Fig. 264.*) plus grande que OQ. Tandis que l'œil s'éloigne du verre en quelque point O, l'angle pOq décroît plus lentement, ou dans un moindre rapport que l'angle POQ (*Art. 60.*). Par conséquent la grandeur apparente de l'objet PQ au travers du verre, décroît plus lentement qu'elle ne ferait à la vue simple, si on ôtait ce verre (*Art. 106 & 108.*). Mais supposant qu'on approchât en même-tems l'objet PQ de l'œil nud parallélement à lui-même, en lui faisant occuper successivement différentes places $p'q'$, avec la vîtesse nécessaire pour qu'il soutende un angle visuel décroissant $p'Oq'$, toujours égal à l'angle pOq formé par les rayons rompus, la grandeur apparente de cet objet à l'œil nud, deviendrait alors constamment égale à sa grandeur apparente au travers du verre: il paraîtrait donc s'approcher de l'œil nud avec la même vîtesse qu'on le verra s'approcher au travers du verre, tandis qu'il reste à la même place PQ.

251. III. CAS. Enfin si l'image fixe pq (*Fig. 265.*) est derrière l'œil, & que l'œil s'éloigne du verre en quelque point O, l'angle AOE ou l'angle pOq augmentera présentement pendant que l'angle POQ diminue; & en conséquence la grandeur apparente de l'objet au travers du verre augmentera, tandis que sa grandeur apparente à la vue simple décroîtrait, si le verre était ôté. Mais si on faisait avancer l'objet vers l'œil nud parallélement à lui-même, en lui faisant occuper successivement différentes places $p'q'$, avec la vîtesse convenable pour qu'il soutende un angle visuel croissant $p'Oq'$, toujours égal à pOq ou à AOE, la grandeur apparente de cet objet à la vue simple, deviendrait constamment égale à sa grandeur apparente au travers du verre; il paraîtrait donc s'approcher de l'œil nud, avec la même vîtesse qu'on le verra s'approcher au travers du verre, tandis qu'il est réellement toujours au même endroit PQ; sur-tout si on regarde cet objet par un trou d'épingle, afin de le voir distinctement.

252. Que, lorsqu'on applique l'œil contre une simple surface réfringente AC (*Fig. 266.*), le rayon visuel rompu DCp coupe, au point r, une droite Pp' parallele à l'axe, l'objet PQ paraîtra à l'endroit où est la perpendiculaire rs (*Art. 139.*); & tandis que l'œil s'éloigne de C, & va en quelque point O, on peut faire voir, comme ci-dessus, que la distance apparente de l'objet fixe PQ, varie dans la même proportion qu'elle varierait à la vue simple, si on éloignait l'objet égal rs de la place rs avec la vîtesse convenable pour qu'il soutende toujours l'angle visuel variable pOq ou AOC.

253. Ainsi pendant que l'œil s'éloigne d'un plan réfringent AC (*Fig. 267.*), l'objet PQ paraît toujours à la place de son image pq sans en sortir jamais, parce qu'elle co-incide avec la perpendiculaire rs, & est de même grandeur qu'elle.

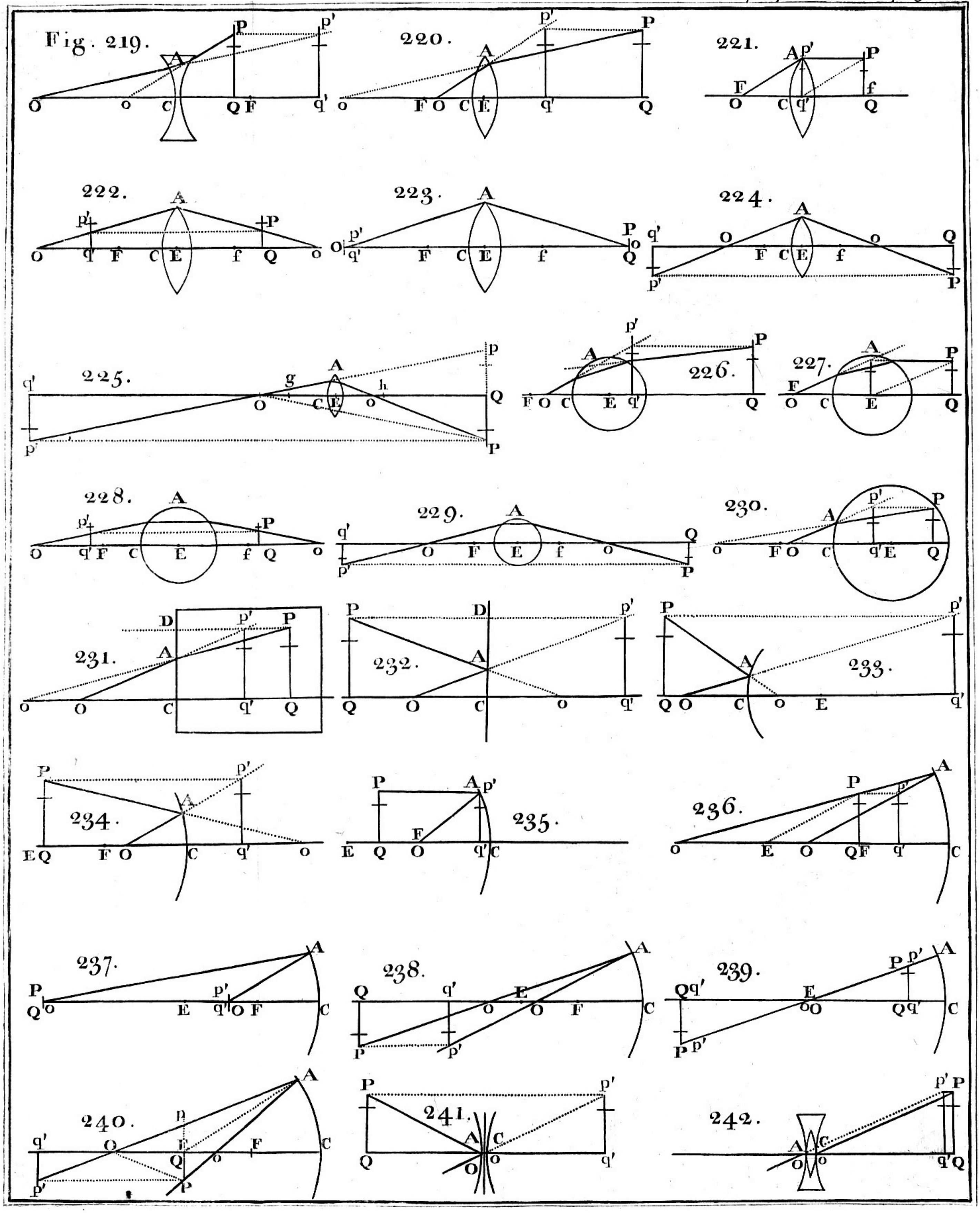


Fig. 219.
220.
221.
222.
223.
224.
225.
226.
227.
228.
229.
230.
231.
232.
233.
234.
235.
236.
237.
238.
239.
240.
241.
242.

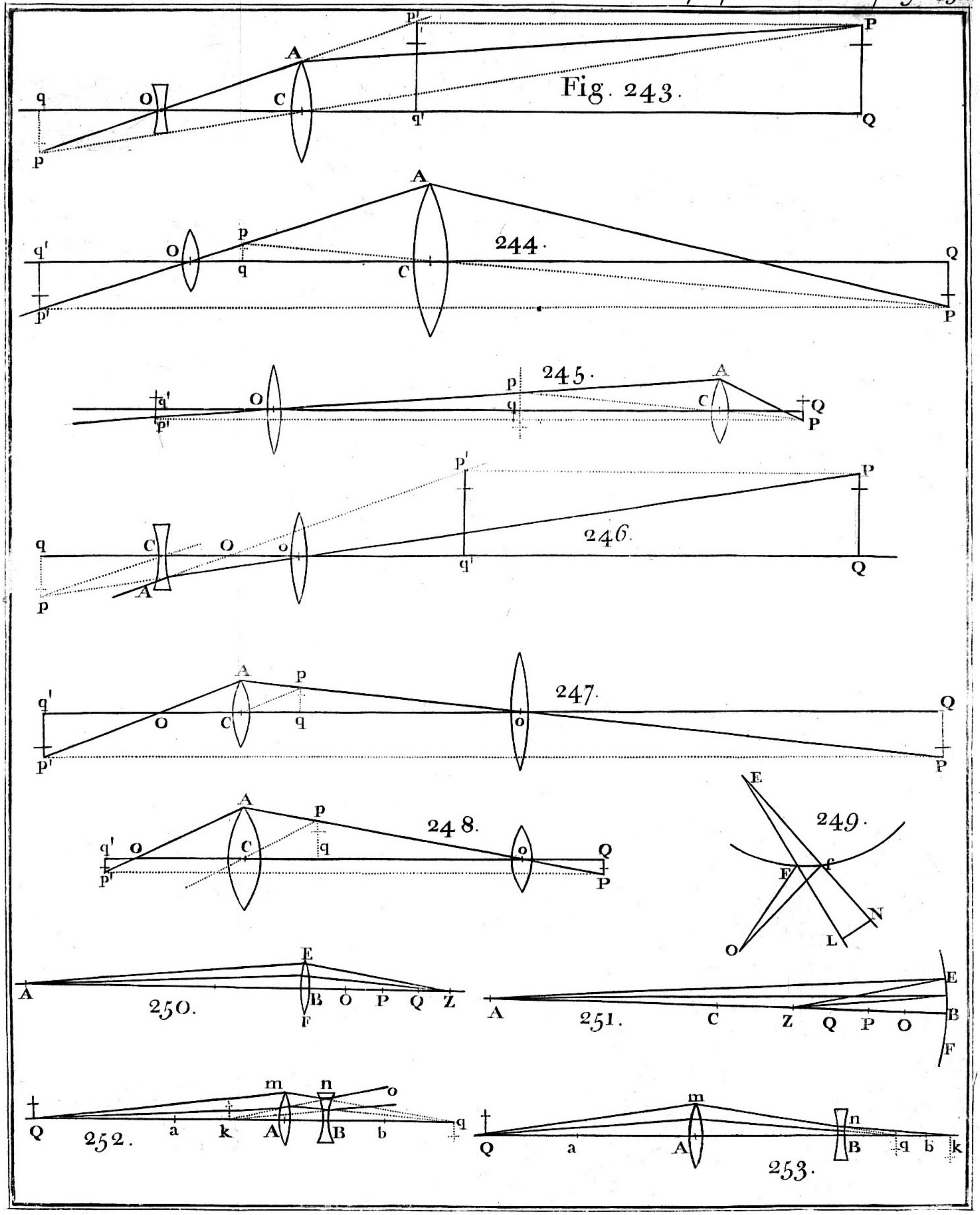


Fig. 243.
244.
245.
246.
247.
248.
249.
250.
251.
252.
253.

visuel qu'elle soutend diminue continuellement, tandis que l'œil s'éloigne d'elle & du verre ou du miroir, & par conséquent l'objet apparent & constant $p'q'$ soutendra cet angle décroissant, à des

254. Car étant accoutumés à certains degrés connus d'accroissement dans la grandeur apparente d'un objet immobile duquel nous approchons, & à de semblables degrés de diminution lorsque nous nous en éloignons, il faut nécessairement que la grandeur apparente dans les verres ou dans les miroirs, de même qu'à la vue simple, souffre des changemens plus considérables, pour attribuer quelque mouvement à l'objet, & croire qu'il s'approche ou qu'il s'éloigne.

255. Que, lorsqu'on applique l'œil contre une surface réfléchissante AC (*Fig. 268* & *269.*), le rayon visuel réfléchi DCp coupe en r la droite Pp' parallele à l'axe, l'objet PQ paraîtra à l'endroit où est la perpendiculaire rs (*Art. 139.*). Et lorsque l'œil s'éloigne de C, & va en quelque point O, on expliquera les variations de la distance apparente comme ci-dessus, en concevant que l'objet égal rs vu à l'œil nud, commence à se mouvoir de l'endroit rs où il est.

256. Dans les réflexions & les réfractions à une simple surface, il est aisé de faire voir que Cs est égale à CQ dans le cas des réflexions; & que dans celui des réfractions, Cs est à CQ dans le rapport de réfringence (*Note 243.*).

257. Ainsi lorsque l'œil s'éloigne d'un miroir plan, l'objet PQ (*Fig. 270.*) paraît à la place de son image, sans en sortir jamais, parce qu'elle tombe au même endroit, & est de même grandeur que la perpendiculaire rs; ajoûtez à cela la raison qu'on a donnée (*Note 254.*).

258. Je trouve que ces conclusions, de même que plusieurs autres de même espece, déduites toutes de la définition de la grandeur apparente dans les verres ou dans les miroirs, sont conformes aux phénomenes, aussi-bien lorsque l'image est derrière l'œil que lorsqu'elle est devant. Au reste l'image est introduite ici, non# + pour pouvoir déterminer par la Géométrie les variations de l'angle visuel qu'elle soutend. Quand l'image est derrière l'œil, Barow, Gregori & les meilleurs Écrivains, regardent les phénomenes de la distance comme inexplicables, par le principe reçu de la divergence des rayons. Mais lorsque l'image est devant l'œil, ils prétendent qu'on voit l'objet à l'endroit où elle est; ce qui se trouve en effet conforme à la raison & aux phénomenes, par la co-incidence des effets de différentes causes, dans deux ou trois cas déja cités (*Note 243 & suiv.*), mais ne s'accorde en général ni avec l'un ni avec l'autre, comme je l'ai montré (*Note 221.*), & que je vais le faire voir encore d'une autre manière.

#non comme affectant les sens, mais seulement l'entendement, +pour pouvoir

259. Car mettant à part les sensations de différens degrés de grandeur apparente, pourquoi ne voit-on pas toujours l'objet dans la place de son image, lorsqu'il est plus grand ou plus petit qu'elle, comme lorsqu'il lui est égal? & quand on recule ou qu'on avance l'œil, pourquoi l'objet paraît-il en repos dans le dernier cas, & en mouvement dans le premier; tantôt en arrière & tantôt en avant, avec certains degrés de vîtesse apparente dans certains cas? Si l'on admet qu'ayant mis l'œil à un endroit quelconque, on voit toujours l'objet à la place de son image qui est fixe, on doit encore l'y voir en mettant l'œil par-tout ailleurs; c'est-à-dire, qu'on doit l'y voir toujours, quoiqu'on fasse changer continuellement de place à l'œil. Il n'est rien de si clair, ce me semble, que cette conclusion; cependant considérons cela encore sous cet autre point de vue. Supposons qu'on mette un objet réel égal & semblable à l'image pq de l'objet PQ (*Fig. 263*, &c. jusqu'à *269.*), à la place pq de cette image; il est certain qu'à la vue simple il paraîtra en repos, soit que l'œil s'en approche ou qu'il s'en éloigne; & son image sur le fond de l'œil étant toujours égale & semblable à l'image de l'objet PQ vu au travers du verre ou dans le miroir, cet objet PQ doit aussi paraître immobile. Ce qui étant directement contraire aux phénomenes généraux de la vision par les verres ou par les miroirs, montre combien est peu fondée l'hypothése de ceux qui prétendent que l'objet paraît à la place de son image supposée même devant l'œil.

distances de l'œil de plus en plus grandes : mais lorsque l'objet est au foyer principal, l'angle qui mesure sa grandeur apparente, est invariable, & conséquemment Op' est aussi invariable & égale à la distance focale ; & lorsque la distance de l'objet au verre ou au miroir surpasse sa distance focale, son image est du même côté du verre ou du miroir que l'œil, & l'œil en s'éloignant du verre ou du miroir, s'approche de l'image qui est fixe, y passe, & s'en éloigne ensuite ; de sorte que la grandeur apparente augmente d'abord & ensuite diminue, & par conséquent la distance apparente commence par diminuer, puis devient nulle, & ensuite augmente continuellement (*Art. 140.*).

Fig. 271, 272, 273 & 274. 149. Deux personnes NO, PQ qui se regardent au travers d'un verre AC, se voyent à la même distance l'une de l'autre. Car que deux rayons PAO, NAQ se coupent mutuellement dans un point quelconque du verre, & que les rayons visuels OA, QA prolongés rencontrent les paralleles Pp', Nn', en p' & n' ; les perpendiculaires $p'q'$, $n'o'$ seront les objets apparens (*Art. 139.*). Maintenant puisque les inflexions des rayons NAQ, PAO sont égales (*Art. 45.*), les angles NAO, PAQ sont aussi égaux, & comme ils sont petits, NO est à PQ comme AO est à AQ (*Art. 57.*), ou comme l'angle AQC à l'angle AOC (*Art. 60.*) ; c'est-à-dire, que les objets apparens $n'o'$, $p'q'$ sont proportionnels aux angles visuels AQC, AOC, & par conséquent leurs distances des yeux Q & O sont égales, comme dans tous les cas de la vision à la vue simple.

150. D'où il suit que si le verre occupe successivement deux places différentes C, D également éloignées des extrémités de l'intervalle OQ, le même œil verra toujours l'objet à la même distance. Car Oq' distance apparente de l'objet PQ étant égale à Qo' distance apparente de l'objet NO vu au travers du verre par l'œil placé à la distance QC de ce verre, elle sera aussi égale à la distance apparente de l'objet PQ vu au travers du même verre, reculé à la distance OD égale à QC.

151.* Si, lorsque l'intervalle compris entre l'œil & l'objet, est

* Si l'on veut se former une idée plus exacte & plus étendue des variations de la distance apparente dans tous les cas, que par les Articles précédens & celui-ci, voici quelques constructions géométriques à l'aide desquelles il sera facile de les appercevoir toutes.

260. I. CAS Qu'un objet soit fixe

fixe & conſtant, on meut par degrés un verre concave d'un bout à l'autre, la diſtance apparente de l'objet augmente d'abord & enſuite diminue; & elle eſt la plus grande de toutes, lorſque le

dans un point quelconque Q (*Fig. 275, 276*, &c. juſqu'à *283.*) de l'axe QC d'un verre ou d'un miroir fixe en C, dont la diſtance focale eſt CF; & ſoit l'image de l'objet Q au point q déterminé par l'Article 207 ou 236. Sur l'axe CQ ſoit élevée une perpendiculaire CK égale à CQ, & ſoit jointe Kq; & pendant que l'œil O ſe meut le long de l'axe CO, imaginons qu'il emporte avec lui une droite OD toujours perpendiculaire à l'axe, & terminée en D par la droite Kq prolongée, dont la poſition eſt fixe & conſtante: je dis que cette perpendiculaire OD ſera continuellement égale aux diſtances auxquelles l'œil mobile O verra ſucceſſivement l'objet fixe Q; lorſque OD eſt au-deſſus de l'axe, l'objet paraît droit, & renverſé lorſqu'elle eſt en deſſous.

261. Les figures repréſentent toutes les poſitions différentes de la ligne Kq à l'axe du verre ou du miroir, occaſionnées par les diverſes poſitions de l'objet fixe Q, & de ſon image q par rapport au foyer principal F.

262. II. CAS. Suppoſons maintenant l'œil fixe en quelque point O (*Fig. 284, 285*, &c. juſqu'à *292.*) de l'axe OC d'un verre ou d'un miroir fixe en C, dont le foyer ſoit en f; & ſoit l'image de l'œil O au point o que l'on trouve par l'Article 207 ou 236. Sur l'axe CO ſoit élevée une perpendiculaire CO' égale à CO, & ſoit jointe $O'o$; tandis que l'objet Q ſe meut dans l'axe QC, ſuppoſons qu'il emporte avec lui une droite QD toujours perpendiculaire à l'axe, & terminée en D par la droite $O'o$ prolongée, dont la poſition eſt fixe & invariable: je dis que cette perpendiculaire QD ſera continuellement égale aux diſtances auxquelles l'œil qui eſt fixe en O, verra ſucceſſivement l'objet mobile Q; lorſque QD eſt au-deſſus de l'axe, l'objet paraît droit, autrement il paraît renverſé.

263. III. CAS. Suppoſons préſentement que l'œil & l'objet ſoient fixes, le premier dans un point quelconque O de l'axe d'un verre C (*Fig. 293, 294* & *295.*), dont la diſtance focale eſt une ligne donnée f, le ſecond dans un autre point quelconque Q de cet axe. Sur l'intervalle QO compris entre l'œil & l'objet, ſoit conſtruit un carré $QOKO'$; & ſoit le côté KO' oppoſé à l'intervalle QO, une ordonnée à l'axe d'une parabole KDO', qui ait pour parametre la diſtance focale f, & dont les branches tendent vers OQ, ſi le verre eſt concave, & dans la région oppoſée, s'il eſt convexe; pendant que le verre C ſe meut dans l'axe OQ, ſuppoſons qu'il emporte avec lui une droite CD toujours perpendiculaire à l'axe, terminée en D par la parabole KDO': je dis que cette perpendiculaire CD ſera continuellement égale aux diſtances auxquelles l'œil O verra ſucceſſivement l'objet Q, tous deux étant fixes, l'un en O, l'autre en Q; l'objet paraît droit, lorſque CD eſt du côté de KO', autrement on le voit renverſé.

264. Si l'intervalle OQ (*Fig. 296.*) de l'œil & de l'objet eſt plus grand que quatre fois la diſtance focale f du verre convexe, on en retranchera, par ſes deux extrémités, les parties Off & Qff égales chacune au double de la diſtance focale f, ce qui laiſſera dans le milieu la partie $ffff$, entre laquelle & l'intervalle OQ, on cherchera une moyenne proportionnelle GH qu'on placera dans cette droite OQ, de manière que ſes extrémités G & H ſoient également diſtantes de O & de Q. Je dis que la parabole paſſera par les points G & H; & c'eſt pourquoi lorſque le verre convexe paſſera l'un ou l'autre de ces points, l'objet paraîtra renverſé. Voyez cet Article 151.

265. IV. CAS. Soient l'œil & l'objet fixes aux points quelconques O & Q (*Fig. 297* & *298.*) de l'axe QOC d'un miroir C, dont le foyer principal eſt F. Sur l'intervalle OQ ſoit conſtruit un parallélogramme rectangle $QOKL$ qui ait pour hauteur la diſtance focale CF; & ſoit le côté KL oppoſé à l'intervalle QO, une ordonnée à l'axe d'une parabole DLK, dont le parametre ſoit la diſtance focale CF, & qui

verre est exactement au milieu de l'intervalle. Mais si on fait parcourir le même intervalle à un verre convexe, la distance apparente de l'objet diminue d'abord, ensuite augmente & est la

renferme dans sa concavité l'intervalle QO. Si l'on conçoit que pendant que le miroir se meut le long de l'axe CF prolongé, le foyer F emporte avec lui une perpendiculaire FD à cet axe, terminée en D par la parabole DLK : je dis que cette perpendiculaire sera continuellement égale aux distances auxquelles l'œil qui est fixe en O, verra successivement l'objet Q; & si le parallélogramme QK est situé sur l'axe du miroir, lorsque le miroir est concave, & en-dessous, lorsqu'il est convexe, l'objet paraît droit ou renversé, selon que FD est en dessus ou en dessous de l'axe.

266. Et si l'on conçoit que l'œil & l'objet changent de places, la distance apparente & la position de l'objet seront encore les mêmes qu'auparavant.

267. Soit divisée OQ en deux également en M; le cercle décrit de M pris pour centre, & du rayon MK ou ML, coupera l'axe du miroir aux points G & H par où passe la parabole; & sitôt que le foyer F passe le point G, l'objet commence à paraître renversé.

268. Ainsi lorsque l'intervalle OQ (*Fig. 299* & *300.*) de l'œil & de l'objet est nul, c'est-à-dire, que l'œil se voit lui-même dans un miroir mobile, les lignes MK, MG, MH deviennent égales chacune à la distance focale CF.

269. V. CAS. Si l'œil & l'objet sont toujours à la même distance OQ (*Fig. 301* & *302.*) l'un de l'autre, pendant qu'ils se meuvent dans l'axe d'un miroir fixe en C (comme si l'on regardait dans ce miroir le bout d'une regle à l'autre extrémité de laquelle on aurait appliqué l'œil), soient divisés l'intervalle OQ, & le demi-diametre CE du miroir en deux également, l'un en M, l'autre en F; & soit $CELK$ un parallélogramme rectangle, dont la hauteur CK soit à MQ, comme MQ à CF; soit enfin le côté KL opposé au demi-diametre CE, une ordonnée à l'axe d'une parabole DKL, qui ait CF pour parametre, & qui renferme dans son intérieur le demi-diametre CE. Je dis que pendant que la regle OQ se meut dans l'axe CE prolongé, MD qui lui est perpendiculaire, toujours terminée par la parabole, sera continuellement égale aux distances auxquelles l'œil O rapportera successivement l'objet Q; & si le parallélogramme $CKLE$ est situé sur l'axe CE du miroir, lorsque le miroir est concave, & en dessous, lorsqu'il est convexe, l'objet paraît droit ou renversé, selon que MD est en dessus ou en dessous de l'axe.

270. Soient prises FG & $FH = \pm \sqrt{\overline{CF}^2 + \overline{MQ}^2}$, & la parabole coupera l'axe aux points G & H; & lorsque M passe le point G, aussi-tôt l'on voit l'objet renversé.

271. Si la longueur de la regle ou de l'intervalle OQ (*Fig. 303* & *304.*) devient nulle, c'est-à-dire, que l'œil se voye lui-même se mouvoir, la parabole passera par C & par E, & la distance FV de son sommet au point F, sera égale à son parametre FC ou FE.

272. Dans toutes ces constructions, la grandeur apparente de l'objet est toujours réciproquement comme la perpendiculaire mobile, qui représente sa distance apparente. Quoiqu'il soit facile d'en démontrer tous les cas en peu de mots, comme j'ai assez insisté sur ce sujet, je ne m'y arrêterai pas. Si on veut chercher soi-même cette démonstration, il est aisé de la déduire de l'Art. 139 ou 247, ou encore du 346e. Je vais finir par indiquer en général les précautions qu'il faut prendre, au cas qu'on veuille faire un examen plus approfondi de cette théorie par l'expérience.

273. D'abord il faut bien se garder de faire aucune expérience dans un lieu trop resserré, ou dans lequel les choses se trouvent tellement situées rélativement à l'Observateur, au verre ou à l'objet, qu'elles ne laissent pas à l'imagination le pouvoir d'agir librement. Par exemple, qu'étant à quelque distance d'une personne placée à un bout d'une chambre, je la regarde au plus

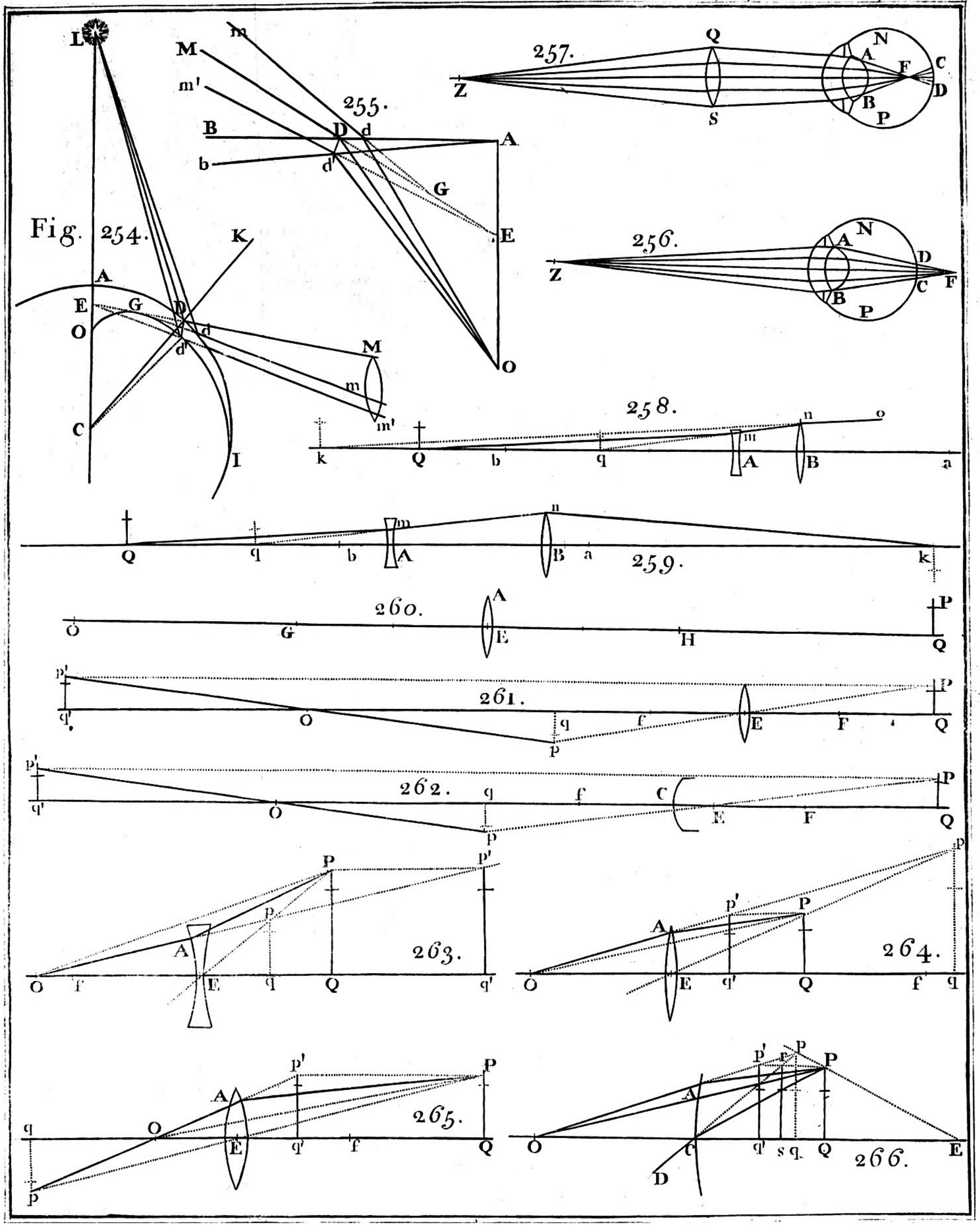


Fig. 254.
L A E G D O d d' K M m m' C I
255.
m M m' B D d A b d' G E O
257.
Q Z S N A F C D B P
256.
Z A N D C F B P
258.
n o m k Q b q A B a
259.
m n Q q b A B a k
260.
A P O G E H Q
261.
p' q' O q f E F Q p P
262.
p' q' O q f C E F Q p P
263.
P p' p A O f E q Q q'
264.
p p' P A O E q' Q f q
265.
p' P A q O E q' f Q p
266.
p' p r P A O C q' s q Q E D

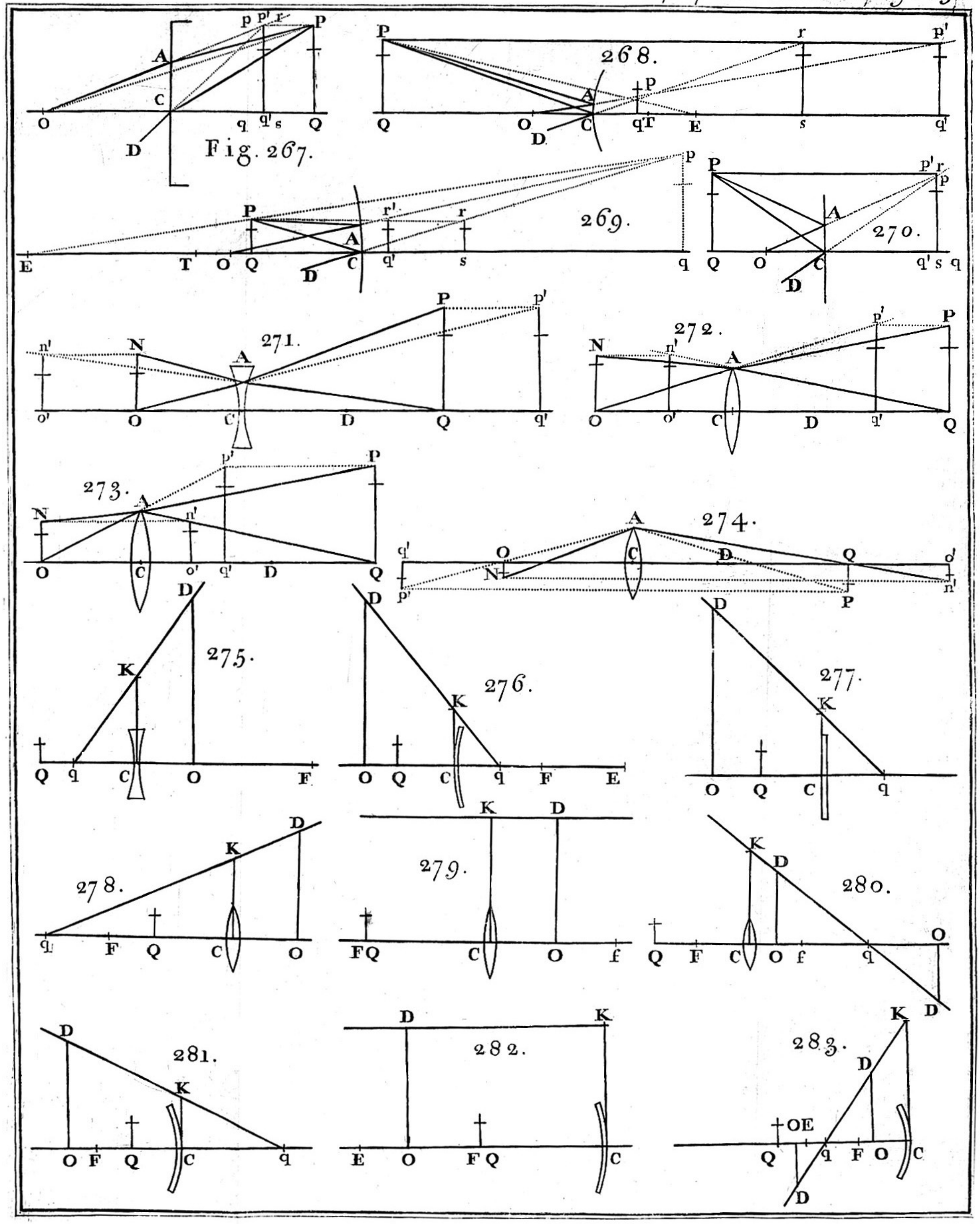


Fig. 267.
268.
269.
270.
271.
272.
273.
274.
275.
276.
277.
278.
279.
280.
281.
282.
283.

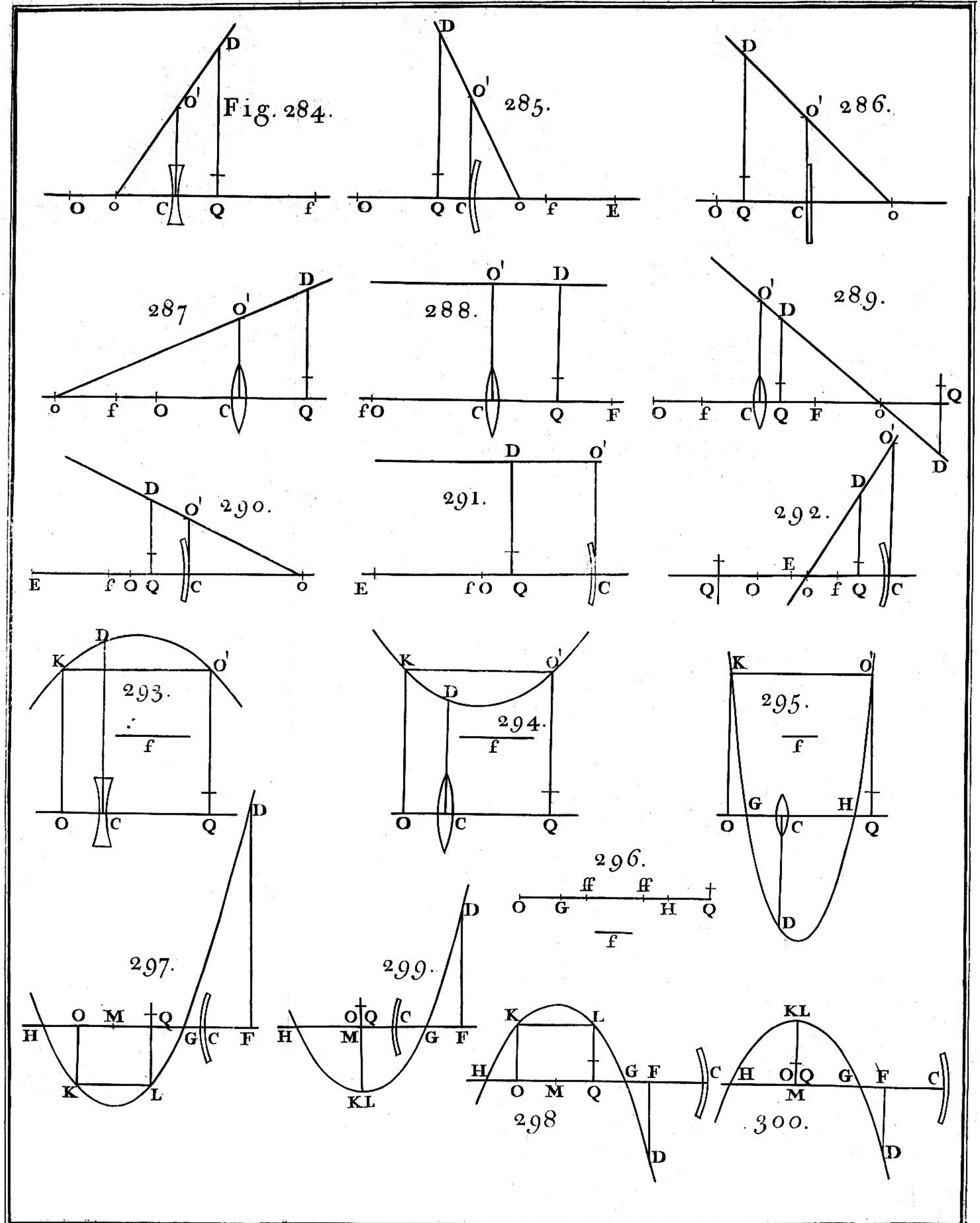


Fig. 284.
285.
286.
287
288.
289.
290.
291.
292.
293.
294.
295.
296.
297.
299.
298
300.

plus petite de toutes, lorſque le verre eſt préciſément au milieu de l'intervalle, pourvu que cet intervalle ſoit plus petit que quatre fois la diſtance focale du verre; mais s'il eſt égal à quatre

travers d'un verre concave, que j'éloigne par degrés de mon œil, cette perſonne me paraîtra de plus petite en plus petite, & s'éloigner un peu. Cependant malgré cette continuelle diminution apparente, je ne puis l'imaginer plus éloignée que le bout de la chambre, quoiqu'une partie du bout de cette chambre me paraiſſe auſſi diminuée, parce que j'en vois plus évidemment le reſte à la vue ſimple, par des rayons directs qui viennent en raſant la circonférence du verre. Mais ſi je fais une expérience ſemblable dans un lieu ſpacieux & libre, dans une plaine, par exemple, l'objet que je conſidererai me paraîtra s'éloigner de plus en plus du lieu où je le vois à la vue ſimple par les côtés du verre, pourvu que la ligne dans laquelle j'éloigne le verre, ſoit exactement dirigée à l'objet, ou du moins ne paſſe que peu au-deſſus ou à côté. Car ſi cette ligne tombe au-deſſous, il paraîtra dans le verre en-deçà de ſon lieu apparent à la vue ſimple, dans lequel cas je ſerai porté à le croire plus près qu'il n'eſt réellement, parce que la vue directe du terrein intermédiaire ne permet pas à mon imagination de s'exercer librement lorſque je regarde au travers du verre.

274. Un autre obſtacle au pouvoir de l'imagination, peu différent du précédent, eſt la diminution continuelle du nombre d'objets ou de parties d'un objet vus au travers d'un verre concave, à meſure qu'on éloigne ce verre de l'œil (*Art. 113.* & *114.*); étant très-difficile d'imaginer qu'une partie d'un objet connu ou d'un ſyſtême d'objets, s'éloigne du reſte qu'on voit à la vue ſimple occuper toujours la même place. Il faut dire la même choſe de l'approche des objets qu'on conſidere au travers d'un verre convexe qu'on éloigne de l'œil. Concluons donc que les expériences ne peuvent bien réuſſir que dans des plaines ou dans des champs fort vaſtes, où les objets étant plus éloignés, & ſoutendant des angles optiques plus petits, ſont compris dans le verre plus dans leur entier, & où non-ſeulement l'imagination eſt bien plus à ſon aiſe, mais encore l'eſprit étant moins préoccupé par la connaiſſance des diſtances & des ſituations des objets que dans une chambre, jouit plus de la liberté néceſſaire pour bien ſaiſir la différence des idées qu'on a en regardant au travers des verres, de celles qu'on a en regardant à la vue ſimple.

La théorie qu'on a expoſée juſqu'ici n'eſt pas ſans difficultés, & l'Auteur ne le diſſimule pas. C'eſt à quoi il était naturel de s'attendre, après avoir vu que le principe qui lui ſert de baſe, en éprouve lui-même. Nous nous contenterons de rapporter la ſuivante.

275. On a remarqué dans l'Art. 144, qu'un objet vu au travers d'un verre convexe, ou dans un miroir concave, doit paraître derrière ſi le diametre réel de l'objet eſt plus grand que le diametre de la partie du verre ou du miroir par laquelle on le voit; que ſi le diametre de l'objet eſt égal à celui de cette partie, l'objet doit paraître alors toucher le verre ou le miroir; & qu'enfin il doit paraître devant quand ſon diametre eſt plus petit. D'où il ſuit que l'objet PQR, placé à telle diſtance CQ (*Fig. 305, 306* & *307.*) qu'on voudra du verre ou du miroir AC, paraîtra toucher le verre ou le miroir lorſque l'œil eſt à ſon foyer principal F (*Art. 148.*); & que ſi cet objet eſt à une diſtance du verre ou du miroir plus grande que le double de la diſtance focale CF ou Cf, il paraîtra encore toucher le verre ou le miroir, lorſque l'œil ſera placé dans un autre point O, que l'on trouve en diviſant la diſtance CQ en deux également en o, en ſuppoſant enſuite des rayons partir de ce point o, dont on cherche le foyer ou point de réunion O, après les réfractions ou réflexions. Car ſi l'on conçoit que de l'œil ſitué au point O, il parte un rayon quelconque OA, & qu'après avoir été rompu ou réfléchi à un point quelconque A du verre ou du miroir, & avoir paſſé par o, ce rayon rencontre l'objet PQR en R, il eſt clair qu'on verra ce point R par un rayon qui retournera en ſuivant les mêmes lignes RA, AO. Et puiſque oQ a été faite égale

fois cette diſtance focale, l'objet paraîtra toucher l'œil, lorſque le verre eſt au milieu, parce qu'on le voit infiniment grand & à oC, QR côté du triangle rectangle oQR ſera égal au côté AC du triangle rectangle oCA; & ainſi la portion QR de l'objet PQR vue par réfraction ou par réflexion, paraîtra au même endroit que ſi on l'avait miſe dans la place AC, & qu'on l'eut enſuite regardée du même point O à la vue ſimple (*Art. 139.*).

276. Delà il eſt évident que ſi CQ eſt égale à $2Cf$, le point o co-incidera avec le foyer principal f, & par conſéquent le foyer correſpondant O ſera à une diſtance infinie; & ſi CQ eſt plus petite que $2Cf$, & conſéquemment Co plus petite que Cf, le point O tombera derrière le verre ou le miroir, où l'œil ne peut aller; enfin ſi l'objet Q eſt très-éloigné, le point O tombera très-près de F.

277. Préſentement ſoit q le lieu de l'image de l'objet PQR, que l'on trouve par l'Article 236; alors ſi nous ſuppoſons que l'œil s'éloigne de C en F, l'objet apparent devrait le ſuivre & s'approcher juſqu'à toucher le verre ou le miroir; ſi l'œil continue de s'éloigner & qu'il aille de F en q, pendant ce tems-là, l'objet apparent devrait traverſer le verre ou le miroir en continuant de ſuivre l'œil, & s'en approcher continuellement juſqu'à le toucher en arrivant enſemble en q; & ſi l'œil s'écarte encore davantage du verre ou du miroir, & qu'il aille de q en O, l'objet apparent devrait retourner de q en C; enfin l'œil continuant de s'éloigner, & marchant par conſéquent en arrière du point O, l'objet apparent devrait traverſer de nouveau le verre ou le miroir, & s'éloigner derrière.

278. Telle devrait être la marche apparente de l'objet ſuivant la théorie, pendant que l'œil s'éloigne continuellement du verre ou du miroir. Mais par des expériences faites avec des verres convexes, je trouve que l'objet apparent n'avance & ne ſuit l'œil que juſqu'à ce qu'il touche le verre, ce qui arrive quand l'œil eſt parvenu en F; qu'il y reſte comme adhérent pendant tout le tems que l'œil met à aller de F en O; & qu'il commence à retourner & à s'éloigner derrière le verre ſitôt que l'œil a paſſé le point O.

279. Mais lorſque l'objet n'eſt pas placé loin du centre d'un grand miroir concave, quoiqu'il ne paraiſſe point s'avancer devant le miroir, tandis que l'œil s'éloigne du foyer f (*Fig. 307.*), & parcourt l'intervalle fq, compris entre ce foyer & l'image q, cependant lorſque l'œil aura paſſé cette image, l'objet paraîtra ſouvent devant le miroir, ſurtout ſi on le regarde des deux yeux. Ce qui fait voir que la force des ſenſations réunies des deux images tracées ſur des parties correſpondantes des rétines, jointe peut-être au ſentiment de l'action par laquelle nos yeux tournent & dirigent leurs axes, nous ſont de quelque ſecours dans notre appréhenſion de diſtance; au lieu que nous ſommes privés de ces ſecours, lorſqu'ayant l'œil placé entre f & q, on voit l'objet ſoit faiblement, quoique diſtinctement, au travers d'un trou d'épingle, ſoit confuſément en regardant toujours d'un œil ſeul, mais ſans trou d'épingle, ſoit enfin que nous le voyions double & toujours confuſément, en le regardant des deux yeux.

280. On ne décidera point ſi on ne pourrait pas imaginer l'expérience, en ſe ſervant d'une lentille fort large, de manière que l'objet pût paraître devant la lentille. Mais ce qu'il y a de certain, c'eſt qu'en ceci l'expérience commune paraît abſolument contraire à la théorie. Par exemple, qu'on mette les doigts contre la ſurface poſtérieure d'un globe creux de verre plein d'eau, ou à peu de diſtance de cette même ſurface, & qu'on touche la ſurface antérieure avec les doigts de l'autre main, les premiers paraîtront beaucoup plus grands & plus gros que ceux-ci, & par conſéquent devraient, ſelon la théorie, paraître plus proches; ce qui eſt contraire à l'expérience conſtante, tant de la vue que du tact, puiſque les doigts qui ſont derrière le globe ne ſont pas vus ſeuls & iſolés, mais joints à la main & au bras dont on apperçoit une partie à la vue ſimple derrière le globe. Au reſte le préjugé que donne la connaiſſance de quelqu'autre objet placé derrière le globe ou le verre convexe, ne formerait-il point un obſtacle à l'apparence de l'objet devant le globe ou le verre?

infiniment confus ; & lorſque cet intervalle eſt plus grand que quatre fois la diſtance focale, l'objet paraîtra infiniment grand & confus, & par conſéquent infiniment proche de l'œil, quand le verre ſe trouve dans deux endroits, tels que *C* & *D*, également éloignés de l'œil & de l'objet ; de ſorte que tandis que le verre va d'un bout à l'autre de l'intervalle, la diſtance apparente diminue d'abord, enſuite augmente juſqu'à ce que le verre parvienne au milieu, puis elle diminue, & enfin augmente de nouveau juſqu'au moment où il atteint le bout de l'intervalle ; & lorſque le verre eſt au milieu, la diſtance apparente de l'objet eſt plus petite, égale ou plus grande que ſa vraie diſtance, ſelon que l'intervalle entier eſt moindre, égal ou plus grand que huit fois la diſtance focale du verre ; & par conſéquent, s'il eſt plus grand que huit fois cette diſtance focale, la diſtance apparente ſera égale à la vraie, lorſque le verre ſe trouve entre *C* & *D*, dans deux endroits également éloignés de ces deux-là & du milieu ; & tout cela tandis que la grandeur apparente de l'objet augmente, lorſque ſa diſtance apparente diminue, & au contraire (*Art. 140.*) ; comme on le trouvera en faiſant l'expérience. On découvre la raiſon de toutes ces apparences à l'aide d'une regle aiſée contenue dans le Livre ſuivant.

152. Lorſqu'un objet *PR* eſt incliné à l'axe d'un verre ou d'un miroir, on peut déterminer ſon inclinaiſon apparente comme ci-devant (*Art. 139.*), en menant les droites Pp', Rr' paralleles à l'axe *OC*, leſquelles rencontrent en p' & en r' les rayons *OA*, *OB* prolongés, par leſquels on voit les points *P* & *R*, & menant enſuite la ligne $p'r'$, qui ſera l'objet apparent ; parce que ſes extrémités p', r', vues à la vue ſimple, ſont les places apparentes, dans le verre ou dans le miroir, des extrémités de deux autres objets que l'on conçoit toucher les extrémités de l'objet incliné *PR*, & être perpendiculaires à l'axe du verre ou du miroir (*Art 139.*) ; obſervant, comme ci-devant, que quand *PR* & *AB* ſont de différens côtés de l'axe, il faut pour appercevoir à la vue ſimple l'objet apparent incliné $p'r'$, tourner la vue du côté oppoſé à celui vers lequel elle eſt dirigée, ou bien prendre ſur les rayons Op', Or' prolongés du côté oppoſé à celui où ils ſont, deux autres diſtances *Op*, *Or*, reſpectivement égales à ces mêmes rayons. Alors ſi on ôte le verre ou le miroir, on verra la ligne Fig. 308, 309, &c. juſqu'à 313.

pr au même lieu & dans la même poſition qu'on voit l'objet PR dans le verre ou dans le miroir.

Fig. 314, 315 & 316. 153. Ainſi, ſi un objet PR eſt parallele à l'axe du verre ou du miroir, il n'y aura qu'à le prolonger juſqu'à ce qu'il coupe les rayons viſuels OA, OB l'un en p', l'autre en r'; & la ligne $p'r'$ paraîtra à la vue ſimple à la même place & dans la même poſition que celles dans leſquelles on apperçoit l'objet PR au travers du verre ou dans le miroir. Il faut obſerver que quoique les places réelles des lignes PR, $p'r'$ ſoient paralleles à l'axe, cependant elles ne paraiſſent pas telles à la vue ſimple; elles paraiſſent converger vers les parties éloignées de l'axe, par une raiſon qu'on expoſera Art. 156.

Fig. 133 & ſuiv. Il eſt aiſé de voir par la deſcription des cauſtiques donnée Art. 69 & ſuiv. & par les figures qu'on y a expliquées, qu'il eſt très-poſſible de donner au bord d'une plaque mince une courbure qui ait la figure & le degré de convexité convenables pour que, ſi on l'applique dans la concavité d'une branche d'une cauſtique donnée, elle touche chaque rayon dans un point de ſa convexité différent de celui où elle touchera tout autre (*Voyez les Art. 445 & 446.*). On peut donner à ce bord convexe même le nom de branche de la cauſtique; & il eſt repréſenté dans les figures ſuivantes par la courbe $p3pv$ ou $q3qy$, &c.

Fig. 317, &c. juſqu'à 321. 154. Delà, ſi on met l'œil dans un point quelconque o, pris par-tout où l'on voudra, excepté ſur la cauſtique même formée par les réfractions ou les réflexions de tous les rayons qu'envoie le point P, on peut trouver le rayon viſuel par lequel on voit ce point P, en menant de l'œil o une droite qui touche, ſans la couper, une branche de la cauſtique dans un point $3p$. Et ſi on imagine qu'un fil arrêté par un bout à l'extrémité de cette branche la plus éloignée de l'œil, enveloppe une partie de ſa convexité, & ſoit étendu depuis le point où il la quitte, dans une ligne droite $3po$, on verra toujours le point P dans les directions ſucceſſives de ce fil, tandis que l'œil ou la cauſtique elle-même ſe meut de côté.

155. Si on voit un petit objet rond dans une ſituation renverſée au travers d'une ſphere, ou dans une portion d'un miroir concave, aſſez large pour former une cauſtique, on le verra auſſi gros & auſſi près qu'il eſt poſſible, en mettant l'œil dans

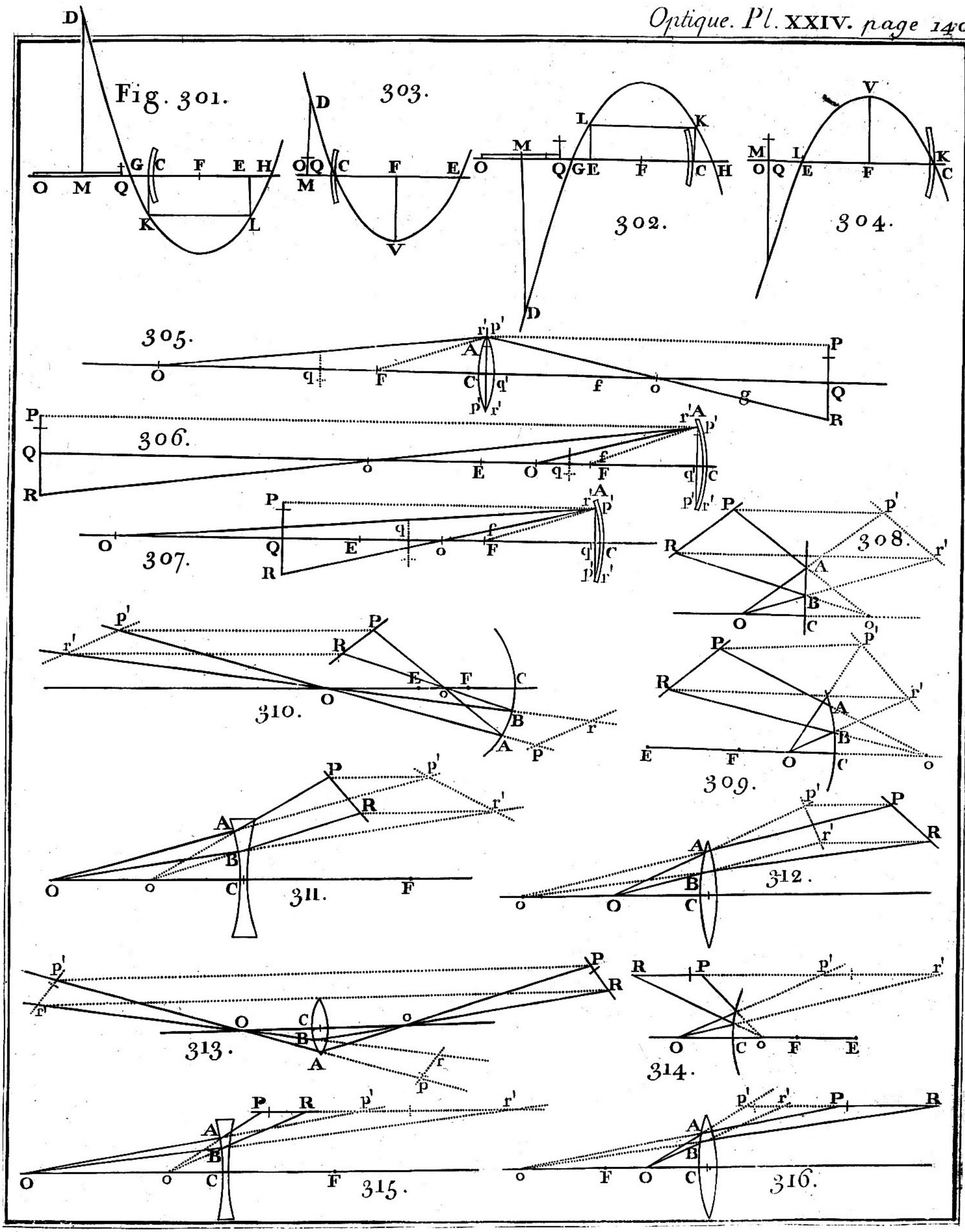


Fig. 301.
303.
302.
304.
305.
306.
307.
308.
310.
309.
311.
312.
313.
314.
315.
316.

une droite menée par cet objet & par le centre de la ſphere ou du miroir; & ſi on meut de côté l'œil, la ſphere ou l'objet même, on le verra diminuer & s'éloigner par degrés; & il peut arriver des apparences toutes contraires, dans un moindre degré, lorſqu'on voit l'objet droit, dans les cas ſpécifiés par les Figures. Tout cela peut ſe démontrer ainſi.

Par le centre E de la ſphere ou du miroir, ſoient menées les deux droites EP, EQ, qui touchent les côtés oppoſés du petit objet rond PQ; & de tous les rayons qui partent du point P, que le plus proche de la droite PEp, ait pour foyer le point p, après les réfractions ou réflexions; & que le reſte engendre une cauſtique, dont les branches pv, px ſont toujours convexes vers l'axe PEp du pinceau (*Art. 69 & ſuiv.*). Soient auſſi qy & qz les branches d'une autre cauſtique engendrée par le pinceau qui vient de Q, dont l'axe eſt QEq. Du centre E, & d'un demi-diametre quelconque El, ſoit décrit un arc $lmno$ qui coupe en l & en n les axes Pp, Qq prolongés s'il eſt néceſſaire; & de l'œil d'abord placé en m dans l'angle lEn formé par les axes des deux pinceaux, ſoient menées les droites $m2p$, $m2q$ qui touchent une branche de chaque cauſtique; & l'on verra l'objet PQ ſous l'angle viſuel $2pm2q$ (*Art. 154.*). Enfin, de l'œil maintenant placé dans un point quelconque o hors l'angle lEn, ſoient tirées deux autres droites $o3p$, $o3q$ qui touchent une branche de chaque cauſtique en $3p$ & en $3q$; & alors on verra l'objet PQ ſous l'angle viſuel $3po3q$ (*Art. 154.*). Fig. 317, &c. juſqu'à 321.

Préſentement tandis que l'œil ſe meut de côté dans l'arc mno, un des points de contingence $2p$ ſe meut continuellement dans la même branche de $2p$ en $3p$; & l'autre point $2q$ va d'abord de $2q$ en q dans la même branche où il eſt, & retourne enſuite le long de l'autre branche de la même cauſtique depuis ſa pointe q juſqu'au point $3q$. Ainſi les rayons viſuels $3po$, $3qo$ que l'œil, lorſqu'il eſt en o, reçoit, viennent des branches des deux cauſtiques, qui ſont l'une & l'autre du même côté de leurs axes Ep, Eq.

Soit un arc de cercle quelconque décrit du centre E, lequel coupe les deux branches $3pp$, $3qq$ dont on vient de parler, la premiere au point v & la ſeconde en y, & leurs axes reſpectifs Ep, Eq, l'un en c, l'autre en d: Or, comme à cauſe de l'égalité des deux diſtances EP, EQ réſultante de la figure circulaire qu'a l'objet PQ, les deux cauſtiques ſont égales, il eſt aiſé de voir que l'arc cv eſt égal à l'arc dy, & que par conſéquent l'arc vy compris entre les deux branches dont il eſt queſtion, eſt égal à l'arc correſpondant cd compris entre leurs axes. Et cette même propriété ayant lieu dans tout arc de cercle décrit du même centre E, il eſt clair que ces branches ſe rapprochent l'une de l'autre à meſure qu'elles deviennent plus voiſines du centre E.

Fig. 317 & 318. C'eſt pourquoi lorſqu'ayant mis l'œil quelque part dans l'arc mno, on voit l'objet renverſé, il paraît le plus gros lorſque l'œil eſt entre les axes Ep, Eq; & l'œil venant à ſe mouvoir latéralement dans le même arc mno, l'objet paraît de plus petit en plus petit & conſéquemment plus éloigné (*Art. 138.*), parce que l'angle viſuel diminue. Et l'on apperçoit ſans peine, en conſidérant les Figures 319, 320 & 321, que le contraire peut arriver quand l'objet paraît droit *.

On conçoit aiſément qu'il y a une même variété d'apparences, non-ſeulement lorſque l'œil eſt en repos & que l'objet ſe meut latéralement dans un cercle PQ, dont le centre eſt E, mais encore lorſque le centre E de la ſphere ou du miroir ſe meut lui-même dans un cercle dont le centre eſt à l'objet.

Fig. 322. 156. Des paralleles ABC, DEF vues obliquement paraiſſent converger & ſe rapprocher de plus en plus à meſure qu'elles s'éloignent de l'œil, parce que les grandeurs apparentes de leurs intervalles perpendiculaires AD, BE, CF, &c. ſont continuellement plus petites. Et par la même raiſon elles paraiſſent converger vers une ligne imaginaire OG, qu'on conçoit paſſer par l'œil, & leur être parallele.

281.* Si on veut examiner cette théorie, lorſque l'œil eſt placé dans la cauſtique vpx, c'eſt-à-dire, entre ſa pointe p & le centre de la ſphere ou du miroir concave, il faudra, pour voir diſtinctement, regarder par un trou d'épingle. Et ſi on l'examine en regardant une bougie allumée, ou tout autre petit objet lumineux, au travers d'un verre à boire plein d'eau ou de quelqu'autre liqueur claire, l'objet paraîtra, à proprement parler, toujours droit, par-tout où l'œil ſera placé; il ne paraîtra renverſé que dans le ſens latéral, lorſque les pointes p & q ſont devant l'œil, c'eſt-à-dire, qu'alors ſa gauche paraîtra à droite, & ſa droite à gauche. La raiſon en eſt que les réfractions, dans le ſens vertical, des rayons qui traverſent le verre, ſuivent les mêmes loix que ſi ces rayons paſſaient au travers d'un priſme dont l'angle réfringent ſerait tourné en bas (auquel la figure conique du verre peut être comparée); & que les réfractions, dans le ſens latéral ou horiſontal, ſuivent les mêmes loix que dans la ſphere.

C'eſt la raiſon pour laquelle les parties éloignées d'une promenade ou du pavé d'une longue galerie, paraiſſent aller toujours en montant, & que celles du plafond de cette même galerie paraiſſent baiſſer continuellement, & s'approcher de l'horiſontale OG. C'eſt encore par la même raiſon que la ſurface de la mer vue d'une éminence, paraît s'élever par degrés en s'éloignant de la côte; & que tout édifice fort haut paraît s'incliner ſur le ſpectateur qui eſt au pied; parce que ſes parties ſupérieures ſemblent s'approcher d'une verticale OG qui paſſe par ſon œil.

157. La grandeur apparente d'une ligne AB vue très-obliquement à une diſtance donnée OA, augmente & diminue dans la même proportion que la diſtance perpendiculaire OP de l'œil à la ligne AB prolongée, pourvu que la diſtance AO ſoit très-grande par rapport à AB. Car ſoit le rayon BO qui coupe en C une droite AC perpendiculaire à AB; l'œil étant ſuppoſé s'élever ou s'abaiſſer dans la perpendiculaire OP, la ligne AC augmentera & diminuera dans le même rapport que OP, & par conſéquent l'angle AOC ſoutendu par AC, augmentera & diminuera auſſi dans le même rapport (*Art.* 59.) : Or cet angle meſure la grandeur apparente de AB (*Art.* 98.). Fig. 323.

Ainſi, les grandeurs apparentes des parties égales AB, $a'b'$ d'une ligne PAa' fort éloignées de l'œil, & vues très-obliquement, *ſont en raiſon réciproque des carrés de leurs diſtances à l'œil.* Soit, par exemple, Ob' double de OB; l'angle OBP ſera double de l'angle $Ob'P$, & en conſéquence, puiſque AB & $a'b'$ ſont égales, la perpendiculaire AC ſera double de $a'c'$; & comme elle eſt vue deux fois plus proche que $a'c'$, elle paraîtra quatre fois plus grande que $a'c'$. De même, ſi Ob' eſt triple de OB, la droite AC ſera triple de $a'c'$; & comme on la voit trois fois plus proche que $a'c'$, elle paraîtra neuf fois plus grande que $a'c'$, & ainſi de ſuite.

D'où il ſuit que les intervalles apparens d'une rangée de colonnes diminuent dans un plus grand rapport que leurs hauteurs apparentes.

158. Cette prompte diminution des grandeurs apparentes des parties éloignées de lignes ou de diſtances fort grandes, fait que nous jugeons très-difficilement & avec bien de l'incertitude de la grandeur ou quantité de ces diſtances. Car quelques grandes

que ſoient en elles-mêmes les différences de pluſieurs diſtances ou hauteurs, on ne pourra à la fin appercevoir ces différences par l'extrême petiteſſe des angles viſuels qu'elles ſoutendent, occaſionnée par leur obliquité ; de ſorte qu'alors ces diſtances ou hauteurs inégales paraîtront égales.

159. Lorſqu'une ſurface eſt inégale, les diſtances des objets à l'œil paraiſſent plus courtes que lorſqu'elle eſt parfaitement plane. Car certaines inégalités du terrein n'étant point viſibles, telles que les creux, les vallées, les rivieres, lorſqu'elles ſont aſſez baſſes pour n'être point apperçues, &c. la diſtance apparente des objets qui ſont au-delà, en eſt néceſſairement diminuée. Par la même raiſon les parties éminentes qui dérobent la vue du terrein qui eſt derrière, ſont cauſes que les objets ſitués au-delà, qu'elles laiſſent appercevoir, ſont jugés plus proches qu'ils ne ſont. Il n'eſt perſonne qui n'ait remarqué que les bords d'une riviere paraiſſent ſe toucher lorſqu'on en eſt à une certaine diſtance, & qu'elle eſt aſſez baſſe pour qu'on ne l'apperçoive point ; de ſorte que ceux qui voyagent dans un pays qui leur eſt inconnu, ſont ſouvent incertains de l'endroit où paſſe une riviere, & ne ſavent ſi les objets qu'ils voyent vis-à-vis d'eux ſont en-deçà ou au-delà de cette rivière. De même quand on regarde une girouette, on ne peut diſtinguer à la vue ſeule, à une médiocre diſtance, ſi elle appartient réellement à l'édifice au haut duquel elle eſt poſée, ou à ceux qui ſont derrière. De même le ſoleil, la lune, les nuages, les ſommets des montagnes, & tous les objets qui ſont à l'horiſon, paraiſſent tous à la même diſtance, lorſqu'on les voit dans la même direction.

160. Les quatre derniers Articles nous fourniſſent l'explication de pluſieurs illuſions auxquelles la viſion eſt ſujette ; nous allons en rapporter ici quelques-unes. Puiſqu'une ligne ou une diſtance vue obliquement paraît plus grande à proportion qu'on éleve l'œil pour la mieux appercevoir, il s'enſuit que ſi nous nous trouvons à quelque diſtance d'une ſurface ou d'un terrein qui va en montant, nous jugeons cette ſurface ou ce terrein plus long que s'il était de niveau, ſur-tout ſi, dans ſes parties éloignées, ſa largeur eſt diminuée avec art. Car ne remarquant point, ou ne faiſant point attention qu'il va réellement en montant, nous nous en formons la même idée que d'une ſurface de niveau plus longue

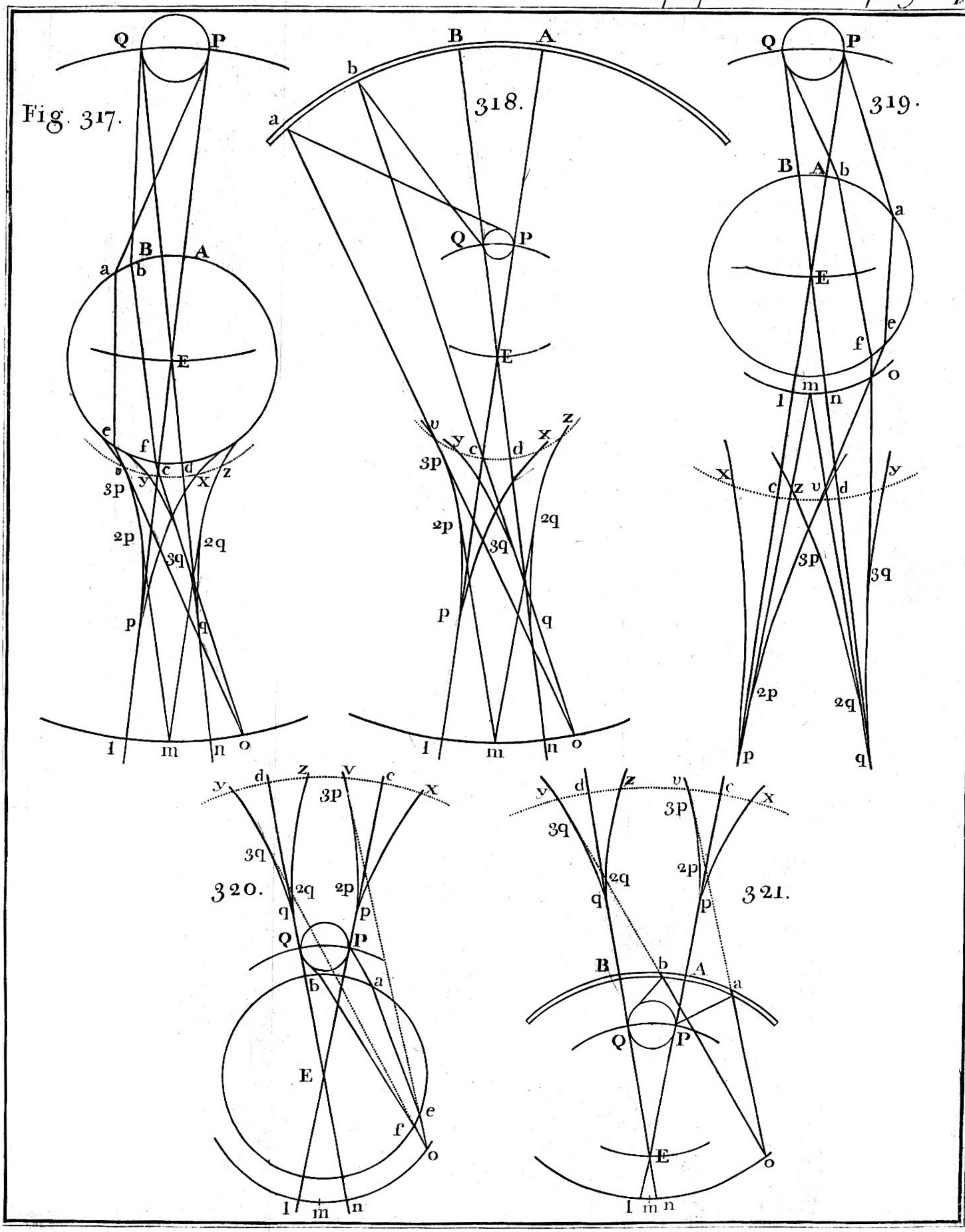


Fig. 317.
318.
319.
320.
321.

longue & par-tout d'une même largeur. Or, puisque d'un côté la pente du terrein vers l'œil du Spectateur, & de l'autre la diminution graduelle de sa largeur sont causes, lorsque l'on n'y fait point attention, qu'on le voit plus long, & par conséquent que sa largeur paraît moins diminuer que si la même étendue était de niveau & également large par-tout, il s'ensuivrait que si un terrein dont les côtés sont paralleles, s'éleve doucement, son inclinaison seule pourrait aggrandir assez l'apparence de leurs parties éloignées, pour faire paraître ces mêmes côtés paralleles ou même divergens; ce qui est contraire à l'apparence ordinaire des côtés paralleles. On éprouve une illusion de cette espece, lorsqu'on regarde de la maison de Mr. North à Rougham, dans la Province de Norfolk, une vue de rangs d'arbres paralleles qui est en face. Mr. Folkes de qui je l'ai appris, ayant été assuré par Mr. North même que ces rangées d'arbres qui lui paraissaient divergentes, étaient effectivement paralleles, fut d'abord extrêmement surpris d'une apparence aussi extraordinaire; mais après un peu de réflexion, il reconnut que cette illusion était occasionnée par une élevation douce du terrein où les arbres étaient plantés, & par une pente legere d'un demi-mille depuis la maison jusqu'au commencement de la plantation *.

282. * Deux rangées d'arbres paralleles paraissent concourir lorsqu'on considere d'une de ses extrémités l'allée qu'elles forment; & l'effet optique dont il est ici question, occasionné par l'inclinaison du terrein, étant totalement contraire à cette apparence, on pourrait demander suivant quelles lignes il faudrait planter les deux rangées d'arbres, le terrein étant horisontal, pour que l'allée qu'elles forment, vue d'une de ses extrémités, paraisse également large par tout.

283. D'abord il est certain que les deux rangées doivent, pour paraître paralleles, s'éloigner de plus en plus l'une de l'autre. Mais doivent-elles en s'écartant former des lignes droites ou des lignes courbes? plusieurs tels que les PP. Fabri & Tacquet, persuadés que la grandeur apparente des objets dépend uniquement de l'angle visuel, avaient trouvé, en partant de ce principe, qu'elles devaient être courbes, & former deux demi-hyperbolès opposées; ce qui ne peut être, le principe dont ils s'étaient servi étant défectueux.

284. En effet, nous avons déja eu occasion de remarquer que la grandeur apparente des objets ne dépend pas seulement de l'angle visuel; qu'il faut encore avoir égard à leur distance apparente, laquelle fait paraître les objets d'autant plus grands que nous les jugeons plus éloignés; de sorte que la grandeur apparente croissant avec l'angle visuel & la distance apparente, on peut la regarder comme le produit de l'un par l'autre. Car qu'un objet nous paraisse toujours également éloigné, mais qu'il soutende des angles triples ou quadruples, il nous paraîtra trois ou quatre fois plus grand. Supposons ensuite qu'étant toujours vu sous le même angle, il paraisse trois ou quatre fois plus éloigné, nous le jugerons encore alors trois ou quatre fois plus grand, parce qu'il n'y a qu'une grandeur réelle-

Il m'a encore raconté qu'en entrant de nuit dans une rue éclairée par un rang de lanternes, il lui était souvent arrivé de se tromper sur le côté de la rue où elles étaient. Voici

ment triple ou quadruple, qui puisse empêcher qu'un objet situé trois ou quatre fois plus loin, ne paraisse trois ou quatre fois plus petit. Si on joint donc la diversité des angles à celle de l'éloignement; si l'objet soutient un plus grand angle, & s'il paraît outre cela plus loin, nous le jugerons d'autant plus grand qu'il sera vu sous un plus grand angle, & qu'il nous paraîtra en même tems plus éloigné; sa grandeur apparente sera comme le produit de l'angle visuel & de la distance apparente. (*Mém. de l'Acad. an. 1755.*)

285. Mr. Varignon qui avait d'abord résolu le problême dont il s'agit, en partant du principe du P. Tacquet, & était tombé dans la même solution, tenta encore de le résoudre, en prenant pour principe que la grandeur apparente est proportionnelle au produit de l'angle visuel par la distance. Mais quelle fut sa surprise lorsqu'il trouva qu'au lieu de rendre l'allée plus large à mesure qu'elle s'éloigne du spectateur, afin qu'elle paraisse de la même largeur par-tout, il faut au contraire la rétrecir; qu'en supposant une rangée d'arbres en ligne droite, la seconde rangée doit être une courbe qui s'approche toujours de la première: ce qui est réellement absurde.

286. Ce qui conduisit Mr. Varignon à une conclusion si étrange, c'est qu'au lieu des distances apparentes combinées avec l'angle visuel, ce fut les distances réelles qu'il fit entrer dans son calcul. Cette remarque est dûe à Mr. Bouguer qui considere la même question dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1755, & fait voir que la direction que doivent avoir deux rangées d'arbres pour paraître paralleles, doit être celle de deux lignes droites divergentes. Et nous devons ajoûter que Mr. d'Alembert annonce dans le 1er. volume de ses Opuscules, avoir trouvé la même chose long-tems auparavant.

287. Comme dans les grandes distances, la distance apparente *est généralement plus courte que la vraie*, le sol d'une longue allée qui est horisontal, paraît s'élever dans l'éloignement. Car dès-lors que la longueur des rayons visuels qui viennent des différens points du terrein à l'œil, nous paraît diminuée, les endroits du terrein que nous regardons, doivent paraître un peu plus haut, en avançant pour ainsi dire le long de ces rayons pour s'approcher de nous; en sorte que le plan réel de l'allée ne nous paraît que comme un plan incliné qui a moins de longueur que lui, & dont les différens points sont beaucoup plus proches que les points du plan réel qu'ils représentent. Or ce sont les distances des points de ce plan incliné, ou ce qui est le même, les distances apparentes des points du plan réel, qu'il faut introduire dans le calcul, & qui multipliées par la grandeur des angles visuels doivent former un produit constant, si on veut avoir les points par où doivent passer les côtés de l'allée qui paraîtront paralleles.

288. » Si AB (*Fig. 325.*) est le sol de » l'allée, dit Mr. Bouguer, que nous sup» posons parfaitement plan & de niveau à » l'égard du point A, ce sol paraîtra avoir » la situation Ab pour le Spectateur, dont » l'œil est en O, le point D paraîtra en d, » le point C en c, &c. Si nous désignons » outre cela par Y la grandeur des angles » sous lesquels paraissent les largeurs de » l'allée, il faudra que les produits de la » grandeur variable Y, (ou plus exactement de la tangente de cet angle. *Mr. d'Alembert, Opusc. Mathém.*) multipliée » par les distances apparentes Od, Oc, » Ob, &c. soient continuellement constans, » puisque ces produits représentent les gran» deurs ou largeurs apparentes qu'on veut » rendre égales; ainsi les angles Y (ou » leurs tangentes) seront pour tous les » points D, C, B, en raison réciproque » des distances apparentes; & il en résulte » que Mr. Varignon rendait ces mêmes » angles trop petits dans ses calculs, puis» qu'il les faisait en raison réciproque des » distances réelles, qui sont plus grandes » que les apparentes. »

289. » Mais voici, ajoûte Mr. Bouguer, une

comme il explique cette méprise. Soit O le Spectateur; A, B, C, D les lanternes qui sont à sa droite; AaO, BbO, CcO, DdO les rayons qu'elles lui envoyent. Présentement si on sup- Fig. 324.

» manière beaucoup plus simple de considérer la question, & de la résoudre même sans calcul. Le plan AB paraît situé en Ab par la manière dont il affecte les yeux du Spectateur : lorsqu'on veut donc qu'une figure tracée sur le terrein, paraisse sous une forme déterminée malgré l'altération optique qu'elle doit souffrir, on n'a qu'à l'imaginer d'abord sur la surface inclinée Ab, en lui laissant exactement toutes ses proportions : la projettant ensuite sur le plan horisontal AB, par des lignes qui partent du point O, on aura la figure qu'il faudra réellement tracer sur le sol pour qu'elle produise l'effet demandé.... C'est donc sur ce plan apparent Ab qu'il faut concevoir tracées les deux paralleles qui doivent représenter les deux rangées d'arbres; & les projettant ensuite sur le plan réel AB par des lignes qui partent de l'œil O, on aura les directions qu'il faut donner aux deux rangées d'arbres. »

» On voit aisément que pour projetter sur le plan horisontal AB les deux lignes droites paralleles, imaginées à côté l'une de l'autre, le long du plan incliné Ab, il faut faire passer deux autres plans par ces deux lignes & par l'œil O du Spectateur. Ces deux plans se couperont dans une ligne OX parallele à Ab ou aux deux paralleles, & ils donneront, en rencontrant le plan horisontal, les directions des deux rangées d'arbres. Ces deux directions seront ici des lignes droites; & il n'est pas moins évident qu'elles seront divergentes par rapport au Spectateur; car elles partiront du point Z qui est derrière lui, & qui est le point de rencontre de l'horison & de la ligne XO prolongée. »

290. Mr. d'Alembert remarque que la divergence des allées pourrait être différente, selon la distance AA' des deux premiers arbres, & selon la hauteur de l'œil AO. » Par exemple, dit-il, si l'angle dAB était toujours constant ou à peu près, il est visible que ZX étant parallele à Ab, & par conséquent l'angle OZA étant constant, l'angle AZA' qui exprime la divergence des deux rangées d'arbres, varierait selon que AO & AA' varieraient. »

» Il pourrait donc très-bien arriver, continue Mr. d'Alembert, qu'une allée d'arbres plantée pour être vue parallele d'un certain point de vue, ne le paraîtrait plus, lorsqu'on se mettrait à un autre point; & qu'une personne placée à un certain point de vue pourrait la voir parallele, lorsqu'une autre personne de taille fort différente, placée au même endroit, ne la verrait pas de même. C'est sur quoi l'expérience seule peut nous instruire. »

291. De la manière dont Mr. Bouguer considere le problême, il est clair que tout se réduit à trouver l'inclinaison du plan apparent Ab. Car une fois connue, il ne s'agira plus que de faire passer par l'œil O une ligne qui fasse le même angle avec le plan réel : cette ligne ira rencontrer le terrein au point où concourent les deux côtés divergens de l'allée.

292. Mais comment déterminer l'angle du plan apparent avec le plan réel? Mr. Bouguer imagine d'abord de former sur le terrein un angle de trois ou quatre degrés avec deux longues ficelles, dans l'intérieur duquel se plaçant, en tournant le dos vers son sommet, on avance ou l'on recule jusqu'à ce que les deux ficelles paraissent, malgré leur divergence, paralleles l'une à l'autre. Alors faisant passer une ligne par le sommet de l'angle & par le point où était l'œil, elle sera inclinée au terrein de la même quantité que le plan apparent; & il est clair que la distance horisontale où l'on était du sommet de l'angle, sera au sinus total, comme la hauteur de l'œil sera à la tangente de l'inclinaison demandée.

293. Voici encore une autre manière de trouver cette inclinaison. On placera sur le terrein, dans une même droite AB (*Fig. 325.*), trois objets D, C & B, à des distances inégales l'un de l'autre, &

pose que le ſpectateur ſe trompe ſur la diſtance de la lanterne la plus proche *A*, & que lui paraiſſant moins brillante & moins vive que les autres, il la juge par conſéquent plus éloignée, &

l'on reculera ou l'on avancera juſqu'à ce que ces diſtances paraiſſent égales. On meſurera la diſtance *AD* de l'Obſervateur au premier *D* de ces objets, & la hauteur *OA* de ſon œil au-deſſus du plan ; ayant repréſenté le tout dans une figure, on cherchera une ligne *Ab*, qui, partant du point *A* qui repréſente dans la figure le point du terrein où s'eſt placé l'Obſervateur, ſoit coupée en parties égales *dc*, *cb* par les trois rayons viſuels *OD*, *OC*, *OB* : il eſt clair que cette ligne fera avec *AB* qui repréſente le plan réel, le même angle que le plan apparent avec le plan réel du terrein.

294. J'ai trouvé, dit Mr. Bouguer, par ces différens moyens, que l'inclinaiſon du plan apparent était ſouvent de 4 ou 5 degrés, & quelquefois de 2 ou $2\frac{1}{2}$ degrés. Et l'on voit qu'il n'eſt poſſible d'obtenir cette inclinaiſon qu'à peu près ; parce qu'elle varie ſuivant les circonſtances, par exemple, ſuivant la manière dont le terrein eſt éclairé, l'intenſité de la lumière, la couleur du ſol, l'endroit de l'œil où ſe peint l'objet.

295. Mr. Bouguer remarque de plus, que ſi le terrein n'eſt pas horiſontal, & qu'il aille en s'élevant, l'angle que le plan apparent fait avec le plan réel, eſt d'autant plus grand que le plan réel s'éleve davantage ſur l'horiſon. Une montagne dont la pente fait avec l'horiſon un angle de 35 à 37 degrés, ceſſe d'être praticable ; & cependant on juge ſon inclinaiſon de 60 à 70 degrés. L'angle que le plan apparent fait avec le plan réel, étant d'autant plus petit que le plan réel approche d'être horiſontal, il eſt viſible que ſi le plan réel s'abaiſſe & s'incline au-deſſous de l'horiſon, cet angle ira toujours en diminuant juſqu'à une certaine inclinaiſon du plan réel, où il deviendra nul, & le plan apparent ſe confondra par conſéquent avec le plan réel, de ſorte que les deux rangées d'arbres plantées paralleles ſur le terrein, paraîtront telles. Si le plan réel s'incline davantage, l'angle dont nous parlons, devient négatif, c'eſt-à-dire, qu'alors le plan apparent eſt au-deſſous du réel ; ou ce qui revient au même, que l'inclinaiſon paraît plus grande qu'elle n'eſt réellement. D'où il s'enſuivrait que dans un cas ſemblable il faudrait rendre convergentes les deux rangées d'arbres qu'on planterait ſur le plan réel, pour qu'elles paruſſent paralleles.

296. Au reſte, ſelon Mr. Bouguer, le plan apparent auquel nous rapportons un terrein horiſontal, n'eſt pas exactement une ſurface plane, mais une ſurface courbe dont la ligne, qui en repréſente la coupe, approche beaucoup d'une hyperbole extrêmement ouverte, dont le centre eſt plus ou moins avant dans terre ſous les pieds de l'Obſervateur, ſelon que l'Obſervateur eſt plus ou moins élevé au-deſſus du terrein. Mais cette courbe différe aſſez peu de la ligne droite, au moins à une certaine diſtance où elle commence à ſe confondre ſenſiblement avec ſon aſſimptote ; de ſorte que ce qui a été dit juſqu'ici, peut ſubſiſter comme ſi elle était véritablement une ligne droite. On obſervera ſeulement lorſqu'on voudra déterminer l'inclinaiſon du plan apparent, de ne point ſe ſervir d'objets trop voiſins.

297. Il ſuit delà que nous voyons une vaſte plaine ou une mer tranquille, non comme une ſurface plane, mais comme une eſpece de conoïde concave extrêmement large, dont nous occupons le fond. Quoique la plaine ſoit horiſontale, ſes extrémités paraiſſent s'élever autour de nous comme celles d'un baſſin : la même choſe arrive à l'horiſon de la mer. Si nous nous tranſportons ſur quelque montagne, ajoûte Mr. Bouguer, ce cercle que nous voyons autour de nous, quoique plus bas de plus en plus, s'éleve en apparence encore plus que nous.

298. Lors donc qu'on voudra conſtruire ſur le terrein quelque figure, dont on demandera un certain effet, laquelle aura quelques parties très-proches, & d'autres très-éloignées du Spectateur, il faudra avoir égard à la figure conoïdale que prend

qu'il la rapporte, par exemple, en *a*, il jugera en conséquence les autres à la suite de celle-ci en *b*, *c*, *d*, quoique cependant elle les précéde toutes ; & par cette transposition apparente, elles lui paraîtront nécessairement dans une ligne située à sa gauche *.

Nous jugeons qu'un objet que nous appercevons seul est dans une situation oblique par rapport à nous, parce que celles de ses parties qui sont proches, nous paraissent plus grandes & plus distinctes que celles qui sont éloignées. C'est pourquoi si l'objet est à une distance assez considérable, ou d'une figure assez uniforme pour que nous n'appercevions point une différence semblable dans la manière dont ses diverses parties frappent notre vue, nous sommes sujets à nous tromper sur sa situation. Car on peut voir un objet sous le même angle AOD, dans les deux positions obliques AD & ad. Fig. 324.

Delà vient que nous nous trompons quelquefois sur la position d'une girouette, & que prenant l'extrémité la plus proche d'une aile de moulin à vent pour la plus éloignée, il nous arrive de nous méprendre sur le sens de son mouvement. Car si le Spectateur qu'on suppose en O à peu près dans le plan des ailes prolongé, se persuade que l'extrémité A la plus éloignée d'une aile AE, est en effet la plus proche, le mouvement réel Fig. 326.

la surface apparente. Une ligne droite qui passe sur le terrein à peu de distance du Spectateur, paraît presque toujours sensiblement courbe de part & d'autre de l'endroit où elle est la plus voisine de l'œil ; & par conséquent presque toutes les figures tracées sur le terrein, sont sujettes de la part de sa figure apparente à une altération optique qui paraît avoir échappé à tous ceux qui ont traité jusqu'à présent de la perspective. » Si un cercle, dit Mr. Bouguer, » est tracé à nos pieds, & qu'il soit assez » petit pour ne point sortir des limites de » l'espace qui nous paraît sensiblement plan, » ce cercle ne nous paraîtra rien perdre de » sa figure régulière ; s'il est au contraire » situé à une distance considérable, il pren» dra l'apparence d'une ellipse, pourvu » qu'il ne soit pas trop grand. Mais s'il par» ticipe aux deux situations, si par un côté » il est assez voisin de nous, & par l'autre » assez éloigné, il ne nous paraîtra ni cer» cle ni ellipse ; il aura du rapport avec » une de ces ovales de Mr. Descartes, qui » est plus courbe dans une de ses moitiés » que dans l'autre. » Telle doit être l'apparence d'un bassin considérable, vu d'assez près.

299. * On n'a pas besoin de faire remarquer que la plus brillante de ces lumières sur laquelle le Spectateur vient à jetter la vue, peut occasionner de même cette méprise ; parce que dans quelqu'endroit de la file qu'elle se trouve, sitôt qu'elle lui paraît la plus brillante, il la juge plus proche que les autres, & par conséquent elle lui paraît comme si elle était la première de la file, & dès-lors la juge suivie de celles qui la précédent : transposition apparente qui ne peut avoir lieu que par le changement de leur situation de gauche à droite. (*Mr. de Buffon*, *Hist. Natur.*)

des ailes se faisant selon l'ordre des lettres A, B, C, D, E; lorsque A parvient en B, si l'on mene BO qui coupe le cercle $ABCDE$ en D, il est clair que le Spectateur ayant d'abord imaginé l'extrémité A en E, ne la rapportera pas ensuite en B, mais en D; ainsi il jugera que le mouvement se fait de E en D en sens contraire du mouvement réel qui se fait de A en B. C'est par la même cause que nous sommes quelquefois incertains dans quel sens se fait le mouvement d'un cercle de bougies allumées que nous voyons tourner à une certaine distance, & que nous prenons quelquefois à la vue simple une surface convexe pour une concave; ce qui nous arrive plus fréquemment, lorsque nous regardons des cachets, des pierres gravées, & différentes empreintes au travers d'un verre convexe, ou avec un microscope double; ou encore lorsque nous appercevons au travers des lunettes, les montagnes & les vallées qui sont à la surface de la lune, sur-tout si elles font paraître l'objet renversé : méprise dans laquelle nous jettent les jugemens imparfaits que nous portons des distances des parties de l'objet, & que fortifie encore la projection des ombres qu'occasionne l'obliquité de la lumière incidente.

Quand les objets sont extraordinairement grands, nous sommes encore sujets à nous tromper dans l'estime que nous faisons de leur distance; par exemple, lorsqu'en voyageant nous découvrons une ville considérable, un château, une fort grande montagne, &c. nous jugeons ces objets beaucoup plus près que nous ne les trouvons ensuite. Car l'expérience nous ayant accoutumés à lier les idées de certaines quantités de distances connues, aux grandeurs apparentes d'objets connus d'une grosseur ordinaire; & les grandeurs apparentes de ces grands objets dont nous parlons, vus à des distances considérables, étant les mêmes que celles d'objets plus petits à des distances moindres, il n'est point étonnant qu'elles fassent naître l'idée ordinaire d'une distance plus petite liée à des objets plus communs. Cela est d'autant plus évident, que nous sommes supposés ne pas connaître le pays ni les inégalités du terrein interposé entre ces objets & nous.

Les animaux & tous les petits objets que nous appercevons dans des vallées contigues à de grandes montagnes, nous paraissent extrêmement petits; parce que nous jugeons ces montagnes plus près de nous que si elles étaient moins grandes; & la petitesse de ces animaux, dont nous nous jugeons plus voisins que nous ne sommes en effet, cesserait bientôt de nous étonner, si nous les croyions plus éloignés. De même, si nous regardons du bas d'une montagne ou d'un édifice considérable, de petits objets situés sur le sommet de cette montagne ou au haut de cet édifice, nous les croyons aussi extrêmement petits *, non-seulement par la raison qu'on vient d'expo-

300. * Une erreur à peu près semblable, est celle dans laquelle nous tombons dans l'enfance à l'âge de 3 ou 4 ans sur la grandeur apparente des objets qui sont à quelque distance de nous; nous les jugeons toujours plus petits qu'ils ne sont réellement; parce que n'ayant point encore d'idée de leur distance, nous ne pouvons rectifier le jugement que nous portons de cette grandeur, lequel n'est produit que par l'impression de l'image sur le fond de l'œil.

301. Et quoique l'expérience nous enseigne en peu de tems à corriger cette erreur pour les objets de niveau ou pour ceux que nous voyons à une médiocre hauteur, nous nous trompons comme auparavant si nous regardons du haut d'un édifice un peu élevé, ou que nous regardions d'en-bas quelqu'objet situé sur le haut de cet édifice; & faute d'expérience nous tombons dans la même erreur, quoiqu'avancés en âge; parce que nous cessons de pouvoir juger de la grandeur d'un objet sitôt qu'il est à une distance qui n'est point ordinaire pour nous, comme lorsqu'elle est trop grande, ou que l'intervalle de cette distance n'est point dans la direction ordinaire. » Ayant acquis, dit » Mr. de Buffon, les premières idées de la » grandeur des objets en mesurant, soit » avec la main, soit avec le corps, en » marchant, la distance de ces objets rela» tivement à nous; & toutes ces expérien» ces par lesquelles nous avons rectifié les » idées de grandeur que nous en donnait » le sens de la vue, ayant été faites hori» sontalement, nous n'avons pu acquérir » la même habitude de juger de la gran» deur des objets élevés ou abaissés au» dessous de nous, parce que ce n'est pas » dans cette direction que nous les avons » mesurés par le toucher; & c'est par cette » raison & faute d'habitude à juger les » distances dans cette direction, que lorsque » nous nous trouvons au-dessus d'une tour » élevée, nous jugeons les hommes & les » animaux qui sont au-dessous beaucoup » plus petits que nous ne les jugerions en » effet à une distance égale qui serait hori» sontale, c'est-à-dire, dans la direction or» dinaire. Il en est de même d'un coq ou » d'une boule qu'on voit au-dessus d'un » clocher; ces objets nous paraissent être » beaucoup plus petits que nous ne les ju» gerions être en effet, si nous les voyions » dans la direction ordinaire & à la même » distance horisontalement à laquelle nous » les voyons verticalement. » (*Histoire Naturelle*, *tom. VI. Edition in-12*).

302. Une erreur très-fréquente dans laquelle nous tombons tous, regarde la grandeur apparente des corps qui sont très-éclairés & très-lumineux, & de ceux qui le sont très-peu. Car ayant toujours remarqué les objets d'autant plus clairs & plus lumineux qu'ils étaient plus proches, & par conséquent l'effet naturel de l'éclat avec lequel les objets se présentent à nos yeux, étant de les rapprocher, nous devons nécessairement juger les objets très-éclairés & très-lumineux, plus proches qu'ils ne sont, & en conséquence les juger plus petits; parce que jugeant toujours de l'étendue & de la grandeur des corps par la comparaison que nous faisons de leur grandeur apparente avec leur distance, nous devons juger plus petit un objet qui paraît rapproché. C'est par cette raison que les colines paraissent moins grandes & moins élevées quand elles sont couvertes de neige, & que le feu & la flamme paraissent si petits, lorsqu'on les voit à une grande distance pendant la nuit.

303. Les objets que nous appercevons obscurément & faiblement nous paraissent au contraire plus grands; parce qu'étant accoutumés à voir fort éloignés les objets

ser, mais encore parce que nous jugeons cette montagne ou cet édifice moins élevé à proportion que s'il était plus petit, tant à cause de sa grandeur extraordinaire, que de la plus grande obliquité de ses parties supérieures aux rayons visuels. Deschales rapporte qu'étant au pied d'une montagne, il apperçut une troupe de corbeaux qui dirigeaient leur vol par-dessus, que d'abord il les crut plus haut que la montagne, sans doute parce qu'ils lui paraissaient excessivement petits par rapport à elle, & que cependant ils employerent une demi-heure à parvenir au sommet. Le *Monument* excede le sommet des maisons qui lui sont contigues de cinq fois leur hauteur, & néanmoins il ne paraît d'en-bas plus élevé que de deux ou trois fois cette même hauteur, à cause de sa grandeur peu commune, & de son obliquité à la vue.

Aguilonius fait mention d'une erreur sur la distance qu'il avait souvent remarquée avec étonnement. Dans les matinées chaudes de l'été, lorsque des brouillards s'élevent d'une terre humide, nous les voyons souvent très-près de nous dans un endroit que nous connaissons; mais viennent-ils à quitter la terre & à monter, ils paraissent, dit-il, si éloignés que je ne les croirais jamais au-dessus de cet endroit, si je ne les y avais apperçus auparavant. La raison en est qu'ils se présentent alors à la vue de la même manière & dans la même direction que les nuages qui sont dans l'horison, dont on ne peut appercevoir la différence des distances, faute de quelque surface visible interposée entr'eux, telle que la surface de la terre.

Ceux qui voyagent de nuit ou à l'entrée de la nuit, remarquent que des objets proches, tels que des arbres, des maisons, &c.

qui nous paraissent sombres & faibles, l'obscurité & la faiblesse qui regnent dans l'apparence d'un objet, nous le font nécessairement juger plus éloigné, & par conséquent plus grand. » C'est ce qu'on remarque particulierement lorsqu'on regarde » des objets obscurs à l'entrée de la nuit; » car ces objets paraissent alors toujours » plus éloignés & plus grands que lorsqu'on » les voit pendant le jour. C'est aussi par » la même raison que la distance apparente » & la grandeur des objets paraissent augmentées, lorsqu'on les voit à travers un » air chargé de brouillard. Car une plus » grande quantité de lumière étant interceptée, ou irrégulierement brisée dans son » passage à travers le brouillard, il en entrera moins par la prunelle, & elle agira » par conséquent d'une manière plus faible » sur la rétine. Donc l'objet sera réputé à » une plus grande distance, & plus grand » qu'il n'est. L'erreur de la vue qui provient de cette cause, est si grande, qu'un » animal éloigné a été quelquefois pris pour » un animal beaucoup plus gros, étant » vu dans un tems de brouillard. (*Mr. Formey*, *Encyclopédie au mot* Distance.)

paraissent

paraissent souvent très-grands & très-éloignés. Peut-être cela vient-il de ce que ne pouvant distinguer l'étendue du terrein interposé, ils les rapportent à la partie du ciel qui termine l'horison, laquelle est plus claire que ces objets; ce qui les leur fait croire plus éloignés & par conséquent plus grands.

161. Si la surface de la terre était exactement plane, la distance de l'horison visible, à l'œil, serait à peine 5000 fois plus grande que la hauteur de l'œil sur le terrein, c'est-à-dire, en supposant l'œil élevé de 5 à 6 pieds, cette distance serait tout au plus de cinq mille; & tous les objets situés plus loin, paraîtraient dans l'horison visible. Car soit *OP* la hauteur de l'œil au-dessus de la ligne *PA*, tirée sur la surface de la terre; un objet *AB* d'une hauteur égale à *PO*, qui sera éloigné de 5000 fois cette hauteur, sera à peine visible à cause de la petitesse de l'angle *AOB* (*Art.* 97.). On ne pourra donc appercevoir une longueur ou une distance quelconque *AC* qui s'étend au-delà de *A*, quelque grande qu'elle puisse être. Car *AC* & *BO* étant paralleles, le rayon *CO* coupera toujours *AB* en quelque point *D* entre *A* & *B*; l'angle *AOC* ou *AOD* sera donc toujours moindre que *AOB*, & par conséquent *AD* ou *AC* sera invisible. Ainsi les objets & les nuages, tels que *CE* & *FG*, placés à quelque distance que ce soit au-delà de *A*, assez élevés pour être visibles ou pour soutendre un angle visuel plus grand que *AOB*, paraîtront à l'horison *AB*, puisqu'il est impossible d'appercevoir *AC*. Fig. 327.

162. Delà si nous supposons une très-longue file d'objets, ou un mur *ABZY* d'une très-grande longueur sur ce vaste plan, & que sa distance perpendiculaire *OA* à l'œil *O*, soit égale ou plus grande que la distance *Oa* de l'horison visible, il ne paraîtra pas droit, mais circulaire, comme s'il était construit sur la circonférence *acegy* de l'horison; & si l'on suppose ce mur continué indéfiniment, ses parties extrêmes *YZ* paraîtront dans l'horison en *yz* où l'horison est rencontré par la droite *Oy* parallele à ce mur. Car supposant un rayon *YO*, il est visible que l'angle *YOy* devient d'une petitesse insensible. Imaginons que la moitié *OAYy* du plan horisontal tourne avec le mur qui est dessus, autour de l'horisontale *Oy*, jusqu'à ce qu'elle devienne perpendiculaire à l'autre moitié *LMy*, & que le mur forme Fig. 328.

un vaſte plafond parallele à ce plan ; ce mur ou plutôt ce plafond aura pour lors l'apparence de la figure concave des nuages qui ſont au-deſſus de nous. Mais il ne conſervera pas la forme demi-circulaire qu'il paraiſſait avoir à l'horiſon, il paraîtra beaucoup plus applati ; parce que le plan de l'horiſon eſt une ſurface viſible, au centre de laquelle l'œil ſe conſidérant comme placé, juge néceſſairement à la même diſtance les objets qui touchent aux limites apparentes de ce plan, ou qui ſont au-delà; au lieu qu'il n'y a rien de ſenſible dans le plan vertical qui paſſe par l'œil & le plafond, que la ſection commune Oy, & que par conſéquent les diſtances apparentes des plus hautes parties du plafond ſont diminuées par degrés en montant de cette ligne. Maintenant ſi le ciel eſt entiérement couvert de nuages de même peſanteur, ils flotteront dans l'air à des hauteurs égales au-deſſus de la terre, & compoſeront par conſéquent une ſurface, ſemblable à un vaſte plafond, auſſi plate que la ſurface viſible de la terre; ainſi ſa concavité ne ſera point réelle : elle ne ſera qu'apparente; & lorſque les nuages ſont à des hauteurs inégales, comme on ignore leurs formes & leurs grandeurs réelles, on peut rarement diſtinguer les diſtances inégales de ceux qui paraiſſent dans les mêmes directions, à moins qu'ils ne ſoient très-près de nous, ou qu'ils ne ſoient emportés par des courans d'air qui aillent en différens ſens; de ſorte que la figure apparente de la ſurface entière formée par tous les nuages, eſt la même dans les deux cas. Et tout le monde convient que lorſque le ciel n'eſt couvert qu'en partie, ou qu'il ne l'eſt point du tout, nous conſervons à peu près la même idée que nous nous ſommes formée de ſa courbure, lorſqu'il était entiérement couvert. Mais ſi quelqu'un prétendait que la lumière réfléchie par l'air pur, ſuffit ſeule pour donner cette idée, c'eſt ce que je ne diſputerai point *.

304. * Voici deux obſervations de l'Auteur qui confirment bien l'explication qu'il donne de la courbure apparente du ciel. Étant, dit-il, ſur le bord de la mer au pied des falaiſes, qui dans cet endroit s'étendaient à peu près en ligne droite auſſi loin que je pouvais voir, & regardant l'horiſon de la mer, il ne me parut point former un demi-cercle dont mon œil fut le centre. Les extrémités de l'arc horiſontal contigues aux falaiſes me paraiſſaient toujours plus éloignées que le reſte de cet arc, & les diſtances des parties intermédiaires me paraiſſaient diminuer par degrés à meſure que je portais mon œil des extrémités vers le milieu de l'arc. J'apperçus auſſi un vaiſſeau éloigné qui me parut couper en deux parties preſque égales la moitié de

163. La concavité du ciel nous paraît comme une portion d'une surface sphérique plus petite qu'un hémisphere ; je veux dire, que le centre de cette concavité est beaucoup au-dessous de l'œil ; & en prenant un milieu entre plusieurs observations, je trouve que la distance apparente de la partie du ciel, qui paraît toucher l'horison, est généralement trois ou quatre fois plus grande que la distance apparente de celle qui est au-dessus de nous. Car soit la concavité apparente du ciel représentée par l'arc *ABCD* ; *O* la place de l'œil ; *OA* & *OC* les distances apparentes horisontale & verticale dont on veut savoir le rapport. Il faut d'abord observer le soleil ou la lune ou quelqu'étoile ou même un nuage, lorsqu'il se trouve dans une telle position *B*, que les arcs apparens *BA*, *BC* compris l'un entre l'horison & l'objet, l'autre entre l'objet & le zénith, semblent être égaux ; prenant ensuite la hauteur de l'objet *B* avec un quart de cercle ou avec quelqu'autre instrument, ou bien la déduisant, par le calcul, du tems connu de l'observation, on aura l'angle *AOB*. C'est pourquoi si, après avoir mené *OB* dans la position qu'on aura ainsi déterminée, & pris un point *B* par-tout où l'on voudra dans cette ligne, on cherche dans la verticale *CO* prolongée vers le bas, le centre *E* d'un cercle *ABC*, dont les arcs *BA*, *BC* compris entre le point *B* & les côtés de l'angle droit *AOC*, soient égaux, l'arc *ABCD* représentera la figure apparente du ciel. Car nous jugeons à la vue de la distance entre deux objets que nous voyons dans le ciel, par la grandeur de la partie du ciel que nous appercevons entr'eux, de même que sur la terre nous jugeons de la distance entre deux objets par Fig. 329.

l'arc horisontal, comprise entre les falaises & la perpendiculaire menée du milieu de cet arc, sur la ligne que formaient ces falaises. L'angle fait par cette dernière ligne & celle qui passait par le vaisseau, me semblait beaucoup plus petit que l'angle suivant fait par la ligne menée par le vaisseau & la perpendiculaire citée ; ce qui s'accorde avec des observations semblables sur le ciel rapportées dans l'Article suivant, & montre que la diversité des objets nous donne toujours l'idée d'une plus grande distance.

305. Dans la 329e. Figure, *AOD* est la ligne que forment les falaises ; *OC* la perpendiculaire à cette ligne ; *O* la place de l'Observateur ; *ABCD* l'horison de la mer ; *B* le lieu apparent du vaisseau éloigné, que je jugeai à peu près au milieu de l'arc *ABC*, quoique l'angle *AOB* parût beaucoup plus petit que l'angle *BOC*.

306. Une autrefois je fis la même observation dans un autre endroit, étant monté sur le haut de falaises très-élevées ; il me parut que la mer s'élevait un peu vers les nuages qui étaient dans l'horison, comme le bord d'une soucoupe, particulierement à l'endroit où elle paraissait la plus faible & la plus obscure.

l'étendue du terrein qui les ſépare. On peut en conſtruiſant une équation du troiſiéme dégré, trouver géométriquement le centre E; on le peut trouver auſſi aſſez vîte & avec aſſez d'exactitude par le tatonnement, en examinant ſi les deux cordes BA, BC de l'arc ABC tracé par conjecture, ſont égales, & changeant ſon rayon BE juſqu'à ce qu'elles le ſoient. Or il m'a paru par pluſieurs obſervations faites ſur le ſoleil, la lune & les étoiles, que ces aſtres paſſaient au point B de l'arc vertical ABC, qui le diviſe également, lorſque leur hauteur apparente ou l'angle AOB était d'environ 23°; ce qui donne pour le rapport de OC à OA celui de 3 à 10 ou de 1 à $3\frac{1}{3}$ à peu près *. Lorſque le ſoleil n'avait que 30° de hauteur, l'arc ſupé-

* Il eſt aiſé de déduire delà que l'arc CA ou CD eſt d'environ 33°. 24′; & que le rayon CE de cet arc eſt environ ſix fois plus grand que la verticale CO.

307. Mr. Folkes à qui j'ai communiqué la détermination que je donne de la figure du ciel, m'a dit, après l'avoir approuvée, qu'il avait ſouvent obſervé que le ciel paraiſſait avoir une figure conchoïdale, telle qu'elle eſt repréſentée par la courbe $ABCD$ de la Figure 330. J'ai remarqué auſſi la même choſe; mais il eſt aiſé de voir qu'il n'en réſulte point de changement ſenſible dans le rapport de la diſtance apparente de l'endroit du ciel qui eſt au zénith, à la diſtance apparente de la partie du ciel qu'on voit à l'horiſon, ni dans la manière de le déterminer.

308. Il m'a fait encore remarquer qu'on pouvait approcher juſqu'à un certain point par le calcul, de la diſtance apparente du ſoleil ou de la lune dans tel endroit B du ciel que ce ſoit; que pour cela il n'y avait qu'à imaginer une verticale BP; obſerver quelqu'objet un peu apparent près de P où l'on imagine que la verticale rencontre la ſurface de la terre; & pour moins s'y tromper, le prendre au jugement & à l'eſtime de pluſieurs perſonnes raſſemblées en O, puis meſurer la diſtance OP & l'angle BOP de la hauteur du ſoleil, après quoi, il était facile par différens moyens de trouver le côté OB du triangle OBP. On peut avoir l'angle BOP aſſez exactement pour ce qu'on ſe propoſe maintenant, en plantant perpendiculairement un bâton pb, & en meſurant la longueur de ſon ombre pO.

309. Ainſi la figure apparente ABC du ciel étant déterminée par cet Article, on aura la diſtance apparente du ſoleil à telle autre hauteur qu'on voudra, de même que la hauteur apparente d'un nuage vertical ou du ciel en C.

310. La figure apparente du ciel étant plutôt conchoïdale que ſphérique, ſelon les obſervations de Mr. Folkes & de l'Auteur même, le rapport de l'horiſontale OA à la verticale apparente OC, eſt donc ce qu'il y a de plus certain dans la détermination que l'Auteur donne de la courbure apparente du ciel; de ſorte qu'on ne doit conſidérer l'arc de cercle CBA que comme un à peu près déterminé par induction plutôt que par obſervation, en conſéquence des deux points A & C; & même, avec un peu d'attention, il eſt aiſé de voir que la figure apparente du ciel ne doit point avoir exactement la courbure de cet arc.

311. Car il paraît comme le remarque Mr. de Mairan (*Mém. Acad. année 1740.*), que cet arc n'eſt pris que pour exprimer l'apparence qui réſulte du jugement des diſtances, abſtraction faite du changement que la réfraction peut y occaſionner, auquel cependant il convient d'avoir égard, les rayons viſuels obligés de traverſer deux milieux très-différens, l'air de notre atmoſphere & l'éther, changeant néceſſairement cet arc dans un arc de courbe différent, qui exprime la vraie courbure apparente

rieur paraiſſait toujours moindre que l'inférieur, & il me ſemblait au contraire toujours plus grand lorſque le ſoleil n'était qu'à 18° ou 20° de hauteur.

164. Je me ſuis d'autant plus attaché à la recherche de la figure apparente du ciel, que je ne trouve pas que juſqu'ici elle ait été déterminée, quoiqu'elle ſoit abſolument néceſſaire pour pouvoir expliquer d'une manière ſatisfaiſante diverſes apparences remarquables dans le ciel. Suppoſant, par exemple, que l'arc *ABC* repréſente cette concavité apparente, je trouve que le diametre du ſoleil ou de la lune paraît plus grand à l'horiſon qu'à telle hauteur qu'on voudra meſurée par l'angle *AOB*, dans le rapport de ſes diſtances apparentes *OA*, *OB*. Les nombres qui expriment ces rapports ſont placés dans la Table ci-jointe à côté des hauteurs correſpondantes du ſoleil ou de la lune. On a auſſi repréſenté ces apparences par le moyen de la Figure 331, dans laquelle des globes égaux diſpoſés dans un quart de circonférence *FG* décrit du centre *O*, repréſentent le globe de la lune aux diverſes hauteurs exprimées dans la Table, tandis que des globes inégaux placés dans la concavité *ABC* entre les rayons viſuels que l'œil placé en *O* reçoit de la circonférence de la lune, à ces mêmes hauteurs, marquent les diverſes groſſeurs apparentes de cette planette. Les diametres des globes inégaux *A* & *B* qui repréſentent le globe apparent de la lune, ſont par conſéquent dans le même rapport Fig. 331.

Hauteurs du ſoleil ou de la lune en degrés.	Diametres apparens ou diſtances apparentes.
00	100
15	68
30	50
45	40
60	34
75	31
90	30

du ciel, & que Mr. de Mairan trouve être d'une figure ſenſiblement conchoïdale (en partant toutefois du principe des anciens ſur le lieu de l'image); ce qui s'accorde avec les obſervations de Mr. Folkes & de Mr. Smith, à cette legere différence près, trop petite à la vérité pour troubler l'accord de la théorie & de l'obſervation, que cette courbe qui dans la plus grande partie de ſon cours s'écarte peu de l'arc ſuppoſé, qui même eſt prête à ſe confondre avec lui à ſon ſommet, s'en écarte ſenſiblement par ſes extrémités, qu'elle a néceſſairement un peu élevées au-deſſus de celles de cet arc. Et l'on conçoit ſans peine le changement de l'arc ſuppoſé en un autre, en vertu de la réfraction, en conſidérant cet arc comme la courbure réelle du fond du ciel que l'on n'apperçoit qu'à travers deux milieux différens. Car alors il eſt viſible que ce n'eſt point cet arc qu'on doit appercevoir, mais ſon image produite par les réfractions que ſouffrent les rayons en traverſant ces milieux.

312. Quant à la voûte apparente que forment les nuages dont le ciel eſt quelque-

que leurs distances apparentes *OA*, *OB* (*Art. 57.*) ; & il est certain qu'ils doivent paraître dans le même rapport que celui qu'ils ont réellement dans la surface où ils sont, parce que nous jugeons dans cette même surface tous les objets que nous voyons dans le ciel (*Art. 161 & 162.*); de sorte que l'apparence est exactement la même que si on avait peint la lune sur une surface réelle *ABC*, en diverses endroits de cette surface suivant les proportions qu'on a assignées ci-dessus; dans lequel cas nous devrions certainement juger les grandeurs réelles des peintures plus larges de la lune basse ou peu élevée, être réellement plus grandes, quoique les grandeurs visibles de ces peintures, qui répondent à des images égales sur le fond de l'œil, soient parfaitement égales *.

fois couvert, elle doit avoir au moins sensiblement la courbure de l'arc circulaire dont on a parlé. Car les nuages sont si peu élevés, & par conséquent la force réfringente de l'air où ils se trouvent d'ordinaire, est si peu différente de celle de l'air à la surface de la terre, que la réfraction ne doit pas changer sensiblement l'apparence de cet arc. (*Voyez les Mém. de l'Acad. an. 1740.*)

313. Au reste, il faut convenir que la différence qu'il doit y avoir entre la courbure apparente du ciel étoilé & celle de la voûte que forment les nuages, n'est point assez grande pour pouvoir être apperçue; aussi les jugeons nous tout-à-fait semblables.

314. * Je fais voir en général dans cet Article & dans le suivant, pourquoi la lune paraît toujours plus grande au méridien qu'à l'horison. Je dis en général, parce que, de tems à autre, la lune horisontale paraît de différentes grandeurs dans le même horison, & que quelquefois elle paraît d'une grandeur extraordinaire. Je serais porté à croire que cela vient principalement de la grandeur extraordinaire qu'a alors son image sur le fond de l'œil, laquelle est supposée invariable dans la théorie présente. Il serait facile d'examiner cela avec quelqu'attention, en mesurant les diametres de la lune horisontale avec un micrometre, ou parce qu'on a rarement cet instrument à portée de soi, en faisant note de l'année, du jour du mois & des hauteurs du barometre & du thermometre. Car si par plusieurs observations semblables on venait à découvrir que la lune horisontale paraît la plus grande, généralement lorsqu'elle est dans son perigée, dans les soirées les plus chaudes de l'été, le barometre étant bas, & le thermometre haut; & qu'au contraire elle paraît la plus petite généralement lorsqu'elle est apogée, dans les matinées les plus froides de l'hiver, le barometre étant haut & le thermometre bas; comme ces causes sont indépendantes l'une de l'autre, & qu'elles concourent toutes à augmenter l'image de la lune dans le premier cas, & à la diminuer dans le second, on pourrait raisonnablement en conclure que ces apparences extraordinaires de la lune sont principalement occasionnées par le concours de ces trois circonstances.

315. Comme la lune à l'horison parait rarement elliptique (*Note 348.*), & que d'ailleurs deux ou trois jours avant ou après qu'elle soit pleine, sur-tout dans les soirées d'automne, son disque paraît un peu échancré, lorsqu'on voudra comparer les aires des disques de différentes pleines lunes, on pourra les supposer égales aux cercles qui auraient pour diametres les diametres verticaux des disques; parce que ces diametres sont sujets à des changemens plus petits & plus réguliers que les autres. Or, comme ces diametres verticaux apparens varient tant par la distance de la lune à la terre, que par ses réfractions horisontales qui dépendent de la densité de l'air, c'est-à-dire,

165. Par la même raison tous les autres objets que nous voyons dans le ciel, & les distances des étoiles, doivent paraître, de même que le soleil & la lune, plus grands à l'horison, que

de sa gravité & de son degré de chaleur, je trouve par un calcul grossier de leurs plus grandes variations dans nos climats, que ces diametres apparens, lorsque la pleine lune est la plus grande & la plus petite, sont à peu près dans le rapport de 36 à 25, ou presque comme 3 à 2.

316. Mais il faut observer que nous ne comparons point dans notre esprit une apparence extraordinairement grande de la lune, avec une apparence extraordinairement petite ; nous la comparons avec l'idée que nous nous sommes faite de sa grandeur la plus ordinaire à l'horison, dont le diametre moyen se trouve en cherchant une moyenne géométrique entre ses diametres déterminés ci-dessus, lorsque cette planete est la plus grande & la plus petite possible, plutôt qu'une moyenne arithmétique, parce que nous la voyons dans un tems froid, un plus grand nombre de fois que dans le chaud, & par conséquent plus souvent de sa plus petite grandeur que de sa plus grande, à cause des réfractions, qui raccourcissent ses diametres, plus considérables & d'une plus longue durée. Ainsi le diametre de la lune lorsqu'elle est la plus grande, est à son diametre lorsqu'elle est d'une grandeur moyenne ordinaire, dans la raison soufdoublée de 36 à 25, ou comme 6 à 5.

317. Pour confirmer mon hypothése sur la grandeur extraordinaire de la lune, je n'ai que cette seule observation. Étant à un demi-mille de Cambridge, j'apperçus le 27 Juillet 1732, vers les huit heures du soir, la lune d'une grandeur extraordinaire, de la couleur qu'on lui connaît, qui se levait au-dessus de la Ville, le vent étant à l'ouest & le barometre un peu au-dessus du variable. Il paraît par l'Almanach que la lune était alors près de son perigée, & eu égard à la partie de laquelle le vent soufflait dans ce mois, on ne peut douter qu'il ne fit chaud, & que par conséquent les réfractions ne fussent petites ; car je ne consultai point le thermometre, ne pensant point alors à cette hypothése. Des trois causes assignées ci-dessus, nous en avons donc ici deux qui s'accordent avec la théorie, & la troisième, savoir, le barometre qui tient à peu près le milieu. Mais je crois que celle-ci contribue moins à la grandeur apparente de la lune qu'aucune des deux autres.

318. Puisque la peinture de la lune considérée à l'horison, est toujours plus ou moins diminuée par les réfractions, & que celle de la lune au méridien dans sa plus grande hauteur qui est pour nous de 60 à 65 degrés, l'est à peine sensiblement, il suit que dans ces deux positions, les diametres de ses disques considérés comme des portions de la concavité du ciel, doivent être dans un moindre rapport que leurs distances apparentes. Car dans la théorie que j'établis dans le présent Article, la peinture de la lune est supposée invariable pendant qu'elle monte ou qu'elle descend. Le rapport de ces distances apparentes est par la Table de cet Article, environ de 1 à 3, ou de 3 à 9, lequel serait aussi le rapport des diametres des disques circulaires dans la surface apparente du ciel, sans les réfractions que je juge diminuer généralement le disque de la lune quand elle est à l'horison, dans le rapport de deux cercles, dont les diametres sont à peu près comme 9 à 8. C'est pourquoi le diametre du disque de la lune à 60 ou 65 degrés de hauteur, est généralement à celui de son disque, étant à l'horison, comme 3 à 8. Ces disques sont représentés par les cercles 3 & 8 dans la Figure 333, afin que l'on puisse juger à la vue de leur proportion.

319. Mais dira-t-on, puisque lorsqu'on est sur le haut d'une montagne, on jouit d'un horison plus vaste, plus étendu, que quand on est au bas, ne paraîtrait-il pas devoir s'ensuivre de la théorie qu'on a établie, que la lune vue à l'horison du haut d'une montagne, devrait paraître plus grande que d'en-bas. Je suis porté à croire que cela n'est pas, & même que cela ne doit pas être ; car il faut considérer que l'aspect actuel de la lune & de l'horison peut beaucoup moins donner une idée

lorſqu'ils ont quelque hauteur ; & c'eſt en effet ce qu'on obſerve. Delà, je déduis une preuve nouvelle de l'exactitude du rapport que j'ai aſſigné entre les diverſes grandeurs apparentes

nouvelle d'une certaine grandeur déterminée du diſque de cette planete (notre eſtime à la vue étant trop incertaine & trop peu exacte pour cet effet), que renouveller l'idée que nous nous en ſommes faite par une longue expérience. Car l'idée que nous avons de la grandeur de la lune à l'horiſon (qui ne peut être qu'une eſpece de milieu réſultant de toutes nos obſervations), s'eſt, ſi on peut parler ainſi, tellement enracinée dans notre eſprit, par le grand nombre de fois que nous avons vu la lune dans cette ſituation, qu'elle ſera plutôt confirmée qu'altérée, quand il nous arrivera de la voir une fois dans la circonſtance dont il eſt queſtion.

Terminons tout ceci par expoſer ce qu'ont penſé quelques Philoſophes de la cauſe du phénomene dont nous nous ſommes occupés.

320. Berkelai dans ſon *Eſſai ſur une théorie nouvelle de la viſion*, prend d'abord pour principe que nous jugeons les objets à proportion plus éloignés, & par conſéquent plus grands, qu'ils nous paraiſſent plus ſombres & moins lumineux : or, dit-il, une partie de la lumière qu'envoie un objet, étant réfléchie ou éteinte par la rencontre des parties d'air, l'apparence de l'objet doit en être affaiblie, & elle doit l'être d'autant plus que l'objet eſt plus éloigné, ou que les rayons qui en viennent ont un plus long trajet à faire avant d'arriver à l'œil. Mais lorſque la lune eſt à l'horiſon, les rayons qu'elle envoie ont à traverſer une portion de l'athmoſphere beaucoup plus grande, que lorſqu'elle eſt parvenue au méridien ; ainſi elle doit nous paraître plus faible : nous devons donc la juger à proportion plus éloignée, & par conſéquent plus grande lorſqu'elle eſt à l'horiſon, que quand elle eſt au méridien ou à telle autre hauteur qu'on voudra.

321. Mais notre Auteur prétend que cette opinion n'eſt point ſoutenable. 1°. Parce que la lune paraît beaucoup plus faible de jour que de nuit, & que cependant on ne la remarque pas plus grande (à la même hauteur) le jour que la nuit, quoique cela dût être, s'il était vrai qu'elle doive paraître plus grande à proportion qu'on la voit plus faible. 2°. Il s'enſuivrait que la lune horiſontale étant beaucoup plus faible & moins lumineuſe que le ſoleil horiſontal, vus à la vue ſimple l'un & l'autre, elle devrait paraître beaucoup plus grande que le ſoleil ; puiſque toute la différence qu'il y a dans les apparences de ces deux aſtres ne conſiſte que dans leur éclat, les angles viſuels que ſoutendent leurs diametres, étant généralement à peu près égaux. Il s'enſuivrait encore que le ſoleil horiſontal ayant toujours beaucoup plus d'éclat que la lune conſidérée à ſa plus grande hauteur, devrait paraître beaucoup plus petit ; mais tout cela n'eſt point. 3°. On ne voit pas que la lune paraiſſe plus grande, lorſqu'elle eſt totalement éclipſée, qu'à l'ordinaire, quoiqu'elle ſoit cependant beaucoup plus faible qu'elle n'a coutume de le paraître à la même hauteur.

322. Le principe de Berkelai ne paraît donc pas ſuffiſant (au moins ſeul) pour expliquer le phénomene dont il s'agit, ni par conſéquent pourquoi les conſtellations paraiſſent plus petites à meſure qu'elles s'élevent, ou ce qui revient au même, pourquoi les intervalles apparens des mêmes étoiles ſont plus petits à proportion qu'elles ſont plus hautes ; phénomene du même genre que le premier.

323. Le P. Malebranche explique le phénomene d'une manière bien plus ſatisfaiſante en partant de ce principe-ci ; que tout objet paraît d'autant plus éloigné, & par conſéquent d'autant plus grand que nous voyons une plus grande ſuite d'autres objets entre lui & nous, & que quand ces objets ſont en très-petit nombre ou manquent entiérement, nous le jugeons alors beaucoup plus proche & plus petit. Car il eſt clair, ſuivant ce principe, que lorſque le ſoleil ou la pleine lune eſt à l'horiſon, comme nous appercevons pour lors un très-grand nombre d'objets entre ces aſtres & nous, nous devons les juger beaucoup plus éloignés & plus grands ; au lieu que lorſqu'ils ſont au méridien, le défaut

de

de la lune. Dans une belle nuit où l'on n'a d'autre lumière que celle des étoiles, remarquez la distance de deux étoiles quelconques très-proches l'une de l'autre & les plus élevées qu'il est possible; & en même tems en choisissez deux autres les plus basses que vous pourrez trouver, autant éloignées l'une de l'autre que les deux premières. Cherchez ensuite, au moyen d'un globe, d'une carte ou par le calcul, les distances réelles de chaque couple d'étoiles, en degrés & minutes, & les hauteurs du milieu de ces distances sur l'horison, & prenez les arcs Fr, Fs égaux à ces hauteurs; puis prenez les arcs rH & rI égaux chacun à la moitié de la distance des étoiles les plus élevées, & sK & sL égaux chacun à la moitié de la distance des plus basses. Menez enfin de O aux points H, I, K, L des droites qui coupent aux points h, i, k, l l'arc ABC déterminé par la méthode de l'Article 163. Si chaque couple d'étoiles était dans un cercle vertical, ces points h, i, k, l en seraient les lieux apparens; & s'il n'y est pas, l'obliquité de la situation de ces étoiles ne changera cependant rien aux soutendantes perpendiculaires hm, kn (des angles hOi, kOl) qui, lorsque les étoiles sont très-proches l'une de l'autre, sont les mesures de leurs distances apparentes. Or, j'ai trouvé par plusieurs observations & plusieurs constructions, que ces soutendantes hm, kn sont à peu près égales; & puisqu'elles paraissent telles dans le ciel, on a tout lieu de croire que la courbure ABC du ciel a été bien déterminée. C'est pourquoi si HI & KL étaient les diametres réels de deux globes inégaux représentant celui de la lune, ils paraîtraient égaux en h & en k; & par conséquent si on augmente le globe le moins élevé qui est en KL, jusqu'à le rendre égal au globe le plus élevé qui est en HI, les angles kOn, hOm étant alors égaux, la soutendante kn sera plus grande que hm dans le rap- Fig. 332.

d'objets intermédiaires nous les fait juger plus petits & plus proches. Et ce qui prouve que la vue des objets interposés influe réellement sur le jugement que nous portons de la grandeur apparente du soleil ou de la lune à l'horison, c'est que si on fait ensorte de les appercevoir seuls & isolés, par exemple, en les regardant par un tube, ils paraissent plus petits qu'on ne les voit d'ordinaire à l'horison: cette observation se doit faire avant d'avoir vu l'astre à la vue simple, dans la crainte que le préjugé n'entretienne l'illusion. (*Leç. de Phy. de Mr. l'Ab. Nollet.*)

324. La distance apparente du soleil ou de la lune diminuant à mesure que ces astres s'élevent, & tous les autres objets répandus dans le ciel, paraissant aussi plus proches à proportion qu'ils sont plus élevés, la surface apparente du ciel doit donc nous paraître comme une voûte fort surbaissée.

port de leurs distances apparentes Ok & Oh (*Art.* 57.); ce qui est précisément ce que j'ai avancé des grosseurs & distances apparentes de la lune à diverses hauteurs.

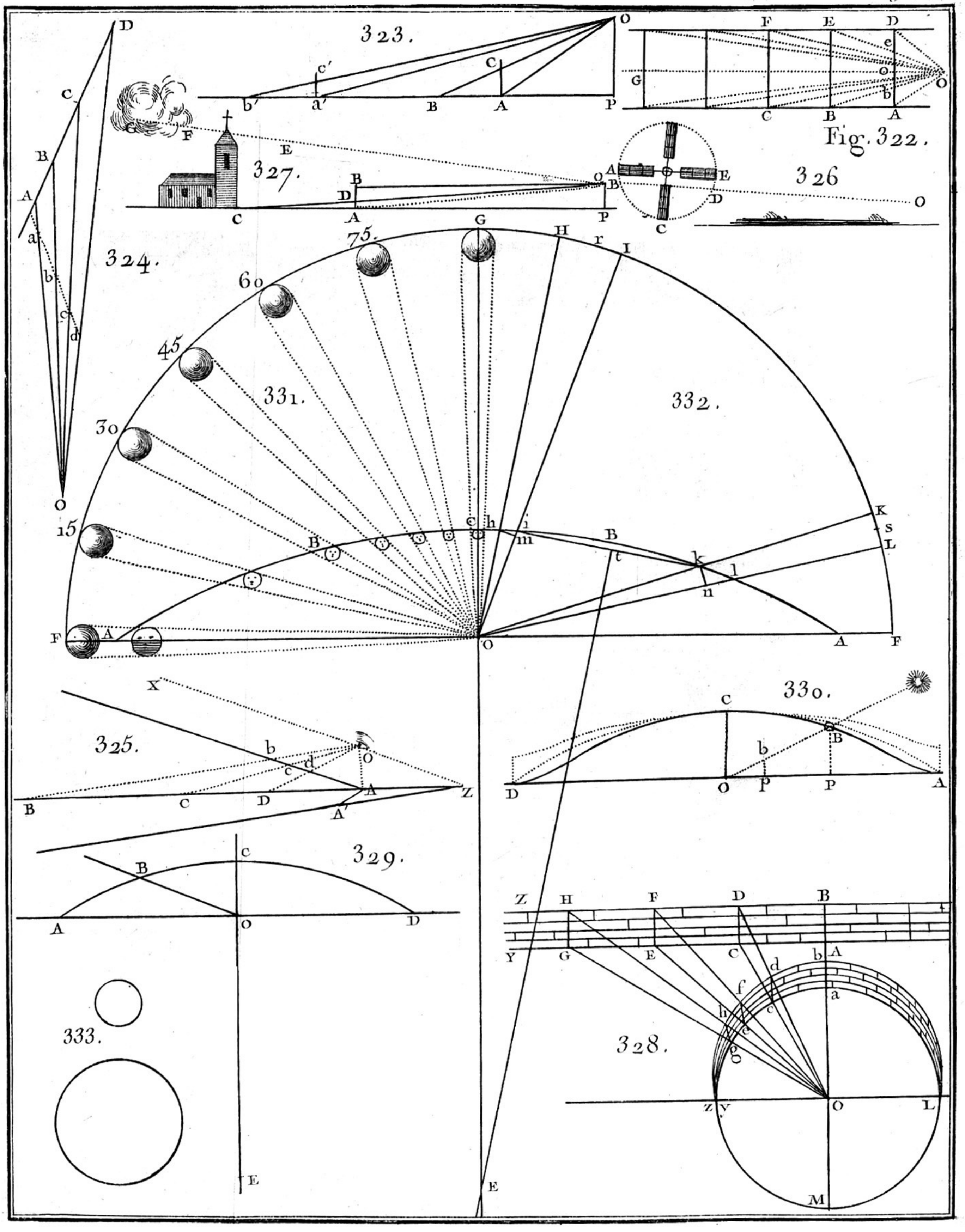
166. Delà nous tirons une autre méthode de trouver la figure apparente du ciel au moyen des observations précédentes d'étoiles. Après avoir pris une droite Ok d'une longueur arbitraire, pour représenter la distance apparente d'une des étoiles à l'œil de l'Observateur, soit prise une autre droite Oh qui soit à Ok dans le rapport de KL à HI; & joignant hk que l'on coupera en deux également en t, on lui élevera la perpendiculaire tE qui coupera CO prolongée dans un point E, lequel sera le centre de la surface sphérique qui représente la courbure apparente du ciel; ce que je n'ai pas besoin de démontrer. Si les étoiles observées sont dans un cercle vertical, ou qu'il s'en faille peu qu'elles n'y soient, il convient de corriger de la réfraction * les distances HI, KL, & sur-tout la dernière.

325. * La quantité dont un rayon de lumière se courbe, lorsqu'il traverse obliquement l'atmosphere, est ce qu'on nomme *Réfraction Astronomique.*

326. Pour se former une idée de la route qu'un rayon suit en traversant l'atmosphere, imaginons que le plan de la figure passe par ce rayon & par le centre Y de la terre (*Fig.* 334.), autour duquel supposons décrits, depuis la surface de la terre jusqu'au haut de l'atmosphere, une multitude de cercles Oo, Pp, Qq, &c. à de très-petits intervalles l'un de l'autre; & quoique la densité, & par conséquent la force réfractive de l'atmosphere diminue continuellement à mesure qu'on s'éleve, nous la supposerons d'abord uniforme dans l'espace compris entre deux cercles qui se suivent, & nous ne la considérerons changer qu'en passant d'un espace à l'autre.

327. Présentement soit O l'œil du Spectateur; YOZ une ligne qui passe par son œil & par son zénith; $SRQPO$ la route d'un rayon qui vient d'une étoile S. Il est clair que le rayon SR, venant à passer en R du vuide ou de l'éther dans l'atmosphere, se rompt en approchant de la perpendiculaire YR; qu'en passant en Q dans un air plus dense que celui où il est entré d'abord, il se détourne en s'approchant de la perpendiculaire YQ, & qu'il continue toujours de se rompre, en s'approchant de la cathete d'incidence, en passant dans les autres parties de l'atmosphere comprises dans les espaces renfermés par les cercles suivans, puisque la densité augmente d'une partie à l'autre en descendant, jusqu'à ce qu'enfin il entre dans l'œil en O, suivant la direction OP qui marque celle suivant laquelle on verra l'étoile.

328. Soit prolongé le rayon SR jusqu'à la rencontre en V de la verticale YOZ; il rencontrera en même tems en X le rayon OP prolongé par lequel on voit l'étoile. Il est clair, par ce qu'on a déja dit, que la distance apparente de l'étoile au zénith, mesurée par l'angle XOZ, est plus petite que sa vraie distance mesurée par l'angle XVZ; & par conséquent que l'angle OXV qui est la différence de ces deux angles, exprime l'effet total de toutes les réfractions, qui consiste, comme l'on voit, à faire paraître l'étoile plus élevée qu'elle n'est. Mais à cause du changement continuel de la densité qui augmente sans cesse en descendant, supposons présentement les cercles Rr, Qq, Pp infiniment proches, (& par conséquent en nombre infini) afin que le rayon de lumière se rompe, comme il fait effectivement, à chaque instant; il est


323.
Fig. 322.
327.
326
324.
331.
332.
325.
330.
329.
333.
328.

167. C'est parce que la concavité apparente du ciel est moindre qu'un hemisphere, que les couleurs des arcs-en-ciel intérieur & extérieur, de même que l'intervalle de ces arcs,

visible que ce que nous venons de dire des réfractions qu'il souffrait en R, Q, P, &c. lorsque les cercles réfringens étaient à une distance finie les uns des autres, se doit dire également de celles qu'il souffre actuellement que nous les supposons infiniment proches; & que comme il se rompt continuellement, ce ne sont point les côtés finis d'un poligone qu'il décrit, mais les portions infiniment petites d'une courbe continue, située, comme l'on voit, dans un plan vertical, laquelle exprime sa véritable route en traversant l'atmosphere pour arriver à l'œil. Il est évident que SX & OX seront les tangentes de cette courbe, l'une au haut de l'atmosphere où cette courbe prend naissance, & l'autre à l'œil où elle se termine. Nous n'avons pas besoin d'ajoûter que l'angle OXV formé par ces tangentes, exprime la réfraction totale comme auparavant.

329. Nous avons supposé la distance vraie de l'étoile au zénith mesurée par l'angle SVZ, parce qu'une ligne droite ON tirée de l'œil à l'étoile, ferait un angle insensible avec le rayon SRV, l'étoile étant à une distance immense, & la courbure du rayon très-petite, particuliérement vers le haut de l'atmosphere. Si sa courbure était circulaire, la plus grande distance OV entre les lignes ON, VS, serait à peine de trois milles ou de 1,086 lieues.

330. La réfraction totale d'un rayon qui vient parallélement à l'horison est la plus grande de toutes; & si l'astre d'où vient le rayon s'éleve continuellement jusqu'à passer par le zénith, elle diminue sans cesse, & devient nulle lorsque l'astre est parvenu au zénith. Car si l'on suppose actuellement l'étoile en s à une plus grande hauteur que celle où elle était, le rayon sr rencontrant le cercle réfringent Rr moins obliquement que le rayon SR, la réfraction en r sera moindre qu'en R, & par une suite nécessaire le petit côté rq sera moins incliné au cercle réfringent Qq que le petit côté RQ; ainsi la réfraction sera plus petite en q qu'en Q: d'où l'on voit que la somme des réfractions en r, q, p, &c. sera moindre que celle des réfractions en R, Q, P, &c. c'est-à-dire, que l'angle OXV diminuera continuellement jusqu'à ce qu'il devienne nul, le rayon venant du zénith. Il est clair que cet angle est le plus grand qu'il est possible, lorsque le rayon vient horisontalement, parce qu'il rencontre alors les cercles réfringens avec le plus d'obliquité, & que par conséquent les réfractions qu'il souffre sont les plus grandes de toutes.

331. L'endroit du ciel où un astre nous paraîtrait si le rayon qui en vient ne souffrait point de réfraction, peut se nommer son *lieu vrai* pour le distinguer de celui où nous le rapportons en conséquence de la réfraction, qu'on peut appeller son *lieu apparent;* & l'arc de grand cercle compris entre le lieu vrai & le lieu apparent, ou l'angle NOX mesuré par cet arc, ou enfin son égal OXV formé par les tangentes aux extrémités de la courbe que le rayon décrit, est ce qu'on nomme la *réfraction de l'astre.* L'arc de grand cercle compris entre les deux lieux vrais de deux astres, se nommera donc la *distance vraie* de ces astres, & celui qui est compris entre leurs lieux apparens, sera appellé leur *distance apparente.*

332. La distance apparente de deux astres qui sont dans un même cercle vertical, & du même côté du zénith, est d'autant plus petite que leur distance vraie, que la réfraction de l'astre le plus élevé est plus petite que celle de l'astre qui l'est le moins. Car si les réfractions des deux astres étaient égales, leur distance apparente serait égale à la vraie. Ainsi plus la réfraction de l'astre le plus élevé est petite, plus leur intervalle apparent differe du véritable, & la différence est visiblement égale à celle des deux réfractions.

333. Si les deux astres sont de différens côtés du zénith & dans le même cercle vertical, leur distance apparente sera moindre que la vraie, de la somme de leurs réfractions.

paraissent moins larges en haut qu'en bas, & que leurs largeurs paraissent augmenter par degrés en descendant, quoique les angles visuels qu'elles soutendent soient les mêmes par-tout.

334. Nous venons de voir que la distance apparente de deux astres qui sont dans un même vertical, est plus petite que la vraie : il en est de même de la distance apparente de deux astres qui sont dans des verticaux différens. Car l'effet de la réfraction étant d'élever les astres dans leurs verticaux, lesquels concourent tous au zénith, elle les fait paraître plus près que ce point de concours, & par conséquent plus près l'un de l'autre qu'ils ne devraient. La distance apparente est donc encore plus petite que la vraie, lorsque les astres sont dans des verticaux différens.

Puisque la réfraction fait paraître les astres où ils ne sont pas, on sent combien il est nécessaire de pouvoir corriger cette source d'erreur. C'est pour cela qu'on a cherché à déterminer les réfractions pour toutes les hauteurs, & qu'on en a dressé des tables. Voici une idée de quelques-unes des méthodes qu'on y a employées.

335. La première dont on s'est d'abord servi, a été d'observer avec un grand quart de cercle bien divisé & vérifié, les hauteurs apparentes d'un astre qui passe par le zénith ou très-près de ce point, à tous les degrés, depuis le voisinage de l'horison jusqu'à celui du zénith, & de marquer au moyen d'une pendule reglée avec le plus grand soin, l'instant où il est parvenu à chacune de ces hauteurs. En supposant la hauteur du pole connue, on calcule la hauteur où l'astre a dû réellement se trouver aux instans où on l'a observé ; & la différence entre les hauteurs observées & les hauteurs calculées donne la réfraction qui convient à chaque hauteur. Mais cette méthode est sujette à quelques inconvéniens (*Voyez les Mém. de l'Acad. année 1755.*)

336. Dominique Cassini calcula vers 1662, une table de réfractions la plus exacte qui ait paru jusqu'à ces derniers tems, par une autre méthode qu'il imagina, laquelle a été perfectionnée depuis. Telle qu'on la trouve dans les Élemens d'Astronomie de Mr. Cassini le fils, elle suppose qu'on ait déterminé par observation la réfraction qui convient à deux différens degrés de hauteur, & que l'atmosphere ou la matière réfractive soit d'une densité uniforme par-tout, & d'une certaine épaisseur que l'on détermine par le secours de ces deux réfractions. On trouve (*Élemens d'Astronomie de Mr. Cassini*, pag. 15 & 16.) en supposant la réfraction horisontale de 32′ 20″, & la réfraction qui convient à 10° de hauteur, de 5′ 28″, que la hauteur *AB* (*Fig. 335.*) de l'atmosphere supposée est de 2000 toises, & que le rapport du sinus d'incidence *LMH* au sinus de réfraction *FMH* d'un rayon qui entre immédiatement de l'éther dans cette atmosphere, est le même que celui des sinus de 88° 32′ 10″ & de 87° 59′ 50″, ou de 10000000 à 9997155. Le rapport des sinus d'incidence & de réfraction étant constant, il est facile de trouver la réfraction qui convient à tous les degrés de hauteur apparente d'un astre, lorsqu'il est, par exemple, en *N*; car dans le triangle *CAN* on a *CA*, *CN* & l'angle *CAN*, & par conséquent l'on trouve l'angle *ANC* ou *GNE*; & il ne reste plus qu'à faire cette analogie 9997155 est à 10000000, comme le sinus de *ANC* ou de *GNE* au sinus de *KNG*; retranchant de cet angle l'angle *GNE*, il restera l'angle *KNE* qui exprime la réfraction qui convient à la hauteur apparente de l'astre.

337. Cette méthode fait trouver les réfractions à toutes les hauteurs assez exactement telles que l'observation les donne : elle est très-utile pour déterminer les réfractions à de grandes hauteurs, & suppléer à cet égard à la précédente qui ne peut donner alors que des déterminations incertaines & peu exactes.

Cette méthode n'étant pas cependant absolument parfaite, le voyage que Mr. l'Abbé de la Caille fit en 1751 au Cap de Bonne Espérance, lui fit naitre l'idee d'une autre qui en est toute différente ainsi que de la première, & qui ne renferme presqu'aucun de leurs inconvéniens. Mais comme elle demande, pour être exposée

Ayant déterminé de nouveau la courbure apparente du ciel, d'après l'estime faite par un ami, des largeurs apparentes de l'arc-en-ciel intérieur, à deux hauteurs différentes, je l'ai trouvée

avec clarté, qu'on entre dans un assez grand détail, nous nous trouvons forcés de renvoyer le Lecteur qui desirera la connaître, au volume des Mémoires de l'Académie pour l'année 1755; & nous passons tout de suite à quelques observations générales sur les réfractions, dont plusieurs nous sont fournies par ce savant Astronome.

338. Les réfractions qui se font près de l'horison au-dessous de 7 degrés de hauteur, sont extrêmement irrégulières, changeantes, & ne peuvent être assujetties à aucune loi; parce qu'aux environs de l'horison, certaines circonstances qui tiennent à des causes purement accidentelles, telles, par exemple, que les vapeurs, les fumées, les exhalaisons, les transpirations d'arbres & de plantes, &c. doivent altérer d'une manière très-sensible, & faire varier sans cesse la qualité réfringente de l'air. Et c'est pour cette raison que Mr. l'Abbé de la Caille n'a rien voulu statuer sur les réfractions qui ont lieu au-dessous de 6° de hauteur.

339. Ces causes accidentelles étant toujours dans le voisinage de la terre, & ne s'élevant jamais fort haut, Mr. l'Abbé de la Caille juge que passé 20 degrés de hauteur, on n'a plus à craindre les changemens qu'elles peuvent occasionner dans les réfractions. Au-dessus de cette hauteur, les réfractions suivent une loi assez uniforme: elles sont *assez exactement comme les tangentes des distances au zénith.*

340. Mais la réfraction n'est pas toujours la même dans le même lieu. Comme elle dépend de la densité de l'air, qui varie presque continuellement par les changemens qu'éprouvent le poids & le degré de chaleur de ce fluide, elle change presque sans cesse. Si le poids de l'air augmente & que sa chaleur diminue, sa densité, & par conséquent la réfraction augmente; elle diminue au contraire si l'air devient moins pesant & la chaleur plus grande. Mais les changemens du poids & de la chaleur de l'air étant indiqués par ceux du barometre & du thermometre, pour parvenir à connaître les variations auxquelles la réfraction est sujette de la part des deux causes que nous venons de citer, il paraît que le seul parti qu'il y ait à prendre, est de tâcher de découvrir leur rapport avec celles de ces deux machines.

341. Or les expériences d'Hauksbée faites sur un air condensé au double & au triple (que nous rapporterons dans les Notes du Chapitre suivant), ayant appris que la réfraction est proportionnelle à la densité de l'air, & cette densité suivant le rapport du poids de ce fluide indiqué par la hauteur du mercure dans le barometre, il s'ensuit *que la variation de la réfraction est à la réfraction totale, comme la variation du barometre est à sa hauteur moyenne* qu'on peut supposer de 28 pouces; de sorte que si la hauteur du barometre augmente ou diminue d'un pouce, la réfraction augmente ou diminue d'un 28e. de sa quantité moyenne. Au reste, cette regle n'est sensiblement exacte, qu'autant que l'astre n'est pas trop proche de l'horison.

342. Quant à la variation qu'introduit dans la réfraction le plus ou le moins de chaleur répandue dans l'atmosphere, & qui répond par conséquent à la variation du thermometre, Mr. l'Abbé de la Caille l'a déterminée par l'observation. Il a trouvé que dix degrés d'élevation dans le thermometre de Mr. de Reaumur, diminuaient les réfractions d'un 27e. de la réfraction moyenne, & réciproquement. (Il appelle réfraction moyenne celle qui a lieu dans l'état le plus ordinaire de l'atmosphere à Paris, indiqué par 28 pouces de hauteur dans le barometre, & 10 degrés du thermometre de Mr. de Reaumur au-dessus de la congélation). A l'aide de ces déterminations, & d'une formule qui lui fut communiquée par Mr. Mayer, célebre Astronome de Gottingue, Mr. l'Abbé de la Caille a dressé une table des changemens des réfractions qui répondent aux différentes hauteurs du barometre & du thermometre: On la trouvera ci-après.

343. Les réfractions sont en général,

à peu près telle que les méthodes précédentes me l'avaient donnée. C'est par la même cause qu'une couronne, cet anneau lumineux qu'on voit quelquefois autour du soleil ou de la lune,

selon Mr. Bouguer, plus grandes la nuit que le jour d'environ $\frac{1}{6}$ ou $\frac{1}{7}$, pourvu toutefois qu'il s'agisse de hauteurs apparentes au-dessus de 7 à 8 degrés; & il paraît que c'est un peu avant le lever du soleil qu'elles sont les plus grandes, parce qu'alors le froid est le plus grand, & que par conséquent l'atmosphere plus condensée doit avoir perdu le plus de sa hauteur, au moins par sa partie inférieure. Nous disons d'après Mr. Bouguer que c'est principalement par en bas que se fait le changement de dilatation; car il fait voir que si l'atmosphere se condensait, ou se dilatait par-tout proportionnellement, ce changement n'en produirait presqu'aucun dans la réfraction. On prouve d'ailleurs facilement que les changemens de dilatation de l'atmosphere ne peuvent avoir lieu qu'à peu de hauteur. » L'air est trop » diaphane, dit Mr. Bouguer, pour con- » tracter beaucoup de chaleur par l'action » immédiate des rayons du soleil qui le » traversent; il s'échauffe par le voisinage » de la terre & par celui des corps qu'il » touche : la chaleur qu'il a acquise doit » ensuite se communiquer de proche en » proche, elle doit se transmettre peu-à- » peu aux couches supérieures ; mais elle » doit toujours le faire assez lentement, » pour qu'il survienne en bas quelque chan- » gement tout contraire qui s'oppose au » premier progrès. Voilà pourquoi l'atmos- » phere ne peut pas se dilater par-tout pro- » portionnellement; ses différentes couches » ne prennent pas le même degré de cha- » leur assez vîte, pour pouvoir participer » aux mêmes variations, & il doit regner » en haut dans tous les tems un certain » degré de froid. Les plus grands change- » mens se font donc toujours en bas, ce » qui y rend le passage d'une dilatation à » l'autre moins gradué ou plus brusque, » d'où résulte nécessairement des effets plus » sensibles à l'égard des réfractions, & des » effets qui dépendent presque absolument » des circonstances locales. » (*Mém. de l'Acad. an. 1749.*)

344. De ce que les couches de l'atmosphere ont moins de densité à proportion qu'elles s'élevent, il paraît naturel d'en conclure que les réfractions sont d'autant plus petites, qu'on est plus élevé au-dessus du niveau de la mer; & c'est ce que l'observation a confirmé. Mr. Bouguer a observé au Perou, qu'au niveau de la mer la réfraction horisontale était de 27′; qu'à Quito qui est élevé de 1479 toises au-dessus du niveau de la mer, elle était de 22′ 50″. A la Croix de Pitchincha, à la hauteur de 2044 toises, elle se trouva de 20′ 48″; & sur Chimboraço, à 2388 toises, elle n'était que de 19′ 45″. Or ces réfractions étant sensiblement comme les racines carrées de l'excès de 5158 toises (hauteur au-dessus de laquelle l'atmosphere réfractive ne produit plus d'effet sensible, au moins dans la zone torride) sur la hauteur de chaque poste au-dessus du niveau de la mer, Mr. Bouguer en a conclu que pour trouver assez exactement la réfraction horisontale qui convient à un lieu élevé dans la zone torride, il n'y a qu'à faire cette proportion : la racine carrée de 5158 toises est à 27′, réfraction horisontale au niveau de la mer, comme la racine carrée de l'excès de 5158 toises sur la hauteur du poste proposé, sera à la réfraction horisontale requise.

345. Il y a déja du tems que l'on sait que les réfractions ne sont pas tout-à-fait les mêmes par toute la surface de la terre; que, par exemple, elles sont sensiblement plus petites dans la zone torride que dans les zones temperées. Mais au-delà des tropiques la différence diminue très-promptement, selon Mr. l'Abbé de la Caille; à 10 $\frac{1}{2}$ degrés des tropiques, les réfractions sont déja presque égales à celles qu'on observe à Paris; elles ne sont plus petites que d'environ $\frac{1}{10}$. Et comme sous le cercle polaire, elles sont sensiblement les mêmes qu'à Paris, ce savant Astronome en conclut que les réfractions moyennes sont à très-peu près les mêmes dans toute l'étendue des

ne paraît point concentrique à ces aſtres, mais ovale & excentrique, ayant ſon plus grand diametre perpendiculaire à l'horiſon, & l'extrémité inférieure de ce diametre plus éloignée de

zones temperées, & que par conſéquent on peut, ſans craindre de faire des erreurs ſenſibles, s'y ſervir par-tout d'une même table de réfractions.

346. Celle que nous donnons ici eſt de cet Aſtronome. Elle eſt le fruit d'un travail très-long, très-penible, recommencé pluſieurs fois; & les obſervations les plus mul-

TABLE DES RÉFRACTIONS,

ſuivant Mr. l'Abbé de la Caille & Mr. Bradley.

Les ſix derniers nombres ſont de Mr. Newton.

Diſt. appar au zénit.	Réfract. de Mr. de la Caille.	Réfract. de Mr. Bradley.	Hauteur apparente.	Diſt. appar. au zénit.	Réfract. de Mr. de la Caille.	Réfract. de Mr. Bradley.	Hauteur apparente	Diſt. appar. au zénit.	Réfract. de Mr. de la Caille.	Réfract. de Mr. Bradley.	Hauteur apparente
D.	*M. S.*	*M. S.*	*D.*	*D.*	*M. S.*	*M. S.*	*D.*	*D.*	*M. S.*	*M. S.*	*D.*
1.	0. 1,1	0. 1,0	89.	31.	0. 40,0	0. 34,2	59.	61.	1. 59,1	1. 42,4	29.
2.	0. 2,3	0. 2,0	88.	32.	0. 41,6	0. 35,5	58.	62.	2. 4,0	1. 46,6	28.
3.	0. 3,5	0. 3,0	87.	33.	0. 43,2	0. 36,8	57.	63.	2. 9,2	1. 51,2	27.
4.	0. 4,6	0. 4,0	86.	34.	0. 44,9	0. 38,2	56.	64.	2. 14,7	1. 56,2	26.
5.	0. 5,8	0. 5,0	85.	35.	0. 46,6	0. 39,6	55.	65.	2. 20,5	2. 1,6	25.
6.	0. 7,0	0. 6,0	84.	36.	0. 48,3	0. 41,1	54.	66.	2. 26,6	2. 7,4	24.
7.	0. 8,2	0. 7,0	83.	37.	0. 50,1	0. 42,6	53.	67.	2. 33,0	2. 13,7	23.
8.	0. 9,3	0. 8,0	82.	38.	0. 51,9	0. 44,2	52.	68.	2. 39,8	2. 20,3	22.
9.	0. 10,5	0. 9,0	81.	39.	0. 53,8	0. 45,9	51.	69.	2. 47,0	2. 27,2	21.
10.	0. 11,7	0. 10,0	80.	40.	0. 55,8	0. 47,6	50.	70.	2. 54,7	2. 35,1	20.
11.	0. 12,9	0. 11,0	79.	41.	0. 57,9	0. 49,4	49.	71.	3. 3	2. 43,9	19.
12.	0. 14,1	0. 12,0	78.	42.	1. 0,0	0. 51,2	48.	72.	3. 12	2. 53,6	18.
13.	0. 15,4	0. 13,0	77.	43.	1. 2,1	0. 53,1	47.	73.	3. 23	3. 4,5	17.
14.	0. 16,6	0. 14,0	76.	44.	1. 4,3	0. 55,0	46.	74.	3. 35	3. 16,9	16.
15.	0. 17,8	0. 15,1	75.	45.	1. 6,5	0. 57,0	45.	75.	3. 49	3. 29,9	15.
16.	0. 19,1	0. 16,2	74.	46.	1. 8,8	0. 59,0	44.	76.	4. 5	3. 45,5	14.
17.	0. 20,3	0. 17,3	73.	47.	1. 11,2	1. 1,1	43.	77.	4. 24	4. 3,0	13.
18.	0. 21,6	0. 18,4	72.	48.	1. 13,7	1. 3,3	42.	78.	4. 45	4. 23,2	12.
19.	0. 22,9	0. 19,5	71.	49.	1. 16,3	1. 5,5	41.	79.	5. 9	4. 46,6	11.
20.	0. 24,2	0. 20,6	70.	50.	1. 19,0	1. 7,9	40.	80.	5. 37	5. 14,8	10.
21.	0. 25,5	0. 21,7	69.	51.	1. 21,9	1. 10,4	39.	81.	6. 10	5. 48,5	9.
22.	0. 26,8	0. 22,9	68.	52.	1. 24,9	1. 13,0	38.	82.	6. 51	6. 29,4	8.
23.	0. 28,2	0. 24,1	67.	53.	1. 28,0	1. 15,7	37.	83.	7. 41	7. 20,5	7.
24.	0. 29,6	0. 25,3	66.	54.	1. 31,2	1. 18,5	36.	84.	8. 42	8. 27,8	6.
25.	0. 31,0	0. 26,5	65.	55.	1. 34,6	1. 21,4	35.	85.	9. 2	9. 54,3	5.
26.	0. 32,4	0. 27,8	64.	56.	1. 38,1	1. 24,4	34.	86.	10. 48	11. 51,1	4.
27.	0. 33,9	0. 29,1	63.	57.	1. 41,8	1. 27,6	33.	87.	15. 2	14. 35,6	3.
28.	0. 35,4	0. 30,4	62.	58.	1. 45,8	1. 31,0	32.	88.	17. 8	18. 35,0	2.
29.	0. 36,9	0. 31,7	61.	59.	1. 50,0	1. 34,6	31.	89.	23. 7	24. 28,6	1.
30.	0. 38,4	0. 33,0	60.	60.	1. 54,4	1. 38,4	30.	90.	33. 45	33. 0,0	0.

la lune ou du soleil que l'extrémité supérieure, suivant la description que donne Mr. Newton dans son Optique, d'un de ces anneaux qu'il observa autour de la lune. Car il paraît par la

tipliées en ont confirmé l'exactitude. Nous y en ajoûtons une autre construite au moyen d'une regle très-simple de Mr. Bradley ; savoir, que *les réfractions sont proportionnelles aux tangentes des distances apparentes au zénith diminuées de trois fois la réfraction.* Ainsi le triple de la réfraction horisontale étant de 1° 39′, il faudra pour trouver la réfraction qui convient, par exemple, à 45° de hauteur apparente, en la supposant d'abord d'environ 1′, faire cette proportion : Tang. 88° 21′ : Tang. 44° 57′

Dénominateur d'une fraction dont le numérateur est 1, & dont la valeur exprime la partie variable de la réfraction.

DEGRÉS du Thermom.	Hauteur du Barometre en pouces & en lignes.								
	27.4	27.5	27.6	27.7	27.9	27.10	27.11	28.0	
	ôtez	ôtez	ôtez	ôtez	ôtez	ôtez	ôtez	ôtez	
+ 26.	12.	12.	13.	14.	14.	15.	16.	17.	6. −
+ 24.	13.	14.	14.	15.	17.	17.	18.	19.	4. −
+ 22.	15.	15.	16.	17.	19.	20.	22.	23.	2. −
+ 20.	16.	18.	18.	19.	22.	24.	25.	27.	0.
+ 18.	19.	20.	22.	23.	26.	28.	31.	34.	2. +
+ 16.	22.	24.	25.	27.	32.	35.	40.	45.	4. +
+ 14.	26.	28.	31.	34.	43.	48.	54.	68.	6. +
+ 13.	29.	31.	35.	38.	50.	58.	70.	90.	7. +
+ 12.	32.	35.	40.	45.	61.	75.	95.	135.	8. +
+ 11.	36.	40.	46.	54.	81.	103.	149.	270.	9. +
+ 10.	42.	48.	54.	67.	112.	167.	333.	ajoûtez	10. +
+ 9.	50.	58.	70.	90.	192.	435.	ajoûtez	270.	11. +
+ 8.	61.	75.	95.	133.	ajoûtez	ajoûtez	227.	135.	12. +
+ 7.	89.	105.	147.	263.	455.	196.	123.	90.	13. +
+ 6.	111.	167.	323.	ajoûtez	169.	114.	85.	68.	14. +
+ 5.	189.	303.	ajoûtez	278.	104.	80.	65.	55.	15. +
+ 4.	ajoûtez	ajoûtez	233.	137.	75.	62.	52.	45.	16. +
+ 3.	476.	196.	125.	90.	59.	50.	43.	39.	17. +
+ 2.	172.	114.	86.	68.	48.	42.	38.	34.	18. +
+ 1.	105.	82.	65.	55.	41.	37.	33.	30.	19. +
− 0.	76.	62.	52.	45.	36.	33.	29.	27.	20. +
− 1.	59.	50.	43.	39.	32.	29.	27.	25.	21. +
− 2.	48.	42.	37.	34.	28.	26.	25.	23.	22. +
− 3.	41.	37.	32.	30.	26.	24.	22.	21.	23. +
− 4.	36.	33.	29.	27.	24.	22.	21.	19.	24. +
− 5.	32.	29.	27.	25.	22.	20.	19.	18.	25. +
	ôtez	ôtez	ôtez	ôtez	ôtez	ôtez	ôtez	ôtez	DEGRÉS du Thermom.
	28.8	28.7	28.6	28.5	28.3	28.2	28.1	28.0	
	Hauteur du Barometre en pouces & en lignes.								

théorie

théorie d'Huyghens ſur ces couronnes (autrement nommées *Halos*), que les rayons qui en occaſionnent l'apparence, compoſent la ſurface d'un cone, dont la ſection faite par un plan perpendiculaire au

: : 33′ 0″ à 57″ réfraction pour 45°. Cette regle a lieu pour toutes les hauteurs; & l'on voit qu'elle s'accorde aſſez au-deſſus de 20° de hauteur, avec ce que nous avons dit (*Note 339.*) qu'au-deſſus de 20°, les réfractions étaient comme les tangentes des diſtances au zénith. Car alors les réfractions n'étant pas même de 3′, les tangentes des diſtances diminuées de trois fois la réfraction, ont ſenſiblement le même rapport que celles des diſtances ſimples.

347. A la ſuite de ces deux Tables de réfractions, compriſes en une ſeule, nous mettons celle dont nous avons parlé, qui contient les variations des réfractions qui répondent à celles du barometre & du thermometre. Elle contient, pour chaque hauteur de ces deux machines, le dénominateur d'une fraction dont le numérateur eſt toujours l'unité, & dont la valeur exprime la partie variable de la réfraction moyenne. Si, par exemple, le barometre eſt à 27 pouces 9 lignes, & le thermometre à 18°, le nombre 26 qui répond à ces deux hauteurs, marque que la réfraction moyenne doit être diminuée d'un vingt-ſixième.

348. La figure ovale ſous laquelle nous voyons le ſoleil ou la lune, lorſque ces aſtres ſont à l'horiſon, eſt un des effets occaſionnés par la réfraction; parce qu'élevant davantage le bord inférieur de leur diſque où ſe termine leur diametre vertical, que le bord ſupérieur, elle rend par conſéquent le diametre vertical plus petit que le diametre horiſontal qui ne ſouffre point d'altération; la différence entre ces diametres eſt même ſouvent aſſez conſidérable, le diametre horiſontal étant ſouvent au diametre vertical comme 5 à 4, ſur-tout les matins que l'air étant plus froid, plus denſe & plus humide, les réfractions ſont plus fortes. Au reſte, à moins que la lune horiſontale ne ſoit exactement dans ſon plein, le défaut d'illumination d'une portion à droite ou à gauche de ſon diſque, détruit en partie l'ellipticité de ſa figure, & la réduit à une forme plus ronde, quoiqu'un peu irrégulière, qui eſt celle ſous laquelle on la voit ſouvent. Et c'eſt aux environs de l'équinoxe de l'automne à ſon lever, & vers l'équinoxe du printems à ſon coucher, que la pleine lune paraît la plus ronde, parce que l'écliptique étant alors très-oblique à l'horiſon, le défaut d'illumination tombe plus exactement ſur l'une des extrémités du diametre horiſontal. Ainſi la lune ne paraît que très-rarement ovale; & cela eſt encore plus rare dans des ſoirées fort chaudes, les réfractions étant alors très-petites.

349. La réfraction horiſontale étant généralement équivalente au diametre apparent du ſoleil ou de la lune, il eſt clair que tous les corps céleſtes ſont entiérement viſibles, lorſqu'ils ſont réellement encore au-deſſous de l'horiſon. C'eſt par cette raiſon qu'on a vu pluſieurs fois à l'horiſon la lune totalement éclipſée, tandis que le ſoleil était encore viſible dans la partie oppoſée.

350. C'eſt encore par les réfractions que les rayons du ſoleil ſouffrent en traverſant notre atmoſphere, en conſéquence deſquelles ils entrent dans l'ombre de la terre, que la lune, quoique totalement éclipſée, c'eſt-à-dire, entiérement plongée dans cette ombre, eſt cependant encore viſible, paraiſſant d'un rouge ſombre à peu près de la couleur du fer lorſqu'il eſt preſque rouge. Car ſoit le ſoleil repréſenté (*Fig. 336.*) par le grand cercle *ab*, & la terre par le petit *cd*; ſoient les lignes *ace*, *bde* tangentes à l'un & à l'autre, leſquelles ſe coupent en *e* au-delà de la terre. L'eſpace angulaire *ced* repréſentera la figure conique de l'ombre de la terre, laquelle ſerait totalement privée des rayons du ſoleil, ſi aucun d'eux ne ſouffrait de la part de l'atmoſphere cette inflexion qui les y fait entrer. Suppoſons que la force réfractive de l'atmoſphere ait pour terme le cercle *hi* concentrique à la terre, de ſorte que les rayons *ah* & *bi* qui touchent ce cercle, ne ſouffrent aucun détour, & ſe croiſent en *k*. Les deux rayons intérieurs & les plus voiſins de ceux-ci, qui partent des mêmes points *a* & *b*, étant courbés en dedans par la réfraction

rayon que l'œil reçoit du ſoleil ou de la lune, eſt circulaire & concentrique à ces aſtres; & c'eſt pourquoi la ſurface apparente du ciel coupant obliquement ce cone, la ſection qu'elle forme, qui eſt

qu'ils ſouffrent en traverſant le bord de l'atmoſphere, ſe croiſeront dans un point l un peu plus proche de la terre que k. De même deux rayons intérieurs & voiſins de ces deux derniers, ſe croiſeront dans un point m un peu plus proche de la terre que l, parce qu'ayant eu à traverſer un air plus denſe & d'une plus grande étendue que les premiers, ils ont ſouffert des réfractions plus fortes. Il eſt clair qu'il en ſera de même des interſections ſucceſſives des rayons intérieurs à ceux que nous venons de conſidérer : elles iront toutes en s'approchant continuellement de la terre juſqu'en n, que je ſuppoſe appartenir aux deux rayons qui viennent en raſant la terre en o & en p, & qui par conſéquent eſt la dernière de toutes. Il eſt clair que l'eſpace compris entre ces rayons on, np, ſera la ſeule partie de l'ombre de la terre entiérement privée des rayons du ſoleil. Soit fmg une partie de l'orbite de la lune, lorſque la partie obſcure onp de l'ombre terreſtre étant la plus longue, cette planete ſe trouve en même tems la plus proche de la terre; je vais faire voir qu'alors tm eſt à tn environ comme 4 à 3, & que par conſéquent la lune, quoique centralement éclipſée en m, peut être cependant viſible au moyen de ces rayons que les réfractions, en traverſant l'atmoſphere, diſperſent & y font tomber, & qui en ſont enſuite réfléchis à la terre.

351. Car ſoient prolongées les parties incidente & émergente aq, rn (*Fig. 337.*) d'un rayon $aqorn$ qui touche la terre en o, juſqu'à ce qu'elles ſe coupent en u, & ſoit prolongée aqu juſqu'à ce qu'elle rencontre en x l'axe st prolongé; & joignant us & um, puiſque les réfractions d'un rayon horiſontal paſſant de o en r, ou de o en q, ſeraient ſemblables & égales, l'angle extérieur nux eſt double de la quantité de la réfraction horiſontale ordinaire; l'angle aus eſt celui ſous lequel on apperçoit de la terre le demi-diametre du ſoleil; l'angle ust eſt égal à la parallaxe horiſontale du ſoleil; & l'angle umt à la parallaxe horiſontale de la lune, l'élevation du point u au-deſſus de la ſurface de la terre étant trop petite pour cauſer une erreur ſenſible dans la grandeur de ces angles : les valeurs de ces angles ſont celles qui ſuivent.

Le plus petit demi-diametre apparent du ſoleil, ou l'angle aus.	15′	50″
La parallaxe horiſontale du ſoleil, ou l'angle ust.	00	10
Leur différence, ou l'angle txu.	15	40
Le double de la réfraction horiſontale, ou l'angle nux. . . .	67	30
Leur ſomme, ou l'angle tnu.	83	10
La plus grande parallaxe horiſontale de la lune, ou l'angle tmu.	62	10

352. Ainſi on aura $tm : tn :: ($ angle tnu : angle tmu (*Art. 60.*) $:: 83' 10'' : 62' 10'' ::) 4 : 3$ en nombres ronds; ce qu'il fallait prouver. On déduit aiſément de la plus grande parallaxe horiſontale de la lune, qui eſt de 62′ 10″ que ſa plus petite diſtance tm eſt d'environ $55 \frac{1}{3}$ demi-diametres de la terre, & que par conſéquent la plus grande longueur tn de la partie obſcure de l'ombre étant les $\frac{3}{4}$ de tm, eſt d'environ $41 \frac{1}{2}$ demi-diametres.

353. L'angle mun qui eſt la différence des angles tnu & tmu, eſt de 21′, c'eſt-à-dire, environ les deux tiers de 31′ 40″ qui exprime le diametre apparent du ſoleil. D'où il ſuit que le point de milieu m de la lune centralement éclipſée, eſt illuminé par des rayons qui viennent des deux tiers de chaque diametre du diſque du ſoleil & paſſent par un côté de la terre, & par des rayons qui viennent des deux tiers oppoſés des mêmes demi-diametres, & paſſent par l'autre côté de la terre. Ce qu'on voit aiſément, ſi ſuppoſant le rayon $aqorn$ inflexible, on imagine que ſon point de milieu o gliſſe ſur la terre, tandis que la partie rn s'approche du point m (*Art. 44.*) juſqu'à le toucher; car alors la partie oppoſée qa décrira par ſon extrémité a ſur le diſque du ſoleil les deux tiers du diametre de cet aſtre (*Art. 59.*). On n'a pu donner dans la Figure, aux angles num, aus, leur vraie propor-

absolument la même que la projection de la couronne sur cette surface apparente, doit être d'une figure ovale comme celle que Mr. Newton a décrite. On lit dans les Transact. Philos. N°. 369,

tion, à cause de la distance immense du soleil & de son extrême grandeur, par rapport à la terre.

354. Ayant mené la ligne ata' (*Fig.* 338.), il est remarquable que tous les rayons incidens aq, aq' qui viennent d'un point quelconque du soleil à la circonférence de la terre, seront réunis dans un point a', dont la distance ta' est moindre que tm dans le rapport de 62 à 67 environ; de sorte qu'il se formera en $a'b'$ une image du soleil, de laquelle les rayons divergeront en allant tomber sur la lune. Car l'angle $ta'u$ est la différence des angles xua', uat trouvés ci-dessus; & $ta' : tm ::$ ang. tmu : ang. $ta'u$ (*Art.* 60.) $:: 62' \, 10'' : 67' \, 30''$.

355. Les rayons extérieurs & voisins de aq & de aq', traversant une partie moins dense & moins étendue de l'atmosphere, se réuniront dans un point de l'axe ata' un peu plus éloigné de la terre que le premier a'; & comme les autres rayons extérieurs auront, par la même raison, leur point de réunion à des distances de la terre de plus en plus grandes, il se formera une suite infinie d'images du soleil, dont les diametres & les degrés d'éclat croîtront à proportion qu'elles seront plus éloignées de la terre.

356. D'où l'on voit pourquoi la lune parait toujours plus sombre & plus obscure lorsqu'elle est éclipsée dans son périgée, que lorsqu'elle l'est dans son apogée. Quant à sa couleur qui est entre le rouge sombre & l'orangé, voici ce me semble, d'où elle provient. La couleur bleue du ciel montre évidemment que les rayons bleus sont réfléchis en plus grand nombre par l'air pur que ceux d'une autre couleur, & conséquemment que de tous les rayons que le soleil nous envoie, ceux-ci nous parviennent en moindre quantité; & il nous en parvient d'autant moins qu'ils ont un plus long trajet à faire dans l'atmosphere. C'est à cause de cela que la couleur ordinaire du soleil & de la lune au méridien est la plus blanche, & qu'elle tire insensiblement sur le jaune, l'orangé & le rouge, à proportion que ces astres sont moins élevés, c'est-à-dire, à proportion que les rayons traversent une plus grande étendue d'air. Or, dans les éclipses de lune, les rayons font un trajet bien plus long dans l'atmosphere, en la traversant de part en part & s'y brisant, avant d'aller rencontrer la lune, outre celui qu'ils sont obligés d'y faire encore pour parvenir à nos yeux, après avoir été réfléchis par cette planete; les rayons bleus doivent donc faire une perte encore beaucoup plus grande à proportion que les autres, de sorte que la couleur qui résulte des rayons transmis doit être entre un rouge sombre & un orangé, selon la regle de Mr. Newton, pour trouver la couleur résultante du mélange de plusieurs autres. Le bord circulaire de l'ombre dans une éclipse partiale parait rouge, parce que les rayons rouges sont ceux qui se rompent le moins, & par conséquent se trouvent seuls dans la surface conique de l'ombre, au dedans de laquelle les autres ont été forcés d'entrer par les réfractions plus fortes qu'ils ont souffertes.

357. Mais l'air n'a pas seulement la propriété de rompre les rayons de lumière, il a encore celle de les réfléchir; & c'est principalement par cette dernière propriété que les objets éclairés sont illuminés si uniformement de tous les côtés. Conjointement avec la réfraction elle nous procure encore un autre avantage, celui de ne faire succéder le jour & la nuit l'un à l'autre que par des degrés insensibles, de produire enfin ce que nous nommons *le Crépuscule*.

358. Pour se former une idée du commencement du crépuscule, de son accroissement & de sa fin, supposons que les rayons du soleil venant dans la direction sab (*Fig.* 339.), illuminent un segment de l'atmosphere représenté par le segment ombré $abga$, terminé en bas par la ligne ab qui touche la surface de la terre en d, & en haut par l'arc agb. De l'extrémité b opposée au soleil, soit menée une ligne be qui touche la surface de la

que la figure ovale d'une de ces couronnes fut obſervée par Mr. Whiſton, & que ſon excentricité le fut par Mr. Halley : & moi même ayant eu occaſion depuis quelques années, d'obſerver de

terre dans un autre point *e* ; & ſuppoſant que les rayons ne ſe rompent point, le Spectateur qui eſt en *e*, peut appercevoir une faible lumière qui lui eſt réfléchie de *b* par l'air ou les vapeurs, & qui vient en raſant ſon horiſon *e b*. Que par le mouvement diurne de la terre, le Spectateur ſoit tranſporté de *e* en *f*, & ſon horiſon *b e* dans la poſition *f g* qui coupe *d b* en *h* ; de *f* il verra la partie *b g h* du ſegment lumineux *b g a b* par des rayons réfléchis de tous côtés par chaque point de cette même partie *b g h* ; & enfin lorſque la terre l'aura porté en *d*, il verra le ſegment lumineux entier *a g b a* & en même tems le ſoleil dans ſon horiſon *d a*.

359. C'eſt en partant delà que les anciens Mathématiciens déterminerent la hauteur de l'atmoſphere qu'ils trouverent être de 50 milles, & voici comme ils s'y prirent. Au moment que la première & la plus faible lumière ſe faiſait appercevoir dans l'Eſt de l'horiſon *e b*, ils obſerverent les hauteurs ou poſitions de quelques-unes des étoiles les plus brillantes, au moyen deſquelles ils calculerent de combien de degrés le ſoleil était alors au-deſſous de l'horiſon, & trouverent qu'il était environ de 18° ; ces 18° étant la meſure de l'angle *d b m* formé par l'horiſon *d b*, & l'horiſon *e b* prolongé, ou de l'angle *d c e* compris entre les perpendiculaires *c d*, *c e* menées du centre de la terre à ces deux horiſons, ils conclurent avec raiſon que les vapeurs illuminées en *b*, étaient ſituées dans la droite *c b* qui coupe en deux également cet angle *d c e* de 18°. Or, dans le triangle rectangle *c d b*, le rayon *c d* eſt à la ſécante *c b* de l'angle *d c b* de 9°, comme 10000 à 10125, ou comme 4000 à 4050. Ainſi le demi-diametre de la terre étant d'environ 4000 milles (le mille anglais équivaut à 826 toiſes françaiſes), on aura *c b* égale à 4050 ; & par conſéquent l'élévation des vapeurs en *b* au-deſſus de la ſurface de la terre eſt de 50 milles, en ſuppoſant toutefois que les rayons horiſontaux *d b*, *b e* ne ſoient point réfractés : conſidération qu'Alphazen fut obligé de négliger, ne ſachant combien il fallait donner à la réfraction.

360. Et ces rayons *d b*, *b e* (*Fig. 340.*) ſouffrant des réfractions continuelles, en traverſant les différentes couches de l'atmoſphere, & décrivant en conſéquence les courbes *d b'*, *b' e*, la hauteur de la matière réfractive en *b'* au-deſſus de la ſurface de la terre, ſera réduite à 44 $\frac{1}{2}$ milles, ſelon la regle ſuivante donnée par Mr. Halley. De l'angle *d c e* de 18° il faut retrancher le double de la réfraction horiſontale, c'eſt-à-dire, environ un degré ; & la ſécante de la moitié du reſte qui eſt à peu près de 8° $\frac{1}{2}$ étant de 10111, il s'enſuivra que 10000 eſt à 111 comme le demi-diametre de la terre, ou 4000 milles à 44, 4 milles.

361. Car ſuppoſant que deux rayons partent de *d* & *e*, ſuivant les lignes horiſontales *d b*, *e b*, & qu'après avoir décrit les courbes *d b'*, *e b'*, ils ſe coupent l'un & l'autre en *b'* proche le haut de l'atmoſphere ; ils en ſortiront peu après dans des lignes droites *b' c'*, *b' d'*, qui s'écartent chacune de leurs horiſons reſpectifs *d b*, *e b*, d'environ un demi-degré. Ainſi les perpendiculaires *c p*, *c q* aux lignes *b' c'*, *b' d'* prolongées, s'écarteront chacune des perpendiculaires *c d*, *c e* aux deux mêmes horiſons *d b*, *e b*, des angles égaux *p c d*, *q c e*, d'un demi-degré chacun, & elles feront à peu près égales au demi-diametre de la terre ; parce que la courbure des rayons *b' d*, *b' e*, près de *b'*, eſt extrêmement petite. Ainſi *c b'* eſt la ſécante de l'angle *b' c p*, en prenant *c p* ou *c d* pour rayon, c'eſt-à-dire, de l'angle *d c b* diminué de l'angle *d c p* égal à la réfraction horiſontale. Il faut de plus obſerver que le rayon *a' d b'* vient du ſoleil, ſitué, non dans l'horiſontale *a d b*, mais dans la tangente *s a'* de la courbe *a' d*, inclinée d'un demi-degré à l'horiſontale *a d b* ; c'eſt pourquoi la tangente *b' d'* au rayon réfléchi *b' e*, étant inclinée à l'autre horiſon *e b* de la même quantité, l'angle formé par les tangentes *s a'*, *b' d'*, doit être égal à l'angle *a b m* formé par les deux

ces anneaux autour de la lune, je les ai toujours remarqués plus ou moins ovales, suivant que la lune était plus basse ou plus élevée. Je n'en ai point vu autour du soleil, depuis que je m'en suis formé cette idée; mais le D. Walker de notre Collége m'a dit qu'ayant observé ces anneaux ovales depuis plusieurs années, il se souvenait d'en avoir vu un ou deux autour du soleil, lorsque cet astre était très-élevé, & par conséquent lorsque l'ellipticité de leur figure était moins aisée à distinguer, que si le soleil eut

horisontales bd, be.

362. Delà il suit que la hauteur de la dernière couche de l'atmosphere qui réfléchit la lumière, étant environ de 44 $\frac{1}{2}$ milles, est à peu près la 90e partie du demi-diametre de la terre; & qu'un rayon $a'db'$ passant horisontalement par un endroit quelconque d de la surface de la terre, s'abaisse au point b' où il sort de la dernière couche réfléchissante de l'atmosphere, après avoir décrit la courbe db', de 5 $\frac{1}{2}$ milles au-dessous de la tangente db de l'endroit d; que la distance db' est d'environ de 600 milles; & que par conséquent un lieu quelconque d est constamment illuminé pendant le jour par des rayons réfléchis de chaque partie d'un segment de l'atmosphere, dont la hauteur est d'environ 44 $\frac{1}{2}$ milles, & dont le cercle de la base a environ 1200 milles de diametre.

363. Le sinus d'incidence au passage du vuide dans l'air commun, est au sinus de réfraction, comme 1000000 à 999736 (*Note 418.*); ainsi lorsque l'angle d'incidence est droit ou très-approchant d'un droit, le plus grand angle de deviation, compris entre le rayon rompu & le rayon incident prolongé, est de près de 79'. Et cet angle étant petit, sera diminué, à très-peu près, dans la raison sousdoublée de la densité de l'air, comme Mr. Newton le fait voir dans son Optique; & dans le troisième Livre de ses Principes, on trouve qu'à la hauteur d'un demi-diametre de la terre au-dessus de sa surface, si l'air atteint jusques-là, il doit être plus rare qu'ici-bas dans un rapport beaucoup plus grand que celui de tout l'espace renfermé dans l'orbe de Saturne, à un globe d'un pouce de diametre.

364. Delà on peut raisonnablement conclure, qu'à hauteurs égales sur l'horison, la réfraction éleve également le soleil & toutes les planetes, puisqu'elles sont toutes beaucoup au-delà de cet air raréfié, & que leurs lumières, provenant toutes du soleil, sont toutes également réfrangibles. On sait aussi par les observations astronomiques que la lumière qui nous vient des étoiles fixes, souffre la même réfraction que celle du soleil & des planetes; ainsi à même hauteur sur l'horison, tous les astres ont la même réfraction.

365. Un autre effet du pouvoir réfractif & particuliérement du tremblement continuel de l'air & des vapeurs qui y sont répandues, est la scintillation des étoiles. Le tremblement des ombres des grandes tours est encore un des effets du tremblement de l'air, & c'est un de ceux où il se manifeste le plus. Mais si on regarde les étoiles au travers de lunettes qui ayent de grandes ouvertures, leur scintillation n'a plus lieu, ou du moins est très-peu sensible. Car les rayons de lumière, dit Mr. Newton, qui passent par différentes parties de l'ouverture, tremblant chacun à part, & en conséquence de leurs tremblemens différens & quelquefois contraires, tombant en même tems sur différens points du fond de l'œil, ces tremblemens sont trop prompts & trop confus pour être apperçus séparement. Et tous ces points illuminés produisent un large point lumineux, composé de ce grand nombre de points tremblans, mêlés confusément & insensiblement par des tremblemens fort courts & fort prompts, & par là font paraître l'étoile plus large qu'elle n'est en effet, & sans aucun tremblement dans son tout. (*Optique de Mr. Newton, traduct. Franc.*)

été à une moindre hauteur. Or l'angle viſuel formé par les rayons qui partent des extrémités du diametre d'une couronne, ayant toujours été obſervé de 45 ou de 46 degrés, j'eſtime que lorſqu'une couronne approche beaucoup de l'horiſon par ſa partie inférieure, & par conſéquent que ſa figure apparente eſt la plus
Fig. 341. ovale, le diametre vertical apparent *ab* eſt diviſé par la lune environ dans le rapport de 2 à 3 ou à 4, & qu'il eſt à peu près au diametre horiſontal *cd*, mené par le centre de la lune, comme 4 à 3. L'ovale qu'on voit dans la figure a été tracée ſuivant ces proportions, afin qu'on puiſſe la comparer avec l'apparence d'une couronne lorſqu'il s'en préſentera.

168. Ce qu'on a dit de la projection ovale d'une couronne, eſt applicable au ſoleil ou à la lune, dont les projections ſont auſſi ovales, particuliérement près de l'horiſon; mais il eſt difficile de juger ſi elles ont effectivement cette apparence, parce que cette projection ovale eſt ſi petite & ſi éloignée, qu'il n'eſt gueres poſſible que nous appercevions de différence ſenſible dans les diſtances de ſes parties inférieure & ſupérieure de l'œil, & conſéquemment que nous n'avons pour en juger d'autre perception que celle de la figure de ſon image tracée au fond de l'œil. Et même au contraire, on a ſouvent remarqué le ſoleil ovale à l'horiſon dans une poſition oppoſée, & l'on trouve par les Tables des réfractions que les angles ſoutendus par ſon diametre horiſontal & par ſon diametre vertical, ſont entr'eux dans le rapport de 5 à 4 à peu près, à cauſe que le rayon qui part du point le plus bas du diſque, eſt plus réfracté que celui qui part du point le plus élevé : au moyen de quoi l'image du ſoleil ſur le fond de l'œil devient ovale, & par conſéquent l'apparence qu'elle occaſionne.

169. Cette théorie eſt encore confirmée par les apparences des queues des cométes qui paraiſſent toujours ſous la forme d'un arc céleſte, quelles que ſoient leur figure réelle, leur grandeur & leur ſituation dans l'eſpace abſolu. Enfin il me paraît que les jugemens que nous portons du lieu, de la grandeur, de la figure & de la poſition apparentes de tout objet éloigné dans le ciel, comme du ſoleil, de la lune, des cométes, des conſtellations, des arcs-en-ciel, des couronnes, & de tous les autres météores, ſont abſolument les mêmes qu'ils ſeraient ſi nous voyions

leurs projections faites par les rayons visuels sur une surface réelle qui aurait la courbure apparente du ciel, & en occuperait la place.

CHAPITRE VI.

De l'origine & de la cause des Couleurs.

170. POUR rendre ce Livre plus complet, j'ajoûte ici la théorie des couleurs * de Mr. Newton. Je vais l'exposer en faisant usage de ses propres expressions autant qu'il me sera possible, & en rapportant les expériences par lesquelles il l'a prouvée.

171. I. EXPÉRIENCE. (*Opt. de Mr. Newton*, *Édit. Franç. p. 26 & suiv.*). Ayant pratiqué au volet d'une fenêtre d'une chambre fort obscure un trou rond *F* d'environ un tiers de pouce de diametre, j'appliquai à ce trou un prisme triangulaire de verre *ABC*, afin de rompre le faisceau de rayons solaires *SF* introduits par le trou : ce faisceau s'écartait, à sa sortie du prisme, de sa première direction, en s'élevant au-dessus, & allait peindre sur le mur opposé de la chambre une image colorée du soleil représentée par *PT* †. Dans cette expérience & dans les suivantes, l'axe du prisme (c'est-à-dire la ligne qui traverse le milieu du prisme d'un bout à l'autre, parallélement au bord de l'angle réfringent) était perpendiculaire à l'axe du faisceau. En faisant tourner doucement ce prisme autour de son axe, je remarquai que l'image colorée du soleil peinte sur le mur par la lumière rompue, descendait d'abord & ensuite montait; & lorsqu'entre la descente & l'ascension, elle parut stationnaire, j'arrêtai le prisme & le fixai dans la situation où il était alors §. Fig. 342.

* Il est peut-être superflu d'avertir que les couleurs ne sont considérées dans ce Chapitre, que comme propriétés de la lumière & des corps qui la renvoyent, & nullement comme sensations.

† Mr. Newton donne le nom de *Spectre* à cette image colorée du soleil.

366. § Dans cette position du prisme, les réfractions que souffraient les rayons à ses côtés, étaient égales; de sorte, dit Mr. Newton, que quand je voulais que les réfractions aux deux côtés du prisme fussent égales, je remarquais l'endroit où l'image colorée du soleil s'arrêtait entre sa descente & sa montée, & lorsque l'image tombait dans cet endroit, je fixais le prisme.

Je reçus alors cette lumière rompue perpendiculairement ſur une feuille de papier blanc *MN* que je plaçai contre le mur oppoſé de la chambre, & j'obſervai la figure & les dimenſions de l'image ſolaire *PT* que cette lumière traçait ſur le papier. Cette image était oblongue, avait les côtés rectilignes & parallèles, & était arrondie par les bouts. Elle était terminée aſſez diſtinctement par ſes côtés, mais par ſes bouts elle l'était très-confuſément, la lumière s'y affaibliſſant par degrés avant de s'évanouir entiérement. A la diſtance de dix-huit pieds & demi du priſme, la largeur de l'image était d'environ deux pouces & un huitième, ſa longueur d'environ dix pouces & un quart, & celle de ſes côtés rectilignes d'environ huit pouces. L'angle réfringent *ACB* du priſme qui dilatait la lumière dans cet eſpace était de 64° *. Avec un angle plus petit, l'image perdait de ſa longueur, mais ſa largeur reſtait la même. Il faut obſerver de plus que les rayons allaient en droite ligne du priſme à l'image, & que par conſéquent ils avaient entr'eux, en ſortant du priſme, l'inclinaiſon d'où provenait la longueur de l'image : cette inclinaiſon était de plus de deux degrés & demi. L'image *PT* était colorée ; ſes couleurs les plus vives, à commencer leur énumération par le bas, étaient le rouge, l'orangé, le jaune, le vert, le bleu, l'indigo & le violet, avec une multitude infinie de nuances intermédiaires.

172. Notre Auteur conclut de cette expérience & de pluſieurs autres qu'on rapportera ci-après, que la lumière du ſoleil eſt compoſée du mélange de pluſieurs eſpeces de rayons colorés, entre leſquelles il y en a, qui, à incidences égales, ſe réfractent plus que les autres, & que par cette raiſon on nomme plus réfrangibles. Le rouge en *T* étant plus près de l'image circulaire que les rayons directs du ſoleil auraient tracée en *Y* ſans l'interpoſition du priſme, appartient aux rayons qui ont été les moins rompus. Les autres couleurs, l'orangé, le jaune, le vert, le bleu, l'indigo & le violet s'écartant davantage de l'image *Y* que le rouge, appartiennent à des rayons qui ont ſouffert des réfractions plus grandes, de ſorte que les rayons qui ont été le plus

* Il eſt aiſé de remarquer, dans cette expérience, que l'étendue en longueur du ſpectre ſolaire dépend de l'angle réfringent du priſme, & de l'intervalle qu'on met entre le priſme & le papier ſur lequel tombe le ſpectre.

rompus

rompus sont ceux qui ont produit les couleurs les plus élevées. Car Mr. Newton a prouvé, par un raisonnement mathématique *, que lorsque le prisme est dans la situation dont on a parlé ci-

367. * Voici le raisonnement de Mr. Newton. Soit *E G* (*Fig. 342.*) le volet de la fenêtre, *F* le trou pratiqué dans ce volet par où le faisceau de rayons solaires est introduit dans la chambre, *A B C* le prisme, *X Y* le soleil, *M N* le papier sur lequel se peint l'image du soleil, & *P T* l'image même dont les côtés sont rectilignes & paralleles, & dont les extrémités *P* & *T* sont arrondies. Soient *Y K H P* & *X L I T* deux rayons dont le premier qui part du bord inférieur du soleil, va tomber sur le papier à l'extrémité supérieure de l'image, après avoir souffert deux réfractions en traversant le prisme, l'une en *K* & l'autre en *H*; & le second qui part du bord supérieur du soleil, va se rendre à l'extrémité inférieure de l'image, après avoir été réfracté en *L* & en *I*. Puisque les réfractions aux deux côtés du prisme sont supposées égales, c'est-à-dire, que la réfraction en *K* est égale à celle qui a lieu en *I*, & que la réfraction en *L* est égale à la réfraction en *H*, de sorte que la somme des réfractions en *K* & en *L* des rayons incidens, est égale à celle des réfractions en *I* & en *H* des rayons émergens, il s'ensuit que les réfractions en *K* & en *H* forment une somme égale à celle des réfractions en *I* & en *L*, & que par conséquent les deux rayons s'écartant également de leurs routes primitives, sont inclinés l'un à l'autre au sortir du prisme, comme ils l'étaient avant d'y entrer; c'est-à-dire, de la valeur d'un demi-degré qui répond au diametre du soleil. La longueur *P T* de l'image soutendrait donc un angle d'un demi-degré, de même que sa largeur; d'où il s'ensuivrait que l'image serait ronde : & il est bien évident que cela devrait être ainsi, dans la supposition que les deux rayons *X L I T* & *Y K H P*, & tous les autres qui forment l'image *P T*, fussent également réfrangibles. Donc puisqu'on trouve par l'expérience que cette image n'est point ronde, qu'elle est au contraire très-allongée, il s'ensuit que les rayons qui, par une réfraction plus grande, vont tomber à l'extrémité supérieure *P* de l'image, doivent être plus réfrangibles que ceux qui vont se rendre à l'extrémité inférieure *T*, à moins que l'inégalité de réfraction ne soit accidentelle. (*Optiq. de Mr. Newton, pag. 31 & 32.*).

368. Il ne reste donc plus que de tâcher de s'assurer d'une manière à dissiper tous les doutes, que l'inégalité des réfractions que les rayons souffrent, n'est point accidentelle, ni qu'elle ne provient point de ce que chacun des rayons est dilaté &, pour ainsi dire, fendu & éparpillé en plusieurs rayons divergens; qu'au contraire elle est constante & régulière, c'est-à-dire, qu'à incidences égales, il y a nécessairement des rayons plus rompus que les autres, & qui le sont constamment.

369. Or il y a un moyen assez simple de s'en assurer; c'est de faire subir aux rayons, lorsqu'ils sont sortis du prisme, dans la première expérience, une nouvelle réfraction, non dans le même sens, mais de côté; à quoi l'on parvient facilement en plaçant verticalement un second prisme *D H* (*Fig. 343.*) après le premier *A B C*, de manière que la lumière réfractée soit obligée de passer au travers. Car s'il était vrai que les rayons ne fussent simplement que dilatés & éparpillés par les réfractions qu'ils souffrent en traversant le premier prisme, de sorte que ce fût delà d'où proviendrait la longueur de l'image du soleil, le second prisme devrait dilater & éparpiller de côté chacun des rayons sortis du prisme *A B C*, précisément comme celui-ci a dilaté de bas en haut les rayons qu'il a reçus immédiatement du soleil, & produire par conséquent en largeur ce que le premier a produit en hauteur; d'où il devrait nécessairement résulter une image carrée $p p' t t'$ du soleil, composée de bandes colorées de même longueur que la première image *P T*, lesquelles ne seraient autre chose que les portions colorées de cette image *P T* etendues & dilatées par la dispersion des rayons qui les teignent, occasionnée par le second prisme.

370. Mais cela n'arrive pas. La largeur

deſſus, c'eſt-à-dire, que l'image eſt ſtationnaire, & par conſéquent auſſi bas qu'il eſt poſſible, cette image devrait être ronde comme la tache qui eſt en *Y*, ſi tous les rayons qui la produiſent étaient

de l'image *P T* reſte la même & n'augmente point. Tout le changement que cette image éprouve, c'eſt qu'au lieu d'être verticale, elle eſt inclinée comme on le voit repréſenté en *p t*; ce qui eſt une ſuite évidente des réfractions croiſées des deux priſmes. Son extrémité ſupérieure *P* eſt la partie que la réfraction a le plus déplacée, & tranſportée le plus loin du lieu qu'elle occupait. Son extrémité inférieure *T* eſt celle qu'elle a le moins dérangée : ce qui prouve que les rayons qui teignaient l'extrémité *P* de l'image, tels que les bleus & les violets, ſouffrent des réfractions plus conſidérables en traverſant le ſecond priſme, que les rayons rouges & jaunes qui formaient l'extrémité *T*; & que par conſéquent ils ſont encore les plus réfrangibles après leur paſſage au travers du premier priſme.

371. Mr. Newton ayant placé un troiſième priſme au-delà du ſecond, & enſuite un quatrième, afin, dit-il, que par tous ces priſmes, l'image pût être ſouvent rompue de côté, a toujours trouvé que les rayons qui ſouffraient dans le premier priſme une plus grande réfraction que le reſte, en ſouffraient auſſi une plus grande dans tous les autres, ſans jamais que l'image fût dilatée de côté. C'eſt donc avec raiſon, ajoûte-t-il, que les rayons qui ſont conſtamment plus rompus que les autres, ſont réputés plus réfrangibles (*Optiq. de Mr. Newton, pag. 35 & ſuiv.*).

372. Mais pour rendre cela plus ſenſible, remarquons que les rayons qui ſont également réfrangibles, tombent tous (*Note 367.*) ſur un cercle qui répond au diſque du ſoleil, & que par conſéquent l'image colorée *P T* doit être conſidérée comme compoſée d'images circulaires qui anticipent les unes ſur les autres, en auſſi grand nombre qu'il y a d'eſpeces de rayons différemment réfrangibles. Or, ſi l'image circulaire *Y* du ſoleil formée par un faiſceau de rayons non réfractés, était convertie dans l'image oblongue *P T*, par la dilatation & l'éparpillement de chacun des rayons en particulier, ou par quelqu'autre irrégularité dans la réfraction du premier priſme, il faudrait par la même raiſon, qu'en vertu de la réfraction croiſée du ſecond priſme qui dilaterait à ſon tour les rayons, chacun des cercles qui compoſent cette image, fût étendu de même & transformé dans une figure oblongue; de ſorte que la largeur de l'image *P T* ſe trouverait alors autant augmentée que la longueur de l'image *Y* l'avait été auparavant par la réfraction du premier priſme *A B C*; & par conſéquent les portions colorées de l'image *P T* produite par le premier priſme, acquérant la même longueur que cette image, il en réſulterait néceſſairement une image carrée $pp'tt'$.

373. Donc puiſque la largeur de l'image *P T* n'eſt point augmentée par la réfraction du ſecond priſme, il eſt certain que par cette réfraction les rayons ne ſont ni fendus ni dilatés, ni irréguliérement diſperſés de quelqu'autre manière que ce ſoit; mais que chaque cercle eſt tranſporté tout entier dans un autre endroit par une réfraction régulière & uniforme; que la plus grande réfraction tranſporte le cercle *A G* en *a g*; que par une réfraction moindre, le cercle *BH* va occuper la place *b h*, & ainſi des autres. L'image inclinée *pt* eſt donc compoſée de même que la première *P T* de cercles diſpoſés en ligne droite, & de même grandeur que ceux qui compoſent l'image *PT*; & comme il en eſt de même de l'image nouvelle que l'on forme en mettant tant de priſmes qu'on voudra après ceux-là, on doit en conclure que les rayons qui teignent chacun de ces cercles, ont abſolument le même degré de réfrangibilité qu'ils conſervent toujours, & que les rayons de différens cercles différent en réfrangibilité, ſelon un rapport déterminé & conſtant (*Optiq. de Mr. Newton, pag. 39 & ſuiv.*).

374. Voici encore des expériences qui prouvent la réfrangibilité inégale des rayons de diverſes couleurs. Si au moyen de deux priſmes diſpoſés convenablement vis-à-vis de deux trous peu éloignés l'un de l'autre, faits au volet d'une fenêtre d'une chambre bien fermée, on ſe procure deux images

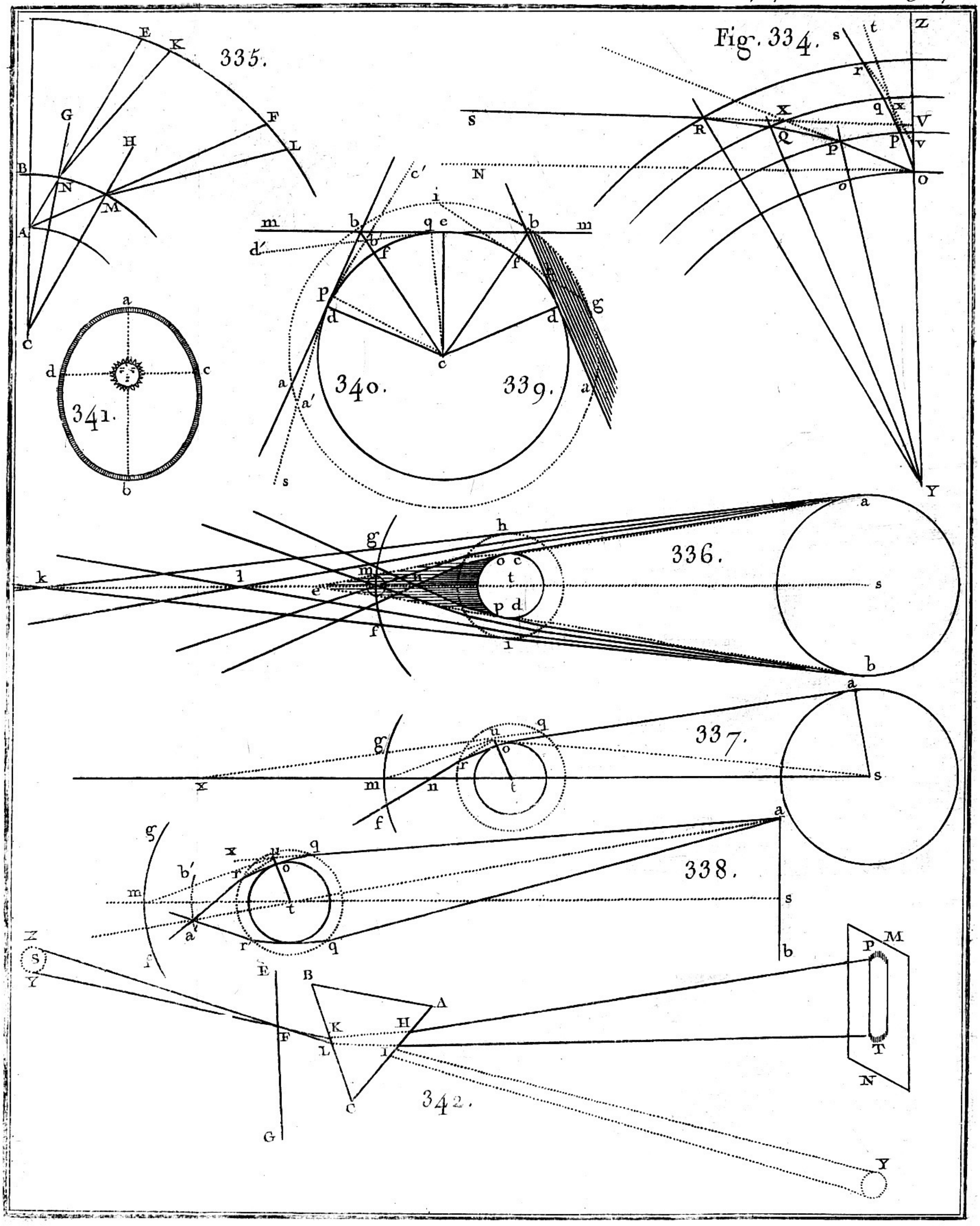


Fig. 334.
335.
336.
337.
338.
339.
340.
341.
342.

également rompus. Ainsi puisque l'on trouve par l'expérience que cette image n'est point ronde, mais qu'elle est environ cinq fois plus longue que large, il s'ensuit que tous les rayons n'ont point été rompus également : les expériences suivantes confirmeront cette vérité.

II. EXPÉRIENCE. Au faisceau de rayons solaires *SF* transmis dans la chambre par le trou fait au volet de la fenêtre, j'opposai à la distance de quelques pieds du trou un prisme *ABC*, de manière que son axe fût perpendiculaire à ce faisceau. Ensuite je regardai le trou *F* au travers du prisme, & faisant tourner ce prisme autour de son axe pour faire monter & descendre l'image *pt* du trou, lors- Fig. 344.

colorées du soleil, dont le rouge de l'une co-incide avec le violet de l'autre, & qu'on reçoive ces deux couleurs ainsi mêlangées sur un petit cercle de papier blanc, qui paraîtra par conséquent teint en pourpre, c'est-à-dire, de la couleur du mêlange : si on regarde ce petit cercle coloré, au travers d'un prisme, d'abord à une petite distance, ensuite à une plus grande, à mesure qu'on s'en éloigne, on apperçoit son image se séparer de plus en plus, à cause de l'inégale réfraction des deux couleurs mêlangées ; & enfin elle se partage en deux images distinctes, l'une rouge & l'autre violette, dont la dernière est plus éloignée du papier que la première, & par conséquent est celle qui a souffert la plus grande réfraction (*Optiq. de Mr. Newton*, *pag. 52.*).

375. Si au lieu de faire tomber deux couleurs prismatiques sur le petit cercle de papier, on avait couvert d'un mêlange de deux poudres colorées, l'une rouge, l'autre bleue, on eut vu également au travers du prisme deux images, l'une rouge & l'autre bleue.

376. Qu'on place fort près l'un de l'autre deux cercles de papier d'un pouce de diametre, l'un sur le rouge d'une image colorée du soleil, & l'autre sur le violet d'une seconde image colorée voisine de la première ; & qu'après avoir couvert de noir le mur qui est derrière ces cercles, dans la crainte qu'il ne réfléchisse quelque lumière qui puisse troubler l'expérience, on regarde ces cercles ainsi illuminés au travers d'un prisme, qu'on tienne de manière que la réfraction se fasse vers le cercle rouge ; à mesure qu'on s'éloignera de ces cercles, ils s'approcheront l'un de l'autre de plus en plus jusqu'à co-incider ; & si l'on continue de s'en éloigner, ils se sépareront de nouveau dans un ordre contraire à celui suivant lequel ils se sont approchés, le violet étant emporté au-delà du rouge par la grande réfraction qu'il souffre (*Optiq. de Mr. Newton*, *pag. 54.*).

377. C'est la réfrangibilité différente des rayons de lumière qui fait que les corps naturels, sur-tout les blancs, étant regardés au travers d'un prisme, paraissent colorés par leurs bords, d'un côte de rouge & de jaune, & au côté opposé de bleu & de violet, tandis que l'espace compris entre ces bords colorés, parait de la couleur dont on le voit à la vue simple ; car les rayons qu'envoie, par exemple, un morceau de papier blanc, souffrant des réfractions inégales en traversant le prisme, chaque espece de rayons donne une image du papier teinte de sa couleur, qui tombe dans un endroit différent de ceux où tombent les autres images de ce papier, produites par les autres especes de rayons ; de sorte que les bordures qu'on apperçoit aux côtés opposés du papier, sont les extrémités même de ces images couchées les unes sur les autres, tandis que l'espace blanc compris entre ces bordures n'est autre chose que l'espace occupé par les portions de toutes ces images, qui se couvrent mutuellement, & auquel répondent par conséquent des rayons mêlés dans une proportion convenable pour produire le blanc.

qu'entre ses deux mouvemens opposés elle me parut stationnaire, j'arrêtai le prisme afin que les réfractions, aux deux côtés de l'angle réfringent, pussent être égales comme dans l'expérience précédente. Le prisme ainsi disposé, je regardai le trou *F* au travers, & je remarquai que la longueur de son image *pt* formée par les rayons rompus, contenait plusieurs fois sa largeur; que la partie *p* de cette image formée par les rayons les plus réfractés paraissait violette; que celle qui l'était en *t* par les rayons qui avaient été le moins rompus, paraissait rouge; & que les parties intermédiaires étaient indigo, bleu, vert, jaune, orangé, selon l'ordre dans lequel je viens de les nommer à commencer par le bas. Ayant ôté le prisme de la lumière du soleil, & ayant ensuite regardé au travers de ce prisme le trou éclairé par la lumière des nuages, je remarquai encore la même chose. Cependant si les rayons étaient tous également rompus selon un certain rapport des sinus d'incidence & de réfraction, comme on le suppose communément, l'image formée par la lumière réfractée aurait dû paraître ronde: on doit donc croire d'après ces deux expériences, qu'à incidences égales il y a une inégalité de réfractions très-considérable (*Optique de Mr. Newton*, *pag. 33 & 34*).

C'est la découverte de cette propriété fondamentale de la lumière qui a dévoilé tout le mistere des couleurs. Or, comme nous avons lieu de le remarquer, notre Auteur n'en fut pas seulement redevable aux expériences qu'on avait faites avant lui, mais encore à ses grandes connaissances en géométrie, à laquelle il était nécessaire qu'il eut recours, pour déterminer quelle devrait être la figure de l'image du soleil, d'après le principe reçu jusqu'alors d'une réfraction égale de tous les rayons. Lorsqu'il eut fait cette découverte, il se proposa d'en donner une preuve oculaire, & voici l'expérience qu'il imagina dans cette vue.

III. EXPÉRIENCE. Je fis au milieu de chacune des deux planches
Fig. 345. minces *DE*, *de* un trou rond d'un tiers de pouce de diametre, & en ayant fait un autre *F* beaucoup plus large au volet de la fenêtre d'une chambre fort obscure, afin d'introduire dans la chambre un gros faisceau de rayons du soleil, je plaçai derriere le volet, vis-à-vis du trou, un prisme *ABC* pour réfracter ce faisceau, comme dans les expériences précédentes. Derrière & tout proche de ce prisme j'élevai verticalement une de mes planches *DE* en la plaçant

de manière que le milieu de la lumière rompue pût passer par le trou *G* que j'y avais pratiqué, tandis que le reste était intercepté par la planche. Ensuite, à la distance d'environ douze pieds de cette première planche, j'élevai la seconde *de* aussi verticalement, que je plaçai de manière qu'elle pût laisser passer par l'ouverture *g* que j'y avais faite, le milieu de la lumière réfractée qui, après avoir été transmise par le trou de la première planche, avait été tomber sur le mur opposé, & que le reste étant reçu sur cette planche *de*, pût y peindre une image colorée du soleil. Immédiatement au-delà de cette seconde planche, je disposai un autre prisme *abc* afin de rompre la portion de lumière colorée, qui avait passé par l'ouverture *g*. Tout étant ainsi arrangé, je fis tourner doucement le premier prisme *ABC* sur son axe, afin qu'en faisant monter & descendre l'image peinte sur la seconde planche *de*, toutes ses parties pussent passer successivement par le trou de cette planche, & rencontrer chacune à leur tour le prisme qui était au-delà. En même tems je marquai sur le mur opposé les endroits *M* & *N* où cette lumière tombait après avoir été rompue par le second prisme; & je reconnus, à la différence de ces endroits *M* & *N*, que la lumière qui avait souffert la plus grande réfraction dans le premier prisme *ABC*, & formait l'extrémité bleue de l'image peinte sur la planche *de*, souffrait encore en traversant le second prisme *abc*, une réfraction plus grande que la lumière qui teignoit en rouge l'autre extrémité de l'image. Car lorsque la partie inférieure de la lumière qui tombait sur la planche *de*, venait à passer par le trou *g*, elle allait rencontrer le mur en bas, en *M*; & quand la partie supérieure de cette lumière était transmise par le même trou *g*, elle allait tomber sur le mur plus haut, en *N*; enfin lorsque quelque portion intermédiaire de cette même lumière passait à son tour par le trou *g*, l'endroit du mur où elle tombait, était toujours entre *M* & *N*. Il est évident que les trous faits dans les planches ne changeant jamais de position, l'incidence des rayons sur le second prisme était la même pour tous : cependant il y avait des rayons plus réfractés, & d'autres qui l'étaient moins. Ceux qui avaient le plus souffert de la réfraction, en traversant le premier prisme, étaient encore ceux que le second brisait le plus. C'est donc avec juste raison qu'on peut nommer *rayons plus réfrangibles* ceux qui sont constamment plus rompus que les autres (*Opt. de Mr. Newton, pag. 45 & suiv.*).

Notre Auteur prouve aussi par des expériences faites avec un verre convexe que les lumières réfléchies par les corps naturels, qui sont de couleurs différentes, ont aussi des degrés différens de réfrangibilité, & qu'elles different à cet égard précisément comme les rayons solaires *.

378.* Voici ces expériences. Qu'on peigne traversalement une bande de carton d'un pouce & demi de large, & de cinq à six de long, de deux couleurs différentes, de rouge, par exemple, & d'un bleu foncé, & que l'ayant placée ensuite sur le plancher d'une chambre à la distance convenable de la fenêtre, pour que le jour tombe bien dessus, & parallélement à la largeur de la fenêtre, on la regarde à quelque distance au travers d'un prisme, dont la longueur soit parallele à cette bande, & dont l'angle soit tourné en haut; on appercevra cette bande plus haut qu'elle n'est, avec cette circonstance très-frappante, que sa portion bleue sera plus élevée que la rouge, comme si elles avaient été coupées & placées à des hauteurs différentes. Ce sera tout le contraire si l'angle du prisme est tourné en bas. La lumière que l'œil reçoit de la portion bleue du papier après avoir traversé le prisme, souffre donc une plus grande réfraction que la lumière qui vient de la portion rouge, & est par conséquent plus réfrangible. (*Voyez l'Opt. de Mr. Newton, pag. 19 & suiv.*)

379. Qu'on enveloppe le carton peint de rouge & de bleu foncé de plusieurs tours d'un fil de soie noire très-délié, & que l'ayant mis dans une situation verticale, on l'éclaire fortement avec une ou deux bougies placées vis-à-vis l'endroit de ce carton où les deux couleurs sont séparées. Qu'on place une large lentille de verre d'environ de trois pieds de foyer à la même hauteur & vis-à-vis ce carton coloré, à la distance d'environ six pieds : il se peindra de l'autre côté de cette lentille, à six pieds environ de distance, une image du carton coloré sur un papier qu'on placera verticalement & perpendiculairement aux rayons qui viennent de la lentille. Tout étant ainsi disposé & la chambre bien fermée, si l'on recule ou qu'on avance le papier, afin d'avoir le plus distinctement qu'il est possible, les images des parties rouge & bleue du carton coloré, ce que les fils de soie font connaitre par la netteté avec laquelle ils paraissent terminés ; on remarque, quand le papier est à cette distance du verre, où la portion rouge du carton est peinte distinctement, que la portion bleue est tellement confuse, qu'on a peine à distinguer les traits noirs qui doivent y paraître marqués, & que pour que cette portion bleue soit peinte distinctement, il faut approcher le papier d'un pouce & demi environ de la lentille, mais qu'alors la portion rouge est si confuse, que les traits qu'on doit y voir s'apperçoivent à peine. Le foyer des rayons bleus est donc plus proche que celui des rayons rouges, & par conséquent ces rayons ont souffert une plus grande réfraction.

380. Un Auteur Italien ayant cherché à éluder cette expérience, en objectant que si l'image bleue du papier se peignait plus près de la lentille que celle de la portion rouge, cette différence ne devait être attribuée qu'à la différente inclinaison des rayons bleus & rouges en tombant sur la lentille : le Docteur Desaguliers répondit à cette mauvaise objection par l'expérience suivante. » Il fit faire (*Mr. Montucla, Hist. » des Mathém.*) une boëte quadrangulaire, » percée au devant d'un trou rond, & dans » laquelle deux lumières cachées pouvaient » illuminer fortement le fond opposé, sans » qu'il se répandit aucune lumière dans la » chambre. Sur ce fond & directement vis- » à-vis ce trou, était une ouverture car- » rée divisée en bandes & en cellules, par » des fils de soie noire très-déliée. Au » devant du trou rond, il plaça une lentille » de quelques pieds de foyer, à la distance

173. IV. EXPÉRIENCE. Mais les rayons du soleil ne different pas seulement quant à la réfrangibilité, *ils different encore quant à la réflexibilité, & les plus réfrangibles sont aussi les plus réflexibles*. Ayant choisi un prisme isoscele *ABC* dont les angles à la base *BC* étaient égaux chacun à 45°, & dont le troisieme en *A* était droit, je reçus sur un de ses côtés *AC* à peu près perpendiculairement, un faisceau de rayons solaires *FM* introduit dans une chambre bien fermée, par un trou *F* d'un tiers de pouce de diametre fait au volet de la fenêtre; & tournant doucement ce prisme autour de son axe, jusqu'à ce que la lumière qui avait passé au travers d'un de ses angles *ACB*, & en était sortie décomposée en rayons de diverses couleurs *MG*, *MH*, commençât à être réfléchie suivant *MN*, par la base *BC*, qui jusqu'alors lui avait livré passage, je remarquai que les rayons tels que *MH*, qui avaient souffert la plus forte réfraction, étaient réfléchis plutôt que les autres*. Pour mieux m'assurer que les rayons qui s'évanouissaient en *H* étaient réfléchis & entraient dans le faisceau *MN* composé de la lumière que la base *BC* du prisme avait réfléchie, je fis passer ce faisceau de lumière réfléchie au travers d'un autre prisme *VXY*; & cette lumière ayant été rompue par ce dernier prisme, je la reçus sur une feuille de papier blanc placée à quelque distance du prisme, sur laquelle elle peignit en *pt* les couleurs ordinaires du spectre. Alors faisant tourner le premier prisme *ABC* sur son axe, suivant l'ordre des lettres *A*, *B*, *C*, j'observai que lorsque les rayons *MH*, qui avaient été les plus réfractés par ce premier prisme, & paraissaient Fig. 346.

» d'environ le double de ce foyer. Lorsqu'on plaçait à l'ouverture carrée une » surface rouge, si après avoir trouvé son » image distincte sur le carton placé au-delà » de la lentille, l'on changeait cette surface » en une bleue, l'image n'était plus distincte, » & il fallait approcher le carton ». Or il est visible qu'ici tout est semblable, l'incidence des rayons bleus & rouges étant absolument la même. Ainsi il ne peut rester de doutes sur la différente réfrangibilité de ces rayons.

381. * Il est aisé de voir que les rayons *MH* doivent être en effet les premiers à se réfléchir. On a vu (*Art.* 17.) que lorsqu'un rayon passe d'un milieu dense dans un autre qui l'est moins, il y a une obliquité d'incidence au-delà de laquelle il ne peut passer dans le second milieu : si le sinus d'incidence est tel que le sinus de réfraction soit plus grand que le sinus total, il est certain que le rayon loin de pénétrer dans le second milieu, quelque rare qu'il soit, se réfléchira. Or les rayons *MH* étant toujours plus rompus que les autres, ils seront par conséquent les premiers qui cesseront de pouvoir pénétrer dans l'air, & qui se réfléchiront. Ainsi il est évident que les rayons qui sont les plus réfrangibles, doivent être aussi les plus réflexibles.

bleus & violets, commencerent à être totalement réfléchis, la portion bleue & violette p de l'image pt, qui appartenait aux rayons qui avaient souffert la plus forte réfraction dans le second prisme, devint sensiblement plus vive, tandis que le rouge & le jaune en t resterent aussi faibles qu'ils l'étaient ; & qu'ensuite lorsque le reste de la lumière composé de vert, de jaune & de rouge, fut réfléchi dans son entier, & eut disparu en G, l'autre portion t de l'image pt peinte des mêmes couleurs, devint aussi vive que la première. Ce qui prouve inconteftablement que les rayons qui, à même incidence que les autres sur la base BC, avaient souffert la plus grande réfraction, étaient aussi les premiers réfléchis par cette même base. Il n'est point question ici d'aucune réfraction aux côtés AC, AB du prisme, parce que les rayons solaires entrent dans ce prisme & en sortent perpendiculairement ou presque perpendiculairement à ces côtés, & que par conséquent ils n'y éprouvent point de réfraction, ou du moins si peu, que les angles d'incidence sur la base BC n'en souffrent point d'altération sensible, sur-tout si les angles à cette base BC du prisme sont chacun de 40°. Car les rayons FM commencent à être totalement réfléchis, lorsque l'angle CMF est d'environ 50° (*Art. 17.*) ; de sorte qu'ils feront alors un angle droit avec AC (*Opt. de Mr. Newton, pag. 56 & suiv.*).

Par cette expérience on voit aussi que le faisceau de lumière MN réfléchi par la base du prisme, étant d'abord augmenté par les rayons les plus réfrangibles, & ensuite par ceux qui le sont le moins, est composé de rayons différemment réfrangibles.

J'appelle *lumière simple & homogene* celle dont les rayons sont également réfrangibles ; & celle dont les rayons ont différens degrés de réfrangibilité, je la nomme *lumière hétérogene ou composée.* Je traite d'homogene la première, non que je veuille assurer qu'elle l'est à tous égards, mais parce que les rayons qui conviennent en réfrangibilité, conviennent au moins dans toutes les autres propriétés que je considere dans la suite.

J'appelle les couleurs des lumières homogenes, *couleurs homogenes, primitives & simples*, & je nomme *hétérogenes & composées* les couleurs des lumières hétérogenes. Car celles-ci sont toujours composées des lumières homogenes, comme il paraîtra par ce que nous dirons ci-après (*Opt. de Mr. Newton, pag. 5.*).

Je

Je nomme *rayons rouges*, ceux qui paraiſſent rouges ou plutôt qui font paraître les objets ſous cette couleur ; & ceux qui nous font paraître les objets jaunes, verts, bleus ou violets, je les appelle *rayons jaunes, verts, bleus, & violets.* Et s'il m'arrive quelquefois de parler de la lumière & des rayons qui la compoſent, comme s'ils étaient colorés, je prie le Lecteur de ſe ſouvenir que je ne prétends point alors parler philoſophiquement & proprement, mais groſſierement & ſelon les idées que le peuple ſerait ſujet à ſe former en voyant ces expériences. Car, à parler exactement, les rayons ne ſont point colorés, & il ne ſe trouve en eux qu'un certain pouvoir, qu'une diſpoſition particulière propre à exciter une ſenſation de telle ou telle couleur. Car de même que dans le corps ſonore le ſon ne conſiſte que dans un mouvement de vibration ; que dans l'air il n'eſt que ce même mouvement tranſmis depuis l'objet ; qu'enfin dans *le ſenſorium* c'eſt le ſentiment de ce mouvement ſous la forme du ſon ; de même les couleurs ne conſiſtent dans les objets que dans une diſpoſition à réfléchir telle ou telle eſpece de rayons plus abondamment que toute autre, & dans les rayons qu'en une diſpoſition à tranſmettre tel ou tel mouvement juſques dans *le ſenſorium*, où ſe font les ſenſations de ces mouvemens connues ſous le nom de couleurs (*Opt. de Mr. Newton, pag. 139 & 140.*).

174. Par la démonſtration mathématique déja citée (*Art. 172.*), il eſt certain que les rayons qui ſont également réfrangibles, tombent tous ſur un cercle qui répond au diſque apparent du ſoleil : ce qui va être prouvé dans le moment par voie d'expérience. Maintenant ſoit AG le cercle que tous les rayons les plus réfrangibles, qui émanent du diſque entier du ſoleil, illumineraient & peindraient ſur le mur oppoſé, s'ils étaient ſeuls ; Fig. 347. EL le cercle peint par tous les rayons les moins réfrangibles, s'il n'y avait qu'eux ; BH, CI, DK, &c. les cercles que peindraient ſucceſſivement ſur le mur autant d'eſpeces intermédiaires, ſi le ſoleil envoyait chacune d'elles ſéparément de toutes les autres ; enfin ſoit imaginée une infinité d'autres cercles intermédiaires qu'une infinité d'autres eſpeces intermédiaires de rayons tracerait ſucceſſivement ſur le mur, ſi le ſoleil envoyait ſucceſſivement chacune de ces eſpeces ſéparée du reſte. Or, comme

toutes ces eſpeces de rayons émanent toutes à la fois du ſoleil, il faut que les rayons qui composent ces diverſes eſpeces, peignent tous enſemble une infinité de cercles égaux qui ſe ſuivant ſans interruption, ſelon leurs degrés de réfrangibilité, forment l'image oblongue *PT* que j'ai décrite dans la première expérience.

175. Or, ſi on pouvait diminuer les diametres de ces cercles, ſans rien changer aux diſtances & aux poſitions de leurs centres, ils anticiperaient moins les uns ſur les autres, & par conſéquent le mêlange des rayons hétérogenes diminuerait à proportion.
Fig. 347. Soient les cercles *AG*, *BH*, *CI*, &c. dont nous venons de parler; & ſoient *ag*, *bh*, *ci*, &c. autant de cercles plus petits couchés en pareil ordre entre deux droites paralleles *ae*, *gl* avec les mêmes diſtances entre leurs centres, & illuminés par les mêmes eſpeces de rayons que les premiers; c'eſt-à-dire, que le cercle *ag* ſoit illuminé par des rayons de la même eſpece que le cercle correſpondant *AG*, & les autres cercles *bh*, *ci*, *dk*, *el*, *fm* illuminés chacun par la même eſpece de rayons que chacun des cercles correſpondans *BH*, *CI*, *DK*, *EL*, *FM*. Dans la figure *PT* compoſée des grands cercles, trois d'entr'eux *AG*, *BH*, *CI*, ſont tellement engagés, & prennent ſi fort les uns ſur les autres, que les trois eſpeces de rayons qui illuminent ces cercles, ſe trouvent mêlées enſemble & avec une multitude d'autres eſpeces de rayons intermédiaires, en *QR* dans le milieu du cercle *BH*: on apperçoit un mêlange ſemblable dans preſque toute la longueur de la figure *PT*. Mais dans la figure *pt* compoſée des petits cercles, les trois petits cercles *ag*, *bh*, *ci*, qui répondent aux trois grands dont je viens de parler, n'anticipent point les uns ſur les autres; il n'y a même aucun endroit dans ces trois petits cercles, où deux des trois eſpeces de rayons dont ils ſont illuminés, ſoient mêlées enſemble, au lieu que dans la figure *PT* ces trois eſpeces le ſont en *QR*. Ainſi pour diminuer le mêlange des rayons, on n'aura qu'à diminuer les diametres des cercles*.

382. * Il eſt facile de prouver que le mêlange diminue dans le même rapport que les diametres des cercles. Si l'on rend, dit Mr. Newton, les diametres des cercles trois fois plus petits qu'ils n'étaient, comme leurs centres reſtent toujours à la même diſtance, le mêlange ſera trois fois moindre, & il le ſera dix fois, ſi on rend ces diametres dix fois plus petits, & ainſi de tel autre rapport de diminution qu'on voudra de ces diametres; de ſorte que le mêlange des rayons dans le ſpectre *PT*, eſt à leur mêlange

Or, l'on eſt ſûr d'obtenir cette diminution, ſi l'on peut rendre le diametre du ſoleil, auquel ces diametres répondent, plus petit qu'il n'eſt, ou, ce qui revient au même, ſi, hors de la chambre à une grande diſtance du priſme, on oppoſe aux rayons du ſoleil un corps opaque percé d'un trou rond au milieu, afin d'intercepter toute la lumière du ſoleil, à l'exception de celle qui venant du milieu du diſque de cet aſtre, peut être tranſmiſe au priſme par cette ouverture. Par ce moyen les cercles AG, BH, &c. ne répondront plus au diſque entier du ſoleil, mais ſeulement à cette partie du ſoleil qui peut être vue de l'endroit où eſt ce priſme, au travers du trou, c'eſt-à-dire, à la grandeur apparente de ce trou vu de cet endroit. Mais afin que ces cercles puiſſent répondre plus diſtinctement à ce trou, il faut mettre immédiatement avant le priſme, une lentille, au moyen de laquelle l'image du trou, c'eſt-à-dire, chacun des cercles AG, BH, &c. ſera diſtinctement tracé ſur le papier en PT; en s'y prenant de cette manière, il ne ſera pas néceſſaire de placer ce trou fort loin, pas même au-delà de la fenêtre. C'eſt pourquoi au lieu de l'employer, je me contentai d'en faire un au volet de ma fenêtre, dont je me ſervis de la manière ſuivante (*Opt. de Mr. Newton*, *pag. 69 & ſuiv.*).

V. EXPÉRIENCE. Ayant introduit dans ma chambre, après l'avoir bien fermée, la lumière du ſoleil par un petit trou rond fait au volet de la fenêtre, je la reçus à dix ou douze pieds de cette fenêtre ſur une lentille MN, qui me donna une image diſtincte du trou F ſur un papier placé en I. Immédiatement après cette lentille je préſentai un priſme ABC, à travers lequel la lumière obligée de paſſer, étant néceſſairement réfractée, l'image ronde produite ſur le papier par la lentille, avant l'interpoſition du priſme, était transformée dans une image oblongue pt, ayant les côtés paralleles. Enſuite je reçus cette nouvelle image ſur un autre papier que je plaçai à une diſtance du priſme à peu près égale à celle de la première image I, avançant le papier vers le priſme, ou l'en éloignant juſqu'à ce que Fig. 348.

dans le ſpectre pt, comme la largeur du ſpectre PT eſt à celle du ſpectre pt, parce que ces largeurs ſont égales aux diametres des cercles colorés qui compoſent ces ſpectres. Or il ſuit delà que le mêlange des rayons dans l'image pt eſt au mêlange des rayons dans la lumière directe du ſoleil, comme la largeur de cette image eſt à l'excès de la longueur de cette image ſur ſa largeur. (*Opt. de Mr. Newton*, *pag. 70.*)

j'eusse trouvé la distance à laquelle les côtés rectilignes de l'image *pt* étaient marqués le plus distinctement. Car alors les petites images circulaires du trou qui composaient cette image de la même manière que les cercles *ag*, *bh*, *ci*, &c. composent la figure *pt*, étaient terminées très-distinctement ; & comme elles ne s'engageaient l'une dans l'autre que le moins qu'il était possible, il s'ensuit que le mêlange des rayons hétérogenes était devenu aussi petit qu'il pouvait l'être *. Les cercles *ag*, *bh*, *ci*, &c. qui composent l'image *pt*, sont égaux chacun au cercle *I*; ainsi en diminuant le trou *F*, ou en éloignant la lentille de ce trou, on peut les diminuer tant qu'on voudra, tandis que leurs centres conservent toujours leurs mêmes distances. On peut donc, en diminuant la largeur de l'image *pt*, séparer, autant qu'on le desirera, les cercles colorés qui la composent. Si, rélativement aux vues qu'on peut avoir, on trouve que cette image soit trop étroite, il est facile de lui donner plus de largeur, en substituant au trou rond *F* un trou allongé à peu près en forme de parallélogramme, dont la longueur soit parallele à celle du prisme. Car si cette ouverture a un pouce ou deux de long, & seulement un dixieme ou un vingtieme de pouce de large, & même encore moins, la lumière de l'image *pt* sera aussi simple ou même plus

* Cette expérience est délicate, & exige des précautions indispensables pour y réussir. Ne serait-ce point pour en avoir négligé quelqu'une, que Mrs. Mariotte, le Cat & autres, l'ont tentée sans succès, & qu'en conséquence plusieurs d'entr'eux se sont imaginés trouver Mr. Newton en défaut; comme si l'impuissance de leurs efforts eut pu être une raison légitime de révoquer en doute une expérience qui avait réussi dans des mains si habiles?

383. Mr. Newton recommande de rendre la chambre aussi obscure qu'il est possible, dans la crainte que quelque lumière étrangere ne se mêle avec celle de l'image *pt*, & n'en détruise la simplicité ; que la lentille soit bien travaillée ; que l'angle réfringent du prisme soit assez ouvert, comme de 65 à 70° ; que ce prisme soit d'un verre bien homogene, sans bulles ni veines, & que ses faces soient exactement planes & parfaitement polies. Il faut de plus couvrir les bords du prisme & de la lentille avec du papier noir collé dessus, afin d'empêcher toute réfraction irrégulière. Il faut encore intercepter avec du papier noir, la partie de la lumière du trait solaire introduit dans la chambre, qui est inutile à l'expérience, parce que cette lumière inutile étant réfléchie de tous les côtés dans la chambre, se mêlerait avec l'image & la troublerait.

384. Mr. l'Abbé Nollet à qui cette expérience a toujours parfaitement réussi, ajoute quelques autres conditions à celles-ci ; par exemple, que l'ouverture par laquelle passe le faisceau de rayons, soit au plus d'une ligne de large ; que la lentille soit environ à 12 pieds loin de cette ouverture ; qu'elle soit d'un foyer un peu long, comme de 9 ou 10 pieds. Tout cela observé joint aux autres précautions que recommande Mr. Newton, l'expérience réussit parfaitement, & l'on trouve que l'image *pt* est un peu plus de 70 fois plus longue que large, & par conséquent la lumière de cette image est plus de 69 fois moins composée que la lumière directe du soleil (*Leç. de Phy. tom. v.*).

qu'auparavant ; l'image ſera beaucoup plus large, & par conſéquent plus propre aux expériences. (*Opt. de Mr. Newton*, *pag. 72 & ſuiv.*).

176. La lumière homogene eſt toujours rompue réguliérement ſans que les rayons ſoient dilatés, fendus ou diſperſés ; & nous ne voyons confuſément, au travers des corps réfringens, les objets qui nous envoyent une lumière hétérogene, qu'à cauſe de la différente réfrangibilité des diverſes eſpeces de rayons : en voici la preuve d'après les expériences ſuivantes.

VI. EXPÉRIENCE. Je fis tomber ſur un morceau de papier noir percé au milieu d'un trou rond d'environ un cinquieme ou un ſixieme de pouce de diametre, l'image de lumière homogene décrite dans l'Article précédent, enſorte que quelque partie de la lumière pût paſſer par le trou du papier, au-delà duquel je plaçai un priſme afin de rompre la lumière tranſmiſe par ce trou. Ayant enſuite reçu cette lumière homogene perpendiculairement ſur un papier blanc, que je plaçai à deux ou trois pieds du priſme, l'image ne ſe trouva point allongée comme elle l'était dans la première Expérience, lorſqu'elle était produite par la lumière compoſée du ſoleil, mais elle me parut, autant que j'en pus juger à la vue, parfaitement ronde, ſa longueur n'étant pas plus grande que ſa largeur * : ce qui prouve

385. * Cette expérience demande auſſi quelques précautions pour qu'elle réuſſiſſe ; ſans quoi, l'image n'eſt point parfaitement ronde, elle eſt un peu allongée, & elle eſt toujours terminée à ſes extrémités par quelque petite frange de couleurs différentes de la ſienne. Ces précautions ſont à peu près les mêmes que celles qu'exige la cinquième expérience. Il faut, dit Mr. l'Abbé Nollet, que la chambre ſoit parfaitement obſcure ; parce que ſi elle ne l'eſt pas, la lumière qui s'y trouve répandue, paſſant en partie par le trou de la planche avec le rayon homogene, & entrant encore avec lui dans le priſme, s'y décompoſe, & ajoûte par conſéquent à l'image des couleurs qu'elle n'aurait pas ſans cela.

386. Une autre condition auſſi eſſentielle eſt que le rayon qu'on ſoumet à cette épreuve, ſoit bien homogene & bien pur, autrement il ſe décompoſe lui-même en traverſant le priſme, & donne une image au bord de laquelle on apperçoit différentes couleurs.

387. Il faut donc que le priſme, qui a ſéparé ce rayon des autres, ſoit d'un verre bien net, & que ſes côtés ſoient bien plans & bien polis, afin d'éviter toute réfraction irrégulière, & que de ce chef le rayon ſoit auſſi homogene qu'il eſt poſſible.

388. Voici encore des faits qui prouvent l'inaltérabilité des couleurs. Qu'on faſſe paſſer un faiſceau de rayons bien homogenes au travers de morceaux de verre fort épais, de couleurs bien foncées, différentes de la ſienne ; ou il eſt réfléchi par ces verres, ou il paſſe en partie, ſans que ſa couleur en ſoit altérée le moins du monde. Préſentez, par exemple, un verre bleu à un rayon rouge ; ou il ſe réfléchira, ou il traverſera en partie le verre ſans changer nullement de couleur : ce qui détruit l'opi-

que cette lumière était rompue réguliérement ſans aucune dilatation des rayons, & forme une preuve oculaire de la propoſition mathématique citée dans le 172e Art. (*Opt. de Mr. Newton, p. 79.*).

VII. EXPÉRIENCE. Après avoir reçu un faiſceau de rayons homogenes ſur un cercle de papier d'un quart de pouce de diametre, & un faiſceau de rayons du ſoleil non rompu, blanc & hétérogene, ſur un autre cercle de même diametre, je m'éloignai de quelques pieds de ces cercles, & enſuite je les regardai au travers d'un priſme. Le cercle illuminé par la lumière compoſée du ſoleil parut très-allongé, comme dans la ſeconde Expérience, ſa longueur étant pluſieurs fois plus grande que ſa largeur, tandis que l'autre cercle illuminé par une lumière homogene, conſerva ſa figure & parut diſtinctement terminé, comme lorſqu'on le regardait à la vue ſimple : ce qui prouve la propoſition énoncée au commencement de cet Article. (*Opt. de Mr. Newton, pag. 80.*).

VIII. EXPÉRIENCE. J'expoſai des mouches & autres petits objets à une lumière homogene, & les regardant au travers d'un priſme, je vis leurs parties marquées auſſi diſtinctement que ſi je les avais regardées à la vue ſimple. Mais ayant regardé auſſi au travers d'un priſme les mêmes objets éclairés à l'ordinaire par la lumière du ſoleil, je les vis terminés très-confuſément, de ſorte que je ne pouvais en diſtinguer les petites parties. Je préſentai de même les caracteres d'une impreſſion fort menue à une lumière homogene & enſuite à une lumière compoſée; & les ayant regardés au travers d'un priſme, ils me parurent ſi confus dans le dernier cas, qu'il me fut impoſſible de les lire, au-lieu que dans le premier je les voyais aſſez diſtinctement pour les lire avec beaucoup de facilité; il me ſemblait même les voir auſſi diſtinctement que quand je les regardais à la vue ſimple. Dans ces deux cas, je regardai les mêmes objets, dans la même ſituation, au travers du même priſme, & à la même

nion de ceux qui penſaient que les couleurs ſont des modifications que la lumière acquiert par la réfraction & par la réflexion, ou en paſſant au travers d'un milieu diaphane.

389. Des rayons homogenes reçus ſur telle ſurface réfléchiſſante que ce ſoit, ne changent pas davantage de couleur. En effet, il eſt viſible que les effets de ces ſurfaces ſe réduiſent à reſſerrer ou dilater la lumière qu'elles reçoivent, ou même à la réfléchir avec le degré de denſité qu'elle avait en les rencontrant; & que par conſéquent elles ne peuvent occaſionner aucune altération dans ſa couleur.

diſtance ; il n'y avait de différence que dans la lumière dont ces objets étaient éclairés, qui dans un cas était ſimple, & dans l'autre compoſée : ainſi il eſt hors de doute que la diſtinction de la viſion dans le premier cas, & ſa confuſion dans le ſecond, provenait de la différence dans les lumières qui avaient ſucceſſivement illuminé les mêmes objets. Voilà donc encore une nouvelle preuve de la vérité de la propoſition énoncée (*Opt. de Mr. Newton*, *pag. 81.*).

177. Il eſt très-remarquable que dans ces trois Expériences la réfraction n'a jamais cauſé aucun changement, aucune altération à la couleur de la lumière homogene. Mais il y a plus, c'eſt que ces couleurs qui ne pouvaient être changées par les réfractions, ne l'étaient pas non plus par les réflexions. Car tout corps blanc, gris, rouge, jaune, vert, bleu, violet, comme le papier, les cendres, la mine de plomb rouge, l'orpiment, l'indigo, la cendre bleue, l'or, l'argent, le cuivre, l'herbe, les fleurs bleues, les violettes, les bulles d'eau teintes de différentes couleurs, les plumes de paon, la teinture de bois Néphrétique, &c. tout cela expoſé à une lumière homogene rouge, paraiſſait entiérement rouge, à une lumière bleue, entiérement bleu, à une lumière verte, entiérement vert, & ainſi des autres couleurs. Tous ces corps plongés dans une lumière homogene, de quelque couleur qu'elle fût, paraiſſaient totalement de cette même couleur, avec cette ſeule différence que quelques-uns réfléchiſſaient cette lumière plus fortement, & d'autres d'une manière plus faible. Mais je n'ai point encore trouvé de corps qui en réfléchiſſant une lumière homogene, pût en changer ſenſiblement la couleur.

De tout cela il ſuit évidemment que ſi la lumière du ſoleil n'était compoſée que d'une ſeule eſpece de rayons, il n'y aurait dans le monde qu'une ſeule couleur ; qu'il ne ſerait pas poſſible d'en produire aucune de nouvelle, ſoit par réfraction ou par réflexion ; & que par conſéquent la diverſité des couleurs dépend de ce que la lumière eſt compoſée de rayons de différentes eſpeces (*Opt. de Mr. Newton*, *pag. 138 & 139.*).

178. Le ſpectre *pt* formé par les rayons ſéparés dans la cinquieme Expérience, à prendre de ſon extrémité *p* teinte par les rayons les plus réfrangibles, juſqu'à ſon autre extrémité *t* où tombaient les moins réfrangibles, contenait les couleurs ſuivantes

dans cet ordre, violet, indigo, bleu, vert, jaune, orangé, rouge, avec une infinité de nuances intermédiaires; de forte qu'on voyait autant de couleurs différentes, qu'il y avait d'especes de rayons de réfrangibilités différentes. Or, puisque la réfraction ni la réflexion n'apportent aucun changement dans ces couleurs, il s'ensuit que toute lumière homogene a sa couleur propre, qui répond à son degré de réfrangibilité * (*Opt. de Mr. Newton, pag. 136.*).

179. Chaque rayon homogene considéré à part, est rompu suivant une seule & même loi, ensorte que son sinus d'incidence est à son sinus de réfraction dans un rapport invariable; c'est-à-dire, qu'il y a pour chaque rayon coloré un rapport de réfraction qui differe des autres, & n'appartient qu'à lui seul. C'est encore par

390. * Les sept couleurs du spectre étant aussi bien séparées & aussi distinctes qu'elles le sont dans la cinquième expérience, & leur inaltérabilité étant d'ailleurs appuyée sur les preuves les plus fortes, l'existence de sept couleurs vraiment primitives & simples dans la lumière, peut donc être mise au rang des vérités les mieux prouvées. Cependant des Physiciens d'un mérite connu, parmi lesquels on trouve Mr. du Fay, n'ont cru la lumière composée que de cinq couleurs primitives, & même Mr. du Fay réduisit-il ce nombre-là à trois, le rouge, le jaune & le bleu. Ces Physiciens devaient cependant remarquer que les couleurs qu'ils excluaient du nombre des primitives, sont inaltérables & distinguées comme elles, par des degrés de réfrangibilité propres à chacune & absolument invariables. Envain objectera-t-on que ces couleurs, le vert, par exemple, se peuvent composer avec celles qu'ils admettaient comme primitives, ou du moins qu'on s'en procure de très-semblables. Car enfin ce vert & toutes ces couleurs factices se décomposent au travers du prisme, ce que ne font pas les couleurs auxquelles on prétend les substituer. Qu'au moyen de deux prismes qui ayent leurs angles réfringens tournés l'un en haut, l'autre en bas, placés vis-à-vis de deux trous faits au-dessus l'un de l'autre au volet d'une fenêtre, on se procure deux spectres colorés, disposés en sens contraire, dont les couleurs soient séparées comme dans la cinquième expérience; & qu'ensuite ayant fait passer le bleu de l'un & le jaune de l'autre par deux trous ronds & égaux faits à une planche placée verticalement, on reçoive ces rayons bleus & jaunes sur un carton disposé aussi verticalement, à une distance convenable de cette planche, pour que ces rayons coincident sur ce carton, & y peignent une image ronde, qui, comme l'on sait, sera verte; si on regarde cette image composée au travers d'un prisme, elle paraîtra un peu ovale, & on verra l'une des couleurs composantes déborder l'autre, parce qu'elles appartiennent à des rayons de réfrangibilités différentes, qui se séparent nécessairement en traversant le prisme; au lieu que si ayant bouché un des trous de la planche, on fait passer par l'autre le vert d'un des spectres, & qu'on le reçoive sur le carton, l'image qu'il donnera, vue au travers du prisme, paraîtra toujours ronde & d'une couleur uniforme dans toute son étendue, à cause que les rayons qui la produisent, ont tous la même réfrangibilité.

391. Comme il en ferait de même des autres couleurs composées, comparées aux couleurs simples, concluons que le vert, l'orangé, l'indigo, le violet sont des couleurs simples comme le rouge, le jaune & le bleu, puisqu'elles ne se décomposent point, & qu'elles sont distinguées, comme celles-ci, par des degrés de réfrangibilité différens que rien ne peut altérer.

l'Expérience

l'Expérience que Mr. Newton s'en est assuré, & qu'il a déterminé les nombres qui expriment les différens rapports dont il s'agit *. Par exemple, si un faisceau de rayons solaires hétérogenes passe du verre dans l'air, ou, ce qui est la même chose, si on suppose que des rayons de toutes les couleurs se succedent l'un à l'autre dans la même droite *AC*, & que leur sinus commun d'incidence *AD* dans le verre, soit divisé en 50 parties égales, les sinus de réfraction dans l'air *EF* & *GH* des rayons les moins réfrangibles & les plus réfrangibles, seront de 77 & de 78 de ces parties. Et comme chaque couleur a différens degrés ou différentes nuances, les sinus de réfraction de toutes les nuances du rouge auront tous les degrés intermédiaires de grandeur depuis 77 jusqu'à $77\frac{1}{8}$; ceux de tous les degrés d'orangé depuis $77\frac{1}{8}$ jusqu'à $77\frac{1}{5}$; ceux de tous les jaunes depuis $77\frac{1}{5}$ jusqu'à $77\frac{1}{3}$; ceux des verts depuis $77\frac{1}{3}$ jusquà $77\frac{1}{2}$; ceux des bleus depuis $77\frac{1}{2}$ jusqu'à $77\frac{2}{3}$; ceux des rayons indigo depuis $77\frac{2}{3}$ jusqu'à $77\frac{7}{9}$; enfin ceux des violets depuis $77\frac{7}{9}$ jusqu'à 78. Fig. 349.

392. * Avant de faire voir comment Mr. Newton trouve le rapport de réfraction des différentes especes de rayons colorés, il convient de commencer par donner la méthode par laquelle il détermine le rapport de réfraction des rayons d'une réfrangibilité moyenne, c'est-à-dire, de ceux qui vont tomber au milieu du spectre. On a remarqué dans l'Article 171, que, lorsque l'axe du prisme est perpendiculaire au faisceau de rayons solaires, & que la réfraction porte en haut, en faisant tourner doucement le prisme autour de son axe, l'image colorée du soleil peinte sur le mur ou sur un papier, descend & ensuite monte ; & que si on fixe le prisme dans la position où il se trouve lorsque cette image est stationnaire, c'est-à-dire, lorsqu'elle s'arrête entre la descente & l'ascension, les rayons souffrent en sortant du prisme, des réfractions égales à celles qu'ils éprouvent en y entrant.

Car pendant la descente de l'image, il est clair que la somme de ces deux réfractions diminue continuellement, & qu'ensuite elle augmente pendant son ascension; ainsi il y a deux situations du prisme, l'une avant que le spectre soit stationnaire, l'autre après, dans lesquelles la somme des réfractions à ses côtés est la même, ce qui fait que le spectre tombe au même endroit de la muraille. Le rayon *DE* (*Fig. 350 & 351.*) dans la première de ces deux positions, & le rayon *d'e'* dans la seconde, qui traversent l'angle réfringent du prisme, sont également inclinés à ses côtés *AB*, *BC*, mais en sens contraires, c'est-à-dire, que les triangles *BDE*, *Be'd'* sont semblables. Car supposant que cela soit, & que les rayons aillent dans l'un & l'autre sens, suivant les droites *DE*, *d'e'*, les réfractions qu'ils souffrent en sortant en *D* & en *e'*, sont égales, de même que celles qu'ils souffrent en sortant en *E* & en *d'*; & par conséquent la somme des réfractions inégales en *D* & en *E*, est égale à celle des réfractions qui ont lieu en *d'* & en *e'* : & par cela même l'image se peint au même endroit du mur dans les deux positions susdites du prisme. Mais l'expérience montre qu'à proportion que cet endroit approche davantage de celui où l'image est

180. On peut obtenir, par voie de composition, des couleurs qui, à la vue, soient semblables à celles des lumières homogenes, mais non par rapport à l'immutabilité de la cou-

stationnaire, ces deux positions du prisme approchent davantage de celle où il est lorsque l'image s'arrête entre sa descente & son ascension. Ainsi les angles sur les côtés DE, $d'e'$ (*Fig. 352.*) des triangles semblables BDE, $Be'd'$, approchent en même tems par degrés, de l'égalité, & deviennent enfin égaux, lorsque l'image est stationnaire; & par conséquent les réfractions en D & en E sont alors égales; de sorte que le prisme étant supposé isoscele, le rayon rompu DE est parallele à sa base AC.

393. Dans cette situation du prisme qui donne l'image stationnaire, l'angle de réfraction d'un rayon, à son entrée dans le prisme, est égal à la moitié de l'angle réfringent ABC (*Fig. 353.*). Car soit menée LDK perpendiculaire à AB, & BQ perpendiculaire à la base DE du triangle isoscele DBE, qui divisera par conséquent en deux également l'angle vertical B de ce triangle: il est clair que l'angle de réfraction QDK sera égal à la moitié QBD de l'angle réfringent du prisme.

394. Or, il est facile de mesurer cet angle réfringent au moyen de deux regles, (auxquelles on fait faire un angle) qu'on dispose sur une table bien unie, de manière qu'elles ne portent qu'en partie sur cette table, & changeant l'angle que font ces deux regles, jusqu'à ce quelles co-incident avec les côtés de l'angle réfringent du prisme placé entr'elles. Car alors traçant sur la table l'angle qu'elles y forment, on aura l'angle réfringent, comme il est évident par la Figure 354, où les regles sont ab, cd, & le prisme est e.

395. Le prisme étant placé comme ci-dessus, pour connaître l'angle d'incidence SDL (*Figure 353.*) on mesurera, avec un quart de cercle, les angles du rayon incident SD & du rayon émergent EP avec l'horison; la moitié de leur somme ajoûtée à l'angle de réfraction EDK déja trouvé, donnera l'angle d'incidence SDL. Car soient ces rayons prolongés jusqu'à ce qu'ils rencontrent en M & en N, une horisontale quelconque MN, après s'être croisés en I; les angles en M & N seront les angles de ces rayons avec l'horison. Or, ces deux angles sont ensemble égaux à l'angle extérieur MIE, qui est égal aux deux angles intérieurs du triangle IDE; ainsi la moitié de la somme des angles des deux rayons avec l'horison, est égale à l'un de ces angles égaux IED ou IDE: or l'angle IDE ajoûté à l'angle de réfraction EDK, donne l'angle d'incidence IDK ou SDL. Donc, &c.

396. Si le soleil s'éleve assez pour que le rayon émergent EP devienne parallele à l'horison, alors l'angle en N s'évanouira; & si le soleil s'éleve davantage, le rayon émergent s'inclinera en en-bas, & l'angle en N deviendra alors négatif: c'est pourquoi dans ce dernier cas, ce sera la moitié de la différence des angles des deux rayons avec l'horison qu'il faudra ajoûter à la moitié de l'angle réfringent du prisme, pour avoir l'angle d'incidence.

397. Voici une application que Mr. Newton a donnée de cette méthode; il s'agissait de déterminer la réfraction moyenne au passage de l'air dans le verre. L'angle réfringent du prisme, dont il se servit, était de 62° 30′; la moitié de cet angle qui est 31° 15′ est l'angle de réfraction dans le prisme, dont le sinus est 5188, le rayon étant 10000. L'axe de ce prisme étant parallele à l'horison, & l'image du soleil sur la muraille étant stationnaire, il observa avec un quart de cercle l'angle que les rayons d'une réfrangibilité moyenne, c'est-à-dire, ceux qui tombaient au milieu de l'image colorée, faisaient avec l'horison; ajoûtant ensuite cet angle avec la hauteur du soleil observée en même tems, il trouva l'angle PIM formé par les rayons émergens & les incidens de 44° 40′, dont la moitié 22° 20′ ajoûtée à l'angle de réfraction 31° 15′, donne 53° 35′ pour l'angle d'incidence, dont le sinus est 8047; & le rapport de ces sinus en nombres ronds est de 20 à 31. Il est clair qu'au passage du verre dans l'air, le rapport de 31 à 20 donne celui du sinus d'incidence au sinus

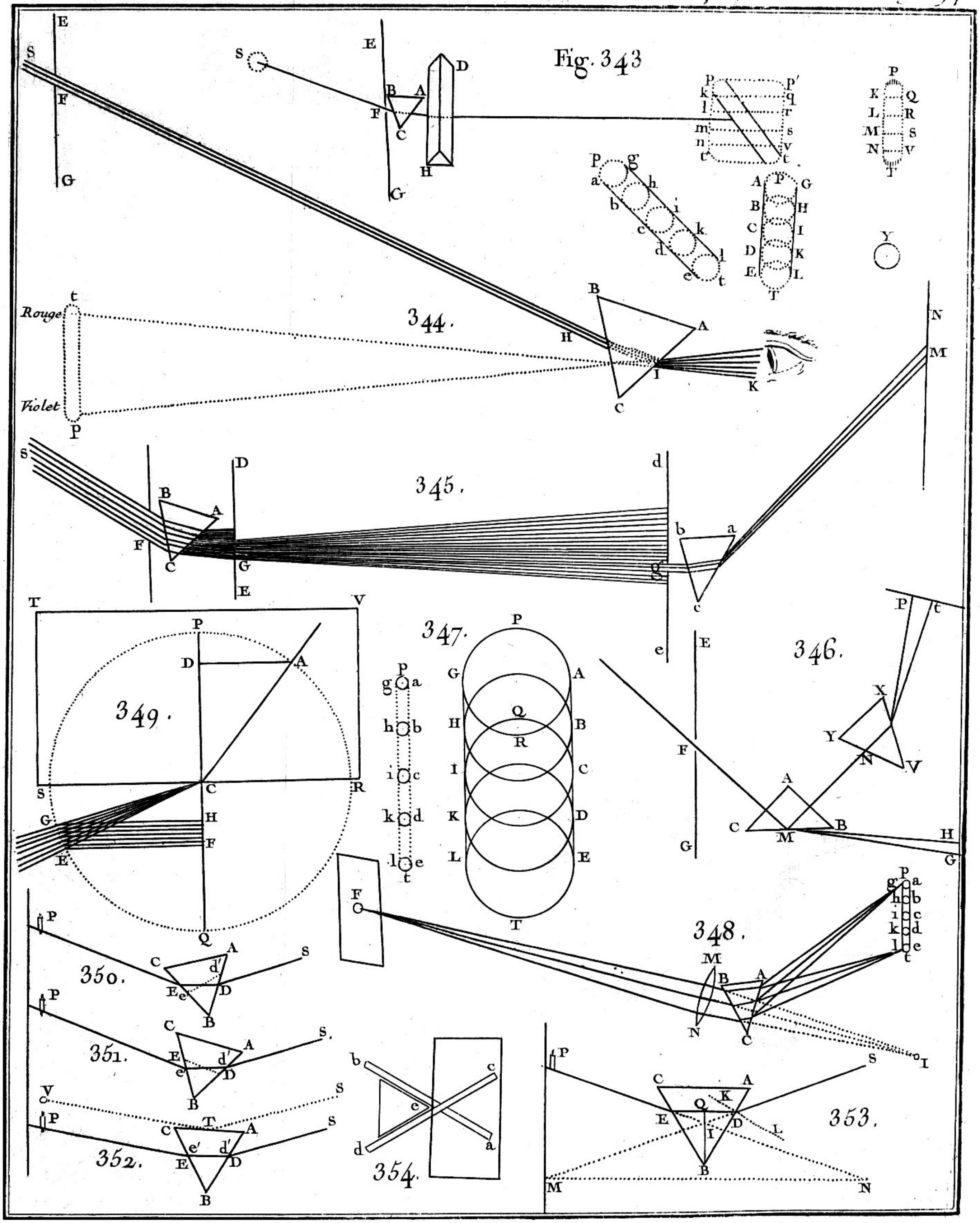


Fig. 343
344.
Rouge
Violet
345.
346.
347.
348.
349.
350.
351.
352.
353.
354.

leur & à la constitution réelle de la lumière. Ces couleurs sont moins vives & moins foncées à proportion qu'elles sont plus composées ; elles peuvent même en être affaiblies au

de réfraction pour les mêmes rayons de réfrangibilité moyenne (*Opt. de Mr. Newton*, *pag. 90 & 91*).

398. La bonté de cette méthode est frappante : elle n'exige d'autres instrumens qu'un quart de cercle & un prisme. La réfraction du rayon étant doublée, l'erreur où l'on peut tomber dans la pratique, ne peut être que la moitié de ce qu'elle serait si la réfraction était simple. De plus, il est très-facile de placer le prisme dans la situation réquise, & quand il n'y serait pas tout-à-fait, pourvu qu'il ne s'en faille que peu de chose, la place de l'image ou la somme des deux réfractions n'en serait pas moins la même ; comme on peut s'en assurer en en faisant l'épreuve, & ce qui est d'ailleurs évident, la somme des réfractions étant alors la moindre de toutes. Car on sait que les variations des quantités engendrées par le mouvement, sont généralement insensibles lorsque ces quantités deviennent les plus grandes ou les moindres possibles.

399. Voyons maintenant comment Mr. Newton trouva le rapport de réfraction des rayons les plus & les moins réfrangibles au passage du verre dans l'air. De la longueur 9 pouces $\frac{3}{4}$ ou 10 pouces de l'image du soleil, que le prisme, dont nous venons de parler, lui avait donné à la distance d'environ 18 pieds & demi, il retrancha la largeur de cette image qui était de 2 pouces $\frac{1}{8}$, afin d'avoir la longueur que l'image aurait si le soleil n'était qu'un point, laquelle se trouva par conséquent de 7 pouces $\frac{3}{4}$ environ ; il est clair que cette longueur est la soutendante de l'angle que les rayons les plus réfrangibles, & ceux qui le sont le moins, font en sortant du prisme, après y être entrés, en suivant les mêmes lignes. Cet angle est donc de 2° 0′ 7″, la distance de l'image à l'endroit du prisme où se forme cet angle, étant de 18 pieds & demi. Or, la moitié de cet angle est celui que ces rayons font avec les rayons d'une réfrangibilité moyenne, à leur sortie du prisme ; & le quart de cet angle, c'est-à-dire, 30′ 2″ donne l'angle que formeraient ces rayons émergens de plus petite & de plus grande réfrangibilité, avec les mêmes rayons émergens de réfrangibilité moyenne, s'ils co-incidaient avec eux dans le prisme, & s'ils ne souffraient de réfraction qu'en sortant de ce prisme. Car si en vertu des deux réfractions égales que souffrent les rayons, l'une en entrant, l'autre en sortant du prisme, le rayon le plus réfrangible & le moins réfrangible, font avec le rayon de moyenne réfrangibilité, à leur émergence, un angle qui soit la moitié de 2° 0′ 7″, il s'ensuit qu'en vertu d'une réfraction seule, le rayon le plus réfrangible & celui qui l'est le moins, feront à leur émergence avec le rayon de réfrangibilité moyenne, un angle qui sera environ le quart de 2° 0′ 7″ ; & ce quart ajoûté à l'angle de réfraction des rayons de moyenne réfrangibilité qu'on a trouvé de 53° 35′, & retranché ensuite de ce même angle, donne l'angle de réfraction des rayons les plus réfrangibles de 54° 5′ 2″, & celui des moins réfrangibles de 53° 4′ 58″, dont les sinus sont 8099 & 7995, l'angle commun d'incidence étant de 31° 15′ dont le sinus est 5188. Ces sinus sont en nombres ronds les plus petits, comme 78, 77 & 50 (*Optiq. de Mr. Newton*, *pag. 91 & suiv.*).

400. Mr. Newton chercha ensuite le rapport de réfraction des autres rayons colorés, & ce fut une propriété tout-à-fait singulière du spectre qui le lui donna. Par des mesures exactes & répétées, il trouva que les espaces colorés du spectre étaient d'une étendue égale & proportionnelle aux différences que laissent entr'elles les divisions du Monochorde qui donne les notes de l'octave *re*, *mi*, *fa*, *sol*, *la*, *si*, *ut*, *re*, c'est-à-dire, que si on mene par les confins des couleurs du spectre, des lignes transversales & perpendiculaires aux côtés rectilignes *MG*, *FA*, elles les diviseront comme l'est une corde de musique qui rendrait outre le son principal, le ton au-dessus, la tierce mineure, la quarte, la quinte, la sixte majeure, la septième mineure &

point de difparaître abfolument, le mêlange devenant blanc ou gris. On peut auffi former des couleurs compofées, qui différent plus ou moins des couleurs des lumières homogenes. Car

l'octave ; deforte que prolongeant MG en X (*Fig. 355.*), en faifant $MX = MG$, fi l'on prend GX, nX, kX, fX, eX, cX, aX, MX, dans le rapport des nombres 1, $\frac{8}{9}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{9}{16}$, $\frac{1}{2}$; ou fi l'on veut, en fuppofant GX de 720 parties, dans le rapport de ceux-ci, 720, 640, 600, 540, 480, 432, 405, 360, les intervalles Ma, ac, ce, ef, fk, kn, nG, feront les efpaces occupés par les couleurs du fpectre, le rouge, l'orangé, le jaune, le vert, le bleu, l'indigo & le violet.

Or, comme ces intervalles ou efpaces, dit Mr. Newton, foutendent les différences des réfractions des rayons qui vont jufqu'aux limites de ces couleurs, on peut les confidérer, fans craindre d'erreur fenfible, comme proportionnels aux différences des finus de réfraction de ces rayons, qui ont un finus commun d'incidence ; & puifque le finus commun d'incidence des rayons les plus & les moins réfrangibles, au paffage du verre dans l'air, eft aux finus de réfraction de ces rayons, comme 50 à 78 & 77 (*Note précédente*), pour trouver les finus de réfraction des autres efpeces, on n'aura qu'à divifer la différence des finus de réfraction 77 & 78 dans le même rapport que GM, & l'on aura 77, $77\frac{1}{8}$, $77\frac{1}{5}$, $77\frac{1}{3}$, $77\frac{1}{2}$, $77\frac{2}{3}$, $77\frac{7}{9}$, 78, pour les finus de réfraction des autres rayons de différentes réfrangibilités, qui paffent du verre dans l'air, leur finus commun d'incidence étant 50 (*Optique de Mr. Newton, pag. 142 & 143.*)

401. Cette étendue égale & proportionnelle des efpaces colorés du fpectre aux différences des longueurs du Monochorde qui donnent les fept tons du mode mineur, a d'abord fait foupçonner de l'analogie entre les tons & les couleurs. Mais un examen un peu approfondi de cette prétendue analogie, ayant fait connaître qu'elle manquait dans les points les plus effentiels, a montré combien elle eft deftituée de fondement. *Voyez là-deffus un curieux Mémoire de Mr. de Mairan, imprimé parmi ceux de l'Académie de 1737.*

402. Mr. d'Alembert dans fes favantes recherches fur les moyens de perfectionner les lunettes, en adoptant les méthodes de Mr. Newton pour déterminer la réfraction moyenne, & celle des rayons les plus & les moins réfrangibles par le fecours du prifme, donne une efpece de commentaire de la méthode pour trouver la réfraction de ces rayons extrêmes, qu'on fera vraifemblablement bien aife de trouver ici.

Soit un faifceau de rayons folaires FD (*Fig. 356.*) tombant fur un prifme triangulaire ifofcele BAC fixé dans la fituation où il fe trouve, lorfque l'image qu'il donne eft ftationnaire : ce faifceau après s'être rompu en D, aura fes rayons de moyenne réfrangibilité DE paralleles à la bafe BC, lefquels fortiront du prifme, fuivant une direction EI telle que l'angle $CEI = BDF$. L'angle HDE que ces rayons font dans le prifme après s'être rompus en D, avec la cathete d'incidence ODH, fera égal à la moitié de l'angle réfringent BAC, comme nous l'avons fait voir. Soit l'angle FDO ou $IEL = k$; l'angle BAC du prifme $= 2a$, & par conféquent HDE ou $HED = a$; P le rapport du finus d'incidence au finus de réfraction, en paffant de l'air dans le prifme, pour les rayons de moyenne réfrangibilité. On aura fin. $k = P$ fin. a. Soit $P - dP$ le rapport que nous venons de nommer, pour les rayons De les moins réfrangibles. Il eft clair qu'on aura fin. $k = (P - dP)$ fin. $(a + EDe) = (P - dP)$ (fin. $a + EDe$ cof. a), d'où l'on tire dP fin. $a = P.$ EDe cof. a. On aura de même fin. $iel = (P - dP)$ fin. $(a - EDe) = (P - dP)$ (fin. $a - EDe$ cof. a) $= P$ fin. $a - dP$ fin. a $- P.$ EDe cof. $a =$ fin. $k - 2dP$ fin. a. Soit l'angle des rayons de moyenne réfrangibilité EI avec les rayons les moins réfrangibles ei, exprimé par dk, de forte que l'angle iel foit $= k - dk$; on aura donc fin. $(k - dk) =$ fin. $k - dk$ cof. $k =$ fin. $k -$

un mêlange de rouge & de jaune homogenes, produit un jaune orangé, semblable à la vue à l'orangé, qui, dans la suite des couleurs prismatiques, se trouve entre le rouge & le jaune;

$2\,dP$ sin. a, ce qui donne $dk = \frac{2\,dP \text{ sin. } a}{\text{cos. } k}$. L'angle que font les rayons les plus réfrangibles avec les moins réfrangibles, sera par conséquent $\frac{4\,dP \text{ sin. } a}{\text{cos. } k}$; & le quart de cet angle $\frac{dP \text{ sin. } a}{\text{cos. } k}$ exprimera l'angle que feraient, à leur sortie du prisme, les rayons les plus ou les moins réfrangibles avec les rayons de moyenne réfrangibilité, s'ils coincidaient avec eux dans le prisme, ou qu'ils rencontrassent le côté par où ils sortent, sous le même angle d'incidence a. Car désignant par $d'k$, l'angle que feraient alors les rayons les plus ou les moins réfrangibles avec les rayons moyens, l'angle de réfraction de ceux-ci étant toujours k, les sinus de réfraction de ces rayons de plus grande & de plus petite réfrangibilité, seront exprimés par $(P \pm dP)$ sin. $a = P$ sin. $a \pm dP$ sin. $a =$ sin. $k \pm d'k$ cos. k, ce qui donne $d'k = \frac{dP \text{ sin. } a}{\text{cos. } k}$.

403. La méthode de Mr. Newton ayant fait trouver 78 & 77 pour les sinus des rayons les plus & les moins réfrangibles, en passant du verre dans l'air, 50 étant le sinus commun d'incidence, on aura par conséquent $(P + dP)$ sin. $50 = 78$ & $(P - dP)$ sin. $50 = 77$; ce qui donne $77\frac{1}{2}$ pour le sinus de réfraction des rayons de moyenne réfrangibilité, $P = \frac{77\frac{1}{2}}{50} = \frac{31}{20}$, & $dP = \frac{1}{100}$, excès du rapport de réfraction des rayons les plus réfrangibles dans le verre, sur celui des rayons moyens, ou de ceux-ci sur les rayons les moins réfrangibles.

404. Il est évident, comme l'observe Mr. d'Alembert, qu'on peut déterminer, par les mêmes méthodes de Mr. Newton exposées Notes 395, 396, 397 & 399, P & dP dans un prisme fait de toute autre matiere réfringente. Et il ajoûte que cette méthode peut servir également à trouver ces mêmes quantités, si la matiere est fluide, par exemple, de l'eau commune. Pour cela il faudra l'enfermer, dit Mr. d'Alembert, dans un prisme de verre creux en dedans, dont les côtés soient deux glaces, dans chacune desquelles les surfaces soient paralleles : ce prisme fera sensiblement le même effet qu'un prisme d'eau pure.

On peut aussi trouver P & dP par le secours de lentilles faites de la matiere réfringente dont on veut connaître le pouvoir réfractif : voici les méthodes qu'en donne Mr. d'Alembert.

405. D'abord pour déterminer P, c'est-à-dire, la réfraction moyenne, la méthode est facile & susceptible de beaucoup d'exactitude : elle se réduit à chercher par expérience le foyer de la lentille dont la courbure doit être connue. Car nommant b la distance de l'objet, a & c les rayons des deux surfaces de la lentille que nous supposerons convexe, z la distance du foyer, on a $z = \frac{1}{(P-1)(\frac{1}{a}+\frac{1}{c})-\frac{1}{b}}$ comme on le démontrera dans le Livre suivant, & par conséquent $\frac{1}{z} = (P-1)(\frac{1}{a}+\frac{1}{c}) - \frac{1}{b}$. Ainsi connaissant z, b, a, c, par observation, on connaîtra tout de suite P. S'il s'agit de trouver la réfraction dans un fluide, on en remplira l'intérieur d'une lentille creuse, d'un verre de très-peu d'épaisseur, & dont les deux surfaces, l'extérieure & l'intérieure, soient l'une & l'autre de même courbure ou concentriques : cette lentille fera sensiblement le même effet que si elle était toute du fluide qu'elle contient.

406. Pour trouver dP, Mr. d'Alembert emploie une lentille plane convexe de plusieurs pieds de foyer, dont voici l'usage. On observera, dit ce grand Géometre, à la distance D' le foyer des rayons solaires les moins réfrangibles, c'est-à-dire, des rayons rouges, & à la distance D'' le foyer des rayons les plus réfrangibles, c'est-à-dire, des rayons violets. Et supposant, comme nous l'avons déja fait, que

mais par rapport à la réfrangibilité, la lumière de ce dernier orangé est homogene, & celle de l'autre est hétérogene; la couleur de l'un regardée au travers du prisme, ne change point,

les valeurs de P, pour les rayons les moins & les plus réfrangibles soient $P-dP$ & $P+dP$, & que le rayon de la convexité de la lentille soit $=R$, il est facile de déduire de l'expression du foyer de la Note précédente, relativement à la supposition d'une lentille plane convexe, l'objet étant à une distance infinie, $P-dP=\frac{R}{D'}+1$, & $P+dP=\frac{R}{D''}+1$, d'où l'on tire $dP=\frac{R}{D''}-\frac{R}{D'}$, & la valeur de P, pour les rayons moyens, sera sensiblement, dit Mr. d'Alembert, $\frac{R}{2D'}+\frac{R}{2D''}+1$.

407. Il est visible que ces méthodes feront trouver également P & dP dans une lentille faite d'une autre matière réfringente. On peut aussi mesurer le pouvoir réfractif d'une matière, au moyen d'une lentille convexe des deux côtés, de plusieurs pieds de foyer, dont les convexités soient égales, en plaçant, comme l'a fait Mr. Newton, l'objet à une distance double de la distance focale, & par conséquent à une distance égale à celle du foyer, ce qui paraît faire un des cas les plus favorables pour déterminer les réfractions des différens rayons au moyen d'une lentille convexe des deux côtés, la différence de leurs foyers étant beaucoup plus sensible, que lorsque les rayons tombent paralleles sur la lentille. Dans le verre commun elle l'est quatre fois davantage (*Voyez les Mem. de l'Acad. an. 1756.*).

408. Mr. d'Alembert donne d'autres méthodes pour déterminer la réfraction moyenne, & la réfraction des rayons les plus & les moins réfrangibles, dans différentes matières réfringentes, au moyen de prismes adossés faits de ces matières; mais il paraît donner la préférence à celles que nous avons exposées d'après Mr. Newton & lui, par lesquelles on détermine les mêmes choses dans chaque matière séparément (*Voyez le III. vol. de ses Opuscules*). Mr. Clairaut donne aussi des méthodes semblables dans les Mem. de l'Acad. de 1756.

409. Avant d'aller plus loin, il ne sera peut-être pas hors de place de faire mention d'une propriété de la lumière très-remarquable, que Mr. Newton a fait connaître; savoir, que si un rayon de lumière passe de l'air dans plusieurs milieux contigus terminés par des plans paralleles, par exemple, à travers de l'eau & du verre, & qu'à sa sortie de ces milieux, il repasse dans l'air, le rayon émergent sera toujours parallele au rayon incident. Car si sur un morceau de glace, par-tout de même épaisseur, on verse un peu d'eau ou tout autre fluide, & qu'ensuite le tenant parallele à l'horison, afin que le fluide soit d'une égale épaisseur par-tout, on reçoive dessus les rayons du soleil, on trouvera que ces rayons sortiront de ces deux milieux suivant une direction parallele à celle qu'ils avaient en y entrant.

410. Delà il suit que si un rayon traverse plusieurs milieux réfringens terminés par des plans paralleles, il sera incliné aux surfaces du dernier milieu, comme s'il n'avait souffert qu'une seule réfraction, en passant immédiatement du premier milieu dans le dernier. Soient, par exemple, Aa, Bb, Cc (*Fig. 357*), les surfaces paralleles d'une masse d'eau & d'une masse de verre contigues, & supposons que le rayon DE se brise dans l'eau, suivant EF, & ensuite selon FG, dans le verre, & qu'un rayon PQ parallele à DE rencontre immédiatement le verre, & s'y brise suivant QR: je dis que les rayons rompus FG, QR seront paralleles. Car soient ces rayons sortant du verre dans l'air, suivant les droites GH, RS; GH étant parallele à RS, puisqu'elle l'est à DE (*Note 409.*), ou à PQ supposée parallele à DE, il s'ensuit que les réfractions en G & en R sont égales; par conséquent les rayons FG & QR sont paralleles; ainsi ils sont également inclinés aux rayons incidens DE, PQ; c'est-à-dire, que la somme des

tandis que celle de l'autre change & se décompose dans les couleurs qui la forment, par leur mêlange, le rouge & le jaune. On peut de même avec des couleurs homogenes qui se suivent,

réfractions que l'un souffre en E & en F, est équivalente à la réfraction simple de l'autre en Q.

411. Cette proposition est encore vraie, dans le cas où ces différens milieux sont en nombre infini, & leur épaisseur infiniment petite, de sorte que le rayon de lumière est rompu à chaque instant, & décrit par conséquent une ligne courbe.

412. Delà, le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction, en passant d'un milieu dans un autre, est composé du rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction en passant du premier milieu dans un troisième, tel qu'on voudra, & du rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction en passant de ce troisième milieu dans le second. Car soient IK, LM, NO (*Fig. 357.*) des perpendiculaires aux surfaces réfringentes, aux points E, F, G, où le rayon se brise. Le sinus de l'angle EFL ou FEK est au sinus de l'angle DEI comme 3 à 4, & le sinus du même angle DEI ou HGO, est au sinus de FGN ou de GFM, comme 31 à 20, & par conséquent le sinus de EFL est au sinus de GFM comme 3×31 à 4×20, ou comme 93 à 80, rapport de la réfraction de l'eau dans le verre.

413. Si ayant exposé un prisme creux de verre plein d'eau, au faisceau de rayons solaires introduit par le trou d'une chambre bien fermée, on le vuide ensuite, l'image du soleil qui se peignait en P (*Fig. 353*), sur la muraille opposée, lorsqu'il était plein, descendra tout de suite en M, où la droite SD continuée rencontrerait la muraille, parce que les réfractions aux surfaces extérieures & intérieures des deux glaces, qui forment l'angle réfringent du prisme, se corrigent l'une l'autre (*Note 410*). Supposant actuellement le prisme rempli d'air condensé, & que la force réfractive de cet air est plus grande que celle de l'air extérieur, le même effet s'ensuivra encore, à proportion de cette force, à l'exception que dans ce cas l'image P ne descendra pas tout d'un coup, mais graduellement, à cause que l'air extérieur ne s'échappe que par degrés. Par conséquent (*Fig. 358*), si on suppose l'air pompé du prisme, les réfractions se feront alors vers le bas; & si on laisse rentrer l'air dans le prisme, pendant ce tems-là l'image P paraîtra monter par degrés. Si l'on suppose que dans ces expériences, les rayons reviennent du mur à l'œil d'un spectateur placé en S, il verra d'abord l'endroit P sur le mur, & pendant le tems que l'air condensé s'échape du prisme dans le premier cas, ou que l'air extérieur y rentre dans le second, il verra tous les points de la ligne PM, paraissant successivement dans la même direction SD; & si la muraille PM est trop-éloignée, il n'aura qu'à, pour voir plus clairement & plus distinctement les mêmes apparences, se servir d'une lunette au foyer de laquelle il ait mis un fil très-fin pour diriger sa vue.

414. La première expérience de ce genre a été faite en Angleterre par Mr. Lowthorp. Mais son procédé étant très-compliqué, & quelques personnes en France en ayant soupçonné les résultats, Mr. Hauksbée fut chargé dix ans après par la Société Royale de Londres de répéter l'expérience d'une manière plus simple & qui dissipât tous les doutes. Voici comme il rend compte lui-même de tout ce qu'il fit à cette occasion (*Expér. phys. méchan. par Mr. Hauksbée, trad. par Mr. de Bremond, I. vol. pag. 108 & suiv.*) » Pour faire l'expérience d'une manière » qui ne laissât rien à desirer, je fus » chargé de faire un instrument exprès, » sous les yeux de Mr. Halley. Cet instru- » ment consistait dans un prisme de cuivre » triangulaire; on avait pratiqué sur deux » de ses faces des rainures propres à rece- » voir des verres exactement plans & du » plus beau poli. A la troisième face on » avait soudé un tuyau avec un robinet » pour y pouvoir appliquer successivement » la machine à pomper l'air, & la machine » à le condenser. Les verres étaient si » bien cimentés & attachés sur le prisme,

composer de nouvelles couleurs semblables aux couleurs homogenes intermédiaires : ainsi du mêlange du jaune & du vert résulte la couleur moyenne entr'elles deux ; & si à cette couleur

» qu'ils étaient en état de résister à la » pression intérieure ou extérieure de l'air. » L'instrument tout entier tournait sur son » axe, de façon qu'il pouvait recevoir » les rayons de lumière au degré d'obli- » quité que l'on desirait. Pour une plus » grande sûreté, j'adaptai à l'instrument » le tuyau d'épreuve, afin de découvrir » la moindre ouverture qui se formerait » au ciment. L'angle formé par les deux » plans de verre approchait de 64°. Cet » instrument ainsi préparé, fut ajusté à une » lunette d'environ 10 pieds de long, de » manière que l'axe de la lunette passait » par le milieu du prisme, & dans le » foyer de la lunette on avait mis un fil » très-fin pour diriger la vue.

415. » Le 15 Juin (V. S.) 1708 au matin, » le barometre étant à 29, 7 $\frac{1}{2}$ & le ther- » mometre à 60 degrés, nous choisimes » un objet convenable, très-distinct & » élevé, éloigné de 2588 pieds ; après » avoir pompé l'air contenu dans le prisme, » nous l'appliquames à la lunette, & le che- » veu horisontal qui était dans le foyer, » couvrait une marque sur notre objet, » qu'on voyait distinctement à travers le » vuide, les deux verres étant également » inclinés au rayon visuel. On laissa ensuite » rentrer l'air dans le prisme, & on vit » l'objet s'élever par degrés au-dessus du » cheveu à mesure que l'air rentrait ; & à » la fin le cheveu se trouva cacher une » marque qui était 10 $\frac{1}{4}$ pouces au-dessous » de la première : toutes les fois qu'on ré- » péta l'expérience, elle réussit toujours » de même.

416. » Nous appliquames ensuite au prisme » la machine à condenser, & nous » y fimes entrer une autre atmosphere (Mr. Hauksbée entend par atmosphere un volume d'air égal à celui que contenait le prisme), » de sorte que la den- » sité de l'air renfermé dans le prisme, » était, suivant le tuyau d'épreuve, double » de celle de l'air extérieur, le mercure » s'élevant dans le tuyau au double de la » hauteur où il s'élevait avant par le poids » de l'atmosphere. Nous plaçames encore » le prisme devant la lunette, & laissant » sortir l'air du prisme par le robinet, l'ob- » jet, qui, dans la première expérience, » paraissait s'élever, parut alors descendre » par degrés, & le fil s'arrêter enfin sur un » objet plus élevé que le premier du même » intervalle de 10 $\frac{1}{4}$ pouces. On répéta de » même cette expérience plusieurs fois, » & elle eut le même succès.

417. » Nous injectames encore une autre » atmosphere, en sorte que nous rendimes » l'air trois fois plus condensé que dans son » état ordinaire, ce que prouvait la hauteur » du mercure qui était devenue triple, & » en faisant sortir cet air condensé, on » voyait l'objet 21 pouces plus bas que le » cheveu ; mais la grande pression de cet » air entrouvrant le ciment, nous ne pu- » mes répéter cette expérience autant de » fois que la précédente.

418. » Or, le rayon étant de 2588 pieds, » 10 $\frac{1}{4}$ pouces soutendent un angle PIM » (*Fig. 358.*) de 68″, dont la moitié 34″ est » la valeur de langle QDI, qui étant re- » tranché de l'angle QDK ou de l'angle » QBD de 32°, donne l'angle KDI » ou LDS de 31° 59′ 26″. Ainsi le » sinus d'incidence dans le vuide, est au » sinus de réfraction dans l'air commun, » comme 1000000 à 999736 ».

419. Il paraît par ces expériences que les soutendantes des angles de déviation PIM, & par conséquent les angles mêmes, engendrés par la puissance réfractive de l'air, suivaient le rapport de ses densités, marquées par les différens degrés d'élevation du mercure dans le tuyau d'épreuve. Et puisque la densité de l'atmosphere est directement comme son poids, & réciproquement comme son degré de chaleur, on peut avoir le rapport de sa densité, dans quelque tems que ce soit, par les hauteurs du barometre & du thermometre. Et delà Mr. Hauksbée conclut qu'on aura en même tems le rapport des réfractions

on

on ajoûte du bleu, on aura un vert qui tiendra le milieu entre les trois couleurs qui entrent dans sa composition. Si à ce vert mélangé on ajoûte un peu de rouge & de violet, il restera encore vert, mais il deviendra moins vif & moins foncé; & si on augmente la quantité du rouge & du violet, ce vert deviendra toujours plus faible, jusqu'à ce que par la supériorité des couleurs ajoûtées, il soit comme éteint, & changé en blanc ou en quelqu'autre couleur. De même, si on ajoûte à une lumière homogene quelconque, la lumière ordinaire du soleil, qui est composée de rayons de toutes les especes, cette couleur ne s'évanouira point, ni ne changera d'espece, mais elle sera plus faible; & elle s'affaiblira d'autant plus qu'on y fera entrer une

de l'air, c'est-à-dire, des angles de déviation susdits. Mais avant de pouvoir compter sur l'exactitude de cette conclusion, je pense, dit Mr. Smith, qu'on doit examiner auparavant si la chaleur & le froid seuls ne pourraient pas altérer la puissance réfringente de l'air, tandis que sa densité reste la même. On en peut faire l'épreuve en échauffant l'air condensé ou raréfié, renfermé dans le prisme, un moment avant qu'il soit appliqué à la lunette, & examinant ensuite si le cheveu qui est au foyer de cette lunette, couvre toujours la même marque pendant tout le tems que l'air se réfroidit.

420. Supposant que la pompe ait pu raréfier l'air du prisme au même degré que celui de la couche supérieure de l'atmosphere, il n'est pas difficile de voir que la réfraction que souffre le rayon en passant de l'air raréfié du prisme dans l'air ordinaire, est sensiblement égale à celle qu'un rayon souffre en traversant l'atmosphere sous le même angle d'incidence. Car la réfraction totale de la lumière en traversant l'atmosphere, depuis ses couches les plus élevées & les plus raréfiées jusqu'aux plus basses & les plus denses, est égale à la réfraction que la lumière souffrirait en passant sous la même obliquité immédiatement de la première couche de l'atmosphere dans la plus basse, c'est-à-dire, dans l'air dense & grossier que nous respirons: or, l'air raréfié du prisme étant supposé avoir la même raréfaction que l'air de la couche la plus élevée de l'atmosphere, la lumière se rompt donc en passant du prisme dans l'air grossier, comme elle se romprait en passant de la première couche de l'atmosphere dans cet air grossier; donc, &c.

421. Mr. Newton a donné dans son Optique une table des sinus d'incidence & de réfraction pour un assez grand nombre de solides & de fluides, & y en a joint une autre des forces avec lesquelles ces corps rompent & réfléchissent la lumière; & il trouve que ces forces sont à peu près proportionnelles aux densités de ces mêmes corps, à l'exception des corps gras & sulphureux, lesquels rompent davantage la lumière, que d'autres corps de même densité. Mr. Hauksbée a donné une autre table du rapport de réfraction de plusieurs liqueurs, particuliérement des Chimiques; & lorsqu'il dit que les corps ne rompent pas la lumière à proportion de leurs gravités spécifiques, il entend seulement que lorsque les sinus d'incidence sur différens corps sont les mêmes, le rapport des sinus de réfraction n'est pas le même que le rapport réciproque de leurs pesanteurs spécifiques; ce qui est très-vrai, mais n'est nullement contraire à la regle de Mr. Newton pour le rapport de leurs forces. Par cette regle & par les expériences précédentes, je trouve que la force réfractive de l'air est comme sa densité, son degré de chaleur étant donné.

plus grande quantité de la lumière du soleil. Enfin, si on mêle le rouge & le violet en différentes proportions, on produira différens pourpres qui ne ressembleront jamais, à la vue, à la couleur d'aucune lumière homogene; & il est clair que si on mêle à ces pourpres du jaune & du blanc, il en résultera de nouvelles couleurs (*Opt. de Mr. Newton*, *pag. 149 & 150.*).

181. On peut composer avec des couleurs, le blanc & toutes les couleurs grises entre le blanc & le noir; & la lumière blanche du soleil est composée de toutes les couleurs primitives mêlées dans une proportion convenable.

Fig. 359. IX. EXPÉRIENCE. Qu'on reçoive l'image solaire PT sur une lentille MN de six à huit pieds de foyer, dont la largeur excede quatre pouces, laquelle soit éloignée du prisme ABC d'environ six pieds; cette lentille rendra convergente la lumière colorée qui sort du prisme divergente, & la rassemblera à son foyer G, où l'on disposera perpendiculairement à cette lumière, un papier blanc DE, pour la recevoir. Si on approche ce papier de la lentille, & qu'ensuite on l'éloigne, on remarquera que, près de la lentille, comme en de, le spectre pt, sur le papier, aura ses couleurs très-fortes; qu'en éloignant ensuite le papier de la lentille, ces couleurs se rapprocheront continuellement; & que venant alors à se mêler de plus en plus, elles ne cesseront de s'affaiblir mutuellement jusqu'à ce que le papier parvienne au foyer G, où étant parfaitement mêlangées, elles s'évanouiront entiérement, & se convertiront dans une lumière blanche, toute la lumière paraissant alors sur le papier comme un petit cercle blanc. Si l'on continue d'éloigner le papier de la lentille, les rayons qui convergeaient auparavant, se croiseront au foyer G, d'où ils iront en divergeant, & feront voir les mêmes couleurs, mais dans un ordre renversé; de sorte que le papier étant arrêté, par exemple, en $d'e'$, le rouge t qui auparavant était en bas, se trouve alors en haut, & le violet p qui était en haut, se trouve en bas.

Remettons présentement le papier au foyer G, où la lumière paraît entiérement blanche & circulaire, & considérons-en la blancheur. Je dis que cette blancheur est composée des couleurs qui appartiennent aux rayons convergens. Car si on empêche que quelqu'une de ces couleurs ou plusieurs ne passent au travers de la lentille, la lumière cessera aussi-tôt d'être blanche, & prendra la couleur qui résulte du mêlange des couleurs non interceptées. Si on rend ensuite aux couleurs interceptées la liberté de passer, combinées de nouveau avec cette couleur composée, elles rétabliront le blanc par leur mêlange. Ainsi, si le violet, le bleu & le vert sont interceptés, le jaune, l'orangé & le rouge qui restent, composeront sur le papier une espece d'orangé; si après cela on permet le passage aux couleurs interceptées, elles tomberont sur cet orangé composé; & par leur mêlange avec cette couleur, elles reproduiront le blanc. Si ce sont le rouge & le violet qu'on empêche de passer, les autres couleurs, le jaune, le vert & le bleu composeront sur le papier une espece de vert; qu'on laisse passer ensuite le rouge & le violet, ils se mêleront avec ce vert, & on verra renaître le blanc. Or, dans cette composition, d'où résulte le blanc, les rayons de différente espece ne souffrent aucun changement dans leurs qualités *colorifiques* en agissant l'un sur l'autre; ils ne font que se mêler, & c'est de leur mêlange seul que résulte le blanc. Tout cela va être mis dans un nouveau jour par ce que nous allons dire.

Si après avoir mis le papier au-delà du foyer G, comme en $d'e'$, on intercepte & on laisse passer alternativement le rouge, le violet qui reste sur le papier n'en souffrira aucun changement, ce qui devrait cependant arriver, si les différentes especes de rayons agissaient mutuellement les unes sur les autres au foyer G, où ces rayons se croisent. Il en sera de même du rouge qui est sur le papier; si l'on refuse & l'on permet alternativement le passage au violet, ce rouge n'en souffrira point de changement.

Si après avoir remis le papier au foyer G, on regarde au travers du prisme HIK, l'image blanche circulaire tracée en G, & que cette image transportée en rv par la réfraction du prisme, y paraisse teinte de diverses couleurs, savoir, de violet en v, de rouge en r, & des autres couleurs intermédiaires; si à fréquentes reprises on défend & ensuite on permet alternativement au rouge l'entrée de la lentille, on le verra disparaître & reparaître en r autant de fois; mais le violet en v n'en souffrira aucun changement. De même, si on intercepte le bleu à son entrée dans la lentille, & si on le laisse passer alternativement, le bleu en v disparaîtra & reparaîtra autant de fois, sans qu'il arrive aucun changement au rouge en *r*. Le rouge eſt donc produit par des rayons d'une certaine eſpece, & le bleu par ceux d'une autre; & ces rayons n'agiſſent point l'un ſur l'autre au foyer *G*, où ils ſe croiſent: il en eſt de même des autres couleurs.

Je conſidérai de plus, que ſi ayant rendu convergens & par conſéquent inclinés l'un à l'autre, les rayons les plus réfrangibles *Pp*, & les moins réfrangibles *Tt*, on diſpoſait au foyer *G* le papier très-obliquement par rapport à ces rayons, il pourrait réfléchir une de ces deux eſpeces de rayons plus abondamment qu'il ne réfléchirait l'autre, & qu'au moyen de quoi la lumière réfléchie ſerait teinte, dans ce foyer, de la couleur des rayons dont les eſpeces domineraient, pourvu que ces rayons conſervaſſent chacun leurs couleurs ou qualités colorifiques dans le blanc compoſé qu'ils produiſent à ce foyer. Car s'ils ne les y conſervaient pas, & que chaque eſpece de rayons en particulier vint à y prendre une diſpoſition propre à exciter en nous la ſenſation du blanc, ces ſortes de réflexions ne pourraient leur faire perdre leur blancheur. J'inclinai donc très-obliquement le papier aux rayons, comme on le voit repréſenté en $2d'2e'$, afin que les rayons les plus réfrangibles *Pp*, étant reçus plus directement que les autres, puſſent être réfléchis en plus grande quantité; & bientôt le blanc ſe changea ſucceſſivement en bleu, indigo & violet. Après cela, j'inclinai le papier du côté oppoſé, comme on le voit en $2D2E$, afin que les rayons les moins réfrangibles *Tt* tombant avec moins d'obliquité, ils ſe trouvaſſent en plus grand nombre que les autres dans la lumière réfléchie, & le blanc diſparut, auquel ſuccéderent le jaune, l'orangé & le rouge.

Enfin, j'imaginai un inſtrument *XY* en forme de peigne, compoſé de ſeize dents larges d'environ un pouce & demi, & éloignées l'une de l'autre de deux pouces environ. Plaçant ſucceſſivement les dents de cet inſtrument immédiatement avant la lentille, j'interceptai une partie des couleurs au moyen de la dent interpoſée, tandis que les autres couleurs qui avaient la liberté de paſſer par les intervalles qui ſéparaient cette dent de ſes voiſines, allaient tomber ſur le papier *DE*, & y formaient une image ronde du ſoleil. J'avais d'abord eu ſoin de placer le papier de manière que l'image pût paraître blanche, toutes les fois qu'on ôterait le peigne; or, comme par l'interpoſition des dents du peigne, une partie des couleurs, à la réunion desquelles l'image devait sa blancheur, était interceptée, l'image perdait sa blancheur, & prenait toujours une couleur composée de celles qui n'avaient pas été interceptées; & cette couleur variait continuellement par le mouvement que j'imprimais au peigne; de sorte que chaque dent passant à son tour devant la lentille, on voyait toujours le rouge, le jaune, le vert, le bleu & le pourpre se succéder l'un à l'autre. Je fis passer successivement toutes les dents vis-à-vis de la lentille, & lorsqu'elles passaient lentement, on voyait sur le papier une succession continuelle de couleurs. Mais si je les faisais passer assez rapidement pour que ces couleurs se succédassent avec trop de promptitude pour pouvoir être distinguées l'une de l'autre, chacune d'elles disparaissait entiérement. On ne voyait plus ni rouge, ni jaune, ni vert, ni bleu, ni pourpre; du mêlange confus de toutes ces couleurs, il n'en provenait qu'une seule d'un blanc uniforme; & cependant il n'y avait aucune partie dans la lumière que le mêlange des couleurs rendait blanche, qui le fut réellement: une partie était rouge, l'autre jaune, une troisième verte, une quatrième bleue & une cinquième pourpre; de sorte que chaque partie conserve la couleur qui lui est propre, jusqu'à ce qu'elle aille faire son impression dans le *sensorium*. Si les impressions se suivent avec assez de lenteur pour pouvoir être apperçues séparément, toutes les couleurs excitent autant de sensations distinctes qui se succédent comme elles. Si au contraire ces impressions se suivent avec trop de promptitude pour qu'on puisse les appercevoir, chacune séparément, il résulte de toutes ces impressions une sensation commune qui n'est celle d'aucune couleur en particulier, mais qui tient de toutes indifféremment; & cette sensation est une sensation de blanc. Une succession précipitée & rapide fait que les impressions des différentes couleurs sont confondues dans le *sensorium*; & de cette confusion résulte une sensation mixte. Si on meut circulairement avec vîtesse, un charbon allumé, on voit un cercle qui paraît être tout de feu, parce que la sensation qu'excite le charbon dans les différens endroits du cercle qu'il parcourt, se conserve dans le *sensorium* jusqu'à ce que le charbon revienne au lieu où il était quand il a fait son impression. Ainsi lorsque les couleurs se suivent avec une extrême rapidité, l'impreſſion de chacune d'elles ſubſiſte dans le *ſenſorium*, juſqu'à ce qu'elles ayent toutes fait leur impreſſion, & que la première couleur revienne; de ſorte que les impreſſions de toutes les couleurs qui ſe ſuivent avec tant de promptitude, ſe trouvent toutes à la fois dans le *ſenſorium*, & conjointement y excitent une ſenſation unique réſultante de celles de toutes ces couleurs. Il eſt donc évident par cette Expérience que les impreſſions de toutes les couleurs étant mêlées & comme confondues, excitent & produiſent une ſenſation du blanc, c'eſt-à-dire, que le blanc eſt compoſé de toutes les couleurs mêlées enſemble (*Opt. de Mr. Newton*, *pag.* 153 *& ſuiv.*).

X. EXPÉRIENCE. Juſqu'ici j'ai produit, dit Mr. Newton, du blanc en mêlant les couleurs priſmatiques; préſentement pour voir ce qui réſulterait du mêlange des couleurs des corps naturels, qu'on prenne une eau de ſavon, & qu'on l'agite juſqu'à ce qu'elle ſoit en écume : ſi après que cette écume ſera un peu répoſée, on la regarde avec attention, on remarquera par-tout diverſes couleurs ſur la ſurface des différentes bulles dont elle eſt compoſée; mais ſi on s'en éloigne aſſez pour ne pouvoir diſtinguer ces couleurs l'une de l'autre, toute l'écume paraîtra d'un blanc parfait (*Opt. de Mr. Newton*, *pag.* 167.).

XI. EXPÉRIENCE. J'ai auſſi tenté de compoſer du blanc en mêlant enſemble les poudres colorées dont ſe ſervent les Peintres; & j'ai obſervé que toutes les poudres colorées abſorbent & éteignent une partie conſidérable de la lumière dont elles ſont illuminées. Car elles deviennent colorées en réfléchiſſant la lumière de leur propre couleur en plus grande quantité, & celle des autres couleurs en plus petite quantité; elles ne réfléchiſſent pas cependant la lumière de leur propre couleur auſſi abondamment que les corps blancs. Si, par exemple, on expoſe de la mine de plomb rouge, & un papier blanc à la lumière rouge du ſpectre coloré formé dans une chambre bien fermée, par la réfraction du priſme, comme dans la cinquieme Expérience, le papier paraîtra plus lumineux que la mine, & par conſéquent il réfléchit les rayons rouges en plus grand nombre qu'elle. Si on les expoſe à la lumière de quelqu'autre couleur, la quantité de cette lumière réfléchie par le papier, ſurpaſſera bien davantage celle de la lumière que la mine réfléchira : il en eſt de même des poudres des autres couleurs. Ainſi nous ne devons point attendre que le mêlange de ces poudres produiſe un blanc clair & net, comme celui du papier, mais un blanc ſombre & obſcur, tel que celui que peut produire un mêlange de lumière & d'obſcurité, ou de blanc & de noir, c'eſt-à-dire, une eſpece de gris ou de brun, ou de roux, de la couleur, par exemple, des ongles humains, des ſouris, des cendres, des pierres ordinaires, du mortier, de la pouſſiere, &c. J'ai ſouvent compoſé cette eſpece de blanc obſcur, en mêlant des poudres colorées. Ainſi une partie de mine de plomb rouge combinée avec cinq parties de vert de gris, me donna une couleur brune ſemblable à celle d'une ſouris. Car ces deux couleurs conſidérées ſéparément, étaient tellement compoſées des autres, que par leur union elles faiſaient un mêlange de toutes les couleurs. J'employai moins de mine de plomb que de vert de gris; parce que la couleur de la mine de plomb a bien plus d'éclat que celle du vert de gris. Avec une partie de mine de plomb & quatre parties de cendre bleue, je compoſai une couleur brune qui tirait un peu ſur le pourpre; ayant ajoûté un mêlange d'orpiment & de vert de gris, dans une proportion convenable, cette couleur perdit la teinte de pourpre qu'elle avait, & devint d'un brun clair : mais l'Expérience réuſſit beaucoup mieux ſans mine de plomb, en la faiſant de cette autre manière. J'ajoûtai peu à peu à l'orpiment d'un certain pourpre vif & éclatant, dont les Peintres ſe ſervent, juſqu'à ce que l'orpiment ceſſât d'être jaune, & devînt d'un rouge pâle; je fis entrer dans le mêlange autant de vert de gris & d'azur qu'il en était néceſſaire, pour qu'il devînt d'un gris ou blanc pâle, tel qu'il n'approchât pas plus de l'une de ces couleurs que de l'autre : ce gris ou blanc ſe trouva ſemblable à celui des cendres, ou du bois fraîchement coupé, ou de la peau humaine. Comme l'orpiment réfléchiſſait plus de lumière qu'aucune des autres poudres, il contribuait plus que le reſte à la blancheur de cette couleur compoſée : au reſte, les poudres de la même eſpece, ayant différens degrés de bonté, il eſt aſſez difficile de déterminer dans quelle proportion elles doivent être employées. On conçoit cependant qu'il faut diminuer ou augmenter la doſe, ſelon que la poudre eſt d'une couleur plus ou moins foncée, plus ou moins vive.

Or, comme ces couleurs grises & brunes peuvent aussi être produites par un mêlange de blanc & de noir, & qu'elles ne different par conséquent du blanc parfait, que par le degré de clarté, & non par l'espece de la couleur, il est évident que pour les rendre parfaitement blanches, il n'est besoin que d'en augmenter suffisamment l'éclat; & au contraire si en augmentant leur éclat, on peut les rendre parfaitement blanches, on pourra aussi en conclure qu'elles sont de même espece, pour la couleur, que les blancs les plus parfaits, & qu'elles n'en different que par la quantité de lumière : pour m'en convaincre, je fis l'expérience suivante. Je pris le tiers du dernier mêlange gris, composé, comme on a vu, d'orpiment, de pourpre, d'azur & de verd de gris, dont je mis une couche assez épaisse sur le plancher de ma chambre à l'endroit où le soleil donnait par une fenêtre ouverte, & je plaçai dans l'ombre tout auprès de cette couche, un morceau de papier blanc de la même grandeur; je m'éloignai ensuite à douze ou dix-huit pieds, jusqu'à ce qu'il ne me fût plus possible de discerner l'inégalité de la surface de la poudre, ni les petites ombres que produisaient ses parties les plus grossieres; alors cette poudre me parut d'une très-grande blancheur; elle surpassait même la blancheur du papier, sur-tout si l'on rendait un peu plus forte l'ombre où était le papier, en interceptant la lumière réfléchie par les nuages; dans lequel cas, le papier comparé à la poudre, paraissait d'un gris pareil à celui dont cette poudre paraissait avant. Mais en mettant le papier dans un endroit où le soleil donne à travers les vitres de la fenêtre, ou en fermant la fenêtre, pour que le soleil n'illumine la poudre qu'au travers des vitres, ou bien en augmentant ou diminuant par quelqu'autre moyen semblable, la lumière que reçoivent la poudre & le papier, on peut rendre la lumière qui illumine la poudre, plus forte que celle qui éclaire le papier, dans la proportion convenable pour que la poudre & le papier paraissent exactement de la même blancheur. Or, si l'on considere que le blanc de la poudre exposée au soleil, était composé des couleurs que les poudres composantes ont chacune au soleil, on doit nécessairement conclure de cette Expérience, ainsi que de la précédente, que différentes couleurs mêlées ensemble, peuvent produire un blanc parfait (*Opt. de Mr. Newton, pag. 167 & suiv.*).

182.

182. Les couleurs des corps naturels proviennent de ce qu'ils réfléchissent une certaine espece de rayons plus abondamment qu'aucune autre. Le minium & le cinnabre réfléchissent les rayons les moins réfrangibles, c'est-à-dire, les rayons rouges en plus grand nombre; & c'est pour cela que ces substances paraissent rouges. Les violettes réfléchissent les rayons les plus réfrangibles en plus grande quantité, & c'est delà que vient leur couleur. Il en est de même des autres corps; chacun d'eux réfléchit les rayons de sa propre couleur, en plus grand nombre que ceux de toute autre espece; de sorte que c'est de l'espece de rayons qui domine dans la lumière réfléchie que chaque corps tire sa couleur.

XII. EXPÉRIENCE. Car si l'on plonge des corps de différentes couleurs dans les lumières homogenes, qu'on s'est procurées dans la cinquième Expérience, on trouvera, comme moi, que chaque corps a plus d'éclat, & est plus lumineux dans la lumière qui est de sa couleur. Le cinnabre ou vermillon n'a jamais plus d'éclat que lorsqu'il est placé dans un rouge homogene; au lieu que dans le vert il en a beaucoup moins, & moins encore si on le met dans le bleu. L'indigo placé dans un violet bleu, a plus d'éclat; & si on l'en éloigne, en lui faisant traverser successivement le vert, le jaune & le rouge, son éclat diminue par degrés. Une substance verte réfléchit plus fortement le vert, puis le bleu & le jaune qui composent le vert, qu'elle ne réfléchit les autres couleurs, le rouge & le violet. Mais pour rendre ces Expériences plus sensibles, il faut faire choix des corps qui ont les couleurs les plus fortes & les plus vives, & comparer deux de ces corps de couleurs différentes. Par exemple, si on expose ensemble le cinnabre & l'outremer ou quelqu'autre bleu qui ait beaucoup d'éclat, à une lumière rouge homogene, ils paraîtront rouges tous deux; mais le cinnabre sera d'un rouge très-vif, & aura beaucoup d'éclat, & l'outremer d'un rouge faible, sombre & obscur. Si on les expose ensemble à une lumière bleue homogene, ces deux substances paraîtront bleues toutes deux, avec cette différence, que l'outremer sera d'un bleu qui aura beaucoup d'éclat & de vivacité, & le cinnabre d'un bleu faible & sombre. Or, cela montre évidemment que le cinnabre réfléchit la lumière rouge bien plus abondamment que l'outremer, & que l'outremer réfléchit la lumière bleue en beaucoup plus grande quantité que le cinnabre. La même Expérience réussit également avec le minium & l'indigo, ou avec deux autres corps colorés quelconques, pourvu qu'on fasse les compensations que demandent la différente vivacité ou faiblesse de leurs couleurs.

Non seulement la cause à laquelle j'attribue les couleurs des corps naturels, est la vraie, mais c'est encore la seule qu'on puisse assigner; ce qui se trouve confirmé par cette considération, que la couleur d'une lumière homogene ne peut être changée par la réflexion des corps naturels. Car si les corps ne peuvent occasionner, par réflexion, aucun changement dans la couleur de quelque espece de rayons que ce soit, ces corps ne sauraient paraître colorés par d'autre moyen qu'en réfléchissant les rayons qui sont de leur couleur, ou ceux qui par leur mêlange doivent la produire (*Opt. de Mr. Newton, pag. 202 & suiv.*).

Quant aux liqueurs colorées transparentes, il est à remarquer que leur couleur varie avec leur épaisseur. Par exemple, une liqueur rouge contenue dans un verre conique qu'on tient entre l'œil & la lumière, paraît au fond du verre où elle a peu d'épaisseur, d'un jaune pâle; un peu plus haut, où elle a plus d'épaisseur, elle est d'une couleur d'orangé; plus haut où elle en a encore davantage, elle devient rouge; enfin à l'endroit où son épaisseur est la plus grande, le rouge dont elle paraît, est le plus foncé & le plus obscur. Car on doit penser qu'une semblable liqueur arrête fort aisément les rayons indigo & violets, moins aisément les verts, & plus difficilement les rouges; & que si le volume de cette liqueur n'a que l'épaisseur convenable pour qu'elle puisse arrêter un nombre suffisant de rayons violets & indigo, sans diminuer beaucoup le nombre des autres rayons, ces autres rayons doivent composer un jaune pâle. Mais si le volume de la liqueur a assez d'épaisseur pour qu'elle arrête aussi un grand nombre de rayons bleus & quelques-uns des verts, le reste doit composer un orangé. Lorsqu'elle commence à acquérir assez d'épaisseur pour arrêter aussi une multitude de rayons verts, & un nombre considérable de rayons jaunes, les autres doivent commencer à composer du rouge; & ce rouge doit devenir plus foncé & plus obscur, à mesure que, par l'accroissement de son épaisseur, la liqueur arrête davantage les rayons jaunes & les orangés ; de sorte qu'à l'exception des rayons rouges, il y en a peu qui puissent passer au travers * (*Opt. de Mr. Newton*, *pag. 206 & 207.*).

422. * Mr. Newton rapporte au même endroit, que le D. Halley plongeant dans la mer, renfermé dans un vase destiné à cet usage, un jour qu'il faisait un fort beau soleil, trouva qu'après avoir été enfoncé plusieurs brasses dans l'eau, la partie supérieure de sa main sur laquelle le soleil donnait directement au travers de l'eau & d'une petite fenêtre de verre par où la lumière entrait dans le vase, paraissait d'un rouge semblable à celui d'une rose de damas ; & que l'eau d'au-dessous & la partie inférieure de sa main illuminée par la lumière réfléchie de cette eau, paraissaient vertes. On peut conclure delà, dit Mr. Newton, que l'eau de la mer réfléchit fort aisément les rayons violets & bleus ; mais qu'elle laisse passer les rouges fort librement & abondamment, jusqu'à une très-grande profondeur. Car par cela même que le rouge domine dans les plus grandes profondeurs de l'eau, la lumière directe du soleil y doit paraître rouge ; & à mesure que la profondeur est plus grande, ce rouge doit être plus plein & plus foncé ; & aux profondeurs où les rayons violets ne peuvent gueres pénétrer, les rayons bleus, les verts & les jaunes étant réfléchis d'en bas en plus grande quantité que les rouges, doivent composer du vert (*Opt. de Mr. Newton*, *pag. 208.*).

423. Les couleurs dont il est question dans tout ce Chapitre, sont réelles & permanentes ; elles ne dépendent que des propriétés de la lumière, & de la surface extérieure des objets. Il en est d'autres qui paraissent dépendre de l'organe bien plus que de la lumière. Telles sont les couleurs, qu'on voit par un trop grand ébranlement, par une trop grande fatigue de l'œil, que Mr. de Buffon a nommées *couleurs accidentelles*, sur lesquelles ce célébre Académicien a donné un mémoire très-curieux inséré dans le volume des Mém. de l'Acad. année 1743. Nous allons tâcher d'en donner une idée, après avoir dit un mot des causes par lesquelles elles sont engendrées. Tout ce qu'on va voir est tiré tant de l'Histoire même de l'Académie de la même année, que du Mémoire.

424. Lorsqu'après avoir regardé fixement le soleil couchant, on ferme les yeux, son disque qui reste empreint dans l'imagination, paraît successivement de diverses couleurs : on le voit blanc, jaune, rouge, vert, bleu ou violet, & enfin noir, à peu près selon l'ordre des couleurs prismatiques ; quelquefois ces couleurs n'ont point d'ordre & ne se manifestent que par reprises. Tout cela dépend de l'ébranlement plus ou moins grand du nerf optique, & du plus ou moins de tems pendant lequel il se conserve.

425. Si on reçoit un coup subitement sur les yeux, si on les a mal disposés ou fatigués, on voit encore des couleurs ; & tous ces effets auront lieu toutes les fois que, par quelque cause que ce puisse être, les fibres du nerf optique, seront ébranlées, agitées, comme elles le sont par la lumière & les couleurs. Car il est certain qu'alors on doit éprouver les mêmes sensations que si l'organe recevait l'impression actuelle des corps lumineux ou colorés ; ainsi les couleurs accidentelles & variables peuvent être engendrées par une infinité de causes.

426. Mais si ces couleurs naissent d'ordinaire du trop grand ébranlement, ou de la tension trop forte de l'œil, toute espece d'ébranlement ou de tension ne les produit pas indifféremment ; il faut faire entrer en considération la couleur de l'objet, dont l'impression trop forte ou trop longue a vivement agité les fibres du nerf optique. Ainsi le rouge naturel produit le vert accidentel, le jaune produit le bleu, le vert produit le pourpre, le bleu produit le rouge, le noir produit le blanc, & le blanc produit le noir. Mr. de Buffon est le premier qui ait remarqué ce rapport, cette

Si on mêle ensemble deux liqueurs de couleurs fortes & chargées, l'une rouge, par exemple, l'autre bleue, ayant chacune assez d'épaisseur, c'est-à-dire, étant en assez grande quantité, pour que leur couleur soit suffisamment foncée; quoique prises séparément elles soient assez transparentes, leur mêlange cependant sera opaque. Car si l'une ne laisse passer que les rayons

correspondance sistématique entre les couleurs accidentelles & les réelles; & c'est par une suite d'expériences également curieuses & décisives qu'il y a été conduit: Nous allons en rapporter quelques-unes.

427. Si on regarde fixement & long-tems une tache ou une figure rouge sur un fond blanc, par exemple, un petit carré rouge, on verra naître autour du petit carré rouge une espece de couronne d'un vert faible; & si, cessant de regarder le carré rouge, on porte l'œil sur quelqu'autre endroit du fond blanc, on y appercevra très-distinctement un carré d'un vert tendre tirant un peu sur le bleu, & de la même grandeur que le rouge. Cette apparence, dit Mr. de Buffon, subsiste d'autant plus que le rouge a fait une plus forte impression, & ne s'évanouit qu'après qu'on a porté l'œil successivement sur différens objets, dont les impressions nouvelles & variées ont delassé & remis l'organe dans son état ordinaire.

428. En regardant fixement & long-tems un carré jaune sur un fond blanc, on voit naître autour une couronne d'un bleu pâle; & portant ensuite l'œil sur un autre endroit du fond blanc, on voit un carré bleu de même grandeur que le jaune. Il a paru à Mr. de Buffon & à d'autres personnes à qui il fit répéter les mêmes expériences, que cette impression occasionnée par le jaune, était plus forte que celle qui l'avait été par le rouge, & que la couleur bleue qu'elle produisait, s'effacait plus difficilement & durait plus de tems que le vert produit par le rouge; ce qui semble prouver, dit Mr. de Buffon, ce que Mr. Newton n'a fait que conjecturer, que le jaune est de toutes les couleurs celle qui fatigue le plus nos yeux.

429. On trouve de même, que le vert produit un pourpre pâle, le bleu un rouge pâle, le noir un blanc beaucoup plus vif que celui du fond, &c. On sent combien il est aisé de varier toutes ces apparences; & d'en produire de différentes, en changeant de fond, & en variant la couleur & la figure des taches. Il faut observer qu'on réussira mieux avec des couleurs brillantes, telles que celles des métaux polis, qu'avec les couleurs mattes comme sont celles du papier & des étoffes. Ces couleurs ayant plus d'éclat, doivent produire une impression plus vive & d'une plus longue durée.

430. Mr. de Buffon a remarqué de plus que ces couleurs accidentelles combinées & mêlées avec les naturelles, donnent les mêmes couleurs que ces dernières mêlées avec d'autres de même nature; par exemple, si une couleur accidentelle bleue produite par le jaune, tombe sur un fond jaune, elle devient verte.

431. Mr. de Buffon fait mention dans son Mémoire d'un phénomene très-singulier qu'il a observé: c'est que les ombres des corps, qui, par leur essence doivent être noires, puisqu'elles ne sont que la privation de la lumière, sont colorées au lever & au coucher du soleil. Il a remarqué que les ombres des arbres & d'autres objets, qui tombaient sur une muraille blanche, étaient bleues, quelquefois d'un bleu fort vif, d'autres fois d'un bleu pâle, d'autres fois enfin d'un bleu foncé. Mr. Bouguer donne la raison physique de ce phénomene à la fin de son Traité de la gradation de la lumière. » Il est » causé, dit cet homme célébre, par la couleur » aërienne de l'atmosphere qui éclaire ces » ombres, & dans laquelle les rayons bleus » dominent. Ils réjaillissent obliquement en » quantité, pendant que les rayons rouges, » qui vont se perdre plus loin en suivant la » ligne droite, ne peuvent pas modifier » l'ombre, parce qu'ils ne se réfléchissent » pas, ou qu'ils se réfléchissent beaucoup » moins ». Mais pour bien entendre ceci, lisez les dernières pages du Traité cité.

rouges, & l'autre les rayons bleus, il n'en pourra passer aucun au travers de leur mêlange. C'est ce que Mr. Hook éprouva par hasard, avec deux coins de verre remplis l'un d'une liqueur rouge, l'autre d'une liqueur bleue, & ce qu'il remarqua avec étonnement, s'attendant d'autant moins à cet effet, que la raison en était inconnue (*Opt. de Mr. Newton*, *pag.* 209).

Puis donc que les corps deviennent colorés en réfléchissant ou en transmettant telle ou telle espece de rayons plus abondamment que toutes les autres, on doit imaginer qu'ils arrêtent & éteignent les rayons qu'ils ne réfléchissent point, ou qu'ils ne laissent point passer. Car qu'on tienne entre l'œil & la lumière une feuille d'or, la lumière paraîtra d'un bleu verdâtre: il faut donc que les rayons bleus ayent la liberté d'entrer dans l'intérieur de l'or quand il est en masse, où, après des réflexions sans nombre dans ses pores, ils s'éteignent, tandis qu'il réfléchit extérieurement les rayons jaunes : ce qui le fait paraître de cette couleur. Et de même, à peu près, qu'une feuille d'or est jaune par une lumière réfléchie, & bleue par une lumière transmise, de même aussi certaines liqueurs, telles que la teinture de bois Néphrétique & certaines especes de verre, laissent passer une espece de rayons en plus grande quantité, & en réfléchissent une autre, & à cause de cela paraissent de différentes couleurs, selon les différentes positions de l'œil par rapport à la lumière. Un corps transparent que la lumière qu'il transmet fait paraître d'une certaine couleur, peut aussi paraître de la même couleur par la lumière réfléchie, si la lumière de cette couleur est réfléchie par la première surface de ce corps.

CHAPITRE VII.

De la cause de la réfraction, de la réflexion, de l'inflexion & de l'émission de la lumière.

183. ON a cru jusqu'ici que la cause de la réflexion de la lumière devait être attribuée au choc de la lumière contre les parties solides & impénétrables des corps. Les considérations suivantes vont montrer combien cette opinion est peu fondée.

En premier lieu, dans le passage de la lumière du verre dans l'air, il se fait une réflexion aussi forte, ou même un peu plus forte, que dans son passage de l'air dans le verre; & elle est beaucoup plus considérable que lorsqu'elle passe du verre dans l'eau. Or il ne paraît pas probable que les parties de l'air réfléchissent plus fortement la lumière que celles de l'eau ou du verre; & même quand cette supposition serait permise, on n'en serait pas plus avancé; car quand on a pompé l'air d'un récipient de verre, la réflexion est aussi forte ou même plus forte qu'auparavant.

En second lieu, si la lumière dans son passage du verre dans l'air, rencontre la surface qui sépare les deux milieux sous un angle plus petit que 40° ou 41°, elle est totalement réfléchie; si son incidence est moins oblique, elle passe presque toute au travers. Or, il serait absurde de dire que la lumière rencontrât, sous une certaine obliquité, assez de pores dans l'air, pour que sa plus grande partie pût passer, tandis que, sous une autre obliquité, ce milieu ne lui présenterait que des parties capables de la réfléchir en entier, sur-tout si l'on considere que lorsqu'elle passe de l'air dans le verre, quelque oblique que soit son incidence, le verre lui offre des pores en assez grand nombre pour la laisser passer en grande partie. Si on prétendait que ce n'est pas l'air qui réfléchit la lumière, que ce sont les dernières parties de la surface du verre, la difficulté subsisterait toujours la même; sans compter que cette supposition est inintelligible, & qu'on en reconnaît bientôt la fausseté, en appliquant en quelqu'endroit de la surface postérieure du verre, de l'eau à la place de l'air. Car alors les rayons qui ont une obliquité convenable, comme de 45 à 46°, pour être tous réfléchis lorsque l'air touche le verre, sont transmis en grande partie, lorsque l'eau est contigue au verre : ce qui prouve que leur réflexion ou leur transmission, dépend uniquement de la constitution de l'air & de l'eau, qui touchent la surface postérieure du verre, & non du choc de la lumière contre les parties solides de cette surface.

En troisième lieu, si les rayons colorés dans lesquels un trait de lumière introduit dans une chambre obscure, a été décomposé par le prisme, sont reçus successivement sous la même inclinaison sur un second prisme placé loin du premier (en suivant un procédé semblable à celui de la 3e Expérience), ce second prisme peut être tellement incliné aux rayons incidens, qu'il réfléchisse tous les rayons bleus, tandis qu'il transmettra les rouges en assez grand nombre. Or si la réflexion est occasionnée par les parties de l'air ou du verre, je demande pourquoi, l'incidence étant la même, les rayons bleus rencontreraient tous ces parties, qui par conséquent les réfléchiraient, tandis que les rouges trouveraient assez de pores pour pouvoir passer en grande quantité.

Enfin si les rayons de lumière étaient réfléchis par leur choc contre les parties solides des corps, leurs réflexions de dessus les corps polis ne pourraient pas être aussi régulières qu'elles le sont. Car on ne se persuadera jamais, qu'en polissant le verre avec de la potée, du sable ou du tripoli, ces substances puissent procurer, par le frottement, aux plus petites parties du verre, un poli assez parfait, pour que toutes leurs surfaces soient véritablement planes ou sphériques, & disposées toutes du même sens, de manière qu'elles composent toutes ensemble une surface unique & parfaitement unie. Tout ce que peuvent faire ces poudres, quelle que soit la petitesse de leurs particules, se réduit à briser les petites éminences qui se rencontrent sur la surface qui doit être polie; à détruire, autant qu'il est possible, toutes ses petites asperités; à rendre enfin les sillonnemens de cette surface insensibles à la vue. D'où il suit que si la lumière était réfléchie par son choc contre les parties solides du verre, elle serait aussi dispersée par les verres les plus polis que par ceux qui le sont le moins : de sorte que l'on est encore à savoir comment le verre, quoique sillonné, & d'un poli toujours imparfait, peut réfléchir la lumière aussi réguliérement qu'il le fait. (*Opt. de Mr. Newton*, *pag. 307 & suiv.*).

184. Or on ne peut gueres satisfaire à cette question, qu'en admettant pour cause de la réflexion d'un rayon de lumière, une puissance repulsive uniformément répandue à la surface de tout corps réfléchissant, en vertu de laquelle le rayon incident est obligé de rejaillir sans qu'il y ait de contact immédiat, loin d'être repoussé, comme on l'a cru, par les parties superficielles du corps. Je vais faire voir par les Expériences suivantes, que les parties d'un corps ont en effet le pouvoir d'agir sur la lumière à quelque distance.

185. XIII. EXPÉRIENCE. Je plaçai à deux ou trois pieds de distance d'un trou d'un quart de pouce de diametre, par lequel la lumière du soleil entrait dans ma chambre, un carton noirci des deux côtés, percé au milieu d'un trou d'environ les trois quarts d'un pouce carré, pour laisser passer la lumière. Derrière ce trou j'appliquai au carton une lame de couteau très-aiguisée, dans la vue d'intercepter quelque partie de la lumière transmise par le trou. Les plans du carton & de la lame de couteau étaient paralleles entr'eux & perpendiculaires aux rayons. Lorsque je les eus disposés de manière qu'il ne tombât aucune partie de la lumière sur le carton, & qu'elle passât toute par le trou, une partie rencontrant le tranchant de la lame de couteau, tandis que le reste passait à côté, je reçus cette dernière partie sur un papier blanc placé à deux ou trois pieds au-delà du couteau, & j'y remarquai deux traits d'une lumière faible qui s'élançaient de deux endroits du faisceau de lumière dans l'ombre, comme les queues des cométes. Mais parce que la lumière directe du soleil effaçait, par son éclat sur le papier, ces faibles traits, au point que je ne les appercevais qu'avec peine, je fis un petit trou au milieu de ce papier, afin que cette lumière passât au travers, & fût tomber sur un morceau de drap noir que j'avais mis derrière le papier ; alors je vis très-distinctement les deux traits lumineux ; ils étaient semblables, à peu près de même longueur

longueur & de même largeur, & d'une même intenſité de lumière. Près de la lumière directe du ſoleil, cette lumière était aſſez forte pendant l'eſpace d'environ un quart ou une moitié de pouce, & dans tout ſon progrès depuis cette lumière directe, elle décroiſſait par degrés, & devenait enfin imperceptible. La longueur totale de ces traits lumineux, meſurés ſur le papier à la diſtance de trois pieds du couteau, était d'environ 6 à 8 pouces, de ſorte qu'elle ſoutendait un angle, dont le ſommet était au tranchant du couteau, de dix, douze & même quatorze degrés.

XIV. EXPÉRIENCE. Je mis une autre lame de couteau près de la première, en la plaçant de manière que leurs tranchans fuſſent paralleles & vis-à-vis l'un de l'autre, & que quelque partie du faiſceau de rayons ſolaires qui tombait ſur les deux lames, eût la liberté de paſſer entre les deux tranchans. Lorſque ces tranchans étaient éloignés l'un de l'autre d'environ la 400[e] partie d'un pouce, le trait lumineux était diviſé par le milieu en deux parties qui laiſſaient entr'elles une ombre ſi épaiſſe & ſi noire, que toute la lumière qui paſſait entre les deux lames ſemblait s'être pliée & détournée des deux côtés. Si on approchait les deux lames plus près l'une de l'autre, l'ombre devenait plus large, & les traits lumineux devenaient plus courts, l'accourciſſement ſe faiſant par leurs termes intérieurs contigus à l'ombre : lorſque les couteaux vinrent à ſe toucher, toute la lumière diſparut & l'ombre prit ſa place.

Delà je conclus que les rayons qui ſont les moins pliés, & qui vont ſe rendre aux extrémités intérieures de ces traits lumineux, ſont ceux qui paſſent à la plus grande diſtance du tranchant des lames, & que cette diſtance eſt d'environ la 800[e]. partie d'un pouce, lorſque l'ombre commence à ſe manifeſter entre les traits lumineux. Quant aux rayons qui paſſent plus près des tranchans des lames, ils ſouffrent des inflexions plus grandes, leſquelles le ſont d'autant plus qu'ils paſſent plus près de ces tranchans; & ces rayons vont former les parties des traits lumineux qui s'éloignent de plus en plus de la lumière directe. Car lorſque les lames s'approchent juſqu'à ſe toucher, les parties de ces traits qui ſont les plus éloignées de la lumière directe, s'évanouiſſent les dernières. (*Opt. de Mr. Newton, pag. 446 & ſuiv.*)

Par ces Expériences & par d'autres qu'il faut lire dans l'Ouvrage même d'où celles-ci sont tirées, Mr. Newton fait voir que dans certains cas les corps agissent sur la lumière par une force d'attraction, & dans d'autres par une force de répulsion. Il a trouvé, par exemple, que les ombres des cheveux, des fils, des épingles, des pailles, & de tous les corps menus & déliés placés dans un très-petit faisceau de rayons solaires introduit dans une chambre obscure, sont beaucoup plus grandes qu'elles ne seraient, si les rayons qui rasent ces corps ne se détournaient pas de leur chemin rectiligne. Mr. Newton a remarqué que l'ombre d'un cheveu projettée à la distance de dix pieds sur un papier, avait trente-cinq fois plus de diametre que le cheveu même *.

432. * Comme l'on pourrait soupçonner que le phénomene de l'agrandissement de l'ombre du cheveu peut être occasionné par la réfraction de l'air, pour prouver le contraire, Mr. Newton mit le cheveu entre deux plaques de verre polies qu'il avait mouillées, en sorte qu'il se trouvait plongé dans l'eau qui remplissait l'intervalle de ces deux verres; il exposa ensuite ces deux plaques perpendiculairement au trait de lumière qui lui avait servi, & l'ombre du cheveu se trouva, à la même distance, de la même grandeur qu'auparavant. Il remarqua aussi que les ombres des sillons tracés sur des plaques polies de verre, de même que celles des veines qui peuvent se rencontrer dans ces plaques, étaient beaucoup plus larges qu'elles n'auraient dû être. D'où Mr. Newton conclut que la grande largeur de ces ombres vient de quelqu'autre cause que de la réfraction de l'air.

433. Mr. Newton explique ensuite comment a dû se faire l'agrandissement de l'ombre du cheveu. Soit *X* le milieu du cheveu (*Fig. 360.*); *ADG*, *BEH*, *CFI*, trois rayons passant d'un côté & près du cheveu à différentes distances; *KNQ*, *LOR*, *MPS*, trois autres rayons passant de l'autre côté du cheveu, à pareilles distances; *D*, *E*, *F* & *N*, *O*, *P* les endroits où les rayons sont pliés en passant à côté du cheveu; *G*, *H*, *I*, & *Q*, *R*, *S*, les endroits où les rayons tombent sur le papier *GQ*; *IS* la largeur de l'ombre du cheveu sur le papier; & *TI*, *VS* deux rayons qui vont en droite ligne aux points *I* & *S*, le cheveu étant supposé ôté. Il est évident que toute la lumière comprise entre ces deux rayons, se plie en passant près du cheveu, & s'écarte de l'ombre *IS*; car si quelque partie de cette lumière ne souffrait point d'inflexion, elle tomberait sur le papier audedans de l'ombre, & illuminerait le papier dans cet endroit, ce qui est contraire à l'expérience. Et parce que lorsque le papier est à une grande distance du cheveu, l'ombre est fort large, & que par conséquent les rayons *TI*, *VS* sont fort éloignés l'un de l'autre, il s'ensuit que le cheveu agit sur les rayons de lumière à une distance considérable dans le tems qu'ils passent à côté de lui. Mais son action est plus forte sur les rayons qui passent à de moindres distances; & elle s'affaiblit toujours de plus en plus, à mesure que les rayons passent à de plus grandes distances, comme on le voit représenté dans la Figure: c'est delà qu'il arrive que l'ombre du cheveu est beaucoup plus large, à proportion de la distance du papier au cheveu, lorsque le papier est plus près du cheveu, que lorsqu'il en est plus éloigné. (*Opt. de Mr. Newton, pag. 480.*)

434. Mais l'augmentation de l'ombre du cheveu n'est pas la seule chose remarquable dans cette expérience. Aux deux côtés de cette ombre projettée sur le papier, on voit trois bandes ou franges colorées, paralleles entr'elles, distinctes & séparées l'une de l'autre. La plus proche de l'ombre est la plus large & la plus lumineuse; la plus éloignée est la plus étroite & la plus faible. On apper-

Et voici comme il s'explique au sujet de ces forces d'attraction & de répulsion. Les métaux dissous dans des acides, n'attirent qu'une très-petite quantité de ces acides ; ainsi leur pouvoir attra-

çoit dans la première de part & d'autre, en venant de l'ombre, les couleurs suivantes, VIOLET, indigo, bleu pâle, vert, jaune, rouge ; dans la seconde, en suivant le même ordre, BLEU, jaune, rouge ; & dans la troisieme, BLEU PALE, jaune pâle & rouge. Le trou par lequel passe le trait de lumière qui frappe le cheveu, & par conséquent le trait lui-même doit être fort petit : le diametre de celui avec lequel Mr. Newton fit son expérience, était d'un quarante-deuxieme de pouce. Pour distinguer plus facilement les couleurs des franges, en leur donnant plus de largeur, il faut disposer le papier obliquement par rapport à la lumière, comme le conseille & l'a pratiqué Mr. Newton.

435. Mais ce n'est pas seulement aux côtés de l'ombre du cheveu que se manifestent les franges colorées ; les ombres de tous les corps exposés au trait de lumière dans lequel on plonge le cheveu, sont aussi bordées de franges tout-à-fait pareilles. On remarque encore les mêmes phénomenes, lorsqu'on regarde le soleil au travers des barbes d'une plume ou auprès des bords d'un chapeau ; on apperçoit alors une infinité de petits arcs-en-ciel ou franges colorées.

436. L'inflexion de la lumière à la surface ou près de la surface des corps, d'où résultent l'agrandissement de l'ombre de ces corps & les franges qui l'accompagnent, est ce que Grimaldi, qui en a fait la découverte, a nommé *Diffraction*. Cette propriété de la lumière est aussi connue sous le nom d'*Inflexion*.

437. Mr. de Mairan a essayé d'expliquer la grande largeur de l'ombre du cheveu & des corps semblables, avec les couleurs qu'on voit aux côtés de cette ombre, en supposant le cheveu enveloppé d'une atmosphere très-subtile, qui offre plus de résistance à la lumière que l'air, & dont la densité ou résistance croit en approchant du cheveu ou en général du corps diffringent. Dans cette supposition l'ombre trop grande à raison de la distance, n'est plus l'ombre du fil, mais celle de son atmosphere ; les couleurs qui paraissent aux deux côtés de l'ombre proviennent des réfractions que les rayons ont souffertes en traversant cette atmosphere ; de sorte que la diffraction n'est, selon Mr. de Mairan, qu'une simple réfraction. Malheureusement on ne peut expliquer par cette atmosphere plusieurs effets de la diffraction, à moins qu'on ne la suppose très-composée ; & même en la supposant telle, il paraît bien difficile qu'elle fournisse une explication un peu satisfaisante de la multiplicité des suites de couleurs, distinctes & séparées l'une de l'autre. (*Voyez les Mémoires de l'Acad. année 1738.*)

438. Les franges dont nous venons de parler se manifestent aussi dans l'expérience des lames de couteau. Voici la description qu'en donne Mr. Newton. A mesure que les couteaux s'approchaient l'un de l'autre, un peu avant que l'ombre parut entre les deux traits lumineux, il commença à se manifester des franges sur les extrémités intérieures de ces traits, aux deux côtés de la lumière directe; trois d'un côté, produites par le tranchant d'un des couteaux, & trois de l'autre, produites par le tranchant de l'autre couteau. Elles étaient d'autant plus distinctes que les couteaux étaient plus éloignés du trou ; si on diminuait ce trou, les franges devenaient encore plus distinctes, de sorte que je pouvais quelquefois distinguer de faibles traces d'une quatrième frange au-delà de ces trois. A mesure que les couteaux continuaient de s'approcher, les franges devenaient plus distinctes & plus amples jusqu'à ce qu'elles eussent disparu. La frange extérieure disparut la première, celle du milieu après, & ensuite l'intérieure. Quand elles eurent toutes disparu, & que la ligne lumineuse qui était au milieu de ces franges, fut devenue extrêmement large, de sorte qu'elle se répandait des deux côtés dans les deux traits lumineux décrits dans la 13e Expérience, l'ombre ayant commencé à paraître au milieu de cette ligne, & à la partager en

ctif ne peut agir qu'à une très-petite distance : & de même qu'en algebre les quantités négatives commencent où les affirmatives disparaissent, de même en méchanique la vertu répulsive doit paraître où l'attraction vient à cesser. Or les réflexions & les inflexions des rayons lumineux portent à croire qu'il existe une force de cette nature ; car dans ces deux cas les rayons sont repoussés, sans qu'il y ait de contact immédiat entr'eux & les corps qui occasionnent ces réflexions ou ces inflexions.

Cela paraît suivre aussi de l'émission de la lumière, tout rayon, aussi-tôt qu'il est lancé du corps lumineux par le mouvement de vibration des parties de ce corps, & qu'il est sorti de la sphere de son attraction, étant poussé avec une vîtesse extrême. Car la force qui est suffisante pour le repousser dans la réflexion, peut l'être encore quand il s'agit de lui imprimer ce mouvement rapide que nous lui connaissons. La production de l'air & des vapeurs annonce aussi l'existence du pouvoir dont nous parlons. Les particules que la chaleur ou la fermentation détache des corps, ne sont pas plutôt hors des limites de l'attraction du corps d'où elles émanent, qu'elles s'éloignent, non-seulement de lui, mais encore les unes des autres avec beaucoup de force, s'écartant quelquefois jusqu'à occuper un espace un million de fois plus grand que celui qu'elles occupaient auparavant, lorsqu'elles étaient sous la forme d'un corps dense & compacte. Il ne paraît pas qu'on puisse rendre raison de cette contraction & expansion prodigieuses, en supposant l'air composé de parties élastiques & rameuses, ou contournées en spirale, ni par quelqu'autre supposition que ce soit, que par celle d'une puissance répulsive. C'est

deux lignes lumineuses, alla en augmentant jusqu'à ce que toute la lumière eut disparu. Cette extension des franges était si grande que les rayons qui allaient jusqu'à la frange intérieure, paraissaient environ vingt fois plus courbés, lorsque cette frange était prête à s'évanouir, que lorsqu'on retirait un des couteaux. (*Opt. de Mr. Newton*, *pag.* 450.)

439. D'où & de la 14ᵉ Expérience, Mʳ. Newton conclut que la lumière de la première frange passait près du tranchant du couteau à plus d'un 800ᵉ de pouce ; que la lumière de la seconde frange passait plus loin du tranchant du couteau que celle de la première frange ; que celle de la troisième passait encore plus loin de ce tranchant, & que les traits lumineux décrits dans la 13ᵉ & 14ᵉ Expérience, passaient plus près des tranchans des couteaux que la lumière d'aucune de ces franges. (*Opt. de Mr. Newton*, *pag.* 451.)

440. Dans la 13ᵉ Expérience il ne paraissait point de franges, dit Mʳ. Newton ; elles s'élargissaient si fort à cause de la largeur du trou fait au volet de la fenêtre, qu'elles rentraient l'une dans l'autre, & produisaient en se joignant ensemble, une lumière continue dans le commencement des traits lumineux.

encore en vertu de ce même pouvoir qu'il semble que les mouches marchent sur l'eau sans se mouiller les pieds; que les objectifs des grandes lunettes couchés l'un sur l'autre ne se touchent que difficilement; & qu'enfin on a tant de peine à procurer ce contact immédiat de deux marbres polis, dans lequel ils sont cependant si adhérens.

186. Cette puissance qui agit sur la lumière est infiniment plus forte que celle de la gravité : le raisonnement suivant en fournit une preuve. Mr. Newton a démontré que tous les corps s'attirent l'un l'autre par la force de la gravité, & que les forces par lesquelles deux spheres homogenes attirent des particules de matière placées très-près de leurs surfaces, sont entr'elles comme les diametres de ces spheres; c'est-à-dire, que si un milieu réfringent est spherique & de la même densité que la terre, l'attraction de la terre près de sa surface sera plus grande que celle de ce milieu près de sa surface, dans le même rapport que le diametre de la terre est plus grand que celui de ce milieu; rapport presque infini, eu égard aux conceptions humaines. Nous savons cependant que l'attraction de la terre détourne à peine sensiblement de la ligne droite un boulet qui vient de sortir de la bouche du canon, & que la plus petite partie de ce boulet, si elle était séparée du reste, ne s'écarterait pas davantage du chemin rectiligne que le boulet même; parce que la gravité agissant sur tous les corps proportionnellement à leur masse, les fait descendre tous avec la même vîtesse. Une particule de lumière dont la vîtesse est comme infinie par rapport à celle du boulet, serait donc infiniment moins détournée de la ligne droite, par l'attraction de toute la terre, que la petite partie du boulet, & encore infiniment moins par l'attraction du milieu sphérique, qui, comme nous venons de le dire, est infiniment moindre que celle de la terre. Mais l'Expérience nous apprend qu'elle est très-sensiblement détournée de sa route; elle éprouve donc alors l'action de quelqu'autre puissance de ce milieu, qui près de sa surface, est infiniment plus considérable que la force de la gravité.

187. Il est difficile de déterminer la véritable loi de cette puissance réfringente, ou les divers degrés de cette force à distances données de la surface réfringente. Quoiqu'il en soit, puisque nous savons que les effets de la gravité qui décroissent

comme les carrés des distances du centre augmentent, sont très-sensibles à de grandes distances, nous pouvons en conclure que la puissance réfractive d'un milieu, que nous avons montré devoir être, à la surface de ce milieu, infiniment plus grande que la force de la gravité, & qui s'évanouit cependant à une distance très-petite de cette surface, doit décroître dans un rapport beaucoup plus grand que la pesanteur.

188. Il paraît raisonnable de conclure que les corps réfléchissent & rompent la lumière par une seule & même puissance, qui s'exerce différemment suivant les diverses circonstances*;

441.* On ne peut disconvenir que dans les expériences des lames de couteau, on ait lieu de croire la lumière attirée par le tranchant des lames, & qu'en conséquence on ne soit fondé à supposer dans certains corps une force d'attraction par laquelle ils agissent sur la lumière, lorsqu'elle vient à passer dans leur voisinage.

442. Le phénomene de l'agrandissement de l'ombre du cheveu & de tous les corps menus frappés, comme lui, par un trait de lumière, porte de même à croire ces corps revêtus d'une puissance, par laquelle ils repoussent la lumière qui passe près de leur surface.

443. Mais il ne paraît pas qu'on soit aussi fondé à prendre ces forces attractives & repulsives pour une même puissance qui attire ou repousse la lumière suivant les circonstances; & tout ce que dit Mr. Newton pour faire recevoir cette supposition, & l'ériger en principe, est certainement très-ingénieux, mais n'a pas à beaucoup près la force nécessaire pour persuader.

444. Au reste, que les forces attractives & repulsives dont il est question, soient ou ne soient pas la même force agissant diversement, selon les circonstances, il est toujours vrai qu'on est fondé à les admettre, & qu'on explique fort heureusement par elles les cas les plus difficiles de la réfraction & de la réflexion. En supposant, ce qui est vraisemblable, les milieux doués d'une force attractive proportionnelle à leur densité (en exceptant toutefois les substances grasses & sulphureuses) on voit dans l'art. 191 & dans les suivans, avec quelle facilité on explique tous les phénomenes de la réfraction.

445. Un rayon va-t-il pour entrer obliquement dans un milieu dense, sitôt que ce rayon, ou plus exactement chacun des corpuscules dont il est composé, en est assez près pour en ressentir l'impression, sa vitesse augmente dans le sens perpendiculaire à la surface réfringente, jusqu'à ce que le corpuscule ait pénétré dans le milieu dense à la profondeur où cesse entiérement l'action du premier milieu, & où par conséquent il est également attiré de toutes parts. Le mouvement de ce corpuscule étant accéléré pendant qu'il traverse l'espace renfermé entre les limites des forces attractives des deux milieux, il se détourne sans cesse en décrivant une courbe qui présente sa concavité vers la surface réfringente, & qui se continue au-delà de cette surface dans le milieu dense jusqu'à la profondeur où le corpuscule cesse d'éprouver l'action du milieu qu'il a quitté; & alors le corpuscule continue de se mouvoir en suivant la direction du dernier petit côté de la courbe, avec une vîtesse uniforme plus grande, comme il est évident, que celle qu'il avait avant. On voit assez, sans qu'on le dise, que l'incurvation que le rayon a soufferte, l'a rapproché de la cathete d'incidence.

446. Si le corpuscule sort de ce milieu dense pour rentrer dans celui où il était, sa vîtesse diminue dans le sens perpendiculaire, aussi-tôt qu'il est parvenu assez près de la surface réfringente pour être plus attiré vers l'intérieur du milieu, où il est encore, que vers l'extérieur; & alors

parce que lorſque la lumière paſſe du verre dans l'air, auſſi obliquement qu'il eſt poſſible, ſi elle rencontre avec un peu plus d'obliquité la ſurface commune de ces deux milieux, elle

il ſe meut d'un mouvement retardé, juſqu'à ce qu'après avoir traverſé la ſurface réfringente, il ſoit parvenu dans le milieu où il repaſſe au-delà des limites du pouvoir attractif de celui qu'il abandonne. Dans tout ſon trajet, il eſt viſible qu'il décrit une courbe convexe vers le milieu où il rentre, qui ſe termine dans ce milieu aux confins de l'eſpace où le milieu denſe exerce ſon action, & dans la tangente de laquelle ce corpuſcule continue ſon mouvement avec une vîteſſe uniforme égale à celle qu'il avait en premier lieu. Si les ſurfaces réfringentes ſont paralleles, il eſt évident que la courbe dont nous parlons, eſt parfaitement égale & ſemblable à celle que le corpuſcule avait décrite à ſon incidence dans le milieu denſe, mais ſituée en ſens contraire, de ſorte que le rayon ſe trouve par ſon incurvation nouvelle, écarté de la perpendiculaire d'une quantité préciſément égale à celle dont la précédente l'en avait rapproché, & ſort par conſéquent ſelon une direction parallele à celle qu'il avait en entrant.

447. Il eſt clair que l'obliquité d'un rayon qui paſſe d'un milieu denſe, dans un rare, peut être telle que ſa dernière inflexion dans ce milieu rare, ou le dernier petit côté de la courbe que chacune de ſes particules décrit, ſoit parallele à la ſurface réfringente; & alors le rayon ſuit dans le milieu où il eſt paſſé, une route parallele à cette ſurface, en raſant celle juſqu'où s'étend l'activité du milieu denſe.

448. Mais ſi l'on ſuppoſe l'incidence du rayon un peu plus oblique, alors il s'infléchit parallélement à la ſurface réfringente, avant d'avoir franchi l'eſpace où le milieu denſe qu'il a abandonné, exerce ſon action; & forcé d'obéir à la force qui continue de le ſolliciter, & qui l'attire ſans ceſſe, on voit qu'il doit retourner en décrivant une branche de courbe égale & ſemblable à celle qu'il a décrite en ſortant, & reprendre par conſéquent dans le milieu denſe, l'obliquité qu'il y avait avant d'en ſortir. On ſent très-bien que dans ce changement de réfraction en réflexion, le rayon ne pénétre pas toujours dans le milieu rare: ce qui arrive toutes les fois que l'inclinaiſon eſt aſſez grande pour que le rayon s'infléchiſſe parallélement à la ſurface réfringente, ſoit à cette ſurface même, ſoit avant de l'avoir atteinte.

449. Il ſuit de ce qu'on vient de dire, que lorſque la lumière paſſe d'un milieu denſe dans un milieu rare, plus ces milieux différeront en denſité, & par conſéquent en force attractive, moins il lui faudra d'obliquité pour être réfléchie: de ſorte qu'il ne lui en faudra jamais moins que lorſque le milieu contigu au milieu denſe, ſera exactement vuide.

450. Il eſt évident que le changement de réfraction en réflexion ne peut avoir lieu dans le paſſage d'un milieu rare dans un milieu denſe; car quelle que ſoit l'inclinaiſon du rayon, ſa vîteſſe dans le ſens perpendiculaire à la ſurface réfringente, eſt toujours augmentée par l'action du milieu denſe, & par conſéquent le rayon paſſe néceſſairement dans le milieu denſe.

451. La conſtance du rapport du ſinus d'incidence au ſinus de réfraction, ſe déduit avec la même facilité de la même hypotheſe des forces attractives des milieux. Car ſoit g la viteſſe d'un corpuſcule de lumière à l'inſtant où il entre dans la ſphere d'activité du milieu dans lequel il doit paſſer; b la diſtance de la ſurface de ce milieu où la force attractive commence à agir; q le ſinus de l'angle que le rayon fait avec une perpendiculaire à la ſurface réfringente; x la diſtance de cette ſurface, à laquelle on ſuppoſe le corpuſcule arrivé; X la force attractive à cette diſtance, réſultante de l'action combinée des deux milieux ſur le corpuſcule; v ſa vîteſſe dans la direction de cette force, & z le ſinus de cette même direction & de celle du corpuſcule à cet inſtant.

Le principe des forces accélératrices, donne $-Xdx = vdv$, d'où l'on tire par l'intégration $vv + 2\int Xdx =$ à une conſtante que l'on trouve en mettant est réfléchie en entier (*Art.* 173); (car la lumière ayant été réfractée par le pouvoir du verre, sous l'incidence la plus oblique qu'il est possible, si-tôt que l'incidence devient plus oblique,

pour vv le carré $gg(1-qq)$ de la vîtesse du corpuscule, dans le sens perpendiculaire à la surface réfringente, à la distance b où a commencé l'action de la force attractive, & pour $2\int X dx$ qu'on exprimera généralement par $2X'$, la fonction $2A$ qui exprime ce que devient $2\int X dx$, lorsque $x=b$. On aura donc $vv+2X'=gg-ggqq+2A$, ou $vv+ggqq=gg+2A-2X'$; mais la vîtesse parallélement à la surface réfringente étant constante, on a $gq=\frac{vz}{\sqrt{1-zz}}$, qui donne $vv+ggqq=\frac{ggqq}{zz}$; donc on aura enfin $\frac{q}{z}=\sqrt{[1+\frac{2(A-X')}{gg}]}$; équation qui apprend, qu'à distances égales de la surface réfringente, ou de celle où les rayons une fois parvenus dans le milieu réfringent, cessent d'être attirés, les sinus des angles que font ces rayons, avec les perpendiculaires à ces surfaces, sont en raison constante, à cause que A & X' sont des fonctions de ces distances supposées constantes, & que g est la vîtesse primitive du rayon. Donc puisque le rapport de q à z est constant, le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction l'est aussi; car à la fin du mouvement curviligne du rayon, z exprime le sinus de réfraction. Ceci est tiré de Mr. Clairaut, *Mém. de l'Acad. an.* 1756.

452. Il est clair que la vîtesse du rayon après son passage dans le milieu réfringent, est à celle qu'il avait avant, comme le sinus d'incidence au sinus de réfraction.

453. Quoique par la théorie présente l'on prouve que les sinus d'incidence & de réfraction sont généralement en rapport constant, & que sur différentes autres preuves, tous les Opticiens admettent l'invariabilité de ce rapport, cependant Mr. d'Alembert ne la croit bien établie que lorsque les angles d'incidence & de réfraction sont petits. Nommant h le sinus d'incidence, il prend pour exprimer le sinus de réfraction (quelle que soit la cause qui la produit) la suite indéfinie $ha+h^m a'+h^n a''+$, &c. dans laquelle a, a', a'', sont des fonctions qui dépendent de la vîtesse & de la masse des corpuscules de lumière, & de la différence de densité des deux milieux; & m, n, &c. des nombres positifs plus grands que l'unité. Or comme cette formule fait voir que les sinus d'incidence & de réfraction sont en raison sensiblement constante, lorsque h est fort petit, le sinus de réfraction se réduisant sensiblement à ha, quelle que soit la cause de la réfraction, Mr. d'Alembert conclut que l'invariabilité du rapport des sinus d'incidence & de réfraction est assez bien établie par la théorie, lorsque ces angles sont petits; au lieu qu'il n'en est pas de même quand ils sont grands: il n'y a alors, selon ce grand Géometre, que l'expérience qui puisse nous assurer de cette invariabilité. Et il est évident que les expériences qu'on entreprendra dans cette vue, doivent être faites avec beaucoup de soin & d'exactitude & à différentes reprises sur des angles fort grands. (*Opusc. Math. tom. III.*)

454. Si, comme on l'a fait pour expliquer la diverse réfrangibilité des rayons colorés, on suppose à ces rayons des vitesses différentes, il sera facile d'en déterminer le rapport. Car soit g la vîtesse des rayons d'une espece quelconque, & $\frac{1}{m}$ leur rapport de réfraction, g' la vîtesse des rayons d'une autre espece, & $\frac{1}{m'}$ leur rapport de réfraction, on aura (en supposant toujours que le milieu agisse de la même manière sur les rayons de différentes couleurs) $\frac{1}{m}=\sqrt{[1+\frac{2(A-X')}{gg}]}$, & $\frac{1}{m'}=\sqrt{[1+\frac{2(A-X')}{g'g'}]}$, d'où l'on déduit aisément $\frac{1}{mm}-1:\frac{1}{m'm'}-1::g'g':gg$, & par conséquent $\frac{g}{g'}=\frac{m\sqrt{1-m'm'}}{m'\sqrt{1-mm}}$.

455. Si, par exemple, on demandait le rapport de la vîtesse des rayons rouges à cette

cette force devient trop puiſſante pour laiſſer paſſer aucun rayon, & en conſéquence occaſionne des réflexions totales :) à quoi l'on peut ajoûter que les ſurfaces des corps tranſparens qui ont la plus grande force réfringente, réfléchiſſent auſſi la plus grande quantité de lumière, comme nous le verrons dans le Chapitre ſuivant.

189. Des différens rapports des ſinus d'incidence & de réfraction dans un grand nombre de corps, Mr. Newton conclut que les forces des corps pour réfléchir & rompre la lumière, ſont à très-peu près proportionnelles à leurs denſités, à l'exception cependant des corps gras & ſulphureux, leſquels rompent la lumière plus fortement que les autres corps de même denſité. Sur quoi il ſemble, dit Mr. Newton, qu'on ſoit en droit d'attribuer le pouvoir réfringent de tous les corps principalement, ſinon entiérement, aux parties graſſes & ſulphureuſes qu'ils contiennent. Car il eſt probable que les corps abondent plus ou moins en ſoufres; & comme la lumière réunie par un miroir ardent, agit plus fortement ſur les corps ſulphureux, les convertit en feu & en flamme, de même, toute action étant réciproque, les ſoufres doivent agir le plus puiſſamment ſur la lumière. Or on ne peut révoquer en doute l'action mutuelle des corps & de la lumière l'un ſur l'autre, ſi l'on conſidere que les corps les plus

celle des violets, ayant vu ci-devant que le rapport de réfraction des premiers eſt $\frac{77}{50}$, & que celui des ſeconds eſt $\frac{78}{50}$, on aurait en ſuppoſant que g & $\frac{1}{m}$ ſoient pour les rayons rouges, & g' & $\frac{1}{m'}$ pour les violets, $\frac{g}{g'} = \frac{\sqrt{28 \times 128}}{\sqrt{27 \times 127}} = 1 + \frac{1}{44}$ à peu près; c'eſt-à-dire, que la vîteſſe des rayons rouges eſt de $\frac{1}{44}$ plus grande que celle des rayons violets. (*Voyez le troiſième Volume des Opuſcules de Mr. d'Alembert.*)

456. On a tenté de ſubſtituer à l'attraction que les milieux réfringens ſont ſuppoſés exercer ſur la lumière, une cauſe méchanique. On a imaginé ces milieux environnés d'une atmoſphere très-déliée qui pouſſe la lumière vers eux; on a donné aux milieux plus denſes une atmoſphere plus forte, & on a ſuppoſé que quand deux milieux réfringens ont une ſurface commune, leurs atmoſpheres ſe confondent & n'en font plus qu'une qui pouſſe les corpuſcules de lumière vers le milieu le plus denſe. On voit aiſément que ces atmoſpheres fourniſſent une explication de la réfraction tout-à-fait ſemblable à celle de Mr. Newton; tout ce qu'il y a à obſerver, c'eſt que la force des petites atmoſpheres ceſſe ſi-tôt que le corpuſcule atteint la ſurface réfringente, au lieu que l'attraction ne ceſſe d'agir, comme nous l'avons vu, ſur le corpuſcule, que lorſqu'il eſt parvenu dans le milieu réfringent à une certaine profondeur. Au reſte l'explication de la réfraction par de petites atmoſpheres, ſouffre des difficultés. (*Voyez le Traité des fluides de Mr. d'Alembert, Art. 330*).

denſes qui réfléchiſſent & rompent le plus fortement la lumière, ſont auſſi ceux qui s'échauffent le plus au ſoleil en été, par l'action de la lumière réfléchie ou réfractée du ſoleil. Si on conçoit que les corps ayent une denſité exactement proportionnelle à leur pouvoir réfringent, on pourra la nommer leur denſité réfringente.

190. La direction de la force réfractive d'un milieu ſur les particules de la lumière eſt par-tout perpendiculaire à la ſurface réfringente. Car ſoit que cette force ſoit une attraction réelle, ſoit que le milieu ſoit traverſé par un fluide ſubtil & élaſtique, plus denſe par degrés & plus élaſtique hors de ce milieu que dedans, lequel par cette plus grande élaſticité pouſſe la lumière vers le milieu, & par conſéquent que la force dont nous parlons, ſoit une véritable impulſion, ou qu'enfin elle ſoit tout ce qu'on voudra, pourvu que le milieu ſoit uniforme dans toutes ſes parties, ſon pouvoir immédiat ſur la lumière même, ou ſur le fluide ſubtil qui agit ſur elle, aura le même degré de force dans chaque point d'un plan parallele à la ſurface réfringente, quoique ſon degré de force change en allant de ce plan à celui qui en eſt le plus proche, & delà à tous ceux qu'on peut imaginer dans l'eſpace où ce pouvoir s'étend de part & d'autre de la ſurface du milieu réfringent. Ainſi l'étendue de ce pouvoir ſera terminée par deux plans paralleles l'un à l'autre & à cette ſurface; & l'eſpace renfermé entr'eux, peut être nommé l'eſpace d'activité, ſoit que la force qui s'y exerce ſoit attractive ou répulſive. Tout cela ſuppoſé, je dis que la force du milieu agira ſur la lumière, ſoit en l'attirant, ſoit en la repouſſant, ſuivant des perpendiculaires à ſa ſurface. Car ſoit p une particule de lumière ſur laquelle agiſſe une puiſſance quelconque qui ſoit uniforme dans la ligne de parallele à la ſurface réfringente AB, & pc perpendiculaire à ces paralleles, coupant de en c; il eſt évident que la puiſſance qui agit en c, mouvra la particule p dans la droite pc; & prenant deux points quelconques d, e, de part & d'autre, & à égales diſtances de c, les forces en d & en e étant égales, & agiſſant à égales diſtances pd, pe également inclinées à pc, ne peuvent mouvoir p dans d'autre direction que ſuivant celle de pc; & ce qui a été dit des forces égales dans la ligne de, eſt applicable à celles qui agiſſent dans les autres

Fig. 361 & 362.

lignes paralleles à AB, c'eſt-à-dire, à la puiſſance totale du milieu réfringent.

191. Maintenant lorſqu'un rayon de lumière entre perpendiculairement dans l'eſpace d'activité, ſes particules ſont accélérées ou retardées dans la même direction perpendiculaire, ſelon que la force du milieu agit dans le ſens de la direction de leur mouvement, ou dans un ſens contraire; & après que ces particules ont traverſé cet eſpace dans ſon entier, elles recommencent à ſe mouvoir d'une vîteſſe uniforme. Mais ſi un rayon op ou sr Fig. 363.
entre obliquement dans l'eſpace d'activité $klmn$, la force du milieu agiſſant alors obliquement ſur les particules de ce rayon, les détournera de leur route, en leur faiſant décrire une courbe pqr, pendant qu'elles traverſent cet eſpace. Car la lumière ayant comme tous les corps, la propriété de ſe mouvoir en ligne droite tant qu'aucune force oblique ne trouble ſon mouvement, on peut raiſonnablement en conclure que, lorſqu'elle ſouffre l'impreſſion d'une force ſemblable, elle doit ſuivre les loix du mouvement que ſuivent généralement tous les autres corps. Ainſi la force du milieu exerçant obliquement ſon action ſur la lumière, puiſque la direction que nous avons ſuppoſée à la lumière en dernier lieu eſt oblique à cette force, elle la détournera & lui fera prendre à chaque inſtant une direction nouvelle; mais ſi-tôt que la lumière aura traverſé tout l'eſpace d'activité, elle ſe mouvra en ligne droite; car étant attirée ou repouſſée également de tous les côtés, ſon mouvement eſt auſſi libre que ſi elle ne l'était point du tout, ou que ſi elle ſe mouvait dans un eſpace vuide.

Ainſi on voit que la réfraction de la lumière ſe fait de la même manière, que ſi une pierre était lancée dans la direction Fig. 364.
op, & obligée par ſa peſanteur de s'en éloigner, & de décrire une courbe pqr, ou qu'étant jettée ſuivant sr, elle ſe détournât & décrivît la courbe rqp en montant; après quoi, ſuppoſant que l'attraction de la terre ne paſſe pas la ligne kl, la pierre continuerait ſon mouvement dans une ligne droite po. Or la gravité de la pierre peut être aſſez grande, ou la force de projection aſſez faible, ou enfin la direction du mouvement aſſez oblique à l'horiſontale kl pour que la pierre ne puiſſe s'élever juſqu'à cette ligne: dans ce cas elle deſcendra du point le plus élevé de ſa route, en décrivant une courbe parfaitement ſemblable

& égale à celle qu'elle avait décrite en montant ; & si l'on suppose que la pesanteur cesse par-tout au-dessous de la ligne *mn*, la pierre continuera de se mouvoir dans la direction du dernier petit côté de cette courbe. Ceci forme un cas pareil à celui des réflexions à la surface ultérieure des milieux denses, lorsque le rayon incident est tellement incliné à cette surface, qu'il y est réfléchi & forcé par conséquent de rester dans ce milieu. Jusqu'ici j'ai supposé le milieu réfringent contigu à un espace vuide; mais la réflexion & la réfraction se font de la même manière à la surface commune de deux milieux quelconques. Car puisque les forces séparées des milieux agissent dans les mêmes lignes perpendiculaires à leur surface commune, & suivant des directions opposées, la lumière sera affectée par la différence de ces forces de la même manière que ci-devant; & si les milieux ont des forces égales, elles se détruiront l'une l'autre, & il n'y aura par conséquent ni réflexion, ni réfraction. On a déja observé que l'espace d'activité est d'une largeur extrêmement petite, & que l'on peut conséquemment considérer dans les expériences, l'incurvation du rayon comme se faisant dans un point physique.

192. Pour produire, suivant cette théorie, toutes les couleurs avec leurs différens degrés de réfrangibilité, il ne faut qu'une chose, c'est que les rayons de lumière soient composés de parties de grosseurs différentes pour chaque espece de rayons*. Les plus petites donneront le violet, la plus faible & la plus

* Les rayons colorés étant différemment réfrangibles, on a cherché quelle en pouvait être la cause. On conçoit facilement qu'il a fallu recourir aux hypothéses, & qu'on en a fait de différentes. Nous ne parlerons que de celles qui supposent la Théorie de Mr. Newton sur la réfraction.

457. D'abord on a fait dépendre la différente réfrangibilité de la différence des masses des particules de la lumière ; parce qu'on s'est persuadé que des masses différentes devaient être détournées différemment par l'action des milieux ; que celles qui étaient plus considérables devaient l'être moins, & que celles qui étaient plus petites, devaient l'être davantage ; & en conséquence on a supposé les rayons rouges composés des corpuscules lumineux qui avaient le plus de grosseur, & les violets de ceux qui en avaient le moins. Mais lorsqu'on a pensé à cette hypothése, on n'a pas sans doute fait attention que, suivant les principes de méchanique, un très-gros boulet & une balle lancés obliquement, suivant la même direction, & en leur donnant la même vîtesse, décrivent, abstraction faite de la résistance de l'air, la même courbe; & qu'il en doit être de même des corpuscules de lumière, quelle que soit la différence de leur masse, lorsqu'ils sont entrés dans l'espace où le milieu réfringent exerce son action.

458. On a attribué avec plus de raison la différence des réfrangibilités à la diffé-

obſcure des couleurs, & ſeront celles que les ſurfaces réfringentes détourneront le plus de leur route; les autres à proportion qu'elles auront plus de groſſeur, produiront des couleurs

rence des vîteſſes des corpuſcules lumineux. Dans cette hypothéſe, les rayons rouges ſont compoſés des parties qui ſe meuvent avec le plus de viteſſe; les rayons violets ſont ceux dont les parties en ont le moins; & les autres eſpeces de rayons colorés ont des vîteſſes intermédiaires. Or il eſt viſible qu'avec ces vîteſſes différentes, il faut néceſſairement que les corpuſcules lumineux décrivent dans l'eſpace d'activité des milieux, des courbes différentes, & conſéquemment que les rayons colorés ſe ſéparent l'un de l'autre en traverſant cet eſpace.

459. Cette hypothéſe, quoique plus fondée que l'autre, ſouffre cependant des difficultés. On objecte, par exemple, que ſi les rayons ont des viteſſes différentes, comme on le ſuppoſe, il doit néceſſairement arriver que dans l'apparition ſubite d'un corps lumineux très-éloigné, par exemple, dans l'émerſion des ſatellites de Jupiter, il y ait une différence ſenſible dans le tems que ces rayons mettent à en venir; & que les rayons rouges faiſant leur impreſſion avant les autres, enſuite les orangés, conjointement avec ces rouges, &c. le corps lumineux ou le ſatellite, paraiſſe d'abord rouge, enſuite d'un rouge mêlé d'orangé, puis de l'eſpece d'orangé réſultant du rouge, de l'orangé & du jaune mêlés enſemble, &c. avant de paraître blanc: ce qu'on n'obſerve cependant jamais.

460. Et pour rendre l'objection plus preſſante, on a fait remarquer que quand Jupiter eſt en quadrature avec le ſoleil, tems auquel on obſerve le plus commodément les éclipſes des ſatellites de Jupiter, la lumière eſt environ 41′ à venir de cette planette à la terre; que par conſéquent dans les immerſions & dans les émerſions des ſatellites, il doit y avoir près d'une minute de différence entre l'arrivée des rayons rouges & des rayons violets, puiſque nous avons vu ci-devant que la différence de vîteſſe de ces rayons eſt d'un 44ᵉ; ainſi le ſatellite devrait paraître violet au moment de l'immerſion, & rouge au moment de ſon émerſion. Or on n'a rien obſervé de ſemblable; donc l'on ſuppoſe fauſſement que les rayons ayent des vîteſſes différentes.

461. On peut répondre avec Mʳ. de Mairan, que cette objection ſuppoſe en nous au moment de l'illumination du ſatellite, une ſoudaineté de ſentiment qui eſt phyſiquement impoſſible, & qui eſt démontrée telle par l'expérience. » Car a-t-on » conſtaté, dit Mʳ. de Mairan, que depuis » le commencement de l'émerſion, juſqu'à » celui de la perception, il ne ſe ſoit pas » écoulé 6, 15 ou 20 ſecondes, & autant » de tems qu'il en faut pour le mêlange » des rayons colorés? ou plutôt n'eſt-il pas » certain qu'il s'en eſt écoulé beaucoup » davantage? Le premier ſatellite de Jupi- » ter, celui dont les immerſions & les » émerſions ſont les plus promptes, eſt, par » les Tables de Mʳ. Caſſini, environ 7′ à » s'éclipſer, ou à ſe dégager entiérement » de l'ombre. Quelle eſt donc la portion » de ſon diſque qui doit en être dégagée, » pour que ſon illumination devienne ſen- » ſible ſur la terre? Eſt-ce la moitié, le » tiers ou le quart? & mille circonſtances » phyſiques de la part de l'objet ou de » l'Obſervateur, n'y apporteront-elles » point de variation? Ce qui eſt conſtant, » c'eſt que d'une lunette de 10 pieds à » une de 16, la différence eſt déja d'en- » viron 30″, dont la plus longue lunette » voit le premier ſatellite plutôt, ou le » perd plus tard. Prolongez la lunette, & » vous aurez 40″, 50″, &c. de manière » qu'il eſt à préſumer qu'avec les plus » grandes & les plus excellentes lunettes » dont on ſe ſoit ſervi juſqu'à préſent, » on eſt demeuré bien loin de ce premier » inſtant d'illumination que l'objection ſup- » poſe, & par conſéquent que le mêlange » des parties de la lumière de différente » réfrangibilité a eu plus de tems qu'il n'en » faut pour ſe faire à la diſtance, & au lieu » même où ſe trouve l'Obſervateur».

» Les ſatellites de Saturne, ajoûte Mʳ.

plus fortes & plus brillantes, comme le bleu, le vert, le jaune & le rouge, & feront plus difficilement & par conféquent moins
Fig. 365. détournées à proportion de leur groffeur. Car les particules de différentes groffeurs qui entrent dans l'efpace d'activité *klmn*, en fuivant la route *op*, ayant des forces différentes, peuvent décrire différentes courbes *pa*, *pb*, *pe*, & par conféquent fortiront de cet efpace fous des angles différens.

» de Mairan, près de deux fois auffi éloi- » gnés de la terre que ceux de Jupiter, ni » les Fixes même ne fourniffent rien de plus » favorable à l'objection. Au contraire, » comme les vîteffes de la lumière font fup- » pofées uniformes dans l'hipothéfe, & que » fes radiations ou illuminations à diverfes » diftances, fuivent la raifon inverfe des » carrés, il eft vraifemblable que la diffi- » culté de l'appercevoir, & que les inter- » valles de tems, entre fon apparition & » notre perception, croîtront bien davan- » tage que ceux que donnent les différentes » vîteffes de fes parties ». (*Mém. de l'Acad. année 1738.*)

462. Au refte, pourquoi ne faire dépendre la différence de réfrangibilité que de la maffe ou de la vîteffe des corpufcules lumineux, fans y faire entrer pour quelque chofe l'action du milieu réfringent ? quelle néceffité y a-t-il de fuppofer, comme on le fait dans ces hypothéfes, que le milieu agit de la même manière fur toutes les efpeces de rayons ? ne ferait-on pas auffi fondé & peut-être plus à prétendre que l'intenfité de fon action eft différente pour les rayons de chaque efpece. » Les corpuf- » cules de lumière de différente réfrangibi- » lité, dit Mr. d'Alembert, peuvent diffé- » rer entr'eux, non-feulement par la vîteffe » mais auffi par la maffe, par la figure, » par la nature de la matière qui les com- » pofe; or n'eft-il pas poffible que fi les » rayons different de la forte, l'action que » le milieu réfringent exerce fur les corpuf- » cules de lumière, ait une intenfité d'action » différente pour les différentes fortes de » rayons. » (*Voyez le troifième volume de fes Opufcules.*)

463. De la correfpondance de la couleur & du degré de réfrangibilité des rayons colorés, il paraît fuivre que fi les rayons ont des vîteffes différentes dont leur réfrangibilité dépende, leur couleur en dépend auffi. Or fuppofant en même tems que les milieux denfes attirent effectivement les rayons à leur entrée, & par conféquent en augmentent la vîteffe, il en réfulterait, fuivant Mr. d'Alembert, que les rayons qui paffent, par exemple, de l'air dans l'eau, devraient être dénaturés à leur paffage, enforte que les rayons rouges deviendraient ou plus rouges ou d'une couleur différente, & que les rayons violets deviendraient rouges & même d'un rouge plus foncé que ne l'étaient les rayons rouges avant d'entrer dans l'eau. Car par la Note 454 on a $\frac{g'}{g} = \frac{m'\sqrt{1-mm}}{m\sqrt{1-m'm'}} > m'$ (à caufe que m' & m font des fractions qui different peu l'une de l'autre), & par conféquent la vîteffe $\frac{g'}{m'}$ des rayons violets dans le milieu réfringent où ils font entrés, eft plus grande que la vîteffe g des rayons rouges avant leur paffage dans ce milieu.

464. Mr. d'Alembert paraît foupçonner que ce pourrait être pour cette raifon, ou du moins pour quelqu'autre femblable, que les plongeurs voyent dans l'eau les objets de couleur rouge, comme le prouve l'Expérience de Mr. Halley, rapportée Note 422.

465. Et s'il eft vrai que la vîteffe de la lumière reçoive de l'augmentation, lorfqu'elle paffe d'un milieu rare dans un milieu denfe, cette augmentation de vîteffe doit avoir lieu dans fon paffage au travers de l'atmofphere; mais alors ne devraitelle pas dénaturer la couleur des rayons, telle quelle eft au fortir du corps du foleil ? (*Mr. d'Alembert, Opufc. Math. tom. III*).

193. Ainsi la réfraction peut séparer & écarter l'un de l'autre les rayons de différente espece dont la lumière est composée, tandis que la réflexion ne peut rien de semblable. Car si les corpuscules lumineux ont à leur incidence une direction *op* si oblique à l'espace d'attraction *klmn*, qu'ils soient tous repoussés dans le même milieu, ils retourneront suivant des paralleles *rs*, *tv*, *xy*, inclinées à cet espace sous les mêmes angles que la ligne *op* qu'elles suivaient à leur incidence : de même que plusieurs boulets de différentes grosseurs tirés avec un canon *op* dans une situation fixe quelconque, & chassés avec des forces différentes, décriront différentes courbes telles que *pdr*, *pet*, *pfx*, &c. & cependant rencontreront tous la terre en *r*, *t*, *x*, &c. sous des angles égaux chacun à l'angle d'élévation en *p*. Or l'espace d'activité étant très-étroit, les paralleles *rs*, *tv*, *xy*, &c. seront tellement serrées, que les sensations produites par les particules de lumière séparées, ne se distingueront point, & par conséquent que la lumière réfléchie & la lumière incidente paraîtront de la même couleur. Et lorsque la lumière incidente est composée de différens rayons, quoique les particules de chaque rayon soient un peu séparées après la réflexion, & se meuvent dans différentes lignes, cependant ces différentes lignes seront mêlées ensemble, & conséquemment la lumière réfléchie paraîtra blanche ou de la même couleur que la lumière incidente. Fig. 365.

194. Par ce que j'ai cité de Mr. Newton dans le 185e Article, son sentiment sur la cause de la réflexion de la lumière, & sur la manière dont elle se fait à la rencontre des corps opaques, & à la première surface des corps transparens, paraît se réduire à ceci. Supposons que la puissance attractive du milieu dense *ABCD* se termine à la ligne *kl*, & qu'à cette ligne commence la force répulsive, laquelle s'étende jusqu'à la parallele *hi* ; il est clair que si un rayon *op* passe de l'air dans l'espace *hikl* où la répulsion a lieu, il sera obligé de se détourner sans cesse par l'opposition perpetuelle de la puissance répulsive, & décrira par conséquent une courbe *pqr*, jusqu'à ce qu'il sorte de cet espace en *r* sous un angle égal à celui sous lequel il y était entré, après quoi il continuera son mouvement dans une ligne droite *rs*. Tel est le cours du rayon lorsque son mouvement est faible, ou que la force répulsive est assez grande pour l'empêcher d'entrer dans Fig. 366.

l'eſpace d'attraction *klmn*; car s'il entre dans cet eſpace, au lieu d'être réfléchi, il ſera rompu & paſſera dans le milieu denſe. Et dans le vrai, les ſurfaces de tous les corps tranſparens réfléchiſſent toujours une partie de la lumière incidente, tandis qu'elles rompent le reſte. Mr. Newton conſidere auſſi la cauſe de cet effet dans ſon Optique.

195. Delà il ſemble ſuivre que la puiſſance répulſive d'un milieu denſe eſt moins étendue ou plus faible que la force attractive. Car ſi l'inflexion d'un rayon produite par la puiſſance répulſive, n'était pas moindre que l'inflexion contraire occaſionnée par l'attractive, la réfraction au paſſage dans un milieu denſe, ne ſe ferait pas toujours vers la perpendiculaire, comme cela arrive toujours. Nous devons obſerver encore qu'un rayon rompu eſt courbé à ſon paſſage dans le milieu réfringent, ſucceſſivement en deux ſens différens, de ſorte que la courbe qu'il décrit en traverſant l'eſpace où regnent les forces répulſive & attractive, eſt d'abord concave vers le milieu où il eſt, & enſuite convexe, le point d'inflexion de cette courbe étant à la ſurface qui ſert de limites au pouvoir des deux forces; & Mr. Newton a remarqué qu'un rayon ſouffre un détour ſemblable en paſſant près des parties ſaillantes & anguleuſes des corps. Il s'enſuit encore que la puiſſance répulſive ne s'étend pas à une diſtance ſenſible du milieu, car ſi elle avait quelqu'étendue, on s'en appercevrait par une incurvation ſenſible du rayon, ce qui eſt contraire à l'expérience.

CHAP.

CHAPITRE VIII.

De la transparence, de l'opacité & des couleurs des corps naturels.

196. Les surfaces des corps transparens qui réfléchissent la lumière en plus grande quantité, sont celles qui ont la plus grande force réfringente, c'est-à-dire, celles qui séparent des milieux dont les densités réfringentes différent le plus; & dans les confins des milieux également réfringens, il ne se fait point de réflexion. On apperçoit aisément l'analogie qu'il y a entre la réflexion & la réfraction, si l'on considere que lorsque la lumière passe obliquement d'un milieu dans un autre, qui rompt les rayons en les écartant de la perpendiculaire, plus la densité réfringente de ces milieux est différente, moins il faut d'obliquité dans l'incidence, pour occasionner une réflexion totale (*Art. 17*). Les surfaces qui rompent le plus la lumière, réfléchissent donc le plutôt toute celle qui tombe dessus; d'où l'on doit conclure qu'elles ont la plus grande force réfléchissante.

Mais ce qui rend la vérité de cette proposition encore plus sensible, c'est qu'à la surface qui sépare deux milieux transparens, tels que l'air, l'eau, l'huile, le verre commun, le cristal, les verres métalliques, les verres d'Islande, &c. la réflexion est plus ou moins forte, selon que la puissance réfringente de cette surface est plus ou moins grande. Car la réflexion est plus forte à la surface commune de l'air & du sel gemme, qu'à celle de l'air & de l'eau; plus forte encore à celle de l'air & du verre commun ou du cristal, & encore plus à celle de l'air & du diamant. Si l'on plonge dans l'eau quelqu'un de ces corps solides transparens ou d'autres semblables, la réflexion en devient beaucoup plus faible qu'auparavant; elle le devient encore davantage, si on les plonge dans des liqueurs plus réfringentes que l'eau, telle que l'huile de vitriol ou l'esprit de térébenthine bien rectifié. Si on imagine l'eau divisée en deux parties par une ſurface quelconque, il ne ſe fait point de réflexion à cette ſurface, ou ce qui eſt la même choſe, dans les confins de ces deux parties. Dans les confins de l'eau & de la glace la réflexion eſt très-petite; dans les confins de l'eau & de l'huile elle eſt un peu plus grande; elle l'eſt encore davantage dans les confins de l'eau & du ſel gemme, & plus encore dans les confins de l'eau & du verre ou du criſtal, ou d'autres ſubſtances plus denſes, ſelon qu'il y a plus ou moins de différence dans les forces réfringentes de ces milieux : d'où il ſuit que la réflexion doit être faible dans les confins du verre commun & du criſtal, & qu'elle doit être plus forte dans les confins du verre commun & d'un verre métallique, quoique je ne m'en ſois pas encore aſſuré par aucune expérience. Mais dans les confins de deux verres d'égale denſité, par exemple, de deux objectifs d'un long foyer appliqués & preſſés doucement l'un contre l'autre, il ne ſe fait point de réflexion ſenſible. Car on peut voir les objets par des rayons tranſmis obliquement au travers de la tache ronde & noire que forment ces verres à l'endroit où ils ſe touchent, tandis qu'on ne le peut au travers des autres endroits où la lumière eſt réfléchie, & où il y a de l'intervalle entre les verres. Il en doit être de même de la ſurface qui ſépare deux morceaux de criſtal, ou deux liqueurs, à laquelle il ne ſe fait point de réflexion. Ainſi la raiſon pour laquelle des milieux d'une tranſparence uniforme, tels que l'eau, le verre, le criſtal, &c. ne réfléchiſſent point ſenſiblement la lumière, ſi ce n'eſt à leurs ſurfaces extérieures, par leſquelles ils touchent à d'autres milieux d'une denſité différente de la leur, c'eſt que toutes leurs parties contigues ont abſolument la même denſité; de ſorte que cette uniformité de denſité des parties contigues de ces milieux, eſt une condition néceſſaire à la tranſparence de la maſſe entière. (*Opt. de Mr. Newton, pag. 284 & ſuiv.*)

197. Les plus petites parties de preſque tous les corps naturels ſont en quelque ſorte tranſparentes; & l'opacité des corps eſt occaſionnée par la multitude de réflexions que la lumière ſouffre dans leur intérieur. C'eſt ce qui a déja été remarqué par d'autres, & dont ceux qui ont fait quelqu'uſage du microſcope conviendront aiſément. On peut auſſi s'en aſſurer en mettant tel corps qu'on voudra vis-à-vis du trou par lequel on introduit un

trait de lumière dans une chambre bien fermée ; car quelque grande que soit l'opacité de ce corps, s'il a un degré suffisant de tenuité, il paraîtra alors très-évidemment transparent. Il faut cependant excepter de ce nombre les corps blancs métalliques, qui par leur excessive densité semblent réfléchir presque toute la lumière qui tombe sur leur première surface, à moins que ces substances ne soient réduites en très-petites parties, étant dissoutes dans des menstruës convenables ; car alors elles deviennent transparentes. (*Opt. de Mr. Newton*, *pag. 287.*)

198. Les corps opaques & colorés ont entre leurs parties plusieurs espaces qui sont ou vuides, ou remplis par des milieux dont la densité est différente de celle de ces parties. Ainsi l'eau remplit tous les petits intervalles que laissent entr'eux les corpuscules colorés dont une liqueur est impregnée & teinte ; l'air se rencontre par-tout entre les parties aqueuses qui composent les nuages & les brouillards ; & quoiqu'il y ait entre les parties des corps durs, des espaces qui ne contiennent ni air ni eau, ils ne sont peut-être pas pour cela absolument vuides, & il se peut qu'ils soient remplis de quelqu'autre substance. Cette proposition est évidente par les deux Articles précédens. Car par le dernier de ces Articles, il y a quantité de réflexions produites par les parties intérieures des corps, qui selon le premier, n'auraient pas lieu si ces parties étaient contigues, & par conséquent si ces corps étaient des masses continues & sans pores, puisque nous avons vu, dans l'Article 196, que les réflexions ne se font qu'aux surfaces qui séparent des milieux de densités différentes.

Ce qui prouve encore que cette interruption, cette discontinuité de parties, est la cause principale de l'opacité des corps, c'est que les corps opaques deviennent transparens si-tôt qu'on remplit leurs pores d'une substance d'une densité égale ou presqu'égale à celle de leurs parties. Ainsi le papier imbibé d'eau ou d'huile, la pierre qu'on nomme *Oculus mundi* trempée dans l'eau, le linge huilé, & nombre d'autres corps imbibés de liqueurs qui pénétrent & s'insinuent dans leurs pores, deviennent par-là plus transparens qu'ils n'étaient avant. Au contraire les corps les plus diaphanes peuvent devenir opaques jusqu'à un certain point, soit en faisant évacuer leurs pores aux substances qui les rempliſſent, ſoit en diviſant leurs parties : tels ſont les ſels, le papier mouillé, la pierre nommée *Oculus mundi*, &c. après qu'ils ont été bien ſéchés : la corne ratiſſée ; le verre pulvériſé ; la térébenthine & l'eau, remuées & agitées enſemble, juſqu'à ce qu'elles ſoient mêlées imparfaitement ; enfin l'eau élevée en pluſieurs petites bulles, ou ſeule en forme d'écume, ou mêlée avec de l'huile de térébenthine ou d'olive, ou avec quelqu'autre liqueur convenable avec laquelle l'eau ne s'incorpore pas parfaitement. (*Opt. de Mr. Newton, pag. 288 & ſuiv.*)

199. Mais pour que les corps ſoient opaques & colorés, la petiteſſe de leurs parties, & celle de leurs interſtices ne doivent pas paſſer certains termes. Car les corps les plus opaques, diviſés en parties extrêmement petites, par exemple, les métaux diſſous dans des acides, &c. deviennent parfaitement tranſparens ; & il n'y a point de réflexion ſenſible à l'endroit où les ſurfaces des objectifs dont on a parlé dans l'Article 196, ſont très-proches l'une de l'autre, ſans cependant ſe toucher. De même ſi après avoir couvert une bulle d'eau de ſavon d'un verre fort tranſparent, pour la défendre de l'agitation de l'air extérieur, on la laiſſe repoſer juſqu'à ce qu'elle ſoit devenue très-mince par l'écoulement de l'eau vers le bas, il ſe formera au haut de cette bulle où elle eſt la plus mince, une tache noire & ronde, comme entre les objectifs ; & cette tache ſe dilatera continuellement, juſqu'à ce que la bulle creve. Or cette tache paraît noire & tranſparente parce qu'à cet endroit de la bulle il ne ſe fait point de réflexion ſenſible, au lieu que les côtés de la bulle qui ont plus d'épaiſſeur que le haut, paraiſſent colorés & opaques par une forte réflexion.

Je crois que ce ſont là les cauſes de la tranſparence de l'eau, du ſel, du verre, des pierres, & d'autres ſubſtances ſemblables. Car diverſes conſidérations portent à croire que ces corps ont autant de pores ou d'interſtices entre leurs parties que les autres, mais que leurs parties ſont trop petites, & leurs interſtices trop étroits, pour occaſionner des réflexions à leurs ſurfaces communes. (*Opt. de Mr. Newton, pag. 290.*)

200. Les taches noires qu'on apperçoit au haut de la bulle d'eau de ſavon, & au milieu des objectifs appliqués & preſſés l'un contre l'autre, ſont toujours environnées d'une multitude

d'anneaux concentriques de toutes sortes de couleurs*; & comme la couleur de chaque anneau est la même dans toute sa circonférence, & qu'elle est différente dans différens anneaux, il est

* Ce que l'Auteur dit dans cet Article des anneaux colorés qui se manifestent entre les objectifs & sur la surface de la bulle d'eau, étant un peu succinct, & ayant cependant des applications utiles, nous croyons devoir y suppléer en détaillant un peu plus les singularités principales de ce curieux phénomene. (*Ce qu'on va voir est extrait du II Liv. de l'Opt. de Mr. Newton.*)

466. Mr. Newton ayant pressé fortement deux prismes l'un contre l'autre, afin de faire toucher le plus qu'il était possible deux de leurs côtés qui se trouvaient un peu convexes, remarqua avec surprise, autour de l'endroit où ces côtés se touchaient, des lignes colorées en forme de chonchoïdes. Frappé de la singularité du phénomene, il se proposa de le suivre & de l'examiner avec toute l'attention dont il était capable, & dans cette vue substitua aux prismes des objectifs d'un long foyer.

467. Il appliqua un verre convexe des deux côtés, de 50 pieds de foyer, sur le côté plan d'un verre plan convexe dont le foyer était de 14 pieds. En pressant legerement ces deux verres, il observa plusieurs anneaux différemment colorés sortir successivement du centre, lesquels croissaient en diametre & diminuaient en même tems en largeur à mesure qu'il pressait davantage; & lorsqu'il eut porté la pression assez loin, il se forma au centre commun de ces anneaux une tache noire & ronde, qui devenait d'autant plus grande qu'il comprimait davantage les verres: ayant ensuite diminué par degrés cette pression, jusqu'à la rendre nulle, les diametres des anneaux diminuerent aussi-tôt, en même tems leurs largeurs augmenterent, & les couleurs dont ces anneaux étaient formés, & par conséquent les anneaux mêmes furent successivement se perdre au centre.

468. Tous ces anneaux étaient séparés les uns des autres par d'autres anneaux qui paraissaient sombres & obscurs. Leurs couleurs, lorsque les verres étaient assez comprimés pour que la tache noire parût au centre, étaient en allant de cette tache à la circonférence; bleu, blanc, jaune, rouge; VIOLET, bleu, vert, jaune, rouge; POURPRE, bleu, vert, jaune, rouge; VERT, rouge; BLEU verdâtre, rouge; BLEU verdâtre, rouge pâle; BLEU verdâtre, blanc rougeâtre. Dans les premières successions, ces couleurs étaient presque toutes très-vives. Le jaune & le rouge occupaient, dans les deux premières, le plus d'espace. Dans la 3[e] & la 4[e], le vert, qui dans les premières était faible, était très-vif, & le rouge perdait beaucoup de son éclat, sur-tout dans la 4[e] où il était très-imparfait. Les couleurs des dernières successions étaient de plus en plus faibles, & après la dernière succession qui n'était presque pas sensible, l'on n'appercevait plus que du blanc. Ces anneaux s'observent constamment avec le même ordre de couleurs, quels que soient les verres convexes dont on se serve, pourvu qu'ils ayent peu de courbure: des verres trop convexes ne font rien voir.

469. M[r]. Newton attribuant la génération de ces couleurs aux diverses épaisseurs de la lame d'air comprise entre ces verres, mesura d'abord les diametres des six premiers anneaux dans les endroits où ils étaient le plus vivement colorés, qui étaient ceux où paraissait le jaune le plus vif, afin de pouvoir déterminer l'intervalle des verres dans ces endroits, ou l'épaisseur de l'air qui produisait ce jaune, & parvenir ensuite à déterminer l'épaisseur de l'air qui produisait chaque autre couleur. Il trouva que les carrés de ces diametres étaient dans la progression arithmétique des nombres impairs 1, 3, 5, 7, 9, 11. Et l'un des verres étant plan & l'autre sphérique, leurs intervalles dans les endroits où ces anneaux paraissaient, devaient être dans la même progression. Ayant aussi mesuré les diametres des anneaux obscurs, il trouva que leurs carrés étaient dans la progression des nombres pairs 2, 4, 6, 8, 10, 12. Il est évident que les épaisseurs de l'air dans ces anneaux, étaient dans la même progression.

470. Il substitua d'autres objectifs au précédent afin d'être plus sûr de ces résul-

clair (tant par la figure sphérique des objectifs & de la bulle, que par la pesanteur uniforme des particules de l'eau qui descendent par-tout graduellement), que l'épaisseur de la lame d'air

tats, & au moyen des diametres dont il s'agit, mesurés avec la plus grande exactitude, & des diametres des spheres de ces objectifs, il détermina l'épaisseur de la lame d'air à l'endroit le plus obscur du premier anneau sombre; il la trouva de $\frac{1}{89000}$ de pouce, dont la moitié multipliée par la progression 1, 3, 5, 7, &c. donne l'épaisseur de la lame d'air, aux endroits les plus lumineux des anneaux colorés, c'est-à-dire, à ceux où paraissait le jaune le plus vif. Ainsi ces épaisseurs étaient $\frac{1}{178000}$, $\frac{3}{178000}$, $\frac{5}{178000}$, &c. & celles de l'air aux endroits les plus obscurs des anneaux sombres, étaient $\frac{2}{178000}$, $\frac{4}{178000}$, &c.

471. Au moyen des épaisseurs calculées de la lame d'air aux endroits les plus brillans des anneaux, Mr. Newton parvint à déterminer ses épaisseurs à chacune des couleurs de ces divers anneaux, & en forma une Table : il donne aux couleurs du premier anneau le nom de *couleurs du premier ordre*; celles du second anneau, il les appelle *couleurs du second ordre*, & ainsi des autres. On apprend par cette Table que l'épaisseur d'une lame d'air qui réfléchit le bleu du premier ordre, lequel ressemble assez au bleu du ciel, est de $2\frac{2}{5}$ millionniemes de pouce; que celle d'une lame d'air qui réfléchit le blanc du premier ordre, qui est très-vif & très-lumineux, auquel on peut rapporter celui des métaux blancs, est de $5\frac{1}{4}$ millionniemes; que les épaisseurs des lames d'air qui réfléchissent l'écarlate, le rouge, l'orangé & le jaune du second ordre, qui sont les plus foncés & les plus nets de tous, sont de $19\frac{2}{3}$, $18\frac{1}{3}$, $17\frac{2}{9}$, $16\frac{2}{7}$ millionniemes de pouce; qu'enfin celles des lames d'air qui réfléchissent le vert du 3e ordre (auquel il semble qu'on doive rapporter celui de toutes les plantes) qui est le meilleur de tous, & le bleu & le pourpre ou violet du même ordre qui sont les plus parfaits, sont respectivement de $25\frac{1}{5}$, $23\frac{2}{5}$, & 21 millionniemes de pouce.

472. Nous ne devons pas omettre que Mr. Newton observa que les anneaux paraissaient plus petits, quand il mettait l'œil perpendiculairement au-dessus des verres, dans l'axe des anneaux; & que lorsqu'il les regardait obliquement, ils devenaient plus grands & se dilataient à mesure qu'il éloignait l'œil de cet axe. Ils se dilataient si fort que lorsqu'on les regardait le plus obliquement, l'endroit de la lame d'air où ils se trouvaient, était plus de douze fois plus épais que celui où ils paraissaient quand on les regardait perpendiculairement.

473. Mr. Newton apperçut aussi des anneaux colorés en regardant au travers des deux objectifs contigus. La tache du centre qui avant paraissait noire, parut blanche, & les couleurs depuis cette tache étaient, ROUGE jaunâtre; NOIR, violet, bleu, blanc, jaune, rouge; VIOLET, bleu, vert, jaune, rouge, &c. Ces couleurs étaient très-faibles; mais si la lumière traversait fort obliquement les verres, elles devenaient assez vives. En comparant ces anneaux produits par une lumière transmise avec les premiers que donnait une lumière réfléchie, il trouva que le blanc était opposé au noir, le rouge au bleu, le jaune au violet, &c. c'est-à-dire, que l'endroit des verres qu'on voyait blanc, lorsqu'on regardait dessus, paraissait noir en regardant au travers; que l'endroit qui paraissait bleu dans le premier cas, paraissait rouge dans le second, & *vice versâ*, &c.

474. Ayant fait couler une goutte d'eau entre les deux objectifs, les anneaux devinrent plus petits & leurs couleurs plus faibles; & il trouva que les diametres de ces anneaux étaient aux diametres des anneaux semblables produits par la lame d'air, environ comme 7 à 8; d'où il conclut que les épaisseurs des lames d'eau & d'air correspondantes aux mêmes couleurs, étaient à peu près comme 3 à 4, qui est le rapport de réfraction de l'eau dans l'air : ce qui porte Mr. Newton à croire que si quelqu'autre milieu remplissait l'espace compris entre les objectifs, les épaisseurs de ce nouveau milieu & de la lame d'air qui produisent les mêmes couleurs, seraient dans le rapport de réfraction de ce milieu dans l'air,

contenue entre les verres, & celle de la bulle sont les mêmes dans toute l'étendue du même anneau, & différentes dans différens anneaux. D'où l'on voit que la couleur particulière d'un

475. Tels sont en abregé les principaux effets de la lumière ordinaire du jour, réfléchie ou transmise par une lame d'air ou d'eau interposée entre les objectifs. Ces verres illuminés dans une chambre bien fermée, par une lumière homogene, soit qu'elle leur fût réfléchie, soit qu'ils la reçussent directement, présenterent encore à M[r]. Newton des effets semblables, c'est-à-dire, qu'ils lui donnerent aussi des anneaux, mais qui différaient de ceux qui sont dûs à la lumière du jour, en ce qu'ils n'étaient que d'une seule couleur, de celle qui illuminait les verres, & qu'ils étaient plus distincts & en plus grand nombre. Nous ajoûterons à ce qu'on en dit dans le présent Article, que les carrés des diametres de ces anneaux formés par une couleur prismatique quelconque, étaient en progression arithmétique, de même que les carrés des diametres des anneaux obscurs compris entr'eux, précisément comme les carrés des diametres des anneaux formés à la lumière du jour.

Toutes ces apparences étant produites par une *Lamelle* d'un milieu très-rare terminé par un plus dense, tel que l'air ou l'eau compris entre deux verres, M[r]. Newton examina quelles seraient celles que produiraient des lames d'un milieu dense environné de toutes parts d'un plus rare, telles, par exemple, que des bulles d'eau, des plaques de talc de Moscovie, &c. environnées d'air de tous côtés.

476. Une bulle d'eau de savon fut la première lame de cette espece qu'il observa. Après l'avoir mise sous un verre bien transparent, pour la défendre de l'agitation de l'air, il remarqua d'abord son sommet environné d'anneaux concentriques différemment colorés. A mesure qu'elle s'amincissait par l'écoulement de l'eau dont elle était formée, ces anneaux se dilataient peu à peu, se répandaient sur toute la bulle, & descendaient par ordre jusqu'au bas, où ils s'évanouissaient successivement. Après que toutes les couleurs eurent paru au haut de la bulle, il se forma au centre des anneaux une petite tache noire comme celle qu'on apperçoit entre deux objectifs appliqués & pressés l'un contre l'autre, laquelle se dilatait continuellement jusqu'à devenir de la largeur de la moitié ou des trois quarts d'un pouce avant que la bulle crevât : elle n'était pas uniformément noire ; elle renfermait plusieurs autres taches rondes plus petites, beaucoup plus noires qu'elles ; & M[r]. Newton s'assura que toutes ces taches réfléchissaient un peu la lumière.

477. Les couleurs de ces bulles étaient plus étendues & plus vives que celles de la couche d'air interposée entre les verres. Leur ordre était en commençant par le bas ; ROUGE, bleu ; ROUGE, bleu ; ROUGE bleu ; ROUGE, vert ; ROUGE, jaune, vert, pourpre ; ROUGE, jaune, vert, bleu, violet ; ROUGE, jaune, blanc, bleu, noir. Les couleurs des premières successions étaient très-faibles ; celles des dernières étaient les plus vives, & elles avaient pour la plupart beaucoup d'éclat.

478. En regardant sous différentes obliquités les anneaux colorés qui venaient à paraître au haut de la bulle, M[r]. Newton trouva qu'ils se dilataient sensiblement à mesure qu'il regardait plus obliquement, quoiqu'il s'en fallût beaucoup qu'ils se dilatassent autant que les anneaux (dont il a été parlé) formés par une lame d'air fort mince. Lorsqu'on les regardait avec le plus d'obliquité, l'épaisseur de l'eau à l'endroit où les anneaux se trouvaient alors, était à son épaisseur à l'endroit où ils paraissaient lorsqu'ils étaient vus par des rayons perpendiculaires, comme 15 ou $15\frac{1}{2}$ à 10 ; de sorte que les épaisseurs de la lame d'air aux endroits où le même anneau se trouvait successivement dans ces deux positions de l'œil, étant entr'elles dans le rapport de 12 à 1 (*Note* 472), l'accroissement des anneaux produits par la lame d'eau, est 24 fois moindre que celui des anneaux qu'on apperçoit sur une lame d'air.

479. M[r]. Newton remarqua que souvent la même partie de ces bulles, ou des parties de la même épaisseur vues sous diffé-

anneau quelconque dépend d'une épaiſſeur particulière de la lame d'air ou de la bulle d'eau, à l'endroit où la lumière eſt réfléchie à l'œil. La lumière tranſmiſe au travers des objectifs ou de la

rentes obliquités, paraiſſaient de couleurs différentes; il obſerva des changemens ſemblables de couleur, mais plus petits, relatifs aux diverſes poſitions de l'œil, dans pluſieurs autres lames minces plus denſes que l'eau; & il trouva que le changement de couleur cauſé par l'obliquité de l'œil, eſt moindre dans un corps mince, à proportion que ce corps eſt plus denſe.

480. En regardant la lumière au travers de ces bulles, il obſerva que les portions annulaires, qui paraiſſaient d'une couleur lorſqu'elles étaient vues par une lumière réfléchie, paraiſſaient alors d'une autre couleur. Telle portion annulaire qui, par exemple, paraiſſait bleue par une lumière réfléchie, paraiſſait rouge par la lumière qu'elle tranſmettait. Et en général dans toutes les lames d'air, d'eau, de verre, &c. dans l'endroit même où il ſe fait une réflexion d'une certaine couleur, il s'y fait une tranſmiſſion d'une couleur différente.

481. M^r. Newton ayant mouillé des feuilles de talc de Moſcovie, qui, par leur grande tenuité, faiſaient paraître des couleurs ſemblables à celles des bulles d'eau, ces couleurs devinrent plus faibles & plus languiſſantes, ſur-tout lorſqu'il mouillait ces lames du côté oppoſé à l'œil; mais il n'apperçut jamais d'altération du côté de la couleur. D'où il conclut que la raiſon pour laquelle une lame a l'épaiſſeur convenable pour produire une certaine couleur, ſe tire uniquement de ſa denſité, & nullement de la denſité du milieu environnant. Il n'y a que la vivacité de la couleur ſur laquelle cette dernière denſité influe; car la couleur a toujours d'autant moins d'éclat que cette denſité eſt plus grande.

482. M^r. Newton obſerve encore que les couleurs produites par un corps mince tranſparent plus denſe que le milieu qui l'environne, ſont toujours plus brillantes & plus vives que celles que réfléchirait une lame d'un milieu plus rare que celui qui l'environne, dans le même rapport. Des plaques de verre très-minces environnées d'air, ſont paraître des couleurs beaucoup plus vives que celles que produiſent des lames d'air reſſerrées entre deux verres.

483. Puiſque nous avons vu que l'épaiſſeur de l'air était à l'épaiſſeur de l'eau, lorſque l'eau & l'air faiſaient paraître les mêmes couleurs entre les mêmes verres, comme 4 à 3, & que les couleurs des corps minces ne varient point, quoiqu'on change le milieu environnant, il s'enſuit que l'épaiſſeur d'une lame d'eau qui fait paraître quelque couleur que ce ſoit, ſera des $\frac{3}{4}$ de l'épaiſſeur de l'air qui produit la même couleur. Et l'on doit inférer de ce qui a été établi au même endroit, qu'une lame de verre doit avoir les $\frac{20}{31}$ de l'épaiſſeur d'une lame d'air, pour réfléchir la même couleur; & qu'en général pour qu'une lame mince d'un milieu quelconque réfléchiſſe la même couleur qu'une lame d'air, il faut que ſon épaiſſeur ſoit à celle de cette lame d'air dans le rapport de réfraction de ce milieu dans l'air. L'on peut donc aiſément trouver les épaiſſeurs que doivent avoir des lamelles d'eau, de verre, ou de quelqu'autre milieu réfringent, pour réfléchir les couleurs dont il a été queſtion Note 471.

Ce que nous venons de rapporter de M^r. Newton, rapproché & mis ſous un même point de vue, ſe réduit donc aux faits ſuivants.

484. 1°. Qu'une lame tranſparente trop mince ne réfléchit point la lumière, & la laiſſe paſſer toute entière.

485. 2°. Que de pluſieurs lames minces tranſparentes de la même matière, dont l'une réfléchit le violet, l'autre le bleu, la 3^e le vert, la 4^e le jaune, la 5^e le rouge, la 6^e le blanc, la plus mince de toutes eſt celle qui réfléchit le violet, la plus épaiſſe celle qui réfléchit le blanc, & que les épaiſſeurs des autres lames ſont intermédiaires entre les épaiſſeurs de celles-ci, & vont en augmentant depuis celle qui réfléchit le bleu juſqu'à celle qui réfléchit le rouge.

Au reſte quand nous diſons que la plus épaiſſe de toutes ces lames eſt celle qui renvoie le blanc, cela n'eſt exactement vrai que dans la ſuppoſition que le blanc

bulle

bulle d'eau produit auſſi des anneaux colorés ; c'eſt-à-dire, qu'en mettant ces objectifs ou cette bulle entre l'œil & la lumière, on apperçoit encore des anneaux, mais dont les couleurs ſont diffé-

qu'elle réfléchit, n'ait que peu d'éclat tel que celui du papier, du linge & de la plupart des corps blancs. Car ſi l'on ſuppoſe qu'elle réfléchiſſe un blanc vif & lumineux, tel que celui du 1^{er} ordre, elle doit être une des plus minces.

486. 3°. Que la même couleur peut être réfléchie par des lames minces de différentes épaiſſeurs ; mais non avec la même force & la même pureté : les plus minces, à l'exception cependant de celles qui ont le plus grand degré de tenuité, la réfléchiſſent plus fortement, & paraiſſent de la couleur la plus vive & la plus homogene ; au lieu que les plus épaiſſes la réfléchiſſent toujours faiblement & ſouvent mêlangée ; de ſorte que leur couleur eſt plus ou moins faible & imparfaite.

487. 4°. Que des lames plus épaiſſes que les dernières dont on vient de parler, ou réfléchiſſent une couleur différente, ce qu'elles ne font que faiblement, ou ne renvoyent que du blanc ; c'eſt-à-dire, réfléchiſſent toutes les couleurs dans la proportion convenable pour produire le blanc.

488. 5°. Qu'une lame qui réfléchit une couleur, en tranſmet toujours une autre toute différente. Si, par exemple, elle réfléchit le rouge, elle tranſmettra le bleu ; ſi elle réfléchit le jaune, elle laiſſera paſſer le violet.

489. 6°. Que la couleur d'une lame ne dépend que de la denſité & de l'épaiſſeur de cette lame, & nullement du milieu qui l'environne : il n'y a que la vivacité qui en dépende ; car plus ce milieu eſt rare, plus la couleur a d'éclat.

490. 7°. Que toutes choſes égales d'ailleurs, une lame plus denſe que le milieu environnant, paraît toujours d'une couleur plus vive qu'une lame plus rare que le milieu dont elle eſt environnée.

491. 8°. Que dans la plupart des cas la couleur d'une lame varie ſelon la poſition de l'œil ; que les lames qui ſont plus rares que le milieu environnant, ſont celles dont la couleur éprouve les plus grandes variations, en conſéquence des diverſes obliquités ſous leſquelles on les regarde ; que la couleur de ce les qui ſont au contraire d'une denſité plus grande que le milieu qui les environne, en éprouve de beaucoup moindres ; qu'enfin ſi elles ſont conſidérablement plus denſes que ce milieu, leur couleur n'en éprouve que très-peu, ou même eſt permanente.

492. 9°. Si la première d'un certain nombre de lames dont les épaiſſeurs croiſſent ſelon la progreſſion des nombres naturels 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, &c. réfléchit une lumière homogene, la ſeconde la tranſmettra, la 3^e la réfléchira, & ainſi de ſuite ; de ſorte que les lames des rangs impairs 1, 3, 5, 7, &c. réfléchiront des rayons de la même eſpece que ceux que tranſmettront les lames des rangs pairs 2, 4, 6, 8, &c.

Mais ce n'eſt pas ſeulement entre les ſurfaces courbes des objectifs qu'il ſe manifeſte des couleurs ; on a apperçu encore le même phénomene entre deux ſurfaces planes ; & cette découverte eſt dûe à Mr. l'Abbé Mazeas, qui en détaille les particularités les plus frappantes dans les Mémoires de Berlin de 1752.

493. Si on fait gliſſer deux glaces de miroir l'une ſur l'autre, en les preſſant le plus également qu'il eſt poſſible, on éprouve bientôt de la réſiſtance, quelquefois vers le milieu, d'autrefois vers les extrémités des glaces ; & l'on apperçoit dans cet endroit pluſieurs lignes colorées, les unes d'un rouge pâle, les autres d'un vert languiſſant, leſquelles en continuant de frotter, ſe multiplient, deviennent d'une couleur plus vive, & bientôt ſont accompagnées de pluſieurs autres diſperſées avec elles, tantôt ſans ordre & tantôt dans un ordre régulier ſous la figure de cercles ou d'ellipſes concentriques. Au centre de ces ellipſes on voit une lame elliptique parfaitement ſemblable à une lame d'or qu'on aurait interpoſée entre les verres : cette lame eſt entourée de rouge pourpré, après lequel viennent les couleurs ſuivantes, qui, avec ce rouge, forment les ellipſes dont il eſt queſtion ; ſçavoir, bleu, vert, jaune

rentes de celles que la lumière réfléchie fait paraître aux mêmes endroits.

Telles ſont les apparences des anneaux colorés produits par verdâtre, rouge, vert tendre, rouge, vert affaibli, rouge languiſſant, avec quelques-autres ſucceſſions de vert & de rouge très-faibles & peu ſenſibles.

494. La lame elliptique que nous avons comparée à une lame d'or, eſt rarement d'une couleur uniforme. On voit ſouvent à ſon centre un eſpace de figure elliptique d'un bleu peu foncé, dont la couleur s'affaiblit en s'éloignant du centre, & ſe perd par degrés dans le jaune. Cet eſpace, cette lame elliptique bleue, eſt preſque toujours de peu d'étendue & même quelquefois aſſez peu ſenſible, à moins qu'on ne regarde avec une certaine obliquité; car alors il paraît plus grand, & à meſure qu'on regarde plus obliquement, il augmente en grandeur de même que toutes les ellipſes colorées. Pendant cette augmentation on voit ſe former à ſon centre une tache noire qui prend auſſi de l'étendue, mais en changeant de couleur; elle devient à peu près de celle du biſtre, au moins par ſes bords; car pour le milieu il eſt preſque toujours beaucoup plus clair.

495. En preſſant les verres au centre de la lame d'or, on fait naître la lame bleue, ſi elle n'exiſte pas déja: continuant la preſſion, elle s'agrandit & bientôt paraît à ſon centre la tache noire qui ne tarde pas à prendre la couleur du biſtre par ſes bords, tandis que ſon milieu s'éclaircit & paraît tranſmettre la lumière. En un mot la preſſion fait naître les mêmes apparences que le changement de ſituation de l'œil, à l'exception cependant que la dilatation de cette tache & de toutes les couleurs qu'occaſionne cette preſſion, eſt moins grande que celle qui eſt occaſionnée par l'autre cauſe. Quelquefois le frottement des deux ſurfaces ſuffit pour mettre les choſes dans l'état où nous venons de dire que la preſſion les met.

496. Si pour mieux obſerver la ſucceſſion des couleurs & déterminer plus ſûrement leur eſpece, on deſire avoir les couleurs mieux ſéparées & plus vives, il faut prendre, comme l'a fait Mr. Mazeas, deux verres taillés en forme de priſmes & d'un angle très-aigu, tels que ſont les biſeaux des glaces, & les joindre enſemble par leurs côtés plans, en ſe ſervant du frottement. On remarquera alors le long de la ſurface du contact, des couleurs très-vives, dont il ſera très-facile d'obſerver l'ordre & l'eſpece.

497. Lorſque les couleurs ſont formées, les glaces ſe tiennent collées avec beaucoup de force, & demeurent toujours ainſi adhérentes, ſans aucun changement ni altération de couleur. Cette adhérence eſt ſouvent ſi forte qu'on ne peut la vaincre & ſéparer les verres, qu'en les expoſant au feu.

498. Si l'on ſépare ſubitement les deux glaces, & qu'on les joigne enſuite par une ſimple appoſition, ſouvent la moindre preſſion ſuffira pour engendrer des couleurs, & l'on appercevra une lame elliptique d'un rouge faible au centre de laquelle paraîtra une tache d'un vert tendre, qui s'élargira par la preſſion, deviendra une ellipſe verte ayant à ſon centre une tache rouge, laquelle s'élargira à ſon tour en jettant de ſon centre une tache verte; & après quelques-autres ſucceſſions ſemblables de rouge & de vert, naîtront auſſi du même centre, en continuant de preſſer de plus en plus, les autres couleurs dans le même ordre ſelon lequel elles ont été primitivement engendrées par le frottement.

499. La preſſion engendre donc des couleurs entre deux ſurfaces planes comme entre deux ſurfaces courbes, mais avec cette différence que ce n'eſt jamais qu'après que ces deux ſurfaces planes en ont donné par le frottement. Si on n'en a point produit auparavant par cette voie, la preſſion la plus forte n'en donne point.

500. Si l'on ſuſpend les glaces colorées au-deſſus de la flamme d'une bougie, les couleurs diſparaiſſent tout-à-coup, & lorſque les glaces ſont grandes, elles ſe retirent vers leurs extrémités; & tenant la flamme toujours au même endroit, ces bandes colorées ſe rétreciſſent de plus en plus, & à la fin deviennent des lignes

la lumière ordinaire du jour. Mais si dans une chambre bien fermée on fait tomber une lumière homogene sur les objectifs, les anneaux qu'on voit sur ces verres par la réflexion de cette

imperceptibles. Si on retire la flamme, elles reprennent leurs premières places, & forment le même ordre qu'auparavant.

501. Nous avons vu que Mr. Newton attribuait la génération des couleurs engendrées entre deux objectifs à la lame d'air qui s'y trouve resserrée. Quoiqu'il paraisse que ce soit l'origine la plus raisonnable qu'on leur puisse donner, on ne peut se dissimuler que l'expérience que nous allons rapporter inspire des doutes assez fondés. » La » matière contenue entre mes verres, dit » Mr. Mazeas, & qui devait y être bien » comprimée, puisqu'il arrivait souvent que » ces verres adhéraient avec tant de force » qu'on ne pouvait les séparer que par » l'action du feu, cette matière, dis-je, » sortait avec précipitation d'entre les verres » aux approches de la flamme; & celle des » objectifs mis à la même épreuve, ne don- » nait aucun changement, ni aucune altéra- » tion sensible; il me fallait échauffer ces » objectifs jusqu'à rompre le verre inférieur » le plus près de la flamme, avant de remar- » quer la moindre dilatation dans les an- » neaux colorés. On ne peut pas dire que » ce phénomene arrivait dans les verres » plans, parce qu'ils étaient moins compri- » més que les objectifs; car en exposant » mes glaces au-dessus de la flamme, je » les ai souvent comprimées avec force par » le moyen de tenailles, & cette compres- » sion quelque violente quelle fût, ne retar- » dait aucunement l'effet de la flamme. J'ai » fait mettre ensuite mes verres & ceux » de Mr. Newton dans le vuide, en sus- » pendant les miens par le moyen d'un fil » au haut du récipient, & tenant ceux de » Mr. Newton comprimés par le moyen » de deux ressorts; après avoir fait pomper » l'air pendant une demi-heure d'un reci- » pient fort étroit, je n'ai remarqué aucun » changement de part ni d'autre. »

502. Mais si c'est une même matière qui produit les couleurs entre les deux surfaces planes & entre les deux objectifs, d'où vient cette dilatation d'un côté, & cette insensibilité de l'autre, aux approches d'un même degré de chaleur? si c'est l'air qui donne les anneaux colorés dans les deux objectifs, d'où vient cette inaltération constante dans ces mêmes anneaux, lorsqu'on est moralement sûr qu'il ne se trouve plus d'air dans le récipient? Telles sont les réflexions qui se présentent naturellement après l'exposition de cette expérience, & que Mr. Mazeas ne manque pas de mettre devant les yeux, sans chercher toutefois à infirmer le sentiment de Mr. Newton. Et même il rapporte un fait qui est beaucoup en sa faveur: c'est que quand l'air adhere à quelque corps en très-petite quantité, il est tellement attiré par ce corps, qu'on a beaucoup de peine à l'en séparer, comme l'ont prouvé Mr. Hales (*Statique des Végétaux*), & Mr. Gowin Knight (*Essais sur le Magnetisme*); & comme Mr. l'Abbé Nollet dit l'avoir souvent éprouvé, en voulant retirer l'air de quelque tube fort étroit.

503. Mr. Mazeas rapporte encore un fait bien singulier & bien embarrassant. Ayant placé sur une braise ardente deux de ses verres plans, après les avoir fait passer par différens degrés de chaleur pour les empêcher de se rompre, il frotta par le moyen d'une verge de fer, le verre supérieur contre l'inférieur; & quoique prêts à se rougir par l'ardeur du feu, il parvint à former des cercles & des ellipses dans le même ordre & dans le même arrangement qu'on a vu ci-devant; lorsqu'il cessait d'appuyer sur les verres, les couleurs paraissaient s'évanouir; si-tôt qu'il recommençait à frotter, les couleurs reparaissaient, & cela jusqu'à ce que les verres commencerent à rougir & à s'unir par la fusion des surfaces selon lesquelles ils se touchaient.

504. Si l'on applique du mercure sur une des surfaces extérieures des verres colorés, les couleurs ne paraissent plus, quoique les verres adherent toujours avec la même force. Cet évanouissement des couleurs provient, selon Mr. Mazeas, de la force & de la multitude des rayons réfléchis par le mercure, qui affectent trop vivement l'organe, &

lumière, paraiſſent tous de la couleur de cette lumière ; & ces anneaux colorés ſont ſéparés par des anneaux obſcurs comme la tache du milieu, & la lumière qui tombe aux endroits des verres l'empêchent de ſentir l'impreſſion des rayons réfléchis de deſſus la ſurface mince.

505. Enfin Mr. Mazeas imagina de préſenter ſes verres à la lumière de la lune, à laquelle les ayant inclinés, ils lui donnerent encore des couleurs dont les plus remarquables étaient le blanc, le rouge, & le violet que la lumière du ſoleil r[illegible] avait jamais procuré.

506. Pour peu qu'on y réfléchiſſe, on voit aiſément que les phénomenes obſervés par Mr. Newton & par Mr. Mazeas, ſe réduiſent tous à celui d'une lame mince ; c'eſt-à-dire, que c'eſt une lame mince tranſparente, quelle qu'elle ſoit, qui donne les couleurs dont il a été queſtion juſqu'ici. Mais comment ces couleurs ſont-elles produites ? qui peut occaſionner, de la part de ces lames, cette décompoſition de rayons, cette réflexion des uns, cette tranſmiſſion des autres ? Mr. Newton a tenté de l'expliquer, en imaginant des accès de facile réflexion & de facile tranſmiſſion dans ces lames ; de ſorte que la raiſon pour laquelle, parmi les rayons incidens, les uns ſont réfléchis, les autres tranſmis, eſt que les uns ſe trouvent dans des accès de facile réflexion, & les autres dans des accès de facile tranſmiſſion, & il obſerve que les intervalles de ces accès ſont à très-peu près, comme les racines cubiques des carrés des longueurs du Monochorde qui donnerait le mode mineur *re, mi, fa, ſol, la, ſi, ut, re.*

507. L'explication que nous ne faiſons qu'indiquer, & qu'il faut lire dans l'Optique de Mr. Newton, n'étant pas à beaucoup près auſſi ſatisfaiſante qu'elle eſt ingénieuſe, n'a pas été fort accueillie, & même un des plus grands Géometres de ce ſiécle l'a abſolument rejettée (*Mr. Euler, Mém. de l'Acad. de Berlin, année 1752*). Elle renferme ſelon lui, une ſuppoſition qui lui paraît tout-à-fait inſoutenable ; ſçavoir, que l'apparence des couleurs eſt occaſionnée par la réflexion des rayons par les ſurfaces des lames minces. Ses raiſons ſont :

508. 1°. Que ſi nos yeux étaient frappés par des rayons réfléchis par ces ſurfaces, nous ne devrions pas voir ces ſurfaces mêmes, mais plutôt les corps lumineux d'où les rayons ſeraient originairement partis, de même que nous ne voyons pas la ſurface des miroirs, mais les objets dont les rayons ont été réfléchis par cette ſurface ; d'où Mr. Euler conclut que puiſque nous voyons les ſurfaces mêmes des lames minces, & non les images des corps qui y envoyent des rayons, nous ne les voyons pas par des rayons réfléchis.

509. 2°. Que dans la viſion réfléchie, ce n'eſt que dans une certaine ſituation que nous recevons la même ſenſation ; que ſitôt que nous changeons de place par rapport à la ſurface réfléchiſſante, nous ne voyons plus la même choſe. Donc puiſqu'on apperçoit les mêmes couleurs de quelque point qu'on regarde la plupart des lames minces, ce ne peut être la réflexion qui en occaſionne l'apparence.

510. 3°. Nous ne rapportons point ſur la ſurface réfléchiſſante ce que nous voyons par les rayons qu'elle nous réfléchit, nous le rapportons à l'endroit où tombe l'image réelle ou imaginaire que forme les rayons réfléchis, lequel n'eſt jamais ſur la ſurface. Puis donc que nous appercevons les couleurs ſur les lames minces mêmes, c'eſt une nouvelle preuve que nous ne les voyons point par des rayons réfléchis.

511. D'un autre côté comment eſt-il poſſible, ajoûte Mr. Euler, qu'un point d'une lame colorée ne réfléchiſſe que les rayons d'une certaine couleur, & qu'il éteigne tous les autres, & cela de quelque côté que ſoient venus les rayons incidens ? de plus comment ſe peut-il que les rayons réfléchis ſe repandent de toutes parts ? Ces difficultés jointes aux raiſons précédentes, ont tout ce qu'il faut, ſuivant Mr. Euler, pour convaincre que les couleurs des lames minces ne ſont point engendrées par la réflexion des rayons, ce qu'il avait déja affirmé, pour les mêmes raiſons, des

auxquels ces anneaux répondent, les traversent sans changer de couleur, & tracent sur un papier blanc placé au-delà de ces verres, des anneaux de la même couleur que la sienne, comme on le couleurs des corps naturels.

512. Le sentiment de Mr. Euler se trouve encore confirmé par cette considération, que quantité de corps opaques étant bien polis, font l'effet des miroirs & représentent les objets qui leur envoyent des rayons (ce que font aussi les lames minces, comme on peut le remarquer dans les bulles de savon), & qu'en même tems on apperçoit ces corps & ces lames avec leur couleur propre, laquelle ne varie point selon la position de l'œil, tandis que les objets représentés changent continuellement. Or de ce que cette dernière apparence est sujette à varier, on est en droit d'en conclure qu'elle est occasionnée par la réflexion, puisque les objets ainsi représentés varient nécessairement suivant la position de l'œil, tandis que la couleur de ces corps & de ces lames étant permanente, elle ne peut, par cela même qu'elle ne change point, être l'effet de la réflexion, & doit par conséquent avoir une origine différente.

513. Donc, conclut Mr. Euler, puisque les rayons par lesquels on apperçoit les couleurs des lames minces, ne sont point réfléchis, & sont envoyés de chaque point des surfaces de ces lames dans toutes les directions imaginables, il faut qu'ils y soient engendrés, ou que chaque élement de leur surface acquiere la faculté de produire des rayons, comme le font les corps lumineux. Ainsi quelle que soit la disposition des particules d'un corps lumineux, en vertu de laquelle elles produisent des rayons, j'en conçois, dit Mr. Euler, une toute semblable dans les particules d'un corps opaque en général, & en particulier dans les lames minces, tandis qu'elles nous paraissent colorées.

514. Il s'agit donc de tâcher de découvrir quelle est la disposition réquise dans les particules d'un corps pour qu'il envoye des rayons. Or pour cela il faut remonter à la génération de la lumière, sur laquelle il y a deux sentimens, l'un qui en fait une émanation réelle du corps lumineux, & que Mr. Euler rejette entiérement, l'autre qui la suppose produite comme le son, c'est-à-dire, qui la fait consister dans un mouvement de vibration extrêmement rapide communiqué à l'éther par le mouvement de vibration des particules du corps lumineux; de sorte que, selon cette hypothése, tout corps dont les molecules sont susceptibles de recevoir un mouvement de vibration assez vif pour exciter dans l'éther ou dans les autres milieux diaphanes qui l'environnent, ce tremblement rapide, dans lequel consiste la lumière, ce corps, dis-je, a le pouvoir de produire des rayons, & d'en envoyer dans toutes sortes de directions. Et comme dans cette même hypothése, la diversité des couleurs ne peut dépendre que de nombres d'impressions différens qui se font au fond de l'œil dans un tems donné, & que par conséquent les rayons de chaque couleur ont une vîtesse ou fréquence de vibrations déterminée, en vertu de laquelle ils excitent la sensation de la couleur particulière à cette fréquence, il s'ensuit que pour qu'un corps paraisse d'une couleur, il faut que ses particules puissent prendre un mouvement de vibration déterminé, & tel précisément que les particules de l'éther auxquelles il se communique, doivent l'avoir, pour exciter la sensation de cette couleur, lorsqu'elles viennent à faire leur impression.

515. Selon ce sentiment chaque couleur qu'on apperçoit sur une lame mince, doit donc venir d'un mouvement de vibration déterminé, excité dans les particules qui constituent l'endroit de cette lame où elle paraît. Il ne s'agit donc plus que de savoir si ces particules sont effectivement de nature à pouvoir faire des vibrations plus ou moins vives, & ensuite quel est l'agent qui les met en jeu & leur donne les différens mouvemens de vibration qu'elles communiquent à l'éther, lesquels en se propageant jusqu'au fond de l'œil, excitent les sensations de diverses couleurs.

516. Ayant déja eu occasion de remarquer que les particules des corps sont transparentes, on ne peut douter qu'elles ne

Fig. 367. voit repréſenté dans la figure. Il faut de plus obſerver que les diametres, largeurs & intervalles des anneaux de lumières homogenes de différentes couleurs, ſont tous différens, les anneaux

ſoient élaſtiques, & conſéquemment ſuſceptibles de recevoir différens mouvemens de vibration très-vifs & très-rapides, ſelon leur degré d'élaſticité & leurs dimenſions. Il ne doit donc plus reſter de doute ſur la raiſon pour laquelle une lame mince donne des couleurs, & en change ſuivant ſon épaiſſeur. Car la matière même étant diaphane, elle eſt élaſtique, & comme elle eſt fort mince, les molecules qui en forment l'épaiſſeur, prennent, ſi-tôt qu'elles ſont ébranlées, le mouvement de vibration convenable pour produire des rayons d'une certaine couleur. Et comme la viteſſe des vibrations dépend des dimenſions des molecules de la lame, & par conſéquent de ſon épaiſſeur, on voit pourquoi la couleur varie avec l'épaiſſeur.

517. Il reſte donc ſeulement à expliquer par quelle cauſe les particules d'une lame mince ſont ébranlées & font des vibrations. Or l'analogie que Mr. Euler trouve entre le ſon & la lumière, le conduit facilement à la connaiſſance de cette cauſe, laquelle, comme il le fait obſerver, ne peut être qu'une impulſion proportionnée à la petiteſſe de ces particules.

518. On ſait par expérience que de deux cordes de muſique qui ſont à l'uniſſon, ou dont l'une rend l'octave, ou la quinte, ou la tierce de l'autre, ou quelqu'une de leurs octaves, celle dont on tire un ſon, fait auſſitôt raiſonner l'autre, parce que cette première corde communiquant à l'air environnant le mouvement de vibration dont elle eſt animée, il le communique néceſſairement à ſon tour à la ſeconde. Car après la première impulſion qu'il lui a donnée, on conçoit aiſément que toutes celles qu'il lui donne enſuite, concourant avec chaque vibration de cette corde, ou avec deux, ou avec trois, &c. il en réſulte bientôt un frémiſſement & un ſon d'autant plus ſenſibles, que la co-incidence des impulſions eſt plus fréquente. En général pourvu que les tems des vibrations de deux cordes ſoient commenſurables entr'eux, ſi-tôt qu'on en touchera une, l'autre frémira.

519. Une répétition continuelle de chocs preſqu'infiniment petits, imprimera donc à une petite molecule le mouvement de vibration dont elle eſt ſuſceptible, pourvu que les intervalles entre ces impulſions ſoient égaux ou commenſurables au tems d'une vibration de cette molecule. Il eſt d'ailleurs évident que plus ce rapport ſera ſimple, plus la molecule ſera fortement excitée à faire des vibrations, & conſéquemment à produire des rayons. Telle eſt la manière dont Mr. Euler conçoit que les molecules d'une lame extrêmement mince, prennent le mouvement de vibration néceſſaire pour former des rayons, & paraître en conſéquence viſibles ſous la couleur que doit exciter la viteſſe de vibration de ces rayons.

520. Mais enfin d'où viennent ces petits chocs capables de produire cet effet? Mr. Euler les trouve dans les rayons de lumière qui tombent ſur la lame en l'éclairant: il penſe que le tremblement ou mouvement de vibration extrêmement rapide des particules qui compoſent un rayon, ſe communique aux petites molecules de la lame, & les met ainſi en état de produire elles-mêmes des rayons qui les rendent viſibles; & c'eſt préciſément par ce même méchaniſme que, ſelon lui, nous voyons les corps opaques. Les particules de leurs ſurfaces ſont agitées & miſes en mouvement par la lumière qui les éclaire, ſelon leur degré de reſſort & de groſſeur; & produiſent en conſéquence les rayons par leſquels nous voyons ces corps.

521. D'où l'on voit pourquoi les lames minces ne paraiſſaient point colorées tant qu'elles ne ſont point aſſez minces. Car alors les molecules de ces lames qui en forment l'épaiſſeur, ſont encore trop grandes pour pouvoir être agitées par les rayons de lumière qui les éclairent, ou du moins pour prendre un mouvement de vibration aſſez vif pour engendrer des rayons. Ainſi la lame n'aura dans cet état que la propriété des corps tranſparens, c'eſt-à-dire, de tranſmettre la lumière ſans être viſible elle-même.

formés par un rouge homogene étant les plus grands, ceux qui le sont par le violet étant les plus petits, & ceux enfin qui sont engendrés par les autres couleurs prismatiques, ayant des grandeurs intermédiaires entre celles des rouges & des violets : d'où l'on apperçoit l'origine des différens anneaux colorés formés au grand jour. L'air resserré entre les verres, est disposé selon ses diverses épaisseurs, en certains endroits à réfléchir, & en d'autres à transmettre la lumière de quelque couleur que ce soit, & à réfléchir la lumière d'une couleur au même endroit où il laisse passer la lumière d'une autre couleur. Les apparences sont encore les mêmes si on fait couler de l'eau entre les verres; les anneaux seront seulement plus petits.

201. Les parties minces & transparentes des corps réfléchissent,

522. Mais si ces lames ont le degré de tenuité nécessaire pour que leurs molecules puissent prendre un mouvement de vibration assez vif pour former des rayons, les rayons de lumière qui frappent ces lames, ne manqueront pas de leur donner celui dont ils sont animés, si elles en sont susceptibles, de sorte que venant à trembler avec la même fréquence, elles communiqueront à l'éther environnant le mouvement de vibration qu'elles auront reçu, & produiront par conséquent des rayons de la même couleur que ceux qui les ont ébranlées. Si la lame n'est pas par-tout de la même épaisseur, la couleur changera d'un endroit à l'autre, puisque le mouvement de vibration dépend de l'épaisseur.

523. Quoique la couleur varie en général selon l'épaisseur, cependant la même couleur se peut manifester dans des endroits d'une lame mince, où l'épaisseur est différente. La raison qu'en donne M^{r}. Euler, c'est que quoiqu'une couleur déterminée soit dépendante du nombre de vibrations rendues dans un tems donné, celle qui est produite par un nombre de vibrations double ou sous-double, quadruple ou sous-quadruple, &c. lui ressemble si fort qu'on ne peut presque l'en distinguer, & qu'elle n'en differe que par rapport à la vivacité. Par conséquent si dans une lame mince, l'épaisseur à un endroit, est telle, qu'elle donne, par exemple, la couleur rouge, à toutes les autres épaisseurs qui feront un nombre de vibrations double ou sous-double, quadruple ou sous-quadruple, &c. elle paraîtra encore rouge, mais d'une vivacité différente.

524. Et comme, pour qu'une molecule puisse prendre le mouvement de vibration dont elle est susceptible, il faut qu'elle soit éclairée par une lumière de la même couleur, c'est-à-dire, dont le nombre de vibrations soit commensurable à celui de cette molecule; il s'ensuit que si une lame mince n'était éclairée que par des rayons d'une seule couleur, par exemple, par des rouges, il n'y aurait que la couleur rouge qui y paraîtrait en diverses bandes, & les espaces entre ces bandes seraient destitués de couleurs.

525. Enfin une lame mince étant éclairée par la lumière du soleil qui renferme des rayons de toutes les couleurs, toutes les particules susceptibles d'un mouvement de vibration capable de donner quelque couleur, en sont ébranlées, & chacune devrait par conséquent paraître avec la couleur qui lui convient. Mais il faut considérer, dit M^{r}. Euler, que deux parties contigues ne sauraient avoir des vibrations différentes, parce que le mouvement de l'une trouble celui de l'autre, d'où il arrive nécessairement que le mouvement de chaque particule étant un peu altéré, les couleurs n'ont pas tout l'éclat qu'elles pourraient avoir, & different même à cet égard, sur-tout aux endroits où la lame n'est plus si mince.

ſelon leurs différentes groſſeurs, des rayons d'une certaine couleur & laiſſent paſſer ceux d'une autre couleur, par les mêmes raiſons que les lames minces ou les bulles réfléchiſſent ou tranſmettent ces rayons ; & c'eſt là à quoi l'on peut, ce me ſemble, attribuer les couleurs des corps *. Car ſi un corps applati & tranſ-

526. * Regardant les petites parties d'un corps compriſes entre ſes pores, comme autant de lamelles extrêmement minces, il ſemble en effet hors de doute que la couleur de ce corps dépend de la denſité & de l'épaiſſeur de ſes petites parties. Il faut donc, toutes choſes égales, que ces particules ſoient les plus minces dans les corps noirs ; que dans les corps violets elles ayent un peu plus d'épaiſſeur, & que dans les bleus, les verts, les jaunes, les rouges, elles ſoient ſucceſſivement plus épaiſſes ; qu'enfin dans les corps blancs elles ſoient les plus épaiſſes de toutes, à l'exception de ceux qui ſont d'un blanc auſſi vif & auſſi lumineux que le blanc du premier ordre, qui doivent être compoſés de particules d'une très-grande tenuité.

527. Les corps de la même couleur n'ayant pas tous le même éclat, on eſt autoriſé à penſer qu'ils ne ſont pas tous compoſés de particules de même groſſeur, & que ceux dont la couleur eſt faible & mêlangée, ont leurs petites parties plus groſſes que les autres ; que ceux qui ont le plus d'éclat, & dont la couleur eſt la plus vive & la plus homogene, ſont compoſés de particules ou lamelles beaucoup plus minces que celles des corps faiblement colorés, mais non cependant du dernier degré de tenuité que comporte la couleur qu'elles réfléchiſſent. Car nous avons vu (*Note 471*) que les lamelles les plus minces de toutes celles qui renvoyent la même couleur, ne ſont pas celles qui réfléchiſſent les couleurs les plus vives.

528. Quant aux corps dont les couleurs ne ſont point homogenes, mais ſont compoſées & réſultent par conſéquent du mêlange de différentes eſpeces de rayons réfléchis, on doit croire que ces corps ſont compoſés de particules de pluſieurs groſſeurs différentes, de celles préciſément que doivent avoir des lamelles de même denſité pour réfléchir les différens rayons dont le mêlange forme la couleur de ce corps. Il ſe pourrait donc auſſi que la plupart des corps blancs ne fuſſent tels, que parce qu'ils ſeraient compoſés de particules de toutes les épaiſſeurs, & par cette raiſon ſuſceptibles de réfléchir des rayons de toutes les couleurs, dans la proportion convenable pour former le blanc.

529. A l'égard des rayons de différente eſpece qui ne ſont point réfléchis par les particules de la ſurface des corps, ils ſont tranſmis par ces particules, & ſe perdent & s'éteignent dans l'intérieur des corps par la multitude de réfractions & de réflexions qu'ils y ſouffrent, à moins que ces corps ne ſoient très-minces, auquel cas ils les traverſent en partie. C'eſt en vertu de cette propriété de réfléchir les rayons d'une couleur, & de tranſmettre au moins ceux d'une autre couleur, qu'une feuille d'or paraît jaune par une lumière réfléchie, & d'un bleu verdatre par une lumière tranſmiſe ; & que certaines liqueurs, telles, par exemple, que celle de l'infuſion de bois néphrétique, paraiſſent rouges ou jaunes dans le premier cas, & bleues dans le ſecond.

530. On ne peut douter que les particules de la plupart des corps naturels ne ſoient plus denſes que le milieu qui remplit les pores de leur ſurface & l'environne ; & il paraît que c'eſt à la grande denſité de ces particules par rapport à celle de ce milieu, que doit être attribuée l'invariabilité de leur couleur, ſous quelqu'angle qu'on les regarde.

531. Pour les corps dont la couleur eſt changeante & dépend de la ſituation de l'œil, il faut ou que leurs particules ſurpaſſent peu en denſité le milieu qui remplit leurs interſtices, ou même ſoient plus rares. Telle eſt vraiſemblablement la raiſon pour laquelle les queues des paons, certains taffetas, &c. changent de couleur ſuivant la ſituation de l'œil.

532. Enfin la couleur d'un corps quel-

formé

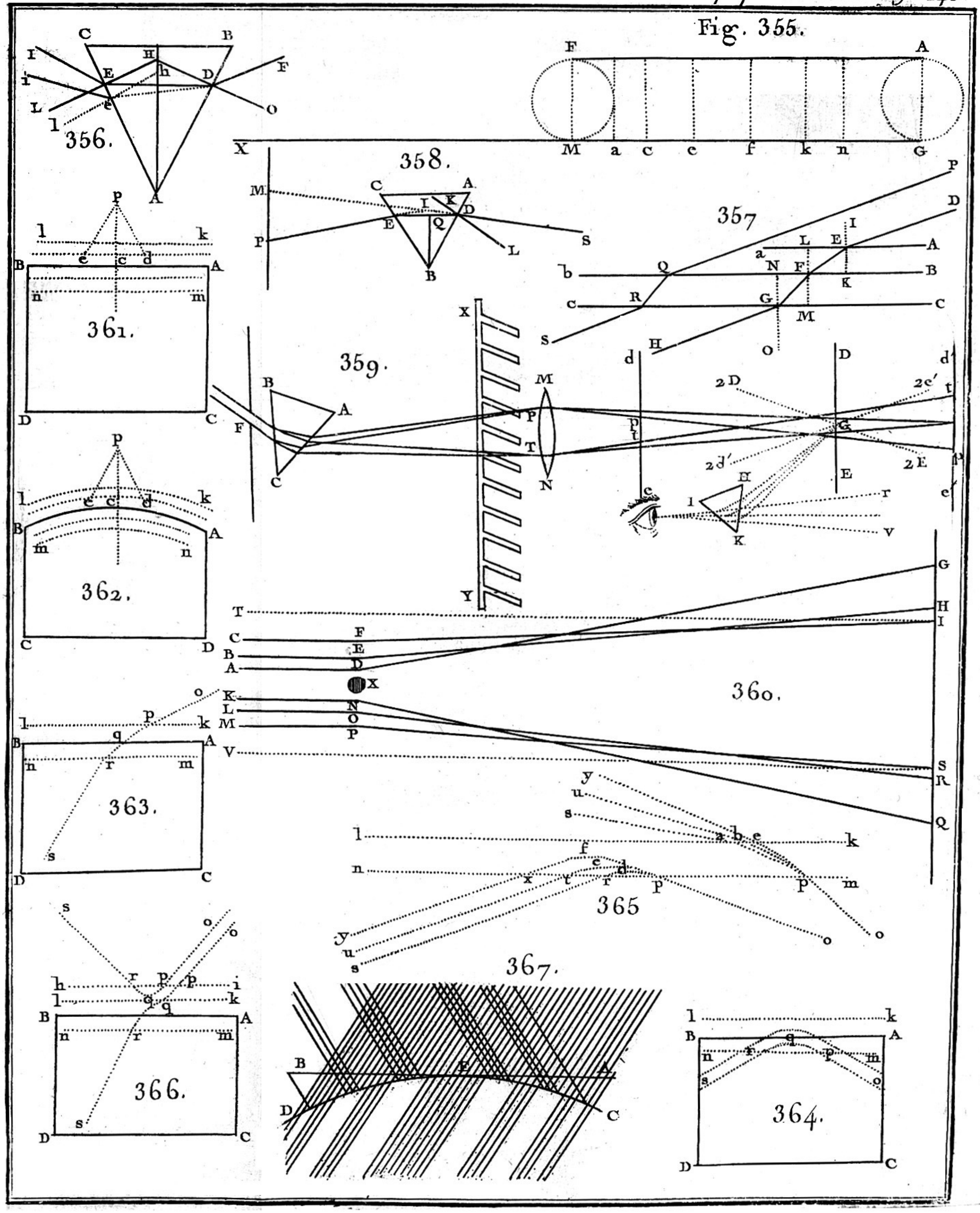


Fig. 355.
356.
357
358.
359.
360.
361.
362.
363.
364.
365
366.
367.

formé en une lame d'une égale épaiſſeur, paraît d'une couleur uniforme par-tout, je ne vois pas pourquoi cette lame réduite en filets ou fragmens de même épaiſſeur qu'elle, ne conſerverait pas ainſi diviſée la couleur qu'elle avait avant de l'être, ni par conſéquent pourquoi un amas de ces filets ne compoſerait pas une maſſe ou une poudre de la couleur de cette lame avant ſa diviſion. Les parties des corps naturels étant à cauſe de leur extrême tenuité, comme autant de fragmens d'une lame mince, doivent donc pour les mêmes raiſons réfléchir les mêmes couleurs.

Or l'on ne peut douter que cela ne ſoit ainſi, ſi l'on conſidere la conformité qui ſe trouve entre les propriétés des parties des corps naturels, & celles des plaques minces. Les plumes colorées de quelques oiſeaux, & particuliérement celles de la queue du paon, paraiſſent au même endroit de la plume de différentes couleurs, ſelon les différentes poſitions de l'œil, de même que les anneaux formés ſur la bulle d'eau, ou entre les objectifs; d'où il ſuit que les couleurs de ces plumes proviennent de la tenuité de leurs parties tranſparentes, c'eſt-à-dire, des filets ou barbes extrêmement fines qui ſortent des groſſes branches latérales de ces plumes. C'eſt pour la même raiſon que des toiles d'araignée d'une très-grande fineſſe, ont paru colorées, comme quelques-uns l'ont remarqué, & que les fibres colorées de certaines ſoies changent de couleur en changeant la poſition de l'œil.

Les ſoies, les draps & autres ſubſtances que l'eau ou l'huile peuvent pénétrer intérieurement, prennent une couleur plus faible & plus ſombre, quand elles y ont été plongées; mais étant ſéchées, elles reprennent leur premier éclat. On voit qu'il en eſt de ces ſubſtances comme des lames minces dont il eſt queſtion dans les Notes 474 & 481.

Les feuilles d'or, certaines eſpeces de verre peint, l'infuſion

conque a, toutes choſes égales, d'autant plus d'éclat que le milieu qui enveloppe ſa ſurface & ſe loge dans ſes pores, eſt plus rare.

533. Quoiqu'on regarde par-tout ici les différens degrés de tenuité des parties des corps naturels comme l'unique cauſe de la couleur de ces corps, il ſemblerait cependant aſſez raiſonnable de faire entrer en conſidération, comme l'a fait Mr. l'Abbé Nollet, la figure & l'arrangement de ces parties, de même que les variétés qui en réſultent dans leur poroſité (*Leçons de Phyſ. Tom. IV.*).

534. Finiſſons par remarquer avec Mr. Newton, que peut-être pourrait-on déduire de la couleur d'un corps, la groſſeur de ſes parties. Car n'eſt-il pas vraiſemblable qu'elles auront l'épaiſſeur d'une plaque mince de même couleur que ce corps, ſi elles en ont la denſité?

de bois néphrétique & quelques autres corps, réfléchissent une certaine couleur, & en laissent passer une autre, de même que les lames minces dont on a parlé dans les Notes 473 & 480.

Dans le nombre des poudres colorées employées par les peintres, il y en a quelques-unes dont la couleur change un peu en les broyant extrêmement fin; ce qui provient sans doute de la division de ces poudres en plus petites parties, occasionnée par le broiement, de même que le changement d'épaisseur d'une lame mince en produit un dans sa couleur. C'est pour la même raison que les fleurs colorées des plantes & des végétaux étant froissées, deviennent pour l'ordinaire plus transparentes qu'auparavant, ou du moins changent de couleur jusqu'à un certain point. Une chose qui peut servir à confirmer ceci, c'est que par le mêlange de différentes liqueurs on peut produire différentes couleurs * & nombre d'autres effets de cette

* Voici plusieurs de ces effets.

535. Si après avoir fait infuser à froid & pendant quelques momens des feuilles de rose dans un peu d'esprit de vin, on verse sur cette infusion encore blanche, une goutte ou deux d'eau forte, ou d'esprit de nitre, elle devient tout d'un coup d'un beau rouge couleur de rose. Si on verse sur cette teinture rouge quelque sel alkali dissous, comme de la lessive de potasse, ou de l'esprit de sel armoniac, elle se changera en un beau vert: mais si on verse sur l'infusion de roses du vitriol dissous dans de l'eau, il en naîtra d'abord une teinture noire comme de l'encre.

536. En jettant un peu d'eau forte dans une infusion de tournesol, on change subitement sa couleur bleue en un rouge couleur de feu. Si ayant étendu du sirop de violettes dans de l'eau claire à parties égales, on mêle avec ce sirop une liqueur acide, de l'eau forte, par exemple, il deviendra rouge; & ce même sirop devient vert en y mêlant une liqueur alkaline, comme de l'huile de tartre. Si on mêle ensemble les deux sirops de violettes ainsi changés, on aura un sirop bleu, supposé qu'on ait employé autant d'acide que d'alkali. Si l'alkali domine, tout le mêlange sera vert; si au contraire l'acide s'y trouve en plus grande quantité, le mêlange deviendra rouge.

537. Si on dissout un peu de vitriol bleu dans une grande quantité d'eau, en sorte que le tout reste blanc & transparent, & qu'on verse ensuite dans cette liqueur un peu d'esprit volatil de sel armoniac, on aura une liqueur d'un très-beau bleu. Si on y ajoûte peu à peu de l'eau forte, le bleu disparaitra & la liqueur redeviendra claire & blanche. Si on verse sur de l'eau dans laquelle on a fait fondre un peu de sublimé corrosif, de l'huile de tartre par défaillance, cette eau perdra sa limpidité & deviendra d'un rouge opaque de rouille de fer; en ajoûtant à ce mêlange de l'esprit volatil de sel armoniac, il passe de la couleur rouge au blanc de lait: enfin on lui rend sa première limpidité, & l'on fait disparaître toute couleur en y versant de l'eau forte. Lorsqu'on dissout de l'étain dans de l'eau regale, & qu'après avoir éclairci cette solution avec de l'eau, on y verse quelques gouttes d'or fondu dans de l'eau regale, on voit paraître une belle couleur de pourpre fort agreable à la vue.

538. Si on fait infuser pendant peu de tems des noix de galle dans l'eau, en sorte que cette infusion demeure blanche, & qu'on y verse du vitriol commun, ou qui ait été calciné au feu jusqu'à ce qu'il soit devenu blanc, ou qu'on l'ait réduit en colcothar rouge, on aura d'abord une teinture

espece, lesquels ne peuvent avoir d'autres causes que les différentes actions des corpuscules salins d'une liqueur sur les corpuscules colorés d'une autre liqueur, soit qu'ils les divisent, ou qu'ils s'unissent avec eux, ce qui, en changeant leur grosseur, peut aussi changer leur densité. Il arrive encore, qu'en les atténuant & les divisant en corpuscules plus petits, une liqueur colorée devient transparente; & qu'en s'unissant à eux, ou en en réunissant plusieurs ensemble, deux liqueurs transparentes en composent une seule colorée (*Art. 198*). Car on sait par expérience combien ces menstrues salins sont propres à pénétrer & à dissoudre les substances auxquelles on les applique, & qu'il y en

noire. Si on verse sur cette teinture quelques gouttes d'huile de vitriol ou d'eau forte, toute la couleur noire disparaîtra, & la teinture reprendra son premier éclat. Mais si on verse sur cette liqueur quelques gouttes de lessive de potasse, tout ce mêlange deviendra d'abord fort noir; & pour lui faire perdre cette noirceur, il suffira de verser dessus un peu d'esprit acide.

En réfléchissant sur ce que M[r]. Newton dit touchant ces sortes d'effets, on apperçoit bientôt les raisons de ceux-ci.

539. L'infusion de noix de galle versée sur la solution de vitriol, produit un mêlange dont les parties absorbent toute la lumière qu'elles reçoivent, sans en réfléchir que fort peu ou point du tout; d'où il arrive que cette teinture paraît noire; mais nous ignorons quel est l'arrangement de ces parties: lorsqu'on verse sur cette teinture quelques gouttes d'eau forte, elle redevient aussi claire que l'eau, & la couleur noire disparait; parce que l'eau forte attire d'abord à elle avec beaucoup de violence, le vitriol qui se sépare des noix de galle, lesquelles nagent alors dans leur eau comme elles faisaient auparavant, en lui laissant toute sa clarté & sa transparence. Dès qu'on verse ensuite sur ce mêlange quelques gouttes de lessive de potasse, qui étant un sel alkali agit fortement sur l'acide, elles attirent sur le champ les parties acides de l'eau forte, qui de son côté se sépare du vitriol qu'elle avait attiré; de sorte que le vitriol trouve encore par là le moyen de se réunir avec les parties de noix de galle, & de produire la même couleur noire qu'auparavant.

540. Deux liqueurs limpides mêlées ensemble, telles que la solution de sublimé mêlée avec l'huile de tartre, ou avec l'esprit volatil de sel armoniac, deviennent opaques, vraisemblablement parce que dans leur union les molécules deviennent plus grossières & s'arrangent tout autrement qu'auparavant. Et si la limpidité renaît dans le mêlange par l'addition de l'eau forte, c'est que cette liqueur acide désunit les parties qui s'étaient liées ensemble, leur rend leur première tenuité, & l'arrangement régulier qui est nécessaire pour composer une masse transparente & sans couleur.

541. L'esprit de nitre fait prendre une couleur rouge au sirop de violettes, parce qu'en qualité d'acide il divise les molécules du sirop de violettes, & ouvre des pores tels qu'il les faut pour le passage des rayons rouges, tandis que l'huile de tartre faisant un effet tout opposé, ne laisse des routes ouvertes que pour une lumière plus faible de sa nature, telle que celle dont les rayons sont verts.

542. Le sirop de violettes qui devient rouge à l'aide d'une liqueur acide, redevient bleu dès qu'on verse dessus quelque sel alkali; parce que le sel alkali agit avec violence sur la liqueur acide qui se sépare du sirop & se réunit avec l'alkali; & d'où il arrive que le sirop se trouvant seul, reprend la même couleur qu'il avait auparavant. (*Voyez les Essais de Physique de Muschembroek, & les Leçons de Physique de Mr. l'Abbé Nollet, dont ceci est extrait.*)

a qui précipitent ce que d'autres diſſolvent. De même ſi l'on conſidere les différens phénomenes de l'atmoſphere, on obſerve que, lorſque les vapeurs commencent à s'élever, elles n'empêchent point la tranſparence de l'air, parce qu'elles ſont diviſées en parties trop petites pour qu'il ſe puiſſe faire aucune réflexion à leurs ſurfaces (*Art.* 199) : mais lorſqu'elles commencent à ſe réunir en globules de toutes ſortes de groſſeurs intermédiaires, pour former des gouttes de pluie, ces globules ayant une fois acquis la groſſeur convenable pour réfléchir certaines eſpeces de rayons, & tranſmettre les autres, peuvent compoſer, ſelon leurs diverſes groſſeurs, des nuages de différentes couleurs; car je ne vois pas à quoi l'on peut raiſonnablement attribuer la production de ces couleurs, dans une ſubſtance auſſi tranſparente que l'eau, ſi ce n'eſt aux diverſes groſſeurs de ſes globules (*Optique de Mr. Newton, pag.* 291 *& ſuivantes*).

Fin du premier Livre.

TRAITÉ D'OPTIQUE.

LIVRE SECOND

Dans lequel l'Optique est traitée avec l'étendue & l'exactitude convenables, à l'aide de la Géométrie & du Calcul.

CHAPITRE PREMIER.

Détermination du Foyer des rayons réfléchis par une Surface donnée.

THÉOREME I.

202. SOIT ACB *un plan réfléchissant,* Q *le point d'où partent les rayons incidens, &* QC *perpendiculaire à ce plan; si on prolonge cette perpendiculaire jusqu'en* q, *en faisant* qC *égale à* QC, *le point* q *sera le foyer des rayons réfléchis.* Fig. 368.

Soit QA un rayon incident : on menera qA qu'on prolongera vers O. Puisqu'on a fait Cq égale à CQ, les triangles CAq, CAQ

ſont égaux ; donc l'angle *DAO* eſt égal à l'angle *CAQ*, & par conſéquent *AO* eſt le rayon réfléchi.

203. COROLL. Donc des rayons qui tombent ſur le miroir *ACB*, avec des directions tendantes en *q*, vont ſe réunir en *Q*, après avoir été réfléchis.

204. LEMME. *Les grandeurs & leurs raiſons qui approchent continuellement de l'égalité, & y parviennent à la fin, peuvent être priſes pour égales dans l'état qui précéde immédiatement celui où elles le ſont exactement ; & dans le phyſique, on peut encore, ſans craindre d'erreur ſenſible, les conſidérer comme telles, dans un état un peu plus éloigné de l'état d'égalité rigoureuſe : on peut dire la même choſe des figures qui approchent continuellement d'être ſemblables ; ſur-tout ſi ces défauts d'égalité ou de ſimilitude ne produiſent, dans le calcul, que des quantités négligeables.*

On ſaiſira plus facilement l'eſprit de ce Lemme par l'application qu'on en va faire aux propoſitions ſuivantes.

Fig. 369 & 370. 205. THÉOREME II. *Si des rayons paralleles* DA, EC *tombent preſque perpendiculairement ſur une ſurface ſphérique* ACB, *le foyer* T *des rayons réfléchis ſera au milieu du demi-diametre* EC, *parallele aux rayons incidens.*

Soit menée *EA*, qui ſera perpendiculaire à la ſurface ſphérique, en *A*. Puiſque *EC* eſt dans le même plan que l'angle d'incidence *DAE*, le rayon réfléchi *Aq* (prolongé dans la Figure 370), rencontrera *EC* quelque part en *q* ; & comme l'angle de réflexion *EAq* eſt égal à l'angle d'incidence *DAE*, ou à l'angle *AEq*, les deux côtés *Aq*, *Eq* du triangle *AEq* ſont égaux, & chacun d'eux plus grand que la moitié du troiſième côté *EA*, ou que *ET* par conſtruction. Suppoſant donc que le point d'incidence *A* s'approche de *C*, les lignes *Eq*, *ET* approcheront ſans ceſſe de l'égalité, & enfin y parviendront lorſque le point *A* co-incidant avec *C*, le triangle *AEq* s'évanouira ; & par conſéquent le foyer des rayons qui tombent à très-peu près perpendiculairement ſur la ſurface, ou le plus près de *C*, doit être réputé en *T* (*Art.* 204).

* où partent ou vers le quel tendent des rayons qui tombent

206. COROLL. D'où il ſuit que ſi *T* eſt un point * ~~rayonnant, les rayons qu'il envoie~~ ſur la ſurface réfléchiſſante *ACB*, + ſe réfléchiront parallélement à *TE*.

\+ ces rayons

Fig. 371 & 372. 207. THÉOREME III. *Soit* ACB *une ſurface ſphérique* *réfléchissante dont le centre est* E. *Si après avoir coupé en deux également en* T, *un demi-diametre quelconque* EC, *on prend sur ce demi-diametre du même côté de* T, *deux points* Q & q *tels que* TQ, TE, Tq *soient en proportion continue, & que les rayons incidens partent du point* Q*, *leur foyer, après s'être réfléchis, sera au point* q *. * ou vers lequel ils tendent,

Soient AQ le rayon incident & Aq le rayon réfléchi, + ~~ou son prolongement~~, faisant des angles égaux avec la perpendiculaire AE. Le rayon réfléchi Aq *, ~~ou son prolongement~~, étant dans le plan d'incidence, coupera quelque part en q, QE prolongée s'il est nécessaire. Soit menée parallélement à Aq, la droite EG qui rencontre AQ en G, & Eg parallele à AQ, rencontrant Aq en g; il est clair que les triangles EAG, EAg, sont semblables, isoscelles & égaux; & conséquemment si l'on conçoit que le point A s'approche de C & co-incide avec ce point, le parallélogramme $AGEg$ s'évanouissant alors, cha-

+ prolongé s'il est nécessaire,

* prolongé ou non prolongé,

543. * Le point Q d'où partent des rayons qui vont rencontrer un miroir sphérique C (*Fig. 373 & 374*), dont le centre est E, étant donné, on peut trouver leur point de réunion ou foyer q par cette construction. Par les points donnés Q & E, soit menée une droite QE qui rencontre le miroir concave ou convexe en C; soit ensuite divisé en deux également en T le rayon CE de ce miroir; & aux points T & C soient élevées les perpendiculaires TG, CH qui coupent aux points G, H, une droite quelconque menée du point Q; joignant les points G, E, & menant une ligne Hq parallele à GE, le point q où cette ligne coupe l'axe QE, sera le foyer cherché des rayons réfléchis.

544. Car les triangles TQG, CQH étant semblables de même que GQE, HQq, on aura $TQ : TE$ ou TC (: : GQ : GH) : : $EQ : Eq$, & par conséquent $TQ : TE : : TE : Tq$; proportion démontrée dans le présent Article.

545. Mais cette construction-ci est encore plus simple. Dans une perpendiculaire IEK à l'axe QEC, soient pris deux points quelconques I, K également éloignés de E, & soit menée QI qui coupe la perpendiculaire CH en H: alors si l'on mene la droite KH, elle coupera l'axe au foyer cherché q.

546. Car ayant joint le point E & le point G où la perpendiculaire TG coupe la droite QI; puisque $TC = TE$, on aura $GH = GI$, & conséquemment puisque $EK = EI$, KH sera parallele à EG, comme dans la construction précédente.

547. Donc lorsque le foyer Q (*Fig. 375*) est infiniment éloigné, la ligne IH est parallele à EC, & par conséquent le point q co-incide avec T.

548. Au reste l'analise fait trouver les foyers par réflexion d'une manière beaucoup plus simple & plus générale. Car Q étant un point ou un objet situé sur l'axe d'un miroir sphérique concave C (*Fig. 373*), pour avoir le foyer q des rayons qui rencontrent le miroir très-près de l'axe, c'est-à-dire, pour avoir Cq, il n'y aura qu'à d'abord mener du centre E le rayon EM au point d'incidence M d'un des rayons, & faisant ensuite l'angle $EMq =$ l'angle EMQ, Mq qui va rencontrer l'axe en q, sera le rayon réfléchi; & alors pour déterminer Cq, ou Mq son égale, après avoir nommé d la distance QC ou QM de l'objet au miroir, r le demi-diametre de sphéricité, & f la distance qC du foyer, il ne restera

cun de ses côtés devient égal à la moitié de la diagonale AE, ou à ET par construction. Mais les triangles semblables GQE, gEq donnent $GQ : GE :: gE : gq$; donc lorsque le point A tombe en C, & par conséquent les points G, g en T, on a $TQ : TE :: TE : Tq$ (*Art.* 204).

208. COROLL. I. Si les rayons incidens partent du point q, Q sera leur foyer après avoir été réfléchis.

209. COROLL. II. Si le point Q est infiniment éloigné, il est clair qu'à cause de TQ infinie, Tq devient nulle. C'est le cas du second Théoreme, puisqu'alors les rayons doivent être regardés comme paralleles.

Fig. 372. 210. COROLL. III. Le premier Théoreme se peut aussi déduire de ce troisième. Car supposant que Q envoie des rayons sur la surface convexe AB ; puisque TQ, TC, Tq sont en proportion, leurs différences CQ, Cq deviennent égales, lorsque ces lignes sont infinies, ce qui arrive lorsque la surface réfléchissante devient plane, c'est-à-dire, d'un rayon infini.

Les figures servent, comme il est évident, pour le cas des surfaces convexes réfléchissantes, en supposant les rayons incidens prolongés au travers de ces surfaces.

211. Les démonstrations de ces deux derniers Théoremes ont dû faire remarquer que la détermination qu'on y donne du foyer des rayons réfléchis, n'est point dans la rigueur Géométrique; elle fait seulement découvrir l'intersection de l'axe de la surface & des rayons réfléchis les plus proches de cet axe. Quant aux rayons réfléchis qui le sont moins, ils vont rencon-

plus qu'à faire cette proportion ; $QE\,(d-r) : Eq\,(r-f) :: QM$ ou $QC\,(d) : qM$ ou $qC\,(f)$, ce qui donnera qC ou $f = \frac{dr}{2d-r}$.

549. Si le miroir était convexe, d devenant alors négative, on aurait $f = \frac{-dr}{-2d-r} = \frac{dr}{2d+r}$; expression qui se peut trouver directement si l'on veut.

550. La formule générale des foyers pour toutes sortes de miroirs sphériques, est donc $f = \frac{dr}{2d \mp r}$, qui apprend que, dans le miroir convexe, le foyer est toujours derrière le miroir, tandis que dans le concave, il ne tombe derrière que lorsque la distance du point rayonnant au miroir est $< \frac{1}{2} r$.

551. On détermine au moyen de cette formule avec la dernière facilité l'endroit où tombe l'image d'un objet exposé à un miroir sphérique, selon les diverses distances de cet objet à ce miroir. On voit, par exemple, que l'objet étant à une distance infinie, son image tombe dans le miroir concave du même côté, & dans le convexe du côté opposé, à une distance du miroir égale *au quart du diametre de sphéricité*; car d étant $= \infty$, on a $f = \frac{1}{2} r$.

trer

trer l'axe en différens points, qui sont d'autant plus éloignés du point de réunion des premiers, que ces rayons sont plus éloignés de l'axe. Un miroir sphérique ne peut donc réfléchir tous les rayons incidens, dans un seul point. Cependant lorsqu'on traitera des aberrations des rayons les plus éloignés, du vrai foyer, on verra que leur densité, près ce foyer, est incomparablement plus grande qu'elle ne l'est à une distance un peu considérable; de sorte que l'on peut regarder comme un point physique le foyer des rayons qui tombent, à très-peu de chose près, perpendiculairement sur un miroir sphérique. La même chose se doit entendre du foyer des rayons rompus, comme on aura lieu de le remarquer.

212. D'où il suit que le foyer des rayons réfléchis par une surface courbe quelconque est le même que s'ils étaient réfléchis par une surface sphérique, dont la courbure fût égale à celle de cette surface, aux points où elle est rencontrée par les rayons incidens.

213. Dans tous ces Théoremes, lorsque les points Q, q sont du même côté de la surface réfléchissante, si les rayons incidens viennent de Q, ils vont, après avoir été réfléchis, vers q; & si, au lieu de partir de Q, ils viennent du côté opposé avec des directions tendantes à ce point, ils vont, après la réflexion, du côté opposé à q: le contraire arrive lorsque Q & q sont de différens côtés de la surface. Tout cela est évident; car les rayons incidens & les rayons réfléchis vont toujours du côté opposé les uns aux autres.

CHAPITRE II.

Détermination du lieu, de la grandeur & de la situation des images formées par des rayons réfléchis.

THÉOREME I.

214. *LES images formées par des rayons réfléchis par un miroir plan, sont semblables & égales aux objets qu'elles représentent, & leurs parties sont situées derrière le miroir à des distances égales à celles des différentes parties de l'objet.*

Fig. 376 & 377. Tout cela est évident. Car que l'on abaisse d'un nombre quelconque de points *P*, *Q*, *R* d'un objet situé comme on voudra par rapport au miroir, des perpendiculaires *PA*, *QC*, *RB* sur ce miroir, & qu'on les prolonge jusqu'à ce que leurs extrémités *p*, *q*, *r* soient aussi éloignées derrière le miroir que les points *P*, *Q*, *R*; ces points *p*, *q*, *r* qui seront les foyers respectifs des rayons partis des points *P*, *Q*, *R*, seront évidemment dans le même ordre que ces points : leurs distances au miroir sont d'ailleurs respectivement égales à celles des points *P*, *Q*, *R*, & l'on voit qu'il en est de même des foyers ou images de tous les autres points de l'objet. Toutes ces images particulières formeront donc une image égale à l'objet, située de la même manière & à la même distance du miroir.

Fig. 378, 379, 380 & 381. 215. THÉOREME II. *Si l'objet exposé à un miroir concave ou convexe* AB, *est un arc circulaire* PQR *concentrique à ce miroir, son image* pqr *sera aussi un arc concentrique semblable, dont la longueur sera à celle de l'objet dans le rapport de leurs distances au centre commun* E; *& cette image sera droite ou renversée, selon que l'objet & elle seront du même ou de différens côtés du centre.*

Comme le foyer *q* se trouve, en prenant sur la droite *QE* menée par le centre du miroir (*Art. 207*), *TQ*, *TE*, *Tq*, en proportion continue, on déterminera le foyer ou image *p* de tout autre point *P*, en menant d'abord *PEA*, en coupant ensuite EA en deux également en S, & en prenant SP, SE, Sp en proportion continue. Mais les deux premiers termes de cette proportion sont égaux chacun à chacun aux deux premiers de la précédente ; donc les troisiemes termes Tq, Sp sont égaux ; donc Ep est égale à Eq. La même chose étant vraie de chacun des autres points de l'objet circulaire PQR, on voit clairement que l'image pqr de cet objet est un arc circulaire concentrique & parfaitement semblable, puisqu'ils sont terminés l'un & l'autre par les mêmes lignes EPp, ERr; & par conséquent leurs longueurs sont dans le rapport de leurs distances EQ, Eq au centre commun E. La 2ᵉ partie du Théoreme est évidente.

216. COROLL. Un objet circulaire très-petit par rapport à sa distance au centre du miroir auquel il est exposé, approche beaucoup de la figure d'une ligne droite, & par conséquent son image qui lui est semblable. Une petite ligne droite, placée à une distance un peu considérable du centre d'un miroir sphérique, aura donc pour image une ligne sensiblement droite, quoique dans la rigueur Géométrique elle soit un arc de section conique *.

217. On peut déterminer les images de toutes sortes d'objets, en cherchant par les propositions précédentes, celles de leurs contours. Par exemple, si le plan des figures PER, pEr,

552. * Tout le reste demeurant comme dans l'Article précédent, soit l'objet PQ une ligne droite perpendiculaire à QE (*Fig.* 382, 383, 384 & 385); que QE prolongée coupe le cercle réfléchissant CA supposé achevé, en c' à l'opposite de C, & le cercle TS en t' à l'opposite de T; soit enfin q' le foyer que les rayons incidens qui divergent de Q ou qui convergent vers ce point, ont, après avoir été réfléchis tout près de c' : & suivant que la perpendiculaire EQ est plus longue ou plus courte que ET, soit décrite une ellipse ou une hyperbole $qpq'p'$, dont E soit un des foyers & qq' le grand axe, laquelle coupe une droite quelconque EP prolongée, en p & en p', & le cercle réfléchissant, en A & en a' ; l'arc d'ellipse ou d'hyperbole pq sera l'image de l'objet PQ formée par les rayons réfléchis par l'arc AC ; l'arc $p'q'$ de la même courbe sera l'image du même objet PQ, formée par les rayons réfléchis par l'arc opposé $a'c'$; & la courbe entière sera l'image de la ligne infinie $O'PQZ$, formée par les rayons réfléchis par le cercle entier.

553. Lorsque la perpendiculaire EQ est égale à ET, l'ellipse ou l'hyperbole se change en une parabole dont le foyer est E, & qui a son sommet en q' ; & lorsque EQ est infinie, l'ellipse co-incide avec le cercle dont le diametre est Tt' ou zo' qui est le parametre de toutes les courbes.

554. Tout cela se peut aisément prouver, en supposant qu'un des points, tel que P d'où partent les rayons incidens, se meuve dans la ligne PQ, & en cherchant le lieu Géométrique que décrit le foyer correspondant p, pendant que la ligne PE tourne autour du centre E. On doit au Docteur Barow la découverte de cette figure remarquable de l'image d'une ligne droite présentée devant un miroir sphérique. (*Voyez la 17ᵉ de ses Leçons d'Optique où il donne des constructions semblables aux précédentes, & les démontre.*)

tourne autour de leur diametre commun QEq, la ſurface circulaire engendrée par pqr, ſera l'image de l'objet circulaire engendré par PQR; & ſi les mêmes figures PER, pEr ſe meuvent un peu autour de l'axe EF, ſitué dans leur plan, & perpendiculaire au diametre QEq, la figure curviligne engendrée par pqr, ſera l'image d'une figure ſemblable engendrée par PQR; parce que l'arc réfléchiſſant ACB, engendre en même tems la ſurface ſphérique réfléchiſſante.

218. Mais ſi toute la figure $PERrp$ ſe meut parallélement à elle-même dans une direction EF que nous ſuppoſerons actuellement perpendiculaire à ſon propre plan, en ſorte que l'arc ACB engendre une portion d'une ſurface cilindrique, la figure décrite par pqr ſera toujours l'image de celle qui eſt décrite par PQR; mais elle ne lui ſera pas ſemblable, excepté lorſqu'elles ſont ſituées à diſtances égales de chaque côté du centre E, & que par conſéquent elles ſont égales; & elles s'éloigneront d'autant plus d'être ſemblables, que Eq, EQ, ou leurs longueurs pr, PR différeront l'une de l'autre, leurs largeurs, engendrées par le mouvement dont nous venons de parler, étant toujours égales.

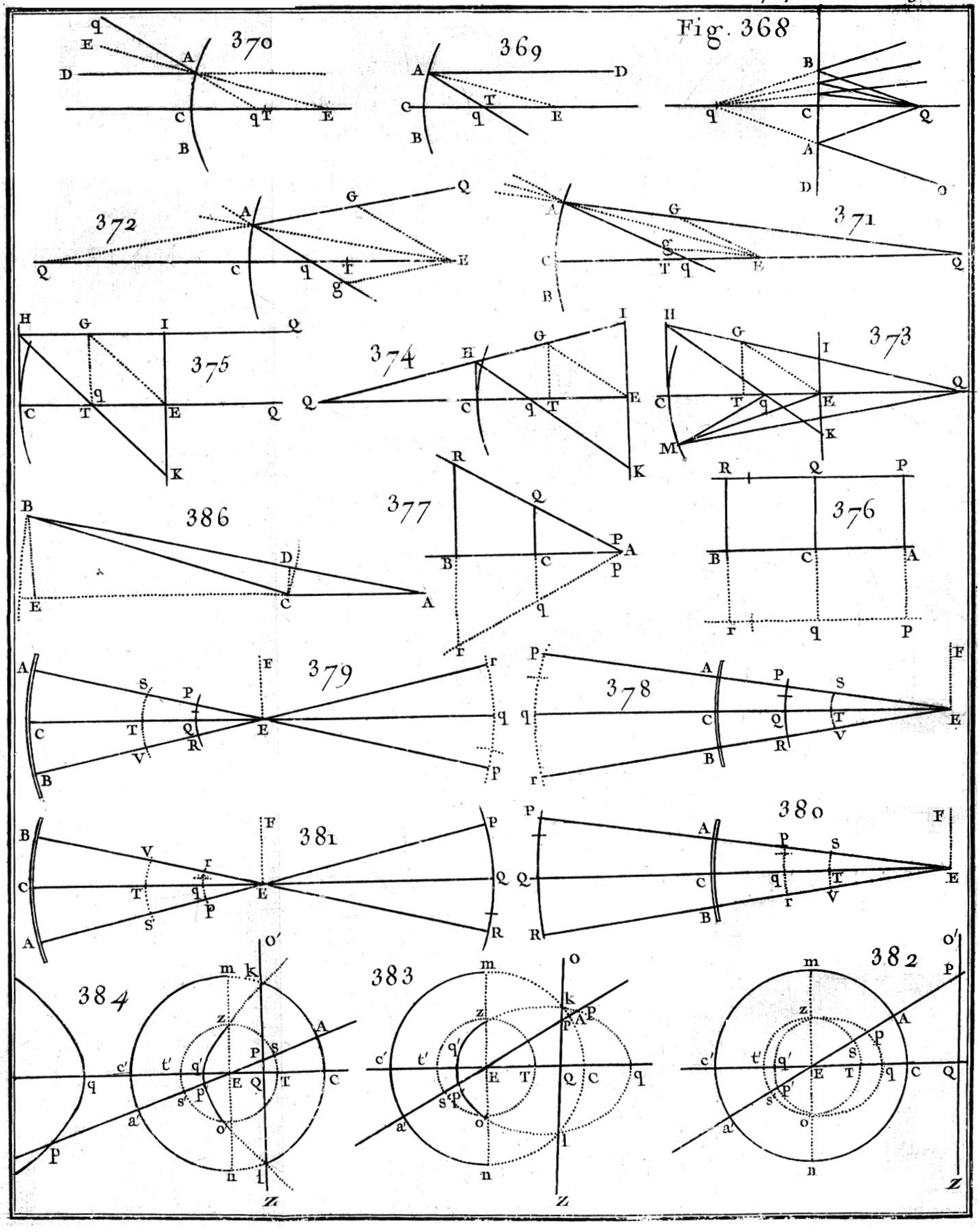


Fig. 368
369
370
371
372
373
374
375
376
377
378
379
380
381
382
383
384
386

CHAPITRE III.

Détermination du foyer des rayons qui tombent presque perpendiculairement sur une surface réfringente, sur une lentille ou sur une sphere.

219. TOUT le monde sait que le sinus d'un angle ou d'un arc qui mesure cet angle, est une perpendiculaire abaissée d'une des extrémités de cet arc sur le rayon qui passe par l'autre extrémité.

220. Les sinus de très-petits angles ne different pas sensiblement des arcs qui mesurent ces angles, & par conséquent sont proportionnels aux angles mêmes.

221. LEMME. *Les sinus des angles d'un triangle quelconque sont proportionnels aux côtés opposés à ces angles.*

La démonstration de ce Lemme est facile & se trouve partout.

222. COROLL. De petits angles BAC, BCE, soutendus par la même perpendiculaire BE, sont réciproquement comme leurs côtés BA, BC, ou EA, EC; car l'angle BAC est à l'angle BCE, lorsqu'ils sont très-petits, comme le sinus de BAC est au sinus de BCE (*Art.* 220), ou comme BC est à BA, ou comme EC est à EA. Fig. 386.

223. THÉOREME I. *Soit* ACB *un plan réfringent*, Q *le point d'où partent les rayons incidens, ou vers lequel tendent ces rayons, &* QC *perpendiculaire à ce plan : si, du même côté de ce plan que* QC, *on détermine dans cette perpendiculaire un point* q *tel que* qC *soit à* QC, *comme le sinus d'incidence au sinus de réfraction, ce point* q *sera le foyer des rayons rompus.* Fig. 387, 388, 389 & 390.

Soient QA & Aq prolongées comme dans les figures, représentant l'une un rayon incident, l'autre un rayon rompu qui va rencontrer QC quelque part en q : l'angle AQC sera égal à l'angle d'incidence, & AqC à l'angle de réfraction. Ainsi le sinus d'incidence sera au sinus de réfraction, comme Aq à AQ

(*Art.* 221), & par conſéquent lorſque QA eſt à très-peu-près perpendiculaire au plan AB, comme Cq à CQ.

Fig. 391, 392, 393 & 394. 224. THÉOREME II. *Soit* ACB *une ſurface ſphérique réfringente dont le centre eſt* E, *& ſoient les rayons incidens tels que* DA *paralleles à un demi-diametre quelconque* CE, *ſur lequel prolongé du côté où va le rayon, ou en ſens contraire, ſelon que le milieu denſe eſt convexe ou concave, ſoit priſe* CT *à* CE *comme le ſinus d'incidence à la différence de ce ſinus & du ſinus de réfraction, &* T *ſera le foyer des rayons rompus.*

Soit AT le rayon rompu ou ſon prolongement, rencontrant quelque part en T le demi-diametre CE prolongé : le demi-diametre EA étant perpendiculaire à la ſurface réfringente en A, l'angle d'incidence ſera égal à l'angle AEC, & l'angle EAT ſera l'angle de réfraction ou ſon ſupplément. Ainſi le ſinus d'incidence eſt au ſinus de réfraction, comme AT eſt à TE (*Art.* 221), & par conſéquent comme CT eſt à TE, lorſque le point d'incidence A eſt infiniment près de C, & qu'ainſi les rayons incidens ſont preſque perpendiculaires à la ſurface. Le ſinus d'incidence eſt donc à la différence de ce ſinus & du ſinus de réfraction comme CT eſt à CE.

225. COROLL. I. CT eſt à TE comme le ſinus d'incidence au ſinus de réfraction.

226. COROLL. II. Si les rayons incidens partent de T, ou tendent vers ce point, les rayons rompus ſeront paralleles à TE.

Fig 395 & 396. 227. THÉOREME III. *Si des rayons paralleles tombent ſur une ſphere d'une denſité plus grande ou plus petite que celle du milieu environnant, ſoit leur foyer, après leur premiere réfraction en entrant dans la ſphere, en* T, *ſur le diametre* CD *prolongé, parallele aux rayons incidens tels que* QA ; *leur foyer au ſortir de la ſphere, après avoir été rompu une ſeconde fois, ſera au milieu* F *de la droite* TD.

Que les rayons incident & émergent QA, FG prolongés ſe rencontrent en H, & ſoit menée la corde AG qui repréſente la route du rayon dans l'intérieur de la ſphere ; puiſque les réfractions en A & en G ſont égales, & que AH & FT ſont paralleles, les triangles AHG, GFT ſeront ſemblables & iſoſcelles. Si donc le point A s'approche de C & va s'y confondre, le point G tombe ſur D, & le triangle GFT s'évanouit;

par conséquent GF devient égale à la moitié de GT, ou, ce qui est la même chose, DF est égale à la moitié de DT.

228. LEMME. *Dans toute lentille convexe ou concave, il y a toujours un point* E *par lequel chaque rayon venant à passer, suit, au sortir de la lentille, une route* aq *parallele à celle* QA *de son incidence. Dans une lentille plane convexe ou plane concave, ce point est au sommet de la surface courbe, & dans les menisques il tombe en dehors, du côté de la plus grande courbure.* Fig. 397, 398, 399 & 400.

Soit REr l'axe de la lentille qui joint les centres R, r de ses surfaces A, a. Soient menés deux quelconques de leurs demi-diametres RA, ra paralleles entr'eux, joignant les points A, a, la droite Aa coupera l'axe au point E dont il est question. Car les triangles REA, rEa étant semblables, RE & Er sont dans la raison donnée des demi-diametres RA, ra, & par conséquent le point E est invariable dans chaque lentille. Supposant présentement que Aa soit la route d'un rayon dans l'intérieur d'une lentille comme il est alors également incliné aux perpendiculaires aux surfaces, les réfractions qu'il souffre en sortant sont égales, & ses parties émergentes AQ, aq par conséquent paralleles. Donc si un rayon tombe sur une lentille avec une direction QA, telle qu'après s'être rompu en entrant, il passe par le point E, il sortira suivant une direction aq parallele à celle de son incidence. Si l'une des surfaces de la lentille est plane & l'autre convexe ou concave, l'un des demi-diametres RA, ra sera infini, & par conséquent parallele à l'axe de la lentille, & l'autre demi-diametre se confondra avec l'axe, de sorte que les points A, E ou a, E, co-incideront.

229. COROLL. D'où il suit que lorsqu'un pinceau de rayons tombe presque perpendiculairement sur une lentille qui a peu d'épaisseur, la route que suit le rayon qui passe par le point E, peut-être prise, sans erreur sensible, pour une ligne droite passant par le centre de la lentille; car il est clair par la longueur de Aa & la quantité des réfractions qui ont lieu à ses extrémités, que la distance perpendiculaire de AQ, aq (prolongées), diminuera avec l'épaisseur de la lentille & l'obliquité du rayon.

230. PROBLÊME I. *Trouver le foyer des rayons paralleles qui tombent à très-peu près perpendiculairement sur une lentille donnée.*

Soit E le centre de la lentille, R & r les centres de ses surfaces,

Fig. 401, 402, &c. jusqu'à 406. *Rr* son axe, *gEG* une parallele aux rayons incidens sur la surface *B*, dont le centre est *R*. Soit mené le demi-diametre *BR* parallele à *gE*, sur lequel prolongé soit *V* le foyer des rayons après leur première réfraction en traversant la surface *B*; joignant ensuite *Vr*, laquelle coupe *gE* prolongée en *G*, ce point *G* sera le foyer des rayons après être sortis de la lentille.

Car regardant *V* comme un point d'où partent des rayons qui vont tomber sur la seconde surface *A*, ces rayons doivent avoir leur foyer, après avoir traversé cette surface, en quelque point du rayon qui traverse cette surface en ligne droite, c'est-à-dire, dans la ligne *Vr* menée par son centre *r*. Mais ce foyer étant évidemment le même que le foyer cherché des rayons incidens sur la surface *B*, après avoir traversé la lentille, doit aussi se trouver sur celui de ces rayons qu'on regarde comme ne se détournant point, & dont par conséquent la route entière peut être prise pour une ligne droite *gEG*. Ainsi l'intersection *G* des deux droites *gEG* & *Vr*, est le foyer cherché.

231. COROLL. I. Si les rayons incidens sont paralleles à l'axe *Rr*, la distance focale *EF* est égale à *EG*. Car que les rayons incidens paralleles à *gE* s'inclinent de plus en plus à l'axe jusqu'à ce qu'ils lui deviennent paralleles, leur premier & leur second foyer *V* & *G* décriront des arcs *VT* & *GF* qui auront pour centres *R* & *E*; car *RV* étant à *RB* dans la raison donnée du plus petit des sinus d'incidence & de réfraction à leur différence (*Art.* 224), est invariable; par conséquent *EG* est aussi invariable, puisqu'elle est à *VR* qui l'est elle-même, dans la raison donnée de *rE* à *rR*, à cause des triangles semblables *EGr*, *RVr*.

232. COROLL. II. La dernière proportion donne la regle suivante pour déterminer la distance focale d'une lentille mince. L'intervalle *Rr* des centres des surfaces, est au demi-diametre *rE* de la seconde surface, comme le prolongement *RV* ou *RT* du demi-diametre de la première surface jusqu'au foyer des rayons rompus par cette surface, est à la distance focale *EG* ou *EF* de la lentille, laquelle doit être du même côté que les rayons émergens, ou du côté opposé, selon que la lentille a plus d'épaisseur à son milieu qu'à ses bords, ou qu'elle en a moins.

233. COROLL. III. Delà si des rayons tombent paralleles

sur

sur les deux côtés d'une lentille, les distances focales EF, Ef sont égales. Car soit rt le prolongement du demi-diametre Er, jusqu'au premier foyer t des rayons qui tombent paralleles sur la surface A; la même regle qui donne rR est à rE comme RT est à EF, donne aussi rR à RE comme rt à Ef. Mais le rectangle sous rE & RT, est égal au rectangle sous RE & rt; car rE est à rt, & RE est à RT dans la même raison donnée (*Art.* 224); donc Ef & EF sont égales.

234. COROLL. IV. Dans une lentille de verre convexe ou concave des deux côtés, la somme des demi-diametres des surfaces (ou leur différence dans un ménisque) est à l'un d'eux, comme le double de l'autre à la distance focale : car les prolongemens RT, rt des demi-diametres sont doubles de ces demi-diametres, parce que, dans le verre, ET est à TR, & Et est à tr comme 3 à 2 (*Art.* 225 & 13).

235. COROLL. V. Delà, si les demi-diametres des surfaces du verre sont égaux, la distance focale de ce verre est égale à l'un de ces demi-diametres : elle est aussi égale à la distance focale d'un verre plan convexe ou plan concave, dont le demi-diametre est une fois plus court. Car considérant le côté plan de ce verre comme ayant un demi-diametre infini, le premier rapport de la derniere proportion peut être pris pour un rapport d'égalité.

236. PROBLÊME II. *Le point d'où partent ou vers lequel tendent des rayons qui tombent sur une simple surface, sur une sphere ou sur une lentille, étant donné, trouver le foyer des rayons émergens.*

Soit Q le point d'où partent ou vers lequel tendent les rayons qui vont tomber sur une surface sphérique, sur une lentille ou sur une sphere dont le centre est E; & soient d'autres rayons qui viennent paralleles à la ligne QEq en sens contraire des rayons donnés, dont F soit le foyer; alors prenant Ef égale à EF, dans la lentille ou la sphere, & la prenant égale à CF, dans la simple surface, on fera $QF : FE :: Ef : fq$; & plaçant fq, par rapport à f, dans un sens contraire à celui dans lequel FQ se trouve par rapport à F, le point q sera, sans erreur sensible, le foyer des rayons rompus, pourvu que le point Q ne soit pas assez éloigné de l'axe, ni les surfaces assez larges, pour que quelqu'un des rayons y tombe trop obliquement.

Car du centre E, & avec les demi-diametres EF & Ef soient décrits les deux arcs FG, fg qui coupent un rayon quelconque $QAaq$ en G & g, & soient menées EG & Eg : alors supposant que G soit un point d'où partent des rayons tels que GA, les rayons émergens, comme agq, seront paralleles à GE (*Art.* 226, 231 & 233); & prenant g aussi pour un point rayonnant qui envoie des rayons ga, les rayons émergens tels que AGQ, seront paralleles à gE. C'est pourquoi les triangles QGE, Egq seront semblables, & par conséquent $QG : GE :: Eg : gq$; proportion qui devient, lorsque le rayon $QAaq$ est très-proche de QEq, $QF : FE :: Ef : fq$ (*Art.* 204). Maintenant lorsque Q s'approche de F & vient à coïncider avec lui, les rayons émergens deviennent paralleles, c'est-à-dire, que q s'éloigne à une distance infinie; & par conséquent lorsque Q passe de l'autre côté de F, le foyer q passe de l'autre côté de f, à une distance d'abord infinie, puis diminuant à mesure que Q s'éloigne de F.

237. COROLL. I. Lorsque les rayons n'ont à traverser qu'une simple surface AC, le foyer q se peut aussi trouver par cette proportion, $QF : FC :: Cf : fq$, à cause que FC & Ef sont égales, de même que FE & Cf (*Art.* 225).

238. COROLL. II. On le peut trouver encore en faisant cette autre proportion ; $QF : QE :: QC : Qq$, & plaçant Qq de maniere que ces quatre lignes soient toutes d'un même côté par rapport au point Q, ou deux de chaque côté ; car les triangles QGE, QAq étant semblables, on a $QG : QE :: QA : Qq$.

239. COROLL. III. Dans une sphere ou une lentille *, on peut trouver le foyer par cette proportion; $QF : QE :: QE : Qq$, &

555. * Le point Q d'où partent les rayons incidens, étant donné, on peut trouver de la maniere suivante le foyer des rayons rompus en passant au travers d'une sphere ou d'une lentille mince, dont le centre est E (*Fig.* 413 & 414). Au foyer F de rayons qui viendraient parallélement à l'axe QE en sens contraire de ceux qu'envoie le point Q, & au centre E soient élevées les perpendiculaires FG, EI à l'axe, lesquelles coupent l'une en G, l'autre en I, une droite quelconque menée par le point Q. Soient joints les points E, G, & la droite Iq menée parallélement à GE, coupera l'axe au foyer q des rayons rompus. Car les triangles QFG, QEI étant semblables, de même que QGE, QIq, on aura $QF : QE :: (QG : QI ::) QE : Qq$; proportion qui est précisément la même que celle qui a été démontrée dans le présent Article.

556. Le foyer q des rayons rompus par une simple surface sphérique C, peut se trouver en élevant une des perpendiculaires FG (*Fig.* 415) au foyer des rayons qui seraient venus parallélement à QE du côté opposé à ceux qui appartiennent au point Q, & l'autre perpendiculaire CH au sommet C de cette surface réfringente, laquelle coupe en H une droite quelconque QG; ensuite

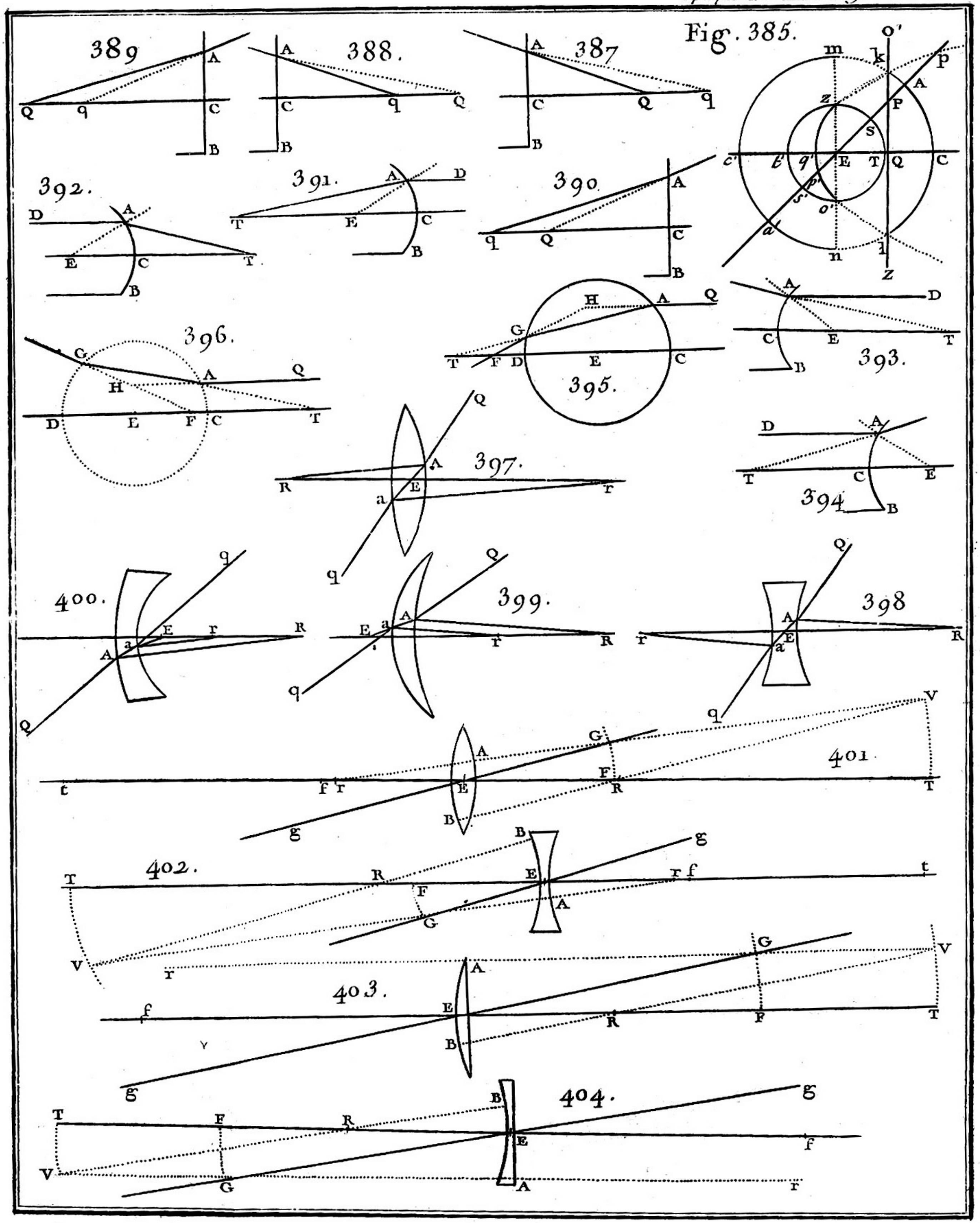


Fig. 385.
389
388.
387
392.
391.
390.
396.
395.
393.
397.
394
400.
399.
398
401.
402.
403.
404.

plaçant Qq du même côté de Q que QF. Car soient le rayon incident QA & le rayon émergent qa prolongés jusqu'à ce qu'ils se rencontrent en e; les triangles QGE, Qeq étant semblables, joignant les points G & E, & menant enfin Hq parallele à GE. Car on a $QF : QC ::$ ($QG : QH ::$) $QE : Qq$, proportion qui a été démontrée dans l'Article 238.

557. On peut encore trouver le foyer q par cette autre construction. Soient élevées les perpendiculaires CH, EI, lesquelles coupent en H & I une droite quelconque menée par Q & sur EI; soit prise EK à EI dans le rapport du sinus de réfraction au sinus d'incidence d'un rayon quelconque qui appartient au point Q d'où partent ou vers lequel tendent les rayons incidens; & la ligne HK prolongée coupera l'axe en un point q qui sera le foyer des rayons rompus. Car puisque EK : EI :: (le sinus de réfraction au sinus d'incidence :: $FC : FE$ (*Art.* 224) ::) $GH : GI$, il s'ensuit que la ligne HK est parallele au côté GE du triangle IGE, comme cela doit être par la construction précédente.

558. Delà, ayant le point Q d'où partent les rayons incidens, il est facile de trouver leur foyer q, après qu'ils ont été rompus par deux surfaces quelconques dont les sommets sont C & c, & les centres E & e (*Fig.* 416). Car ayant fait la construction précédente pour la premiere surface C, soit qKH coupant en h la perpendiculaire en c, & en i la perpendiculaire en e, sur laquelle prenant ek à ei comme EI est à EK, & menant kh, cette droite coupera l'axe Cc prolongé, en un point q' qui sera le foyer cherché. Car la seconde construction n'est qu'une répétition de la première, parce que q est le point où concourent les rayons en tombant sur la seconde surface c. Mais dans la pratique il est plus facile de déterminer le point k par une ligne menée par les points q & I. Cette construction est de M.r Newton, au rapport de Barow. (*Voyez la fin de la 14e de ses Leçons d'Optique, page 103, & son Épître au Lecteur*).

Occupons-nous maintenant de la même recherche, en nous servant de l'analyse, & commençons d'abord par déterminer le foyer relativement à une simple surface.

559. Soit Q (*Fig.* 417) un point rayonnant placé sur l'axe QE d'une surface sphérique, qui termine un milieu réfringent S plus dense que le milieu R où est le point rayonnant, & dont le centre est E; QH un rayon parti de ce point qui va rencontrer cette surface infiniment près de l'axe; Hq le rayon rompu qui concourt avec l'axe en q. Soient menées les perpendiculaires EG & ED aux rayons QH & Hq, lesquelles seront les sinus des angles d'incidence & de réfraction; soient faites $QC = a$, $CE = r$, $Cq = f$, $HC = h$, & soit le sinus d'incidence au sinus de réfraction, comme 1 à m. Les triangles rectangles QEG, QHC semblables donneront $GE = \frac{a+r}{a}h$, & par conséquent $ED = \frac{ma+mr}{a}h$. Enfin les triangles rectangles semblables qHC, qDE donnent $HC - ED : HC :: CE : Cq$, c'est-à-dire, $\frac{(1-m)a-mr}{a}h : h ::$

$$r : f = Cq = \frac{ar}{(1-m)a-mr} = \frac{1}{\frac{1-m}{r} - \frac{m}{a}}$$

distance cherchée du foyer à la surface réfringente.

560. Nous ferons remarquer en passant que l'expression du foyer d'un miroir sphérique se déduit de la précédente, en faisant $m = -1$. Car l'angle de réfraction devient l'angle de réflexion ou son égal, en le supposant diminuer, devenir nul, ensuite négatif & égal à l'angle d'incidence; par conséquent le sinus m de cet angle devient négatif & égal au sinus d'incidence.

561. Si les rayons tombent paralleles sur la surface réfringente AB, c'est-à-dire, que le point rayonnant Q soit infiniment éloigné, alors a étant infinie, la distance

on a $QG : QE :: Qe : Qq$; or les angles de ces triangles venant à s'évanouir, le point e co-incidera avec E, parce que, dans la sphere, le triangle Aea est isoscelle, & que par consé-

f du foyer de ces rayons sera $= \frac{1}{\frac{1-m}{r}}$.

562. Si les rayons tombent convergens, c'est-à-dire, que le point Q soit de l'autre côté de la surface réfringente, comme dans la Figure 418, alors a devenant négative, la distance f de leur foyer à cette surface sera $= \frac{1}{\frac{1-m}{r} + \frac{m}{a}}$.

563. Si la surface réfringente étaît concave vers le point Q, le rayon r de cette surface devenant alors négatif, on auroit dans le premier cas, c'est-à-dire, dans celui où les rayons tombent divergens, $f = \frac{1}{\frac{m-1}{r} - \frac{m}{a}}$; dans le cas où ils tombent paralleles, $f = \frac{1}{\frac{m-1}{r}}$, & enfin lorsqu'ils tombent convergens, $f = \frac{1}{\frac{m-1}{r} + \frac{m}{a}}$.

564. Supposons que les rayons, au lieu de passer du milieu rare dans le plus dense, passent au contraire du plus dense dans le plus rare; alors le rapport de réfraction est $\frac{m}{1}$, ensorte que dans les formules précédentes, il faut mettre m à la place de 1 & 1 à la place de m. Ainsi, supposant que la surface qui sépare les milieux étant convexe vers les rayons incidens, ces rayons soient divergens, la distance f de leur foyer, après avoir été rompus, sera $= \frac{m}{\frac{m-1}{r} - \frac{1}{a}}$. S'ils étaient convergens, on auroit $f = \frac{m}{\frac{m-1}{r} + \frac{1}{a}}$.

Mais toutes ces formules ne donnant que le foyer des rayons qui rencontrent une surface sphérique réfringente infiniment près de l'axe, on peut en desirer qui donnent le foyer des rayons qui tombent à quelque distance de l'axe. C'est pourquoi nous allons en mettre ici une pour ce cas-là, laquelle est de M.r d'Alembert, & se trouve au commencement du III.e Volume de ses Opuscules.

565. Le point d'incidence A étant assez près de l'axe, pour qu'on puisse regarder & traiter comme assez petits les angles BQA, BCA (*Fig.* 417), QB, BC, Bq conservant les noms qu'on leur a donnés précédemment, & $\frac{1}{m}$ exprimant le rapport du sinus d'incidence CAG au sinus de réfraction CAD, soit l'angle $ACB = x$, & le sinus $CG = u$ pour le rayon r; il est clair que le sinus CD sera $= mu$, que le sinus $AO = r \sin. x$, que $BO = $ à très-peu près $\frac{r \sin. x^2}{2}$, & que $QA = \surd(QO^2 + AO^2) = \surd[(a + \frac{r \sin. x^2}{2})^2 + rr \sin. x^2]$; & les triangles semblables QCG, QAO donnant $QA : AO :: QC : GC$, on aura $u = \frac{(a+r) r \sin. x}{\surd[(a + \frac{r \sin. x^2}{2})^2 + rr \sin. x^2]} =$ (en faisant $a + r = p$, & en négligeant les quatriemes puissances de $\sin. x$), $\frac{rp \sin. x}{a + \frac{rp \sin. x^2}{2a}} =$, à très-peu près, $\frac{rp \sin. x}{a} - \frac{r^2p^2 \sin. x^3}{2a^3}$; & par conséquent CD ou $mu = \frac{mrp \sin. x}{a} - \frac{mr^2p^2 \sin. x^3}{2a^3}$. On a de plus $Cq = \frac{CD}{\sin. CqD}$; mais $\sin. CqD = \sin. (BCA$

quent Ae & ae deviennent des demi-diametres de la ſphere. Dans une lentille l'épaiſſeur Aa eſt très-petite.

240. COROLL. IV. Dans tous les cas la diſtance fq varie

$-CAD) =$ ſin. BCA coſ. $CAD -$ ſin. CAD coſ. $CBA = (1 - \frac{mp}{a})$ ſin. $x + (\frac{mrp^2}{2a^3} + \frac{mp}{2a} - \frac{m^2p^2}{2aa})$ ſin. x^3, parce que ſin. $ABC =$ ſin x, coſ. $CAD =$ à très-peu près $1 - \frac{\text{ſin. } CAD^2}{2} = 1 - \frac{CD^2}{2rr} = 1 - \frac{m^2p^2 \text{ ſin. } x^2}{2a^2}$, ſin. $CAD = \frac{CD}{r} = \frac{mp \text{ ſin. } x}{a} - \frac{mrp^2 \text{ ſin. } x^3}{2a^3}$, & Coſ. $BCA =$ à peu près $1 - \frac{\text{ſin. } x^2}{2}$; on aura donc $Cq = [\frac{mrp}{a} - \frac{mr^2p^2}{2a^3}$ ſin. $x^2] : [1 - \frac{mp}{a} + (\frac{mrp^2}{2a^3} + \frac{mp}{2a} + \frac{m^2p^2}{2aa})$ ſin. $x^2]$ & par conſéquent $Bq = r + [\frac{mrp}{a} - \frac{mr^2p^2}{2a^3}$ ſin. $x^2] : [1 - \frac{mp}{a} + (\frac{mrp^2}{2a^3} + \frac{mp}{2a} - \frac{m^2p^2}{2aa})$ ſin. $x^2]$ $=$ à peu près $1 : [\frac{1-m}{r} - \frac{m}{a} + (\frac{m(a+r)^2}{2a^3} + \frac{m^2(a+r)^2}{2aar} - \frac{m^3(a+r)^3}{2a^3r})$ ſin. $x^2]$, en réduiſant, diviſant enſuite haut & bas par le numérateur, & négligeant les quatriemes puiſſances de ſin. x, & remettant pour p ſa valeur $a + r$.

566. Faiſons $m = -1$; cette expreſſion deviendra (*Note 560*) celle du foyer qu'ont, après la réflexion, des rayons qui tombent ſur un miroir ſphérique à quelque diſtance de l'axe; & l'on aura (déſignant par f la diſtance de ce foyer au miroir)

$$f = \frac{1}{\frac{2}{r} + \frac{1}{a} + \frac{1}{r}(1 + \frac{r}{a})^2 \text{ ſin. } x^2}.$$

Si l'on ne voulait que le foyer des rayons qui tombent infiniment près de l'axe de la ſurface réfringente, ſin. x étant alors $= 0$, la formule ſe réduit tout de ſuite à $\frac{1}{\frac{1-m}{r} - \frac{m}{a}}$; expreſſion qui eſt préciſément la même que celle que nous avons trouvée dans la Note 559, pour la diſtance du foyer de ces rayons à la ſurface réfringente. Il en ſera de même à l'égard du miroir, c'eſt-à-dire, que l'expreſſion générale de ſon foyer ſe changera en celle que nous avons donnée (*Note 549*).

567. Les ſuppoſitions faites dans la Note 559 ſubſiſtant, c'eſt-à-dire, le point rayonnant Q étant ſur l'axe d'une ſurface ſphérique réfringente BA, & les rayons incidens rencontrant cette ſurface infiniment près de l'axe, ſuppoſons actuellement une ſeconde ſurface ſphérique HL (*Fig. 419*) dont la convexité ſoit auſſi tournée vers le point rayonnant, ayant même axe que la premiere, & r' pour rayon, laquelle ſépare le milieu S d'un autre milieu T (plus denſe ſi l'on veut, que le milieu S) que nous ſuppoſerons s'étendre indéfiniment au-delà de cette ſurface; il s'agit de trouver le foyer qu'auront les rayons (déja rompus par la ſurface AB & concourant en q en vertu de cette réfraction), après avoir été rompus par la ſeconde ſurface HL. Or, c'eſt ce qui eſt très-facile : car les rayons tombant ſur la ſurface HL, convergens vers q, pour avoir leur foyer q' après avoir été rompus par cette ſurface, il ne s'agit que de ſubſtituer dans la formule de la Note 562, le rayon de cette ſurface à la place du rayon de la ſurface AB, le rapport de réfraction dans le paſſage du milieu S dans le milieu E, à la place du rapport de réfraction dans le paſſage du milieu R dans le milieu S, qui ſe trouve dans la formule citée, & la diſtance f du point q où concourent les rayons en tombant ſur HL, à la place de a. Nous diſons qu'il faut mettre f à la place de a, tandis que ce devrait être $f - HB$, parce

réciproquement comme FQ, parce que le rectangle (ou le carré) sous EF & Ef qui sont les moyens des proportions précédentes, est constant ; & elles sont toujours disposées en sens contraires par rapport à f & à F.

que nous supposons les deux surfaces réfringentes assez proches l'une de l'autre, pour qu'on puisse en négliger l'intervalle dans l'expression générale du foyer, comme faisant une quantité très-petite par rapport à celles qui entrent dans cette expression (on verra plus bas comment on peut y avoir égard). Supposant donc le rapport de réfraction en passant du milieu S dans le milieu T, représenté par celui de 1 à m', & nommant f' la distance Hq' du foyer q', on aura $f' = \frac{1}{\frac{1-m'}{r'} + \frac{m'}{f}}$, & par conséquent le foyer des rayons qui viennent de Q & sont rompus par les deux surfaces AB, HL.

Si l'on substitue dans l'expression précédente de f', la valeur $\frac{1-m}{r} - \frac{m}{a}$ de $\frac{1}{f}$, on aura $f' = \frac{1}{\frac{1-m'}{r'} + m'(\frac{1-m}{r} - \frac{m}{a})}$.

568. Si les rayons, au lieu de passer dans un nouveau milieu T, au sortir du milieu S, repassaient dans le milieu d'où ils sont venus, c'est-à-dire, si le milieu T était le même que le milieu R, $\frac{1}{m}$ ayant été pris pour exprimer le rapport de réfraction en passant du milieu R dans le milieu S, $\frac{m}{1}$ exprimera le rapport de réfraction en repassant dans le milieu R ; ainsi l'on aura $\frac{m}{1} = \frac{1}{m'}$ & par conséquent $m' = \frac{1}{m}$; donc on aura alors $f' = \frac{1}{(\frac{1}{m} - 1)(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}) - \frac{1}{a}}$, expression du foyer d'une lentille de peu d'épaisseur que traversent des rayons partis d'un point rayonnant situé sur son axe.

569. Si a est infinie, c'est-à-dire, si le point rayonnant est infiniment éloigné, ou du moins peut être considéré comme tel, $f' = \frac{1}{(\frac{1}{m} - 1)(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'})}$, expression de la distance focale, c'est-à-dire, de celle à laquelle se réunissent les rayons qui tombent paralleles sur la premiere surface de la lentille.

570. Si la seconde surface HL est concave vers le point rayonnant, de sorte que le milieu S ait la forme d'une lentille convexe des deux côtés, il est évident que r' doit avoir le signe $-$, puisqu'il est alors d'une position contraire à celle qu'il avait, & que dans le calcul, on l'a supposé avec le signe $+$. Donc supposant toujours que les rayons repassent dans le milieu d'où ils sont venus,

$$f' = \frac{1}{(\frac{1}{m} - 1)\ (\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}) - \frac{1}{a}}.$$

571. Si a est infinie,

$f' = \frac{1}{(\frac{1}{m} - 1)(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'})}$, expression de la distance focale de la lentille.

572. Si les deux surfaces sont d'égale courbure, a étant infinie, on aura en faisant $\frac{1}{m} = P$, $f' = \frac{r}{2P - 2}$, distance focale de la lentille.

573. Si l'une des surfaces est plane, tandis que l'autre est convexe, il est clair que r ou $r' = \infty$: par conséquent si la surface exposée au point rayonnant est plane, la valeur de f' pour les lentilles convexes, deviendra $f' = \frac{1}{(\frac{1}{m} - 1 (\frac{1}{r'} - \frac{1}{a}}$;

& , si la seconde surface est plane ;

241. COROLL. V. Si des lentilles convexes différentes qui ont la même distance focale, sont présentées à un point rayonnant à la même distance de ce point, les rayons qu'envoie ce point,

la premiere étant convexe,

$$f' = \frac{1}{\left(\frac{1}{m} - 1\right)\frac{1}{r} - \frac{1}{a}}.$$

574. Si a est infinie, on aura dans le premier cas $f' = \frac{r'}{P-1}$, & dans le second, $f' = \frac{r}{P-1}$, P étant $= \frac{1}{m}$; ce qui fait voir que nommant R le rayon du côté convexe d'une lentille plane convexe, on aura toujours $f' = \frac{R}{P-1}$, c'est-à-dire, que lorsque l'épaisseur d'une lentille plane convexe est assez petite pour qu'on ne soit point obligé d'y avoir égard, la distance focale est la même, soit qu'on présente aux rayons incidens le côté plan ou le côté convexe de cette lentille.

575. Les rayons étant toujours supposés repasser dans le milieu d'où ils sont venus, si la premiere surface AB est concave vers le point rayonnant, de sorte que le milieu S forme une lentille concave des deux côtés, de peu d'épaisseur, il faut, dans l'expression de f' (*Note 568*) donner le signe — à r; & alors on aura . . . .

$$f' = \frac{1}{\left(\frac{1}{m} - 1\right)\left(-\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}\right) - \frac{1}{a}};$$

expression qui étant absolument négative, indique que le foyer est toujours du même côté que le point rayonnant dans les lentilles concaves des deux côtés.

576. Si a est infinie & que les deux rayons soient égaux, $f' = \frac{r}{2 - 2P}$, distance focale de la lentille.

577. Si une des surfaces de la lentille que nous venons de considérer est plane, r ou r' étant alors $= \infty$, on aura, si c'est celle qui est exposée au point rayonnant,

$$f' = \frac{1}{\left(1 - \frac{1}{m}\right)\frac{1}{r'} - \frac{1}{a}};$$ si c'est la seconde, $$f' = \frac{1}{\left(1 - \frac{1}{m}\right)\frac{1}{r} - \frac{1}{a}};$$

d'où l'on voit que le foyer est toujours du côté du point rayonnant.

578. Si a est infinie, on aura dans le premier cas, $f' = \frac{r''}{1-P}$, & dans le second $f' = \frac{r}{1-P}$. Donc nommant R le rayon du côté concave d'une lentille plane concave de peu d'épaisseur, P exprimant le rapport de réfraction en entrant dans cette lentille, on aura toujours, l'épaisseur étant petite, $f' = \frac{R}{1-P}$, quel que soit le côté de cette lentille qu'on présente au point rayonnant.

579. Si les deux surfaces AB, HL sont concaves vers le point rayonnant, en sorte que le milieu S forme un ménisque dont la concavité soit tournée vers le point lumineux, il faut donner à r & à r' le signe — au lieu du signe + qu'on leur a supposé dans le calcul, puisqu'ils ont alors une position contraire à celles qu'ils avaient. Donc, les rayons repassant dans le milieu d'où ils sont venus, on aura

$$f' = \frac{1}{\left(\frac{1}{m} - 1\right)\left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{r}\right) - \frac{1}{a}}.$$

580. Ayant vu (*Note 412*) que le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction, en passant d'un milieu S dans un autre T, est composé du rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction, en passant du premier milieu S dans un troisieme quelconque, & du rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction, en passant de ce troisieme milieu dans le second T; il est clair que $\frac{m}{1}$ exprimant le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction, en passant du milieu S dans le milieu R, si $\frac{1}{M}$ exprime

auront leur foyer à la même distance de ces lentilles, de sorte que si on les mettait successivement à la même place, le foyer tomberait toujours au même endroit. Car les proportions précédentes

le même rapport, en passant du milieu R dans le milieu T, on aura $\frac{1}{m'} = \frac{m}{M}$, & par conséquent la formule générale de la Note 567 devient

$$f' = \frac{1}{\frac{M}{m}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}\right) - \frac{M}{r} + \frac{1}{r'} - \frac{M}{a}}.$$

581. Si le milieu T, au lieu de s'étendre indéfiniment au-delà de la surface HL, est terminé par une surface sphérique MN (*Fig.* 419) peu éloignée de la surface HL (nous la supposons peu éloignée afin de pouvoir négliger, dans l'expression du foyer, l'intervalle des deux surfaces HL, MN, comme nous avons fait celui des deux surfaces AB, HL) convexe, comme elle, vers le point rayonnant, laquelle sépare le milieu T d'un autre milieu V qui s'étend indéfiniment au-delà de la surface MN; il est clair que les rayons tombant sur cette surface MN, convergens vers le point q', si l'on nomme f'' la distance Mq'' à la surface MN de leur foyer q'', après avoir été rompus par cette surface, r'' le rayon de cette surface, & $\frac{1}{m''}$ le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction, en passant du milieu T dans le milieu V, on aura Mq'' ou $f'' = \frac{1}{\frac{1-m''}{r''} + \frac{m''}{f'}}$ = (en substituant la valeur de f' trouvée Note 567) $1 : \left[\frac{1-m''}{r''} + m''\left(\frac{1-m'}{r'} + \frac{m'-m'm}{r} - \frac{m'm}{a}\right)\right]$.

582. Si les rayons au sortir de la lentille composée que forment les deux milieux S & T, repassent dans le même milieu que celui d'où ils sont venus, c'est-à-dire, si le milieu V est le même que R, le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction en passant du milieu T dans le milieu R, ayant été supposé, dans la Note 580, $\frac{M}{1}$, on aura $\frac{1}{m''} = \frac{M}{1}$, & par conséquent $m'' = \frac{1}{M}$; ainsi, m' étant $= \frac{M}{m}$, la formule précédente se changera en celle-ci,

$$f' = 1 : \left[\frac{1}{M}\left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{r''}\right) + \frac{1}{m}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}\right) + \frac{1}{r''} - \frac{1}{r} - \frac{1}{a}\right];$$

qui se change, si l'on veut, en celle-ci, $f'' = 1 : \left[\left(\frac{1}{m} - 1\right)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}\right) + \left(\frac{1}{M} - 1\right)\left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{r''}\right) - \frac{1}{a}\right]$

583. On doit remarquer que si on retourne la lentille, la distance du point rayonnant demeurant la même, la distance du foyer demeure aussi la même. Car à cause que le milieu T se trouve alors avant le milieu S par rapport au point rayonnant, il faut mettre, dans la formule précédente, $\frac{1}{M}$ à la place de $\frac{1}{m}$ & $\frac{1}{m}$ à la place de $\frac{1}{M}$; & parce que la surface NM se trouve la surface antérieure de la lentille & AB la postérieure, il faut mettre r'' à la place de r, & r à la place de r''; & donner le signe $-$ à r'', r' & r, parce que les trois surfaces ont leur concavité tournée vers le point rayonnant. Or tous ces changemens étant faits, on retrouve précisément la même formule que la précédente.

584. Si le point rayonnant est infiniment éloigné, c'est-à-dire, si $a = \infty$, on a alors $f'' = 1 : \left[\left(\frac{1}{m} - 1\right)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}\right) + \left(\frac{1}{M} - 1\right)\left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{r''}\right)\right]$; expression de la

ne

ne dépendent que de la diſtance focale de la lentille, & nullement du rapport des demi-diametres de ſes ſurfaces.

242. COROLL. VI. La proportion par laquelle on détermine diſtance focale d'une lentille compoſée de deux matières S & T, au ſortir de laquelle les rayons paſſent dans le même milieu que celui d'où ils ſont venus.

585. Si le milieu V eſt terminé par une ſurface ſphérique OP qui le ſépare d'un milieu différent X, lequel s'étend indéfiniment au-delà de la ſurface OP; nommant f''' la diſtance Pq''' du foyer q''' des rayons après avoir traverſé la ſurface OP, r''' le rayon de cette ſurface, $\frac{1}{m'''}$ le rapport du ſinus d'incidence au ſinus de réfraction, en paſſant du milieu V dans le milieu X; il eſt clair que, ſuppoſant la ſurface OP aſſez proche de la ſurface MN, on aura

$$f''' = \frac{1}{\frac{1-m'''}{r'''} + \frac{m'''}{f''}} = \text{(en ſubſtituant pour } f'' \text{ ſa valeur trouvée, Note 581)}$$

$$1 : [\frac{1-m'''}{r'''} + m'''(\frac{1-m''}{r''} + \frac{m''-m''m'}{r'} + \frac{m''m'-m''m'm}{r} - \frac{m''m'm}{a})].$$

586. Suppoſons que le milieu X ſoit le même que le milieu R, ou, ce qui revient au même, que les rayons repaſſent dans le milieu d'où ils ſont venus, au ſortir de la lentille compoſée que forment les trois milieux S, T, V; ſi l'on a le rapport de réfraction, en paſſant du milieu R dans le milieu V, & que ce rapport ſoit exprimé par $\frac{1}{M'}$, on aura (le rapport de réfraction en paſſant de T dans R étant $\frac{M}{1}$) $\frac{1}{m''} = \frac{M}{M'}$, & par conſéquent $m'' = \frac{M'}{M}$; on aura auſſi $m''' = \frac{1}{M'}$. Subſtituant donc à la place de m' ſa valeur $\frac{M}{m}$ (*Note 580*), & à la place de m'' & m''' leurs valeurs précédentes, dans l'expreſſion de f''' que nous venons de trouver, on aura $f''' = 1 : [\frac{1}{M'}(\frac{1}{r''} - \frac{1}{r'''}) + \frac{1}{M}(\frac{1}{r'} - \frac{1}{r''}) + \frac{1}{m}(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}) + \frac{1}{r'''} - \frac{1}{r} - \frac{1}{a}]$, expreſſion qui ſe change en celle-ci,

$$f''' = 1 : [(\frac{1}{m} - 1)(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}) + (\frac{1}{M} - 1)(\frac{1}{r'} - \frac{1}{r''}) + (\frac{1}{M'} - 1)(\frac{1}{r''} - \frac{1}{r'''}) - \frac{1}{a}].$$

587. Si le milieu V était le même que le milieu S, de ſorte que la lentille compoſée fût de deux matières, dont l'une ſerait renfermée au-dedans de l'autre, alors m'' ſerait $= \frac{m}{M}$, & $m''' = \frac{1}{m}$ (les rayons étant toujours ſuppoſés repaſſer, au ſortir de la lentille, dans le milieu d'où ils ſont venus) & comme $m' = \frac{M}{m}$, on aurait $f''' =$

$$1 : [(\frac{1}{m} - 1)(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'''}) + (\frac{1}{M} - \frac{1}{m})(\frac{1}{r'} - \frac{1}{r''}) - \frac{1}{a}],$$

qui ſe change dans $f''' = 1 : [(\frac{1}{M} - 1)(\frac{1}{r'} - \frac{1}{r''}) + (\frac{1}{m} - 1)(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'} + \frac{1}{r''} - \frac{1}{r'''}) - \frac{1}{a}]$.

588. Si le milieu T était le même que le milieu R, en ſorte que les rayons euſſent à traverſer deux lentilles de deux matières différentes fort proches l'une de l'autre, dont l'intervalle fût occupé par le milieu d'où ſont venus les rayons, & dans lequel

le foyer pour une ſphere d'une denſité uniforme, ſervira auſſi pour trouver le foyer d'un faiſceau de rayons rompus par un nombre de ſurfaces concentriques, qui ſéparent des milieux uniformes

ils doivent repaſſer au ſortir des deux lentilles, on aurait $m' = \frac{1}{m}$, $m'' = \frac{M'}{1}$, $m''' = \frac{1}{M'}$, & par conſéquent $f''' = 1 : \left[\left(\frac{1}{m} - 1\right)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}\right) + \left(\frac{1}{M'} - 1\right)\left(\frac{1}{r''} - \frac{1}{r'''}\right) - \frac{1}{a}\right]$. Cette formule ſe peut déduire encore de celle de la Note 586, en faiſant attention que l'intervalle des deux lentilles S & V étant occupé par le milieu R, M eſt $= 1$.

589. La même expreſſion ſe trouve encore en remarquant que la diſtance à laquelle concourent les rayons, en tombant ſur la ſeconde lentille au ſortir de la première, étant f', la diſtance du foyer de cette ſeconde lentille eſt

$$f''' = \frac{1}{\left(\frac{1}{M'} - 1\right)\left(\frac{1}{r''} - \frac{1}{r'''}\right) + \frac{1}{f'}},$$

dans laquelle il ne reſte plus qu'à ſubſtituer la valeur $\frac{1}{\left(\frac{1}{m} - 1\right)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}\right) - \frac{1}{a}}$ de f', pour avoir l'expreſſion dont nous parlons.

590. Si on retourne les lentilles compoſées dont il vient d'être queſtion, Notes 586, 587 & 588, la diſtance de l'objet ou point rayonnant demeurant la même, la diſtance du foyer ne change point; ce dont il eſt facile de s'aſſurer.

591. Les formules que nous avons données Notes 568, 569, &c. pour le foyer des lentilles ſimples, avaient ſuffi juſqu'à ces derniers tems, aux beſoins de la Dioptrique, parce qu'il n'avait toujours été queſtion que du paſſage des rayons au travers d'une lentille ſimple. Mais depuis que le ſavant Mr. Euler a appris aux Opticiens qu'on pouvait anéantir ou du moins diminuer conſidérablement les imperfections des inſtrumens de Dioptrique qui naiſſent de la diverſe réfrangibilité des rayons de lumière, au moyen d'objectifs compoſés de matières différemment réfringentes, on s'eſt trouvé obligé de chercher d'autres formules qui exprimaſſent le foyer des rayons qui traverſent pluſieurs milieux différens ſéparés les uns des autres par des ſurfaces ſphériques. C'eſt ce qui nous a fait ajoûter celles qu'on trouve, Notes 581, 582 & ſuivantes, qui ſont de Mr. d'Alembert (*Opuſc. Math. Tom. III*); mais comme nous avons négligé l'épaiſſeur, non ſeulement dans ces formules, mais encore dans celles qui appartiennent aux lentilles ordinaires, & qu'il eſt des cas où il importe d'avoir égard à cet élement, nous allons l'y faire entrer, ce qui eſt très-facile. Commençons par les lentilles ſimples.

592. On doit avoir remarqué dans la Note 566, que la diſtance du point q à la ſurface HL, n'eſt point exactement égale à f, comme nous l'avons ſuppoſé, puiſque f marque la diſtance qB de ce même point à la ſurface AB, mais à $f - e$ (nommant e l'intervalle BH des deux ſurfaces, c'eſt-à-dire, l'épaiſſeur de la lentille). Il faut donc écrire $f - e$ au lieu de f, dans l'expreſſion de f', laquelle ſera par conſéquent $f' = \frac{1}{\frac{1 - m'}{r'} + \frac{m'}{f - e}} = \left[1 - e\left(\frac{1 - m}{r} - \frac{m}{a}\right)\right] : \left[\frac{1 - m'}{r'}\left(1 - e\left(\frac{1 - m}{r} - \frac{m}{a}\right)\right) + m'\left(\frac{1 - m}{r} - \frac{m}{a}\right)\right] =$, à très-peu près, $1 : \left[\frac{1 - m'}{r'} + m'\left(\frac{1 - m}{r} - \frac{m}{a}\right) + m'e\left(\frac{1 - m}{r} - \frac{m}{a}\right)^2\right]$, en diviſant haut & bas par $1 - e\left(\frac{1 - m}{r} - \frac{m}{a}\right)$;

de densités différentes. Car si des rayons tombent paralleles à une ligne quelconque menée par le centre commun de ces milieux, & sont rompus par tous ces milieux, la distance de leur foyer

& négligeant les termes où e est élevée à la 2^e, 3^e, &c. puissance.

593. Cette dernière expression se peut trouver encore plus facilement. Car en négligeant les termes où e est élevée au carré, au cube, &c. on trouve que

$$f' = \frac{1}{\frac{1-m'}{r'} + \frac{m'}{f} + \frac{m'e}{ff}}.$$

594. Si les rayons repassent au sortir de la lentille, dans le milieu d'où ils sont venus, comme alors $m' = \frac{1}{m}$, on a

$$f' = [1 - e(\frac{1-m}{r} - \frac{m}{a})] : [(\frac{1}{m} - 1)(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}) - \frac{1}{a} + ((\frac{1}{m} - 1)\frac{1}{r} - \frac{1}{a}) \times \frac{1-m}{r'} e] =,$$ à très-peu près, $$1 : [(\frac{1}{m} - 1)(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}) - \frac{1}{a} + ((\frac{1}{m} - 1)\frac{1}{r} - \frac{2}{a}) \times \frac{1-m}{r} e + \frac{me}{aa}].$$

595. Si le point rayonnant est infiniment éloigné, alors $f' = 1 : [(\frac{1}{m} - 1)(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}) + (\frac{1}{m} - 1) \times \frac{1-m}{r^2} e]$, distance focale de la lentille, au sortir de laquelle les rayons repassent dans le milieu d'où ils sont venus.

596. Si les rayons tombent sur une sphere réfringente, & qu'ils repassent au sortir de cette sphere, dans le milieu d'où ils viennent, il faut, dans la valeur exacte de f' (*Note 594*), faire r' négative & égale à r, & $e = 2r$; alors on aura

$$f' = \frac{2m(\frac{r}{a} + 1) - 1}{2(1-m)(\frac{1}{r} + \frac{1}{a}) - \frac{1}{a}}.$$

597. Si a est infinie, on aura

$$f' = \frac{2m - 1}{2(\frac{1-m}{r})}.$$

598. Si le second milieu T forme, comme on l'a supposé, Note 581, une seconde lentille contigue à celle que forme le milieu S, en sorte que ces deux lentilles ayent HL pour surface commune, il est clair que nommant e' l'épaisseur HM de cette seconde lentille, il faudra écrire $f' - e'$, au lieu de f', dans $f'' = \frac{1}{\frac{1-m''}{r''} + \frac{m''}{f'}}$; & l'on trouvera pour une lentille composée de deux lentilles contigues de matières différentes, au sortir de laquelle les rayons passent dans un milieu différent de celui d'où ils sont venus, $f'' =$, à très-peu près,

$$\frac{1}{\frac{1-m''}{r''} + \frac{m''}{f'} + \frac{m''e'}{f'f'}} = 1 : [\frac{1-m''}{r''} + m''(\frac{1-m'}{r'} + \frac{m' - m'm}{r} - \frac{m'm}{a} + m'e(\frac{1-m}{r} - \frac{m}{a})^2) + m''e'(\frac{1-m'}{r'} + \frac{m' - m'm}{r} - \frac{m'm}{a})^2],$$

en substituant pour f' & $f'f'$ leurs valeurs, & négligeant les termes où e & le carré de e sont multipliés par e', à cause que e, e' sont toujours très-petites par rapport aux rayons des surfaces & à la distance du point rayonnant.

599. Si le point rayonnant est infiniment éloigné, $f'' = 1 : [\frac{1-m''}{r''} + m''(\frac{1-m'}{r'} + \frac{m' - m'm}{r}) + m''m'e(\frac{1-m}{r})^2 + m''e'(\frac{1-m'}{r'} + \frac{m' - m'm}{r})^2]$.

à ce centre eſt invariable, comme dans une ſphere d'une denſité uniforme.

243. COROLL. VII. Lorſque les points Q & q ſont du même

600. Suppoſons enfin que le milieu V forme une lentille contigue à la lentille T, de ſorte que les trois lentilles V, T, S qui ont les ſurfaces HL, MN pour ſurfaces communes, faſſent une lentille compoſée, au ſortir de laquelle les rayons paſſent dans un milieu quelconque X différent de tous les autres, nommant e'' l'épaiſſeur MP de la dernière lentille V, on aura

$$f''' = \frac{1}{\frac{1-m'''}{r''} + \frac{m'''}{f''-e''}} = \text{à très-peu près } \frac{1}{\frac{1-m'''}{r'''} + \frac{m'''}{f''} + \frac{m'''e''}{f''f''}}$$

$$= 1 : [\frac{1-m'''}{r'''} + m'''(\frac{1-m''}{r''}) + m'''m''(\frac{1-m'}{r'} + \frac{m'-m'm}{r} - \frac{m'm}{a} + m'e(\frac{1-m}{r} - \frac{m}{a})^2) + m'''m''e'(\frac{1-m'}{r'} + \frac{m'-m'm}{r} - \frac{m'm}{a})^2 + m'''e''(\frac{1-m''}{r''} + m''(\frac{1-m'}{r'} + \frac{m'-m'm}{r} - \frac{m'm}{a}))^2]$$, en ſubſtituant pour f'' & $f''f''$ leurs valeurs, & négligeant les termes ou e, e', & leurs carrés ſont multipliés par e''.

601. Si le point rayonnant eſt infiniment éloigné, $f'' = 1 : [\frac{1-m'''}{r''} + m'''(\frac{1-m''}{r''}) + m'''m''(\frac{1-m'}{r'} + \frac{m'-mm'}{r}) + m'''m''m'e(\frac{1-m}{r})^2 + m'''m''e'(\frac{1-m'}{r'} + \frac{m'-m'm}{r})^2 + m'''e''(\frac{1-m''}{r''} + m''(\frac{1-m'}{r'} + \frac{m'-m'm}{r}))^2]$.

Juſqu'ici nous n'avons cherché que le foyer des rayons qui tombent, ou peuvent être conſidérés comme tombant infiniment près de l'axe d'une lentille. Tâchons maintenant de découvrir celui des rayons qui tombent à quelque diſtance de l'axe.

602. Pour cela reprenons la formule que nous avons donnée, d'après Mr. d'Alembert, Note 561, pour le foyer des rayons qui tombent ſur une ſurface réfringente, à quelque diſtance de l'axe, & ſuppoſons que la demi-largeur AO de cette ſurface $= k$; on aura ſin. $x = \frac{k}{r}$; & la formule trouvée à l'endroit cité, deviendra

$$f = 1 : [\frac{1-m}{r} - \frac{m}{a} + \frac{mk^2}{2a}(\frac{1}{a} + \frac{1}{r})^2 + \frac{m^2k^2}{2r}(\frac{1}{a} + \frac{1}{r})^2 - \frac{m^3k^2}{2}(\frac{1}{a} + \frac{1}{r})^3]$$, en ſubſtituant, pour ſin. x, ſa valeur.

603. Suppoſons actuellement une ſeconde ſurface HL au-delà de la premiere, de ſorte que le milieu S forme une lentille pareille à celle dont il a été queſtion, Note 566, dont la demi-largeur ſoit k; il eſt clair que les rayons étant ſuppoſés tomber convergens ſur la ſeconde ſurface HL, & le point de concours de ceux qui tombent à la diſtance k de l'axe, étant à la diſtance f de cette ſurface, abſtraction faite de l'épaiſſeur, nous aurons pour le foyer cherché de ces rayons $f' = 1 : [\frac{1-m'}{r'} + \frac{m'}{f} - \frac{m'k^2}{2f}(-\frac{1}{f} + \frac{1}{r'})^2 + \frac{m'^2k^2}{2r'}(-\frac{1}{f} + \frac{1}{r'})^2 - \frac{m'^3k^2}{2}$

côté des surfaces réfringentes, si les rayons incidens viennent de Q, les rayons rompus iront du côté opposé à q & en divergeront; & si Q n'est que le point de concours des rayons incidens,

$(-\frac{1}{f}+\frac{1}{r'})^3$], expression dans laquelle il faudra substituer à la place de f, sa valeur tirée de la formule précédente.

604. Imaginant une troisième surface MN, au-delà des deux autres, en sorte que les deux milieux S & T forment une lentille composée telle que celle de la Note 581, dont la demi-largeur soit k; on aura pour l'expression du foyer des rayons qui tombent à la distance k de l'axe, $f''=1:$

$$[\frac{1-m''}{r''}+\frac{m''}{f''}-\frac{m''k^2}{2f}(-\frac{1}{f'}+\frac{1}{r''})^2+\frac{m''^2k^2}{2r''}(-\frac{1}{f'}+\frac{1}{r''})^2-\frac{m''^3k^2}{2}(-\frac{1}{f'}+\frac{1}{r''})^3],$$

dans laquelle on aura soin de substituer la valeur précédente de f' où celle de f aura été introduite, au moyen de quoi on aura la valeur de f'' en a.

605. Enfin supposant une quatrieme surface OP au-delà des trois premières, en sorte que les trois milieux S, T, V, fassent une lentille composée, dont k soit la demi-largeur, on aura pour le foyer des rayons qui tombent à la distance k de l'axe,

$$f'''=1:[\frac{1-m'''}{r'''}+\frac{m'''}{f''}-\frac{m'''k^2}{2f''}(-\frac{1}{f''}+\frac{1}{r'''})^2+\frac{m'''^2k^2}{2r'''}(-\frac{1}{f''}+\frac{1}{r'''})^2-\frac{m'''^3k^2}{2}(-\frac{1}{f''}+\frac{1}{r'''})^3];$$

expression dans laquelle on substituera la valeur de f'' tirée de la derniere formule; ce qui donnera celle de f''' en a. Ces formules seront développées dans la suite. Nous devons avertir qu'elles sont, de même que les précédentes, de Mr d'Alembert (*Opusc. Math. Tom. III.*).

606. Si le point rayonnant Q (*Fig. 420*) est hors de l'axe de la lentille, à une petite distance de cet axe, voici comme on pourra trouver le foyer des rayons que ce point envoie sur la lentille que nous supposons simple & d'une épaisseur quelconque. Par ce point Q & par le centre r de la première surface AB soit menée une ligne Qrq, laquelle sera perpendiculaire à cette surface. Il est certain que le foyer q des rayons partis de Q, rompus par la surface AB, sera un point de cette ligne, que l'on trouvera par la formule donnée, Note 559 (en supposant les rayons tomber très-près du diametre Qr). Soit ensuite menée par ce foyer q & par le centre r' de la seconde surface HL, une droite $qr'E$ qui sera perpendiculaire à cette seconde surface, & dans laquelle sera le foyer q' des rayons, après avoir été rompus par cette surface HL. La distance du point q où concourent les rayons en tombant sur la surface HL étant connue, il est facile de déterminer leur foyer q', qui est évidemment celui qu'on cherche, en se servant de la formule pour le foyer des rayons qui traversent une surface sphérique concave vers le point de concours des rayons incidens.

Il est évident que si au-delà de la surface HL, il y en avait une troisieme, une quatrieme, &c. c'est-à-dire, si la lentille était composée, on trouverait le foyer en continuant de procéder de la manière que nous venons d'indiquer.

607. Si deux points P & Q qui envoient des rayons sur la lentille, sont peu éloignés l'un de l'autre, & à égales distances de la première surface BA, leurs foyers respectifs p' & q' seront à très-peu près à égales distances de la seconde surface HL. Car puisque nous supposons $BP=IQ$, nous avons $Bp=Iq$, & par conséquent $rp=rq$; retranchant rr' de l'un & de l'autre, il restera $r'p=r'q$ à très-peu près, à cause de la petitesse de l'angle qrp; & par conséquent $Hp=Eq$ à très-peu près; donc Hp' & Eq' seront à très-peu près égales.

Ainsi l'image $p'q'$ d'un petit objet PQ perpendiculaire à l'axe d'une lentille, sera aussi à très-peu près perpendiculaire à cet axe.

les rayons rompus auront leur cours vers q : le contraire arrive, lorſque Q & q ſont de différens côtés des ſurfaces réfringentes.

Les Articles 211 & 212 ſont applicables aux réfractions comme aux réflexions.

CHAPITRE IV.

Détermination du lieu, de la grandeur & de la ſituation des images formées par des rayons rompus.

THÉOREME I.

244. *LES images que forment des rayons rompus par des ſurfaces planes, ſont ſemblables aux objets ; & elles ſont toujours droites ou dans une ſituation ſemblable à celle de l'objet, & du même côté par rapport aux plans refringens.*

Fig. 421 & 422. Soit PQR un objet qui envoie des rayons ſur un plan réfringent ACB, auquel ſoient menées les perpendiculaires PA, QC, RB, &c. dans leſquelles on prendra Ap, Cq, Br qui ſoient à AP, à CQ, & à BR, dans le rapport du ſinus d'incidence au ſinus de réfraction (*Art.* 223) ; les points p, q, r, &c. formeront une image ſemblable à l'objet, & dans une ſituation ſemblable, les parties pq, qr étant dans le même rapport que PQ, QR: ce qui eſt évident, quand l'objet eſt parallele au plan réfringent ; & lorſqu'il eſt incliné, on voit aiſément que l'objet & l'image étant prolongés, rencontrent le plan au même point D; & par conſéquent, comme AP, CQ, BR ſont paralleles, on a $pq : qr :: PQ : QR$. De même ſi les rayons qui ont pour foyers p, q, r, ſont rompus de nouveau par un autre plan parallele ou incliné au premier AB, leurs ſeconds foyers formeront une ſeconde image ſemblable à la première, & par conſéquent ſemblable à l'objet ; & ainſi de ſuite.

245. THÉOREME II. *Un arc de cercle* PQR *décrit du centre* E *d'une ſurface ſphérique, d'une ſphere, ou d'une lentille, étant conſidéré comme un objet, ſon image* pqr *ſera un arc concentrique ſemblable, dont la longueur ſera à la longueur de l'objet, dans le*

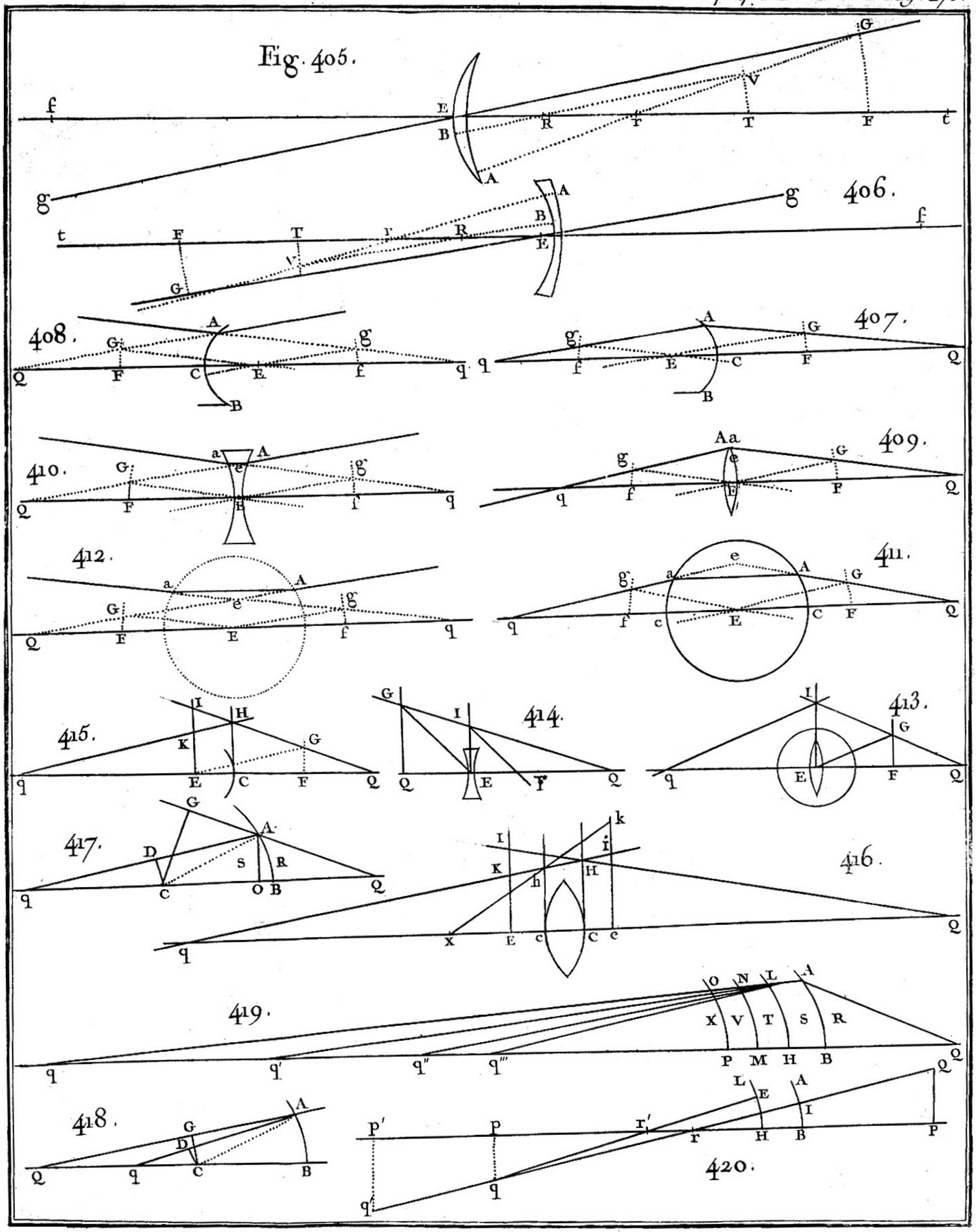


Fig. 405.
406.
407.
408.
409.
410.
411.
412.
413.
414.
415.
416.
417.
418.
419.
420.

rapport de leurs distances au centre commun E, *& l'image sera droite ou renversée, par rapport à l'objet, suivant qu'elle sera du même côté du centre que l'objet, ou qu'elle sera de l'autre côté.*

Cette proposition est évidente par l'inspection de la Figure 423, dans tous les cas de réfractions occasionnées par des surfaces concentriques, les parties de ces surfaces étant exposées de la même maniere aux parties de l'objet concentrique à ces surfaces. Et dans une lentille, les foyers de tous les faisceaux de rayons paralleles sont aussi dans un arc concentrique GFH; ainsi Pp & Qq étant troisiemes proportionnelles, l'une à PG & à PE, l'autre à QF & à QE (*Art.* 239), seront égales, puisque $PG = QF$, & $PE = QE$, & par conséquent l'image pqr est aussi un arc concentrique. Or puisque les axes des faisceaux sont regardés comme des lignes droites, qui passent par E (*Art.* 229), les angles pEr, PER sont égaux; ainsi le rapport de l'image à l'objet est le même que celui de leurs distances au centre E. Enfin, il est visible que suivant que l'image & l'objet sont du même côté du centre, ou de différens côtés, l'image est droite ou renversée. Fig. 423, 424, 425 & 426.

246. COROLL. Un objet circulaire très-petit par rapport à sa distance du centre E, approche beaucoup d'avoir la figure d'une ligne droite, & il en est de même de son image qui lui est semblable. Par conséquent on peut regarder l'image d'un petit objet droit, d'une petite ligne droite, par exemple, placé à une distance considérable du centre d'une surface refringente, d'une lentille ou d'une sphere, comme une ligne sensiblement droite, quoique dans la rigueur géométrique ce soit un arc de section conique *. On peut déterminer par ces propositions les

608.* Car tout le reste demeurant comme dans l'Article 245, soit l'objet PQ (*Fig.* 427, 428 & 429) une droite perpendiculaire à QEq menée par le centre d'une sphere refringente; soit q le foyer d'un pinceau étroit de rayons qui avant leurs réfractions au travers de la sphere, divergent de Q, & q' le foyer d'un autre pinceau de rayons qui, avant de se rompre en traversant la sphere, convergent vers Q; & selon que la perpendiculaire EQ est plus longue ou plus courte que EF distance focale de la sphere, soit décrite une ellipse ou une hyperbole $qpq'p'$, qui ait pour foyer le centre E, & qq' pour premier axe, laquelle coupe en p & en p' une ligne quelconque EP prolongée; & l'arc de section conique pq sera l'image de la droite PQ, formée par les rayons qui viennent de cette droite; & l'arc de section conique opposé $p'q'$ sera l'image de PQ, formée par des rayons convergens vers cette droite PQ; & la section conique entière sera l'image de la ligne infinie $Z'PQZ$.

images de tous les objets, en trouvant les images de leurs contours.

609. Lorsque la perpendiculaire EQ est égale à EF, l'ellipse se change dans une parabole dont le foyer est E & le sommet q' ; & lorsque EQ est infinie, l'ellipse se confond avec le cercle dont le diametre est Ff ou zz', qui est le parametre de toutes les courbes.

610. Delà, lorsque l'angle PEQ que soutend au centre d'une lentille mince un petit objet droit, tel qu'une petite ligne droite, est petit, l'image de cet objet co-incide à très-peu près avec l'arc d'une section conique que l'on détermine de la même maniere que pour une sphere ; parce que dans l'un & l'autre cas la relation des foyers correspondants Q, q, est donnée par la même proportion.

611. Maintenant supposons que les rayons qui divergent de Q (*Fig. 430*), n'ayent qu'une surface sphérique AC à traverser, de sorte qu'ils ne soient rompus qu'une seule fois, & que q soit leur foyer ; supposant de plus que cette surface soit continuée jusqu'à ce qu'elle coupe de nouveau l'axe en c ; soient d'autres rayons convergens vers Q, rompus en c seulement, & ayant en conséquence q' pour foyer ; & selon que EQ est plus grande ou plus petite que EF, soit décrite une ellipse ou une hyperbole qpq', qui ait le centre E de la surface réfringente pour foyer, & qq' pour premier axe, laquelle coupe en p une ligne quelconque PE prolongée ; l'arc de section conique pq sera l'image de la perpendiculaire PQ, formée par les rayons qui en divergent, & qui ne sont rompus que par l'arc AC.

612. Lorsque EQ est égale à EF (*Fig. 430 & 431*), l'ellipse devient une parabole, dont le foyer est E & le sommet q' ; & lorsque EQ est infinie, l'ellipse se confond avec le cercle dont le diametre est $2Ef$, ou ff' ou zz', qui est aussi le parametre de toutes les courbes. (*Voyez la 18e des Leçons d'Optique de Barow, où il donne des constructions semblables & les démontre*).

CHAP. V.

CHAPITRE V.

Dans lequel un objet étant vu par des rayons réfléchis successivement par un nombre quelconque de surfaces planes ou sphériques, ou par des rayons rompus en traversant un nombre quelconque de lentilles de telle espece qu'on voudra, ou un nombre quelconque de milieux différens dont les surfaces sont planes ou sphériques, on détermine la distance, la grandeur, la situation apparentes de cet objet, le degré de distinction & de clarté avec lequel on l'apperçoit, le plus grand angle sous lequel il est vu, & la portion qu'on en découvre; avec une application aux télescopes & aux microscopes.

PROBLÈME I.

247. *ÉTANT données les distances focales & les ouvertures d'un nombre quelconque de lentilles de telle espece qu'on voudra, placées à des distances quelconques données l'une de l'autre, de l'œil, & de l'objet; il s'agit de déterminer la distance, la grandeur, la situation apparentes d'un objet vu au travers de toutes ces lentilles, le degré de distinction & de clarté avec lequel on l'apperçoit; enfin l'angle le plus grand sous lequel il est vu, & la portion qu'on en découvre, avec l'ouverture particulière qui limite l'un & l'autre.*

248. Soit PL un objet que l'œil O apperçoit au travers de tant de lentilles qu'on voudra placées en A, B, C, dont les distances focales sont les lignes a, b, c, & qui ont pour axe commun la droite $OABCP$. On peut regarder la distance OP comme divisée par les verres A, B, C, en deux parties telles que OA, AP; OB, BP; OC, CP; ou en trois parties telles que OA, AB, BP; OA, AC, CP; ou en quatre parties comme OA, AB, BC, CP; continuant toujours ainsi autant que le nombre des lentilles le permet. Les produits de ces parties qui se correspondent, divisés respectivement par la distance Fig. 432.

focale ou par le produit des diſtances focales des verres, qui ſont placés aux points de diviſion, donneront autant de différentes lignes, qui doivent être conſidérées comme négatives, ſi l'on a, aux points de diviſion, un nombre impair de lentilles convexes ; autrement on doit les conſidérer comme poſitives. Soit OP' la ſomme de OP, & de ces différentes lignes (ajoûtées ou retranchées ſuivant leurs ſignes) ; cette ligne ſera la diſtance apparente de l'objet.

249. Et ſa grandeur apparente ſera à ſa vraie grandeur (*Art.* 100), comme OP eſt à OP'.

250. Et ſi la valeur de OP' eſt poſitive, l'objet paraîtra droit, autrement il paraîtra renverſé ; ou, pour s'exprimer différemment, on verra l'objet au travers des verres à la même diſtance, de la même grandeur, & dans la même ſituation qu'on le verrait à la vue ſimple, à la diſtance OP', en le ſuppoſant placé en P' dans ſa ſituation naturelle, c'eſt-à-dire, droit, lorſque OP' eſt poſitive, & renverſé lorſque OP' eſt négative.

251. Lorſque OP' eſt poſitive, elle doit être placée devant l'œil, autrement elle doit l'être derrière ; ſuppoſons enſuite l'œil tranſporté de O en A, en ſorte que ſa diſtance au verre le plus proche s'évanouiſſe ; & ſoit Ap' la diſtance à laquelle il voit l'objet PL, trouvée & placée ſuivant les mêmes regles que OP'. Soit Ap à Ap' comme AO eſt à la différence ou à la ſomme de OP' & de Ap', ſuivant qu'elles ſe trouvent du même ou de différens côtés de O & de A ; & ſoient les points A, p, p' dans le même ordre que les points O, p, P'. Par la ſituation de ce point p on peut juger du degré de diſtinction avec lequel on appercevra l'objet ; parce que les rayons qui partent de P, entreront dans l'œil, par la diſpoſition qu'ils auront acquiſe en traverſant les verres, comme ſi les verres étant ôtés, ils étaient partis de p, lorſque ce point tombe devant l'œil, ou comme s'ils tendaient vers ce point, lorſqu'il tombe derrière.

Fig. 433. 252. Soient les lignes AR, BS, CT les demi-diametres des ouvertures données des verres A, B, C ; & ſoit Ob' la diſtance apparente de la ligne BS vue au travers du verre A ; & Oc' la diſtance apparente de la ligne CT vue au travers des verres A & B, leſquelles ſe trouveront comme ci-deſſus. Soient élevées les perpendiculaires $b's'$ & $c't'$ égales reſpectivement à BS &

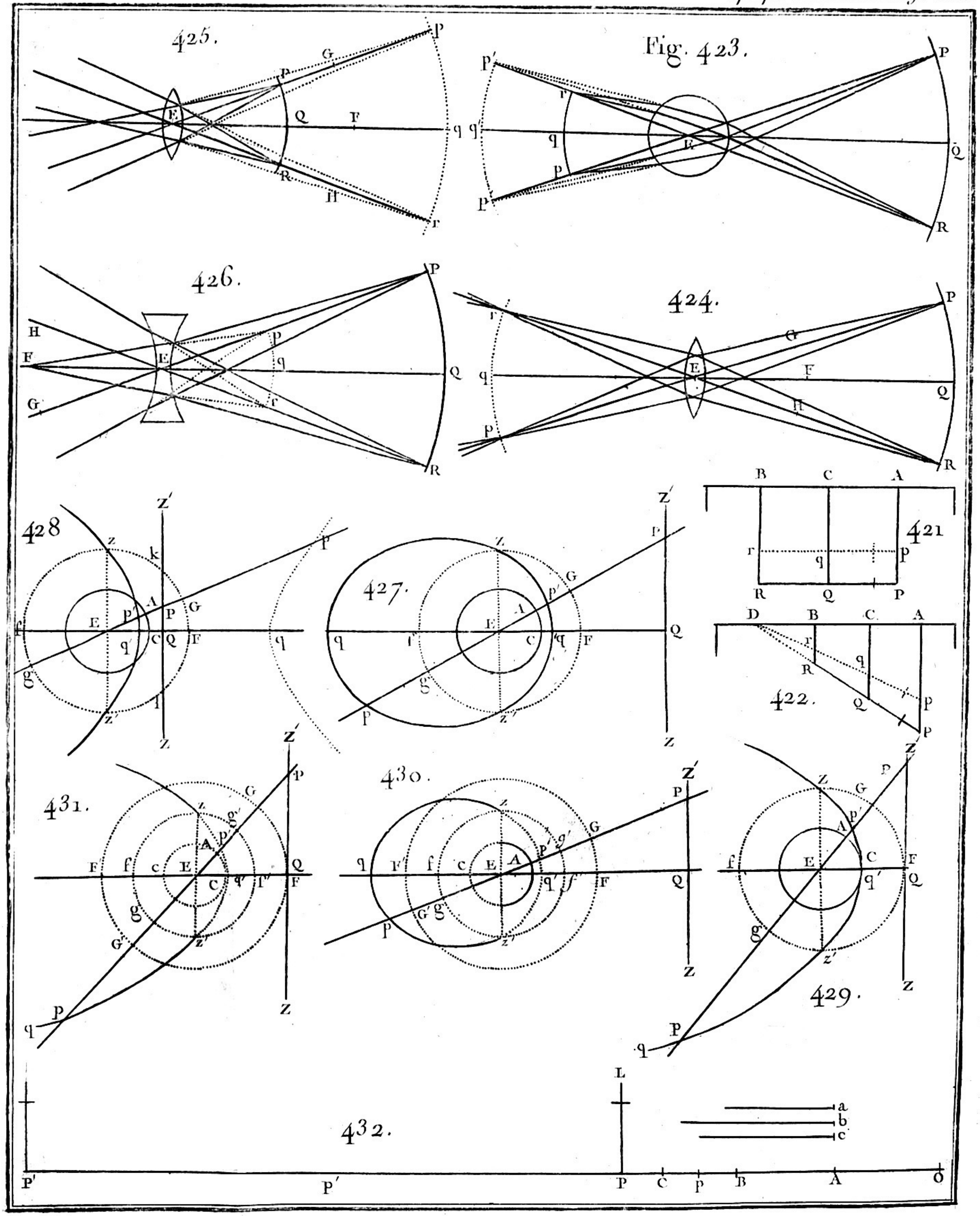


Fig. 423.
424.
425.
426.
427.
428
429.
430.
431.
421
422.
432.

à CT; le plus petit des angles que ſoutendent en O les perpendiculaires AR, $b's'$, $c't'$, ſera la moitié de l'angle le plus grand ſous lequel on voit l'objet.

253. Que $b'Os'$ ſoit cet angle, & que Os' prolongée coupe, en L', une perpendiculaire à l'axe en P'; alors ſoit priſe PL égale à $P'L'$; elle ſera le demi-diametre de la partie la plus grande de l'objet PL, que l'œil O puiſſe appercevoir au travers des ouvertures données de tous les verres : ainſi le demi-diametre PL ou $P'L'$ de la partie viſible de l'objet, ſera au demi-diametre $b's'$ ou BS de l'ouverture qui borne la vue de l'objet à cette partie, comme la diſtance apparente OP' de cette même partie, à la diſtance apparente Ob' de cette ouverture.

254. Et puiſque par la ſuppoſition l'angle $b'Os'$ eſt le plus petit de tous les angles que ſoutendent en O les perpendiculaires AR, $b's'$, $c't'$, il s'enſuit que l'ouverture qui détermine & limite l'angle ſous lequel on apperçoit la partie de l'objet qu'on peut découvrir, de même que cette partie, eſt celle du verre B.

255. Puiſque la prunelle change de grandeur ſelon les divers degrés de lumière qu'elle reçoit, ſoit NO ſon demi-diametre lorſque l'objet PL eſt vu à la diſtance OP à l'œil nud ; & ſoit OK, dans un plan qui paſſe par l'œil O, le demi-diametre de l'eſpace le plus grand (que l'on trouvera de la même manière que PL), qu'un autre œil ſitué en P puiſſe appercevoir au travers de tous les verres ; ou, ce qui eſt la même choſe, ſoit OK le demi-diametre de l'eſpace le plus grand qu'illumine un pinceau de rayons qui vient de P au travers de tous les verres. Si cet eſpace n'eſt pas plus petit que l'aire de la prunelle, le point P paraîtra au travers des verres avec le même éclat qu'à la vue ſimple ; s'il eſt plus petit, le point P paraîtra avec moins d'éclat au travers des verres, qu'à la vue ſimple, dans le même rapport que cet eſpace illuminé eſt plus petit que la prunelle. Ce que nous diſons de l'éclat avec lequel l'objet paraîtra, ſerait exactement vrai, ſi les verres tranſmettaient à l'œil tous les rayons incidens, ou s'ils n'en arrêtaient qu'une partie inſenſible.

256. DÉMONSTRATION. Soit un rayon quelconque $OrstL$ d'un pinceau qu'on ſuppoſe aller de l'œil à l'objet, dont f, g, h Fig. 434.

soient les foyers, après avoir été successivement rompu par les verres Ar, Bs, Ct; & soit l'objet rencontré en L par ce rayon. Ce point L sera vu par le rayon $LtsrO$ retournant suivant les mêmes lignes à l'œil O. Soit menée LL' parallele à OP, laquelle rencontre, en L', le rayon visuel Or prolongé, & soit achevé le rectangle $PLL'P'$; OP' sera la distance apparente de l'objet (*Art.* 139). Supposons d'abord toutes les lentilles concaves : à cause des triangles semblables OAr, $OP'L'$, OA est à OP' dans le même rapport que Ar est à $P'L'$ ou PL; ou en raison composée de Ar à Bs, de Bs à Ct, & de Ct à PL; ou en raison composée de fA à $fA+AB$, de gB à $gB+BC$, & de hC à $hC+CP$; & par conséquent $OP'=OA\times\frac{fA+AB}{fA}\times\frac{gB+BC}{gB}\times\frac{hC+CP}{hC}$. Ainsi l'on connaîtra la distance apparente OP', si-tôt que l'on aura fA, gB & hC. Or, par l'Article 139, on trouve $fA=\frac{OA\times a}{OA+a}$, $gB=\frac{(fA+AB)\times b}{fA+AB+b}$, $hC=\frac{(gB+BC)\times c}{gB+BC+c}$. Substituant ces valeurs, on trouve que si l'œil O voit au travers d'un verre unique A, un objet situé en B, la distance apparente Ob' de cet objet $=OB+\frac{OA\times AB}{a}$; si l'œil O voit un objet situé en C, à travers deux verres A & B, la distance apparente Oc' de cet objet $=OC+\frac{OA\times AC}{a}+\frac{OB\times BC}{b}+\frac{OA\times AB\times BC}{ab}$; si l'œil O voit à travers trois verres A, B, C, un objet situé en P, la distance apparente OP' de cet objet $=OP+\frac{OA\times AP}{a}+\frac{OB\times BP}{b}+\frac{OC\times CP}{c}+\frac{OA\times AB\times BP}{ab}+\frac{OA\times AC\times CP}{ac}+\frac{OB\times BC\times CP}{bc}+\frac{OA\times AB\times BC\times CP}{abc}$: on voit assez comment l'on trouverait la distance apparente, si le nombre des verres était plus grand. Si quelques-unes des lentilles sont convexes, leurs distances focales doivent être considérées comme négatives ; car les rayons incidens venant du même côté, les lentilles convexes ont leurs distances focales du côté opposé à celles des lentilles concaves; c'est pourquoi les termes qui renferment un nombre impair de lentilles convexes aux points de division, doivent être réputés négatifs.

La détermination de la grandeur apparente est évidente par l'Article 141.

Et celle de la situation apparente par la fin de l'Article 139.

257. Soit achevé le rectangle $LPp'l'$, & soit menée Al' laquelle rencontre OL' en l; la ligne lp menée perpendiculairement à l'axe des verres, sera la dernière image de l'objet PL. Car le même point L est vu par un rayon qui entre dans l'œil O suivant la direction $L'O$, & par un rayon qui entre dans l'œil A selon la direction $l'A$; ainsi le point l où ces directions se coupent, est le foyer des rayons émergens. Présentement les triangles Apl, $Ap'l'$ étant semblables, de même que Opl & $OP'L'$, on a Ap est à Ap', comme Op est à OP', ou comme $Op \mp Ap$, ou OA est à $OP' \mp Ap'$, suivant que p tombe sur le prolongement de OA ou sur OA même, & par consequent suivant que OP' & Ap' sont du même ou de différens côtés de O & de A. Et les points A, p, p' sont dans le même ordre que les points A, l, l', ou que les points O, l, L', ou que les points O, p, P'. Fig. 435.

258. Que Os' coupe les perpendiculaires AR en r, $c't'$ en t'', $P'L'$ en L'; & soient achevés les rectangles $Bb's's$, $Cc't''t$, $PP'L'L$. L'angle $b'Os'$ étant supposé le plus petit des angles que soutendent en O les perpendiculaires AR, $b's'$, $c't'$, il s'ensuit que Ar est plus petite que AR, & $c't''$ plus petite que $c't'$, ou Ct plus petite que CT. Mais joignant les points r, s, t, L, par les droites rs, st, tL, ces lignes seront décrites par un rayon qui va de O en L; parce que les lignes Or, Ors', Ort'', OrL' sont les différentes distances apparentes des points r, s, t, L vus dans une direction commune Or. Or, dans la construction, $b's'$ a été prise égale à BS, & supposant l'angle visuel $b'Os'$ tant soit peu augmenté, les perpendiculaires égales $b's'$, Bs le seraient aussi; alors Bs deviendrait plus grande que BS, & par conséquent le rayon le plus en dehors Lts serait arrêté en s par le défaut d'une ouverture plus large que BS. Fig. 435 & 436.

259. Dans la supposition que l'angle $b'Os'$ recevrait de l'augmentation, la perpendiculaire $P'L'$ ou PL en recevrait

aussi ; donc l'angle $b'Os'$ ne pouvant augmenter à moins que BS n'augmente en même tems, PL ne peut être plus grande, & est par conséquent le demi-diametre de l'espace le plus grand qu'on puisse découvrir de O par toutes les ouvertures données.

260. Et il est évident que la vision est bornée par l'ouverture du verre situé en B, qu'on apperçoit au travers des verres intermédiaires sous un angle $b'Os'$ plus petit que celui sous lequel on appercevrait une autre ouverture quelconque, si les autres ouvertures étaient assez agrandies pour permettre de la voir.

Fig. 437. 261. Si OK n'est pas plus petite que ON, l'aire de la prunelle sera totalement illuminée par le pinceau qui vient de P. Soit $PtsrN$ un rayon de ce pinceau, coupant l'objectif Ct en t ; & supposant les verres ôtés, soit un rayon direct PMN qui coupe Ct en M. La quantité de rayons rompus qui tombent sur la ligne NO, est à la quantité de rayons directs qui y tomberaient, comme l'angle CPt est à l'angle CPM, c'est-à-dire, comme la grandeur apparente de la ligne NO est à la vraie. C'est pourquoi faisant tourner la figure autour de l'axe OP, la quantité de rayons rompus qui remplissent la prunelle, est à la quantité de rayons directs qui la rempliraient, comme la grandeur apparente d'une surface quelconque située en O, vue de P, est à la vraie, ou comme la grandeur apparente d'une surface quelconque en P vue de O, à la vraie (*Art.* 262), & par conséquent comme la grandeur apparente de la surface la plus petite, ou point physique P, à sa vraie grandeur ; c'est-à-dire, comme l'image du point P tracée sur le fond de l'œil, par ces rayons rompus, à l'image qu'y traceraient les rayons directs. Ainsi ces images du point P sont également claires, & l'apparence qu'elles occasionnent du point P dans l'un & l'autre cas, a le même degré de clarté. Supposons maintenant la prunelle plus large que l'espace le plus grand qu'illumine en O un
Fig. 438. pinceau de rayons qui vient de P ; nous venons de faire voir, dans la supposition d'une prunelle plus petite & égale à cet espace, que des images du point P tracées sur le fond de l'œil par des rayons rompus & par des rayons directs, auraient le même degré de clarté ; & par conséquent chacune d'elles serait moins claire que quand des rayons directs remplissent la prunelle la plus grande, dans le même rapport que la prunelle plus

petite, ou l'eſpace illuminé par les rayons rompus, eſt plus petit que la prunelle plus large, illuminée par des rayons directs. J'ai ſuppoſé diſtincte l'image du point P ſur le fond de l'œil, ou proportionnée à l'angle qui meſure la grandeur apparente de P; mais ſi on la ſuppoſait confuſe, la concluſion n'en ſerait pas moins la même.

262. COROLL. I. Les verres étant fixes, ſi l'on ſuppoſe que l'œil & l'objet changent de places, la diſtance, la grandeur & la ſituation apparentes de l'objet ſeront les mêmes qu'auparavant. Car l'intervalle OP étant le même & étant diviſé dans les mêmes parties par les mêmes verres, donnera le même théorême pour la diſtance apparente que ci-deſſus (*Art. 248*); ſavoir,

$$PO + \frac{PC \times CO}{c} + \frac{PB \times BO}{b} + \frac{PA \times AO}{a} + \frac{PC \times CB \times BO}{cb} + \frac{PC \times CA \times AO}{ca} + \frac{PB \times BA \times AO}{ba} + \frac{PC \times CB \times BA \times AO}{cba}.$$

263. COROLL. II. Lorſqu'un objet PL eſt vu au travers d'un nombre quelconque de verres, la largeur du pinceau principal, en entrant dans l'œil O, eſt à ſa largeur lorſqu'il rencontre l'objectif C, comme la diſtance apparente de l'objet à ſa diſtance réelle de l'objectif, & par conſéquent, dans les lunettes, comme la vraie grandeur de l'objet à ſa grandeur apparente; c'eſt-à-dire, que OK eſt à Ct, comme OP' à PC. Car ſoit menée Kk' parallele à l'axe OP, laquelle coupe en k', Pt prolongée, & ſoit achevé le rectangle $k'KOO'$; PO' eſt la diſtance apparente d'un objet OK vu de P à travers tous les verres; & les triangles $PO'k'$, PCt étant ſemblables, on a OK ou $O'k'$: Ct :: PO' : PC ou :: OP' : PC, par le Corollaire précédent. Fig. 437 & 438.

264. COROLL. III. Lorſque les rayons venant de P à travers tous les verres, tombent perpendiculairement ſur un plan fixe en O, leur denſité eſt uniforme dans toute l'étendue de l'aire ou eſpace illuminé. Car ſuppoſant les rayons incidens tous tranſmis, il y aura une même quantité de rayons dans les aires en C & en O, & ces rayons étant uniformement denſes dans l'aire en C, leur quantité eſt comme cette aire, ou comme celle qui eſt en O (à cauſe que ces aires ſont dans un rapport

invariable (*Art.* 263)), & par conséquent tous ces rayons seront d'une densité uniforme dans l'aire *O*; & quoique la lumière ne soit point entiérement transmise, quelle que soit la partie interceptée, la densité de celle que recevra cette surface *O*, n'en sera pas moins uniforme; car les rayons rencontrant tous presque perpendiculairement les surfaces des verres, chaque partie de la même surface en réfléchit & en éteint un égal nombre, & par conséquent la perte que fait la lumière en traversant les verres, se distribue également dans toute l'étendue de la surface *O*.

265. COROLL. IV. Cette densité uniforme des rayons rompus, dans la surface *O*, est à la densité uniforme des rayons directs que cette surface recevrait du même point *P*, si les verres étaient ôtés, comme la grandeur apparente du point *P*, ou d'une surface quelconque supposée en *P*, à la vraie, en supposant toute la lumière transmise. Cela est facile à voir par la première partie de l'Article 261.

266. COROLL. V. Si la quantité de lumière incidente n'est pas diminuée, en traversant les verres, dans un plus grand rapport que celui de l'ouverture la plus grande de la prunelle à l'ouverture donnée *ON*, & que l'espace illuminé ne soit pas plus petit que l'ouverture la plus grande, la prunelle se dilatera jusqu'à ce qu'elle reçoive la même quantité de lumière que dans la vision à la vue simple (*Art.* 264). Mais si l'espace illuminé est plus petit que l'ouverture donnée de la prunelle, *l'éclat* naturel de l'objet paraîtra diminué dans les verres, en raison composée de la raison de l'ouverture de la prunelle à l'aire illuminée (*Art.* 255), & de celle de la quantité de lumière incidente à la quantité de lumière émergente.

267. COROLL. VI. Il est évident qu'on peut voir un objet aussi clairement à travers des verres qu'à la vue simple, mais jamais plus clairement, même quand la lumière incidente serait transmise entiérement par ces verres.

Fig. 438. 268. COROLL. VII. Les verres & l'objet étant fixes, l'éclat apparent du point *P* vu par des rayons rompus, est invariable, en quelqu'endroit que l'œil soit placé, tant que les rayons qui viennent de ce point remplissent la prunelle; mais lorsqu'ils ne la remplissent plus, l'éclat apparent varie comme le carré de la distance *Op* de la prunelle à la dernière image du point

point P. Car la densité des rayons, & la grandeur apparente de P, & conséquemment la grandeur de son image au fond de l'œil, varient toutes réciproquement comme le carré de Op (*Art.* 58, 106 & 111). Par conséquent tant que la prunelle ne varie point, & qu'elle est remplie par les rayons, la quantité de lumière qui y entre est comme l'aire de l'image de P au fond de l'œil : ainsi cette image est toujours également claire ; mais si-tôt que les rayons ne remplissent pas la prunelle, la quantité de rayons qui y entre est invariable, tandis que l'aire de l'image varie réciproquement comme le carré de Op, & par conséquent que sa clarté varie directement comme ce même carré : & cela est encore ainsi, quelle que soit la partie de la lumière incidente qu'interceptent les verres.

269. COROLL. VIII. Lorsque l'objet est assez éloigné pour que l'on puisse considérer les distances OP, AP, BP, CP comme égales, la distance apparente $OP' = OP \times \left(1 + \frac{OA}{a} + \frac{OB}{b} + \frac{OC}{c} + \frac{OA \times AB}{ab} + \frac{OA \times AC}{ac} + \frac{OB \times BC}{bc} + \frac{OA \times AB \times BC}{abc}\right)$.

270. COROLL. IX. Delà, lorsque les points O & h sont des foyers correspondans d'un pinceau de rayons rompus par un nombre quelconque de lentilles A, B, C, les angles AOr, Cht, faits par les parties incidente & émergente d'un rayon quelconque avec l'axe des verres, sont entr'eux comme 1 à $1 + \frac{OA}{a} + \frac{OB}{b} + \frac{OC}{c} + \frac{OA \times AB}{ab} + \frac{OA \times AC}{ac} + \frac{OB \times BC}{bc} + \frac{OA \times AB \times BC}{abc}$. Car, par le Corollaire précédent, ce dernier rapport est le même que le rapport de OP à OP', lequel est lui-même celui de la grandeur apparente d'un objet éloigné vu de O, à sa vraie grandeur, vu à la vue simple de O ou de h, ou celui de l'angle en O à l'angle en h. Fig. 434.

271. COROLL. X. Donc si O est le point d'où partent les rayons incidens, leur foyer, après être sortis du dernier verre C, se pourra trouver en prenant Ch à Oc' ou $OC + \frac{OA \times AC}{a}$

$+ \frac{OB \times BC}{b} + \frac{OA \times AB \times BC}{ab}$ comme 1 est à $1 + \frac{OA}{a} + \frac{OB}{b} + \frac{OC}{c} + \frac{OA \times AB}{ab} + \frac{OA \times AC}{ac} + \frac{OB \times BC}{bc} + \frac{OA \times AB \times BC}{abc}$, & en plaçant Ch en sens contraire à celui vers lequel vont les rayons, si le second & le troisieme termes de la proportion ont les mêmes signes, autrement on la placera du même sens. Car achevant le rectangle $c'Ct t''$, Ch est à Oc' comme l'angle $c'Ot''$ est à l'angle Cht (*Art.* 60), c'est-à-dire, dans le rapport dont on vient de parler, par le Coroll. précédent.

272. COROLL. XI. Lorsque les distances focales des verres, les distances de ces verres & celles de ces verres à l'objet sont telles que $1 + \frac{AP}{a} + \frac{BP}{b} + \frac{CP}{c} + \frac{AB \times BP}{ab} + \frac{AC \times CP}{ac} + \frac{BC \times CP}{bc} + \frac{AB \times BC \times CP}{abc} = 0$, les rayons d'un pinceau quelconque tombent paralleles dans l'œil; & alors la distance apparente OP' est égale à $Ap' = AP + \frac{AB \times BP}{b} + \frac{AC \times CP}{c} + \frac{AB \times BC \times CP}{bc}$ ou $= -a \times (1 + \frac{BP}{b} + \frac{CP}{c} + \frac{BC \times CP}{bc})$; & cette distance apparente étant invariable, la grandeur, la situation apparentes, & le degré de distinction & d'éclat seront aussi invariables, en quelqu'endroit

Fig. 435. que l'œil soit placé. Car les rayons venant de L entreront paralleles dans l'œil, lorsque Ol & Al, ou OL' & Al' sont paralleles, & par conséquent lorsque $OP' = Ap'$, ou que $OP' - Ap' = 0$. Or en faisant $OA = 0$ dans la valeur de OP' : $OP + \frac{OA \times AP}{a} + \frac{OB \times BP}{b} + \frac{OC \times CP}{c} + \frac{OA \times AB \times BP}{ab} + \frac{OA \times AC \times CP}{ac} + \frac{OB \times BC \times CP}{bc} + \frac{OA \times AB \times BC \times CP}{abc}$, nous avons $Ap' = AP + \frac{AB \times BP}{b} + \frac{AC \times CP}{c} + \frac{AB \times BC \times CP}{bc}$, qui étant rétranchée de OP', il reste $OP' - Ap' = 1 + \frac{AP}{a} + \frac{BP}{b} + \frac{CP}{c} +$

$\frac{AB \times BP}{ab} + \frac{AC \times CP}{ac} + \frac{BC \times CP}{bc} + \frac{AB \times BC \times CP}{abc}$ $= 0$; qui donne $- a \times (1 + \frac{BP}{b} + \frac{CP}{c} + \frac{BC \times CP}{bc}) =$ $AP + \frac{AB \times BP}{b} + \frac{AC \times CP}{c} + \frac{AB \times BC \times CP}{bc} = Ap'$ $= OP'$.

273. COROLL. XII. Delà, lorſque l'objet eſt aſſez éloigné pour que l'on puiſſe conſidérer les diſtances OP, AP, BP, CP, comme égales, les rayons qui tombent paralleles ſur le premier verre, ſortent paralleles du dernier, ſi les verres ſont tellement diſpoſés que $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{AB}{ab} + \frac{AC}{ac} +$ $\frac{BC}{bc} + \frac{AB \times BC}{abc} = 0$; & au contraire : alors la diſtance apparente $OP' = (Ap' =) OP \times (1 + \frac{AB}{b} +$ $\frac{AC}{c} + \frac{AB \times BC}{bc}$ ou $= - a \times OP \times (\frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ $+ \frac{BC}{bc})$. Par conſéquent lorſqu'il y a deux lentilles concaves A, B, la grandeur apparente eſt à la vraie, comme OP eſt à OP', ou comme $- \frac{1}{a}$ eſt à $\frac{1}{b}$; s'il y a trois lentilles concaves A, B, C, comme $- \frac{1}{a}$ eſt à $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{BC}{bc}$; ſi on en a quatre concaves A, B, C, D, comme $- \frac{1}{a}$ eſt à $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} + \frac{BC}{bc} + \frac{BD}{bd} + \frac{CD}{cd} +$ $\frac{BC \times CD}{bcd}$. On a négligé par-tout ici l'unité comme étant très-petite par rapport à la diſtance de l'objet.

274. COROLL. XIII. Puiſque l'œil, les verres & l'objet ſont placés dans un ordre donné, leurs intervalles OA, AB, BC, &c. doivent être regardés comme étant tous poſitifs ; & puiſque chaque terme de cette équation, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ $+ \frac{AB}{ab} + \frac{AC}{ac} + \frac{BC}{bc} + \frac{AB \times BC}{abc} = 0$, qu'on a pour placer trois verres A, B, C, comme on a dit ci-deſſus, eſt poſitif, la ſomme des termes ne peut être

nulle, & par conséquent les rayons ne peuvent tomber paralleles dans l'œil, à moins que quelqu'une des distances focales ne soit négative, ou que quelqu'un des verres ne soit convexe. Or, dans une lunette composée de deux verres concaves A & B, on a $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{AB}{ab} = 0$, ou $AB = -a - b$; ce qui fait voir que l'intervalle AB des deux verres doit être égal à la somme ou à la différence de leurs distances focales, suivant qu'ils sont tous deux convexes, ou que l'un est convexe & l'autre concave. Dans le premier cas,

Fig. 439 & 440. nous avons OP à OP' comme $\frac{1}{a}$ à $-\frac{1}{b}$ ou comme b à $-a$, par le Coroll. XII; & la valeur de OP' étant négative, apprend que l'objet paraîtra renversé (*Art.* 250). Dans le second cas, nous avons OP à OP' comme b à a, ce qui fait voir que l'objet paraîtra droit.

275. COROLL. XIV. pour placer trois verres concaves comme ci-dessus, on a $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{AB}{ab} + \frac{AC}{ac} + \frac{BC}{bc} + \frac{AB \times BC}{abc} = 0$ (*Art.* 273), ou $b + a + \frac{ab}{c} + AB + (AB + BC) \times \frac{b}{c} + \frac{a \times BC}{c} + \frac{AB \times BC}{c} = 0$, ou $(AB + a + b)(BC + c) + (AB + a)\, b = 0$.

Fig. 441. Soient tous les verres convexes; alors $AB - a - b$ est à $AB - a$ comme b est à $BC - c$, proportion qui fait connaître un des intervalles AB, BC, aussi-tôt qu'on a choisi l'autre de la grandeur qu'on juge la plus convenable. Et on a OP à OP' comme $\frac{bc}{a}$ à $BC - b - c$ (*Art.* 273); si BC est positive dans cette proportion, ou plus grande que $b + c$, l'objet paraîtra droit (*Art.* 250). Si l'on suppose $BC - b - c = b$, ou que $BC = 2b + c$, l'objet paraîtra droit & amplifié dans le rapport de OP à OP' ou de c à a, quelle que soit la longueur de b. L'autre intervalle AB se trouve par la proportion, $AB - a - b$ est à $AB - a$ comme b est à $BC - c$ ou $2b$, d'où l'on déduit $AB = a + 2b$. Ainsi si on prend $b = a$, on aura $AB = 3a$, & $BC = 2a + c$.

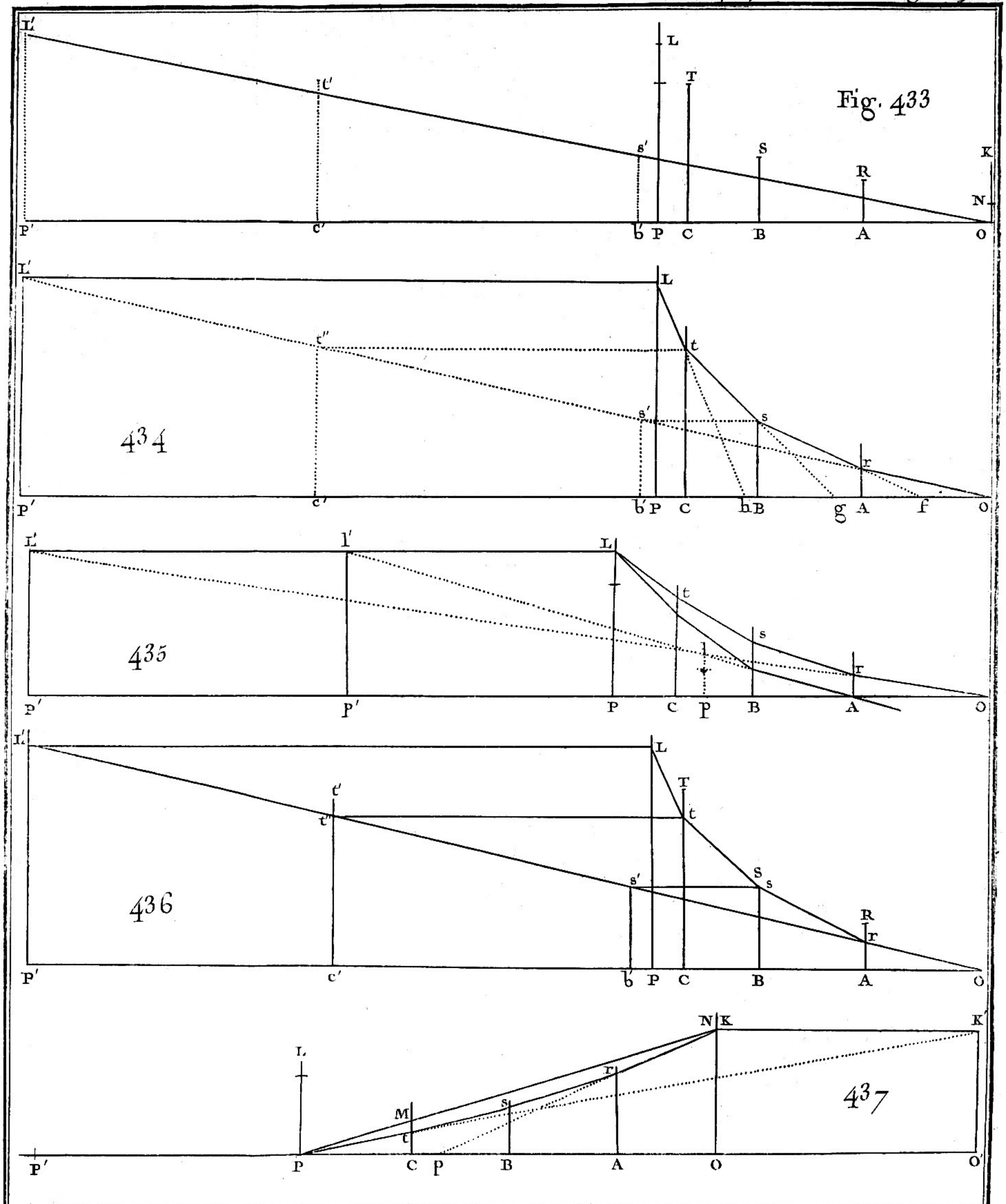


Fig. 433
434
435
436
437

276. COROLL. XV. Mais pour que les rayons d'un pinceau ſortent paralleles d'un nombre quelconque de verres, il ſuffit que leur dernier foyer co-incide avec le foyer principal du dernier verre. C'eſt pourquoi on pourra prendre tous les intervalles de ces verres, excepté le dernier, tels qu'on les trouvera ſatisfaire le mieux aux autres objets qu'on ſe propoſe; & alors ſi un point quelconque O eſt le point d'où partent les rayons incidens, leurs foyers ſucceſſifs f, g, h, i, &c. après avoir été rompus par les verres A, B, C, D, &c. ſe trouveront aiſément au moyen de ces formules : $fA = \frac{OA \times a}{OA + a}$; Fig 442 & 443.
$gB = \frac{(fA + AB)b}{fA + AB + b}$; $hC = \frac{(gB + BC)c}{gB + BC + c}$; $iD = \frac{(hC + CD)d}{hC + CD + d}$; &c. Et ces lignes fA, gB, hC, &c. aux ſignes deſquelles il faut toujours avoir égard, doivent être placées du côté où vont les rayons, lorſqu'elles ſont négatives, & du côté oppoſé lorſqu'elles ſont poſitives. Par exemple, dans une lunette compoſée de quatre verres convexes, ſuppoſant que les rayons tombent paralleles ſur l'oculaire A, on doit faire infinie la diſtance AO, & par conſéquent $fA = -a$. Ainſi $gB = \frac{-a + AB}{-a + AB - b} \times -b$, qui, étant faite infinie, afin que les rayons ſoient paralleles entre les verres B & C, donne $-a + AB - b = 0$, ou $AB = a + b$. Delà, quel que ſoit l'intervalle BC, on a $hC = -c$, & par conſéquent $iD = \frac{-c + CD}{-c + CD - d} \times -d$, laquelle étant faite infinie, afin que les rayons puiſſent ſortir paralleles, donne $-c + CD - d = 0$, ou $CD = c + d$. Maintenant lorſque les quatre verres ſont concaves, la grandeur apparente eſt à la vraie, ou OP eſt à OP' comme $-\frac{1}{a}$ eſt à $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} + \frac{BC}{bc} + \frac{BD}{bd} + \frac{CD}{cd} + \frac{BC \times CD}{bcd}$ (*Art.* 273), ou comme $-\frac{bcd}{a}$ eſt à $(DC + d + c)(CB + b) + (DC + d)c$; & lorſque les quatre verres ſont convexes, comme $-\frac{bcd}{a}$ eſt à $(DC - d - c)(CB - b) + (DC - d) \times -c$, ou, parce que $CD = c + d$, comme $-\frac{bcd}{a}$ eſt à $-cc$, ou

comme db eſt à ca; ou enfin, ſuppoſant $b = a$, comme d eſt à c, quelle que ſoit la diſtance focale des verres égaux A & B. Et la valeur de OP' étant poſitive, fait voir que l'objet paraîtra droit (*Art.* 250).

Fig. 444. 277. COROLL. XVI. Dans un microſcope compoſé de deux verres convexes A & B, ſi l'objet PL eſt placé en g que l'on trouve comme dans l'article précédent, les rayons entreront paralleles dans l'œil; & alors, par le Coroll. XI, la diſtance apparente $OP' = a\ (1 - \frac{BP}{b}) = \frac{a}{b}\ (b - BP) = -\frac{a}{b} + Pb$, en prenant $Bb = b$; ainſi la grandeur apparente eſt à la vraie, ou OP eſt à OP' comme OP eſt à $-\frac{a}{b} + Pb$, c'eſt-à-dire, en raiſon compoſée de b à a & de OP à Pb. La valeur de OP' étant négative, montre que l'on verra l'objet renverſé.

278. COROLL. XVII. Delà, lorſque l'objet eſt éloigné, comme dans les lunettes, la grandeur apparente eſt à la vraie comme b eſt à a; parce que le rapport de OP à Pb devient un rapport d'égalité.

279. COROLL. XVIII. Puiſque la ſurface de l'objectif eſt la baſe commune de tous les pinceaux qui viennent des différens points de l'objet, ſoit proche, ſoit éloigné, le rayon du milieu de chaque pinceau paſſe en droite ligne par le point du milieu de ce verre. Ainſi l'on peut conſidérer ce point comme ſi les rayons qui occupent le milieu des pinceaux, & qui en ſont comme les axes, venaient de ce point tomber ſur le verre ou les verres ſuivans; & par conſéquent ſi ces rayons ſortent convergens du dernier verre, & que la prunelle ſoit placée au foyer ou point de concours de ces rayons, elle les recevra tous, quand même elle ſerait contractée en un point; Fig. 445, 446, 447 & 448. & comme elle eſt plus ouverte, elle recevra auſſi les autres rayons de chaque pinceau, en auſſi grand nombre que ſon ouverture le permettra, & quelquefois les pinceaux tous entiers. En plaçant l'œil à ce foyer, on verra par conſéquent la plus grande partie de l'objet qu'il eſt poſſible; car ſi l'on meut l'œil en-deçà ou au-delà de ce foyer, juſqu'à ce que la prunelle ſoit ſituée à l'endroit du pinceau compoſé des rayons qui for-

ment les axes des pinceaux, où la ſection eſt de même largeur que la prunelle, les rayons extrêmes de ce pinceau commenceront à ne plus entrer dans la prunelle, & alors la portion viſible de l'objet commencera à diminuer. De même, ſi les rayons qui forment les axes des pinceaux ſortent divergens d'un foyer ſitué au-delà de l'oculaire, les rayons extrêmes ou les plus éloignés de l'axe du pinceau qu'ils forment, ſeront exclus ſucceſſivement de la prunelle à meſure qu'elle s'éloigne de ce foyer ou de l'oculaire, & par conſéquent, dans ce cas, la portion viſible de l'objet ſera la plus grande lorſque la prunelle eſt tout contre l'oculaire. Or, on peut trouver de différentes manières ce foyer des rayons émergens, lorſque les rayons incidens partent du centre de l'objectif. Par l'Article 271, ſi les rayons incidens partent du point B, & que le verre A ſoit concave, $AO = \frac{AB}{1 + \frac{AB}{a}}$; & ſi les rayons incidens partent de C, & que les deux verres A & B ſoient concaves,

$$AO = \frac{AC + \frac{AB \times BC}{b}}{1 + \frac{AC}{a} + \frac{BC}{b} + \frac{AB \times BC}{ab}}$$; & ainſi des autres. Si quelques-uns des verres ſont convexes, on doit avoir ſoin de changer les ſignes de leurs diſtances focales. Par exemple, dans une lunette de Galilée, dans laquelle le verre A eſt concave, & $AB = b - a$, on a $AO = a - \frac{aa}{b}$, où a étant plus grande que $\frac{aa}{b}$, AO eſt poſitive, & tombe par conſéquent du côté oppoſé à celui vers lequel vont les rayons (*Art.* 270), qui ainſi ſortent de A en divergeant de O; de ſorte que l'on découvre le plus grand eſpace poſſible, en appliquant l'œil tout contre le verre A. Dans la lunette aſtronomique $AO = -a - \frac{aa}{b}$, en faiſant a négative, parce que l'oculaire eſt convexe. Le point O eſt hors la lunette, un peu plus loin de l'oculaire que le foyer principal de ce verre, à cauſe de la petite quantité $\frac{aa}{b}$ ajoûtée à a. Dans une lu-

Fig. 445.

Fig. 446.

Fig. 447. nette composée de deux oculaires convexes placés de manière que $AB = a + 2b$, & $BC = 2b + c$ (*Art.* 275), & où par conséquent $AC = a + 4b + c$, on a, en substituant ces valeurs dans l'expression de AO donnée ci-dessus, $AO = -a - \frac{aa}{b} - \frac{aa}{c}$; ou, lorsque $b = a$, $AO = -2a - \frac{aa}{c}$. Ainsi la place de l'œil n'est éloignée de A que d'un peu plus du double de la distance focale de ce verre.

Fig. 435. 280. COROLL. XIX. La dernière image pl est à l'objet PL, comme la distance Op de cette image à l'œil, est à la distance apparente OP' de l'objet. Car les triangles plO, $P'L'O$ sont semblables, & $P'L'$ est égale à PL *.

281. LEMME. Si l'on intercepte de quelque manière que ce puisse être, & par-tout où l'on voudra, une partie quelconque d'un pinceau de rayons réfléchis ou rompus successivement par différentes surfaces, & qui en conséquence ont successivement différens foyers, comme dans les lunettes & dans les télescopes, le reste de ce pinceau qui n'aura pas été intercepté, aura précisément les mêmes foyers. Par conséquent les différentes images, formées par les foyers qu'ont successivement plusieurs pinceaux, occuperont les mêmes places, après qu'on aura intercepté une partie quelconque de ces pinceaux, & seront de la même forme & de la même grandeur qu'auparavant. C'est pourquoi pour déterminer les foyers & les images formées par des pinceaux dont une partie est interceptée, on pourra raisonner sur les lignes qui, dans un pinceau, tiendront la place de quelques rayons interceptés, comme si ces rayons ne l'étaient pas, & les décrivaient réellement, ou comme si ces lignes en avaient les propriétés; & toutes les conclusions seront les mêmes dans les deux cas, à l'exception de celles qui concernent l'éclat apparent.

282. PROBLEME II. *Étant données les distances focales & les ouvertures d'un nombre quelconque de surfaces réfléchissantes*

* Le beau théoreme ou plutôt le beau problême dont Mr. Smith a déduit tous ces Corollaires, est de Mr. Cotes. Il en donna la solution peu de tems avant sa mort, & ce fut la dernière invention de ce profond Géometre. Comme il s'était contenté de le résoudre pour un systême donné de lentilles ou de surfaces réfringentes, Mr. Smith en étend la solution aux surfaces réfléchissantes.

concaves

concaves ou convexes, placées à telles distances que l'on voudra l'une de l'autre de l'œil & de l'objet; on demande la distance, la grandeur & la situation apparentes d'un objet vu par des rayons réfléchis successivement par toutes ces surfaces, le degré de distinction & de clarté avec lequel on l'apperçoit; enfin le plus grand angle sous lequel il est vu, & la portion qu'on en découvre, avec la surface particulière dont l'ouverture limite l'un & l'autre.

283. Soit l'objet PL vu par des rayons, qui retournant de l'œil situé en O à l'objet situé en P, sont réfléchis successivement par les surfaces sphériques A, B, C, dont les distances focales sont les lignes a, b, c, & qui ont pour axe commun la ligne $OABCP$. Soit prise $OP' = OA + AB + BC + CP + \frac{OA \times (AB + BC + CP)}{a} + \frac{(OA + AB)(BC + CP)}{b} + \frac{(OA + AB + BC) \times CP}{c} + \frac{OA \times AB \times (BC + CP)}{ab} + \frac{OA \times (AB + BC) \times CP}{ac} + \frac{(OA + AB) \times BC \times CP}{bc} + \frac{OA \times AB \times BC \times CP}{abc}$; expression dont les termes divisés par les distances focales d'un nombre impair quelconque de surfaces concaves doivent être considérés comme négatifs, autrement ils doivent être regardés comme positifs; & la ligne OP' sera la distance apparente de l'objet. Fig. 449.

284. Quant à sa grandeur apparente, elle sera à la vraie comme OP est à OP'; & si la valeur de OP' est positive, on verra l'objet droit; autrement on le verra renversé.

285. Lorsque OP' est positive, elle se place devant l'œil, & lorsqu'elle est négative, elle se place derrière; supposons ensuite l'œil transporté de O en A, en sorte que sa distance à la première surface s'évanouisse; & soit Ap' la distance à laquelle il voit l'objet PL, trouvée & placée par les mêmes regles que OP'; soit alors Ap à Ap' comme AO à la différence ou à la somme de OP' & de Ap', suivant que OP' & Ap' sont du même ou de différens côtés de O & de A; & soient les points A, p, p' dans le même ordre que les points O, p, P'. Par la situation de ce point p, on peut juger du degré de distinction avec lequel on verra l'objet; car les rayons venant de P entreront dans

l'œil, par la disposition quils auront acquise par les réflexions, comme s'ils venaient de p, lorsque ce point est devant l'œil, ou comme s'ils tendaient vers ce point, lorsqu'il est derrière.

Fig. 450. 286. Soient AR, BS, CT les demi-diametres des ouvertures données des surfaces A, B, C, & soit Ob' la distance apparente de la ligne BS vue par la réflexion que les rayons ont soufferte à la rencontre de la surface A, & Oc' la distance apparente de la ligne CT, vue par les réflexions à la rencontre des surfaces B & A, lesquelles se trouvent comme ci-devant; soient élevées les perpendiculaires $b's'$ & $c't'$ respectivement égales à BS & à CT. Le plus petit des angles que soutendent en O les perpendiculaires AR, $b's'$, $c't'$, sera la moitié de l'angle le plus grand sous lequel on voit l'objet.

287. Soit $b'Os'$ cet angle, & soit Os' prolongée, laquelle coupe en L' une perpendiculaire à l'axe en P'; & soit prise PL égale à $P'L'$; elle sera le demi-diametre de la portion la plus grande de l'objet que l'œil O puisse appercevoir: ainsi le demi-diametre $P'L'$ de cette partie visible de l'objet sera à $b's'$, ou BS demi-diametre de l'ouverture qui borne la vue de l'objet à cette partie, comme la distance apparente OP' de cette même partie, est à la distance apparente Ob' de cette ouverture.

288. Et comme, par la supposition, l'angle $b'Os'$ est le plus petit des angles en O soutendus par les lignes données AR, $b's'$, $c't'$, on voit que B est la surface dont l'ouverture limite la vision.

289. L'éclat apparent du point P se détermine comme dans la proposition précédente; mais on le peut encore déterminer de cette autre manière. Si un autre œil placé en P peut voir la prunelle entière de l'œil O, ou davantage, par la réflexion des mêmes surfaces, l'œil O verra le point P avec la même clarté que si les furfaces n'y étaient pas; mais si l'œil P ne peut voir qu'une partie de la prunelle O, l'œil O verra le point P moins clairement qu'auparavant dans le même rapport que la partie visible de la prunelle est plus petite que la prunelle entière; supposant que les réflexions n'occasionnent aucune perte aux rayons incidens, ou ne leur occasionnent qu'une perte insensible. Or la portion visible de l'œil O vu du point P peut se déterminer comme ci-dessus.

290. La démonstration de cette proposition est précisément la même que celle de la proposition précédente, en changeant seulement les mots de lentilles concaves & de réfractions en ceux de surfaces convexes & de réflexions, & en renvoyant à l'Article 207 au lieu de l'Article 239; & si on prend les intervalles OA, AB, BC, CP dans le sens suivant lequel vont les rayons, & qu'on les joigne de manière qu'ils fassent une ligne continue $OABCP$, on voit à l'inspection du théorême pour la distance apparente, que son expression en parties de cette ligne sera absolument la même que celle du théorême pour les lentilles; savoir que $OP' = OP + \frac{OA \times AP}{a}$ Fig. 451 & 452.

$$+ \frac{OB \times BP}{b} + \frac{OC \times CP}{c} + \frac{OA \times AB \times BP}{ab} + \frac{OA \times AC \times CP}{ac} + \frac{OB \times BC \times CP}{bc} + \frac{OA \times AB \times BC \times CP}{abc}.$$

Les Corollaires de la proposition précédente concernant l'éclat apparent sont aussi applicables à celle-ci.

291. COROLL. I. Si quelques-unes des surfaces réfléchissantes sont planes, on peut les considérer comme des portions de surfaces sphériques dont les diametres & les distances focales sont infinies; & alors les termes de la valeur de la distance apparente, qui sont divisés par ces distances focales infinies, s'évanouiront. Ainsi si la surface B est plane, alors $OP' = OA + AB + BC + CP + \frac{OA \times (AB + BC + CP)}{a} + \frac{(OA + AB + BC) \times CP}{c} + \frac{OA \times (AB + BC) \times CP}{ac}$. Et si les surfaces A, B & C sont toutes planes, $OP' = OA + AB + BC + CP$, qui est la somme de toutes les lignes que décrit le rayon le plus proche de l'axe dans son trajet depuis l'objet jusqu'à l'œil.

292. COROLL. II Si des rayons venant de l'œil tombent plusieurs fois sur un objet $PLMN$, après plusieurs réflexions à la rencontre des deux surfaces A & B, l'objet paraîtra à autant de distances différentes. Si, par exemple, les surfaces A & B sont convexes, après une réflexion à la surface A, $OP' = OA + AP + \frac{OA \times AP}{a}$; après deux réflexions à la rencontre Fig. 453.

des surfaces A & B, $OP'' = OA + AB + BP + \frac{OA \times (AB + BP)}{a} + \frac{(OA + AB) \times BP}{b} + \frac{OA \times AB \times BP}{ab}$; après trois réflexions, l'une à la surface A, l'autre à la surface B, & la 3.^{e} à la surface A, $OP''' = OA + AB + BA + AP$

$$+ \frac{OA \times (AB + BA + AP)}{a} + \frac{(OA + AB)(BA + AP)}{b}$$

$$+ \frac{(OA + AB + BA) \times AP}{a} + \frac{OA \times AB \times (BA + AP)}{ab}$$

$$+ \frac{OA \times (AB + BA) \times AP}{aa} + \frac{(OA + AB) \times BA \times AP}{ba}$$

$+ \frac{OA \times AB \times BA \times AP}{aba}$; & ainsi de suite : on voit par le Corollaire précédent quelles seront les distances apparentes, lorsqu'une ou deux surfaces réfléchissantes sont planes. On comprendra aisément qu'après chaque nombre impair de réflexions, on voit un côté de l'objet, & qu'après chaque nombre pair, on voit son côté opposé.

293. COROLL. III. Il est évident aussi par cette proposition & par la précédente, que l'on peut déterminer par les mêmes regles générales, toutes les apparences d'un objet vu par des rayons réfléchis en quelques endroits de leur trajet, par des surfaces telles qu'on voudra, & rompus en d'autres par des lentilles de quelqu'espece que ce soit; c'est-à-dire, que si quelqu'une des lignes a, b, ou c est la distance focale d'une lentille concave ou convexe, qui occupe la place A, B ou C d'une surface convexe ou concave, le théorême général pour la distance apparente, pour la grandeur, la situation, &c. sera le même qu'auparavant, à l'exception du cours subséquent des rayons. Les Corollaires suivans sont évidens par les démonstrations des Corollaires semblables de la proposition précédente.

294. COROLL. IV. Les surfaces étant fixes, si l'on suppose que l'œil & l'objet changent de place, la distance, la grandeur, la situation apparentes de l'objet seront les mêmes qu'auparavant.

295. COROLL. V. Lorsque l'objet est incomparablement plus éloigné de l'œil & des surfaces que ces surfaces ne le sont l'une de l'autre, alors $OP' = OP \times (1 + \frac{OA}{a} +$

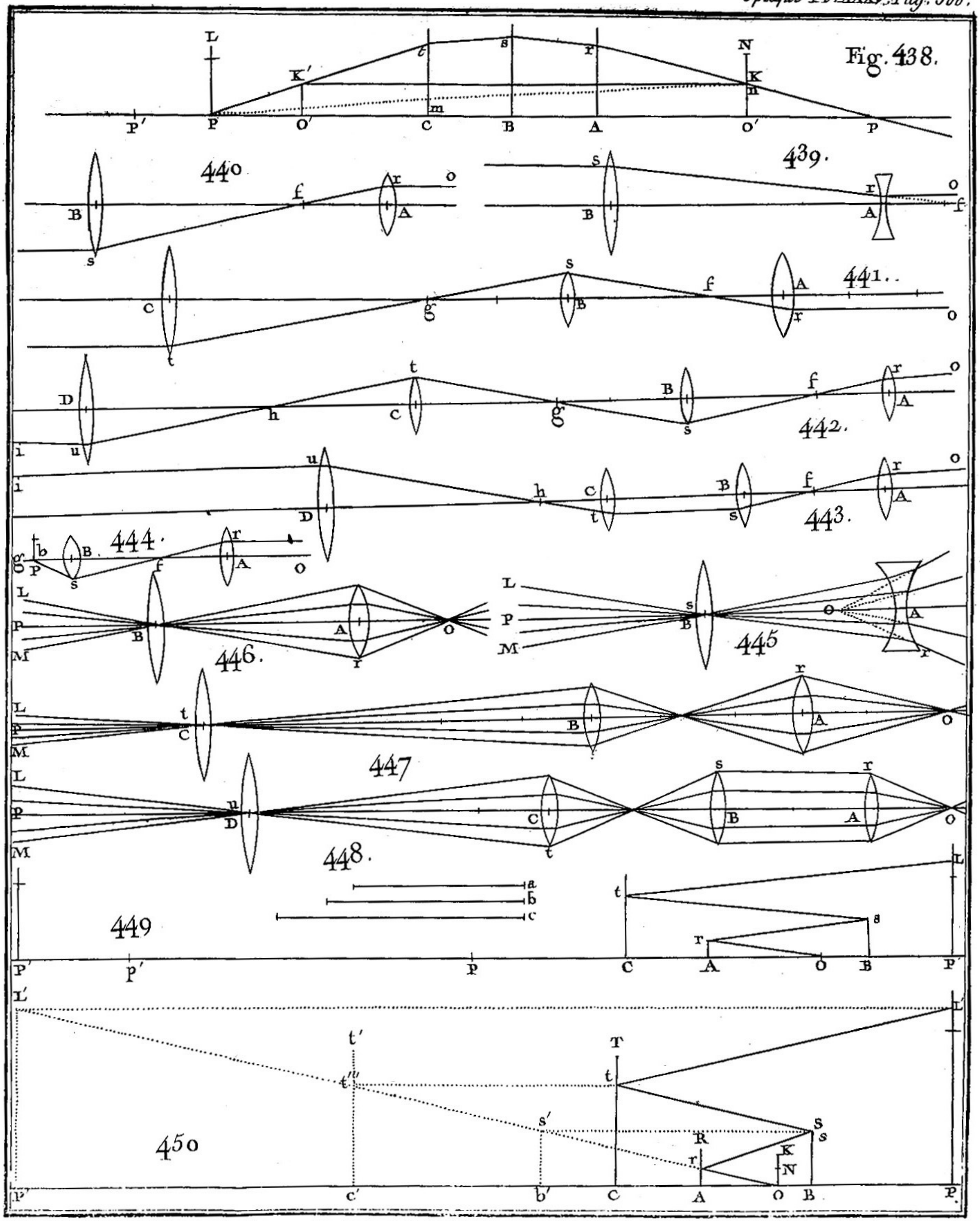


Fig. 438.
439.
440
441.
442.
443.
444.
445
446.
447
448.
449
450

$$\frac{OA+AB}{b}+\frac{OA+AB+BC}{c}+\frac{OA\times AB}{ab}+\frac{OA\times(AB+BC)}{ac}+\frac{(OA+AB)\times BC}{bc}+\frac{OA\times AB\times BC}{abc}).$$

296. COROLL. VI. Lorsque O & h sont les foyers correspondans d'un pinceau de rayons réfléchis successivement par un nombre quelconque de surfaces sphériques A, B, C, les angles AOr, Cht, qu'un rayon quelconque fait avec l'axe commun des surfaces avant la première réflexion & après la dernière, sont entr'eux comme 1 à $1+\frac{OA}{a}+\frac{OA+AB}{b}+\frac{OA+AB+BC}{c}+\frac{OA\times AB}{ab}+\frac{OA\times(AB+BC)}{ac}+\frac{(OA+AB)\times BC}{bc}+\frac{OA\times AB\times BC}{abc}$. Fig. 451.

297. COROLL. VII. Ayant le point O d'où partent les rayons incidens, pour trouver leur foyer h, après avoir été réfléchis par un nombre quelconque de surfaces sphériques A, B, C, soit prise Ch à $OA+AB+BC+\frac{OA\times(AB+BC)}{a}+\frac{(OA+AB)\times BC}{b}+\frac{OA\times AB\times BC}{ab}$, distance apparente de la dernière surface C, comme 1 est à $1+\frac{OA}{a}+\frac{OA+AB}{b}+\frac{OA+AB+BC}{c}+\frac{OA\times AB}{ab}+\frac{OA\times(AB+BC)}{ac}+\frac{(OA+AB)\times BC}{bc}+\frac{OA\times AB\times BC}{abc}$, observant la regle donnée ci-devant pour le signe de chaque ligne, & soit placée Ch du sens opposé à celui vers lequel vont les rayons après avoir été réfléchis par la surface C, si le second & le troisieme termes de la proportion ont les mêmes signes, autrement on la placera du côté où vont les rayons, & h sera le foyer correspondant de O.

298. COROLL. VIII. Delà il suit que si les surfaces réfléchissantes A, B, C, sont toutes planes, $Ch = OA + AB + BC$, & est du côté opposé à celui vers lequel vont les rayons après avoir été réfléchis par la surface C.

299. COROLL. IX. Si l'objet & les surfaces A, B, C,

ſont placés à des diſtances telles que les rayons d'un pinceau quelconque entrent paralleles dans l'œil, la diſtance apparente $OP' = -a \times (1 + \frac{BC + CP}{b} + \frac{CP}{c} + \frac{BC \times CP}{bc})$ ou

$$= AB + BC + CP + \frac{AB \times (BC + CP)}{b} + \frac{(AB + BC) \times CP}{c}$$

$+ \frac{AB \times BC \times CP}{bc}$. Et cette diſtance apparente, & par conſéquent la grandeur, la ſituation apparentes, le degré de diſtinction & de clarté avec lequel on verra l'objet, ſeront invariables en quelqu'endroit qu'on place l'œil.

300. COROLL. X. Lorſque les rayons d'un pinceau entrent paralleles dans l'œil, l'objet & les ſurfaces A, B, C, ſont placés à des intervalles tels que $1 + \frac{AB + BC + CP}{a} +$

$$\frac{BC + CP}{b} + \frac{CP}{c} + \frac{AB \times (BC + CP)}{ab} + \frac{(AB + BC) \times CP}{ac}$$

$+ \frac{BC \times CP}{bc} + \frac{AB \times BC \times CP}{abc} = 0$, & par conſéquent, lorſque l'objet eſt éloigné, les intervalles des ſurfaces ſont tels que $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{AB}{ab} + \frac{AB + BC}{ac} + \frac{BC}{bc} + \frac{AB \times BC}{abc}$ $= 0$; & réciproquement.

301. COROLL. XI. Dans un téleſcope compoſé de deux ſurfaces convexes A & B, la grandeur apparente de l'objet eſt à la vraie, ou OP eſt à OP', comme $-\frac{1}{a}$ eſt à $\frac{1}{b}$; dans un téleſcope compoſé de trois ſurfaces convexes A, B, C, OP eſt à OP' comme $-\frac{1}{a}$ eſt à $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{BC}{bc}$; & pour quatre ſurfaces convexes A, B, C, D, OP eſt à OP' comme $-\frac{1}{a}$ eſt à $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} + \frac{BC}{bc} + \frac{BC + CD}{bd} + \frac{CD}{cd}$ $+ \frac{BC \times CD}{bcd}$; & ainſi de ſuite.

Fig. 454 & 455. 302. COROLL. XII. Soient, dans les figures pour les téleſcopes catoptriques, a, b, c, les foyers principaux des ſurfaces données A, B, C; lorſque les rayons d'un pinceau quelconque ſont paralleles avant leur première & après leur dernière réflexion, l'une à la rencontre de la surface C, l'autre à la rencontre de la surface A, les points c, a doivent être des foyers correspondans, rélativement à la réflexion intermédiaire que ces rayons souffrent à la rencontre de la surface B. C'est pourquoi si ayant pris l'intervalle AB, & conséquemment l'intervalle ab, tels qu'on les juge les plus convenables, on fait ba est à bB comme bB est à bc, le point c sera déterminé (*Art.* 207), & par conséquent le point C & l'intervalle BC le seront aussi. Or, si toutes les surfaces sont concaves, la grandeur apparente est à la vraie, comme $\frac{1}{a}$ est à $-\frac{1}{b}-\frac{1}{c}+\frac{BC}{bc}$ (*Art. préced.*), ou comme $\frac{bc}{a}$ est à $BC-b-c$, ou bc intervalle des foyers b & c; c'est-à-dire, en raison composée de c à a & de b à l'intervalle bc, qui, étant positive, montre que l'on verra l'objet droit (*Art.* 285). Mais si la surface B est convexe, A & C étant concaves, la grandeur apparente sera à la vraie comme $\frac{1}{a}$ est à $\frac{1}{b}-\frac{1}{c}-\frac{BC}{bc}$, ou comme $\frac{b\times c}{a}$ à $c-b-BC$ ou $-bc$ intervalle des foyers b & c; c'est-à-dire, en raison composée de c à a & de b à bc intervalle de b à c, qui, étant négative, montre que l'on verra l'objet renversé. Et si c'est l'intervalle bc, ou le rapport de $\frac{b\times c}{a}$ à l'intervalle bc que l'on détermine d'abord, on déterminera les places de A & de a, en prenant bc, bB, ba en proportion continue.

Pour passer de cette théorie à la pratique, on fait la surface B d'un foyer très-court, & on lui donne très-peu de largeur, dans la crainte qu'elle n'intercepte une trop grande quantité des rayons que l'objet envoie sur la grande surface concave C; au milieu de cette dernière surface on pratique une ouverture médiocre, afin de laisser passer les rayons après avoir été réfléchis par la surface B; & l'on substitue une lentille convexe à la surface concave A, en sorte que le spectateur peut regarder en visant à l'objet. Supposant que cette lentille ait la même distance focale que la surface concave A, la distance, la grandeur, la situation apparentes de l'objet, le degré de distinction & de clarté avec lequel on l'appercevra, seront les mêmes qu'auparavant (*Art.* 293).

303. COROLL. XIII. Delà, si la surface sphérique B se change en une surface plane par l'accroissement de son demi-diametre & de la distance focale bB à l'infini, le rapport de bB à l'intervalle bc deviendra un rapport d'égalité; & alors la grandeur apparente sera à la vraie comme c est à a, par le Corol-
Fig. 456. laire précédent. Or, lorsque le rapport de Cc à Aa est très-grand, le foyer commun a ne peut s'avancer que fort peu au-delà du miroir Ct, quand même l'oculaire serait placé dans l'ouverture pratiquée en C; ainsi Ba & Bc étant présentement égales, ou Bc étant la moitié de ca, doit être près de la moitié de cC, & par conséquent la largeur du plan Bs doit être près de la moitié de la largeur de la surface concave Ct, pour recevoir le pinceau réfléchi par Ct dans son entier; & alors il interceptera aussi près de la moitié des rayons incidens qui vien-
Fig. 457. nent de l'objet. Mais si le plan Bs est placé obliquement, afin de pouvoir réfléchir de côté les rayons à l'oculaire A, sa distance de c & conséquemment sa largeur peuvent souffrir telle diminution qu'on voudra, sans altérer la grandeur apparente que le plan n'augmente ni ne diminue; car supposant b infinie dans le Coroll. IX, CP ou OP est à OP' comme c est à $-a$.

Fig. 458. 304. COROLL. XIV. Lorsque les rayons qui viennent d'un objet proche PL, entrent paralleles dans l'œil après avoir été réfléchis par deux surfaces concaves B & A, ou après avoir été réfléchis par une surface B, & rompus par une lentille convexe A dont la distance focale est $-a$, la distance apparente de l'objet à l'œil placé en un point quelconque O est $a \times \left(1 - \frac{BP}{b}\right)$ (*Art.* 299), ou $-\frac{a}{b} Pb$; qui, étant négative, montre qu'on verra l'objet renversé (*Art.* 284). Ainsi la grandeur apparente est à la vraie, ou la vraie distance est à la distance apparente, comme OP est à $\frac{a}{b} Pb$, ou en raison composée de b à a & de OP à Pb. Dans ces microscopes par réflexion, l'objet PL étant très-petit, peut n'intercepter que très-peu de rayons, dans leur passage de la surface B à la lentille A.

305. COROLL. XV. Donc lorsque l'objet est éloigné comme dans un télescope catoptrique, composé d'un large miroir concave & d'un oculaire convexe, la grandeur apparente de l'objet est à la vraie comme b est à a, parce que le rapport de OP

à Pb

à Pb devient un rapport d'égalité, & parce que le plan réfléchiſſant n'altere en aucune manière la grandeur apparente.

306. COROLL. XVI. La place de l'œil dans les téleſcopes catoptriques, où les rayons du milieu de chaque pinceau ſe coupent, ſe peut trouver en prenant Ba, BA, BO en proportion continue (*Art.* 239); parce que ce qui a été dit de l'objectif d'une lunette, dans l'Art. 299, ſe peut dire auſſi de la ſurface réfléchiſſante B, comme il paraît par l'inſpection de la Fig. 198.

307. PROBLÊME III. *Étant données les diſtances focales & les ouvertures d'un nombre quelconque de ſurfaces qui ſéparent des milieux donnés, & ſont ſituées à telles diſtances que l'on voudra les unes des autres, de l'œil & de l'objet; on demande la diſtance, la grandeur & la ſituation apparentes d'un objet vu au travers de tous ces milieux, le degré de diſtinction & de clarté avec lequel on l'apperçoit; enfin la partie de cet objet qu'on découvre, & l'angle le plus grand ſous lequel on la voit, avec l'ouverture particulière qui limite l'un & l'autre.*

308. Soit PL un objet que l'œil O apperçoit au travers d'un nombre quelconque de ſurfaces ſphériques A, B, C, dont les centres a, b, c ſont dans la ligne OP, & dont les diſtances focales (pour les rayons qui tombent paralleles ſur le côté de ces ſurfaces expoſé à l'œil), ſont les lignes a, b, c. Suppoſons d'abord les demi-diametres Aa, Bb, Cc, tous du même côté de leurs ſurfaces, & ſéparés l'un de l'autre, de l'œil & de l'objet; & ſuppoſons de plus que le milieu contigu au côté concave de chaque ſurface, eſt plus rare que celui qui eſt contigu au côté convexe de la même ſurface. Si l'on prend Fig. 459 & 460.

$$OP' = OP + \frac{Oa \times AP}{a} + \frac{Ob \times BP}{b} + \frac{Oc \times CP}{c} + \frac{Oa \times Ab \times BP}{ab} + \frac{Oa \times Ac \times CP}{ac} + \frac{Ob \times Bc \times CP}{bc} + \frac{Oa \times Ab \times Bc \times CP}{abc},$$

on aura la diſtance apparente de l'objet.

Dans tous les cas, les lignes OP, AP, BP, CP doivent toujours demeurer poſitives dans cette valeur de OP'; mais s'il y a quelqu'une des lignes Oa, Ob, Oc, qui tombe derrière l'œil, elle doit être négative. Si quelqu'une des lignes Ab, Ac, Bc ſe trouve dirigée vers l'œil, elle ſera négative:

& une quelconque des diſtances focales ſera négative, ſi les denſités des milieux étant dans le même ordre que dans le premier cas, le demi-diametre de la ſurface à laquelle appartient cette diſtance focale, eſt ſitué de l'autre côté de cette ſurface; ou ſi le demi-diametre demeurant dans la poſition qu'on lui a ſuppoſée d'abord, on tranſpoſe & on met à la place l'un de l'autre les milieux que ſépare cette ſurface. Le ſigne de chaque ligne contenue dans la valeur précédente de OP' étant ainſi déterminé, chacun des termes de cette expreſſion qui renfermera un nombre impair quelconque de lignes négatives, doit être regardé comme négatif, autrement on le conſiderera comme poſitif; & OP', ou la ſomme de tous ces termes, tant poſitifs que négatifs, ſera la diſtance apparente de l'objet.

309. Et la grandeur apparente de l'objet ſera à la vraie comme OP eſt à OP'.

310. Si la valeur de OP' eſt poſitive, on verra l'objet droit; ſi elle eſt négative, on le verra renverſé.

311. Si OP eſt poſitive, il faut la placer devant l'œil, autrement il faut la placer derrière. Suppoſons l'œil tranſporté de O en a, en ſorte que ſa diſtance au centre de la ſurface la plus proche s'évanouiſſe; & ſoit ap' la diſtance à laquelle il voit alors l'objet, laquelle ſe trouve & ſe place par les mêmes regles que OP'; ſoit alors ap à ap' comme aO eſt à la différence ou à la ſomme de OP' & de ap', ſuivant qu'elles ſont du même ou de différens côtés de O & de A; & ſoit l'ordre des points a, p, p' le même que celui des points O, p, P'. Par la ſituation de ce point p on peut juger du degré de diſtinction avec lequel on verra l'objet, parce que p eſt le lieu de la dernière image de cet objet.

312. On détermine la partie de l'objet qu'on découvre, & l'angle ſous lequel on l'apperçoit avec l'ouverture qui limite l'un & l'autre, de la même manière que dans la propoſition pour les lentilles.

313. Puiſque la prunelle change de grandeur, ſelon les divers degrés de lumière qu'elle reçoit, ſoit NO ſon demi-diametre, lorſque l'objet PL eſt vu à l'œil nud à la diſtance OP; & ſoit OK, dans un plan qui paſſe par l'œil O, le demi-diametre du plus grand eſpace, (que l'on trouvera de la même manière

que PL) qu'un autre œil ſitué en P puiſſe appercevoir à travers les milieux; ou, ce qui eſt la même choſe, ſoit OK le demi-diametre du plus grand eſpace illuminé par un pinceau de rayons qui viennent de P à travers les milieux. Si cet eſpace n'eſt pas plus petit que l'aire de la prunelle, l'éclat apparent du point P vu par des rayons rompus, ſera à ſon éclat apparent, ſi on l'appercevait par des rayons directs, au travers d'un milieu uniforme dans lequel il ſerait plongé, dans le rapport composé de la grandeur apparente d'une ſurface quelconque ſituée en O, vue de P, à la vraie, & de la vraie grandeur d'une ſurface quelconque en P, vue de O, à ſa grandeur apparente; mais ſi l'eſpace illuminé ſitué en O eſt plus petit que l'aire de la prunelle, l'éclat apparent de P vu par des rayons rompus, ſera à ſon éclat apparent s'il était vu par des rayons directs, dans le rapport composé des deux premiers rapports & de celui de l'eſpace illuminé à l'aire de la prunelle. Tel ſerait le rapport de l'éclat apparent, ſi tous les rayons étaient tranſmis par les milieux, ou s'il n'y en avait qu'une partie inſenſible d'arrêtée par les réflexions qu'ils ſouffrent en traverſant les ſurfaces & par l'opacité de la matière.

314. DÉMONSTRATION. La première partie de la Démonſtration de la première de ces propoſitions donne $OP' = OA \times \frac{fA + AB}{fA} \times \frac{gB + BC}{gB} \times \frac{hC + CP}{hC}$; de ſorte que l'on aura OP' ſi-tôt que l'on aura fA, gB, hC. Or, il eſt facile de les trouver par le 238ᵉ. Article. Car ſuppoſant qu'une ligne quelconque AB ſoit la diſtance focale de la ſurface A, pour les rayons qui tomberaient paralleles ſur le côté de cette ſurface expoſé à l'objet, on a OB eſt à Oa comme OA eſt à Of, & par conſéquent OB eſt à aB comme OA eſt à fA; ainſi puiſque nous ſuppoſons que la ligne a eſt l'autre diſtance focale de cette ſurface, & que par conſéquent elle eſt égale à aB (*Art.* 224), nous avons $fA = \frac{OA \times a}{Oa + a}$, $gB = \frac{(fA + AB)\, b}{fA + Ab + b}$, $hC = \frac{(gB + BC)\, c}{gB + Bc + c}$. Subſtituant ces valeurs, on trouve que ſi l'œil O voit un objet ſitué en B au travers d'une ſurface unique A, la diſtance apparente Ob' de cet objet $= OB + \frac{Oa \times AB}{a}$; Fig. 461.

que si l'œil O voit un objet situé en C au travers de deux surfaces A, B, la distance apparente Oc' de cet objet $= OC + \frac{Oa \times AC}{a} + \frac{Ob \times BC}{b} + \frac{Oa \times Ab \times BC}{ab}$; que si l'œil O voit un objet PL au travers de trois surfaces A, B, C, sa distance apparente $OP' = OP + \frac{Oa \times AP}{a} + \frac{Ob \times BP}{b} + \frac{Oc \times CP}{c} + \frac{Oa \times Ab \times BP}{ab} + \frac{Oa \times Ac \times CP}{ac} + \frac{Ob \times Bc \times CP}{bc} + \frac{Oa \times Ab \times Bc \times CP}{abc}$.

Les regles qu'on a données ci-dessus pour déterminer dans tous les autres cas les signes de chaque ligne qui entre dans cette expression, seront évidentes, si l'on observe que l'ordre & la position des points O, A, B, C, P sont les mêmes dans tous les cas; que l'on peut changer les figures que l'on suppose aux surfaces dans le premier cas, & les positions de leurs centres dans telles autres qu'on voudra, suivant l'exigence du cas, en augmentant leurs demi-diametres Aa, Bb, Cc jusqu'à ce qu'ils deviennent infinis, & ensuite négatifs, s'il est nécessaire; qu'une quelconque de leurs distances focales devient infinie & ensuite négative, lorsque le demi-diametre de la surface à laquelle appartient cette distance focale devient infini & puis négatif, ou lorsque la densité de l'un des milieux qui se touchent, reçoit par degrés des changemens tels qu'elle devienne égale à celle de l'autre, & ensuite plus grande ou plus petite, selon qu'elle était d'abord plus petite ou plus grande; & qu'enfin pendant que se font ces changemens, une ligne quelconque devient négative après avoir été nulle ou infinie un nombre impair de fois, en passant de l'état où elle était dans le premier cas à celui où elle doit être dans un autre.

La Détermination de la grandeur apparente est évidente par l'Article 141, & celle de la situation apparente par la fin de l'Article 139.

Fig. 462. 315. Soit achevé le rectangle $LPp'l'$ & soit menée al' laquelle rencontre OL' en l, la ligne lp menée perpendiculairement à l'axe des surfaces, sera la dernière image de l'objet LP. Car le point L est vu par un rayon qui entre dans l'œil placé en O suivant la di-

rection $L'lO$, & par un rayon qui entre dans l'œil lorsqu'il est en a suivant la direction $l'la$; ainsi le point l, où les lignes OL', al' se coupent, est le foyer des rayons émergens. Or, les triangles apl, $ap'l'$ étant semblables, de même que les triangles Opl, $OP'L'$, nous avons ap est à ap' comme pl est à $p'l'$ ou $P'L'$, ou comme Op est à OP', ou comme $Op \mp ap$ ou Oa est à $OP' \mp ap'$, suivant que p tombe sur le prolongement de Oa ou dans Oa même, & par conséquent suivant que OP' & ap' sont du même ou de différens côtés de O & de a. Et les points a, p, p' sont dans le même ordre que les points a, l, l', ou que les points O, l, L', ou que les points O, p, P'.

316. Pour ce qui concerne l'éclat apparent, supposons d'abord que OK ne soit pas plus petite que ON, l'aire de la prunelle sera entiérement illuminée par le pinceau qui vient de P. Soit $PtsrN$ un rayon de ce pinceau qui rencontre la surface Ct en t, & supposant les surfaces réfringentes ôtées, soit un rayon direct PMN qui coupe la ligne Ct en M. Alors la quantité de lumière rompue qui tombe sur la ligne NO, est à la quantité de lumière directe qui y tomberait, comme l'angle CPt est à l'angle CPM, c'est-à-dire, comme la grandeur apparente de la ligne NO, vue de P, à sa vraie grandeur. Ainsi faisant tourner la figure autour de l'axe OP, la quantité de lumière rompue qui remplit la prunelle, est à la quantité de lumière directe qui la remplirait, comme la grandeur apparente d'une surface quelconque en O, à la vraie. Puis donc que l'éclat réel d'une portion quelconque ou point physique du fond de l'œil, est directement comme la quantité de lumière qui y tombe, & réciproquement comme sa propre grandeur, l'éclat apparent du point P vu par des rayons rompus, est à l'éclat dont il paraîtrait si on le voyait par des rayons directs, dans le rapport composé de la grandeur apparente d'une surface quelconque située en O, vue de P, à la vraie, & de la vraie grandeur d'une surface quelconque située en P, vue de O, à sa grandeur apparente. Si OK est plus petite que ON, alors supposant une prunelle plus petite dont le demi-diametre soit OK, nous venons de faire voir que l'éclat apparent de P vu par des rayons rompus passant par cette prunelle plus petite (qui est le même que s'ils passaient par la plus large), est à l'éclat avec lequel il pa- Fig. 437 & 438.

raîtrait s'il était vu par des rayons directs passant par cette même prunelle plus petite, dans le rapport composé des rapports précédens; & ce dernier éclat apparent de P vu par des rayons directs passant par la prunelle plus petite, est à son éclat apparent s'il était vu aussi par des rayons directs passant par la prunelle plus large, dans le rapport de la prunelle plus petite à la prunelle plus large; & ce rapport étant composé avec le précédent, donne le rapport cherché.

Fig. 459 & 460. 317. COROLL. I. Lorsque l'objet est assez éloigné pour qu'on puisse considérer les distances OP, AP, BP, CP comme égales, la distance apparente $OP' = OP \times \left(1 + \frac{Oa}{a} + \frac{Ob}{b} + \frac{Oc}{c} + \frac{Oa \times Ab}{ab} + \frac{Oa \times Ac}{ac} + \frac{Ob \times Bc}{bc} + \frac{Oa \times Ab \times Bc}{abc}\right)$.

Fig. 461. 318. COROLL. II. Delà, lorsque O & h sont les foyers correspondans d'un pinceau de rayons rompus par un nombre quelconque de surfaces A, B, C, le rapport des angles AOr, Cht, faits par les parties incidente & émergente d'un rayon quelconque avec l'axe des surfaces, est le même que celui de 1 à $1 + \frac{Oa}{a} + \frac{Ob}{b} + \frac{Oc}{c} + \frac{Oa \times Ab}{ab} + \frac{Oa \times Ac}{ac} + \frac{Ob \times Bc}{bc} + \frac{Oa \times Ab \times Bc}{abc}$. Car, par le Coroll. précédent, ce dernier rapport est le même que le rapport de OP à OP', lequel est celui de la grandeur apparente d'un objet éloigné vu de O, à sa vraie grandeur, vu de O ou de h à l'œil nud, ou celui de l'angle en O à l'angle en h.

319. COROLL. III. Delà, Si O est le point d'où partent les rayons incidens, le foyer h des rayons émergens de la dernière surface C peut se trouver en prenant Ch à Oc' ou $OC + \frac{Oa \times AC}{a} + \frac{Ob \times BC}{b} + \frac{Oa \times Ab \times BC}{ab}$ comme 1 est à $1 + \frac{Oa}{a} + \frac{Ob}{b} + \frac{Oc}{c} + \frac{Oa \times Ab}{ab} + \frac{Oa \times Ac}{ac} + \frac{Ob \times Bc}{bc} + \frac{Oa \times Ab \times Bc}{abc}$, & plaçant Ch du sens opposé à celui vers

lequel vont les rayons, si le second & le troisieme termes de cette proportion ont les mêmes signes; autrement on la placera du côté vers lequel ils vont. Car achevant le rectangle $c'Ctt''$, Ch est à Oc' comme l'angle $c'Ot''$ est à l'angle Cht (*Art.* 222), c'est-à-dire, dans le rapport dont on vient de parler.

320. COROLL. IV. Lorsque les distances des surfaces & de l'objet, & leurs distances focales a, b, c, sont telles que $1 + \frac{AP}{a} + \frac{BP}{b} + \frac{CP}{c} + \frac{Ab \times BP}{ab} + \frac{Ac \times CP}{ac} + \frac{Bc \times CP}{bc} + \frac{Ab \times Bc \times CP}{abc} = 0$, les rayons de quelque pinceau que ce soit entrent paralleles dans l'œil; & la distance apparente OP' est alors égale à $ap' = aP + \frac{ab \times BP}{b} + \frac{ac \times CP}{c} + \frac{ab \times Bc \times CP}{bc}$; & cette distance apparente étant invariable, la grandeur & la situation apparentes, le degré de distinction & de clarté avec lequel on verra l'objet, sera aussi invariable, en quelqu'endroit que l'œil soit placé. Car les rayons entreront paralleles dans l'œil, lorsque les lignes OL', al' sont paralleles, & par conséquent lorsque $OP' = ap'$, ou que $OP' - ap' = 0$; & la valeur de ap' se trouve en faisant $Oa = 0$, dans la valeur générale de OP' (*Art.* 308).

321. COROLL. V. Delà, lorsque l'objet est assez éloigné pour qu'on puisse considérer les distances AP, BP, CP comme égales, les rayons qui tombent paralleles sur la première surface, sortent paralleles de la dernière, si les surfaces sont disposées de manière que $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{Ab}{ab} + \frac{Ac}{ac} + \frac{Bc}{bc} + \frac{Ab \times Bc}{abc} = 0$; & réciproquement: & alors OP' (ou ap') $= OP \times (1 + \frac{ab}{b} + \frac{ac}{c} + \frac{ab \times Bc}{bc})$. Soit, par exemple, AB l'axe d'un milieu solide, tel que du verre, & soit F le foyer des rayons qui tombent paralleles sur une des surfaces de ce solide, & redeviennent paralleles après avoir traversé l'autre surface, qu'ils rencontrent dirigés en F; lorsque la surface A est concave & la surface B convexe, en changeant le signe de b (à cause que l'ordre des densités des milieux contigus est Fig. 463.

changé), la première de ces équations donne $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} - \frac{Ab}{ab} = 0$; d'où l'on tire $b = a + Ab = FA + Ab = Fb$; & la dernière équation donne $OP : OP' :: b : b - ab :: Fb : Fb - ab$, ou $Fa :: bB : aA$ (*Art.* 224) $:: FB : FA$. Et
Fig. 464. lorsque la surface A est convexe, on trouve encore la même proportion, en changeant le signe de a. Ainsi on pourrait faire une lunette d'un solide continu; mais pour qu'elle amplifiât beaucoup, il faudrait la faire assez longue, & une masse de verre d'une aussi grande longueur ne transmettrait qu'une petite partie des rayons, comme on le trouve par l'Expérience.

Fig. 465. 322. COROLL. VI. Soit aF la distance focale d'une sphere dont le centre est a ou b & le diametre AB; on verra l'objet PL au travers de cette sphere, à la distance $OP' = OP - \frac{Oa \times aP}{aF}$, si cette sphere est plus dense que le milieu environnant, & à la distance $OP' = OP + \frac{Oa \times aP}{aF}$, si elle est plus rare: expressions qui sont les mêmes que pour une lentille sans épaisseur (*Art.* 248). Car mettant dans la valeur générale de $OP' = OP + \frac{Oa \times AP}{a} + \frac{Ob \times BP}{b} + \frac{Oa \times Ab \times BP}{ab}$, $-a$, $-b$, Oa, Aa, à la place de a, b, Ob, Ab, on a, pour la sphere plus dense que le milieu environnant,

$$OP' = OP - \frac{Oa \times AP}{a} - \frac{Oa \times BP}{b} + \frac{Oa \times Aa \times BP}{ab}$$
$$= OP - Oa \times [\frac{AP}{a} + \frac{BP}{a}(\frac{a - Aa}{b})] = OP - Oa$$
$$\times \frac{AP + BP}{a} = OP - Oa \times \frac{2aP}{a} = OP - \frac{Oa \times aP}{aF},$$

à cause que $aF = \frac{1}{2}a$, par l'Art. 227. Pour la sphere plus rare que le milieu environnant, il faut changer le signe de aF.

Fig. 434. 323. COROLL. VII. Soit un objet PL vu par l'œil O au travers de tant de milieux qu'on voudra, séparés par des plans paralleles Ar, Bs, Ct; & un rayon étant supposé aller de l'œil à l'objet, soit le sinus d'incidence au sinus de réfraction, en traversant le plan réfringent Ar, comme q est à r, en traversant le

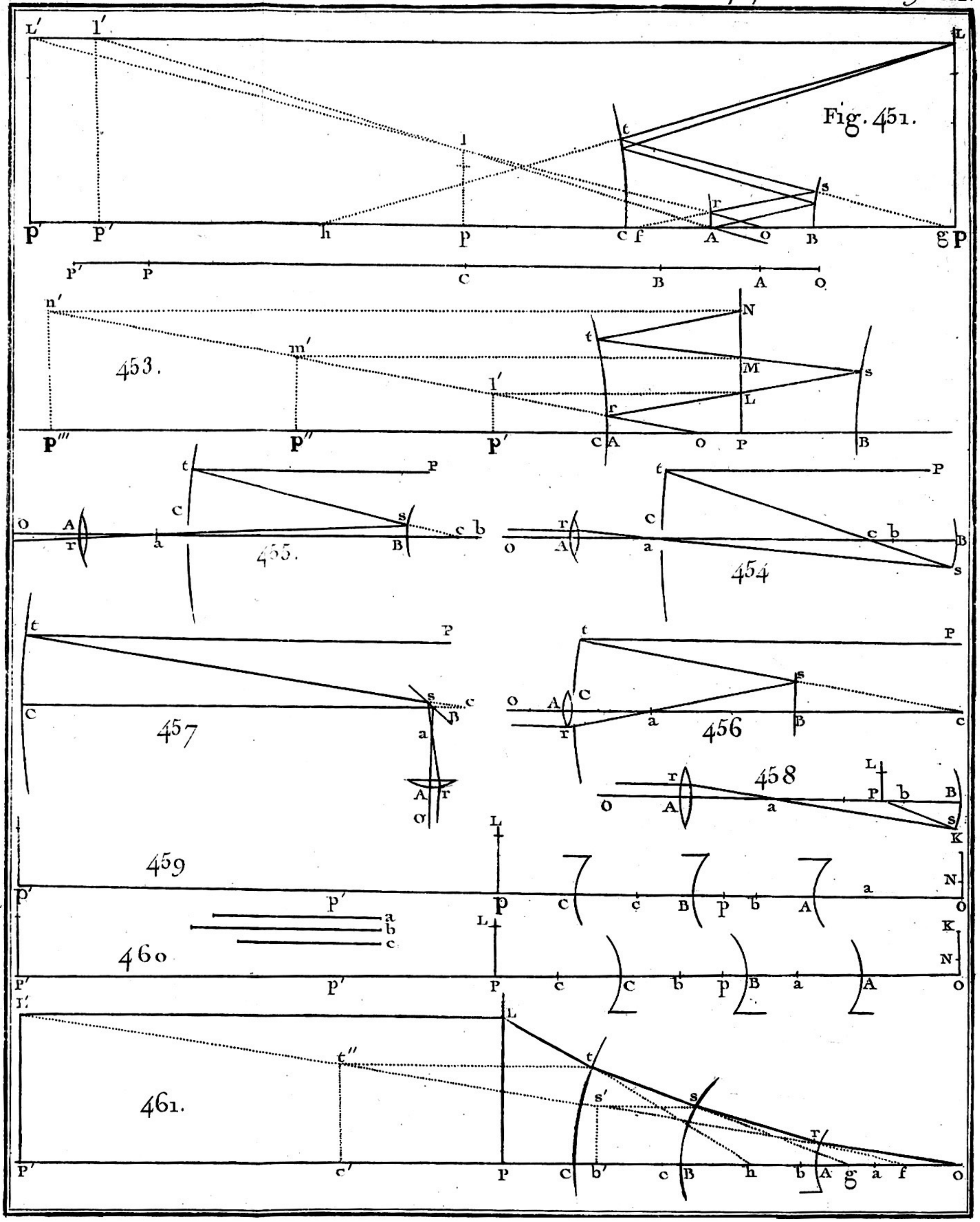


Fig. 451.
453.
455.
454
457
456
458
459
460
461.

le plan Bs, comme r est à s, & en traversant le plan Ct comme s est à t; alors soit prise une ligne $OP' = OA + \frac{r}{q} AB + \frac{s}{q} BC + \frac{t}{q} CP$, & l'objet paraîtra à la même distance, de la même grandeur, dans la même situation & avec le même degré de distinction & d'éclat au travers de tous ces milieux, que si on le regardait dans un milieu uniforme, à la distance OP'.

Ceci peut se déduire du théorême général pour OP'; mais on le trouve plus promptement de cette manière. Par l'Article 223, nous avons $fA : OA :: q : r$; $gB : fA + AB :: r : s$; $hC : gB + BC :: s : t$. Ainsi $fA = \frac{q}{r} OA$; $gB = \frac{r}{s} (fA + AB) = \frac{q}{s} OA + \frac{r}{s} AB$; $hC = \frac{s}{t}(gB + BC) = \frac{q}{t} OA + \frac{r}{t} AB + \frac{s}{t} BC$. Mais $OP' = OA \times (1 + \frac{AB}{fA}) \times (1 + \frac{BC}{gB}) \times (1 + \frac{CP}{hC})$, comme ci-dessus, (*Art.* 314). Substituant les valeurs précédentes de fA, &c. on trouvera, lorsqu'il n'y a qu'un plan réfringent Ar, que l'œil O verra un objet situé en B, à une distance $Ob' = OA + \frac{r}{q} AB$; que lorsqu'il y a deux plans Ar, Bs, il verra un objet situé en C, à une distance $Oc' = OA + \frac{r}{q} AB + \frac{s}{q} BC$; que lorsqu'il y en a trois Ar, Bs, Ct, il verra un objet situé en P, à la distance $OP' = OA + \frac{r}{q} AB + \frac{s}{q} BC + \frac{t}{q} CP$; & ainsi des autres. Pour trouver la place de la dernière image, soit faite $OA = 0$, alors $Ap' = \frac{r}{q} AB + \frac{s}{q} BC + \frac{t}{q} CP$; d'où l'on voit que $P'L'$ & $p'l'$, & par conséquent la dernière image pl, tombent toutes au même endroit, & sont de même grandeur; ce qui rend ce Corollaire très-évident, supposant, quant à l'éclat, que les surfaces ne réfléchissent point de rayons, & que tous les milieux soient également transparens.

CHAPITRE VI.

Détermination du foyer des rayons qui traversent un nombre quelconque de milieux différens, & de la grandeur de l'image d'un petit objet que forment les rayons partis de cet objet, après avoir été rompus par ces milieux, avec des constructions générales qui font connaître les variations de la distance apparente d'un objet, & de la distance réelle de son image, occasionnées par le mouvement direct de l'œil, de l'objet, ou des milieux.

PROBLÊME I.

324. *ÉTANT donnés les rayons & les positions de deux surfaces sphériques qui séparent trois milieux donnés, & supposant que les rayons incidens soient paralleles & très-proches de l'axe commun des surfaces, en venant dans l'un des milieux extérieurs, on demande leur foyer après les deux réfractions qu'ils ont soufferts.*

Fig. 466. Soient a & d, dans l'axe commun AC des surfaces AB, CD, les foyers qu'auraient des rayons paralleles à cet axe, dans le milieu intérieur, en conséquence des réfractions qu'ils souffriraient à ces surfaces, en passant dans les milieux extérieurs. Soient de plus b & c des foyers appartenant à d'autres rayons qui viendraient dans les milieux extérieurs, parallélement à l'axe, & feraient rompus par les mêmes surfaces, en passant dans le milieu intérieur : ces foyers sont aisés à trouver par l'Art. 224. Alors si l'on prend sur l'axe, à commencer de a, & dans le sens opposé à celui dans lequel est bc par rapport à b, une portion aI qui soit à Aa comme Ab est à cb, le point I sera le foyer des rayons qui viennent parallélement à l'axe dans le milieu extérieur contigu à la surface CD, après avoir été rompus par cette surface & par la surface AB, c étant leur foyer après leur première réfraction. De même si l'on prend

sur l'axe depuis le point d & dans le sens opposé à celui dans lequel se trouve cb par rapport à c, une portion dK qui soit à Cd comme Cc est à bc, k sera le foyer qu'auront en conséquence de leur double réfraction, d'autres rayons qui viennent parallélement à l'axe, dans l'autre milieu extérieur, tomber sur la surface AB.

Toutes les figures sont pour le cas où les milieux sont successivement plus denses, en allant de gauche à droite; mais les démonstrations servent également, quel que soit l'ordre de ces milieux.

325. PROBLÊME II. *Le point rayonnant étant donné, trouver le foyer des rayons incidens sur l'une des deux surfaces sphériques qui séparent des milieux donnés, après leurs réfractions à ces surfaces.*

Soient a & d, dans l'axe commun AC des surfaces AB, CD, les foyers qu'auraient des rayons paralleles à cet axe, dans le milieu intérieur, en conséquence des réfractions qu'ils souffriraient à ces surfaces, en passant dans les milieux extérieurs : de plus soient I & K les foyers qu'auraient, après avoir été rompus par les deux surfaces, d'autres rayons aussi paralleles à l'axe, qui viendraient dans les milieux extérieurs tomber sur ces surfaces. Soit ensuite P un point rayonnant, I & a les foyers des rayons qu'on a supposé venir en sens contraire des rayons incidens. On déterminera sur l'axe AC, à commencer de K & dans le sens opposé à celui selon lequel IP est disposée par rapport à I, une partie KR qui soit à Kd comme aI est à IP; & le point R sera le foyer des rayons incidens, après leur double réfraction. Fig. 467.

Car faisant $Pa : aA :: Ab : bQ$ portion de l'axe qui doit se prendre depuis b dans le sens opposé à celui selon lequel aP est disposée par rapport à a, Q est le foyer des rayons incidens, après avoir été rompus par la surface AB; & ces rayons allant tomber sur la surface CD après avoir concouru en Q, on fera cette nouvelle proportion, $Qc : cC :: Cd : dR$ partie de l'axe qui se prend depuis d dans le sens opposé à celui selon lequel cQ est placée par rapport à c, & R sera le foyer des rayons, après leurs réfractions aux surfaces AB, CD. Or la première de ces proportions, avec celle par laquelle on a trouvé Fig. 468.

le point I, dans le Problême précédent, donne $Pa \times bQ = bc \times Ia$; & la seconde, avec celle dont on s'est servi au même endroit pour déterminer le point K, donne $Qc \times dR = bc \times dK$. Les deux premiers rectangles donnent $Ia : Pa :: bQ : bc$, d'où l'on tire $PI : Pa :: Qc : bc$ & par conséquent $PI : Pa :: dK : dR$, en mettant les deux derniers aussi en proportion; d'où l'on aura $PI : Ia :: dK : KR$.

326. COROLL. Le rectangle $PI \times KR$ étant toujours égal au rectangle donné $Ia \times dK$, est invariable; & par conséquent KR est réciproquement comme PI.

327. PROBLÊME III. *Étant donnés les diametres & les positions de trois surfaces sphériques qui séparent quatre milieux donnés, & supposant que les rayons incidens, qui viennent à travers un des milieux extérieurs, soient paralleles & très-proche de l'axe commun des surfaces, on demande leur foyer, après toutes leurs réfractions.*

Fig. 469. Supposant les foyers a, d, & I, K déterminés par la proposition précédente pour deux surfaces consécutives, comme AB & CD; soient des rayons paralleles tombant sur chacun des côtés de la troisieme surface EF, & ayant en conséquence de la réfraction qu'ils y souffrent leurs foyers en e & en f; les rayons paralleles qui viennent dans le milieu extérieur que termine EF tomber sur cette surface, concourant au point e, & tombant ensuite sur la surface CD, on prendra sur l'axe, à commencer de I & en sens opposé de Ke par rapport à K, une partie IL qui soit à Ia comme dK est à Ke; & par le Problême précédent, le point I sera le foyer qu'auront, après toutes les réfractions, les rayons paralleles qui tombent sur la surface EF. Si on fait cette autre proportion, $Ke : eE :: Ef : fM$ portion de l'axe qui doit se prendre, à commencer de f, en sens contraire de eK par rapport à e, le point M sera le foyer qu'auront, après toutes les réfractions, des rayons paralleles qui viennent dans le milieu extérieur terminé par AB, tomber sur cette surface.

328. PROBLÊME IV. *Le point rayonnant étant donné, trouver le foyer des rayons, après avoir été rompus par un nombre quelconque donné de surfaces sphériques qui séparent des milieux donnés.*

CAS I. Soient dans l'axe commun de trois ſurfaces AB, CD, EF, I & f les foyers qu'auraient, en conſéquence des réfractions que ſouffriraient à ces ſurfaces, en paſſant dans les milieux extérieurs, des rayons paralleles à cet axe dans l'un ou l'autre des milieux intérieurs, par exemple, dans le milieu CE; ſoient de plus L & M des foyers appartenant à d'autres rayons qui viendraient dans les milieux extérieurs parallélement à l'axe, & feraient rompus par toutes ces ſurfaces; ſoit enſuite P un point rayonnant, L & I les foyers des rayons qu'on a ſuppoſé venir en ſens contraire des rayons incidens; ſi l'on détermine, à commencer de M, & dans le ſens oppoſé à celui ſelon lequel LP eſt placée par rapport à L, une partie MS de l'axe qui ſoit à Mf comme IL eſt à PL, le point S ſera le foyer des rayons incidens, après avoir été rompus par les trois ſurfaces. Fig. 470.

Car le foyer R de ces rayons, après leurs réfractions aux ſurfaces AB, CD, ſe détermine par le ſecond Problême en faiſant $PI : Ia :: dK : KR$; & ces rayons après s'être rencontrés à ce point, allant enſuite tomber ſur la ſurface EF, on fera cette autre proportion; $Re : eE :: Ef : fS$, & le point S ſera le foyer de ces rayons, après leurs trois réfractions. Or, la première de ces proportions & la première de celles du Problême précédent, donnent $PI \times KR = Ke \times LI$, & les ſecondes $Re \times fS = Ke \times fM$; les deux premiers rectangles donnent $LI : PI :: KR : Ke$; d'où l'on tire $PL : PI :: Re : Ke$, & par conſéquent $PL : PI :: fM : fS$, les deux derniers rectangles étant mis en proportion; d'où l'on aura $PL : LI :: fM : MS$. Fig. 471.

Les rayons dont les foyers ſont I & f ont été ſuppoſés paralleles à l'axe dans le milieu CE; ſoient préſentement a & t les foyers d'autres rayons paralleles à l'axe dans l'autre milieu intérieur AC. Puiſque $PL : LI :: fM : MS$, on a $aL : LI :: fM : Mt$, lorſque P tombe en a & conſéquemment S en t; de ſorte qu'à cauſe du rectangle conſtant $LI \times fM$, on a $PL : La :: tM : MS$. Fig. 472 & 473.

329. CAS II. Delà, on peut, par la méthode du troiſieme Problême, trouver le foyer de rayons paralleles rompus par quatre ſurfaces, & enſuite déterminer le foyer des rayons qui tombent divergens ou convergens ſur ces ſurfaces, de la

même manière que dans le cas précédent, & ainsi de suite*. Et il est assez évident, par ces propositions, que si L & M sont les foyers principaux du systême entier des surfaces, & l & f les foyers d'autres rayons paralleles dans l'un quelconque des milieux intérieurs, alors $PL : LI :: fM : MS$.

330. COROLL. I. Il est clair, par l'analogie qu'il y a entre les regles pour trouver les foyers des rayons rompus par une seule surface ou par une simple lentille, que la regle donnée dans ce Problême pour la détermination du foyer des rayons rompus par un nombre quelconque de surfaces, servira aussi pour un nombre quelconque de lentilles de telle espece qu'on voudra, placées en A, C, D, &c. dans un même milieu. Ainsi il paraît que la relation entre les foyers correspondans P, S d'un pinceau de rayons rompus par un nombre infini de surfaces ou de lentilles, peut toujours être exprimée par une simple proportion, de la même manière que cette relation est exprimée pour une seule surface ou pour une simple lentille.

331. COROLL. II. Soit cherchée une moyenne proportionnelle N entre les lignes données LI, fM, ou entre La & tM; elle sera aussi moyenne proportionnelle entre les lignes variables PL, MS : & par conséquent PL est réciproquement comme MS, & ces deux lignes sont en sens contraire par rapport aux foyers principaux L, M. Si le point S est du même côté que le point rayonnant, relativement à la surface extrême, du côté de laquelle ce point rayonnant est placé, les rayons sortiront divergens de S, autrement ils sortiront convergens vers ce point.

Fig. 474. 332. PROBLÊME V. *Étant donné le demi-diametre* Pp *d'un petit objet situé perpendiculairement à l'axe commun d'un nombre quelconque de surfaces réfringentes, qui séparent des milieux donnés, on demande le demi-diametre* Ss *de sa dernière image.*

Les choses demeurant les mêmes que dans les Problêmes précédens, il faut prendre une ligne $V = Aa \times \frac{dK}{dC} \times \frac{fM}{fE}$ &c. autant que le nombre des surfaces le permet;

* Il est peut-être superflu de faire remarquer que, supposant que les milieux ayent peu d'épaisseur, ces Problêmes sont précisément les mêmes que ceux qui ont été résolus par le calcul, dans les Notes sur le Chapitre IV de ce II^e Livre.

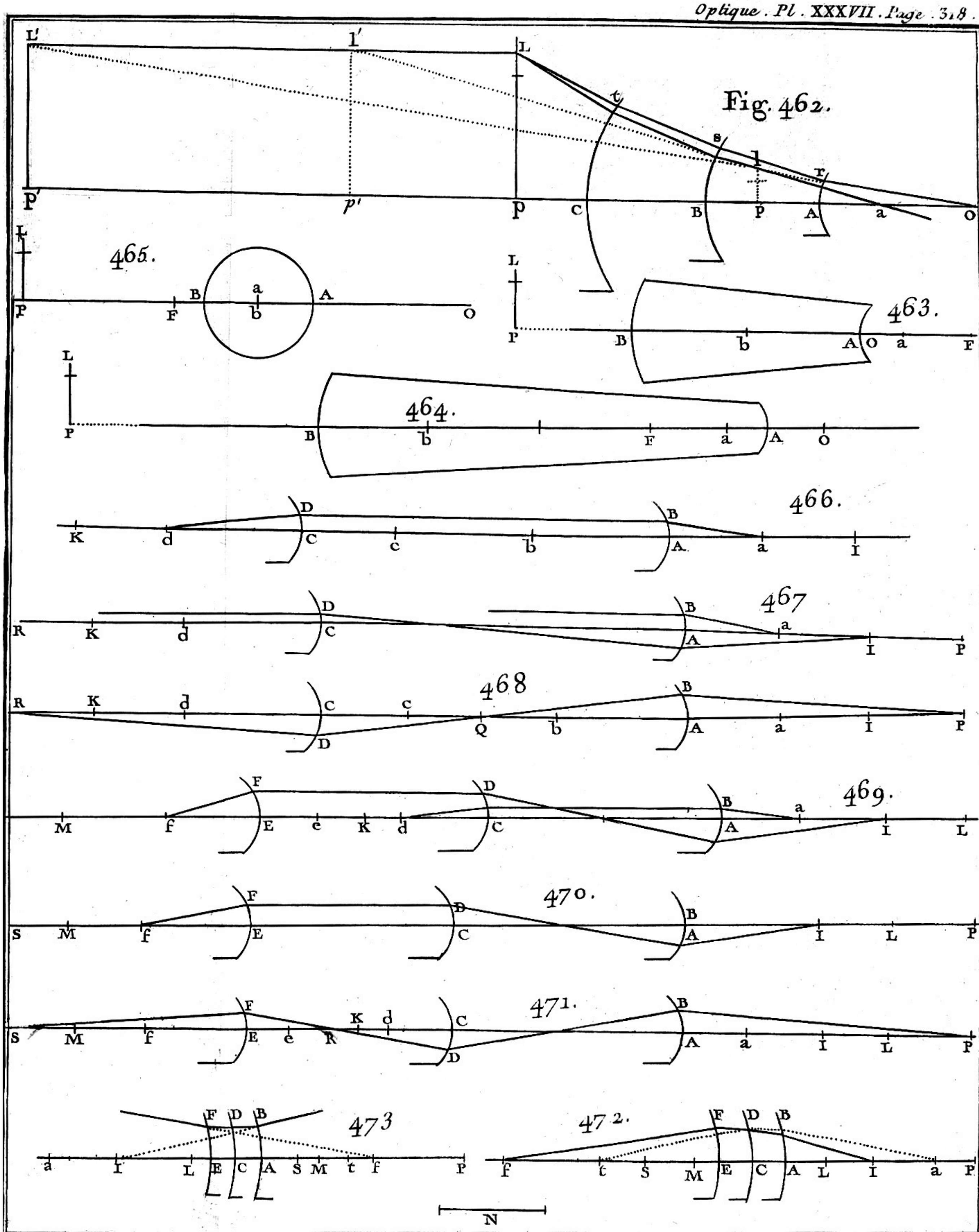


Fig. 462.
465.
463.
464.
466.
467
468
469.
470.
471.
473
472.
N

& Ss sera à Pp comme la ligne constante V est à PL.

Soient a', c', e', &c. les centres des surfaces données A, C, E, &c; Qq, Rr, Ss, &c. les images formées par chacune de ces surfaces. Les droites $pa'q$, $qc'r$, $re's$, &c. terminent l'objet & ces images (*Art.* 245). Or, par l'Art. 238, on a $Qb : QA :: Qa' : QP$, d'où l'on tire $Qb : bA :: Qa' : a'P :: Qq : Pp$ à cause des triangles semblables $Qa'q$, $Pa'p$; & par la même raison que $Pp : Qq :: bA : bQ$, $Qq : Rr :: dC : dR$ & $Rr : Ss :: fE : fS$, &c. multipliant ces proportions, on a $Pp : Ss :: bA \times dC \times fE : bQ \times dR \times fS$. Mais par l'Article 237, $Pa : Ab :: Aa : bQ$, & par l'Article 325, $PI : Pa :: dK : dR$, & par l'Article 328, $PL : PI :: fM : fS$; ces trois proportions étant multipliées donnent $PL : Ab :: Aa \times dK \times fM : bQ \times dR \times fS$. Ainsi $Ss \times PL : Pp \times Ab :: Aa \times dK \times fM : bA \times dC \times fE$; d'où l'on déduit $Ss = Pp \times \frac{Aa}{PL} \times \frac{dK}{dC} \times \frac{fM}{fE}$; ou, en prenant une ligne $V = Aa \times \frac{dK}{dC} \times \frac{fM}{fE}$, $Ss = Pp \times \frac{V}{PL}$ *.

* 613. Pour faire quelqu'application de ce Problême, nous allons tenter de déterminer le diametre de l'espace qu'occupe au fond de l'œil l'image de l'objet le plus petit qu'on puisse appercevoir. On conçoit que ce ne peut être qu'une tentative, & qu'on ne doit point absolument compter sur cette détermination, vu l'incertitude où l'on est sur la grandeur de l'angle le plus petit sous lequel on puisse voir un objet; incertitude qu'il ne paraît pas qu'on puisse lever, à cause que cet angle doit nécessairement être différent selon le degré de lumière, la couleur & la position des objets, & la couleur du fond sur lequel on les rapporte; sans compter que cet angle n'est pas le même, suivant la remarque de M. Jurin, pour les objets simples & pour les objets composés. On a vu (*Art.* 97) que Hook faisait monter cet angle à une minute; d'autres, comme Hevelius, le réduisent à 30″. Pour tenir une espece de milieu entre ces déterminations, nous supposerons, conformément à l'Expérience rapportée par l'Auteur à l'endroit cité, que quand un objet est placé sur le fond qui peut le mieux faire distinguer, l'angle le plus petit sous lequel on puisse l'appercevoir est de 40″, ou, ce qui revient au même, que pour être visible, sa distance ne doit pas excéder 5156 fois son diametre.

614. Soit donc supposé l'objet Pp (*Fig.* 475) d'un diametre, par exemple, d'un pouce, à une distance PA égale à 5156 fois son diametre, c'est-à-dire de 5156 pouces, ou de 429 pieds 8 pouces, dont il s'agit de déterminer le diametre de l'image tracée sur le fond de l'œil. Soient, suivant les Expériences de M. Jurin, les rapports de réfraction en passant de l'air dans l'humeur aqueuse, de cette humeur dans le cristallin, du cristallin dans l'humeur vitrée, égaux respectivement à ceux de 4 à 3, de 13 à 12 & de 12 à 13. Soient, selon M. Petit, le rayon de la cornée AB de 3 lig. $\frac{3}{4}$, le rayon de la surface antérieure DC du cristallin de 4 lignes, & celui de la surface postérieure EF de 2 lig. $\frac{1}{2}$, AC distance de la cornée au cristallin de 1 lig. $\frac{1}{4}$ & l'épaisseur CE du cristallin de 2 lignes; soit enfin Ss l'image de l'objet Pp tracée

333. COROLL. I. Donc l'image Ss est égale à l'objet Pp, lorsque PL est égale à V.

334. COROLL. II. L'image Ss est directement comme l'objet Pp & réciproquement comme PL, & par conséquent cette image est comme l'angle PLp que l'objet soutend au foyer principal L (*Art.* 222).

335. COROLL. III. L'image est semblable à l'objet dans toutes ses parties ; car lorsque PL est donnée, Ss est comme Pp.

336. COROLL. IV. Lorsque l'objet est donné, l'image est réciproquement comme PL, ou directement comme MS, par l'Article 331.

337. COROLL. V. Si les rayons émergens sont reçus sur un plan perpendiculaire qui coupe $e'S$ en X, & $e's$ en x, prenant sur l'axe, à commencer de L, & dans le sens opposé à celui selon lequel Me' est disposée par rapport à M, une portion Ll de cet axe égale à $\frac{LI \times fM}{e'M}$, le demi-diametre Xx de l'image confuse tracée sur ce plan sera égal à $\frac{Pp}{PL} \times \frac{e'X}{e'M} \times V$. Car à cause des triangles semblables, $e'Xx$, $e'Ss$, $Xx : sS$ ou $\frac{Pp}{PL} \times V :: e'X : e'M + MS$ ou $e'M + \frac{LI \times fM}{PL}$ (*Art.* 328) $:: e'X \times PL : e'M \times PL + LI \times fM :: \frac{e'X \times PL}{e'M}$:

au fond de l'œil. On trouve aisément que $Aa = 11$ lig. $\frac{1}{4}$, $Ab = 15$ lig. $Cc = 48$ lignes, $Cd = 52$ lignes, & qu'ainsi $aI = \frac{675}{247}$ lig. ou 2, 73 lig. à peu près, & $dK = \frac{9984}{247}$ lignes (*Art.* 324) ; que de plus $Ee = 32$ lig. $\frac{1}{2}$ & $Ef = 30$ lignes ; que $eK = \frac{20787}{494}$ lignes ; qu'ainsi $IL = 2$, 62 lig. (*Art.* 327) à peu près ; que par conséquent $PL = PA - Aa + aI + IL = 61866$ lignes, à peu près : enfin on trouve que $fM = \frac{1950 \times 247}{20787}$ lig. (*Art.* 327), on aura Ss (diametre de l'image Ss tracée au fond de l'œil) $= 1$ pouce $\times \frac{45}{61866 \times 4} \times \frac{9984}{247 \times 52} \times \frac{1950 \times 247}{20787 \times 30} = \frac{1}{9160}$ pouce, à peu près ; détermination qu'on ne doit regarder que comme un Essai, pour la raison exposée ci-dessus, & qui d'ailleurs ne peut être absolument exacte ni générale, à cause que les Expériences qui ont donné les rapports de réfraction pour les humeurs de l'œil, ont varié dans les résultats ; que par conséquent les rapports que nous avons employés, ne sont au plus qu'un milieu pris entre tous ces résultats ; & que d'un autre côté les courbures & les épaisseurs des humeurs de l'œil étant très-difficiles à mesurer, ne sont pas exactement connues, & de plus varient dans les différens sujets.

PL

$PL + \frac{LI \times fM}{e'M}$ ou $PL + Ll$ ou Pl, par construction; d'où l'on tire $Xx = \frac{Pp}{Pl} \times \frac{e'X}{e'M} \times V$.

338. COROLL. VI. Donc si le plan perpendiculaire est fixe en un endroit quelconque X, l'image confuse Xx est comme $\frac{Pp}{Pl}$, ou comme l'angle en l, soutendu par l'objet (*Art.* 222).

339. COROLL. VII. Donc si l'objet est donné, l'image Xx est réciproquement comme Pl, & est aussi semblable à l'objet.

340. PROBLÊME VI. *Trouver le rapport des angles que les parties incidente & émergente d'un rayon quelconque font entr'elles & avec l'axe commun d'un nombre quelconque de surfaces qui séparent des milieux donnés.*

Les choses demeurant comme elles étaient, soit $PBDFS$ le cours d'un rayon; P & S ses première & dernière intersections avec l'axe commun des surfaces : soit prise une ligne Z égale à $Ab \times \frac{dK}{cC} \times \frac{fM}{eE}$ &c. autant que le nombre des surfaces le permet; l'angle APB sera à l'angle ESF comme la ligne donnée Z est à PL. Fig. 476.

Car $Qb : bA :: Aa : aP$ (*Art.* 237), d'où l'on tire $Qb : Aa :: QA : AP ::$ l'angle APB : l'angle AQB (*Art.* 222). De même $Rd : Cc :: RC : CQ ::$ l'angle CQD : l'angle CRD; & $Sf : Ee :: SE : ER ::$ l'angle ERF : l'angle ESF; & ainsi de suite. Multipliant ces proportions, on a $Qb \times Rd \times Sf : Aa \times Cc \times Ee ::$ l'angle P : l'angle S. Mais dans la démonstration de la solution du Probl. précédent, on a $Aa \times dK \times fM : Qb \times Rd \times Sf :: PL : Ab$. Delà on déduit facilement que $Ab \times \frac{dK}{Cc} \times \frac{fM}{Ee} : PL ::$ l'angle P : l'angle S. Retranchant l'angle le plus petit de l'angle le plus grand, on a l'angle fait par le rayon incident avec le rayon émergent, comme il est facile de le voir en prolongeant l'un & l'autre jusqu'à ce qu'ils se coupent.

341. COROLL. I. Soit AB la moitié de l'ouverture de la première surface; le demi-diametre Mm d'une section perpendiculaire d'un pinceau émergent de rayons sera à AB comme la ligne donnée $\frac{LI \times fM}{Z}$ est à AP. Car les soutendantes des

petits angles étant en raison composée de ces angles & de leurs côtés, nous avons Mm à AB en raison composée de MS à AP & de l'angle MSm à l'angle APB, ou de PL à Z, par ce Problême. Donc $Mm = \frac{AB}{AP} \times \frac{MS \times PL}{Z} = \frac{AB}{AP} \times \frac{LI \times fM}{Z}$ (*Art.* 329).

342. COROLL. II. Ainsi Mm est comme $\frac{AB}{AP}$, ou comme l'angle APB; & par conséquent, quand AB est donnée, Mm est réciproquement comme AP.

343. COROLL. III. Si le pinceau émergent est coupé par un plan perpendiculaire en tout autre endroit X, le demi-diametre Xx de cette section est égal à $\frac{AB}{AP} \times \frac{LI \times fM - PL \times MX}{Z}$. Car $Xx : Mm$ ou $\frac{AB}{AP} \times \frac{LI \times fM}{Z} :: MS - MX : MS :: \frac{LI \times fM}{PL} - MX : \frac{LI \times fM}{PL} :: LI \times fM - PL \times MX : LI \times fM$.

Fig. 477. 344. COROLL. IV. Delà, nous avons la construction suivante : soit prise sur l'axe, à commencer de L, & dans le sens opposé à celui selon lequel MX est située par rapport à M, une portion LP' de cet axe qui soit à LI comme fM est à MX; & soit prise, sur AG perpendiculaire à l'axe, AG à AB comme MX est à Z; menant ensuite par G une parallele GH à l'axe, & décrivant entre les assimptotes GA, GH, une hyperbole $P'Y$, qui passe par le point P'; la perpendiculaire PY sera égale par-tout au demi-diametre Xx, lorsque le plan est fixe en X. Car, par la propriété de l'hyperbole, $GH \times HY = GA \times AP'$; donc $PY = \frac{GA \times AP' - GA \times AP}{AP} = \frac{AG}{AP} \times (LP' - LP) = \frac{AG}{AP} \times \left(\frac{LI \times fM}{MX} - LP\right) = \frac{AB}{AP} \times \frac{LI \times fM - LP \times MX}{Z} = Xx$ dans le Corollaire précédent.

345. La ligne N ou une moyenne proportionnelle entre LI & fM a servi à déterminer la relation de deux foyers quelconques correspondans P, S, aux foyers principaux L, M (*Art.* 331);

la ligne V ou $Aa \times \frac{dK}{dC} \times \frac{fM}{fE}$, à déterminer le rapport de l'objet P à son image S (*Art.* 332); & la ligne Z ou $Ab \times \frac{dK}{cC} \times \frac{fM}{eE}$, à déterminer le rapport des angles en P & en S qu'un rayon quelconque fait avec l'axe de la surface (*Art* 340). Or je dis que V, N, Z sont en proportion continue dans la raison sous-doublée de $Aa \times Cc \times Ee$ à $Ab \times Cd \times Ef$, & que par conséquent elles sont égales, dans les lentilles. Car $V : Z :: \frac{Aa}{Cd \times Ef} : \frac{Ab}{Cc \times Ee} :: Aa \times Cc \times Ee : Ab \times Cd \times Ef$; & par les Articles 327 & 324, on verra que $N^2 : Z^2$ ou $LI \times fM : \frac{Ab^2}{Cc^2 \times Ee^2} \times dK^2 \times fM^2 :: LI$ ou $\frac{Ia \times dK}{Ke} : \frac{Ab^2}{Cc^2 \times Ee^2} \times dK^2 \times \frac{eE \times Ef}{eK} :: Ia$ ou $\frac{aA \times Ab}{bc} : \frac{Ab^2}{cC^2 \times Ee} \times \frac{cC \times Cd}{bc} \times Ef :: \frac{Aa}{Cd \times Ef} : \frac{Ab}{Cc \times Ee} :: V : Z$ comme avant.

346. PROBLÊME VII. *Trouver la distance apparente d'un objet vu à travers un systême quelconque de milieux, & faire voir de quelle manière elle varie, tandis que l'œil, l'objet ou le systême se meut en avant ou en arrière.*

Les choses demeurant comme elles étaient, soit divisée LM en deux également en T; soient prises dans une perpendiculaire à l'axe, en T, Tv, Tn, Tz égales respectivement aux lignes données V, N, Z; & par z soit menée lm parallele à LM, laquelle coupe Ll & Mm perpendiculaires à LM, l'une en l, l'autre en m. Soit menée mS que l'on prolongera de part & d'autre; & soit élevée une perpendiculaire OX qui soit terminée par mS; cette perpendiculaire sera égale à la distance apparente de l'objet P vu du point O. Fig. 478 & 479.

De même soit R le foyer correspondant d'un pinceau de rayons qu'on suppose venir de O; soit menée lR que l'on prolongera, la perpendiculaire PY terminée par lR sera aussi la distance apparente de l'objet P vu de O.

Enfin soient prises OG & PH égales chacune à TL ou TM, dans la ligne même OP, si l'ordre des points L, T, M, suit le cours des rayons, & dans ses prolongemens au-delà de O & de P, si ces points sont dans un ordre contraire; & soit prolongée lm, laquelle coupe les perpendiculaires Gg, Hh à l'axe, l'une en g, l'autre en h; soit ensuite gh une ordonnée à l'axe d'une parabole gZh, dont le parametre soit la ligne Tv, & dont les branches s'étendent depuis son sommet, du côté où se trouvent les perpendiculaires Gg, Hh par rapport à l'axe du sistême; & la perpendiculaire TZ sera aussi la distance apparente de l'objet P vu de O.

Maintenant si l'objet & le systême sont fixes, tandis que l'œil se meut dans l'axe du systême, la perpendiculaire mobile OX terminée par la ligne mS, dont la position est fixe, étant toujours égale à la distance apparente, montrera les changemens qu'éprouve cette distance. Si l'œil & le systême sont fixes, tandis que l'objet se meut dans l'axe du systême, la perpendiculaire mobile PY, terminée par lR, dont la position est fixe, étant toujours égale à la distance apparente, fera voir de quelle manière cette distance varie. Enfin, si l'œil & l'objet sont fixes, tandis que le systême se meut le long de son axe (les diverses parties de ce systême conservant leurs distances respectives), la perpendiculaire mobile TZ terminée par la parabole gZh, qui est fixe, étant toujours égale à la distance apparente, marquera toutes les variations de cette distance.

Si une partie du systême est fixe, & que l'autre se meuve, soit l'image fixe de l'objet formée par la partie immobile du systême, en P; faisant pour la partie mobile la même construction que pour le systême entier, la perpendiculaire TZ donnera, dans ce cas, la distance apparente.

Fig. 474. 347. DÉMONSTRATION. Soit menée la ligne pp' parallele à PO laquelle rencontre, en p', le rayon visuel Os prolongé; & soit achevé le rectangle $Ppp'P'$; OP' est la distance apparente de l'objet Pp (*Art. 139*); & les triangles $OP'p'$, OSs étant semblables, on a, $OP' : OS :: P'p'$ ou $Pp : Ss :: PL : V$ (*Art 332.*); c'est-à-dire que, supposant les perpendiculaires OX, Fig. 478 & 479. PY, TZ, égales chacune à la distance apparente OP', l'on a OX ou PY ou $TZ : OS :: PL : Tv :: Tz : MS$, à cause que $PL \times MS = Tn^2 = Tv \times Tz$ (*Art. 331 & 345*).

Premierement on a alors $OX : OS :: Tz$ ou $Mm : MS$, ce qui fait voir que mS prolongée est le lieu géométrique du point X. Secondement on a aussi $PY : Tz$ ou $Ll :: (OS : MS ::)$ $PR : LR$; car $PL \times MS = Tn^2 = OM \times LR$, ce qui donne $OM : MS :: PL : LR$, d'où l'on tire $OS : MS ::$

$PR : LR$. On voit donc que lR prolongée eſt le lieu du point Y. Enfin on a $TZ = (\frac{PL \times OS}{Tv} = \frac{PL \times OM}{Tv} - \frac{PL \times MS}{Tv} =) \frac{HT \times TG}{Tv} - Tz$. Car, par conſtruction, $PL = HT$, $OM = TG$, & $PL \times MS = Tv \times Tz$. Soit actuellement le point T tranſporté en G; alors, comme $TG = 0$, on a, par l'égalité précédente, la perpendiculaire $TZ = - Tz = Gg$. Tranſportant le point T en H, on a $TZ = - Tz = Hh$, & par la même égalité, on a $TZ + Tz$, c'eſt-à-dire, $zZ = \frac{hz \times zg}{Tv}$. Soit coupée gh en deux également en A, le point z étant tranſporté en A, zZ devient $AB = \frac{hA \times Ag}{Tv} = \frac{hA^2}{Tv}$. Fig. 480.
Soit menée ZC perpendiculaire à AB, alors $BC = (AB - zZ = \frac{hA^2}{Tv} - \frac{hA^2 - Az^2}{Tv} = \frac{Az^2}{Tv} =) \frac{CZ^2}{Tv}$; ce qui fait voir que le lieu du point Z eſt une parabole dont le parametre eſt Tv.

348. Le ſyſtême étant fixe en tel endroit qu'on voudra, la diſtance apparente d'un objet ſitué en P vu de O, ſera à la diſtance apparente d'un objet ſitué en O vu de P, comme Z eſt à V. Car ſoit un rayon $PBDF$ tombant ſur un objet ſitué en O, en un point quelconque K; ſoit menée Kk' parallele à OP, laquelle rencontre, en k', le rayon PB prolongé, & ſoit achevé le rectangle $k'KOO'$; alors la diſtance apparente $PO' : PO ::$ l'angle OPK : l'angle OPk' (*Art.* 222), ou en raiſon compoſée de l'angle OPK à l'angle OSK & de l'angle OSK à $O'Pk'$; c'eſt-à-dire, en raiſon compoſée de OS à OP & de PL à Z (*Art.* 340). Ainſi $PO' = \frac{PL \times OS}{Z}$. Mais, dans l'Article précédent, nous avons eu $OP' = \frac{PL \times OS}{V}$; donc $OP' : PO' :: Z : V$. Fig. 481.

349. La conſtruction précédente donnera auſſi la diſtance apparente d'un objet ſitué en O vu de P, en menant par v la ligne lm & faiſant de Tz le parametre de la parabole. La même conſtruction ſert auſſi pour une lentille ou pour pluſieurs, en menant lm par n, & prenant Tn pour le parametre de la parabole. Car, dans les lentilles, les points n, v, z, co-incident Fig. 478 & 479.

(*Art.* 345), & conféquemment les diftances apparentes OP' & PO' font égales.

Fig. 482. 350. Si les places de l'œil & de l'objet font données, & qu'on demande d'interpofer un fyftême donné de furfaces ou de lentilles, dans un endroit tel que l'objet paraiffe à travers ce fyftême, à une diftance donnée; foient prifes dans une perpendiculaire quelconque DQD à l'axe OPQ, de chaque côté de Q, QD & QD égales à la diftance donnée, & par les points D, D, foient menées les lignes DZZ, DZZ paralleles à l'axe, lefquelles coupent la parabole en quatre points Z, Z, Z, Z, lorfque cela eft poffible; foient menées enfuite les perpendiculaires ZT, ZT, &c. à l'axe OP, & foit placé le point du fyftême donné qui eft au milieu de l'intervalle LM, fur l'une quelconque des quatre points T; mettant l'œil en O, on verra l'objet à la diftance donnée QD ou TZ, comme il eft évident par la conftruction précédente.

351. Si la place de l'objet & celle du fyftême font données, on peut trouver, par la même méthode, l'endroit où l'œil doit être placé pour voir l'objet à une diftance donnée; de même, fi la place de l'œil & celle du fyftême font données, on trouvera l'endroit où doit être l'objet, pour qu'il paraiffe à une diftance donnée.

J'ai donné les conftructions précédentes de la diftance & de la grandeur apparentes, afin que chacun puiffe examiner par lui-même jufqu'à quel point elles s'accorderont avec les idées qu'il fe formera fur la diftance & la grandeur des objets, dans les Expériences qu'il jugera à propos de faire. Et j'ajoûte les conftructions fuivantes pour la diftance de la dernière image d'un objet à l'œil, afin de montrer combien eft grande, dans la plûpart des cas, fa différence avec la diftance apparente de l'objet.

352. PROBLÊME VIII. *Il s'agit de faire voir de quelle manière la diftance de l'œil & de la dernière image d'un objet varie, tandis que l'œil, l'objet ou le fyftême réfringent tel qu'il foit, fe meut en avant ou en arrière.*

Fig. 483. Les chofes demeurant comme elles étaient, foit prife une perpendicnlaire Ms' égale à MS, & foit menée $s'S$, laquelle coupe en x une perpendiculaire élevée en O; lorfque l'objet

& le systême sont fixes, & que l'œil se meut le long de OP, il est évident que Ox sera toujours égale à la distance OS de l'œil & de la dernière image de l'objet P.

Soit élevée, en L, une perpendiculaire Lo' égale à MO; soit menée $o'p''$ parallele à LP, laquelle coupe, en p'', une perpendiculaire élevée en P; & prenant o' pour centre, $o'L$ & $o'p''$ pour assimptotes, soit décrite, par le foyer R, une hyperbole laquelle coupe en y la perpendiculaire Pp''; Py sera la distance de la dernière image à l'œil, tandis que l'œil & le systême sont fixes, & que l'objet se meut le long de OP. Car puisque $Pp'' = Lo' = MO$, on aura $Py = OS$ en prenant $p''y = (MS = \frac{Tn^2}{PL} =) \frac{Tn^2}{o'p''}$; d'où l'on a $o'p'' \times p''y = Tn^2$; ce qui fait voir que le lieu du point y est une hyperbole, laquelle passera par R, parce que $RL \times Lo'$ ou $RL \times MO = Tn^2$.

Enfin soit élevée une perpendiculaire $HF = HG$, & soit menée FG coupant en E la perpendiculaire nT prolongée, sur laquelle soit prise $Ee' = \frac{Tn^2}{HT}$, qui se placera en dessous de E, si HT se trouve du même côté que G par rapport à H, autrement elle doit être placée en dessus; & prenant F pour centre, FG & FH pour assimptotes, soit décrite, par le point e', une hyperbole $g'e'd'$; tandis que l'œil & l'objet sont fixes, & que le point T se meut avec le systême, la perpendiculaire Te' sera toujours égale à la distance de la dernière image à l'œil. Car, par construction, la ligne Ee' est réciproquement comme HT, ou réciproquement comme FE, parce que HT est à FE dans la raison donnée de HG à FG; c'est-à-dire, que la grandeur du rectangle $FE \times Ee'$ est invariable, & par conséquent le lieu du point e' est une hyperbole. De plus, par construction, $TE = TG = MO$; ainsi $Te' = (TE - Ee' = MO - \frac{Tn^2}{HT} = MO - \frac{Tn^2}{PL} = MO - MS =)\ OS$. Fig. 484 & 485.

353. Que l'hyperbole $g'e'd'$ coupe la ligne OP en g' & en d'; lorsque le point T du systême est parvenu en g' ou en d', la dernière image de l'objet situé en P tombe en O où est l'œil, parce que $Te' = o$.

354. Si, deux points O, P étant donnés, on propose de trouver

entre ces deux points l'endroit où l'on doit placer une lentille, une surface, ou un systême de lentilles ou de surfaces pour que les rayons qui viennent de P concourent en O, après toutes les réfractions ; soit menée par n une ligne $G'nD'$ parallele à PO, laquelle coupe, en G' & en D', un demi-cercle qui ait GH pour diametre ; les perpendiculaires $G'g'$, $D'd'$ à l'axe OP donneront les points g', d' où T doit être placée ; car lorsque OS ou Te', c'est-à-dire, $TG - \frac{Tn^2}{TH} = 0$, on a $HT \times TG = Tn^2 = g'G'^2 = d'D'^2 = Hg' \times g'G = Hd' \times d'G$, & par conséquent T doit co-incider avec g' ou d' ; mais il faut que les données soient telles que Tn soit plus petite que la moitié de HG ; car si elle est plus grande, il sera impossible que la ligne $G'nD'$ coupe le cercle dont le diametre est GH. On a encore une solution de cette question dans l'Art. précédent.

355. Lorsque la distance de l'image à l'œil devient nulle, la distance apparente de l'objet devient nulle en même tems. Car la parabole (*Probl. précéd.*) coupera la ligne OP aux mêmes points g' & d' que l'hyperbole, quand cela est possible, c'est-à-dire, lorsque Tn est plus petite que la moitié de GH. On a eu (*Art.* 347) la perpendiculaire TZ, dans la parabole, $= \frac{HT \times TG}{Tv} - Tz$, qui étant faite $= 0$, donne $Tv \times Tz$ ou $Tn^2 = HT \times TG = Hg' \times g'G$.

356. Je me suis attaché, dans toutes les propositions de ce Chapitre, au cas le plus général, celui où le systême des surfaces ou des lentilles a deux foyers principaux comme L & M ; mais les surfaces peuvent avoir une situation telle que les rayons qui tombent paralleles sur la première, sortent paralleles de la dernière. Ce cas particulier, dont je n'ai point fait mention, de peur de détourner l'attention du Lecteur du cas général, se peut résoudre de cette manière. Si, dans le second Problême,
Fig. 466, 467 & 468. on suppose que les foyers b, c co-incident, les foyers I, K s'éloigneront à une distance infinie. Dans ce cas Pa est à dR dans la raison donnée du rectangle $aA \times Ab$ au rectangle $cC \times Cd$; & Pa & dR seront du même côté de a & de d. Car nous avions $Pa = \frac{aA \times Ab}{bQ}$ & $dR = \frac{cC \times Cd}{cQ}$; mais $bQ = cQ$, à cause que $bc = 0$. Lorsque dans ce cas & dans de semblables,

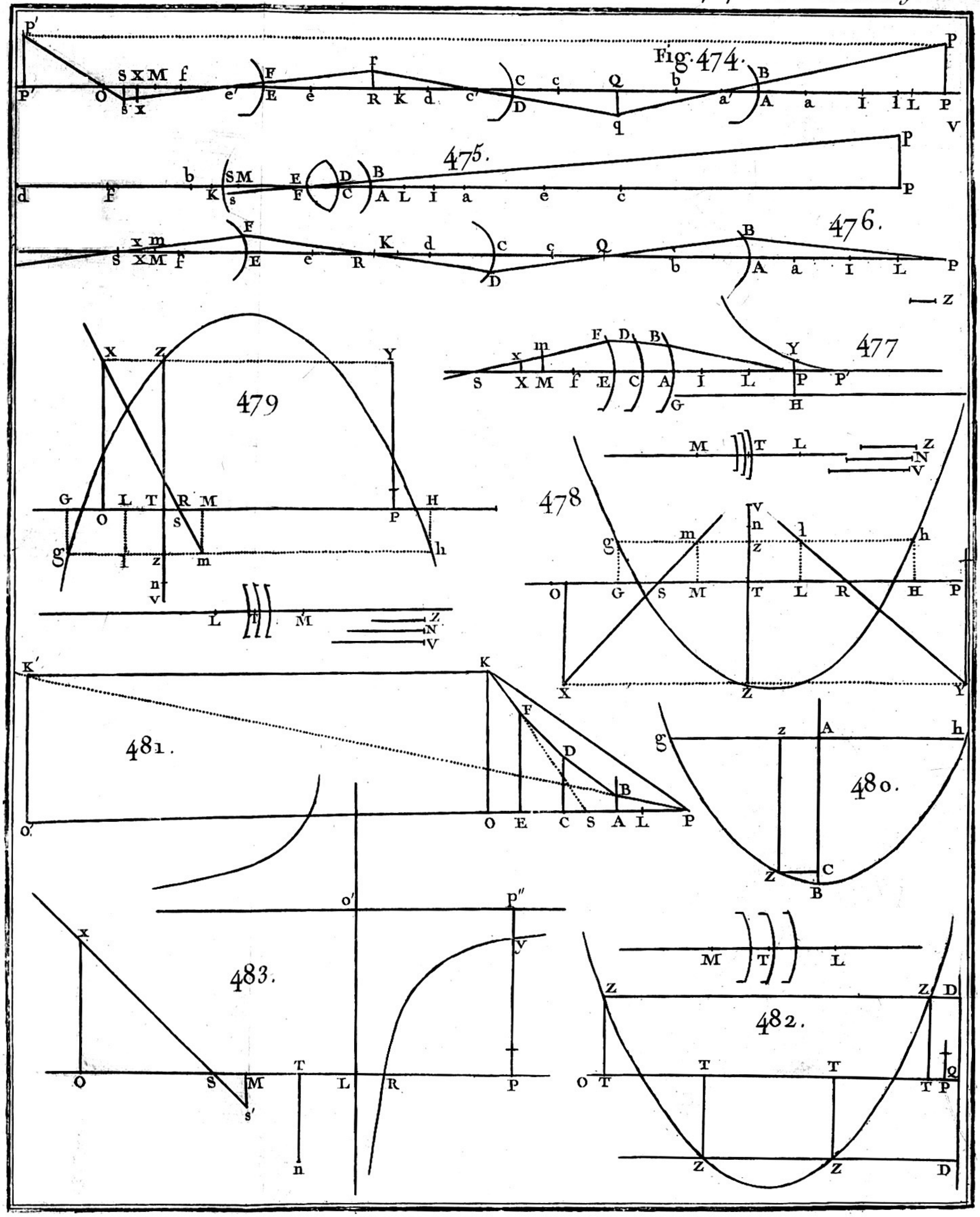


Fig. 474.
475.
476.
477
478
479
480.
481.
482.
483.

ſemblables, le ſyſtême n'a point de foyers principaux, les lieux géométriques des points X, Y, Z, x, y, e', ſont tous des lignes droites, dans les conſtructions précédentes.

357. On voit par l'analogie qu'il y a entre les regles pour trouver le foyer d'un pinceau de rayons réfléchis par un miroir ſphérique, & celui d'un pinceau de rayons rompus par une ſimple ſurface ſphérique (*Art.* 207 & 236), que les Problêmes & conſtructions de ce Chapitre peuvent aiſément s'adapter aux rayons ſucceſſivement réfléchis par un nombre quelconque de ſurfaces ſpériques ſituées entre des milieux donnés. Et quoique je n'aye fait mention que des ſurfaces ſphériques, néanmoins toutes les concluſions ſont les mêmes pour telles autres ſurfaces qu'on voudra de mêmes courbures que les ſurfaces ſphériques (*Art.* 212).

358. De même, dans le Chapitre ſuivant, où je conſidere les réflexions & les réfractions de rayons qui tombent, ſoit perpendiculairement ou preſque perpendiculairement ſur une courbe quelconque, ſoit avec telle obliquité qu'on voudra, je ne ferai mention que du cercle dont la courbure ſera égale à celle de la courbe à l'endroit où tombe un pinceau étroit de rayons. Et pour le préſent je ne conſidererai dans un pinceau de rayons incidens, que ceux qui ſont dans un même plan, parce que l'on verra dans la ſuite que ceux qui ſont dans des plans différens, ont différens foyers; c'eſt pour cela, qu'à la place d'une ſurface ſphérique, je prendrai un grand cercle de cette ſurface. Enfin il faut remarquer, comme ci-devant (*Art.* 211), que, dans la rigueur géométrique, le foyer d'un pinceau de rayons réfléchis ou rompus, tous dans un même plan, n'eſt autre choſe que l'interſection commune de deux rayons voiſins, dont les points d'incidence ſont au milieu de tous les autres; mais la même interſection conſidérée phyſiquement, peut être appellée le foyer d'un pinceau étroit de rayons tous dans un même plan.

CHAPITRE VII.

Détermination des foyers des rayons qui tombent avec une obliquité quelconque, sur tel nombre qu'on voudra de surfaces réfléchissantes & réfringentes de quelqu'espece que ce soit; & des propriétés des Caustiques.

THÉORÊME I.

Fig. 486 & 487. 359. *QUe le rayon* AB *parti du point* A, *rencontre sous telle obliquité qu'on voudra, la concavité ou la convexité d'un cercle ou d'une autre courbe, dont le rayon de courbure en* B *est* CB, *& soit réfléchi suivant* BF *donnée de position; si après avoir mené les sinus d'incidence & de réflexion* CD, CE, *on coupe en deux également leurs co-sinus égaux* BD, BE, *en* a *& en* f, *& qu'on prenne ensuite sur* Bf *prolongée, s'il est nécessaire, une partie* fF *qui soit à* Bf *comme* aB *est à* Aa, *& située par rapport à* Bf *comme* Aa *est par rapport à* aB, *le point* F *sera le foyer d'un pinceau de rayons très-menu réfléchi par l'arc infiniment petit, dont le milieu est* B.

Soit AbF un autre rayon réfléchi en b infiniment près de B; soient menées Cd & Bd' perpendiculaires à Ab, & Ce & Be' perpendiculaires à bF; Bd' sera égale à Be'; car les angles Bbd', Bbe' que Ab & bF prolongées, s'il est nécessaire, font avec l'arc Bb ou sa tangente en b, sont égaux, & par conséquent les petits triangles rectangles Bbd', Bbe' le sont aussi. De plus, Dd & Ee, différences des sinus égaux CD & CE, Cd & Ce, sont aussi égales. Ainsi les triangles BAd', DAd étant semblables, de même que BFe', EFe, on aura $BA : AD :: BF : FE$, & par conséquent $BA \pm AD : AD :: BF \pm FE : FE$, qui donne $\frac{BA+AD}{2} : \frac{BF+FE}{2} :: \frac{BA-AD}{2} : \frac{BF-FE}{2}$; c'est-à-dire, $Aa : Bf :: aB : fF$, ou $Aa : aB :: Bf : fF$*. Et si l'on sup-

* 615. On peut aussi déterminer le point F par le calcul. Soit $AB = a$, BD ou $BE = b$; puisque $AB : AD :: BF : FE$, on a $AB + AD : AB ::$

pose que les rayons tombent sur l'autre côté de la courbe, c'est-à-dire, sur sa convexité, selon la même direction, ils seront réfléchis suivant les mêmes lignes prolongées.

360. COROLL. I. Lorsque le rayon incident AB passe par le centre du cercle réfléchissant, cette proposition devient celle de l'Art. 207.

361. COROLL. II. Le point a est le foyer d'un faisceau très-menu de rayons venant parallélement à FB, & le point f est le foyer d'un autre faisceau de rayons venant parallélement à AB. Car lorsque les points A & F, que l'on peut regarder comme points rayonnans, sont infiniment éloignés, les lignes Dd, Bd', Be', Ee, sont égales.

362. COROLL. III. Soient élevées BG & BH perpendiculaires l'une au rayon incident AB, l'autre au rayon réfléchi BF; soit prise BH égale à BG terminée par l'axe AC prolongé, & soit menée CH; elle coupera le rayon réfléchi au foyer F. Car menant les sinus égaux CD, CE, les triangles BAG, DAC sont semblables, de même que BFH, EFC; ainsi on a $BA : AD :: BF : FE$, ce qui est la propriété du point rayonnant A & de son foyer F, par la démonstration du Théorême. Fig. 488.

363. COROLL. IV. Le point rayonnant A étant donné, si l'on se propose de trouver, dans un cercle réfléchissant, le point B, d'où & des points voisins les rayons soient réfléchis parallélement entr'eux, lorsque cela est possible; on prendra sur CA Fig. 489.

$BE : BF$, ou $2a \mp b : a :: b : BF = \frac{ab}{2a \mp b}$, expression dans laquelle le signe $-$ est pour le cas où la courbe réfléchissante est concave vers le point A, & le signe $+$ pour celui où elle est convexe vers ce point. Dans ce dernier cas, BF ayant toujours une valeur positive, il s'ensuit que le point F est toujours du même côté de la courbe que le centre C. Dans le premier au contraire, c'est-à-dire, lorsque A est du côté concave de la courbe, BF devenant négative, lorsque a est plus petite que $\frac{1}{2} b$, le point F tombe nécessairement alors de l'autre côté de la courbe.

Si le point A est placé sur le rayon de courbure CB prolongé s'il est nécessaire, & que le point d'incidence soit infiniment proche de B, alors BD devient égale au rayon CB que nous nommerons r; par conséquent on aura alors $BF = \frac{ar}{2a \mp r}$, & le point F sera sur le rayon CB ou sur son prolongement. Cette expression est, comme on le voit, absolument la même que celle que nous avons trouvée (*Note 550*), pour le foyer des rayons qui tombent infiniment près de l'axe d'un miroir sphérique : on en conçoit facilement la raison.

prolongée, AG égale à AC, & le cercle décrit avec AG prise pour diametre, coupera le cercle réfléchissant aux points cherchés B, B. Soit menée GB; les triangles ABG, ADC sont semblables & égaux, & par conséquent les côtés AB, AD sont égaux; ainsi A est le point lumineux dont les rayons seront réfléchis en B parallélement entr'eux (*Art. 361*).

364. La position du rayon réfléchi BF qu'on suppose donnée dans ce Théorême & dans le Problême suivant, peut être déterminée en faisant l'angle de réflexion égal à l'angle d'incidence, ou en inscrivant dans le cercle réfléchissant une corde égale à celle que le rayon incident décrit dans ce cercle, ou par d'autres méthodes qu'il est facile d'imaginer.

365. PROBLÊME I. *Étant donné le point rayonnant, trouver le foyer des rayons qu'il envoie sur la circonférence d'un cercle donné, après que ces rayons ont souffert un nombre déterminé de réflexions.*

Fig. 490. Soit $ABCDE$ la route d'un rayon réfléchi aux points B, C, D, de la circonférence d'un cercle. Soient abaissés du centre S, sur les parties extrêmes AB & DE de ce rayon, les perpendiculaires SI, SN; soient prises depuis I & N vers B & vers D, premier & dernier points de réflexion, IT & NV, chacune à IB ou ND, comme l'unité est au double du nombre de réflexions; & soit A, dans la ligne AB, le point d'où partent les rayons incidens; si l'on fait $TA : TI :: VN : VH$, & qu'on place VH, par rapport à VN, dans le même sens que TA est par rapport à TI, le point H sera le foyer de ces rayons après toutes leurs réflexions.

Car soit le rayon infiniment proche $Abcde$ coupé en i, l, m, n par les perpendiculaires SI, SL, SM, SN abaissées sur les parties AB, BC, CD, DE du rayon $ABCDE$, & soient les foyers ou intersections de ces deux rayons en F, G, H. Des points B, C, D, soient menées sur les parties Ab, bc, cd du rayon $Abcde$, les perpendiculaires Bb', Cc', Dd', & sur bc, cd, de les perpendiculaires Bq, Cr, Ds. Ces dernières perpendiculaires Bq, Cr, Ds, sont égales respectivement aux premieres Bb', Cc', Dd'; ce qu'on voit aisément par la démonstration du Théorême précéd. Or, puisque FB, FL, FC sont entr'elles comme Bq, Ll, Cc', & que $FB + 2FL =$

FC, $Bq + 2Ll$ eſt égal à Cc' ou à Cr. Par la même raiſon $Cr + 2Mm = Dd'$ ou Ds, & ainſi de ſuite. Ainſi Ii, Ll, Mm étant égales, comme on l'a fait voir dans la démonſtration du Théorême précédent, les perpendiculaires Bq, Cr, Ds ſont en progreſſion arithmétique, de même que leurs égales Bb', Cc', Dd', leur différence commune étant $2Ll$ ou $2Ii$. Si donc on exprime par n le nombre de cordes BC, CD, qui joignent les points où le rayon eſt réfléchi avant de parvenir en H, on a $Bb' + 2n.Ii = Ds$ ſoutendante de l'angle DHS, & par conſéquent Ii (ou Nn) : Bb, $+ 2n.Ii :: NH : HD$; qui devient $2n.Ii : Bb' + 2n.Ii :: 2n.NH : HD$, d'où l'on tire $2n.Ii : Bb' :: 2n.NH : HD - 2n.NH$, & par conſéquent $Ii : Bb'$, ou $AI : AB :: NH : HD - 2n.NH$, & enfin $AI : IB :: NH : HD - 2n.NH - NH$, ou $ND - 2n.NH - 2NH$. Ainſi $AI : \frac{1}{2n+2} IB :: NH : \frac{1}{2n+2} ND - NH$; & conſéquemment $AI + \frac{1}{2n+2} IB : \frac{1}{2n+2} IB :: \frac{1}{2n+2} ND : \frac{1}{2n+2} ND - NH$; c'eſt-à-dire, que prenant $IT = \frac{1}{2n+2} IB$ & $NV = \frac{1}{2n+2} ND$, nous avons $TA : TI :: VN : VH$; or $2n + 2$ ou $2(n+1)$ eſt le double du nombre des réflexions que ſouffre le rayon AB, parce que le nombre de réflexions eſt toujours d'une unité plus grand que le nombre de cordes compriſes entre les réflexions extrêmes.

366. COROLL. I. Si la poſition de AB eſt fixe, VH eſt réciproquement comme TA; & par conſéquent V eſt le foyer des rayons qui viennent parallélement à AB, & T le foyer de ceux qui viennent parallélement à ED; & ces foyers principaux ſe trouvent, comme précédemment, en prenant IT à IB comme l'unité eſt au double du nombre de réflexions.

367. COROLL. II. Les ſoutendantes perpendiculaires Ii, Ll, Mm, des petits angles en A, F, G, &c. ſont égales. Et les petits arcs Bb, Cc, Dd, &c. ſont en progreſſion arithmétique, de même que les perpendiculaires Bb', Cc', Dd', &c. à cauſe que les petits triangles rectangles Bbb', Ccc', Ddd' ſont ſemblables.

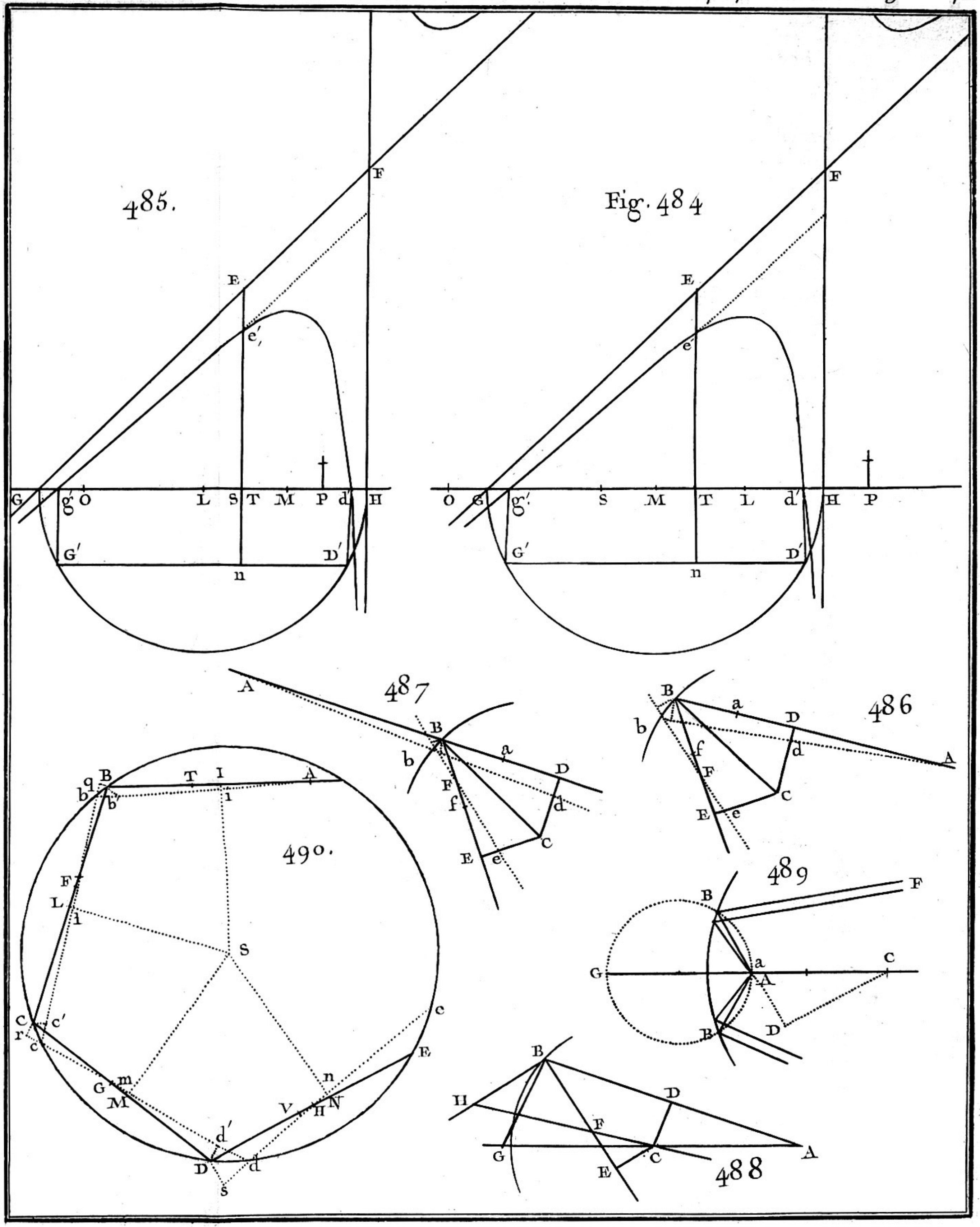
Fig. 491 & 492. 368. THÉORÊME II. *Du Centre* C *d'un cercle qui sépare deux milieux donnés, soit menée* CD *perpendiculaire sur le rayon incident* AB, *&* CE *perpendiculaire sur le rayon rompu* BF *donné de position; si un point quelconque* A *est le point d'où partent ou vers lequel tendent les rayons qui tombent sur un petit arc* Bb *de ce cercle, & que* F *soit leur foyer après avoir été rompus, les distances* BF, EF *seront en raison composée de la raison directe des distances semblables* BA, DA, *de celle des sinus d'incidence & de réfraction* CD, CE, *& de la raison inverse des co-sinus* BD. BE.

Soit AbF le rayon le plus proche de ABF; soient menées sur Ab les perpendiculaires Cd, Bd', & sur bF les perpendiculaires Ce, Be'; les triangles rectangles $Bd'b$, BDC seront semblables de même que les triangles rectangles $Be'b$, BEC; de sorte que les figures entières $Be'd'b$, $BEDC$ seront aussi semblables. On observera aussi que CD est à CE, que Cd est à Ce, & que par conséquent Dd est à Ee dans le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction; car la ligne CDd peut être regardée comme perpendiculaire sur les deux rayons AB, Ab, lorsque l'angle BAb est prêt à s'évanouir. Ainsi les triangles BFe', EFe étant semblables, de même que BAd', DAd, le rapport de BF à EF ou de Be' à Ee, qui est composé des rapports de Be' à Bd', de Bd' à Dd, & de Dd à Ee, est aussi composé des rapports de BE à BD, de BA à DA & de CD à CE, qui leur sont égaux respectivement. On déterminera ci-après, dans le Lemme III, la position du rayon brisé BF, qu'on suppose donnée dans ce Théorême & dans les suivants.

369. COROLL. I. Lorsque les rayons incidens sont parallèles, BF est à EF en raison composée de la raison directe des sinus d'incidence & de réfraction, & de l'inverse des co-sinus, BA & DA devenant égales, lorsque le point A est infiniment éloigné.

370. COROLL. II. Le rapport des soutendantes perpendiculaires Dd, Ee des petits angles A & F est invariable; car il est égal à celui du sinus d'incidence CD au sinus de réfraction CE.

Fig. 493 & 494. 371. THÉORÊME III. *Soit* BH *une surface plane réfringente que traversent des rayons qui partent d'un point quelconque* A, *ou qui concourent à ce point. Soit* ABD *un des rayons incidens,*


485.
Fig. 484
487
486
490.
489
488

& AH *perpendiculaire à la surface réfringente* BH, *laquelle coupe le rayon rompu* EBG *en* G; *soient abaissées les perpendiculaires* HI, HR *sur les rayons* AB, BG, & *sur* BG *soit prise* BF : BA :: RG : IA; F *sera le foyer des rayons rompus voisins de part & d'autre de* EBG.

Soit un arc de cercle BK dont C soit le centre, lequel touche la ligne réfringente BH en B, du côté opposé à A; soient CD & CE les sinus d'incidence & de réfraction communs au plan & à la surface sphérique; représentant le rapport de $CD \times BE$ à $CE \times BD$ par celui de m à n, si les rayons étaient rompus par l'arc BK, nous aurions, par le second Théorême, $BF : EF :: m \times BA : n \times DA$ ou $:: BA : \frac{n}{m} DA$ ou $\frac{n}{m} BA + \frac{n}{m} BD$, & par conséquent $BF : BE :: BA : \frac{n}{m} BA + \frac{n}{m} BD - BA$ ou $\frac{n}{m} BD$, lorsque les rayons sont rompus par le plan BH; à cause que l'arc BK co-incide avec sa tangente BH, lorsque son rayon BC devient infini, & qu'alors, $\frac{n}{m} BA + \frac{n}{m} BD - BA$ étant infinie, on peut en rejetter $\frac{n}{m} BA - BA$ qui est finie. Ainsi nous avons $BF : BA :: m \times BE : n \times BD :: CD \times BE^2 : CE \times BD^2$ (en remettant pour m & n leurs valeurs) $:: \frac{BE^2}{CE} : \frac{BD^2}{CD} :: \frac{HR^2}{BR} : \frac{HI^2}{BI}$ (à cause des triangles semblables BEC, HRB & BDC, HIB) $:: RG : IA$*.

* 616. Au reste, ce point F n'est que le foyer des rayons qui sont dans le plan ABH. Car les autres rayons rompus ne couperont BF, ni en F, ni en quelqu'autre point que ce soit, si l'on en excepte ceux qui avant d'être rompus, sont dans la surface d'un cone, décrite par la révolution de AB au tour de l'axe AH, lesquels couperont tous BF en G où l'axe AH coupe ce rayon. Ainsi il y a dans le rayon BF deux foyers F & G; le premier appartient aux rayons qui sont dans le plan ABH, & le second à ceux qui sont dans des surfaces de cones, décrites par les lignes AB, BG en tournant autour de AH. Quant aux autres rayons qui sont autour de AB, ils approchent, après avoir été rompus, le plus de FB, quelque part entre F & G; desorte que pour un œil qui aurait le centre de sa prunelle en un point quelconque O du rayon BE, le lieu de l'image du point A doit être répandu dans tout l'espace FG; ou plutôt, comme l'espace FG est l'image d'un point unique A, on doit prendre pour l'image sensible de ce point, quelque point unique qui occupe le milieu de tous les rayons qui divergent de cet espace en entrant dans

Fig. 495 & 496. 372. THÉORÊME IV. *Soit* AB *un rayon qui tombe en* B *sur une courbe qui sépare deux milieux réfringens, & Bf donné de position, le rayon rompu qui lui répond. Du centre* C *de courbure en* B, *ou du cercle réfringent, soit menée* CE *perpendiculaire au rayon rompu* Bf *prolongé; & soit* Bf *à* BE *comme la tangente de l'angle d'incidence à la différence des tangentes d'incidence & de réfraction, & soit placée* Bf *du côté où va le rayon rompu, si la surface du milieu plus dense est convexe, & du côté opposé si elle est concave;* f *sera le foyer d'un faisceau étroit de rayons paralleles à* AB *qui tombent en* B.

Car Bf étant à Ef en raison composée de la raison directe des sinus des angles d'incidence & de réfraction, & de l'inverse de leurs co-sinus, elles sont entr'elles comme les tangentes de ces angles, & par conséquent Bf est à BE comme la tangente d'incidence à la différence des tangentes d'incidence & de réfraction. Quant à la régle pour la position de Bf, elle est fondée sur ce que les rayons émergens sont convergens quand le milieu plus dense est convexe, & divergens lorsqu'il est concave.

373. COROLL. I. Soit a le foyer des rayons qui viennent parallélement à fB; alors on a Bf est à Da comme BE est à BD; car Bf est à Ef comme la tangente d'incidence est à celle de

l'œil, à peu près au milieu de l'intervalle des points F & G. Mais comme il faut avoir égard à tous les rayons qui sont partis de A, & entrent ensuite dans la prunelle après avoir été rompus, la détermination de ce point fait un problême extrêmement difficile, à moins qu'on ne se contente de le résoudre en partant de quelque hypothese vraisemblable, au lieu d'en chercher une solution rigoureuse. Par exemple, comme le nombre des rayons qui, étant rompus, sont dirigés comme s'ils venaient directement de G & des points voisins de G, paraît être égal au nombre de ceux qui, après avoir été rompus, sont dirigés comme s'ils venaient directement de F & des points qui en sont voisins, on doit placer le lieu Z de l'image de A entre ces limites, de manière que l'angle que forment deux rayons qui concourent à un point quelconque de la prunelle, suivant des directions qui passent par F & par G, puisse toujours être coupé en deux également par un rayon qui tombe au même point de la prunelle, suivant une direction qui passe par Z. Dans cette hypothese, prenant O pour le centre de la prunelle, le point Z se peut trouver en faisant $OF + OG : OG :: FG : GZ$. Car on aura, en divisant, $OF : OG :: FZ : GZ$; ainsi supposant trois lignes menées des points F, G & Z à un point quelconque de la prunelle, très-proche de son centre O, l'angle des deux lignes extrêmes sera toujours coupé, à très-peu près, en deux parties égales par la ligne qui passe entr'elles.

Cette remarque est dûe à Mr. Newton; de même que la détermination du point F que nous avons donnée dans cet Article. On voit aisément que cette doctrine est applicable aux rayons qui traversent obliquement une surface sphérique, en prenant pour son axe une ligne menée par son centre & par le point d'où partent les rayons incidens; ou auquel ils concourent,

réfraction,

réfraction, & Ba eſt à Da dans le même rapport, mais renverſé. Donc $Bf : Ef :: Da : Ba$, & par conſéquent $Bf : Da :: BE : BD$.

374 COROLL. II. Le foyer f ſe peut encore trouver de cette manière. Soit menée CE perpendiculaire au rayon rompu Ef, EG perpendiculaire au rayon BC, & Gf parallele aux rayons incidens; cette parallele coupera les rayons rompus à leur foyer f. Car ſoit AB coupée par EG, en H; Gf étant parallele au côté BH du triangle BEH, on a $Bf : BE :: HG : HE$, proportion qui eſt la même que dans le Théorême, à cauſe que GH & GE ſont tangentes des angles d'incidence & de réfraction GBH, GBE.

375. COROLL. III. Delà, on voit que l'angle d'incidence croiſſant continuellement, la diſtance focale Bf va ſans ceſſe en diminuant, juſqu'à ce qu'elle devienne nulle, lorſque l'angle de réfraction devient droit, ou égale au co-ſinus de réfraction, lorſque l'angle d'incidence eſt droit. Par conſéquent la diſtance focale eſt la plus grande, lorſque l'angle d'incidence eſt le plus petit, & alors ce Théorême devient le ſecond du troiſieme Chapitre (*Art.* 224), les tangentes des angles très-petits étant dans le même rapport que les ſinus de ces angles ou que les arcs qui les meſurent.

376. LEMME I. *La quantité infiniment petite dont un angle d'incidence croît, eſt à celle dont l'angle de réfraction croît en même tems, comme la tangente de l'angle d'incidence eſt à la tangente de l'angle de réfraction.*

Soient deux rayons AB, aB faiſant un angle infiniment petit ABa, rompus en B ſuivant les lignes BE, Be par un plan ou par une ſurface courbe. D'un point quelconque C de la perpendiculaire BC à cette ſurface, ſoit menée CDd coupant à angles droits, en D & en d, les rayons incidens ou leurs prolongemens; & ſoit auſſi menée CEe faiſant des angles droits en E & en e avec les rayons rompus prolongés, s'il eſt néceſſaire. Puiſque CD eſt à CE & que Cd eſt à Ce dans le même rapport des ſinus d'incidence & de réfraction, on aura Dd à Ee comme CD eſt à CE. Mais les angles infiniment petits ABa ou DBd & EBe qui ſont les petits accroiſſemens ou décroiſſemens ſimultanés des angles d'incidence & de réfraction, Fig. 497 & 498.

ſont entr'eux comme $\frac{Dd}{DB}$ eſt à $\frac{Ee}{EB}$; ils ſeront donc auſſi comme $\frac{CD}{DB}$ eſt à $\frac{CE}{EB}$; c'eſt-à-dire, dans le rapport des tangentes d'incidence & de réfraction.

377. COROLL. Donc ſi les angles d'incidence & de réfraction de l'un des rayons *ABE*, *aBe* ſont invariables, tandis que ceux de l'autre rayon ſouffrent quelque léger changement, les petits accroiſſemens ou décroiſſemens que ceux-ci recevront, ſeront toujours dans un rapport conſtant.

Fig. 495 & 496. 378. THÉORÊME V. *Qu'un rayon* AB *tombant avec telle obliquité qu'on voudra, en* B, *ſur une courbe réfringente, ſoit rompu ſuivant* BF *donnée de poſition; ſoit* Ba *la diſtance focale de rayons venant parallélement à* FB, & Bf *la diſtance focale d'autres rayons venant parallélement à* AB ; *ſuppoſant enſuite que les rayons incidens viennent d'un point quelconque* A *ou concourent à ce point, ſi l'on fait* Aa *eſt à* aB *comme* Bf *eſt à* fF, *& qu'on place* fF *relativement à* fB, *comme* aA *l'eſt par rapport à* aB, F *ſera le foyer des rayons rompus.*

Fig. 499. Soit *AGF* le rayon le plus proche de *ABF*; menant *aG* & *fG*, il eſt clair, par les ſuppoſitions qu'on a faites, qu'un rayon *aG* ſera rompu en *G* ſuivant *GH* parallele à *BF*, & qu'un rayon *fG* le ſera ſuivant *GI* parallele à *BA*. Mais l'angle *AGa* eſt à l'angle *FGH* ou *GFf* dans un rapport conſtant (*Art. 377*), dans lequel ſont auſſi les angles *aAG* ou *AGI* & *fGF*, par le même Article. Donc l'angle *AGa* : l'angle *aAG* :: l'angle *GFf* : l'angle *fGF*; & les ſinus de ces petits angles étant dans le même rapport que ces angles, les côtés oppoſés à ces angles, dans les triangles *AGa*, *GFf*, ſeront auſſi dans le même rapport (*Art. 221*), c'eſt-à-dire, que *Aa* : *aG* :: *Gf* : *fF* ou *Aa* : *aB* :: *Bf* : *fF* (*Art. 204*)*. Que *A* s'approche de *a*, & enfin co-incide avec ce point, alors *fF* deviendra infinie; & par conſéquent ſi *A* paſſe de l'autre côté de *a*, le point *F* paſſera de l'autre côté de *f*.

* 617. Ce point *F* ſe peut auſſi trouver par le calcul, la courbe *Bb* (*Fig. 492*) étant donnée. Soit *BC* le rayon de courbure au point *B*; *Ab* un rayon infiniment proche du rayon *AB*, & ſoit menée *bF*. Du point *C* ſoient abaiſſées les perpendiculaires *CD*, *Cd* ſur les rayons incidens prolongés, & *CE*, *Ce* ſur les rayons rompus. Enfin des centres *A* & *F* ſoient décrits les petits arcs *Bd'*, *Be'*.

379. COROLL. Lorſque le rayon ABF eſt donné de poſition, fF eſt réciproquement comme Aa.

380. PROBLÊME II. *Étant donné le point d'où part un pinceau étroit de rayons tombant ſous telle obliquité qu'on voudra, ſur un grand cercle d'une ſphere d'une matière homogene, trouver le foyer des rayons rompus en ſortant de la ſphere, après avoir été réfléchis par ce grand cercle un certain nombre de fois.*

Soit $ABCDEZ$ la route d'un rayon incident en B, réfléchi un certain nombre de fois, par exemple, aux points C & D, & ſortant enſuite en E. Soit A le point d'où partent les rayons incidens; F leur foyer après avoir été rompus en B; G leur foyer, après avoir été réfléchis en C & en D, & H leur foyer Fig. 500.

Soient faites enſuite $AB = a$, $BD = b$, $BE = c$, le petit arc $Bd' = dx$; & ſoit le ſinus d'incidence CD au ſinus de réfraction CE comme 1 eſt à m, le rayon étant $BC = r$. A cauſe des triangles rectangles ſemblables BDC, Bbd'; BEC, Bbe', on a ces analogies, $BD : BC :: Bd' : Bb$; $BE : BC :: Be' : Bb$, & par conſéquent $BD : Bd' :: BE : Be'$, ce qui donne $Be' = \frac{cdx}{b}$. Les triangles ABd', ADd donnent $Dd = \frac{adx + bdx}{a}$; & à cauſe que $Cd : Ce$ & $CD : CE :: 1 : m$, on a $Ee = \frac{madx + mbdx}{a}$. Enfin les triangles FBe', FEe étant ſemblables, on a $Be' - Ee : Be' :: BF - EF$ ou $BE : BF$, ce qui donne $BF = \frac{acc}{ac - mab - mbb}$, & par conſéquent le point cherché F, après que la poſition du rayon rompu BF aura été déterminée.

618. Si les rayons au lieu de tomber divergens ſur la courbe réfringente, tombent convergens, leur point de concours ſe trouvant alors de l'autre côté de la courbe, a devient négative, & par conſéquent on a alors $BF = \ldots\ldots \frac{-acc}{-ac + mab - mbb} = \ldots \frac{acc}{ac - mab + mbb}$.

619. Si la courbe eſt concave vers les rayons incidens, alors b & c deviennent négatives, & par conſéquent on a $BF = \frac{acc}{mab - ac \mp mbb}$, le ſigne $-$ étant pour le cas où les rayons tombent divergens, & le ſigne $+$ pour celui où ils tombent convergens.

620. Si les rayons incidens étaient paralleles, il eſt clair que a étant $= \infty$, le terme mbb diſparaîtrait dans ces formules.

621. Si les rayons au lieu de paſſer d'un milieu plus rare dans un milieu plus denſe, paſſent au contraire d'un milieu plus denſe dans un plus rare, & que le rapport de réfraction en paſſant dans ce milieu plus rare ſoit égal à celui de m à 1, les formules précédentes deviendront propres à ce cas, en y introduiſant m à la place de 1, & 1 à la place de m.

622. Si le point A était placé ſur le rayon de courbure prolongé s'il eſt néceſſaire, & que les rayons tombaſſent infiniment près du Point B, où ce rayon rencontre la courbe, il eſt clair qu'alors on aurait $b = c = r$, & qu'il ne s'agirait que de ſubſtituer r à la place de b & de c, dans les formules pour les rendre propres à exprimer le foyer cherché, lequel ſerait ſur le rayon de courbure ou ſur ſon prolongement. Ces formules ſe changeront préciſément en celles que nous avons trouvées dans les Notes du Chapitre III de ce Livre pour le foyer des rayons qui tombent infiniment près de l'axe d'une ſurface ſphérique réfringente.

après avoir été rompus en E à leur ſortie de la ſphere. Pour trouver ces foyers, ſoient Bf & Ba les diſtances focales de rayons venant parallélement, les uns à AB, les autres à FB, & ſoit fait $Aa : aB :: Bf : fF$, ce qui donne le foyer F, en plaçant Ff par rapport à Bf, comme Aa l'eſt par rapport à aB (*Art. 378*). Du centre S de la ſphere, ſoient menées SL, SN perpendiculaires aux cordes extrêmes BC, DE, & du côté des premier & dernier points de réflexion C & D, ſoient priſes LT & NV, chacune à LC ou ND, comme l'unité eſt au double du nombre de réflexions ; enſuite, comme F eſt le point où concourent les rayons incidens en C, il faudra faire $TF : TL :: TL$ ou $VN : VG$, ce qui donnera le foyer G après la dernière réflexion en D, en plaçant VG par rapport à VN, comme TF l'eſt par rapport à TL (*Art. 365*). Enfin ſoient Eg & Eh les diſtances focales de rayons venant parallélement, les uns à ZE, les autres à GE ; les rayons réfléchis ſe réuniſſant en G, d'où ils vont tomber enſuite en E, ſoit fait $Gg : gE :: Eh : hH$, ce qui donnera le foyer cherché H des rayons émergens, en plaçant hH relativement à Eh, comme Gg l'eſt par rapport à gE (*Art. 378*).

381. COROLL. I. Si l'on ſuppoſe que le pinceau incident ait autour du point A un mouvement angulaire dans le plan du cercle $BCDE$, les proportionnelles Aa, aB, Bf, fF changeront toutes de longueur (*Art. 375*), de même que TL ; & lorſque TF, TL, Tf ſont en proportion continue, les rayons émergens ſeront paralleles à EZ. Car nous avions $Gg : gE :: Eh : hH$; donc hH devient infinie, lorſque Gg eſt nulle, c'eſt-à-dire, lorſque VG eſt égale à Vg ou Tf, qui ſont toujours égales, parce que les cordes BC, DE le ſont ainſi que les réfractions en E & en B. Mais, par conſtruction, TF, TL, VG ſont toujours en proportion continue ; donc lorſque VG & Tf ſont égales, TF, TL, Tf ſont auſſi en proportion continue.

382. COROLL. II. Donc ſi les rayons incidens ſont paralleles, les rayons émergens le ſeront auſſi, lorſque Tf & TL deviennent égales, & conſéquemment lorſque Lf eſt à LC comme l'unité eſt au nombre de réflexions. Car lorſque le point rayonnant A eſt infiniment éloigné, le foyer F co-incide avec f,

& par conséquent TF, TL, Tf qui sont en proportion continue (*Art. précéd.*), deviennent égales.

383. COROLL. III. Donc, menant SM perpendiculaire à AB prolongée, & désignant par n le nombre des réflexions, si les rayons incidens sont paralleles, les rayons émergens le seront aussi lorsque $BL : BM :: (n + 1)\, SL : SM$. Car nous avons, par le Coroll. précédent, $n : 1 :: LC$ ou $LB : Lf$, ce qui donne $n + 1$ est à 1 comme Bf est à Lf, c'est-à-dire, en raison composée de SM à SL & de BL à BM (*Art. 369*); donc, multipliant par le rapport de SL à SM, nous aurons $(n + 1)\, SL : SM :: BL : BM$.

384. COROLL. IV. Mettant donc $I : R :: SM : SL$, & $m = n + 1$, nous aurons $BM : BS :: \surd(II - RR) : \surd[(mm - 1)RR]$; ce qui détermine l'angle d'incidence SBM, lorsque les rayons qui viennent paralleles à AB, sortent paralleles à EZ. Car à cause que $SM : SL :: I : R$, on a $SM \pm SL : SM :: I \pm R : I$; & dans le Coroll. précéd. nous avons $BL \pm BM : BM :: mR \pm I : I$. Mais $SM^2 + BM^2 = SL^2 + BL^2$, ou $SM^2 - SL^2 = BL^2 - BM^2$, ou $(SM + SL)(SM - SL) = (BL - BM)(BL - BM)$ qui donne $SM + SL : BL + BM :: BL - BM : SM - SL$ qui se change en $\frac{I+R}{I} SM : \frac{mR+I}{I} BM :: \frac{mR-I}{I} BM : \frac{I-R}{I} SM$; d'où l'on tire $(II - RR)\, SM^2 = (mmRR - II)\, BM^2$ qui donne $BM^2 : SM^2 :: II - RR : mmRR - II$, & par conséquent $BM^2 : BS^2 :: II - RR : (mm - 1)\, RR$; donc enfin $BM : BS :: \surd(II - RR) : \surd[(mm - 1)\, RR]$.

385. PROBLÊME III. *Étant données les positions & la nature de deux courbes qui séparent trois milieux donnés, & supposant que des rayons paralleles qui forment un faisceau étroit, viennent, à travers un des milieux extérieurs, tomber sur ces courbes, sous telle obliquité qu'on voudra; trouver leur foyer, après avoir été rompus par ces courbes.*

Soit $aAbcCd$ un rayon rompu en A & en C par les deux courbes données AB, CD; soient, sur ce rayon, a & d les foyers qu'auraient des rayons paralleles & très-proches de AC dans le milieu intérieur, après avoir été rompus par les courbes Fig. 501.

AB & CD en paſſant de ce milieu dans les milieux extérieurs. Et ſoient b & c les foyers de rayons reſpectivement paralleles à aA & à DC dans les milieux extérieurs, rompus en paſſant dans le milieu interieur. Ces foyers ſe peuvent trouver par l'Article 372. Soit fait enſuite $cb : bA :: aA : aI$, & plaçant aI par rapport à aA, comme bc l'eſt relativement à bA, le point I ſera le foyer des rayons paralleles qui viennent tomber ſur la courbe CD, en traverſant le milieu extrême qu'elle limite, & ſont rompus par cette courbe & la ſuivante AB (*Art* 378); parce que ces rayons ſe réuniſſent en c après leur première réfraction. De même, on fera $bc : cC :: Cd : dH$; & plaçant dH par rapport à dC, comme cb l'eſt relativement à cC, le point H ſera le foyer des rayons paralleles qui viennent en traverſant l'autre milieu extérieur, tomber ſur AB (*Art.* 378).

Fig. 502. 386. COROLL. I. Suppoſons que les deux ſurfaces AB, CD appartiennent à une ſphere d'une matière homogene, dont S ſoit le centre : ſoit menée SM perpendiculaire au rayon incident aA prolongé, & SN perpendiculaire au rayon émergent dC auſſi prolongé. Soient diviſées en deux également aM & dN, l'une en I, l'autre en H; les points I, H ſeront les foyers de rayons qui tombent ſur la ſphere, paralleles à dC & à aA. Car diviſant AC en deux également en L, on a $Lc : LC :: Cd : CN$ (*Art.* 373), qui donne $Lc : cC :: Cd : dN$; mais, par le Théorême, on a bc ou $2Lc : cC :: Cd : dH$, & par conſéquent $2Lc \times dH = cC \times Cd = Lc \times dN$; donc $dH = \frac{1}{2} dN$: on trouve de même que $aI = \frac{1}{2} aM$.

387. COROLL. II. Nous avions (*Art.* 372) Cd eſt à CN comme la tangente du plus petit des angles d'incidence & de réfraction eſt à la différence de leurs tangentes; par conſéquent le foyer H tombe hors la ſphere ou dedans, ſuivant que la tangente la plus petite eſt plus grande ou moindre que la différence de ces tangentes; différence qui croît à l'infini pendant que les angles d'incidence & de réfraction croiſſent, c'eſt-à-dire, pendant que le rayon AC s'écarte de plus en plus du centre de la ſphere.

388. PROBLÊME IV. *Étant donné le point d'où partent les rayons incidens, trouver leur foyer, après avoir été rompus*

par deux courbes données qui ſéparent trois milieux donnés.

Soient, dans le rayon $IaACdH$ donné de poſition, a & d les foyers qu'auraient des rayons paralleles & très-proches de AC dans le milieu intérieur, en conſéquence des réfractions qu'ils ſouffriraient en traverſant AB & CD, en paſſant dans les milieux extérieurs. Soient de plus I & H les foyers d'autres rayons qui viendraient dans les milieux extérieurs, les uns parallélement à CH & les autres parallélement à AI, & ſeraient rompus par les mêmes courbes. Soit actuellement P le point d'où partent les rayons qui tombent ſur la ſurface AB, I & a les foyers de ces rayons qui ſont ſuppoſés venir en ſens contraire des rayons incidens; faiſant $PI : Ia :: dH : HR$, & plaçant HR relativement à Hd, comme IP l'eſt par rapport à Ia, le point R ſera le foyer des rayons partis de P, après avoir été rompus par les courbes AB & CD. Fig 501.

Car faiſant $Pa : aA :: Ab : bQ$, & plaçant bQ comme à l'ordinaire, le point Q ſera leur foyer, après avoir été rompus par AB (*Art. 378*); les rayons tombant donc ſur la courbe CD, après s'être réunis en Q, ſi l'on fait $Qc : cC :: Cd : dR$, & qu'on place dR comme on a coutume, R ſera leur foyer, après les deux réfractions qu'ils auront ſouffertes. Mais, par la première de ces proportions & de celles du Problême précédent, $Pa \times bQ = bc \times aI$, & par les ſecondes, $Qc \times dR = bc \times dH$. Les deux premiers rectangles donnent $Ia : Pa :: bQ : bc$, d'où & des ſeconds on tire $PI : Pa :: dH : dR$, qui devient $PI : Ia :: dH : HR$.

389. COROLL. I. Donc lorſque le rayon $IACH$ eſt donné de poſition, HR eſt réciproquement comme PI, à cauſe que le rectangle $Ia \times dH$ eſt invariable.

390. COROLL. II. On a, dans la ſphere, $PI : IM :: NH : HR$, ce qui donne le foyer R, en plaçant HR par rapport à HN, comme IP l'eſt par rapport à IM; parce que nous avons eu (*Art. 386*) $IM = Ia$, & $HN = Hd$. Fig 502.

391. PROBLÊME V. *Etant données les poſitions & la nature de trois courbes qui ſéparent quatre milieux donnés, & ſuppoſant qu'un faiſceau étroit de rayons paralleles vienne à travers un des milieux extérieurs, tomber, ſous telle obliquité qu'on voudra, ſur ces courbes; trouver leur foyer, après toutes les réfractions.*

Fig 503. Supposant les foyers a & d, I & H déterminés par le Problême précédent, pour deux surfaces qui se suivent, telles que AB, CD; soit le rayon CeE rompu par la surface EF suivant EfM; & soient e, f les foyers de rayons venant parallélement, les uns à ME, & les autres à CE, & rompus ensuite par la surface EF. Les rayons qui viennent paralleles à ME se réunissant en e, & allant ensuite tomber sur CD, on fera $eH : Hd :: aI : IL$, & plaçant IL comme on a coutume, le point L sera le foyer des rayons qui tombent paralleles sur la courbe EF, après avoir été rompus par les trois courbes (*Art.* 388). Et si l'on fait $He : eE :: Ef : fM$, & qu'on place fM comme d'ordinaire, M sera le foyer des rayons qui tombent paralleles sur la courbe AB (*Art.* 378).

392. PROBLÊME VI. *Étant donné le point d'où vient un pinceau étroit de rayons, qui tombent, avec telle obliquité qu'on voudra, sur un nombre quelconque de courbes données qui séparent des milieux donnés, trouver le foyer des rayons émergens.*

Fig 504. Soient I & f les foyers qu'auraient, en conséquence des réfractions que souffriraient en passant dans les milieux extérieurs, des rayons paralleles au rayon donné, & très-proches de ce rayon dans l'un des milieux intérieurs, par exemple, dans le milieu CE; & soient L & M les foyers d'autres rayons qui viendraient paralleles, les premiers à ME & les autres à LA, & sont ensuite rompus par toutes les courbes. Soit P le point d'où partent les rayons incidens, L & I les foyers de ces rayons qui sont supposés venir en sens contraire des rayons incidens; faisant $PL : LI :: fM : MS$, & plaçant MS par rapport à Mf, comme LP l'est par rapport à LI, le point S sera le foyer, après toutes les réfractions, des rayons partis de P.

Cela se démontre par le Problême précédent, comme on a démontré le cinquieme problême par le quatrieme. Et il est facile de voir que la regle qui sert pour trois surfaces est applicable à tel autre nombre qu'on voudra. Les mêmes regles & les mêmes démonstrations serviront aussi pour trouver le foyer de rayons successivement réfléchis par un nombre quelconque de courbes, en citant le premier Théorême au lieu du cinquieme.

Des

393. Si un nombre infini de rayons incidens *AB*, *AB*, &c. qui sont tous dans un même plan, ne concourent pas dans un point ou foyer unique, après leur dernière réflexion ou réfraction, mais se coupent mutuellement dans une infinité de points, une courbe *FFF* qui touchera chacun des rayons réfléchis ou rompus *BF*, *BF*, &c. prolongés, s'il est nécessaire, sera nommée *Caustique par réflexion* ou *par réfraction*, suivant qu'elle touchera des rayons réfléchis ou des rayons rompus. Fig. 505 & 506.

394. COROLL. I. Soient deux tangentes quelconques *BF*, *BF* se coupant mutuellement en *G*; si l'on suppose que ces tangentes s'approchent l'une de l'autre jusqu'à co-incider, les points de contact & celui d'interfection s'approcheront les uns des autres, & à la fin co-incideront aussi. D'où l'on voit qu'un rayon réfléchi ou rompu touche la caustique au point où son intersection avec le rayon le plus proche s'évanouit, lorsqu'ils sont supposés co-incider.

395. COROLL. II. si donc l'on conçoit que deux rayons incidens, infiniment proches l'un de l'autre, tournent, dans le plan d'incidence, autour du point *A* d'où ils viennent, le foyer *F* ou intersection des rayons réfléchis ou rompus décrira la caustique dont il est question, laquelle est nommée réelle ou imaginaire, suivant que *F* est le foyer de rayons convergens ou de rayons divergens.

396. LEMME II. *Soit* A *le point d'où partent les rayons qui tombent sur un cercle* b'BH *dont le centre est* C. *Dans l'angle d'incidence* ABC, *ou dans son supplément, soit menée par* A, *une ligne* AI *égale au rayon incident* AB; *le rayon réfléchi* BF *sera parallele à* AI; *ce qui est évident.* Fig. 507, 508, 509 & 510.

397. COROLL. I. Soit mené l'axe *AC*, coupant le cercle perpendiculairement en *b'* & en *B*, & soient les lignes *AL*, *AL*, lesquelles le touchent en *L* & en *L*; les points *L*, *L*, diviseront la circonférence en deux arcs, dont l'un *LBL*, le plus éloigné de *A*, sera concave vers *A*, & l'autre *Lb'L*, le plus proche de *A*, sera convexe vers ce point. Et lorsque le point *B* tombe en *L*, le point *I* y tombe aussi, & le rayon réfléchi se meut dans la direction du rayon incident.

398. COROLL. II. Soient menées, dans le cercle réfléchissant, deux lignes *AH*, *AH* égales chacune à la distance *AC* du point rayonnant *A* au centre; les rayons réfléchis par l'arc le plus éloigné *HBH* convergeront vers l'axe *AC*, & les rayons réfléchis par l'arc le plus proche *Hb'H*, divergeront de ce même axe; & les deux rayons *HF*, *HF*, qui sont réfléchis aux points *H*, *H*, étant paralleles à l'axe *AC*, sépareront les rayons convergens des rayons divergens. Car supposant que le rayon *AB* s'approche de *AH*, & co-incide avec cette ligne, la ligne *AI* s'approchera aussi de *AC*, & co-incidera avec elle; & alors le rayon réfléchi *BF*, qui est toujours parallele à *AI*, deviendra parallele à *AC*. Mais tant que *AB* est plus courte que *AH* ou *AC*, *AI* égale à *AB*, est aussi plus courte que *AC*, & par conséquent est située du même côté de l'axe *AC* que *AB*; de sorte que le rayon réfléchi *BF*, étant parallele à *AI*, diverge de l'axe *AC*. Et au contraire, tant que *AB* est plus longue que *AH* ou *AC*, son égale *AI* est aussi plus longue que *AC*, & est par conséquent située du côté de l'axe *AC*, opposé à celui où est *AB*; ainsi *BF* étant parallele à *AI*, convergera alors vers l'axe *AC*.

399. COROLL. III. D'où l'on voit que, lorsque la distance du point rayonnant *A* au centre est plus petite que la moitié du demi-diametre, les rayons réfléchis par le cercle entier convergent tous vers l'axe *AC*.

Des Caustiques par réflexion.

Fig. 511. 400. CAS I. Soit le point *A* d'où viennent les rayons incidens, hors le cercle réfléchissant *LBLb'*; soient les droites *AL*, *AL*, lesquelles touchent ce cercle en *L* & en *L*. Si l'on suppose que le point d'incidence *B* décrive l'arc *LBBL* concave vers le point *A*, le foyer *F* d'un pinceau infiniment mince décrira en même tems une caustique réelle *LFFL* (*Art.* 395); & tandis que le point d'incidence *b'* décrira l'arc *Lb'b'L*, convexe vers *A*, le foyer *F'* décrira une caustique imaginaire *LF'F'L* (*Art.* 395). Ces caustiques sont contenues toutes deux dans le cercle réfléchissant, & sont composées chacune de deux parties semblables & égales, situées de chaque côté de l'axe *AC*, dans lequel ces parties se réunissent de part & d'autre du centre *C*, en faisant une pointe

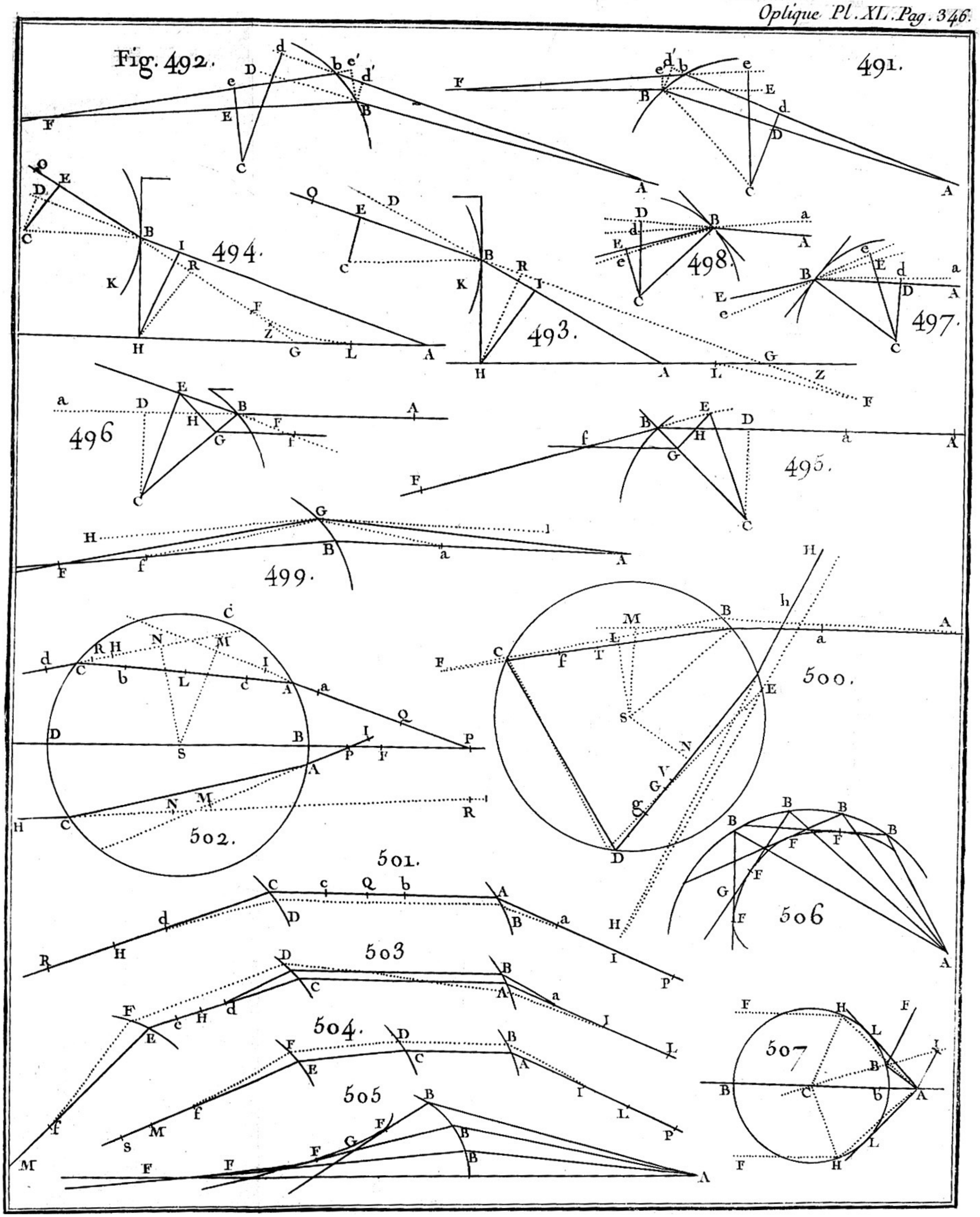


Fig. 492.
491.
494.
493.
498.
497.
496
495.
499.
500.
502.
501.
506
503
504.
505
507

ou rebrouſſement en F & en F'. Tout cela eſt évident par l'Art. 359, en vertu duquel $Bf = Ba = \frac{1}{4} Bb'$, & $Aa : aB :: Bf : fF$; de ſorte que, pendant que AB & Ab' ſe meuvent de AL vers l'axe AC, la tangente BF croît continuellement.

401. CAS II. Si le point rayonnant A eſt infiniment éloigné, la tangente BF de la cauſtique ſera égale par-tout à Bf ou Ba ou au quart de la corde Bb' décrite par le rayon incident. Fig. 512.

402. CAS III. Si le point rayonnant A eſt dans la circonférence du cercle réfléchiſſant, la tangente BF de la cauſtique ſera égale par-tout au tiers de la corde décrite par le rayon réfléchi ou par le rayon incident. Car Bf ou Ba étant égale à $\frac{1}{4} AB$, on a Aa eſt à aB comme Bf eſt à fF comme 3 eſt à 1; de ſorte que $fF = \frac{1}{12} AB$, & par conſéquent $BF = \frac{1}{3} AB$. La cauſtique imaginaire s'évanouit, dans le cas préſent, & les deux parties de la réelle ſe réuniſſent en A & y touchent le cercle. Fig. 513.

403. CAS IV. Si le point rayonnant A eſt dans l'intérieur du cercle, & ſa diſtance au centre plus grande que le quart du diametre $b'B$ de ce cercle, les rayons réfléchis par le point le plus proche b' divergeront d'un point F', ſur ce diametre prolongé (*Art.* 207), qui ſera un point de rebrouſſement d'une cauſtique imaginaire. Outre ce point de rebrouſſement F' & un autre correſpondant F formé par des rayons réfléchis à l'autre extrémité B du même diametre $b'B$, il y en aura encore deux autres R & S de chaque côté de ce diametre. Ces trois points appartiennent à une cauſtique réelle, qui a deux branches RF, SF, qui s'étendent à l'infini, & ont pour aſſimptotes BF, BF; ces aſſimptotes le ſont auſſi de deux autres branches $F'F$, $F'F$ qui appartiennent à la cauſtique imaginaire dont nous avons parlé; mais ces branches ſont de l'autre côté de ces aſſimptotes, & s'étendent du côté oppoſé à celui des branches réelles RF, SF. Car ſuppoſons que le point d'incidence B ſe meuve dans la circonférence du cercle, à commencer du point b'; tant que le rayon incident AB eſt plus petit que le $\frac{1}{4}$ de la corde BAB, les rayons réfléchis divergent & forment par leurs concours, étant prolongés, la cauſtique imaginaire $F'F$ (*Art.* 359); & lorſque AB eſt égal au quart de la corde dont il décrit une partie, le rayon Fig. 514.

réfléchi devient une aſſimptote BF, ou une tangente à la courbe à une diſtance infinie ; & par conſéquent lorſque AB eſt plus grand que le quart de la corde qu'il décrit en partie, les rayons réfléchis convergent l'un vers l'autre, & forment une branche oppoſée RF par le mouvement de leur foyer F, qui d'abord s'approche du point d'incidence B, juſqu'à un certain degré, & enſuite s'en éloigne à meſure que la corde dont le rayon incident décrit une partie, devient plus grande ; de ſorte que de ces mouvemens contraires de F réſulte un point de rebrouſſement en R, &c.

Fig. 514 & 515. 404. CAS V. Si le point A eſt au milieu du demi-diametre $b'C$, le point de rebrouſſement F' étant alors à une diſtance infinie, les aſſimptotes BF, BF co-incideront avec l'axe ; & ſi l'on ſuppoſe que A s'approche du centre C, les deux branches RF, SF ſe rencontreront à une diſtance finie AF' du côté oppoſé à A ; de ſorte que la cauſtique aura quatre points réels de rebrouſſement ; enfin A parvenant au centre, la cauſtique ſe réduit à un point qui y tombe auſſi.

405. CAS VI. Enfin, ſi les rayons incidens tombent ſur le côté oppoſé du cercle, convergens vers A, toutes ces cauſtiques ſeront abſolument les mêmes qu'auparavant, à l'exception que ce qui était réel, ſera imaginaire & réciproquement.

Fig. 516. 406. Pluſieurs de ces cauſtiques ſe peuvent décrire à peu près de la même manière qu'une cycloïde. Par exemple, dans le troiſieme cas, où nous avons ſuppoſé le point rayonnant A ſur la circonférence, & où la tangente BF de la cauſtique eſt le tiers de la corde AB du cercle réfléchiſſant, ſoit diviſé un demi-diametre quelconque BC en trois parties égales CD, DE, EB, & du centre C & du rayon CD ſoit décrit un cercle DK, coupant AC prolongé en K ; enſuite du point E pris pour centre & du rayon ED ou EB ſoit décrit le cercle BFD, lequel coupe en F, le rayon réfléchi BF ; alors ſi ce cercle BFD roule ſur la convexité du cercle DK, le point donné F de ce cercle mobile décrira la cauſtique AFK. Car menant EF, puiſque les triangles iſoſcelles BEF, BCA ſont ſemblables, & que BE eſt le tiers de BC, BF ſera le tiers de BA, & par conſéquent le point F appartient à la cauſtique (*Art. 402*) ; & puiſque les angles DEF, DCK, qui ſont les ſupplémens des angles égaux BEF, BCA, ſont égaux, les arcs

DF, *DK* décrits avec des rayons égaux, le ſont auſſi.

407. On peut auſſi déterminer, au moyen de l'Art. 359, la cauſtique d'une courbe quelconque, dont le rayon de courbure en chaque point eſt connu. Par exemple, ſoit une ſpirale logarithmique *AHB*, dont *A* eſt le pole; ſoit la ligne *GAC* perpendiculaire ſur le rayon *AB* de cette courbe, laquelle rencontre en *C*, *CB* perpendiculaire à la tangente *BG*; de même que le ſommet *B* de l'angle mobile *ABG* décrit la ſpirale *BH*, le point *C* de l'angle *ACB* égal à *ABG*, décrira une autre ſpirale logarithmique *ACI* autour du même pole *A*. D'où l'on voit que *C* eſt le centre & *CB* le demi-diametre d'un cercle d'une courbure égale à celle de la première ſpirale en *B*; parce que *CB* lui eſt perpendiculaire en *B*, & eſt tangente de l'autre ſpirale en *C*. Fig. 517.

Préſentement ſuppoſant le point *A*, d'où partent les rayons incidens, ſur la ſpirale *AHB*, le foyer des rayons réfléchis, tels que *BF*, décrira une troiſieme ſpirale logarithmique *AF*, qui ne differera des premières que dans la poſition. Car du centre *C* d'un cercle de courbure égale à celle de la ſpirale en *B*, ſoient menés les ſinus d'incidence & de réflexion *CD*, *CE* ſur *AB* & *BF*; puiſque *D* tombe toujours en *A*, le foyer *F* tombera toujours en *E* (*Art. 359*); & parce que *AB*, *BE* ſont égales & également inclinées à la perpendiculaire *BC*, & par conſéquent à la tangente *BG*, la ligne *AF* ſera parallele à *BG*; de ſorte que l'angle *AFB* fait par *AF* & par la tangente *BF* de la cauſtique en *F*, ſera égal à l'angle invariable *ABG*.

408. La longueur de telle partie qu'on voudra d'une cauſtique engendrée par une courbe quelconque, eſt égale à la ſomme du rayon incident & du rayon réfléchi qui termine une des extrémités de cette partie, diminuée de la ſomme du rayon incident & du rayon réfléchi qui termine l'autre extrémité.

Qu'on ſe repréſente la tangente *BF* comme une ligne flexible, comme un fil, par exemple, étendu ſur la convexité de la cauſtique, de manière qu'il en meſure la partie à laquelle il eſt appliqué. Ayant fait la même conſtruction que dans le Théorême premier, puiſque les triangles Bbd', Bbe' ſont égaux, comme on l'a fait voir à cet endroit, l'augmentation infiniment petite bd' du rayon incident *BA*, eſt égale par-tout à la diminution infiniment petite be' du fil BFF' fixé par ſon Fig. 518.

extrémité F' en un point quelconque F'; & si le point B se meut du côté opposé, les petites diminutions que AB souffre, sont par-tout égales aux accroissemens infiniment petits du fil. Ainsi prenant les sommes correspondantes de ces accroissemens ou diminutions, il s'ensuit, lorsque AB, BF sont en tel autre endroit qu'on voudra, comme Ab', $b'F'$, que lorsque AB croît, $Ab' - AB = F'F + FB - F'b'$, & que par conséquent $Ab' + b'F' - AB - FB = FF'$, portion de la caustique; & que lorsque AB diminue, $AB - Ab' = Ff' + f'b' - FB$, & que par conséquent $AB + BF - Ab' - b'f' = Ff'$.

Fig. 513. 409. D'où il suit que, dans le troisieme cas, lorsque A est dans la circonférence, la longueur de la portion AF de la caustique est égale à $AB + BF$, c'est-à-dire, à $\frac{4}{3} AB$; & que dans le second cas, où les rayons incidens sont paralleles, la portion $LF = DB + BF = \frac{3}{2} DB$, la ligne DB étant la moitié de Bb'. Fig. 512

Fig. 519. 410. Si l'on veut déterminer la densité des rayons dans tel endroit qu'on voudra d'une caustique, voici comme on y parviendra. Soient les rayons incidens AB, Ab réfléchis par un arc très-petit Bb d'une courbe quelconque BI dont l'axe est AI, & soit la caustique FfK touchée en F & en f, par les rayons réfléchis. Du point A pris pour centre & avec un rayon quelconque AC, soit décrit un arc CpP coupant les rayons incidens AB, Ab, l'un en P, l'autre en p; la densité des rayons dans le petit arc Ff sera à la densité uniforme des mêmes rayons dans l'arc Pp, comme Pp est à Ff. Car supposant que tous les rayons qui tombent sur l'arc Bb soient réfléchis régulièrement, il y aura à chaque instant le même nombre de rayons dans les lignes Pp, Ff; & par conséquent leur densité dans ces lignes sera réciproquement comme les longueurs de ces lignes: si donc l'on suppose la grandeur de l'arc Pp invariable, la densité des rayons dans la petite partie Ff sera réciproquement comme sa longueur.

411. Soient menées les lignes PQ, FG perpendiculaires à l'axe AI; si la figure entiere tourne au tour de cet axe, tous les rayons qui viennent de A & sont réfléchis par la surface décrite par la courbe BI, toucheront la surface courbe engendrée par le mouvement circulaire de la caustique $EFfK$; & la densité des rayons dans une partie quelconque de cette surface,

décrite par un petit arc Ff, sera à la densité uniforme des rayons incidens, dans la surface sphérique décrite par l'arc CPp, comme le rectangle sous Pp & PQ est au rectangle sous Ff & FG; car il y a à chaque instant le même nombre de rayons dans les anneaux décrits par le mouvement circulaire des lignes Pp, Ff; & leurs densités étant uniformes dans chaque anneau, sont réciproquement comme les grandeurs de ces anneaux. Mais l'anneau qui est décrit par Pp, est égal au rectangle sous Pp & la circonférence que décrit le point P, & l'anneau décrit par Ff, est égal au rectangle sous Ff & la circonférence décrite par le point F; & comme le rapport de ces circonférences est le même que celui de leurs rayons, le premier rectangle est au second comme $Pp \times PQ$ est à $Ff \times FG$.

412. Pour donner un exemple ou deux de cette dernière regle, supposons que la surface réfléchissante ABI soit une surface sphérique, & soit le point rayonnant A dans cette surface, dont le centre est C, & soit le demi-diametre AP égal à AC; la densité des rayons en F dans la surface, qui est la caustique de la surface sphérique ABI, sera à la densité uniforme des rayons incidens, dans la surface sphérique CP, comme le demi-diametre AC est aux $\frac{8}{3}$ de l'ordonnée FG. Car la longueur de la portion AEF de la courbe AFK, caustique de la demi-circonférence ABI, est égale à $\frac{4}{3}$ AB (*Art.* 409), & par conséquent une partie infiniment petite Ff de cette caustique est égale aux $\frac{4}{3}$ de la partie infiniment petite correspondante de AB, c'est-à-dire, que $Ff = \frac{4}{3} bd'$. Soit menée CD perpendiculaire à AP, laquelle sera égale à PQ; à cause que les triangles PpA & $Bd'A$, $Bd'b$ & BCD sont semblables, le rapport de Pp à Ff étant composé de ceux de Pp à Bd', de Bd' à bd' & de bd' à Ff, est composé de ceux de AP à AB ou $2BD$, de BD à CD & de 3 à 4, & par conséquent égal au rapport simple de $3AP$ à $8CD$ ou $8PQ$. Donc, par l'Article précédent, la densité en F est à la densité en P ou C comme $3AP \times PQ$ est à $8PQ \times FG$, ou comme AC est à $\frac{8}{3}$ FG.

413. Delà, menant bH perpendiculaire à l'axe ACI, la

densité en F dans la surface courbe qui est la caustique de la surface sphérique, est comme son ordonnée FG, ou comme le rectangle sous bH & HI : car je trouve que FG est à bH comme HI est à $\frac{3}{2}$ IC, ce qui ne mérite pas la peine d'être démontré. D'où l'on voit que la densité des rayons est infiniment plus grande dans l'axe en K & en A, qu'à une distance finie quelconque de cet axe.

Fig. 520. 414. Lorsque le point rayonnant A est infiniment éloigné de la surface sphérique réfléchissante LBI, la densité des rayons en un point quelconque F de la surface courbe qui en est la caustique, engendrée par la révolution de la caustique LFK autour de l'axe ACI, est à la densité uniforme des rayons incidens sur un plan perpendiculaire CDL, comme BD est à FG, c'est-à-dire, comme le co-sinus de l'angle d'incidence est à l'ordonnée menée par le point F. Car la portion LEF de la caustique est égale à $\frac{3}{2}$ BD (*Art.* 409), de sorte que $Ff = \frac{3}{2}$ bd'. Mais Pp est à Ff en raison composée de Pp ou Bd' à bd' & de bd' à Ff, c'est-à-dire de BD à DC & de 2 à 3. Donc la densité en F est à la densité en D comme $2BD \times PQ$ est à $3CD \times FG$, ou comme BD est à $\frac{3}{2}$ FG.

415. Donc la densité en F est directement comme BD & réciproquement comme FG, ou directement comme BD & réciproquement comme le cube de CD : car je trouve que FG est à CD comme CD^2 est à CI^2. D'où l'on voit que la densité des rayons est infiniment plus grande en K, que lorsque l'ordonnée FG est d'une grandeur finie.

416. On connaît, par ces regles, dans quelle proportion est la chaleur des rayons dans chaque partie de la caustique, ainsi que son rapport avec la chaleur des rayons incidens sur une surface perpendiculaire; en supposant toutefois que la chaleur des rayons dans une surface quelconque soit proportionnelle à leur densité, quelle que soit leur inclinaison mutuelle.

Fig. 521 & 522. 417. LEMME III. *Soit inscrit, dans l'angle d'incidence* ABC *ou dans son supplément, une ligne* AI *qui soit à* AB *comme le sinus d'incidence est au sinus de réfraction ; le rayon rompu* BF *sera parallele à* AI.

Car dans le triangle ABI, le sinus de l'angle ABI est au sinus finus de l'angle AIB comme AI eft à AB, c'eft-à-dire, par conftruction, comme le finus d'incidence au finus de réfraction. Mais ABI eft l'angle d'incidence ou eft fon fupplément; ainfi AIB ou IBF eft l'angle de réfraction ou fon fupplément.

Il faut obferver qu'un cercle dont le centre eft A, & AI le demi-diametre, coupera BC prolongée, en deux points I & i, & que par conféquent on peut mener du point B deux lignes BF, Bf refpectivement paralleles à AI & Ai, faifant des angles égaux avec CBi de chaque côté de B : mais il eft aifé de diftinguer laquelle de ces lignes BF, Bf eft décrite par le rayon rompu, en obfervant fi la réfraction porte le rayon vers la perpendiculaire ou l'en écarte. Fig. 523.

418. COROLL. I. Delà, lorfque la furface du milieu plus denfe eft convexe, foit prife dans l'axe AC, CT à TD comme le finus d'incidence eft au finus de réfraction; & fi CA eft plus grande que CT, tous les rayons qui tombent fur l'arc DB convergeront vers le diametre CD. Car alors le rapport de CA à AB approchera toujours plus du rapport d'égalité que le rapport de CT à TD ou de IA à AB, par conftruction; & conféquemment IA & AB feront toujours de part & d'autre de l'axe AC, de forte que BF convergera toujours vers cet axe, & le coupera fous des angles plus grands à proportion que DB devient plus grand. Fig. 521 & 522.

419. COROLL. II. Mais fi CA eft plus petite que CT, foit le rayon incident AH à AC comme le finus de réfraction eft au finus d'incidence; le rayon rompu HF fera parallele à l'axe, & tous les rayons, dont les points d'incidence font plus loin de l'axe que H, convergeront vers l'axe, tandis que ceux qui en tombent plus près en divergeront. Car dans le triangle ACH, le finus de l'angle AHC eft au finus de l'angle ACH ou de CHF comme AC eft à AH, ou dans le rapport de réfraction. Or, fi AB eft plus loin de l'axe que AH, AI & AB doivent être de part & d'autre de l'axe, afin d'être dans le même rapport que AC & AH; donc BF étant parallele à AI, converge vers l'axe. Mais lorfque AB eft entre AH & AC, AI doit y être auffi; donc BF divergera de l'axe. Fig. 524 & 525.

420. COROLL. III. Lorfque les rayons incidens paffent dans un milieu plus denfe terminé par une furface convexe,

Fig. 526. ſoit élevée CE perpendiculaire à l'axe CD, & ſoit CE au demi-diametre CD ou CK, comme le ſinus de réfraction eſt au ſinus d'incidence; ſoit enſuite menée EK parallele à l'axe, & KL qui touche le cercle en K & coupe l'axe en L. Si CA eſt plus petite que CL, tous les rayons qui viennent de A divergeront de l'axe après avoir été rompus; car un rayon qui partirait de L & ſuivrait la tangente LK ſe romprait ſuivant KE, s'il entrait dans le milieu réfringent. Mais lorſque les rayons paſſent d'un milieu plus denſe dans un plus rare, ſoit CK perpendiculaire à l'axe, le demi-diametre d'un demi-cercle CEK,
Fig. 527. dans lequel ſoit inſcrite CE, qui ſoit à CK comme le ſinus d'incidence eſt au ſinus de réfraction; & menant KE qui coupe l'axe en M, ſi CA eſt plus petite que CM, tous les rayons rompus divergeront de l'axe. Car un rayon qui viendrait de M tomber en K, ſerait rompu ſuivant KF : le reſte eſt clair par le ſecond Corollaire. Si dans ce dernier cas A s'avance vers le centre & paſſe au-delà en s'approchant de la ſurface; quand ce point ſera parvenu au centre, les rayons ſortiront ſans être rompus; &
Fig. 528. quand il aura paſſé au-delà, les rayons divergeront de l'axe, mais d'un ſens contraire à celui ſelon lequel ils en divergeaient d'abord.

Fig. 529. 421. COROLL. IV. Il faut obſerver que prenant CA, CB, CG en proportion continue dans le rapport du ſinus d'incidence au ſinus de réfraction, & plaçant A & G du même côté de C, dans le milieu plus denſe, les rayons divergeront tous exactement du point donné G. Car les triangles CAB, CBG ayant les côtés proportionnels autour de l'angle commun C, ſont ſemblables; de ſorte que le ſinus de l'angle d'incidence CBA, eſt au ſinus de l'angle CBG ou CAB, comme le côté oppoſé CA eſt au côté oppoſé CB, c'eſt-à-dire, par conſtruction, dans le rapport des ſinus qui meſurent la réfraction; par conſéquent CBG eſt l'angle de réfraction, & les points A & G ſont invariables.

Fig. 530 & 531. 422. COROLL. V. Si les rayons incidens tels que AB viennent paralleles à CD; dans l'angle BCD ou dans ſon ſupplément, ſoit inſcrite une ligne DI qui ſoit à DC comme le ſinus d'incidence eſt au ſinus de réfraction, le rayon rompu BF ſera parallele à DI. Car dans le triangle DCI le ſinus de l'angle DCI

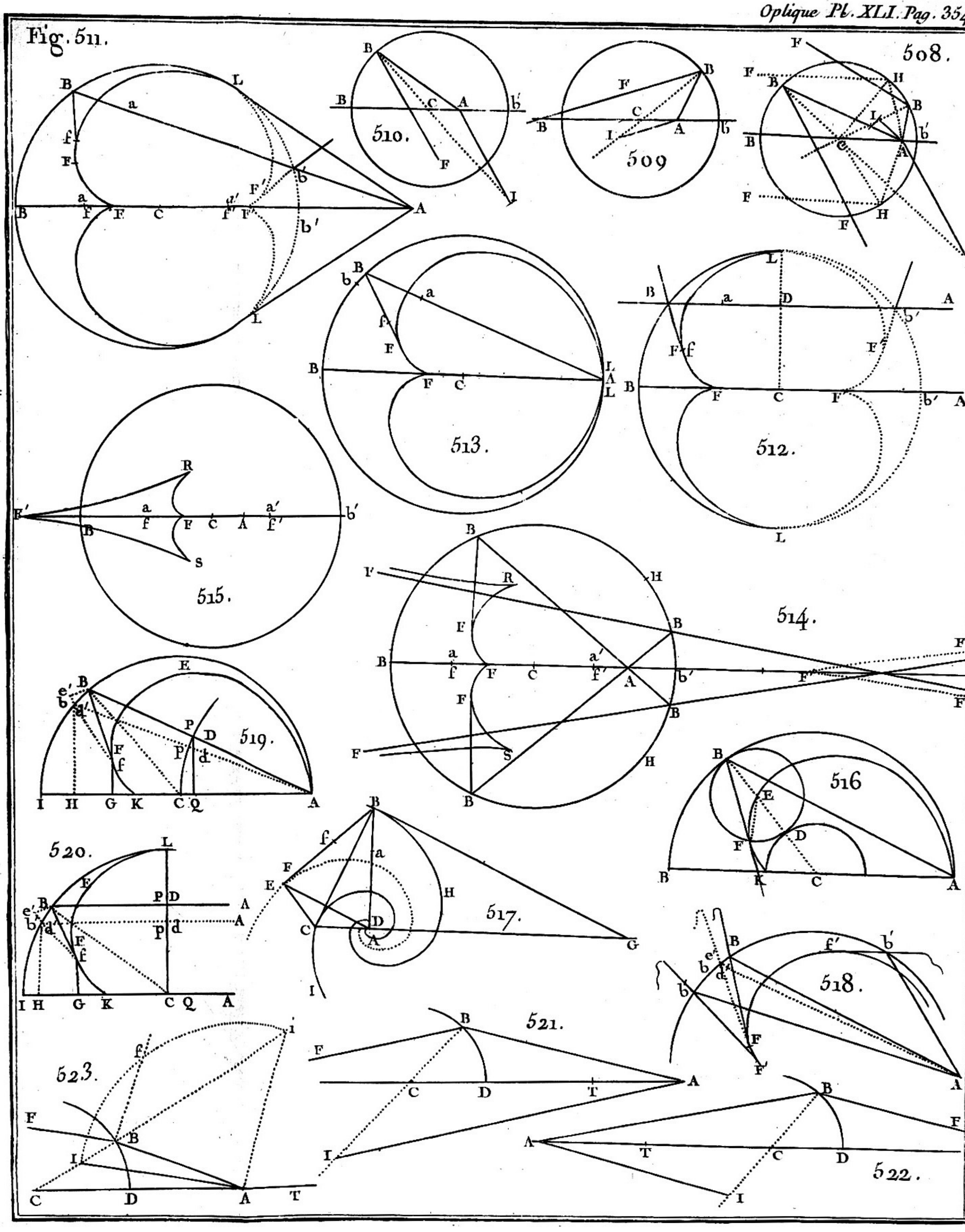


Fig. 511.
510.
509
508.
513.
512.
515.
514.
519.
516
520.
517.
518.
521.
523.
522.

est au sinus de DIC, comme DI est à DC, c'est-à-dire, par construction, comme le sinus d'incidence est au sinus de réfraction : mais DCI est égal à l'angle d'incidence ABI, ou à son supplément; donc DIC ou FBC est l'angle de réfraction ou est son supplément.

423. COROLL. VI. Delà, nous avons une méthode pratique de mener très-promptement un nombre quelconque de rayons rompus, en décrivant un arc du point D pris pour centre, & du rayon DI, en menant ensuite une droite quelconque CB qui coupe cet arc en I; & enfin en tirant DI & menant BF qui lui soit parallele.

424. COROLL. VII. Donc, tandis que l'arc DB croît, CF diminue; car à cause des triangles semblables CFB, CDI, on a $CF : CB :: CD : CI$. Donc CF est réciproquement comme CI.

425. COROLL. VIII. Lorsque les rayons incidens sont divergens, on peut mener les rayons rompus d'une maniere aussi expéditive. Soit prise une ligne DI, qui soit à DC comme le sinus d'incidence est au sinus de réfraction, & soit mené un demi-diametre Cd parallele au rayon incident AB; soit inscrite, dans l'angle dCB ou dans son supplément, une ligne di égale à la ligne constante DI, & soit mené le rayon rompu parallele à di. Dans le triangle dCi, le sinus de l'angle dCi est au sinus de diC, comme di est à dC, comme le sinus d'incidence est au sinus de réfraction, par construction : mais l'angle dCi est égal à l'angle d'incidence ABC ou à son supplément; donc l'angle diC ou FBC est l'angle de réfraction ou son supplément *. Fig. 532. & 533.

* 623. La surface réfringente étant plane, & le point rayonnant A étant donné, le Docteur Barow donne un moyen très-prompt de trouver les rayons rompus par cette surface. Soit prise dans la perpendiculaire AH (*Fig. 534 & 535*) à la surface réfringente BH, du même côté de la surface que A, HL à HA comme le sinus d'incidence est au sinus de réfraction, & soit menée LM parallele à BH, laquelle soit coupée en M par un rayon incident quelconque AB; du point B, pris pour centre, & de l'intervalle BM soit décrit un arc de cercle qui coupe BL en N; ayant mené NBO, elle sera le rayon rompu qui répond à AB. Car, par construction, le sinus d'incidence est au sinus de réfraction comme HL est à HA, ou comme BM ou BN est à BA, c'est-à-dire, comme le sinus de l'angle BAH égal à l'angle d'incidence, est au sinus de l'angle BNH, qui ainsi est égal à l'angle de réfraction.

624. Lorsque des rayons paralleles tombent sur une surface sphérique réfringente, le même Auteur donne aussi un moyen bien facile de mener un nombre quelconque de rayons rompus. Soit le rapport de réfraction exprimé par celui de I à R,

Des Caustiques par réfraction.

426. Ayant déterminé la position d'un rayon rompu quelconque, par le Lemme précédent & ses Corollaires, & le point où ce rayon est coupé par le rayon qui en est le plus proche, par l'Article 378, les points d'une caustique se trouvent au moyen de cela déterminés. Mais pour se former une idée des figures de ces courbes, il est nécessaire de considérer plusieurs cas.

Fig. 538 & 539. 427. CAS I. Soient le point rayonnant A & le centre C d'un cercle réfringent EBE, l'un & l'autre dans un milieu plus dense. Ayant décrit du diametre AC un arc de cercle DCD, soient menées dans cet arc, les cordes égales CD, CD qui soient chacune au sinus CB ou CE, comme le sinus d'incidence est au sinus de réfraction, & menant les rayons incidens ADE, ADE, les branches de la caustique commenceront en E & en E (*Art.* 375 & 378), où elles touchent le cercle réfringent, & s'approcheront continuellement de l'axe ACF, jusqu'à ce qu'elles le rencontrent au foyer principal F, & là elles forment une pointe; pourvu que A soit plus loin du centre que le foyer a de rayons paralleles à CA, qui viendraient du côté opposé. Mais si A s'avance vers a, la distance fF sera infinie, de sorte que l'axe ACF deviendra une assimptote des branches de la caustique. Et si A s'avance au-delà de a, les branches Fig. 539. s'ouvriront & auront deux assimptotes BF, BF, auxquelles les rayons, au sortir du cercle réfringent en B, seront pa-

soit mené par le centre C du cercle réfringent BCN (*Fig.* 536 & 537.), le demi-diametre BC, parallele à un rayon incident quelconque MN; & sur BC prolongé, soit pris $BZ : CZ :: I : R$; soit divisé ensuite CZ en F, en prenant $FZ : FC :: I : R$; de F, pris pour centre, & du demi-diametre FZ, soit décrit un cercle ZGE; par les points donnés N & C, soit menée NCG coupant le cercle en G, & soit prise, dans l'axe CZ, $CK = CG$; menant NK, elle sera le rayon rompu. Car ayant tiré FG & BG, puisque $BZ : CZ :: I : R :: FZ : FC$, on aura $BZ : FZ :: CZ : FC$, & par conséquent $BF : FZ :: FZ : FC$. Donc puisque les côtés des triangles BFG, GFC, qui comprennent l'angle commun GFC, sont proportionnels, ces triangles sont semblables : d'où nous avons $BG : GF :: GC : CF$, ou $BG : GC :: GF$ ou $FZ : CF :: I : R$. Mais dans les triangles BCG, NCK, nous avons $BC = CN$ & $CG = CK$, & l'angle $BCG = NCK$, & par conséquent $BG : GC :: NK : CK$; donc $NK : CK :: I : R$. Mais dans le triangle NCK, l'angle en C est égal à l'angle d'incidence ou à son supplément; donc l'angle CNK est l'angle de réfraction ou son supplément.

625. Delà, tandis que le point d'incidence N s'approche de B, le point K s'approche de Z; donc deux rayons voisins quelconques se couperont avant de rencontrer l'axe CZ. Car tandis que BN diminue, il est clair que CG ou CK doivent augmenter jusqu'à ce qu'elles soient égales à CZ (*Leç. Opt. XI.* § 2.).

ralleles. Ceci doit néceſſairement arriver dans une certaine poſition de *BA*, c'eſt-à-dire, lorſque des rayons venant du côté oppoſé, parallélement à *FB*, ſont raſſemblés en *A*. Car la diſtance focale de rayons qui ſont paralleles, diminue à proportion que le point d'incidence s'éloigne de l'axe, juſqu'à ce qu'elle ſoit égale à *ED* (*Art.* 375). Il y a auſſi deux autres branches imaginaires ayant les mêmes aſſimptotes, qui prennent naiſſance au foyer *F* actuellement ſitué de l'autre côté du centre.

428. CAS II. Lorſque *CA* eſt à *CB* comme le ſinus d'incidence eſt au ſinus de réfraction, la cauſtique ſe réduit à un point *F* duquel, par l'Article 421, tous les rayons divergeront.

429. CAS III. La 540.e Figure repréſente une portion d'une cauſtique produite par une lentille *BBB* plane convexe & épaiſſe, ſur le côté plan de laquelle tombent perpendiculairement des rayons paralleles, & qui par conſéquent ne ſont rompus que par le côté convexe. La poſition des rayons rompus qui tombent ſur la circonférence de la lentille, ſe détermine comme dans le Cas ſuivant.

430. CAS IV. *C* demeurant dans le milieu plus denſe, ſoit tranſporté le point rayonnant *A* dans le milieu plus rare, & ſoient menées les tangentes *AD*, *AD* au cercle réfringent *DBD*; ſoient enſuite menées *CD*, *CD*, ſur leſquelles, comme diametres, ſoient décrits les demi-cercles *CED*, *CED* vers le milieu plus denſe, dans leſquels ſoient tirées les droites *CE*, *CE* qui ſoient au ſinus total *CD* comme le ſinus de réfraction eſt au ſinus d'incidence. Les branches de la cauſtique, qui commencent en *E*, dans la direction *DE*, *DE*, iront en s'approchant de l'axe *AC*, juſqu'à ce qu'elles le rencontrent au foyer principal *F*; pourvu que *CA* ſoit plus grand que *Ca*; ou auront les mêmes poſitions que dans le premier Cas. Fig. 541, 542 & 543.

431. Le point rayonnant *A* étant dans le milieu plus rare, ſoit achevé le cercle *DBD*, lequel coupe la cauſtique en *F* & en *F*, l'axe *AC* en *G*, & un autre rayon quelconque *ABF*, en *h*. Suppoſant que le rayon *AB* s'écarte de l'axe, & s'approche, en tournant autour de *A*, de la tangente *AD*, l'arc *Gh* croîtra d'abord juſqu'à ce qu'il ſoit égal à l'arc *GF*, & enſuite diminuera juſqu'à ce qu'il égale l'arc *Gi*, coupé par le dernier rayon rompu *DEi*. Cela eſt évident par le mouve- Fig. 541.

ment du rayon rompu BhF, pendant qu'il touche la convexité de la caustique en F, pourvu que le point rayonnant A soit assez éloigné de la surface, pour que le dernier rayon rompu DEi puisse converger vers l'axe AC.

Fig 544. 432. On peut encore déterminer, par le 378.^e Article, les caustiques qui appartiennent à d'autres courbes. Par exemple, le point rayonnant étant placé au pole A de la spirale logarithmique AHB, la caustique imaginaire AFK qui résulte des réfractions que les rayons souffrent en traversant la spirale AHB, est aussi une spirale logarithmique ayant aussi A pour pole. Car soient menés du centre C du cercle qui a même courbure que la courbe en B, les perpendiculaires CD, CE sur le rayon incident AB & sur le rayon rompu BFI prolongé, lesquelles seront les sinus d'incidence & de réfraction. E co-incidera avec le foyer F des rayons rompus, à cause que D co-incide avec le point rayonnant A (*Art. 373 & 378*). Soit menée AE ou AF; comme les sommets A, E des angles droits CAB, CEB sont dans une circonférence dont le diametre est CB, les angles CBA, CEA qui s'appuyent sur la même corde CA sont égaux; retranchant ces angles des angles droits CBG, CEI, les angles restans ABG, AEI que les lignes AB, AE ou AF font avec les courbes, sont par-tout égaux, ce qui est la propriété de la spirale; de sorte que cette spirale, qui est caustique de l'autre, n'en differe que par la position.

Fig. 546. 433. Pour trouver la longueur d'une caustique par réfraction, qu'on imagine qu'on enveloppe la caustique HFN en commençant au point B, on décrira une courbe BLK telle que la tangente LF plus la partie FH de la caustique sera toujours égale à la droite H. Soit une autre tangente Fml infiniment proche de FML, & un autre rayon incident Am, & soient décrits des centres A & F les petits arcs MO, MR; les deux triangles MRm, MOm seront semblables aux deux triangles MEC, MGC. Ainsi on aura Rm est à Om comme le sinus CE est au sinus CG, ou comme m est à n, désignant le rapport de réfraction par celui de m à n. Mais Rm est le petit accroissement du rayon AM, & Om la petit accroissement correspondant de LM; donc $AM - AB$, somme des petits accroissemens Rm, dans la portion de courbe BM, est à ML

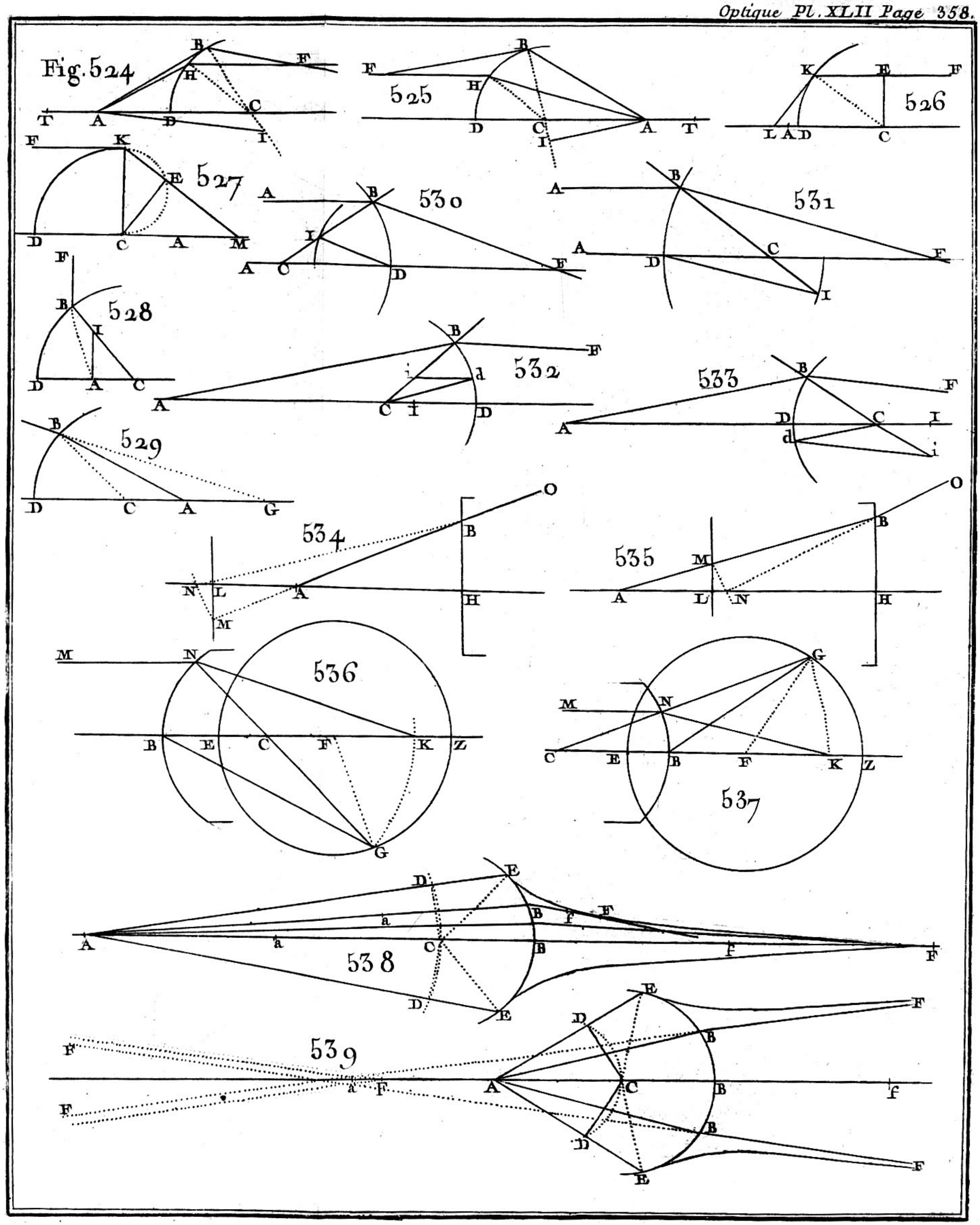


Fig. 524
525
526
527
528
529
530
531
532
533
534
535
536
537
538
539

ou $BH - MF - FH$, somme de tous les petits accroissemens correspondans Om, dans la même portion BM, comme m est à n, & par conséquent la portion $FH = BH - MF + \frac{n}{m} BA - \frac{n}{m} AM$*.

*626. Lorsque le point rayonnant A est à une distance infinie, alors $AB = AM$ & AP est une ligne droite perpendiculaire aux rayons incidens ; dans ce cas la caustique $FH = BH - MF$ ou $NH = BH - NK$.

Il est facile de voir par plusieurs de ces Articles qu'une surface sphérique réfringente ne peut réunir en un point les rayons qui viennent d'un point quelconque donné. C'est, comme on sait, une cause d'imperfection assez grande dans les instrumens de Dioptrique, la figure sphérique étant la seule qu'on donne aux verres. Voyons donc s'il ne serait pas possible de délivrer ces instrumens du défaut occasionné par la sphéricité, en donnant aux verres une autre figure, & cherchons en conséquence la courbure qu'ils devraient avoir. il est facile de voir que tout se réduit à déterminer la courbe qui peut réunir en un point unique, les rayons qui viennent d'un point donné, ou sont paralleles.

627. Soit BMm (*Fig. 547*) la courbe qui jouit de cette propriété. Soit A le point rayonnant ; AM, Am deux rayons incidens infiniment proches l'un de l'autre ; MF, mF les rayons rompus ; & soient menées la tangente MD & la perpendiculaire MN au même point de la courbe. Enfin soient menées mC, mR perpendiculaires l'une au rayon incident AM prolongé, & l'autre au rayon rompu MF. L'angle MmC sera égal à l'angle d'incidence CMN, & MmR à l'angle de réfraction FMN ; ainsi si l'on prend Mm pour rayon, MC sera le sinus d'incidence, & MR le sinus de réfraction ; & comme le rapport de ces sinus a été exprimé par celui de m à n, on a $MC : MR :: m : n$. Mais MC est la différence du rayon incident, & MR celle du rayon rompu ; donc si du point A on décrit les arcs PB, MG, & du point F, l'arc ME, PM & BE, qui sont l'une la somme des différences MC, l'autre celle des différences MR, seront dans le rapport de m à n ; c'est-à-dire, que PM ou $BG : BE :: m : n$, propriété de la courbe cherchée BMm.

628. Ainsi le point rayonnant A, le foyer F, & le sommet B de la courbe étant donnés, on pourra construire cette courbe en cette manière. Ayant pris BG à volonté, soit fait $m : n :: BG : \frac{n}{m} BG = BE$; ensuite de A pris pour centre & du rayon AG soit décrit l'arc MG, & de F pris pour centre soit décrit l'arc ME, lequel coupe l'arc GM en M ; le point M sera à la courbe cherchée BM. On trouvera de cette manière tant de points qu'on voudra de cette courbe.

629. Si les rayons AM, AB (*Fig. 548*) sont paralleles, l'arc GM devient une ligne droite perpendiculaire à l'axe AF, & la courbe BM devient une ellipse dont le grand axe BD est à la distance des foyers comme m est à n. Soit $BF = b$, $BP = MG = y$, $PM = BG = x$; GF sera $= b - x$, & $MF = \sqrt{(bb - 2bx + xx + yy)}$. Par la nature de la courbe on a $\frac{n}{m} PM + MF = BF$, ce qui donne $\frac{n}{m} x + \sqrt{(bb - 2bx + xx + yy)} = b$, d'où l'on tire $\frac{mm}{mm - nn} yy = \frac{2m}{m+n} bx - xx$, ou, faisant $\frac{2m}{m+n} b = a = BD$, $\frac{mm}{mm-nn} yy = ax - xx$, d'où l'on apprend que la courbe BM est une ellipse, puisque cette équation est celle de cette courbe. Nommant p le parametre, on a $\frac{a}{p} = \frac{mm - nn}{mm}$. Soit d la distance des foyers ; par la nature de l'ellipse,

Fig. 546. 434. Pour trouver les points d'une caustique quelconque résultante de deux réfractions successives, soit le rayon BFh qui touche en F la caustique EFF produite par la premiere

on a $aa - ap = dd$, qui, à cause que $ap = \frac{mm - nn}{mm} aa$, devient $aann = mmdd$, ce qui donne $a : d :: m : n$.

630. Si l'on suppose le point F (*Fig.* 549) à une distance infinie, ou que FM, FB, qu'on regardera actuellement comme rayons incidens, soient paralleles, ME devient alors une ligne droite, & la courbe MB une hyperbole dont le premier axe est à l'intervalle des foyers de cette hyperbole & de son opposée comme le sinus d'incidence est au sinus de réfraction. Soit $BA = b$, $BE = x$, $EM = y$; BG sera $= \frac{m}{n} x$, $AM = b + \frac{m}{n} x$, & $EA = b + x$; & l'on aura $b + \frac{m}{n} x = \sqrt{(bb + 2bx + xx + yy)}$, d'où l'on tire $\frac{nn}{mm - nn} yy = \frac{2n}{m + n} bx + xx$, ou, faisant $\frac{2n}{m + n} b = a$, $\frac{nn}{mm - nn} yy = ax + xx$, équation qui apprend que dans le cas présent la courbe BM est une hyperbole. Nommant p le parametre, on a $\frac{a}{p} = \frac{nn}{mm - nn}$, & par conséquent $ap = \frac{mm - nn}{nn} aa$; ainsi l'équation $aa + ap = dd$ (nommant d l'intervalle des foyers) que donne l'hyperbole, deviendra $mmaa = nndd$, qui donne $a : d :: n : m$.

Ayant trouvé quelle peut être la courbe qui doit séparer deux milieux donnés pour que les rayons qui viennent d'un point donné dans l'un de ces milieux ou sont paralleles, soient réunis en un point, après être entrés dans l'autre milieu, on peut demander la courbe (en supposant qu'on veuille que les rayons repassent dans le milieu d'où ils sont venus), par laquelle il faudrait terminer le milieu où ils sont entrés, la premiere étant donnée, pour qu'ils soient aussi réunis en un point, après être repassés dans le milieu d'où ils sont venus.

631. Pour parvenir à trouver cette courbe, il faut auparavant savoir quelle est celle dont la propriété est telle que menant d'un de ses points quelconques M (*Fig.* 550.) à deux points donnés A & L, deux droites MA, ML, elles soient toujours entr'elles dans le rapport donné de m à n.

Soit menée MR perpendiculaire à AL, & soit faite $AL = a$, $AR = x$, $MR = y$. On aura $AM = \sqrt{(xx + yy)}$ & $LM = \sqrt{(aa - 2ax + xx + yy)}$; de sorte que pour satisfaire à ce qu'on demande, on aura, $\sqrt{(xx + yy)} : \sqrt{(aa - 2ax + xx + yy)} :: m : n$, ce qui donne $yy = \frac{2ammx - aamm}{mm - nn} - xx$, qui est un lieu au cercle qui se construit ainsi.

Soit prise $AG = \frac{am}{m + n}$, & $AQ = \frac{am}{m - n}$, & soit décrit du diametre GQ la demi-circonférence GMQ qui sera le lieu cherché; car $QR = \frac{am}{m - n} - x$ & $GR = x - \frac{am}{m + n}$, & la propriété du cercle $QR \times RG = MR^2$ donne l'équation qu'il fallait construire.

632. Supposons présentement que la courbe BM (*Fig.* 551), le point rayonnant A, & le rapport de réfraction m à n étant donnés, on veuille trouver la courbe ND, qui rompe les rayons MN déja rompus par la courbe BM, de maniere, qu'après cette seconde réfraction, ils se réunissent en un point donné C.

Soit FH la caustique par réfraction de la courbe donnée BM, le point rayonnant étant en A. Il est évident que la même courbe FH sera aussi la caustique par réfraction de la courbe ND, C étant pris pour point rayonnant ou point de concours

réfraction,

réfraction, lequel rencontre une autre courbe quelconque GhF ou la même continuée, & soit ce rayon rompu en h, où il rencontre la courbe, suivant la ligne hd, dans laquelle soit hd la distance focale d'autres rayons venant parallélement à Bh, & des rayons incidens sur la courbe ND. Donc $FH = DH - NF - \frac{n}{m} DC + \frac{n}{m} NC = BH - MF + \frac{n}{m} BA - \frac{n}{m} AM$; ce qui donne $\frac{n}{m} AB - \frac{n}{m} AM + \frac{n}{m} DC + BD = MN + \frac{n}{m} NC$.

Ainsi pour construire la courbe ND, soit pris à volonté, sur un rayon rompu quelonque BH, le point D pour un de ceux de la courbe cherchée, & sur un autre rayon rompu quelconque MF soit prise $MK = \frac{n}{m} AB - \frac{n}{m} AM + \frac{n}{m} DC + BD$. Trouvant ensuite le point N, par la Note précéd. tel que $NK : NC :: n : m$, ou que $NK = \frac{n}{m} NC$, le point N sera à la courbe DN (*Analyse des infiniment petits de Mr. de l'Hopital*).

633. Puisque l'ellipse & l'hyperbole ont la propriété (*Notes 629 & 630*), lorsqu'elles séparent des milieux réfringens, de réunir exactement en un point les rayons paralleles à leur axe, qui passent de l'un de ces milieux dans l'autre, on voit quelle forme il faudrait donner aux verres pour qu'ils eussent la même propriété. Par exemple, si le grand axe BD (*Fig. 548*) de l'ellipse $BMDL$, étant à la distance des foyers dans le rapport de réfraction, en passant de l'air dans le verre, c'est-à-dire, comme 3 est à 2, on décrit du foyer F, où se réunissent les rayons qui tombent sur cette courbe parallélement à AB, un arc quelconque MEL, entre le sommet B & le centre, le ménisque elliptique engendré par la révolution de la moitié BEM de l'espace BML, autour de l'axe, réunira exactement en F les rayons qui tomberont parallélement à l'axe sur le côté de ce ménisque engendré par l'arc elliptique BM. Pareillement si l'hyperbole MBL (*Fig. 549*) est telle que son premier axe BD soit à la distance de son foyer & du foyer de son opposée, dans le rapport de réfraction en passant du verre dans l'air, c'est-à-dire, comme 2 est à 3, le verre plan convexe engendré par l'espace BEM compris entre une partie quelconque BM de la courbe, l'ordonnée ME & l'axe, en tournant autour de cet axe, aura la propriété de réunir en un point (qui sera le foyer de l'hyperbole opposée à l'hyperbole génératrice BM), les rayons FE, FM, qui viennent parallélement à l'axe tomber sur le côté plan de ce verre.

634. Il paraît donc que de semblables verres seraient préférables aux verres sphériques. Il faut cependant convenir qu'ils ne sont pas aussi avantageux qu'on le croirait d'abord. Car 1°. ils ne réunissent exactement que les rayons qui partent de points situés dans leur axe; quant aux autres qui n'en partent pas & qui font un angle avec cet axe, loin de les réunir avec exactitude, ils sont même inférieurs à cet égard aux verres ordinaires, ce qui provient de ce qu'ils ne présentent pas, comme eux, une figure uniforme de tous les côtés. 2°. Quand on remédierait entiérement au défaut de réunion occasionné par la figure sphérique, en donnant aux verres la forme elliptique ou hyperbolique, on ne détruirait que la plus petite des deux causes qui rendent confuses les images des objets donnés par les verres; la plus considerable subsisterait toujours, c'est-à-dire, celle qui consiste dans la décomposition que souffre la lumière, en passant au travers des verres, de quelqu'espece que ce soit. Enfin quand il y aurait de l'avantage à employer ces sortes de verres, il est en quelque sorte compensé par l'extrême difficulté de leur donner exactement la figure elliptique & hyperbolique. On sait combien d'efforts inutiles on a fait depuis M.r Descartes pour y réussir.

ſoit, dans hB, hc la diſtance focale d'autres rayons venant parallélement à dh; enſuite, puiſque F eſt le point de concours des rayons qui tombent ſur la courbe hG, on fera $Fc : ch :: hd : dk$, & plaçant dk comme d'ordinaire (*Art. 378*), le point k ſera le foyer d'un pinceau très-menu, après les deux réfractions qu'il aura ſouffertes, ou un point de la ſeconde cauſtique KFk: on peut auſſi trouver les points de cette courbe par les Art. 388 & 390, ſans chercher les points F de la premiere cauſtique.

Fig. 546. 435. D'où l'on voit qu'une cauſtique réſultante des réfractions que des rayons ſouffrent en traverſant une ſection circulaire d'un cilindre ou un grand cercle d'une ſphere, aura une figure pareille à celle qui eſt ici repréſentée. Cette cauſtique que l'axe ACK diviſe en deux également, a chacune de ſes moitiés composée de deux arcs $KkFl$ & lki, qui ſont convexes l'une vers l'autre, & forment un rebrouſſement l dans l'intérieur du cercle. L'arc $KkFl$ de la ſeconde cauſtique coupe le cercle au même point F que la premiere; car par la proportion ci-deſſus, lorſque les point F, h co-incident, ou lorſque Fc égale ch, hd & dk ſont auſſi égales. Ce qui occaſionne le rebrouſſement l, c'eſt que tandis que hk augmente & enſuite diminue, le point h s'approche continuellement vers G (*Art. 431*). Les arcs KFl & lki ſont convexes l'un vers l'autre, parce que le rayon émergent, tandis que ſon point de contact k ſe meut de K en F, ou en l ou en i, coupe l'axe CK ſous des angles de plus grands en plus grands, juſqu'à ce qu'enfin il ſorte en i, ſuivant une tangente au cercle ou à la cauſtique. Si le point d'où viennent les rayons incidens eſt à une diſtance de la ſphere, moindre que la diſtance focale de cette ſphere, la ſeconde cauſtique FKk aura deux aſſimptotes comme la premiere, & les figures de ces courbes ſe reſſembleront beaucoup.

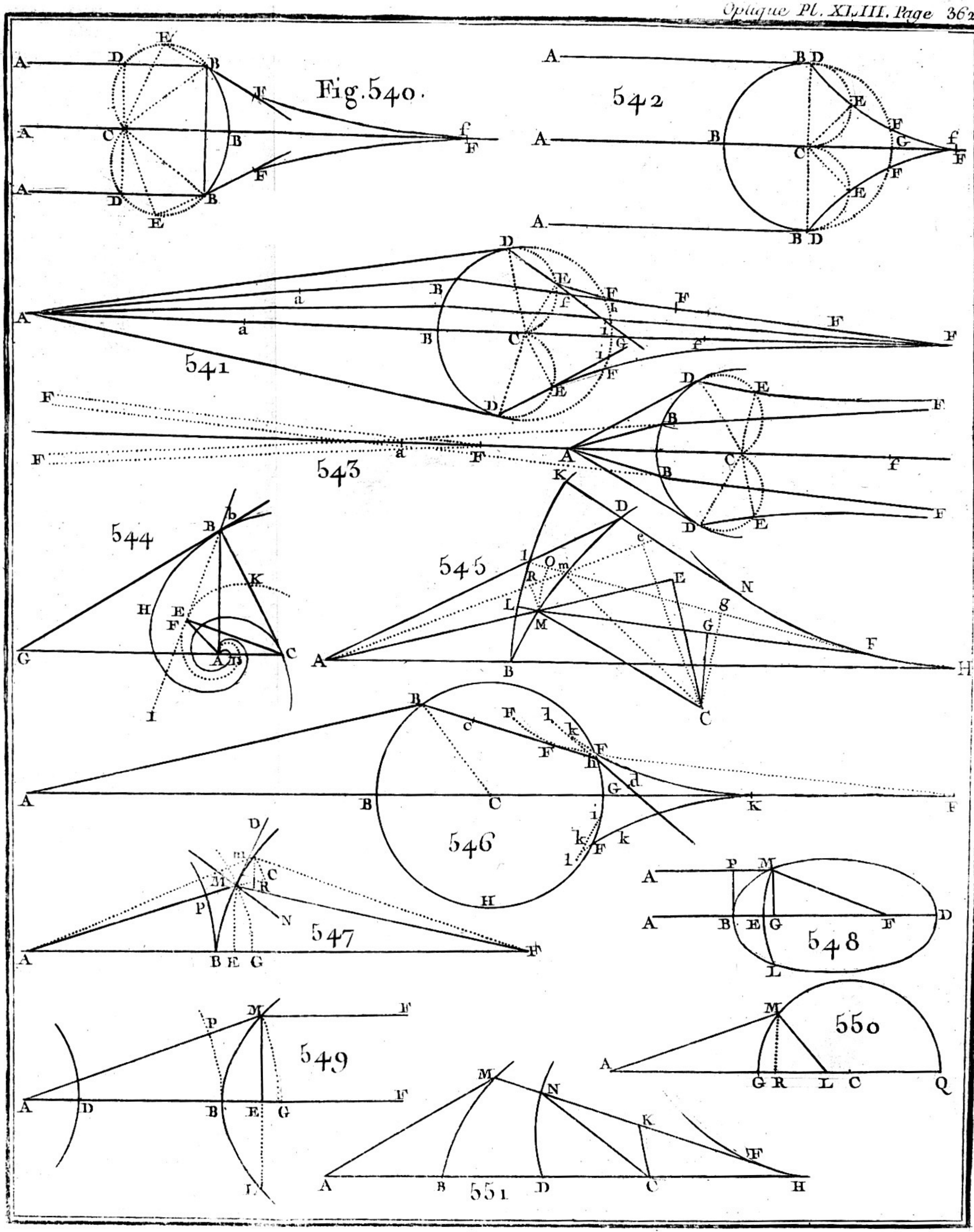


Fig. 540.
542
541
543
544
545
546
547
548
549
550
551

CHAPITRE VIII.

Détermination des aberrations occasionnées par la réfrangibilité différente des rayons de lumière, & de celles qui proviennent de la Figure sphérique des surfaces réfringentes & réfléchissantes.

THÉORÊME I.

436. *Soit le sinus commun d'incidence au sinus de réfraction, pour les rayons les moins réfrangibles, comme* I *est à* R, *& pour les plus réfrangibles, comme* I *est à* S; *le diametre du plus petit espace circulaire dans lequel des rayons paralleles hétérogenes puissent être rassemblés, par une surface sphérique ou par une lentille plane convexe, sera au diametre de son ouverture dans le rapport constant de* S — R *à* S + R — 2I.

Soit un rayon hétérogene *PA*, tombant sur une surface sphérique réfringente *ACB*; & soit ce rayon décomposé par la réfraction, dans les rayons *AF*, *Af*, lesquels coupent l'axe *EC* parallele à *PA*, l'un en *F*, l'autre en *f*. Soit un autre rayon hétérogene *PB* parallele à *PA*, tombant sur la surface réfringente à une distance de l'axe égale à celle de *PA*, décomposé par la réfraction dans les rayons *BF*, *Bf*, lesquels coupent les deux premiers *AF*, *Af*, en *R* & en *S*. Soit menée *RS* que l'on prolongera jusqu'à ce qu'elle rencontre les rayons incidens prolongés, l'un en *I*, l'autre en *K*, & les perpendiculaires *EA*, *EB* à la surface réfringente en *A* & en *B*, l'une en *H*, & l'autre en *L*. Fig. 552.

Si l'on suppose maintenant que l'ouverture soit d'une largeur médiocre *AB*, & que par conséquent les rayons qui passent par *A* & par *B* soient peu rompus, les angles d'incidence & de réfraction *HAI*, *HAR*, *HAS*, ou les arcs qui les mesurent, ou enfin leurs soutendantes *HI*, *HR*, *HS* seront, à très-peu près, dans le rapport des sinus *I*, *R*, *S* de ces angles; de sorte que les différences de ces soutendantes seront proportionnelles à celles de ces sinus, c'est-à-dire, que RS : RI :: $S - R : R - I$, & doublant les conséquens, RS : $2RI$ ou $IK - RS$ :: $S - R : 2R - 2I$, qui devient $RS : IK$ ou AB :: $S - R : S + R - 2I$. Et de ce que RS & AB croissent ou diminuent ensemble, dans un rapport constant, il suit que tous les rayons intermédiaires qui tombent sur AB, passent par RS. Si des rayons paralleles tombent perpendiculairement sur le côté plan d'une lentille plane convexe, comme ils ne souffrent de réfraction qu'au côté convexe par lequel ils sortent, les aberrations sont les mêmes que dans le cas précédent.

437. COROLL. I. Donc le diametre RS du cercle d'aberration dans lequel tous les rayons qui tombent sur un verre plan convexe, sont rassemblés, après avoir été rompus, est la 55.^{e} partie du diametre AB de l'ouverture de ce verre, quelle qu'en soit la distance focale. Car supposant que AR & AS représentent l'une les rayons rouges, l'autre les rayons violets, on a vu (*Art. 179*) que leur sinus commun d'incidence I étant 50, leurs sinus de réfraction R & S sont 77 & 78; ce qui donne $S - R$ est à $S + R - 2I$ comme 1 est à 55 *.

* 635. Il est également vrai que dans quelque lentille que ce soit, les rayons incidens étant paralleles, le diametre du cercle le plus petit, dans lequel sont rassemblés les rayons colorés de toute espece, est environ la 55.^{e} partie du diametre de l'ouverture de cette lentille. Car P exprimant le rapport de réfraction, en passant de l'air dans la lentille, pour les rayons de réfrangibilité moyenne, si l'on prend $P - dP$ & $P + dP$, pour exprimer le même rapport pour les rayons les moins & les plus réfrangibles,

$$\frac{1}{P - dP - 1} - \frac{1}{P + dP - 1} = \frac{2dP}{(P - dP - 1)(P + dP - 1)}$$ exprimera la distance des foyers de ces deux especes de rayons, c'est-à-dire, l'intervalle Ff, quelle que soit la figure de la lentille. Par conséquent nommant k la demi-largeur AD de la lentille (*Fig. 552*), & considérant que l'angle fAF étant fort petit & la lentille d'une largeur médiocre, le cercle dans lequel les rayons de toutes les especes sont rassemblés, est à peu près au milieu de l'intervalle Ff, on aura le demi-diametre Rt de ce cercle, au moyen de cette proportion, $Df : tf :: DA : tR$ que l'on trouve par conséquent $= \frac{k\,dP}{P + dP - 1}$, ou $\frac{k\,dP}{P-1}$, à très-peu près; ainsi dP étant, en supposant la lentille de verre, (*Note 403*) = 0,01, & $P - 1$ égal à 0,55, le demi-diametre $Rt = \frac{1}{55}k$.

636. Nous ferons observer que $\frac{kdP}{P-1}$ peut encore exprimer le demi-diametre du cercle dans lequel les rayons d'une ou de plusieurs especes sont rassemblés au foyer d'une lentille, en donnant à dP & à P des valeurs relatives à ces especes

438. COROLL. II. On peut de même déterminer le diametre du plus petit eſpace circulaire dans lequel ſoient contenus les rayons d'une ſeule couleur ou de pluſieurs couleurs conti-

de rayons. Par exemple, ſi on veut avoir le demi-diametre du cercle dans lequel ſont raſſemblés les rayons orangés & jaunes, on n'aura qu'à ſuppoſer que $P - dP$ & $P + dP$ expriment les rapports de réfraction de ces rayons, & que P exprime celui des rayons d'une réfrangibilité moyenne entre ceux-là; alors comme $P - dP = \frac{77\frac{1}{8}}{50}$ & que $P + dP = \frac{77\frac{1}{3}}{50}$ (*Art.* 179), on trouve que $dP = \frac{5}{2400}$ & $P = \frac{3707}{2400}$ & par conſéquent $P - 1 = \frac{1307}{2400}$; d'où l'on a $\frac{kdP}{P-1}$ demi-diametre du cercle qui embraſſe les rayons orangés & jaunes au foyer d'une lentille quelconque, égal à $\frac{k}{261}$, à très-peu près.

637. L'image d'un point lumineux occupant un eſpace dont le diametre eſt la 55.[e] partie de l'ouverture, il paraît d'abord ſurprenant que la confuſion ne ſoit pas plus grande dans les lunettes qu'elle n'eſt. Mais pour peu qu'on y réfléchiſſe, on découvre bientôt la raiſon pour laquelle on n'éprouve point cette grande confuſion; d'abord, comme le remarque & le prouve M.[r] Newton, les rayons, loin d'être répandus uniformément dans ce cercle, ſont infiniment plus denſes au centre que par-tout ailleurs, & leur denſité décroiſſant très-rapidement depuis ce centre, ils ſe trouvent ſi rares à une petite diſtance, qu'ils ne peuvent frapper l'organe avec aſſez de force pour être viſibles. De plus, il faut obſerver que de toutes les couleurs priſmatiques, les couleurs les plus fortes & les plus vives, ſont le jaune & l'orangé, & que les autres, à l'exception du rouge & du vert, qui après celles-là ont le plus de vivacité, ſont faibles & obſcures. D'où l'on voit que l'image ſenſible d'un point lumineux n'eſt pas, à beaucoup près, la 55.[e] partie du diametre de l'ouverture d'une lentille, & qu'on doit la conſidérer avec M.[r] Newton, comme étant placée au foyer des rayons qui ſont au milieu de l'orangé & du jaune, c'eſt-à-dire, à l'endroit le plus vif de ces deux couleurs. Selon M.[r] Newton, la largeur de cette image n'eſt gueres que la 250.[e] partie de la largeur de l'ouverture de la lentille, ſi l'on en excepte une lumière nébuleuſe, faible & obſcure, qui eſt autour, & à laquelle on ne fera preſque point d'attention.

638. Les rayons rouges, verts & bleus, qui paſſent ſur les bords de l'image, la font paraître environnée d'une couronne formée de ces couleurs, qu'on nomme couronne d'aberration, & plus ſouvent *Iris*. Comme elle eſt occaſionnée par la diſperſion des rayons, & que cette diſperſion eſt d'autant plus grande que les réfractions que ſouffrent les rayons en traverſant la lentille, le ſont davantage, il eſt évident que cette couronne doit être plus grande & plus ſenſible, à proportion que les rayons ſouffrent de plus fortes réfractions. Et c'eſt-là la raiſon pour laquelle on ne peut donner aux objectifs autant d'ouverture qu'on le deſirerait, & que la couronne d'aberration eſt plus ſenſible & plus grande dans une lunette courte, que dans une longue. Car plus une lentille a d'étendue, ou plus ſa courbure eſt grande, plus les réfractions que ſouffrent les rayons qui tombent loin du centre & ſur ſes bords, ſont conſidérables.

639. Quand nous avons dit ci-deſſus, qu'on doit regarder l'image qu'une lentille donne d'un point lumineux, comme placée au milieu du jaune & de l'orangé, ceci ne doit être entendu qu'avec reſtriction, & ſeulement de l'image des objets blancs ou faiblement colorés. Car les foyers des rayons colorés étant différemment éloignés de la lentille, il eſt évident que la place de l'image d'un objet dépend en général de la couleur de cet objet; que, par exemple, ſi l'objet eſt rouge, elle doit être vers le foyer des rayons rouges;

gues, au moyen du rapport connu de leur ſinus. On trouve, par exemple, que tous les orangés & les jaunes ſont contenus dans un cercle dont le diametre eſt environ la 260.e partie du

s'il eſt bleu, vers le foyer des rayons bleus, &c. que par conſéquent dans l'uſage des lunettes, on eſt obligé d'allonger ou de raccourcir la lunette, ſelon la couleur de l'objet qu'on veut appercevoir, afin que le foyer de l'oculaire co-incide avec l'image. On doit ſe trouver encore dans la même néceſſité, quand on obſerve, par un tems qui n'eſt pas parfaitement ſérein; car, ſelon la remarque de M.r Bouguer, l'image de l'aſtre ſe fait plus près ou plus loin de l'objectif, ſelon que des vapeurs ou des nuages légers laiſſent paſſer plus de rayons d'une certaine couleur que d'une autre. Enfin, dans les grandes lunettes, le foyer ou image ne varie pas ſeulement ſuivant la conſtitution de l'atmoſphere, il varie encore ſelon la conſtitution des yeux de chaque Obſervateur, & la lumière plus ou moins vive de l'aſtre : à quoi nous ajoûterons encore que, ſuivant des Expériences de M.r le Gentil, le foyer varie, dans les lunettes de toutes longueurs, ſuivant le plus ou moins d'ouverture qu'on leur donne; qu'une plus grande ouverture le rend plus long, & une plus petite plus court.

640. M.r Newton trouve, en ſuppoſant que l'image ſenſible d'un point lumineux eſt la 250.e partie de l'ouverture de la lunette, que dans une lunette de 100 pieds, & qui a quatre pouces d'ouverture, cette image eſt de 2″ 45‴ ou 3″, & que dans une lunette de 20 ou 30 pieds, qui a deux pouces d'ouverture, elle était environ de 5″ à 6″; de ſorte qu'un aſtre obſervé avec des lunettes de ces longueurs, paraîtrait trop grand de ces quantités.

641. La grandeur dont M.r Newton ſuppoſe l'image ſenſible d'un point lumineux, ayant paru trop conſidérable à M.r le Gentil, cet Aſtronome a cherché à découvrir, en employant l'expérience, ſi elle était effectivement telle; le moyen dont il imagina de ſe ſervir, fut de meſurer le diametre du ſoleil avec un objectif coloré, & avec un blanc, le premier d'une matière verte, le ſecond de la matière la plus blanche, & tous deux à peu près du même foyer, ſavoir, de 3 pieds. Le premier de ces objectifs devait donner le diametre du ſoleil ſans aberration, puiſque ne tranſmettant que des rayons d'une ſeule couleur, ces rayons ne ſe ſéparaient point au ſortir de cet objectif, & ſe réuniſſaient à très-peu près au même point; avec le ſecond au contraire on devait avoir le diametre du ſoleil augmenté de tout le diametre de l'image ſenſible que cet objectif donnait d'un point lumineux : par conſéquent il devait y avoir une différence aſſez ſenſible entre les diametres meſurés avec les deux objectifs, & cette différence devait l'être d'autant plus, que l'objectif était d'un foyer aſſez court; conſidération qui l'avait fait préférer à tout autre d'un foyer plus long. L'image que cet objectif donnait d'un point lumineux, devait être, ſuivant M.r Newton, de 14″ à 15″, quantité aſſez conſidérable, & par conſéquent aiſée à vérifier. L'obſervation donna effectivement une différence entre les diametres du ſoleil meſurés avec ces deux objectifs. M.r le Gentil ayant choiſi le tems de l'année où le diametre du ſoleil ne varie pas ſenſiblement, le trouva avec l'objectif blanc de 31′ 35″ 42‴, & avec le vert de 31′ 30″ 46‴, de 4″ 56‴ plus petit qu'avec l'objectif blanc; quantité ſenſible, mais bien au deſſous de celle de 14″ ou 15″ dont elle aurait dû être, ſuivant Mr. Newton.

642. La différence de près de 10″, de 4″ 56‴ à 14″ ou 15″, étant très-conſidérable, fit conclure à Mr. le Gentil que le défaut des lunettes, qui provient de la différente réfrangibilité des rayons colorés, n'eſt pas, à beaucoup près, auſſi grande que l'avait jugé Mr. Newton. Cherchant enſuite quel devait être le petit angle de 2″ 28‴, moitié de l'image ſenſible d'un point lumineux que donne un objectif de 36 pouces de foyer & de 8 lignes d'ouverture, par rapport à la moitié de l'angle de l'ouverture de cet objectif, il trouva qu'il en était la 776.e partie, au lieu de

diametre de l'ouverture du verre plan convexe ; les sinus de réfraction des rayons extrêmes orangés *AR* & des jaunes *AS* étant au sinus d'incidence comme $77 \frac{1}{8}$ & $77 \frac{1}{3}$ à 50.

439. COROLL. III. Dans différentes surfaces sphériques ou verres plans convexes, les angles d'aberrations *RAS* sont directement comme les diametres des ouvertures *AB*, & réciproquement comme les distances focales *CF*; car un petit angle, tel que *RAS*, est directement comme sa soutendante *RS*, & réciproquement comme son rayon *AR* ou *CF*.

440. LEMME. *Les sinus verses* AB, AC *d'arcs très-petits* BD, CD, *qui appartiennent à des cercles inégaux* BDG, CDH, *& qui ont un sinus commun* AD, *sont en raison inverse des diametres* BG, CH *de ces cercles, à très-peu près ; c'est-à-dire, que* AB : AC :: CH : BG. Fig. 553 & 554.

Car $BA \times AG$ est égal à $CA \times AH$; donc $AB : AC$ ::

la 250.[e] dont il eut dû être selon Mr. Newton ; de sorte que l'image sensible d'un point lumineux au foyer d'une lentille, serait à peine plus large qu'un cercle dont le diametre serait la 776.[e] partie du diametre de l'ouverture de cette lentille, si l'on en excepte, à l'exemple de Mr. Newton, une lumière nébuleuse, faible & obscure, qui est autour, & à laquelle un Observateur ne doit faire aucune attention (*Mém. de l'Acad. année 1755*).

643. Nous ferons remarquer, à l'occasion de l'objectif vert de Mr. le Gentil, que les objectifs colorés donnant des images beaucoup plus nettes & bien plus précisément terminées que les objectifs blancs ordinaires, leur sont par cette raison bien préférables, quand il s'agit de mesurer exactement des objets extrêmement lumineux tels que le soleil. Nous ne parlons que de ces objets, parce que ces verres ne transmettant presque point d'autres rayons que ceux de leur couleur, & la lumière faisant par conséquent une perte très-grande en passant au travers, l'usage de ces verres y est nécessairement borné. Mais alors outre l'avantage des mesures exactes de ces objets, ils en procurent encore un autre ; par l'affaiblissement considérable qu'ils occasionnent à la lumière, ils dispensent de recourir à ces précautions extraordinaires dont on use pour se garantir d'une lumière trop vive.

644. Au reste, ce n'est pas ici la premiere fois qu'on fait usage de ces verres. Il y a cent ans & plus qu'on se servait d'objectifs colorés pour observer le soleil. Peut-être avait-on eu pour but d'éteindre la trop grande lumière de cet astre ; peut-être aussi avoit-on remarqué que ces objectifs rendaient l'image plus nette. Quoiqu'il en soit, l'usage en avait été depuis abandonné, on ne sait trop pourquoi, à moins que ce ne soit par la grande difficulté qu'on rencontre à trouver de la matière colorée, sans fils & propre à faire des verres de lunettes colorés, & on ne les voit plus reparaître dans l'Astronomie pratique qu'en 1745. C'est dans les Commentaires de l'Académie de l'Institut de Bologne pour cette année, qu'on les tire de l'oubli où ils étaient ; ils y sont recommandés comme un moyen de diminuer l'erreur causée par l'aberration des rayons, mais sans qu'il paraisse qu'on en ait fait usage. Nous devons ajoûter que Mr. Bouguer les a aussi indiqués dans son Livre de la Figure de la terre, comme un moyen de fixer le foyer des lunettes que la multiplicité des images colorées fait varier ; mais il ne paraît pas s'en être servi. (*Hist. de l'Acad. année 1755*).

$AH : AG$ ou :: $CH : BG$, à très-peu près, lorſque les ſinus verſes ſont incomparablement plus petits que les diametres (*Art.* 204).

Fig. 555. 441. THÉORÊME II. *Si des rayons paralleles* NA, EC *homogenes tombent ſur une ſurface ſphérique réfringente* ACB, *dont le centre eſt* E, *l'aberration longitudinale* FT *d'un rayon rompu* AT, *c'eſt-à-dire, la petite partie de l'axe* ECF *compriſe entre le point* T *où ce rayon rompu le rencontre & le foyer* F, *eſt au ſinus verſe de l'arc* AC *compris entre le point d'incidence & l'axe, comme le carré du ſinus de réfraction eſt au rectangle du ſinus d'incidence & de la différence des ſinus, à très-peu près : l'aberration eſt encore la même, lorſque les rayons tombent perpendiculairement ſur le côté plan d'une lentille plane convexe.*

Lorſque la réfraction ſe fait en paſſant d'un milieu denſe dans un milieu rare, l'interſection T du rayon rompu AT avec l'axe ECF, eſt entre la ſurface réfringente & ſon foyer F (*Art.* 74). Après avoir décrit du point T pris pour centre, & du demi-diametre TA, l'arc AD qui coupe l'axe en D, on menera le ſinus AP des arcs AC, AD, & les ſinus EN, EM d'incidence & de réfraction, qu'on ſuppoſera exprimés par n & m. Les triangles ETM, ATP étant ſemblables, on aura $ET : TA$ ou TD :: ($EM : AP$ ou EN ::) $EF : FC$ (*Art.* 225), qui donne $TF : EF :: FC - TD$ ou $TF - CD : FC$, & par conſéquent $TF : CD :: EF : EC :: m : m - n$ (*Art.* 224). Or, par le lemme précédent, $PD : PC :: CE : DT$ ou FC (*Art.* 204), qui devient $CD : CP :: EF : FC :: m : n$; multipliant cette proportion par la précédente, on aura enfin $TF : CP :: mm : (m-n)n$.

442. COROLL. I. On peut regarder le ſegment $ACBPA$ comme une lentille plane convexe; ainſi s'il tombe des rayons paralleles ſur ſon côté plan, l'aberration longitudinale de ceux qui tombent ſur les bords de cette lentille, comme en A, eſt égale aux $\frac{9}{2}$ de ſon épaiſſeur PC; ce que l'on trouve en mettant 3 & 2 à la place de m & de n.

443. COROLL. II. L'aberration FT eſt auſſi égale à $\frac{mm}{(m-n)n} \times \frac{AP^2}{2EC}$, & par conſéquent égale à $\frac{mm}{(m-n)^2} \times \frac{AP^2}{2CF}$; car $PC = \frac{AP^2}{2EC}$, à très-peu près, & $EC = \frac{m-n}{n} \times CF$ (*Art.* 224).

444. COROLL. III. Soit prolongé le rayon rompu AT jusqu'à la rencontre de la perpendiculaire FG à l'axe; on trouve que l'aberration latitudinale $FG = \frac{mm}{m} \times \frac{AP^3}{2EC^2} = \frac{mm}{(m-n)^2} \times \frac{AP^3}{2CF^2}$; car $FG : TF :: AP : TP$ ou CF ou $\frac{n}{m-n} \times CE$.

445. COROLL. IV. Lorſque le demi-diametre de la convexité d'une lentille plane convexe eſt donné, ou, ce qui revient au même, la diſtance focale, les aberrations longitudinales ſont comme les carrés des diametres des ouvertures, & les aberrations latitudinales comme les cubes.

446. THÉORÊME III. *Lorſque des rayons paralleles* QA, EC *ſont réfléchis par un miroir concave ſphérique* ACB, *qui a peu d'ouverture, dont le centre eſt* E, & F *le foyer, l'aberration longitudinale* TF *d'un rayon* AT *qui tombe ſur le bord de ce miroir, eſt, à très-peu de choſe près, égale à la moitié du ſinus verſe* CP *de la moitié* AC *de l'ouverture.* Fig. 556.

Car, par le dernier lemme, le ſinus verſe CP eſt ſenſiblement la moitié du ſinus verſe PD de l'arc AD décrit du centre T & du demi-diametre TA égal, à peu de choſe près, à la moitié du demi-diametre de l'arc AC. Mais $2TF = 2TE - 2EF = ED - EC = CD$ exactement, ou CP, à peu près : donc TF eſt ſenſiblement la moitié de CP.

447. COROLL. I. L'aberration longitudinale $TF = \frac{AP^2}{4CE}$; car $CP = \frac{AP^2}{2CE}$, à peu de choſe près.

448. COROLL. II. L'aberration latitudinale $FG = \frac{AP^3}{2CE^2}$; car $FG : FT :: AP : PT$ ou $\frac{1}{2} CE$, à peu près.

449. COROLL. III. Lorſque le diametre du miroir eſt donné ou ſa diſtance focale, les aberrations longitudinales ſont comme les carrés des diametres des ouvertures, & les aberrations latitudinales comme les cubes.

450. THÉORÊME IV. *Si des rayons paralleles de même eſpece ſont rompus par un objectif plan convexe, ou des rayons de toute eſpece auſſi paralleles ſont réfléchis par un miroir ſphérique concave, le diametre du cercle d'aberrations occaſionnées par la ſphéricité, eſt égal à la moitié de l'aberration latitudinale des rayons qui tom-*

bent sur les bords de l'objectif ou du miroir, & est par conséquent donné par les propositions précédentes *.

Fig. 557 & 558. Soit $a'Yt'$ un rayon quelconque rompu ou réfléchi coupant, en t', l'axe ECT, & en Y, le rayon extrême ATG rompu ou réfléchi de l'autre côté de l'axe. Soit menée YX perpendiculaire à l'axe; il est clair que supposant ATG immobile & que le point d'incidence a' se meuve & s'éloigne du sommet C, la perpendiculaire XY croîtra d'abord, parce que l'angle $Ct'a'$ augmente continuellement, & ensuite diminuera, à cause que la ligne Tt' diminue sans cesse; & lorsque XY est la plus grande qu'il est possible, il est évident que les rayons qui tombent du même côté de l'axe, la traverseront tous. Pour découvrir sa plus grande quantité, soit la corde APB coupée en b' par le rayon incident qa', & supposant l'ouverture variable $Pb' = v$, la variable $TX = x$, les constantes $PA = a$, $PT = f$, $TF = b$; par les Art. 445 & 449, l'aberration $t'F$ est à l'aberration TF comme $p'a'^2$ est à PA^2; ainsi $t'F = \frac{vv}{aa} b$, & par conséquent $Tt' = \frac{b}{aa}(aa - vv)$. De plus, $PT : PA :: TX : XY = \frac{ax}{f}$, & $p'a' : p't'$ ou $PT :: XY : Xt' = \frac{ax}{v}$. Donc $Tt' = \frac{x}{v}(a + v) = \frac{b}{aa}(aa - vv)$, d'où l'on tire $x = \frac{b}{aa} v (a - v)$. Ainsi TX est la plus grande qu'il est possible, lorsque le rectangle $v(a-v)$ ou $Pb' \times b'B$ est le plus grand, ce qui arrive quand ses côtés Pb' & $b'B$ sont égaux, ou que $v = \frac{1}{2}a$. Substituant cette valeur de v dans la derniere équation, on trouve $x = \frac{1}{4}b$, c'est-à-dire, que TX, lorsqu'elle est la plus grande, est égale à $\frac{1}{4} TF$; par conséquent, lorsque XY est aussi grande qu'elle peut-être, elle est $= \frac{1}{4} FG$, à cause que $TX : XY :: TF$:

* 645. Cette proposition est générale, c'est-à-dire, est également vraie, quelle que soit la figure de la lentille, & même dans le cas où il a plusieurs lentilles, quels qu'en soient la figure & le nombre. C'est ce que Mr. Klingenstierna, Professeur de Mathématiques à Upsal, a fait voir dans un Mémoire relatif à la perfection des lunettes, inséré dans les Actes de l'Académie de Stokolm pour 1760 & ensuite dans le Journal des Savans du mois d'Octobre 1762.

Cette proposition est énoncée dans son Mémoire en ces termes: *Dans toute len-*

FG. Or, si l'on imagine que cette droite XY tourne autour de l'axe PX, elle décrira le cercle d'aberration par lequel passent tous les rayons qui tombent sur AB.

451. THÉORÊME V. *Le cercle d'aberrations occasionnées par la sphéricité de l'objectif d'une lunette est extrêmement petit en com-*

tille ou systême de plusieurs lentilles, le foyer physique des rayons rompus, c'est-à-dire, le cercle le plus petit dans lequel se trouvent rassemblés tous ces rayons, est éloigné du point où le rayon extrême rencontre l'axe, du quart de l'aberration de ce rayon, & le diametre de ce cercle est au diametre de la derniere lentille, à peu près, comme le quart de l'aberration est à la distance comprise entre le foyer & cette lentille : & voici la démonstration qu'il en donne en ne considérant d'abord qu'une seule lentille.

La lentille de la Figure 557 représentant telle lentille qu'on voudra, dont F soit le foyer, & AG un rayon extrême rencontrant l'axe en T, dont par conséquent l'aberration est TF, imaginons que le rayon $a't'$ qu'on suppose dans le plan PAT, & dont l'aberration est $t'F$, co-incide d'abord avec l'axe, & ensuite s'en éloigne de plus en plus, jusqu'à ce que le point a' tombe en B au bord de la lentille, & que ce rayon, devenu alors le rayon extrême, rencontre l'axe en T. Il est clair que, pendant ce mouvement, la partie TY que le rayon $a't'$ retranche continuellement du rayon extrême AT, croît d'abord jusqu'à un certain point, ensuite diminue, & s'évanouit enfin quand a' tombe en B. Soit $a'Yt'$ la position de ce rayon, lorsque la partie TY est la plus grande ; tous les rayons rompus dans le demi-diametre PB de la lentille, rencontrant le rayon extrême AT entre les points T & Y, & ce rayon extrême continuant son cours au-delà de Y, en s'éloignant de plus en plus de l'axe, on voit clairement que la perpendiculaire YX à l'axe, abaissée de ce point, est le rayon du cercle le plus petit dans lequel soient rassemblés tous les rayons rompus par la lentille.

Soit le demi-diametre PB ou PA de la lentille $= k$, $PF = f$, $TF = b$, $a'p'$ ou $b'P = u$, & $TX = x$; par l'Article 445, l'aberration TF est à l'aberration $t'F$ comme PA^2 est à Pb'^2 ou $p'a'^2$, & par conséquent $t'F = \frac{buu}{kk}$; ainsi $Xt' = TF - TX - t'F = b - x - \frac{buu}{kk}$. On a d'ailleurs $TP : PA :: TX : XY$, & par conséquent $XY = \frac{kx}{f}$; de plus $t'P$ ou $t'p' : p'a' :: t'X : XY$; ce qui donne $XY = \frac{bu}{f} - \frac{ux}{f} - \frac{bu^3}{fkk}$. Comparant ces deux valeurs de XY, on en déduira $x = \frac{b}{kk}(ku - uu)$. Différenciant cette équation, en faisant varier u, & égalant cette différence à zero, à cause que TY, & par conséquent TX ou x doit être un *maximum*, on trouve $u = \frac{1}{2}k$, qui substituée à la place de u, dans la valeur de x, donnera x ou $TX = \frac{1}{4}b$, & $XY = \frac{bk}{4f}$.

S'il y avait plusieurs lentilles, dit Mr. Klingenstierna, la proposition se démontrerait de la même manière. Car les distances à l'axe des points d'incidence de chaque rayon sur chaque lentille, sont en raison constante, & les aberrations des rayons rompus par toutes ces lentilles, ou les quantités dont les points où ils coupent l'axe sont écartés du dernier foyer, sont proportionnelles aux carrés des distances des points où ils tombent sur la dernière lentille, à l'axe.

Donc le raisonnement employé ci-dessus pour une seule lentille, a également lieu pour plusieurs, pourvu que par le diametre de la dernière lentille, on entende le diametre du cercle que le pinceau entier occupe sur cette lentille.

646. La proposition démontrée par l'Auteur & par Mr. Klingenstierna, ayant lieu pour un miroir sphérique concave, il s'ensuit que la densité des rayons réflé-

paraison du cercle d'aberrations occasionnées par la diverse réfrangibilité.

Supposons que l'objectif soit un verre plan convexe dont le côté plan est tourné vers l'objet, soit S le demi-diametre de son ouverture, D le diametre de la sphere dont ce verre est un segment, $\frac{n}{m}$ le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction en passant du verre dans l'air; il est clair par les Art. 450 & 444, que si les rayons paralleles à l'axe du verre étaient tous également réfrangibles, ils seraient répandus à l'endroit où l'image

chis étant supposée uniforme dans le cercle d'aberration, est à la densité des rayons tombant perpendiculairement sur un plan AP (*Fig.* 558) comme la surface totale de la sphere dont le miroir fait partie, est à celle d'un cercle qui aurait pour diametre le sinus verse PC du petit arc AC, à très-peu près; supposant toutefois que les rayons incidens soient tous réfléchis.

Car puisque les mêmes rayons sont contenus successivement dans les cercles décrits par les lignes AP & YX, en tournant autour de EC, leurs densités dans ces cercles sont réciproquement comme les cercles mêmes, c'est-à-dire, que la densité des rayons réfléchis est à celle des rayons incidens comme AP^2 est à XY^2 ou $\frac{1}{16}FG^2$ (*Art.* 450), ou $\frac{AP^6}{16 \times 4CE^4}$ (*Art.* 448), c'est-à-dire, en mettant D pour $2CE$, comme $4D^4$ est à AP^4, ou comme $4D^2$ est à PC^2, à cause que D, AP, PC sont, à très-peu près, en proportion continue, & par conséquent comme la surface de la sphere est à la surface du cercle qui a PC pour diametre, à très-peu près.

647. Donc la plus grande densité des rayons réfléchis est au foyer F considéré comme un point physique, & est incomparablement plus grande que celle des rayons incidens. Car supposons AP infiniment diminuée, cas auquel XY devient le foyer F, la proposition ci-dessus devient d'une exactitude rigoureuse; & la densité en F est toujours la même, soit que le pinceau qui tombe sur le miroir soit menu ou que ce soit un large pinceau, parce que les rayons les plus éloignés de l'axe, passent, après avoir été réfléchis, loin du point F.

648. De même, lorsque des rayons tombent paralleles sur le côté plan d'une lentille plane convexe, $\frac{m}{n}$ exprimant le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction, en passant de l'air dans cette lentille, leur plus grande densité à leur foyer F, est à celle des rayons incidens, comme la surface entière de la sphere, dont la lentille est un segment, à l'aire d'un cercle dont le diametre est $\frac{mm}{nn}PC$, & qui par conséquent est, dans le verre, les $\frac{1}{4}$ du sinus verse de l'ouverture la plus petite de la lentille; de sorte que la densité au foyer est incomparablement plus grande que celle des rayons incidens. Ceci se démontre, par l'Article 444, absolument de la même manière que pour le miroir.

649. La densité des rayons réfléchis ou rompus, dans chacun des points de l'image d'un objet très-éloigné, est donc aussi incomparablement plus grande que la densité des rayons incidens d'un pinceau quelconque. Car ces rayons seraient d'une extrême densité dans chacun de ces points, quand les rayons de chaque pinceau seraient supprimés, à l'exception de ceux qui sont voisins des axes de ces pinceaux: & ces rayons qui sont extérieurs à ceux-ci, étant répandus sur les points collatéraux de chaque point de l'image, contribueront à augmenter la densité des rayons dans toute l'image.

de l'objet est la plus distincte, dans un petit cercle dont le diametre est $\frac{mm}{nn} \times \frac{S^3}{DD}$, à très-peu de chose près : si, par exemple, n est à m comme 20 à 31, & si D est de 100 pieds ou de 1200 pouces, & par conséquent la lunette de 100 pieds (*Art.* 224) & S de deux pouces, le diametre de ce cercle d'aberration sera la $\frac{961}{72000000}$ partie d'un pouce. Mais le diametre du petit cercle où se rassemblent tous les rayons après avoir été séparés par leur diverse réfrangibilité, est environ la 55^e^. partie de l'ouverture de l'objectif, qui est ici de quatre pouces. Ainsi l'aberration occasionnée par la sphéricité est à celle qui provient de la différente réfrangibilité, comme $\frac{961}{72000000}$ à $\frac{4}{55}$ ou, comme 1 à 5449 ; & par conséquent l'aberration de sphéricité étant si petite par rapport à l'autre, ne mérite pas d'être considérée dans la théorie des lunettes. Si l'on suppose que le diametre du petit cercle d'aberrations occasionnées par la différente réfrangibilité, n'est que la 250^e^. partie du diametre de l'ouverture, il ne contiendra gueres que les rayons jaunes & les orangés, les autres dont les couleurs faibles & sombres sont à peine sensibles, passant en dehors de ce cercle ; & l'aberration occasionnée par la sphéricité sera à celle qui vient de la diverse réfrangibilité, dans une lunette de 100 pieds, comme $\frac{961}{72000000}$ à $\frac{4}{250}$ ou comme 1 est à 1200, ce qui prouve suffisamment le Théorême *.

452. COROLL. I. Si un miroir concave & un verre plan convexe ont la même distance focale & la même ouverture, le diametre du cercle d'aberration de sphéricité sera trente fois plus petit dans le miroir que dans le verre. Car ces diametres sont (*Art.* 450, 448 & 444) $\frac{AP^3}{16CF^2}$ & $\frac{mm}{(m-n)^2} \times \frac{AP^3}{4CF^2}$ respectivement, & par conséquent sont comme $\frac{1}{4}$ à $\frac{mm}{(m-n)^2}$

* 650. Il est cependant vrai que, si l'on adopte la détermination que donne Mr. le Gentil, du diametre du cercle d'aberration de réfrangibilité, on ne peut gueres regarder le cercle des aberrations occasionnées par la sphéricité, comme étant d'une petitesse extrême par rapport au cercle d'aberration de réfrangibilité. Prenons pour exemple un objectif plan convexe de 30 pieds de foyer, & de 3 pouces d'ouverture, & supposons son côté plan tourné vers l'objet. Le rayon de sa convexité étant de 198 pouces (qui se détermine facilement en se souvenant que le rayon r de la convexité d'un verre plan convexe $= (m-1)f'$), on trouve que

ou $\frac{31 \times 31}{11 \times 11}$. Si donc une lunette & un téleſcope catoptrique ont chacun 100 pieds de long, les aberrations latitudinales dans le téleſcope ſeront 30 × 5449 ou 163470 fois plus petites que les aberrations latitudinales occaſionnées par la différence de réfrangibilité dans la lunette.

453. COROLL. II. Le nombre de pinceaux, dont quelques rayons ſe mêlent enſemble dans chaque point d'une image con-

le diametre du cercle le plus petit, dans lequel tous les rayons rompus ſont raſſemblés, eſt de 0,0000517 pouces. Donc ſi l'on ſuppoſe que le diametre du cercle d'aberration de réfrangibilité n'eſt que la 776.^{e} partie de la largeur de l'ouverture, les diametres de ces deux cercles ſeront entr'eux comme 0,0000517 à 0,003867, ou comme 1 eſt à 75, à peu près. Ce qui fait voir que ſi le diametre du cercle d'aberration de réfrangibilité n'eſt que la 776.^{e} partie du diametre de l'ouverture, on ne doit pas regarder le cercle d'aberration de ſphéricité comme étant d'une petiteſſe extrême par rapport au cercle d'aberration de réfrangibilité.

651. Mais auſſi, outre que la détermination de Mr. le Gentil ne paraît pas encore généralement admiſe, il faut avouer que le cas dans lequel un objectif plan convexe a ſon côté plan tourné vers l'objet, eſt un des plus défavorables, c'eſt-à-dire, un de ceux où l'aberration de ſphéricité eſt la plus grande. D'abord, il eſt certain que ſi le côté convexe était tourné vers l'objet, le cercle d'aberration de ſphéricité ferait pluſieurs fois plus petit que ſi c'eſt le côté plan : c'eſt ce dont il eſt facile de s'aſſurer.

652. Car ſuppoſant que l'objet ſoit ou puiſſe être conſidéré comme infiniment éloigné, l'aberration d'un rayon qui tombe ſur le bord d'une lentille, dont k eſt la demi-largeur, & r & r' les rayons des ſurfaces, eſt, comme on le ſera voir dans la ſuite, $f f^2 k k \left(\frac{m^3 - m^2}{2q^3} - \frac{2m^2 - m - 1}{2rqq} + \frac{m^2 + m - 2}{2mrrq}\right)$, $\frac{m}{1}$ exprimant le rapport de réfraction en paſſant de l'air dans la lentille, f' la diſtance focale qui eſt $= \frac{1}{(m-1)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}\right)}$ (*Note* 569), & q étant $= \frac{1}{\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}}$.

Or, cette expreſſion devient celle de l'aberration d'un rayon extrême, dans une lentille plane convexe, dont le côté convexe eſt tourné vers l'objet, en faiſant $r' = \infty$; & la quantité $\frac{m^3 - 2m^2 + 2}{2m(m-1)} \times \frac{kk}{r}$, que l'on trouve, après avoir ſubſtitué pour q & f' leurs valeurs reſpectives r & $\frac{r}{m-1}$, étant multipliée par $\frac{k}{4f'}$ (*Note* 645), donne évidemment le demi-diametre du cercle le plus petit dans lequel les rayons rompus ſont tous raſſemblés; de ſorte que l'on a pour ce diametre entier $\frac{m^3 - 2m^2 + 2}{4m} \times \frac{k^3}{rr}$, quantité certainement plus petite, m étant plus grande que l'unité, que $\frac{m^2}{4} \times \frac{k^3}{rr}$ qui eſt le diametre du même cercle, quand l'objectif a ſon côté plan tourné vers l'objet.

653. m étant $= 1,55$, dans le verre ordinaire, on trouve que le diametre du premier cercle, c'eſt-à-dire, du cercle d'aberration de ſphéricité, quand l'objectif a ſon côté convexe tourné vers l'objet, n'eſt que $0,1482 \times \frac{k^3}{rr}$, tandis que le diametre du ſecond cercle eſt 0,6006 ×

fuse, est comme l'aire du cercle d'aberrations des rayons d'un pinceau quelconque, & par conséquent le mêlange des rayons de différens pinceaux occasionné par la sphéricité d'un objectif, serait, si ces rayons étaient tous également réfrangibles, au mêlange de ces mêmes rayons occasionné par leur différente réfrangibilité, comme 1 à 5449×5449 ou 29691601 dans l'exemple qu'on a apporté. Car considérant un point quelconque d'une image confuse comme étant le centre d'un cercle d'aberrations, il est clair que tous les autres cercles d'aberrations égaux à ce cercle, dont les centres tombent sur ce cercle, couvriront son centre, c'est-à-dire, que le nombre de pinceaux mêlés au centre du cercle d'aberrations, est comme l'aire de ce cercle.

$\frac{k^3}{rr}$. Ce qui nous donne lieu de remarquer qu'il y a un avantage assez sensible à disposer un objectif plan convexe, de manière que son côté convexe soit tourné vers l'objet.

654. Si l'objectif était convexe des deux côtés, & que ses convexités fussent égales, on trouve aisément que le diametre du cercle le plus petit où se rassemblent tous les rayons rompus par cet objectif, est $\frac{4m^3 - 4m^2 - m + 2}{4m} \times \frac{k^3}{rr}$, & par conséquent $0,92508 \times \frac{k^3}{rr}$, dans la même supposition de $m = 1,55$. Or, il est facile de voir que, si un objectif de cette forme est du même foyer qu'un objectif plan convexe, le diametre précédent est plus petit que le diametre du cercle d'aberration de l'objectif plan convexe, dont le côté plan est tourné vers l'objet. Car le rayon de chaque côté de l'objectif convexe est double du rayon du côté convexe de l'objectif plan convexe.

655. Enfin, nous remarquerons que le cercle d'aberration de sphéricité sera toujours d'une petitesse assez grande pour n'être pas comparable au cercle d'aberration de réfrangibilité, pourvu que l'ouverture soit assez petite. Le premier de ces cercles sera très-petit par rapport au second, par exemple, dans une lentille également convexe des deux côtés, si $0,92508 \times \frac{k^3}{rr}$ est beaucoup plus petite que $\frac{k}{250}$ (le diametre du cercle d'aberration de réfrangibilité étant supposé la 250.e partie de la largeur de l'ouverture), ou, si kk est beaucoup plus petite que $\frac{100000 . rr}{92508 . 250}$, ou enfin si k est beaucoup plus petite que $\frac{1}{11} r$; c'est-à-dire, si la moitié de l'ouverture est beaucoup plus petite que la onzieme partie du rayon.

CHAPITRE IX.

Un téleſcope dioptrique ou catoptrique étant donné, dont l'ouverture & l'oculaire ſont déterminés par expérience, trouver la longueur, l'ouverture & l'oculaire d'un autre téleſcope qui repréſente un objet avec autant de clarté & de diſtinction que le téleſcope donné, & le groſſiſſe un certain nombre de fois.

THÉORÊME I.

454. *Dans toutes eſpeces de téleſcopes & de microſcopes doubles, l'indiſtinction apparente d'un objet donné eſt directement comme l'aire du cercle d'aberration au foyer de l'objectif, & réciproquement comme le carré de la diſtance focale de l'oculaire.*

Dans la viſion à l'œil nud, ou au travers des verres, l'indiſtinction apparente d'un objet eſt comme l'aire d'un cercle d'aberration dans l'image de cet objet tracée au fond de l'œil; parce que tout point ſenſible du fond de l'œil étant le centre d'un cercle d'aberration, eſt frappé en même tems par des rayons mêlés enſemble d'autant de différens pinceaux qu'il y a de points ſenſibles dans l'aire de ce cercle (*Art.* 453); d'où réſulte néceſſairement une ſenſation confuſe du même nombre de points viſibles de l'objet, d'où viennent tous ces pinceaux; & ce nombre de points eſt comme l'aire du cercle d'aberration, quelle que ſoit la grandeur d'un point ſenſible du fond de l'œil. Mais dans la viſion au travers d'un téleſcope, le diametre d'un cercle d'aberration, dans l'image tracée au fond de l'œil, eſt comme la grandeur apparente du diametre du cercle correſpondant d'aberration au foyer commun des verres, c'eſt-à-dire, comme l'angle au centre de l'oculaire, ſoutendu par ce diametre (*Art.* 120), & par conſéquent comme ce diametre même directement, & réciproquement comme la diſtance focale de l'oculaire (*Art.* 222). L'aire de ce cercle d'aberration

ſur

fur le fond de l'œil, eſt donc directement comme l'aire du cercle correſpondant d'aberration au foyer de l'objectif, & réciproquement comme le carré de la diſtance focale de l'oculaire.

455. COROLL. Dans toute eſpece de téleſcopes & de microſcopes doubles, un objet paraît également diſtinct, lorſque les diſtances focales des oculaires ſont comme les diametres des cercles d'aberration au foyer des objectifs.

456. On néglige ici la confuſion qui peut venir des aberrations occaſionnées par les oculaires, comme étant trop petite pour mériter qu'on y ait égard; & l'on ne conſidere que la confuſion qui regne dans les points de l'image, qui ſont très-près de l'axe du téleſcope, tels que le point q (*Fig. 188*). Or, ſi ce point était parfaitement diſtinct, les rayons qui en viennent ſortiraient ſenſiblement paralleles de l'oculaire; parce que la largeur de ce faiſceau cylindrique de rayons eſt extrêmement petite en comparaiſon de celle de l'oculaire, la largeur de ce faiſceau étant à celle de l'ouverture de l'objectif, comme la diſtance focale de l'oculaire à celle de l'objectif; & que les réfractions à une ſi petite diſtance de l'axe, ſont ſuffiſamment régulières. C'eſt la grandeur de l'ouverture de l'objectif & de ſa diſtance focale qui occaſionne de l'irrégularité dans ſes réfractions. Ajoûtez à cela que les rayons différemment réfrangibles ne peuvent ſe ſéparer ſenſiblement dans un trajet auſſi court que celui qu'ils font de l'oculaire à l'œil. On ſait d'ailleurs par expérience que les objets & les images qui ſont vraiment diſtincts, le paraiſſent ſuffiſamment au travers d'oculaires d'un foyer fort court, quand ils ont une très-petite ouverture. Tout cela ſera démontré & mis dans un plus grand jour dans le Chapitre XI, où le même ſujet ſera traité avec plus d'étendue.

457. THÉORÊME II. *Dans les lunettes, l'indiſtinction apparente d'un objet donné vu au travers d'une lunette, eſt directement comme l'aire de l'ouverture de l'objectif, & réciproquement comme le carré de la diſtance focale de l'oculaire.*

C'eſt ce qui eſt évident, par le Théorême précédent, l'aire du cercle d'aberration au foyer de l'objectif étant comme l'aire de ſon ouverture (*Art. 436*), & les aberrations qui proviennent de l'oculaire (*Art. précéd.*) de ſa ſphéricité & de celle de l'objectif, étant extrêmement petites (*Art. 451*).

458. COROLL. Dans les lunettes, un objet donné paraît également distinct, lorsque les diametres des ouvertures de leurs objectifs, sont comme les distances focales de leurs oculaires.

459. THÉORÊME III. *Dans toutes sortes de télescopes, l'éclat apparent d'un objet donné est directement comme le carré du diametre de l'ouverture, & réciproquement comme le carré de l'amplification linéaire.*

Car si les carrés des amplifications linéaires, c'est-à-dire, si les aires des images tracées au fond de l'œil étaient les mêmes, la clarté de ces images serait comme la quantité de lumière qui passe par ces ouvertures, c'est-à-dire, comme les carrés des diametres de ces ouvertures; & si les ouvertures ou quantités de lumière étaient les mêmes, la clarté des images serait réciproquement comme les aires de ces images, ou réciproquement comme les carrés des amplifications linéaires. Lors donc que les amplifications sont différentes, ainsi que les ouvertures, la clarté est directement comme le carré des diametres des ouvertures, & réciproquement comme le carré des amplifications linéaires.

460. COROLL. I. Donc, dans les lunettes & dans les télescopes catoptriques, la clarté avec laquelle on voit un objet est la même, lorsque les diametres de leurs ouvertures sont comme les amplifications linéaires, c'est-à-dire, comme les distances focales des objectifs directement, & réciproquement comme les distances focales des oculaires.

461. COROLL. II. Si la largeur de l'ouverture d'un objectif & la distance focale de l'oculaire sont augmentées chacune dans un rapport quelconque donné, la distinction demeurera la même qu'auparavant (*Art. 458*), & l'amplification linéaire ou grandeur apparente du diametre des objets sera diminuée dans le même rapport (*Art. 120*); mais l'éclat apparent sera augmenté, par l'Art. 459, dans un rapport quadruplé du premier rapport; & réciproquement.

462. Au reste, il faut convenir, & nous en devons l'observation à M.r Huyghens, qu'en prétendant que la netteté avec laquelle on apperçoit un objet dans une lunette, est la même, dans les suppositions que nous avons faites, nous ne nous trouvons pas tout-à-fait d'accord avec l'Expérience. Ce fut en regardant le même objet avec différentes lunettes, ou avec la

même, dont il variait l'ouverture, que M.r Huyghens s'en apperçut *; il observa que l'objet ne paraissait pas tout-à-fait aussi distinct par une ouverture plus grande que par une plus petite. Il trouva encore, en regardant avec la même ouverture des objets de différent éclat, que l'indistinction apparente des objets qui avaient plus d'éclat, était un peu plus grande que celle des objets qui en avaient moins; de sorte qu'on peut donner un peu plus d'ouverture aux lunettes, lorsqu'il s'agit d'observer des planetes qui réfléchissent peu de lumière, que lorsqu'on veut observer celles qui en réfléchissent beaucoup.

463. THÉORÊME IV. *Dans les télescopes catoptriques, l'indistinction apparente d'un objet donné est directement comme la sixieme puissance du diametre de l'ouverture du miroir, & réciproquement comme la quatrieme puissance de sa distance focale multipliée par le carré de celle de l'oculaire.*

L'aire d'un cercle d'aberration au foyer d'un miroir est directement comme la sixieme puissance du diametre de son ouverture, & réciproquement comme la quatrieme puissance de sa distance focale (*Art.* 450 & 448); donc l'indistinction apparente de l'objet est directement comme la sixieme puissance du diametre de l'ouverture du miroir, & réciproquement comme la quatrieme puissance de sa distance focale multipliée par le carré de la distance focale de l'oculaire (*Art.* 454).

464. COROLL. Dans les télescopes catoptriques un objet paraît avec la même netteté, lorsque les cubes des diametres des ouvertures des miroirs sont comme les produits des carrés des distances focales par celles des oculaires, ou lorsque les distances focales des oculaires sont comme les cubes des diametres des ouvertures des miroirs divisés par les carrés de leurs distances focales.

465. THÉORÊME V. *Dans les lunettes de différentes longueurs, un objet paraît également clair & distinct, lorsque les diametres de leurs ouvertures & les distances focales de leurs oculaires sont comme les racines carrées de leurs longueurs ou des distances focales de leurs objectifs; & alors les amplifications linéaires sont aussi comme les racines carrées de ces mêmes longueurs.*

* Voyez la Dioptrique de Mr. Huyghens, dont une grande partie de ce Chapitre est extraite.

Car pour voir l'objet avec la même clarté, le produit du diametre de l'ouverture & de la distance focale de l'oculaire doit être comme la longueur de la lunette (*Art.* 460), & pour le voir avec la même netteté, le diametre de l'ouverture doit être comme la distance focale de l'oculaire (*Art.* 458); pour satisfaire à ces deux points à la fois, il faut donc que le carré du diametre de l'ouverture & le carré de la distance focale de l'oculaire soient chacun comme la longueur de la lunette; & que par conséquent le diametre de l'ouverture, aussi bien que la distance focale de l'oculaire, soient comme la racine carrée de cette longueur. L'amplification linéaire ou grandeur apparente du diametre de l'objet qui est comme le diametre de l'ouverture, sera donc aussi comme la racine carrée de la longueur de la lunette.

466. La lunette de comparaison de M.r Huyghens de 30 pieds, supporte une ouverture de trois pouces de diametre, & un oculaire de trois pouces trois dixiemes de foyer *. D'après ces mesures il a dressé la Table de la page suivante, pour les ouvertures & les oculaires que doivent avoir d'autres lunettes, en suivant la regle que voici :

Multipliez le nombre de pieds de la distance focale de l'objectif proposé par 3000, la racine carrée du produit donnera la largeur de son ouverture en centiemes de pouce, & cette même largeur augmentée de sa dixieme partie, donnera la distance focale de l'oculaire en centiemes de pouce. Quant aux pouvoirs amplifians, ils seront comme les largeurs ou diametres des ouvertures.

* 656. La distance focale de l'objectif de comparaison de Mr. Huyghens, son ouverture & la distance focale de son oculaire, de même que les dimensions qu'il donne dans sa Table pour les lunettes de différentes longueurs, sont en pieds & pouces du Rhin. cette mesure n'étant point d'usage en France, nous avons cru devoir ajoûter dans une colonne séparée les dimensions de lunettes d'un même nombre de pieds de Paris de longueur, que celles de la Table contiennent de pieds du Rhin, calculées en pieds & pouces de Paris. Le pied du Rhin étant à celui de Paris comme 1000 à 1035, la distance focale de l'objectif de Mr. Huyghens se trouve, à très-peu près, de 29 pieds de Paris, la largeur de son ouverture de 2,91 pouces; & le foyer de son oculaire de 3,19 pouces. Au moyen de ces mesures, il a été facile de calculer, en se conformant à l'Article 465, les ouvertures & les distances focales qui se trouvent dans une seconde colonne à côté des premieres, dans la Table; & suivant qu'on aura besoin des premieres ou des nouvelles, on prendra les pieds de la distance focale des objectifs qui forment la premiere colonne de la Table, pour des pieds du Rhin ou pour des pieds de Paris. Il n'est pas besoin

Longueur de la Lunette ou distance focale de l'objectif.	*LARGEUR DE l'ouverture de l'objectif.*		*DISTANCE FOCALE de l'oculaire.*		*AMPLIFICATION Linéaire, ou pouvoir amplifiant.*	
Pieds.	Pouces du Rhin	Pouces de Paris	Pouces du Rhin	Pouces de Paris		
1	0,55	0,55	0,61	0,59	20	20
2	0,77	0,76	0,85	0,84	28	28
3	0,95	0,94	1,05	1,03	34	34
4	1,09	1,08	1,20	1,18	40	40
5	1,23	1,21	1,35	1,33	44	44
6	1,34	1,32	1,47	1,45	49	49
7	1,45	1,43	1,60	1,57	53	53
8	1,55	1,53	1,71	1,68	56	57
9	1,64	1,62	1,80	1,77	60	61
10	1,73	1,71	1,90	1,87	63	64
12	1,89	1,87	2,08	2,05	69	70
13	1,97	1,95	2,17	2,14	72	73
15	2,12	2,09	2,32	2,29	77	78
18	2,32	2,29	2,55	2,51	85	86
20	2,45	2,42	2,70	2,65	89	90
25	2,74	2,70	3,01	2,96	100	101
30	3,00	2,96	3,30	3,24	109	111
35	3,24	3,20	3,56	3,51	118	120
40	3,46	3,42	3,81	3,75	126	128
45	3,67	3,63	4,04	3,98	133	135
50	3,87	3,82	4,26	4,19	141	143
55	4,06	4,01	4,47	4,40	148	150
60	4,24	4,19	4,66	4,59	154	156
70	4,58	4,53	5,04	4,96	166	169
80	4,90	4,84	5,39	5,30	178	181
90	5,20	5,13	5,72	5,63	189	192
100	5,48	5,41	6,03	5,93	199	202
120	6,00	5,92	6,60	6,49	218	222
140	6,48	6,39	7,13	7,01	235	239
160	6,93	6,84	7,62	7,50	252	256
180	7,35	7,26	8,09	7,96	267	271
200	7,75	7,65	8,53	8,39	281	286
220	8,12	8,02	8,93	8,79	295	300
240	8,48	8,36	9,33	9,17	308	314
260	8,83	8,72	9,71	9,56	321	326
280	9,16	9,05	10,08	9,93	333	338
300	9,49	9,37	10,44	10,27	345	350
400	10,95	10,82	12,05	11,86	398	404
500	12,25	12,09	13,47	13,26	445	452
600	13,42	13,25	14,76	14,52	488	496

Car puisque l'objectif de la lunette de comparaison a 30 pieds de foyer, prenant F pour marquer la distance focale d'un autre objectif, il faut faire, par le présent Théorême, $\sqrt{30}$ est à $\sqrt{F}$, comme 3 pouces, diametre de l'ouverture de comparaison, ou 3,00 ou $\sqrt{(3{,}00 \times 3{,}00 F)}$ au diametre de l'ouverture qu'on cherche, qui sera par conséquent $\sqrt{(0{,}3000\, F)}$, & ainsi se trouve en centiemes de pouce. La distance focale de l'oculaire de la lunette de comparaison est de 3,3 pouce, c'est-à-dire, est d'un dixieme plus grande que le diametre de l'ouverture de l'objectif; par conséquent la distance focale du nouvel oculaire doit être, par ce même Théorême, d'un dixieme plus grande que le diametre de l'ouverture du nouvel objectif.

467. Il donne aussi les instructions suivantes pour pouvoir voir, avec ces lunettes, toutes sortes d'objets tant de jour que de nuit. Les proportions qu'on leur a données dans la Table ci-dessus, sont celles qu'elles doivent avoir pour être propres aux observations astronomiques; & par conséquent il faudra faire en sorte que la clarté soit plus grande, dans ces lunettes, si l'on veut s'en servir dans le jour. Car quand l'œil est ébloui par l'éclat du jour, on ne voit qu'obscurément au travers, les objets qu'elles font voir la nuit avec une clarté suffisante. C'est pourquoi lorsque j'ai voulu, dit M.r Huyghens, me servir

d'avertir que cette Table est nécessairement bornée aux lunettes ordinaires, & que les nouvelles en exigent de construites sur d'autres principes.

657. Nous devons faire observer que l'objectif de comparaison de Mr. Huyghens n'étant que d'une bonté ordinaire, les proportions des ouvertures & des distances focales des oculaires relatives aux longueurs des lunettes de la Table, ne supposent que des objectifs d'une bonté pareille. Si les objectifs avaient le degré de perfection qu'on leur donne quelque fois, ils supporteraient de plus grandes ouvertures & des oculaires d'un foyer plus court, & conséquemment grossiraient davantage. Mr. Huyghens parle d'un objectif de 34 pieds de foyer, qui supportait une ouverture de 4 pouces & un oculaire de 2 pouces $\frac{1}{2}$ (ces mesures & les suivantes sont toujours des pieds & pouces du Rhin), & qui par conséquent grossissait 163 fois. Un objectif de 35 pieds aussi parfait, amplifierait donc 166 fois, & un d'un pied, 28, au lieu que, selon la Table, le premier ne grossit que 118 fois, & le second 20; or, $\frac{166}{118}$ ou $\frac{28}{20} = 1{,}4$. Si donc on avait des objectifs qui eussent le même degré de perfection que celui de Mr. Huyghens que nous venons de citer, pour avoir leurs pouvoirs amplifians, il n'y aurait qu'à multiplier par 1,4 les pouvoirs amplifians des objectifs de la Table, qui seraient du même foyer. Et pour trouver les ouvertures & les oculaires qu'il faudrait leur donner, on se conduirait comme pour les autres, c'est-à-dire, qu'on se conformerait à l'Article 465, en réduisant d'abord, si l'on voulait avoir tout en pieds & pouces de Paris, la distance focale de ce dernier objectif de Mr. Huyghens, son ouverture & la distance focale de son oculaire en pieds & pouces de Paris.

de ces lunettes pour observer de jour, j'ai trouvé qu'il fallait changer d'oculaires, & en substituer qui fussent d'un foyer double; au moyen de quoi l'éclat apparent devient quadruple de ce qu'il était, les surfaces des images tracées au fond de l'œil diminuant dans le même rapport (*Art.* 120): car comme l'ouverture ne change point, la quantité de lumière qui entre dans la lunette ne change point non plus, & par conséquent l'espace sur lequel elle est reçue en est d'autant plus illuminé, qu'il est plus petit.

Si, sans changer d'oculaire, on augmentait l'ouverture, on réussirait également à augmenter la clarté; mais alors les aberrations devenant plus grandes, les Iris & les nébulosités qui en proviennent, augmenteraient aussi; & par conséquent cet expédient n'est pas praticable.

468. Mais, dira-t-on, puisqu'en substituant un oculaire d'un foyer plus long, l'indistinction apparente, qu'on a examinée jusqu'à présent, diminue, pourquoi ne pourrait-on pas augmenter l'ouverture de l'objectif jusqu'à ce que le degré d'indistinction se retrouve le même que celui d'une lunette dont les dimensions sont reglées par la Table? On y gagnerait du côté de la lumière, & on ne perdrait rien du côté de la distinction (*Art.* 461). Je réponds à cela que les Iris occasionnées par la décomposition de la lumière, deviennent plus sensibles, quoiqu'elles soient de la même quantité, à proportion de la clarté de l'image; car elles augmentent en même tems de vivacité. Et l'expérience nous apprend que si-tôt qu'on donne plus d'ouverture aux lunettes dont on se sert de jour, les Iris commencent à altérer la représentation des objets qui ont beaucoup d'éclat. Il faut donc bien se garder de rien changer aux ouvertures *.

* 658. Ces derniers Articles font assez sentir combien la décomposition que souffre la lumière en passant au travers des objectifs des lunettes, borne ces instrumens par les couleurs qui en résultent aux bords des images, & qu'on ne peut faire évanouir qu'aux dépens de la clarté, ou en allongeant presque toujours très-considérablement la lunette. On voit donc combien il serait important de les délivrer de cet inconvénient, le plus grand & presque le seul qui s'oppose à leur perfection. Nous disons *presque le seul*, parce que celui qui consiste dans le défaut de réunion des rayons qui tombent à quelque distance de l'axe de la lunette, avec ceux qui tombent infiniment près de cet axe, est, comme on a vu (*Art.* 451), extrêmement petit en comparaison de celui-là, & que d'ailleurs Mr. Newton avait trouvé le moyen d'y remédier.

659. De quelque nécessité qu'il soit de détruire ce principe d'aberration, l'impossibilité en paraissait si bien établie jusqu'à

469. On peut encore faire cette question; si on voulait se servir d'une lunette avec laquelle on observe Saturne, pour observer la lune qui a cent fois plus d'éclat (puisqu'elle est dix

ces derniers tems, que personne n'osait y penser. Mr. Newton fondé sur ses Expériences, l'ayant jugé indestructible, il était généralement regardé comme tel. Il n'est cependant que trop vrai que ce grand homme se trompait, & la seule de ses Expériences qui l'en eût empêché, il avait eu le malheur de la manquer; de sorte qu'au lieu de l'éclairer sur la possibilité de détruire l'aberration dont nous parlons, elle ne pouvoit servir, telle qu'il la fit, qu'à le confirmer dans la pensée où il était du contraire.

660. Arrêtés par un obstacle qu'ils croyaient insurmontable, les Opticiens désespéraient de pouvoir donner jamais aux lunettes plus de perfection qu'elles n'en avaient, lorsqu'en 1747 Mr. Euler leur apprit que cet obstacle pouvait être vaincu, & qu'il ne s'agissait que de le combattre par lui-même. Ce fut, à ce qu'il paraît, en réfléchissant sur la structure de l'œil, que ce grand Géometre imagina le moyen qu'il en donna. Il conçut que l'œil n'était composé de matières diaphanes différemment réfringentes, qu'afin de corriger, par ce moyen, l'aberration que la diverse réfrangibilité des rayons introduirait nécessairement, s'il n'y avait qu'un seul milieu. Cette pensée le porta à croire que si l'on composait des objectifs de deux matières différemment réfringentes, les inégalités des réfractions que ces deux matières occasionneraient aux diverses especes de rayons, pourraient se compenser mutuellement, ce qui ferait disparaître l'aberration de réfrangibilité. Les objectifs qu'il imagina en conséquence de cette idée, consistaient, comme celui que Mr. Newton avait imaginé pour détruire l'aberration de sphéricité, en deux lentilles de verre, qui renfermaient de l'eau entr'elles; & en partant d'une hypothese particuliere sur la proportion entre les réfractions des rayons de différentes couleurs dans différens milieux, il parvint à déterminer les courbures que devaient avoir les faces intérieures & extérieures de ces lentilles.

661. Aussi-tôt que les recherches de Mr. Euler furent publiques, Mr. Dollond, savant Opticien Anglais, s'empressa d'en profiter; mais il rejetta les dimensions que Mr. Euler avait données à ses objectifs, parce qu'elles étaient fondées sur une loi de réfraction qui n'était qu'hypothétique & dont il soupçonnait la vérité; & pour en calculer de nouvelles, il employa une autre loi de réfraction que Mr. Newton avait déduite d'une de ses Expériences, de celle-là même que nous avons dit qu'il avait manquée. Mais il fut bien surpris de trouver qu'alors la réunion des foyers de toutes les couleurs ne pouvait avoir lieu qu'à une distance infinie de l'objectif; ce qui ne permettait plus de croire, au cas que la loi de réfraction employée par Mr. Dollond fût vraie, que l'on pût tirer parti de l'assemblage de deux matières différemment réfringentes pour l'objet qu'on se proposait. Or, on n'avait aucun lieu de soupçonner la vérité de cette loi, que l'on savait fondée sur une Expérience de Mr. Newton, si simple & si facile, que personne ne se fût jamais avisé de penser qu'il l'eût manquée, lui qui en avait tant fait de fines & de délicates.

662. Mr. Euler répondit dans les Mémoires de l'Académie de Berlin de 1753, & fit voir que si quelqu'expérience prouvait la loi ou proportion de réfraction de Mr. Dollond, la même prouvait également en faveur de la sienne, & qu'en conséquence Mr. Dollond n'était nullement fondé à la rejetter & à lui en substituer une autre. Il fit plus, il attaqua à son tour la proportion adoptée par Mr. Dollond; il fit voir qu'elle était absolument fausse & qu'elle renfermait une contradiction manifeste; & après avoir produit de nouveaux argumens en faveur de celle qu'il avait employée, il finit par faire remarquer que si la proportion de Mr. Dollond était vraie, il ne serait pas même possible de diminuer la confusion résultante de la diverse réfrangibilité, puisqu'elle dépendrait toujours également de la distance du foyer des verres,

fois

fois plus près du soleil), ne pourrait-on pas diminuer la largeur de son ouverture & la distance focale de l'oculaire dans le même rapport, afin de faire paraître les régions de la lune, non

de quelque manière qu'ils fussent composés de matières différemment réfringentes; d'où il suivrait que, quoique l'œil soit composé de différentes humeurs, les images tracées au fond ne devraient pas plus être exemptes de couleurs, que s'il ne contenait qu'une lentille, & fût semblable à une petite chambre obscure. Or, comme cela n'est pas, puisqu'on ne voit jamais les objets bordés d'aucunes couleurs, Mr. Euler en conclut de nouveau la possibilité de prévenir toute espece de confusion résultante de la diverse réfrangibilité de la lumière, en combinant des matières différemment réfringentes, & que par conséquent la proportion de Mr. Dollond était contraire à l'Expérience.

663. Les raisons de Mr. Euler ne purent rien sur l'esprit prévenu de Mr. Dollond, qui n'en demeura pas moins ferme dans son sentiment, & dont toutes les réponses se réduisirent à opposer le nom de Mr. Newton & ses Expériences. Quelques personnes en France peu satisfaites de cette manière de répondre, engagerent Mr. Clairaut à prendre connoissance du sujet de la contestation. La premiere chose qu'il fit, ce fut d'examiner l'hypothese de réfraction de Mr. Euler; mais elle ne se soutint point à l'examen : ce qui joint à la persuasion où il était que Mr. Newton avait fait avec son exactitude ordinaire l'Expérience d'où il avait tiré la proportion adoptée par Mr. Dollond, le porta à conclure qu'il n'était pas effectivement possible de détruire les mauvais effets de la réfrangibilité au moyen de deux matières différemment réfringentes.

664. Tout conspirait donc à faire abandonner totalement l'excellente idée de Mr. Euler, lorsqu'en 1755 Mr. Klingenstierna, Professeur de Mathématiques à Upsal, fit remettre à Mr. Dollond un écrit qui le força de douter de l'Expérience de Mr. Newton, quoiqu'il ne l'attaquât que par la Méthaphysique & la Géometrie. Mr. Dollond cherchant à s'éclaircir de la vérité, recommença l'Expérience, la trouva fausse, & dès-lors regarda comme possible de corriger la réfraction d'un milieu par celle d'un autre milieu.

665. Ce que Mr. Newton avait eu intention de prouver par son Expérience consistait en ceci : Toutes les fois que des rayons de lumière traversent deux milieux de densité différente, de manière que la réfraction de l'un détruise celle de l'autre, & que par conséquent les rayons émergens soient paralleles aux incidens, la lumière sort toujours blanche (*Voyez l'Optique de Mr. Newton, pag. 145, Édition française in-4°*).

666. Afin de savoir si cela était vrai ou faux, Mr. Dollond répéta l'Expérience précisément de la manière que Mr. Newton l'indique. Pour former un prisme d'eau, il prit deux plaques de verre qu'il joignit par deux de leurs bords, de manière qu'il pût varier à volonté l'angle qu'elles faisaient, & ensuite remplit d'eau l'espace renfermé entr'elles; cela fait, il plongea dans l'eau de ce prisme, dont l'angle était tourné en bas, un prisme de verre, dont l'angle était tourné en haut; il chercha ensuite, en faisant mouvoir les plaques de verre, à leur donner une inclinaison telle que les objets parussent au travers de ce double prisme, à la même hauteur qu'à la vue simple, bien sûr qu'alors la réfraction absolue d'un prisme était anéantie par celle de l'autre; mais alors les objets parurent teints des couleurs de l'Iris, ce qui était absolument contraire à l'Expérience de Mr. Newton. Il est vrai que Mr. Dollond parvint, en continuant de mouvoir les plaques, à voir les objets, au travers des deux prismes, absolument sans Iris; mais alors il ne les voyait plus à la même hauteur qu'à la vue simple; ainsi les différences de réfrangibilité des rayons colorés s'étaient mutuellement corrigées, sans que les réfractions absolues se fussent détruites.

667. Cette Expérience qu'il est si étonnant que Mr. Newton eût manquée, vu son extrême simplicité, prouva à Mr. Dollond la possibilité de corriger l'aberration de réfrangibilité, en employant des

avec plus d'éclat que celles de Saturne, mais beaucoup plus grandes qu'auparavant? Par exemple, si, dans une lunette de 30 pieds, on réduit les trois pouces d'ouverture à $\sqrt{\frac{9}{10}}$ de pouce,

matières de réfringence différente. Il ne balança donc plus à profiter de cette idée & à la mettre en pratique; il employa d'abord le verre & l'eau pour former ses objectifs, comme avait fait Mr. Euler; mais il y trouva bientôt un inconvénient, c'est que les courbures qu'il fallait donner aux verres pour faire disparaître les couleurs, étaient trop considérables pour ne pas produire une très-grande aberration de sphéricité, à moins qu'on ne donnât une très-petite ouverture aux objectifs, afin d'affaiblir considérablement la lumière. On voit dans les Mémoires de Berlin de 1753 que Mr. Euler prévoyait cet inconvénient, & qu'il le regardait comme une des plus grandes difficultés que sa théorie pût éprouver dans la pratique.

668. Ces essais furent plus que suffisans pour persuader à Mr. Dollond qu'il n'était pas possible de réussir en combinant du verre & de l'eau. On a cependant lieu de penser qu'il y aurait trouvé moins d'obstacle, s'il avait employé le véritable rapport des dispersions dans l'eau & le verre. Ce rapport étant, selon les Expériences de Mr. Clairaut, très-voisin de celui de 3 à 2, & par conséquent beaucoup plus grand que celui de 5 à 4, que Mr. Dollond avait employé, il est certain qu'il eut trouvé des courbures moins considérables pour les faces de ses objectifs, & peut-être n'eut pas été forcé de les abandonner par la nécessité de leur donner trop peu d'ouverture. Convenons au reste qu'il fut heureux, pour le progrès de l'Art, que Mr. Dollond eût employé un rapport trop petit entre les dispersions dans l'eau & dans le verre. Car obligé de chercher d'autres matières pour composer ses objectifs, & sachant depuis long-tems que certaines especes de verre donnent des images plus nettes que d'autres, il conjectura fort heureusement que cette différence de qualité venait de celle de leurs vertus réfringentes, relativement aux rayons colorés; de sorte que, selon lui, tel verre pourrait rendre la différence de réfrangibilité du rouge au violet beaucoup plus sensible que tel autre, & occasionner en conséquence des Iris plus étendus, quoique la réfraction moyenne ne fût pas fort différente : considérations qui le déterminerent à chercher des verres qui eussent cette qualité, & à en former des objectifs.

669. Un verre très-blanc & fort transparent, appellé communément Cristal d'Angleterre, & connu aussi sous le nom de *Flintglass*, est celui qu'il trouva disperser le plus les rayons, c'est-à-dire, donner la plus grande différence dans la réfrangibilité des rayons rouges & des rayons violets; & celui qu'il trouva disperser le moins les rayons, & par conséquent le plus convenable pour être combiné avec celui-là, est un verre verdâtre, connu en Angleterre sous le nom de *Crownglass*, lequel ressemble beaucoup en qualité à notre verre commun. Le rapport qu'il découvrit entre les dispersions, dans ces deux especes de verres, est environ celui de 3 à 2 : il le trouva à peu près de la maniere qu'il avait découvert le même rapport dans le verre & l'eau.

670. Il construisit différens prismes de ces deux especes de verres, & il en changea peu à peu les angles, jusqu'à ce qu'il eut deux prismes, qui, appliqués l'un contre l'autre en ordre renversé, produisissent, comme le prisme composé d'eau & de verre, une réfraction moyenne sensible, sans cependant décolorer les objets.

671. Les recherches qu'il fit après cela des dimensions que doivent avoir deux lentilles faites de ces deux verres, pour composer un objectif qui réunisse les foyers de toutes les couleurs, n'eurent pas d'abord tout le succès que les qualités réfringentes de ces deux matières lui donnaient lieu d'espérer. Il trouva, comme lorsqu'il employait le verre & l'eau, des courbures trop grandes pour permetttre de négliger l'aberration dûe à la sphéricité. Ce ne fut qu'après avoir bien combiné les différentes especes de courbure, qui, par la nature du Problême, sont également propres à réunir

c'eſt-à-dire, qu'on rende la largeur de cette ouverture un peu moindre que le tiers de ce qu'elle était d'abord, & qu'on diminue la diſtance focale de l'oculaire dans le même rapport,

les foyers de toutes les couleurs, qu'il parvint à trouver celles qui donnaient une aberration de ſphéricité inſenſible. Les lunettes qu'il conſtruiſit, ſuivant ces principes, ſe trouverent très-ſupérieures à celles qu'on avait faites juſqu'alors. Une de ces lunettes de cinq pieds, faiſait autant d'effet que les lunettes ordinaires de quinze pieds.

Mais Mr. Dollond ayant caché ſoigneuſement la route qu'il avait ſuivie, pour obtenir des objectifs exempts des deux eſpeces d'aberration, il a fallu, pour pouvoir en conſtruire de ſemblables, ſe livrer aux mêmes recherches que lui, & fonder une théorie à l'aide de laquelle on pût nonſeulement ſe procurer le même degré de perfection, dans la conſtruction de ces objectifs, mais encore atteindre à un plus grand; ce qui paraiſſait très-poſſible.

672. La néceſſité & l'importance d'une pareille théorie ne manqua pas de frapper les plus grands Géometres. Mrs. Klingenſtierna & Clairaut s'empreſſerent de la donner. On trouve les premieres recherches de l'un dans les Actes de l'Académie de Stokolm pour l'année 1760, & dans le Journal des Savans du mois d'Octobre 1762, & celles de l'autre dans les Mémoires de l'Académie des Sciences, pour les années 1756, 1757 & 1762. Mr. d'Alembert entreprit de ſon côté le même travail, dont il a publié depuis le réſultat dans le 3.e Volume de ſes Opuſcules. On ſait avec quel ſuccès il a traité, outre ſon objet principal, quantité d'autres qui n'avaient été traités qu'imparfaitement avant lui, ou ne l'avaient point été du tout. Ce grand Géometre ne s'eſt pas même contenté de ſes premieres recherches, il s'eſt occupé de nouveau du même objet & nous ſavons que la théorie la plus étendue & la plus ſolide accompagnée de toutes les applications que la pratique peut exiger, a été le fruit de ſon travail. Mr. Klingenſtierna a auſſi continué ſes recherches, & a réuni le tout dans une excellente Piece qui a été couronnée à Petersbourg en 1762. Enfin le célebre Mr. Euler, le P. Boſcovich & Mr. l'Abbé Rochon ont traité la même matière; le premier, dans un Mémoire qui doit être inſéré dans le Volume des Mémoires de l'Académie des Sciences pour l'année 1765, l'autre dans le Volume des Commentaires de l'Inſtitut de Bologne, qui eſt ſous preſſe, & le troiſieme, dans un Mêmoire qui a mérité les éloges de l'Académie, & dans lequel il montre en même tems l'utilité des nouvelles lunettes pour la détermination des longitudes en mer, & donne les moyens de les y employer avec ſuccès.

673. Nous ne devons pas paſſer ſous ſilence les efforts d'un autre genre qu'on a faits à Petersbourg pour la perfection de l'art naiſſant des nouvelles lunettes. Nous voulons parler des recherches que Mr. Zeiher, Membre de l'Académie Impériale, a faites ſur la nature du *Flintglaſſ.* Il s'agiſſait de ſavoir d'où lui vient la propriété de diſperſer ſi conſidérablement les rayons, & ſi on réuſſiſſait à le découvrir, de profiter de cette connaiſſance, ſoit pour en faire de ſemblable, ou pour en compoſer d'autres eſpeces qui occaſionnaſſent encore une plus grande diſperſion, s'il était poſſible, & fuſſent par conſéquent plus propres à la conſtruction des nouveaux objectifs.

674. L'examen que Mr. Zeiher fit du *Flintglaſſ* lui apprit que cette eſpece de verre contient une grande quantité de plomb, tandis que le *Crownglaſſ* n'en contient point; d'où il conclut avec raiſon que le plomb eſt ce qui cauſe la grande diſperſion des rayons dans le *Flintglaſſ*; & afin qu'il ne reſtât aucun lieu d'en douter, il fit, en mêlant ſuivant différentes proportions, du minium avec du caillou, diverſes eſpeces de verre, leſquelles diſperſaient d'autant plus les rayons que le minium dominait davantage. Il eſt vrai que la réfraction moyenne devenait en même tems plus conſidérable, mais il trouva qu'on pouvait la diminuer ſans preſque rien changer à la diſperſion, en ajoûtant au mêlange une certaine quantité d'alkali. On

la clarté apparente dans ces deux lunettes, devrait être dans la raiſon quadruplée de 3 à $\sqrt{\frac{9}{10}}$, c'eſt-à-dire, comme 100 à 1; & puiſque les régions de la lune ont cent fois plus d'éclat que celles de Saturne, la lune obſervée avec la derniere de ces lunettes, ne devrait pas en avoir davantage que Saturne obſervé avec la premiere. L'indiſtinction apparente qu'on a conſidérée juſqu'ici, ſerait auſſi la même dans l'une & dans l'autre (*Art.* 461), & la lune ſerait plus amplifiée que Saturne, dans le rapport de 3 à $\sqrt{\frac{9}{10}}$ (*Art.* 120), qui eſt plus que triple. A la premiere vue, cette réduction de l'ouverture & de l'oculaire eſt donc très-avantageuſe; mais au fond il en eſt bien autrement, & cela pour deux raiſons : la premiere, c'eſt que l'on diſtingue mieux les petites parties de la lune, quand toute la lumière eſt reçue dans la lunette, que quand elle eſt conſidérablement augmentée, quoique cependant on n'y gagne pas à proportion de la lumière que la lunette reçoit : la ſeconde, parce que quand on a trop diminué l'ouverture, les bords

rapporte dans le Journal Encyclopédique du 1[er] avril 1764, qu'il compoſa par ce moyen une eſpece de verre dans laquelle le rapport de la réfraction moyenne était égal à celui de 161 à 100, & la diſperſion près de trois fois plus grande que dans le *Crownglaſſ*, & par conſéquent double de celle qui a lieu dans le *Flintglaſſ*. On travaille auſſi actuellement en France à faire du *Flintglaſſ*.

675. On peut juger de la perfection où l'on a porté les nouvelles lunettes, ſoit par le ſecours des recherches des Géometres, qui ſont publiques, ſoit à l'aide de recherches particulieres, par les effets ſurprenans que produiſent celles qui ont été exécutées par des mains adroites & exercées. Il n'eſt perſonne qui n'ait entendu parler de l'objectif à deux verres de 7 pieds de foyer, conſtruit par Mr. Antheaulme, qui équivaut à un objectif ordinaire de 30 ou 35 pieds. Depuis Mr. Dollond, fils, en a conſtruit un à trois verres de trois pieds de foyer, qui porte 3 pouces 4 lignes d'ouverture, & groſſit près de 150 fois; & il y a très-peu de tems que Mr. l'Abbé Rochon en a fait un à trois verres, de 12 pieds 8 pouces de foyer, qui porte un diametre de 6 pouces, & fait plus d'effet qu'aucune lunette ou téleſcope connu.

De ſemblables ſuccès ne pouvant qu'inſpirer un deſir très-vif de connaître la théorie par le ſecours de laquelle on peut en obtenir de pareils, nous avons cru devoir l'expoſer dans un Chapitre particulier qu'on trouvera à la ſuite de celui-ci; & comme la néceſſité d'être courts ne nous permet de donner que ce qu'elle renferme de plus eſſentiel, on ſera très-bien, pour s'en procurer une connaiſſance plus complette, de recourir aux Ouvrages des Géometres, où nous avons puiſé ce que nous en dirons, tels que les Opuſcules de Mr. d'Alembert, Tom. III, les Mémoires de Mr. Clairaut & la piece de Mr. Klingenſtierna, auxquels on ne doit pas manquer d'ajoûter ſur-tout les nouvelles recherches du premier de ces grands Géometres, ainſi que les Mémoires & Diſſertations de Mr. l'Abbé Rochon, de Mr. Euler & du P. Boſcovich, auſſi-tôt que ces Ouvrages ſeront publiés.

des images peintes au fond de l'œil deviennent confus ; ce qui mérite qu'on s'en occupe sérieusement, ainsi que des limites de cette confusion. Il est certain qu'à mesure qu'on diminue l'ouverture, les petits faisceaux cylindriques de rayons qui, au sortir de l'oculaire, entrent dans l'œil, se trouvent diminués à proportion. Or, si le diametre d'un de ces faisceaux est moindre que $\frac{1}{5}$ ou $\frac{1}{6}$ de ligne, c'est-à-dire, moindre que $\frac{1}{60}$ ou $\frac{1}{72}$ de pouce, les images auront leurs bords confus & mal terminés, par une raison qu'on ne connaît pas, qui dépend de la forme de l'œil, soit que cela provienne de la choroïde, de la rétine ou des humeurs : car en regardant au travers d'un trou moindre que $\frac{1}{5}$ ou $\frac{1}{6}$ de ligne, fait dans une plaque mince, les bords des objets commencent à paraître confus, & ils le paraissent d'autant plus que le trou est plus petit. Or, il est facile de faire voir que, dans la derniere lunette dont on vient de parler, le faisceau cylindrique de rayons est trop menu. Car en augmentant le diametre de l'ouverture de $\frac{1}{10}$ (*Art. 466*), la distance focale de l'oculaire devient de $\frac{11}{10}\sqrt{\frac{9}{10}}$ de pouce ; & à cause des triangles semblables dont les angles au foyer commun q sont soutendus par le diametre de l'ouverture & par celui du petit faisceau cylindrique cherché, la distance focale de l'objectif est à celle de l'oculaire comme le diametre de l'ouverture est au diametre du faisceau, c'est-à-dire, 30 pieds ou 360 pouces sont à $\frac{11}{10}\sqrt{\frac{9}{10}}$ de pouce, comme $\sqrt{\frac{9}{10}}$ de pouce sont à $\frac{11}{4000}$ de pouce ou $\frac{1}{30}$ de ligne environ, quantité beaucoup plus petite que $\frac{1}{6}$. Mais dans la lunette dont les dimensions sont réglées dans la Table, on a, 360 sont à $3\frac{1}{10}$ comme 3 sont à $\frac{11}{400}$ de pouce, ou $\frac{1}{3}$ de ligne environ pour le diametre du faisceau, ce qui ne peut avoir d'inconvénient ; d'où l'on apprend qu'on ne peut diminuer la largeur de l'ouverture & le foyer de l'oculaire de beaucoup plus d'un tiers ; car même alors le diametre du petit cylindre, à l'œil, n'excédera pas de beaucoup $\frac{1}{5}$ de ligne. On doit entendre la même chose des lunettes de toutes longueurs, dont les dimensions sont réglées dans la Table, le diametre du petit cylindre dont il s'agit, Fig. 188.

étant le même dans toutes. Car par la proportion dont on vient de faire mention, ce diametre est égal au produit de la largeur de l'ouverture par la distance focale de l'oculaire, divisé par la distance focale de l'objectif, & est par conséquent proportionnel au diametre de l'ouverture directement, & à l'amplification linéaire réciproquement; lesquels rapports doivent faire un rapport d'égalité, afin de conserver le même degré de clarté apparente (*Art.* 460).

470. Ainsi, quoique nous nous servions, pour observer Venus, d'une de ces lunettes avec lesquelles nous observons Saturne, & que la lumière de Venus soit deux cens vingt-cinq fois plus forte que Saturne, parce qu'elle est quinze fois plus proche du Soleil, on ne doit cependant pas diminuer le diametre de l'ouverture de plus d'un tiers; & si on trouve qu'il passe encore trop de lumière, on n'aura qu'à obscurcir l'oculaire à la fumée d'une chandelle, afin d'en diminuer la quantité. Car il y a encore une autre raison, outre celle qu'on a alléguée, pour ne pas diminuer trop l'ouverture, c'est que toutes les petites bulles & veines de l'oculaire deviennent plus sensibles, en interceptant, en tout ou en grande partie, les petits faisceaux cylindriques dont on a parlé, & conséquemment dérobent la vue des parties de l'objet d'où viennent ces petits faisceaux.

471. De tout ceci je conclus qu'on peut allonger avec succès les lunettes à volonté en suivant les loix de la Table, puisque non-seulement la clarté & la netteté restent les mêmes, mais encore que les faisceaux de rayons qui entrent dans l'œil conservent leurs diametres. Enfin pour observer de petites étoiles & particulierement les Satellites de Jupiter & de Saturne, le moyen le plus sûr est d'augmenter considérablement l'ouverture & le foyer de l'oculaire. Car puisqu'on ne les voit au travers de la lunette que comme des points, il n'y a rien à gagner à s'efforcer d'augmenter leurs diametres; mais il faut augmenter leur éclat le plus qu'il est possible, à quoi l'on réussit principalement en augmentant l'ouverture; en rendant, par exemple, sa largeur double de ce qu'elle était, il entre quatre fois plus de lumière dans l'instrument, & en doublant en même tems la distance focale de l'oculaire, la netteté se retrouve la même qu'elle était en premier lieu (*Art.* 458). Quant à l'éclat, il ne devient

pas pour cela 16 fois plus grand, comme il le devrait, ſelon le Corollaire II du Théor. III, il ne devient que quadruple, parce que, comme je l'ai dit, l'image de l'aſtre ſur le fond de l'œil n'eſt qu'un point ſenſible, dont par conſéquent la clarté ne peut être augmentée par la diminution de ſon diametre, mais ſeulement par l'addition d'une nouvelle lumière. Il n'en eſt pas de même ſi nous obſervons avec la même lunette la lune & les planetes principales dont chacune des parties reçoit 16 fois plus de lumière qu'avant. Ainſi en agrandiſſant l'ouverture, nous augmenterons conſidérablement la force que doit avoir la lunette pour découvrir les petites étoiles & les Satellites de Jupiter & de Saturne; de ſorte qu'un objectif de 30 pieds, dont l'ouverture ſera de ſix pouces ou double de l'ouverture ordinaire, pourra peut-être donner autant, & être auſſi avantageux qu'un autre de 120 pieds, qui, ſuivant la Table, aurait ſix pouces d'ouverture.

472. THÉORÊME VI. *Dans les téleſcopes catoptriques de diverſes longueurs, un objet paraît également clair & diſtinct, lorſque les diametres de leurs ouvertures, ainſi que leurs amplifications linéaires, ſont comme les racines quatriemes des cubes de leurs longueurs, & par conſéquent lorſque les diſtances focales de leurs oculaires ſont auſſi comme les racines quatriemes des mêmes longueurs*.*

*676. La regle pour déterminer l'ouverture, dans les téleſcopes catoptriques, eſt générale pour tous ces téleſcopes; c'eſt-à-dire, que dans toute eſpece de téleſcope, ſoit Newtonien, ſoit de Gregori, à un ou deux oculaires, *les diametres des ouvertures ſont toujours comme les racines quatriemes des cubes de leur longueur*, prenant dans les téleſcopes de Gregori, comme dans ceux de Mr. Newton, la diſtance du grand miroir & de l'image qu'il donne, pour la longueur.

677. Mais il n'en eſt pas de même de la regle pour déterminer le foyer de l'oculaire. Lorſqu'il s'agit de téleſcopes qui doivent avoir deux oculaires, il faut, pour trouver le foyer du dernier oculaire, c'eſt-à-dire, de celui qui eſt le plus près de l'œil, avoir recours à cette autre regle, ſavoir, que *dans différens téleſcopes, les diſtances focales des derniers oculaires doivent être entr'elles comme le produit du rapport de la derniere image à la premiere, c'eſt-à-dire, à celle que donne le grand miroir par les racines quatriemes des longueurs.*

678. Pour prouver la regle pour les ouvertures dans les téleſcopes à deux oculaires, & en même tems celle que nous venons de donner pour déterminer le dernier oculaire de ces téleſcopes, ſuppoſons qu'étant donné un téleſcope de Gregori à deux oculaires, on veuille en conſtruire un autre d'une longueur donnée, ayant de même deux oculaires, lequel repréſente les objets avec la même clarté & la même diſtinction que le téleſcope donné.

Pour réſoudre le Problême, il ſuffit de déterminer deux choſes, l'ouverture du grand miroir & le foyer du dernier oculaire. Car le Problême ne renferme que deux conditions qui ſont, que le téleſcope qu'on veut conſtruire repréſente les objets avec autant de clarté & de netteté que le téleſcope donné; de ſorte qu'on peut varier à volonté le petit miroir & le premier oculaire, &

Soit A le diametre de l'ouverture du miroir concave; L la distance focale ou la longueur du télescope; F la distance focale de l'oculaire. Lorsque la distinction est donnée, A^3 est comme

même les disposer comme l'on voudra, en prenant garde toutefois de tomber dans un cas impossible ou incommode.

679. Afin de trouver ce que nous cherchons, il faut auparavant déterminer le rapport de la derniere image à la premiere dans le télescope. Dans la figure 559 qui représente un télescope de Gregori à deux oculaires, pq est la premiere image; $q'p'$ celle que donnerait le petit miroir, sans l'oculaire eg qui la change en l'image $p''q''$; C le centre du grand miroir; c le centre du petit; f le foyer du premier oculaire eg; l le point où tendent les rayons au sortir de cet oculaire, &c. Or, on connait le point p', à cause que hp, hc, hp' (h est le milieu de ac) sont en proportion continue. On connait aussi les points l & p''; le premier, parce que cf, cg, cl sont de même en proportion continue; le second, parce que $p'f$, $p'g$, $p'p''$ y sont aussi. Mais le rapport cherché entre $q''p''$ & pq, est composé de celui de lp'' à lg & de celui de cg à cp; car $q''p''$ est à pq dans le rapport composé de celui de $q''p''$ à ge & de celui de ge à pq, & ces rapports sont égaux à ceux de lp'' à lg & de cg à cp, à cause des triangles semblables gel & $p''q''l$, gec & pcq. Donc le diametre $q''p''$ de la derniere image est au diametre pq de la premiere comme $lp'' \times cg$ est à $lg \times cp$. Soit ce rapport exprimé par celui de n à 1; & soit de plus l la longueur du télescope, a son ouverture, & f la distance focale du foyer du dernier oculaire.

680. Cela posé, la clarté du télescope est directement comme l'ouverture & réciproquement comme l'image tracée au fond de l'œil; & le diametre de cette image est directement comme le diametre de l'image dans le télescope & réciproquement comme la distance focale de l'oculaire; mais l'image dans le télescope, dont il s'agit, étant la derniere, son diametre est comme nl, le diametre de la premiere étant comme la longueur l du télescope. Par conséquent le diametre de l'image tracée au fond de l'œil est comme $\frac{nl}{f}$, & la clarté comme le carré de cette fraction $\frac{af}{nl}$.

681. Pour avoir la distinction avec laquelle chaque point de l'objet est représenté, il faut considérer que le diametre du petit espace qui représente un point quelconque de l'objet au foyer du grand miroir, est comme $\frac{a^3}{l^2}$; que le diametre du petit espace qui répond à celui-là dans la derniere image est comme $\frac{na^3}{l^2}$; & qu'enfin le diametre de l'image de ce petit espace au fond de l'œil est comme $\frac{na^3}{fl^2}$.

682. Si donc les télescopes représentent les objets avec la même clarté & la même netteté, ces fractions $\frac{af}{nl}$, $\frac{na^3}{fl^2}$ sont constantes pour tous ceux qui ont le même degré de perfection. Nous pouvons donc les supposer égales à une quantité constante que nous désignerons par l'unité; nous aurons par conséquent ces deux équations $af = nl$ & $na^3 = fl^2$, d'où nous tirerons $a = l^{\frac{3}{4}}$; d'où l'on voit que l'ouverture dépend uniquement de la longueur, dans les télescopes catoptriques à deux oculaires, comme dans ceux qui n'en ont qu'un.

683. Delà, il suit que le grossissement de l'objet dépend aussi uniquement de la longueur du télescope. Car la clarté étant la même, l'amplification des objets est comme l'ouverture, dans quelque télescope que ce soit.

684. Donc l'on voit les objets de la même grandeur dans tous les télescopes de même longueur, & qui ont le même degré de perfection, soit qu'ils soient Newtoniens ou Gregoriens, ou qu'ils ayent la forme de ceux de Cassegrain.

685. Pour avoir f, il ne s'agit que de

FLL

FLL (*Art.* 464); & lorſque la clarté eſt donnée, l'amplification ou $\frac{L}{F}$ eſt comme A (*Art.* 460), c'eſt-à-dire, F eſt comme $\frac{L}{A}$. Donc lorſque la diſtinction & la clarté ſont données l'une & l'autre, A^3 eſt comme $\frac{L^3}{A}$, ou A^4 comme L^3, ou A comme $\sqrt[4]{L^3}$. Mais l'amplification $\frac{L}{F}$ eſt comme A, c'eſt-à-dire, comme $\sqrt[4]{L^3}$; ainſi F ſera comme $\frac{\sqrt[4]{L^4}}{\sqrt[4]{L^3}}$ ou $\sqrt[4]{L}$.

473. Dans le téleſcope catoptrique que Mr. Halley a con-

ſubſtituer dans l'équation $af = nl$, pour a ſa valeur $l^{\frac{3}{4}}$, ce qui donnera $f = nl^{\frac{1}{4}}$, & prouve la regle donnée ci-deſſus (*Note 677*).

686. Si les deux images TS, pq ſont égales, elles auront la même clarté, abſtraction faite de la perte occaſionnée à la lumière par la réflexion & la réfraction; de ſorte qu'il n'importe pas laquelle on regarde. On peut donc, ſi l'on veut comparer un téleſcope Newtonien avec un téleſcope Gregorien, ſuppoſer à la place du Newtonien un téleſcope Gregorien, dans lequel les deux images ſoient égales, & où par conſéquent $n = 1$, ainſi que dans le Newtonien. Donc ſi l'on compare le téleſcope Newtonien avec un téleſcope Gregorien de même longueur, les diſtances focales des oculaires ſeront entr'elles comme 1 eſt à n.

687. On peut auſſi comparer une lunette avec un téleſcope catoptrique; cette comparaiſon ſuppoſe qu'on ait une lunette & un téleſcope d'un même degré de perfection, & eſt fondée ſur cette regle générale que des téleſcopes, de quelqu'eſpece que ce ſoit, qui ſont également bons, groſſiſſent également les objets, quand leurs ouvertures ſont égales.

Soit A la largeur de l'ouverture & L la longueur de la lunette donnée; a la largeur de l'ouverture & l la longueur du téleſcope donné; p la longueur d'une autre lunette & q celle d'un autre téleſcope, qui ayent la même perfection que la lunette & le téleſcope donnés, & groſſiſſent également, c'eſt-à-dire, ayent des ouvertures égales. Par l'Art. 465, le carré du diametre de l'ouverture de la lunette dont p eſt la longueur, eſt $\frac{A^2 p}{L}$, & l'Article 472 donne $\frac{a^4 q^3}{l^3}$ pour la quatrieme puiſſance du diametre de l'ouverture du téleſcope dont q eſt la longueur. Donc les ouvertures étant égales, $\frac{A^4 p^2}{L^2} = \frac{a^4 q^3}{l^3}$. Mais $\frac{A^4}{L^2}$, & $\frac{a^4}{l^3}$ ſont conſtantes, quels que ſoient les téleſcopes donnés. Suppoſons que ces quantités ſoient entr'elles dans le rapport de 1 à h, nous aurons $p^2 = hq^3$. Lorſque h aura été déterminée, il ſera facile, étant donnée la longueur, par exemple, d'une lunette auſſi bonne que celle de Mr. Huyghens, de trouver la longueur du téleſcope qui, ayant le même degré de bonté, groſſiſſe les objets le même nombre de fois que la lunette propoſée, ou la longueur du téleſcope étant donnée, de trouver la longueur de la lunette, &c. Il faut faire attention que tout ceci ne regarde que les lunettes ordinaires.

688. Si l'on ſuppoſe la lunette de Mr. Huyghens (*Art.* 466) & le téleſcope de Mr. Halley (*Art.* 473) du même degré de perfection, on a $A = 3$, $L = 30$, $a = 5$, $l = 5$, & par conſéquent $h = 55\frac{5}{9}$ (*s'Graveſande*, *Phyſices elementa mathematica*, 2.^e *volume*).

ſtruit lui-même & dont il donne la deſcription dans les Tranſactions philoſophiques, No. 376 & 378 *, $L = 62\frac{1}{2}$ pouces, $F = \frac{1}{3}$ ou $\frac{3}{10}$ ou $\frac{11}{40}$ de pouce. Car il emploie trois différens oculaires, & donne au miroir trois ouvertures différentes dont les largeurs ſont $4\frac{1}{2}$, 5, $5\frac{1}{2}$ pouces. Les amplifications linéaires ou $\frac{L}{F}$ ſont $187\frac{1}{2}$, $208\frac{1}{3}$, $227\frac{3}{11}$ reſpectivement.

Prenant pour termes de comparaiſon l'oculaire moyen & l'ouverture qui lui répond, j'ai calculé la Table ci-jointe des dimenſions

Longueur du teleſcope ou diſtance focale du grand miroir.	*DISTANCE FOCALE de l'oculaire.*		*Amplification linéaire, ou pouvoir amplifiant.*		*DIAMETRE du grand Miroir.*	
Pieds.	Milliemes de pouce Anglais.	Milliemes de pouce de Paris.			Milliemes de pouce Anglais.	Milliemes de pouce de Paris.
$\frac{1}{2}$	0,167	0,158	36	38	0,864	0,855
1	0,199	0,189	60	63	1,440	1,416
2	0,236	0,224	102	107	2,448	2,406
3	0,261	0,248	138	145	3,312	3,260
4	0,281	0,266	171	180	4,104	4,048
5	0,297	0,282	202	213	4,848	4,790
6	0,311	0,295	232	244	5,568	5,487
7	0,323	0,307	260	274	6,240	6,161
8	0,334	0,317	287	303	6,888	6,813
9	0,344	0,326	314	331	7,536	7,443
10	0,353	0,335	340	358	8,160	8,050
11	0,362	0,343	365	385	8,760	8,658
12	0,367	0,350	390	411	9,360	9,242
13	0,377	0,357	414	437	9,936	9,827
14	0,384	0,364	437	462	10,488	10,389
15	0,391	0,371	460	485	11,040	10,907
16	0,397	0,377	483	509	11,592	11,446
17	0,403	0,382	506	534	12,143	12,009

* 689. La comparaiſon que Mr. Bradley & le Docteur Pound firent du teleſcope de Mr. Halley, qui n'avait pas tout-à-fait 5 pieds $\frac{1}{4}$ de foyer, avec l'objectif de Mr. Huyghens, qui en avait 123, prouve combien les téleſcopes catoptriques ont d'avantage ſur les lunettes ordinaires. Ils trouverent que ce téleſcope groſſiſſait les objets autant de fois que l'objectif, & les repréſentait auſſi diſtinctement, quoique non tout-à-fait avec la même clarté; ce qu'ils attribuerent partie à la différence

qu'il faut donner aux téleſcopes de diverſe longueur qu'on voudra conſtruire. Voici la regle dont je me ſuis ſervi pour la calculer.

Soit le nombre de pouces de la longueur d'un téleſcope

de leurs ouvertures, l'objectif étant un peu plus large, partie à pluſieurs petites taches du grand miroir du téleſcope qui n'avait pas reçu un bon poli. Malgré cette différence dans la clarté des objets, ils virent avec ce téleſcope tout ce qu'ils avaient vu avec l'objectif, le paſſage des Satellites de Jupiter ſur le diſque de cette planette & les ombres qu'ils y projettent, le trait noir de l'anneau de Saturne, qui prouve que cet anneau eſt double; le bord de l'ombre de Saturne projettée ſur ſon anneau, & les cinq Satellites de cette planette. Le téleſcope avait d'ailleurs cet avantage ſur la lunette, dans le tems où l'on faiſait cette comparaiſon, qui était en été; c'eſt que la lunette de Mr. Huyghens étant montée ſans tuyau, le crépuſcule empêchait qu'on ne vît dans cette lunette de petits objets qu'on voyait avec le téleſcope.

690. Quelqu'étonnant que ſoit l'effet du téleſcope de Mr. Halley, qui groſſiſſait 228 ou 230 fois, je ſai, dit, Mr. Smith, que Mr. Hauksbée en a conſtruit un qui n'a que trois pieds de foyer, qui groſſit 226 fois; de ſorte qu'il n'eſt que très-peu inférieur à celui de Mr. Halley de 5 pieds $\frac{1}{4}$, puiſqu'avec l'oculaire avec lequel il groſſiſſait ſi conſidérablement, il faiſait voir non-ſeulement avec la plus grande netteté les plus petites taches de la Lune dans ſon premier croiſſant, mais encore les bandes de Jupiter & le trait noir de l'anneau de Saturne. Pour voir ces derniers objets, on lui donnait une ouverture de trois pouces $\frac{1}{2}$ ou 4 pouces; & quand le ciel étant couvert on voulait regarder des objets terreſtres, pour les mieux voir, il fallait laiſſer à découvert le miroir dans ſon entier, dont le diametre était de 4 pouces $\frac{1}{2}$.

691. Mr. Smith avait calculé, comme il le dit lui-même, ſa Table des pouvoirs amplifians des téleſcopes catoptriques, en prenant pour module le téleſcope de Mr. Halley, long-tems avant qu'il eût entendu parler de celui de Mr. Hauksbée. Mais ſi on prenait celui-ci pour téleſcope de comparaiſon, il ſuit de l'Article 472 qu'un miroir d'un pied de foyer auſſi parfait que le miroir de ce téleſcope, devrait groſſir 93 fois, au lieu de 60 que groſſit, ſelon la Table, un miroir de même longueur, qui n'aurait que la perfection de celui de Mr. Halley; de ſorte que ſi on voulait une Table pour des téleſcopes qui euſſent le même degré de perfection que celui de Mr. Hauksbée, on aurait les pouvoirs amplifians, en multipliant ceux de la Table de Mr. Smith par $\frac{93}{60}$ ou par 1,55. Quant aux oculaires & aux ouvertures, on n'aura qu'à les prendre dans les mêmes rapports que ceux qui regnent entre les oculaires & les ouvertures de la Table.

692. La Table de Mr. Smith ayant été calculée en pieds & pouces Anglais, nous l'avons calculée, pour la commodité de ceux qui deſireront en faire uſage, en pieds & pouces de Paris; & nous avons mis nos réſultats dans de nouvelles colonnes placées immédiatement à côté des anciennes. Nous avons ſuppoſé que le pied anglais eſt au pied de Paris comme 1352 eſt à 1440.

693. Pour déterminer le pouvoir amplifiant de ſon téleſcope, Mr. Hauksbée fit l'Expérience ſuivante conjointement avec Mr. Folques & le Docteur Jurin. Ayant fixé un cercle de papier d'un pouce de diametre ſur une muraille, à la diſtance de 2674 pouces de l'oculaire du téleſcope, ils mirent un œil au téleſcope pour le regarder au travers, tandis qu'avec l'autre œil, ils regardaient deux lignes paralleles tracées ſur un papier à la diſtance de 12 pouces l'une de l'autre, faiſant approcher ou éloigner le papier juſqu'à ce que ces lignes leur paruſſent toucher les deux bords du cercle d'un pouce, qu'ils regardaient de l'autre œil dans le téleſcope; & lorſque cela arriva, auſſitôt on meſura la diſtance des deux lignes à l'œil, laquelle ne ſe trouva que de

exprimé par L, la distance focale de son oculaire sera égale à $60\sqrt[4]{10L}$ en milliemes de pouce. Divisant L par $60\sqrt[4]{10L}$ ou F, le quotient sera l'amplification, laquelle multipliée par 24 donnera le diametre de l'ouverture en milliemes de pouce. Car, par le présent Théorême, $\sqrt[4]{L}$ est comme F; c'est-à-dire, $\sqrt[4]{62\frac{1}{2}}$ ou $\sqrt[4]{\frac{125}{2}}$, ou $\sqrt[4]{\frac{625}{10}}$, ou $5\sqrt[4]{\frac{1}{10}}$ est à $\sqrt[4]{L}$, comme $\frac{3}{10}$ ou 300 milliemes de pouce, distance focale de l'oculaire donné,

142 pouces. Comme le télescope était Newtonien, l'Observateur était obligé d'incliner la tête & le col, à peu près horisontalement & parallélement à la longueur de l'instrument, afin de pouvoir voir, de l'œil qui était nud, les deux lignes tracées sur le papier.

694. Dans cette position des objets, l'angle que faisaient à l'œil les rayons qui venaient des extrémités du diametre du cercle, qui était d'un pouce, était égal à l'angle que soutendaient à l'autre œil les 12 pouces d'intervalle des paralleles; ainsi le rapport de cet angle à celui que le même cercle aurait soutendu à l'œil, en le regardant à la vue simple à la distance de 2674 pouces, est le pouvoir amplifiant du télescope, & est composé du rapport direct des soutendantes de ces angles & du rapport inverse des distances de ces soutendantes à l'œil, c'est-à-dire, du rapport de 12 à 1 & de celui de 2674 à 142, ce qui donne, à peu près, le rapport de 226 à 1.

695. Si on avait placé un cercle de papier plus large à une distance assez grande pour que l'image qu'en aurait donné le miroir, eut tombé au foyer de ce miroir, le télescope l'aurait augmenté plus que le cercle d'un pouce, dans le rapport de la distance de ce dernier cercle au foyer, à sa distance du centre de sphéricité du miroir; parce que le diametre de l'image du cercle plus éloigné aurait été plus grand, dans ce rapport, que celui de l'image du cercle d'un pouce, supposant que ces cercles eussent soutendu le même angle au centre du miroir. Mais ce rapport n'étant dans l'Expérience présente que de 2674 à 2671, n'augmente que de bien peu celui du pouvoir amplifiant qu'on a déterminé.

696. Au cas que l'on soupçonnât cette Experience d'inexactitude, à cause que les images des objets sur les deux rétines peuvent être inégales, il est à propos de faire voir qu'une inégalité de cette espece ne peut influer sur la conclusion qu'on a tirée. Supposons que regardant des deux yeux un objet qui est droit, l'angle visuel à l'un des yeux soit soutendu par un autre objet plus proche; il est clair que les images de ces deux objets au fond de cet œil seront parfaitement égales, quoiqu'elles puissent différer de celle de l'objet plus éloigné dans l'autre œil, & l'objet plus proche couvrira en apparence l'objet le plus éloigné. Mais si la grandeur ou la distance de l'objet plus proche était altérée de maniere que l'angle visuel & l'image de cet objet au fond de l'œil le fussent, on ne manquerait pas de s'en appercevoir par le changement qui en résulterait nécessairement dans la grandeur apparente de cet objet. Donc lorsque les grandeurs apparentes des deux objets étaient égales, les angles visuels étaient aussi égaux, soit que les images sur les rétines fussent égales ou non. Cela s'applique de soi-même à l'Expérience faite avec le télescope.

697. Nous avons donc une méthode facile & exacte d'examiner la bonté d'un télescope de quelqu'espece que ce soit. D'abord en lui donnant l'oculaire le plus petit avec lequel on verra avec ce télescope, lorsque l'air est tranquille & pur, la Lune dans son premier croissant, ou plutôt Jupiter ou Saturne, avec une netteté & une clarté suffisantes, & trouvant ensuite, par la méthode précédente, com-

au nombre de milliemes de pouce que doit avoir la distance focale de l'oculaire qu'on se proposait de déterminer; & par conséquent, $F = 60 \sqrt[4]{10 L}$; & l'ouverture étant, par ce même Théorême, comme l'amplification, on dira : comme l'amplification donnée ou $208 \frac{1}{3}$ est à l'amplification trouvée $\frac{L}{F}$, ainsi l'ouverture donnée 5 pouces est à l'ouverture cherchée $\frac{24}{1000} \times \frac{L}{F}$ pouces.

bien il grossit, au moyen de quoi on verra combien il approche de la perfection des télescopes de comparaison. Si l'on avait à examiner plusieurs télescopes à peu près de même longueur & de même espece, ou ayant même force amplificative quoique d'espece différente, les meilleurs dans leur espece seraient ceux avec lesquels on peut lire de plus loin un imprimé.

698. Finissons par dire un mot des succès de Mr. Short dans la construction des télescopes. Mr. Maclaurin écrivait sur la fin de 1734 à Mr. Smith, que non-seulement Mr. Short était parvenu à faire des télescopes très-supérieurs à tous ceux qu'il avait vus, en employant, comme à l'ordinaire, des miroirs de métal, mais même qu'il avait exécuté avec le plus grand succès, l'idée qu'avait eue Mr. Newton de faire le grand miroir de verre.

» Il a fait, dit Mr. Maclaurin, six télescopes avec des miroirs de verre, dont » trois de 15 pouces de foyer, & trois » de 9 pouces. Avec l'un des premiers on » lit dans les transactions philosophiques à » la distance de 230 pieds, & avec un » autre aussi de 15 pouces, on y lit à » la distance de 280 pieds. J'ai fait moi-» même quelques épreuves avec un de ceux » de 9 pouces, & j'ai lu très-aisément » avec ce télescope dans les transactions philosophiques à la distance de 138 pieds. » Une autre fois j'ai lu une impression plus » menue à 125 pieds. Ce qui a le plus coûté » de peine à Mr. Short, a été de donner à » ses miroirs une forme véritablement sphérique, & en même tems un parallélisme exact à leurs surfaces.

» Ces miroirs avaient toute la perfection » qu'on peut desirer, ajoûte Mr. Maclaurin, à l'exception cependant que la » lumière qu'ils réfléchissaient était un peu » plus faible que dans les miroirs de métal; » ce qui peut, ce me semble, être attribué, » partie à ce que le mercure n'avait pas » été bien appliqué, & partie à l'épaisseur » du verre. Car j'ai remarqué, lorsqu'on » appliquait le mercure tout fluide à l'un » de ces miroirs, que la réflexion était » plus forte qu'après l'avoir fixé.

» Mr. Short ayant donc trouvé que la » lumiere réfléchie par ces miroirs était » plus faible qu'il ne s'y était attendu, » rebuté d'ailleurs par l'extrême difficulté de » les finir, il s'est résolu à n'en plus faire » que de métal. Par l'exactitude avec laquelle il les travaille, il réussit à leur » faire supporter une plus grande ouverture que ne leur en donnent les autres » Artistes. Il a fait des télescopes, avec » ces miroirs, de 2 pouces $\frac{6}{10}$ de foyer, » de 4 pouces, de 6 pouces, de 9 pouces & de 15 pouces. Il perce le grand » miroir & emploie un petit miroir concave. » Avec les télescopes de 4 pouces, on » apperçoit très-bien les Satellites de Jupiter, & on lit dans les transactions » philosophiques à la distance de 125 pieds. » On y lit de même avec ceux de 6 pouces à 160 pieds, & avec ceux de 9 pouces à 220 pieds; avec ceux de 15 pouces, un de mes amis y a lu à la distance » de 500 pieds, & a vu plusieurs fois les » cinq Satellites de Saturne ensemble, ce » qui m'a fort étonné, jusqu'à ce que j'aye » appris que Mr. Cassini les avait vus quelquefois avec une lunette de 17 pieds. » Enfin un télescope de 6 pouces de Mr. » Short représente les objets avec plus de » clarté & de netteté, & les grossit davantage qu'un télescope de 9 pouces $\frac{3}{10}$, un » des meilleurs qui se soit fait à Londres ».

474. Sans la différence de réfrangibilité des rayons, les lunettes ou télescopes dioptriques, quoique moins courts que les télescopes catoptriques, auraient leurs dimensions déterminées par cette même regle, laquelle ne leur étant point applicable, comme l'expérience l'a appris, il en résulte une nouvelle preuve de la grande petitesse des aberrations produites par la sphéricité, par rapport à celles qui sont occasionnées par la différence de réfrangibilité.

CHAPITRE X.

Détermination de la forme qu'il faut donner aux objectifs composés de deux ou de trois lentilles, pour qu'ils soient exempts des aberrations de réfrangibilité & de sphéricité.

QUoique nous ayons déja donné, dans les Notes du 3.e Chapitre de ce Livre, la plus grande partie des formules dont nous avons besoin pour la détermination dont il s'agit, # nous croyons devoir les redonner ici avec les autres formules que nous ne
Fig. 560. pouvons nous dispenser d'y ajoûter.

475. LEMME. *Soit un rayon* QA *tombant sur une surface réfringente* AB, *par laquelle il est rompu suivant* Aq; *soit une droite* QBq, *laquelle coupe le rayon incident* QA, *en* Q, *le rayon rompu* Aq, *en* q, *& la droite* AC *perpendiculaire à la surface réfringente, en* C; *je dis que désignant le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction par celui de* 1 *à* m, *on aura* QA : Aq :: m × QC : 1 × Cq.

Car menant qE parallele à AC, laquelle rencontre le rayon incident QA prolongé en E, on a $QA : AE :: QC : Cq$ & $AE : Aq :: m : 1$; multipliant ces proportions, on aura $QA : Aq :: m \times QC : 1 \times Cq$.

Fig. 560. 476. Donc $QA \times Cq = m \times QC \times Aq$.

477. PROBLÊME I. *Un rayon* QA *tombant sur une surface sphérique réfringente* BA *dont* C *est le centre, & étant rompu*

cependant, tant pour que l'on ait ici rassemblées sous les yeux toutes les formules nécessaires, que pour en faire connaître de nouvelles, nous croyons devoir commencer par donner les suivantes.

ſuivant Aq, *trouver le point de concours* q *de ce rayon rompu avec l'axe de la ſurface* AB, *lorſque l'arc* AB *eſt petit.*

Soit abaiſſée du point d'incidence A une perpendiculaire AD ſur l'axe QD, & ſoit mené le rayon CA. On a $QA^2 = QC^2 + AC^2 - 2QC \times DC = QC^2 + CB^2 - 2QC \times (BC - BD) = (QC - CB)^2 + 2QC \times BD = QB^2 + 2QC \times BD$, & par conſéquent $QA = \sqrt{(QB^2 + 2QC \times BD)} = QB + \frac{QC \times BD}{QB}$, à très-peu près, la petiteſſe de BD permettant de négliger les termes ſuivans, où BD eſt élevée à la 2^e^, 3^e^, &c. puiſſance.

De même on a $Aq^2 = Cq^2 + AC^2 + 2Cq \times CD = Cq^2 + CB^2 + 2Cq \times (CB - BD) = Bq^2 - 2Cq \times BD$; ainſi $Aq = \sqrt{(Bq^2 - 2Cq \times BD)} = Bq - \frac{Cq \times BD}{Bq}$, à très-peu près.

Mais, par le Lemme précédent, $QA \times Cq = m \times QC \times Aq$; donc $Cq \times (QB + \frac{QC \times BD}{QB}) = m \times QC \times (Bq - \frac{Cq \times BD}{Bq})$, ou $m \times QC \times Bq - Cq \times QB = QC \times Cq \times BD \times (\frac{1}{QB} + \frac{m}{Bq})$.

Soit fait $QB = a$, $Bq = q$, le rayon AC ou $BC = a$; $QC = a + b$, $Cq = q - b$; enfin nommant k la diſtance AD du point d'incidence à l'axe, $BD = \frac{kk}{2b}$, à très-peu près. Subſtituant ces valeurs dans l'équation précédente, on aura $m\ (a + b)\ q - (q - b)\ a = (a + b)(q - b) \times \frac{kk}{2b}(\frac{1}{a} + \frac{m}{q})$, d'où l'on tire $q = \frac{ab}{(1 - m)a - mb} - \frac{(a + b)(q - b)kk}{2b((1 - m)a - mb)} \times (\frac{1}{a} + \frac{m}{q})$.

Si le rayon incident était infiniment proche de l'axe, alors k ſerait infiniment petite & par conſéquent on aurait $q = \frac{ab}{(1 - m)a - mb}$, expreſſion de la diſtance Bf à laquelle le rayon couperait l'axe. Soit cette diſtance du foyer des rayons infiniment proches de l'axe, déſignée plus particulierement par f, de ſorte que l'on ait $f = \frac{ab}{(1 - m)a - mb} = \frac{1}{\frac{1 - m}{b} - \frac{m}{a}}$.

La diſtance q ou Bq du point où le rayon qui tombe à la diſtance k de l'axe, coupe cet axe, après avoir été rompu, étant donc $= f - \frac{(a+b)(q-b)kk}{2b((1-m)a-mb)} \times (\frac{1}{a} + \frac{m}{q})$, on voit que ce second terme $\frac{(a+b)(q-b)kk}{2b((1-m)a-mb)} \times (\frac{1}{a} + \frac{m}{q})$, est la valeur du petit intervalle compris entre le point q où le rayon incident dont il s'agit, coupe l'axe, après avoir été rompu, & le foyer f des rayons infiniment proches de l'axe, & par conséquent exprime l'aberration occasionnée par la sphéricité de la surface AB. Or, comme ce petit intervalle ou aberration est toujours très-petit, & que par conséquent f & q different très-peu l'une de l'autre, on peut, sans craindre d'erreur, mettre f à la place de q dans l'expression de cette aberration. Faisant donc la substitution de f, ou, ce qui revient au même, de sa valeur, à la place de q, & réduisant, on trouve enfin q ou Bq $= f - \frac{1}{2} ffkkm(1-m)(\frac{1}{b} + \frac{1}{a})^2 (\frac{m}{b} + \frac{1+m}{a})$.

478. Si le point Q était de l'autre côté de la surface, alors a serait négative, & l'on aurait $f = \frac{1}{\frac{1-m}{b} + \frac{m}{a}}$, & $q = f -$ $\frac{1}{2} ffkkm(1-m)(\frac{1}{b} - \frac{1}{a})^2 (\frac{m}{b} - \frac{1+m}{a})$: faisant, pour abréger, $\frac{1}{2} kkm(1-m)(\frac{1}{b} \pm \frac{1}{a})^2 (\frac{m}{b} \pm \frac{1+m}{a}) = Q$, la valeur générale de Bq sera $f - ffQ$, le terme ffQ exprimant l'aberration dûe à la sphéricité.

Fig. 561. 479. PROBLÊME II. *Plusieurs milieux contigus* S, T, V, X, Y *séparés l'un de l'autre & des milieux indéfinis* R & Z *par les surfaces sphériques* AB, HL, MN, PO, SR, CD, *qui ont même axe, étant supposés avoir très-peu de largeur, trouver le point où un rayon quelconque parti du point* Q *situé sur l'axe commun des surfaces, coupe cet axe, après avoir été rompu par les deux premieres surfaces, ou par les trois premieres, &c.*

Soit QA le rayon incident que nous supposons rencontrer la premiere surface AB, à la distance k de l'axe; soit ce rayon rompu par cette surface suivant Aq. Il est visible que pour trouver le point q' où le rayon Aq ira couper l'axe, après avoir été rompu par la surface HL, il ne s'agit que de substituer, dans les formules précédentes, la distance Hq du point q à cette surface à la place de a, le rayon c de cette surface à la place

place de b, & m' à la place de m, en supposant que $\frac{1}{m'}$ exprime le rapport de réfraction en passant du milieu S dans le milieu T.

Nommant e l'intervalle BH des deux surfaces AB, HL, & faisant $Hq = Bq - BH = f - ffQ - e = F$, la distance f à laquelle les rayons qui tomberaient sur la surface HL infiniment près de l'axe, avec des directions tendantes en q, couperaient l'axe, après avoir été rompus, est $= \frac{1}{\frac{1-m'}{c} + \frac{m'}{F}}$, & la distance Hq' à laquelle le rayon Aq qui rencontre la même surface HL, à quelque distance de l'axe, avec une direction tendante au même point q, coupe cet axe, après avoir été rompu, est $= \mathrm{f} - \frac{1}{2}\,\mathrm{ff}kkm'(1 - m')\left(\frac{1}{c} - \frac{1}{F}\right)^2 \left(\frac{m'}{c} - \frac{1+m'}{F}\right)$ ou $\mathrm{f} - \mathrm{ff}Q'$, en faisant $Q' = \frac{1}{2}kkm'(1 - m') \left(\frac{1}{c} - \frac{1}{F}\right)^2 \left(\frac{m'}{c} - \frac{1+m'}{F}\right)$, ce second terme $\mathrm{ff}Q$ exprimant l'aberration occasionnée par la sphéricité de la surface HL. k a été conservée, quoique le rayon Aq rencontre la surface LH à une distance de l'axe moindre que celle qui a été désignée par cette lettre; ces deux distances différant très-peu à cause de la proximité & du peu d'étendue des surfaces AB, HL.

Comme le second terme de la valeur de Hq', qui exprime l'aberration, est fort petit, & que la distance $f' = \frac{1}{\frac{1-m'}{c'} + \frac{m'}{f}}$ du foyer des rayons infiniment proches de l'axe, supposant l'intervalle des deux surfaces infiniment petit, & que ces rayons rencontrent la surface HL, avec des directions concourantes avec l'axe, à la distance f de cette surface; que cette distance, dis-je, & la distance f du foyer des mêmes rayons qui rencontreraient la même surface HL, avec des directions tendantes en q, different très-peu l'une de l'autre, on peut introduire dans ce second terme f' à la place de f. De plus, le peu de différence qu'il y a entre f & F, à cause du peu de distance des surfaces AB, HL & de la petitesse de l'aberration exprimée par ffQ, permet aussi de mettre, dans ce même terme, f à la place de F.

Enfin, ſi l'on veut que le premier terme de la valeur de Hq' ſoit f' au lieu d'être f, il eſt évident que cette ſubſtitution eſt permiſe, pourvu qu'on ait égard à la différence de ces deux quantités, qui alors n'eſt point négligeable. Or, $f' - \mathrm{f} = \dfrac{1}{\frac{1-m'}{c} + \frac{m'}{f}} - \dfrac{1}{\frac{1-m'}{c} + \frac{m'}{F}} = \dfrac{m'f'f'(f-F)}{ff} = \ldots\ldots \dfrac{m'f'f'(ffQ+e)}{ff}$.

Donc on aura $Hq' = f' - \dfrac{m'ef'f'}{ff} - (m'Q + Q')f'f'$, expreſſion dans laquelle f' eſt la diſtance du foyer des rayons infiniment proches de l'axe, abſtraction faite de l'épaiſſeur de la lentille que forme le milieu S, $f' - \dfrac{m'ef'f'}{ff}$ la diſtance du foyer de mêmes rayons, en ayant égard à l'épaiſſeur, & $(m'Q + Q')f'f'$ ou $Rf'f'$, en faiſant $m'Q + Q' = R$, l'aberration des rayons qui tombent à la diſtance k de l'axe, occaſionnée par la ſphéricité des ſurfaces AB, HL.

480. Telle ſerait la diſtance à laquelle le rayon Lq' couperait l'axe, après avoir traverſé les deux ſurfaces AB, HL, s'il n'en rencontrait une troiſieme MN qui le rompt ſuivant Nq''. Or, il eſt clair que l'on trouvera la diſtance Mq'' à laquelle le rayon Lq' coupera l'axe, après avoir été rompu par la ſurface MN, préciſément comme on a trouvé la diſtance Hq'.

D'abord nommant e' l'intervalle HM des ſurfaces HL, MN, les rayons infiniment proches de l'axe, qui rencontreraient la ſurface MN, avec des directions tendantes en q', auraient (en faiſant $Mq' = Hq' - MH = f' - \dfrac{m'ef'f'}{ff} - Rf'f' - e' = F'$) leur foyer à une diſtance f' de cette ſurface $= \dfrac{1}{\frac{1-m''}{b'} + \frac{m''}{F'}}$, b' étant le rayon de cette ſurface, & $\frac{1}{m''}$ exprimant le rapport de réfraction, en paſſant du milieu T dans le milieu V; & la diſtance Mq'' à laquelle le rayon Lq' coupera l'axe, après avoir été rompu, $= \mathrm{f}' - \frac{1}{2}\mathrm{f}'\mathrm{f}'kkm''(1 - m'')(\frac{1}{b'} - \frac{1}{F'})^2(\frac{m''}{b'} - \frac{1+m''}{F'})$ ou $\mathrm{f}' - \mathrm{f}'\mathrm{f}'Q''$, en faiſant $\frac{1}{2}kkm''(1 - m'')(\frac{1}{b'} -$

$\frac{1}{F'})^2(\frac{m''}{b'} - \frac{1+m''}{F'}) = Q''$, le second terme $f'f'Q$ exprimant l'aberration occasionnée par la surface MN.

Il est évident que ce dernier terme étant très-petit, on peut y mettre à la place de f', la distance f'' du foyer des rayons infiniment proches de l'axe, qui est $= \frac{1}{\frac{1-m''}{b'} + \frac{m''}{f'}}$, ces rayons étant supposés rencontrer la surface MN, avec des directions tendantes à se réunir avec l'axe, à la distance f', & l'intervalle des deux surfaces étant supposé infiniment petit ou nul. On voit encore qu'à la place de F' on peut mettre f'.

Quant au premier terme f', on peut mettre f'' à sa place, pourvu qu'on ait égard à la différence qu'il y a entre ces deux quantités; or, cette différence, c'est-à-dire, $f'' - f' =$

$$\frac{1}{\frac{1-m''}{b'} + \frac{m''}{f'}} - \frac{1}{\frac{1-m''}{b'} + \frac{m''}{f'}} = \frac{m''f''f''(f'-F')}{f'f'} = \frac{m''m'ef''f''}{ff} + \frac{m''e'f''f''}{f'f'} + m''Rf''f''.$$

On aura donc $Mq'' = f'' - m''f''f''(\frac{m'e}{ff} + \frac{e'}{f'f'}) - (m''R + Q'')f''f''$, dont le premier terme exprime la distance du foyer des rayons infiniment proches de l'axe, en faisant abstraction de l'épaisseur de la lentille que forment les deux milieux S & T, $f'' - m''f''f''(\frac{m'e}{ff} + \frac{e'}{f'f'})$ la distance du foyer des mêmes rayons, en ayant égard à l'épaisseur, & le dernier terme $(m''R + Q'')f''f''$, ou $Sf''f''$, en faisant $m''R + Q'' = S$, l'aberration occasionnée par les surfaces AB, HL, MN.

481. Le rayon Nq'' rencontrant la surface PO est rompu par cette surface, & par conséquent au lieu d'aller couper l'axe en q'', va le couper en un point q''' dont on détermine la distance à la surface PO, en continuant de procéder comme nous avons fait jusqu'ici.

Supposant que $\frac{1}{m'''}$ exprime le rapport de réfraction en passant du milieu V dans le milieu X, nommant e'' l'intervalle des deux surfaces MN, PO, & faisant $Pq'' = Mq'' - MP = f'' - m''f''f''(\frac{m'e}{ff} + \frac{e'}{f'f'}) - Sf''f'' - e'' = F''$, il est clair que la diſtance f'' du foyer des rayons infiniment proches de l'axe, qui tomberaient ſur la ſurface PO, avec des directions tendantes en q'', $= \frac{1}{\frac{1-m'''}{c'} + \frac{m'''}{F''}}$, & que la diſtance Pq''' à laquelle le rayon Nq'', coupe cet axe, après avoir été rompu, $= f'' - \frac{1}{2} f''f''kkm'''(1-m''')(\frac{1}{c'} - \frac{1}{F''})^2(\frac{m'''}{c'} - \frac{1+m'''}{F''})$ ou $f'' - f''f''Q'''$, en faiſant $\frac{1}{2}kkm'''(1-m''')(\frac{1}{c'} - \frac{1}{F''})^2(\frac{m'''}{c'} - \frac{1+m'''}{F''}) = Q'''$, dont le terme $f''f''Q'''$ exprime l'aberration occaſionnée par la ſurface PO.

Vu la petiteſſe de ce terme, on peut y mettre f''', dont la valeur eſt $\frac{1}{\frac{1-m'''}{c'} + \frac{m'''}{f''}}$, à la place de f'', & f'' à la place de F''.

On peut encore faire en ſorte que le premier terme ſoit f''' au lieu d'être f''; en remarquant que $f''' - f'' = \frac{m'''f'''f''(f''-F'')}{f''F''}$ $= m'''f'''f'''(\frac{m''m'e}{ff} + \frac{m''e'}{f'f'} + \frac{e''}{f''f''}) + m'''Sf'''f'''$.

Ainſi $Pq''' = f''' - m'''f'''f'''(\frac{m''m'e}{ff} + \frac{m''e'}{f'f'} + \frac{e''}{f''f''}) - (m'''S + Q''')f'''f'''$. Le premier terme f''' exprime la diſtance du foyer des rayons qui tombent infiniment près de l'axe ſur la lentille compoſée que forment les milieux S, T, V, abſtraction faite de l'épaiſſeur, $f''' - m'''f'''f'''(\frac{m''m'e}{ff} + \frac{m''e'}{f'f'} + \frac{e''}{f''f''})$, la diſtance du foyer des mêmes rayons, en ayant égard à l'épaiſſeur, & $(m'''S + Q''')f'''f'''$ ou $Tf'''f'''$, en faiſant $m'''S + Q''' = T$, l'aberration produite par les quatre ſurfaces AB, HL, MN, PO.

482. Qu'au-delà de la ſurface PO il y en ait une cinquieme RS éloignée de PO du petit intervalle $PR = e'''$, dont le rayon ſoit b'', laquelle ſépare le milieu X d'un autre milieu Y, on trouvera, en ſe conduiſant comme nous avons fait juſqu'à préſent, que l'expreſſion de la diſtance à laquelle le rayon Oq''' coupera l'axe, après avoir été rompu par cette ſurface, ſera $f^{iv} -$

$m^{iv} f^{iv} f^{iv} \left(\frac{m''' m'' m' e}{ff} + \frac{m''' m'' e'}{f'f'} + \frac{m''' e''}{f''f''} + \frac{e'''}{f'''f'''} \right) - (m^{iv} T + Q^{iv})$
$f^{iv} f^{iv}$, $\frac{1}{m^{iv}}$ étant le rapport de réfraction, en paſſant du milieu X dans le milieu Y, & f^{iv} étant $= \frac{1}{\frac{1-m^{iv}}{b''} + \frac{m^{iv}}{f'''}}$.

483. Enfin, s'il y a une ſixieme ſurface CD au-delà de cette cinquieme RS, éloignée d'elle du petit intervalle $RC = e^{iv}$, dont c'' ſoit le rayon, laquelle ſépare le milieu Y, où le rayon eſt entré, d'un nouveau milieu Z, la diſtance à laquelle le même rayon coupera l'axe, après avoir été rompu encore par cette ſurface, ſera exprimée par $f^{v} - m^{v} f^{v} f^{v} \left(\frac{m^{iv} m''' m'' m' e}{ff} + \frac{m^{iv} m''' m'' e'}{f'f'} + \frac{m^{iv} m''' e''}{f''f''} + \frac{m^{iv} e'''}{f'''f'''} + \frac{e^{iv}}{f^{iv}f^{iv}} \right) - (m^{v} X + Q^{v}) f^{v} f^{v}$, ſuppoſant que $\frac{1}{m^{v}}$ ſoit le rapport de réfraction, en paſſant dans ce nouveau milieu, & f^{v} étant $= \frac{1}{\frac{1-m^{v}}{c''} + \frac{m^{v}}{f^{iv}}}$.

484. Nous avons conſervé k dans toutes les expreſſions précédentes, c'eſt-à-dire, que nous avons ſuppoſé tacitement que le rayon rencontrait les ſurfaces réfringentes à la même diſtance de l'axe : il eſt facile de voir que cette ſuppoſition, qui pourrait être fautive ſi le nombre des ſurfaces était plus conſidérable, ou qu'elles ne fuſſent pas très-proches l'une de l'autre, n'a rien que de très-permis, & eſt ſenſiblement vraie dans le cas que nous traitons, où les ſurfaces ſont en petit nombre, ſont très-proches, & de plus ont peu de largeur.

Voyons préſentement comment au moyen de deux ou de trois lentilles de matières différentes, on parvient à former des objectifs exempts des aberrations de réfrangibilité & de ſphéricité ; & commençons par chercher les moyens de détruire l'aberration de réfrangibilité, la plus conſidérable des deux, tant dans les objectifs compoſés de deux lentilles, que dans ceux qui ſont compoſés de trois.

485. PROBLÊME III. *Étant donnés les rapports de réfraction pour les rayons de différente eſpece, dans deux ou trois matières différemment réfringentes, trouver la relation que doivent avoir les*

rayons des surfaces ou les distances focales de deux ou de trois lentilles faites de ces matières, appliquées l'une contre l'autre, ou séparées par un très-petit intervalle, pour que l'objectif qui en résulte, soit exempt de l'aberration de réfrangibilité.

Comme il ne s'agit pour le présent que de la variation du foyer qui provient de la réfrangibilité différente des rayons colorés, l'expression du foyer qui nous est nécessaire pour la solution du Problême, ne peut être que celle qui appartient aux rayons qui tombent infiniment près de l'axe. Or, désignant par P le rapport de réfraction en passant de l'air dans la premiere lentille, & par P' le rapport de réfraction en passant de l'air dans la seconde, on a, pour le foyer de ces rayons, dans le cas d'un objectif composé de deux lentilles de matières différemment réfringentes, appliquées l'une contre l'autre, ou du moins très-proches l'une de l'autre, & ayant toutes leurs surfaces convexes vers le point rayonnant, $\frac{1}{f'''} = (P - 1)(\frac{1}{b} - \frac{1}{c}) + (P' - 1)(\frac{1}{b'} - \frac{1}{c'}) - \frac{1}{a}$, expression trouvée Note 588, & qui, si elle ne l'avait pas été, se déduirait facilement de l'Art. 481.

Maintenant pour anéantir l'aberration de réfrangibilité dans l'objectif dont il s'agit, c'est-à-dire, pour que les foyers des divers rayons dont la lumière est composée co-incident, il est évident que les rayons des surfaces des deux lentilles qui composent l'objectif, doivent avoir une relation telle, qu'en introduisant, dans l'expression du foyer, le rapport de réfraction pour les rayons de quelque couleur que ce soit, cette expression conserve toujours la même valeur. Donc P & P' étant supposés exprimer le rapport de réfraction pour les rayons moyens, si l'on désigne par $P \pm dP$ & $P' \pm dP'$ le rapport de réfraction pour les rayons les plus & les moins réfrangibles, il faut, pour détruire l'aberration de réfrangibilité, qu'en substituant dans la valeur de f''', $P + dP$ & $P' + dP'$, ou $P - dP$ & $P' - dP'$, à la place de P & de P', cette valeur ne souffre aucun changement, & que par conséquent on ait, en substituant, par exemple, $P + dP$ & $P' + dP'$, cette équation, $(P - 1)(\frac{1}{b} - \frac{1}{c}) + (P' - 1)(\frac{1}{b'} - \frac{1}{c'}) - \frac{1}{a} = (P + dP - 1)(\frac{1}{b} - \frac{1}{c}) +$

$(P'+dP'-1)(\frac{1}{b'}-\frac{1}{c'})-\frac{1}{a}$, qui ſe réduit à $dP(\frac{1}{b}-\frac{1}{c})+dP'(\frac{1}{b'}-\frac{1}{c'})=0$, ou $\frac{1}{b}-\frac{1}{c}=-\frac{dP'}{dP}(\frac{1}{b'}-\frac{1}{c'})$, équation qu'on eut également trouvée, en ſubſtituant $P-dP$ & $P'-dP'$.

486. Telle eſt l'équation qui contient la relation que doivent avoir les rayons des ſurfaces des deux lentilles, pour que les foyers de tous les rayons colorés co-incident; de ſorte que lorſque cette équation a lieu, l'aberration de réfrangibilité eſt nulle, quelle que ſoit la diſtance de l'objet.

487. Si l'on veut avoir le rapport des diſtances focales des deux lentilles, que nous nommerons R & R', on ſe ſouviendra que $\frac{1}{R}=(P-1)(\frac{1}{b}-\frac{1}{c})$ & $\frac{1}{R'}=(P'-1)(\frac{1}{b'}-\frac{1}{c'})$, qui donnent $\frac{1}{b}-\frac{1}{c}=\frac{1}{(P-1)R}$, & $\frac{1}{b'}-\frac{1}{c'}=\frac{1}{(P'-1)R'}$. Or, pour avoir le rapport cherché, il ne s'agit que de ſubſtituer dans l'équation précédente, $\frac{1}{(P-1)R}$ & $\frac{1}{(P'-1)R'}$ à la place de $\frac{1}{b}-\frac{1}{c}$ & de $\frac{1}{b'}-\frac{1}{c'}$; d'où l'on aura $\frac{dP}{(P-1)R}+\frac{dP'}{(P'-1)R'}=0$, ou $\frac{1}{R}=-\frac{dP'(P-1)}{dP(P'-1)}\times\frac{1}{R'}$, qui apprend que l'une des deux lentilles doit être convexe & l'autre concave, & que leurs diſtances focales R & R' priſes poſitivement doivent être dans le rapport de $\frac{dP}{P-1}$ à $\frac{dP'}{P'-1}$.

488. La diſtance focale de l'objectif compoſé étant exprimée par l'équation $\frac{1}{f'''}=(P-1)(\frac{1}{b}-\frac{1}{c})+(P'-1)(\frac{1}{b'}-\frac{1}{c'})$, ſi l'on ſubſtitue dans cette équation, à la place de $\frac{1}{b'}-\frac{1}{c'}$ & de $\frac{1}{b}-\frac{1}{c}$, ſucceſſivement leurs valeurs tirées de l'équation que nous venons de trouver, on aura $\frac{1}{f'''}=(\frac{1}{b}-\frac{1}{c})(P-1)(1-\frac{dP(P'-1)}{dP'(P-1)})$, ou $\frac{1}{R}(1-\frac{dP(P'-1)}{dP'(P-1)})$ & $\frac{1}{f'''}=(\frac{1}{b'}-\frac{1}{c'})(P'-1)(1-\frac{dP'(P-1)}{dP(P'-1)})$ ou $\frac{1}{R'}(1-\frac{dP'(P-1)}{dP(P'-1)})$

qui donnent la distance focale de l'objectif composé dans lequel l'aberration de réfrangibilité est détruite.

489. L'équation pour la destruction de l'aberration de réfrangibilité dans un objectif composé de trois lentilles, ne sera pas plus difficile à trouver. Car P & P' étant supposés exprimer le rapport de réfraction en passant de l'air dans les deux premieres lentilles, si P'' est le rapport de réfraction en passant de l'air dans la troisieme, on trouve facilement que le foyer des rayons infiniment proches de l'axe, le point rayonnant étant à la distance a, est exprimé par cette équation $\frac{1}{f^{v}} = (P-1)(\frac{1}{b}-\frac{1}{c}) + (P'-1)(\frac{1}{b'}-\frac{1}{c'}) + (P''-1)(\frac{1}{b''}-\frac{1}{c''}) - \frac{1}{a}$. Or, pour que l'aberration de réfrangibilité soit détruite dans l'objectif dont il s'agit actuellement, il faut que $(P-1)(\frac{1}{b}-\frac{1}{c}) + (P'-1)(\frac{1}{b'}-\frac{1}{c'}) + (P''-1)(\frac{1}{b''}-\frac{1}{c''}) - \frac{1}{a} = (P+dP-1)(\frac{1}{b}-\frac{1}{c}) + (P'+dP'-1)(\frac{1}{b'}-\frac{1}{c'}) + (P''+dP''-1)(\frac{1}{b''}-\frac{1}{c''}) - \frac{1}{a}$, qui se réduit à $dP(\frac{1}{b}-\frac{1}{c}) + dP'(\frac{1}{b'}-\frac{1}{c'}) + dP''(\frac{1}{b''}-\frac{1}{c''}) = 0$, équation qui contient la relation que doivent avoir les rayons des surfaces des lentilles, pour que l'aberration soit détruite.

490. Si l'on veut avoir la relation entre les distances focales R, R', R'' des lentilles, il ne s'agira que de substituer, dans l'équation précédente, à la place de $\frac{1}{b}-\frac{1}{c}$, de $\frac{1}{b'}-\frac{1}{c'}$ & de $\frac{1}{b''}-\frac{1}{c''}$, $\frac{1}{(P-1)R}$, $\frac{1}{(P'-1)R'}$ & $\frac{1}{(P''-1)R''}$ respectivement, ce qui donnera $\frac{dP}{(P-1)R} + \frac{dP'}{(P'-1)R'} + \frac{dP''}{(P''-1)R''} = 0$, qui contient la relation cherchée.

491. Si la troisieme lentille est de la même matière que la premiere, l'équation trouvée ci-dessus devient $\frac{1}{b}-\frac{1}{c}+\frac{1}{b''}-\frac{1}{c''} = -\frac{dP'}{dP}(\frac{1}{b'}-\frac{1}{c'})$, & la derniere $\frac{1}{R}+\frac{1}{R'''} = -\frac{dP'(P-1)}{dP(P'-1)} \times \frac{1}{R'}$; & lorsque ces équations auront lieu, l'aberration

l'aberration de réfrangibilité ſera détruite dans l'objectif compoſé de trois lentilles dont les extrêmes ſont de même matière*.

492. Quant à ſa diſtance focale, elle ſera exprimée par ces équations $\frac{1}{f^{v}} = (\frac{1}{b} - \frac{1}{c} + \frac{1}{b''} - \frac{1}{c''})(P - 1)(1 - \frac{dP(P'-1)}{dP'(P-1)})$ ou $(\frac{1}{R} + \frac{1}{R''})(1 - \frac{dP(P'-1)}{dP'(P-1)})$, & $\frac{1}{f^{v}} = (\frac{1}{b'} - \frac{1}{c'})(P' - 1)(1 - \frac{dP'(P-1)}{dP(P'-1)})$, ou $\frac{1}{R'}(1 - \frac{dP'(P-1)}{dP(P'-1)})$.

Les lentilles qui compoſent un objectif étant ſuppoſées très-proches l'une de l'autre, ou même contigues, les équations que nous avons trouvées pour l'anéantiſſement de l'aberration de réfrangibilité, ne peuvent convenir qu'à cette hypotheſe. Cependant il peut être néceſſaire de ſavoir auſſi détruire la même aberration dans un ſyſtême quelconque de lentilles placées à quelque diſtance l'une de l'autre, & ayant même axe ainſi que les précédentes. Afin de trouver les équations néceſſaires dans ce cas-là, nous ajoûterons les Problêmes ſuivans.

* 699. Comme l'aberration de réfrangibilité n'eſt pas ſeulement produite par les ſurfaces des lentilles, & que l'épaiſſeur y contribue de ſon côté, il eſt viſible qu'en ſe conformant à ce que nous avons dit, on ne détruit pas totalement l'aberration de réfrangibilité, & qu'il en reſte encore une partie qui ne l'eſt pas, puiſque dans l'anéantiſſement de l'aberration nous n'avons conſidéré que l'effet des ſurfaces. Au reſte, comme l'obſerve M. d'Alembert, la partie de l'aberration, qui provient des épaiſſeurs, ſera toujours très-petite en elle-même, pourvu que les épaiſſeurs ſoient petites, par rapport aux rayons des ſurfaces; car elle eſt par rapport à l'autre partie de l'aberration produite par les ſurfaces, du même ordre que l'épaiſſeur eſt par rapport aux rayons de ces ſurfaces. Ainſi ſi l'on parvient à détruire, ou du moins à diminuer conſidérablement la partie de l'aberration produite par les ſurfaces, l'autre partie qui réſultera des épaiſſeurs, produira rarement un inconvénient ſenſible. Il paraît donc qu'on peut ſe diſpenſer de chercher à détruire la partie de l'aberration réſultante de l'épaiſſeur, vu que cette épaiſſeur eſt pour l'ordinaire très-petite, & par conſéquent l'aberration qui en réſulte. Cependant comme il ſe peut arriver qu'on ſe croye obligé de la détruire auſſi, nous allons montrer comment on peut y parvenir. Nous ne nous occuperons que de l'objectif compoſé de deux lentilles ſéparées par un petit intervalle, cela ſuffira pour faire voir comment il faudrait s'y prendre pour l'objectif compoſé de trois.

700. L'objet étant, ou pouvant être conſidéré comme infiniment éloigné, c'eſt-à-dire, a étant $= \infty$, ſi l'on introduit dans le terme affecté des épaiſſeurs qui ſe trouve dans l'expreſſion trouvée (*Art. 481*) pour le foyer des rayons qui tombent ſur une lentille à quatre ſurfaces, à la place de $\frac{1}{f}$, $\frac{1}{f'}$, $\frac{1}{f''}$ leurs valeurs, ce terme deviendra, après avoir été diviſé par f''', $m'''m''m'e(\frac{1-m}{b})^2 + m'''m''e'(\frac{1-m'}{c} + \frac{m'-m'm}{b})^2 + m'''e''(\frac{1-m''}{b'}$

Fig. 562. 493. PROBLÊME IV. *Soit une lentille* AB, *que nous supposerons convexe, dont les rayons des surfaces soient* b & c, *& dont* R *soit la distance focale pour les rayons moyens. Soit* P *le rapport de réfraction pour ces rayons, en passant de l'air dans cette*

$+ \frac{m'' - m''m'}{c} + \frac{m''m' - m''m'm}{b})^2$, lequel se trouve également dans l'expression du foyer de la même lentille, donnée (*Note 601*), les rayons des surfaces étant désignés, à cet endroit, par r, r', r'', r'''.

Or il est clair que pour détruire l'aberration de réfrangibilité qui résulte de l'épaisseur, il faut que l'on ait $ed\ (m'''m''m'\ (\frac{1-m}{b})^2\ ) + e'd\ [m'''m''\ (\frac{1-m'}{c} + \frac{m'-m'm}{b})^2] + e''d\ [m'''\ (\frac{1-m''}{b'} + \frac{m''-m''m'}{c} + \frac{m''m'-m''m'm}{b})^2] = 0$.

Mais dans la supposition que la lentille soit composée de deux lentilles particulieres séparées par un petit intervalle, $m = \frac{1}{P}$, $m' = P$, $m'' = \frac{1}{P'}$, $m''' = P'$; ainsi e, e', e'' désignant l'épaisseur de la premiere lentille, l'intervalle entre les deux lentilles, & l'épaisseur de la seconde, l'équation générale précédente, pour la correction de l'aberration résultante des épaisseurs, deviendra pour le cas de la lentille ou objectif composé de deux lentilles séparées par un petit intervalle,

$$ed\Big(P\Big(\frac{1-\frac{1}{P}}{b}\Big)^2 + e'd\Big((P-1)\ (\frac{1}{b} - \frac{1}{c})\Big)^2 + e''d\Big(P'(\frac{1-\frac{1}{P'}}{b} + \frac{1}{P'}(P-1)\ (\frac{1}{b} - \frac{1}{c}))^2\Big) = 0.$$

Mais $\frac{1-\frac{1}{P'}}{b'} + \frac{1}{P'}(P-1)(\frac{1}{b} - \frac{1}{c}) = \frac{P'-1}{P'} \times \frac{1}{b'} + \frac{P'-1}{P'} \times \frac{1}{c'} - \frac{P'-1}{P'} \times \frac{1}{c'} + \frac{1}{P'}(P-1)\ (\frac{1}{b} - \frac{1}{c}) = \frac{1}{P'}\Big((P'-1)(\frac{1}{b'} - \frac{1}{c'}) + (P-1)\ (\frac{1}{b} - \frac{1}{c}) + (P'-1)\ \frac{1}{c'}\Big) = \frac{1}{P'}\ (\frac{1}{D} + \frac{P'-1}{c'})$, en nommant D la distance focale qui est comme on a vu $1 : [(P-1)\ (\frac{1}{b} - \frac{1}{c}) + (P'-1)\ (\frac{1}{b'} - \frac{1}{c'})]$, & mettant par conséquent $\frac{1}{D}$ à la place de $(P'-1)\ (\frac{1}{b'} - \frac{1}{c'}) + (P-1)\ (\frac{1}{b} - \frac{1}{c})$.

701. L'équation précédente se change donc en celle-ci $ed\Big(P\Big(\frac{1-\frac{1}{P}}{b}\Big)^2 + e'd\Big((P-1)\ (\frac{1}{b} - \frac{1}{c})\Big)^2 + e''d\Big(\frac{1}{P'}(\frac{1}{D} + \frac{P'-1}{c'})^2\Big)$; donc la différence de $(P-1)\ (\frac{1}{b} - \frac{1}{c}) + (P'-1)\ (\frac{1}{b'} - \frac{1}{c'})$ ou de $\frac{1}{D}$ étant $= 0$ (*Art. 485*), on aura enfin $\frac{edP}{bb}\ (1 - \frac{1}{PP}) + 2e'dP\ (P-1)\ (\frac{1}{b} - \frac{1}{c})^2 - \frac{e''dP'}{P'P'}(\frac{1}{D} + \frac{P'-1}{c'})^2 + \frac{2e''dP'}{c'P'}\ (\frac{1}{D} + \frac{P'-1}{c'})$, équation qui contient la relation que doivent avoir les épaisseurs des lentilles & la largeur de leur intervalle, pour que l'aberration de réfrangibilité résultante des épaisseurs soit anéantie (*Voyez le troisieme volume des Opuscules de M. d'Alembert*).

lentille, & P + dP, P — dP le même rapport pour les rayons les plus & les moins réfrangibles. Supposons ensuite que de trois points E, F, G situés sur l'axe de la lentille & peu éloignés l'un de l'autre, partent des rayons de différente espece; que ceux qui partent de F soient des rayons moyens, & ceux qui partent de E & de G des rayons de plus grande & de plus petite réfrangibilité. Soient E', F', G', les foyers correspondans à E, F, G, le premier E appartenant aux rayons les plus réfrangibles, F aux rayons moyens, & G aux rayons les moins réfrangibles. On demande la relation entre l'intervalle EG des points E, G d'où partent les rayons les plus & les moins réfrangibles, & l'intervalle E'G' des foyers de ces rayons, après avoir été rompus par la lentille.

E' étant le foyer des rayons les plus réfrangibles qu'on suppose partis de E, on a $\frac{1}{DE} + \frac{1}{DE'} = (P + dP - 1)(\frac{1}{b} + \frac{1}{c})$, & G' étant le foyer des moins réfrangibles qui sont supposés partis de G, on a de même $\frac{1}{DG} + \frac{1}{DG'} = (P - dP - 1)(\frac{1}{b} + \frac{1}{c})$; retranchant cette derniere équation de la premiere, on a $\frac{E'G'}{DE' \times DG'} - \frac{EG}{DE \times DG} = 2dP(\frac{1}{b} + \frac{1}{c})$, dans laquelle substituant DF'^2 & DF^2 à la place de $DE' \times DG'$ & de $DE \times DG$, & $\frac{1}{(P-1)R}$ à la place de $\frac{1}{b} + \frac{1}{c}$, on aura $E'G' = DF'^2 \times (\frac{2dP}{(P-1)R} + \frac{EG}{DF^2})$, équation qui contient la relation cherchée entre les intervalles EG, $E'G'$.

494. PROBLÊME V. *Soient supposées au-delà de la lentille AB plusieurs autres lentilles A'B', A''B'', A'''B''', &c. ayant toutes même axe que cette lentille, & dont R', R'', R''', &c. soient les distances focales pour les rayons moyens, & soient P', P'', P''', &c. le rapport de réfraction pour cette espece de rayons, en passant de l'air dans ces lentilles, & P' + dP', P'' + dP'', P''' + dP''', &c. P' — dP', P'' — dP'', P''' — dP''', &c. le même rapport pour les rayons les plus & les moins réfrangibles. Soient F'', F''', F^IV, &c. les nouveaux foyers que les rayons moyens ont successivement en conséquence des réfractions qu'ils souffrent en traversant les lentilles A'B', A''B'', A'''B''', &c.* & E'', E''', Fig. 563.

E^{iv}, *&c.* G'', G''', G^{iv}, *&c. ceux des rayons les plus & les moins réfrangibles, après avoir été rompus par ces mêmes lentilles; soient enfin* $E''G''$, $E'''G'''$, $E^{iv}G^{iv}$, *&c. les intervalles des foyers que ces rayons ont successivement; on demande la relation qu'ont ces intervalles.*

Soient $DF = a$, $DF' = r$, $D'F' = a'$, $D'F'' = r'$, $D''F'' = a''$, $D''F''' = r''$, $D'''F''' = a'''$, $D'''F^{v} = r'''$, &c. De même que pour la premiere lentille la relation entre EG, $E'G'$ est exprimée par cette équation, $E'G' = rr \times \left(\frac{2dP}{(P-1)R} + \frac{EG}{aa}\right)$; la relation entre $E'G'$ & $E''G''$ pour la seconde sera exprimée par l'équation, $E''G'' = r'r' \times \left(\frac{2dP'}{(P'-1)R'} + \frac{E'G'}{a'a'}\right)$; on aura de même pour la troisieme, $E'''G''' = r''r'' \times \left(\frac{2dP''}{(P''-1)R''} + \frac{E''G''}{a''a''}\right)$, & pour la quatrieme, $E^{iv}G^{iv} = r'''r''' \times \left(\frac{2dP'''}{(P'''-1)R'''} + \frac{E'''G'''}{a'''a'''}\right)$; & ainsi de suite.

495. Si l'on suppose à présent que tous les rayons, au lieu de partir de trois points différens E, F, G, partent du seul point F, de sorte que ce soit pour lors un pinceau composé de rayons hétérogenes qui parte de ce point, EG devient nulle, & les intervalles $E'G'$, $E''G''$, $E'''G'''$, $E^{iv}G^{iv}$, &c. des foyers des rayons les plus & les moins réfrangibles, séparés d'abord par la premiere lentille, & écartés ensuite de plus en plus les uns des autres par les suivantes, auront les expressions qui suivent. Le premier $E'G'$, les rayons ayant traversé une lentille, $= rr \times \frac{2dP'}{(P-1)R}$; le second $E''G''$, les rayons en ayant traversé deux, $= r'r' \times \frac{2dP'}{(P'-1)R'} + \frac{r'^2r^2}{a'^2} \times \frac{2dP}{(P-1)R}$; le troisieme $E'''G'''$ $= r''^2 \times \frac{2dP''}{(P''-1)R''} + \frac{r''^2r'^2}{a''^2} \times \frac{2dP'}{(P'-1)R'} + \frac{r''^2r'^2r^2}{a''^2a'^2} \times \frac{2dP}{(P-1)R}$; le quatrieme $E^{iv}G^{iv} = r'''^2 \times \frac{2dP'''}{(P'''-1)R'''} + \frac{r'''^2r''^2}{a'''^2} \times \frac{2dP''}{(P''-1)R''}$ $+ \frac{r'''^2r''^2r'^2}{a'''^2a''^2} \times \frac{2dP'}{(P'-1)R'} + \frac{r'''^2r''^2r'^2r^2}{a'''^2a''^2a'^2} \times \frac{2dP}{(P-1)R}$; & ainsi de suite.

496. PROBLÊME VI. *Étant données les positions de plusieurs lentilles qui ont même axe, & connaissant pour chacune d'elles les rapports de réfraction des diverses especes de rayons; on demande*

la relation que doivent avoir les distances focales de ces lentilles, pour que les rayons de toute espece qui viennent d'un point quelconque, ou sont paralleles, ne soient point séparés, après avoir été rompus par ces lentilles.

Ce Problême se résoud généralement, en faisant l'expression de la dispersion des rayons qui répond au nombre de lentilles proposé $= 0$, ce qui donne une équation qui contient la relation que les foyers des lentilles doivent avoir pour que les rayons sortent de la derniere lentille sans être separés. Ainsi on aura, dans le cas de deux lentilles, $\frac{2dP'}{(P'-1)R} + \frac{r^2}{a'^2} \times \frac{2dP}{(P-1)R} = 0$; pour trois, $\frac{2dP''}{(P''-1)R''} + \frac{r'^2}{a''^2} \times \frac{2dP'}{(P'-1)R'} + \frac{r'^2r^2}{a''^2a'^2} \times \frac{2dP}{(P-1)R}$ $= 0$; pour quatre, $\frac{2dP'''}{(P'''-1)R'''} + \frac{r''^2}{a'''^2} \times \frac{2dP''}{(P''-1)R''} + \frac{r''^2r'^2}{a'''^2a''^2} \times \frac{2dP'}{(P'-1)R'} + \frac{r''^2r'^2r^2}{a'''^2a''^2a'^2} \times \frac{2dP}{(P-1)R} = 0$; & ainsi de suite.

497. Si l'on voulait avoir la relation que doivent avoir les distances focales de deux ou de trois lentilles appliquées l'une contre l'autre, pour l'anéantissement de l'aberrration de réfrangibilité, on trouverait pour deux lentilles, $\frac{dP}{(P-1)R} + \frac{dP'}{(P'-1)R'}$ $= 0$, $r + a'$ étant $= 0$, & pour trois, $\frac{dP}{(P-1)R} + \frac{dP'}{(P'-1)R'}$ $+ \frac{dP''}{(P''-1)R''} = 0$, à cause de $r + a' = 0$, & de $r' + a'' = 0$; équations qui sont précisément les mêmes que celles des Articles 487 & 490.

Passons maintenant à ce qui regarde l'anéantissement de l'aberration de sphéricité. Cette recherche devient indispensable après les précédentes. Car ayant procuré aux objectifs l'avantage de ne plus donner de couleurs à leur foyer, on peut leur faire supporter une plus grande ouverture, & par conséquent l'aberration de sphéricité croissant comme le carré du demi-diametre de l'ouverture, devient alors trop considérable pour qu'on puisse se dispenser d'y avoir égard. Voyons donc ce qu'il faut faire pour la détruire dans les deux especes d'objectifs que nous avons considérés.

498. PROBLÊME VII. *Deux ou trois lentilles de différentes*

matières dont on connaît les puissances réfringentes, étant appliquées l'une contre l'autre ou séparées par un très-petit intervalle, trouver l'équation nécessaire pour l'anéantissement de l'aberration de sphéricité, dans l'objectif qu'elles composent.

Cherchons d'abord cette équation pour un objectif composé de deux de ces lentilles, & pour parvenir à la trouver, prenons le terme qui exprime l'aberration de sphéricité dans la formule donnée Article 481, qui convient aux objectifs à quatre surfaces, & commençons par le développer, relativement à la supposition de $a = \infty$, ce que nous allons faire en supposant d'abord l'objectif composé de trois milieux différens, au sortir duquel les rayons repassent dans l'air d'où nous les supposons venus.

Ce terme par lequel l'aberration de sphéricité est exprimée généralement pour tout objectif à quatre surfaces, est $(m'''S + Q''')f'''f'''$ ou $(m'''m''m'Q + m'''m''Q' + m'''Q'' + Q''')f'''f'''$. Soient P, M, P' les rapports de réfraction en passant de l'air dans le premier, le second & le troisieme milieu dont l'objectif est composé. Pour avoir les quantités Q, Q', Q'', Q''', on observera que, dans la supposition de $a = \infty$, $\frac{1}{f} = \frac{1}{b} - \frac{1}{Pb}$, $\frac{1}{c} - \frac{1}{f} = \frac{1}{Pb} - \frac{1}{q}$, $\frac{1}{q}$ étant $= \frac{1}{b} - \frac{1}{c}$; que de plus $\frac{1}{f'} = \frac{1}{b'} - \frac{M}{P'b'} + \frac{M}{P'f'}$, & $\frac{1}{c'} - \frac{1}{f''} = \frac{M}{P'b'} - \frac{M}{P'f'} - \frac{1}{q'}$, $\frac{1}{q'}$ étant $= \frac{1}{b'} - \frac{1}{c'}$.

Ainsi on aura $Q = \frac{1}{2}kk\left(\frac{1}{P} - \frac{1}{P^2}\right) \times \frac{1}{Pb^3}$, $Q' = \frac{1}{2}kk\left(\frac{P}{M} - \frac{P^2}{M^2}\right)\left(\frac{P}{M}\left(\frac{1}{Pb} - \frac{1}{q}\right)^3 - \left(\frac{1}{Pb} - \frac{1}{q}\right)^2 \times \frac{P-1}{Pb}\right)$, $Q'' = \frac{1}{2}kk\left(\frac{M}{P'} - \frac{M^2}{P'^2}\right)\left(\frac{M}{P'}\left(\frac{1}{b'} - \frac{1}{f'}\right)^3 - \left(\frac{1}{b'} - \frac{1}{f'}\right)^2 \times \frac{1}{f'}\right)$, & $Q''' = \frac{1}{2}kk(P' - P'^2)\left(P'\left(\frac{M}{P'b'} - \frac{M}{P'f'} - \frac{1}{q'}\right)^3 - \left(\frac{M}{P'b'} - \frac{M}{P'f'} - \frac{1}{q'}\right)^2\left(\frac{1}{b'} - \frac{M}{P'b'} + \frac{M}{P'f'}\right)\right)$.

Et par conséquent $(m'''m''m'Q + m'''m''Q' + m'''Q'' + Q''')f'''f''' = \left[\left(\frac{P^3}{M^2} - \frac{P^2}{M}\right)\left(\frac{1}{q^3} - \frac{3P + M - MP}{P^2bqq} + \frac{3P + 2M - 2MP}{P^3bbq}\right) + (P'^3 - P'^2)\left(\frac{1}{q'^3} - \frac{3P'M - P' + M}{P'^2b'q'q'} + \frac{3M^2P' - 2P'M + 2M^2}{P'^3b'b'q'} + \right.\right.$

$$\frac{3MP'+M}{P'^2f'q'q'} - \frac{6M^2P'+4M^2-2MP'}{P'^3b'f'q'} + \frac{3M^2P'+2M^2}{P'^3f'^2q'}) - \frac{1-M}{M^2b^3}$$
$$-(M^3-M^2)(\frac{1}{b'}-\frac{1}{f'})^2(\frac{1}{b'}-\frac{1+M}{Mf'})] \times \frac{1}{2}kkf'''f''',$$
expreſſion de l'aberration de ſphéricité pour un objectif à quatre ſurfaces, compoſé de trois milieux, au ſortir duquel les rayons repaſſent dans l'air d'où on les ſuppoſe venus * ; f''' qui eſt exprimée par cette équation $\frac{1}{f'''} = \frac{P-1}{b} + \frac{M-P}{c} + \frac{P'-M}{b'}$ $+ \frac{1-P'}{c'}$, déſignant la diſtance focale des rayons qui tombent infiniment près de l'axe, abſtraction faite des épaiſſeurs.

499. Pour que cet objectif devienne celui dans lequel nous nous propoſons de détruire l'aberration de ſphéricité, il eſt clair qu'il n'y a qu'à ſuppoſer que le ſecond des trois milieux qui le compoſent eſt de l'air; alors il ne ſera plus compoſé que de deux lentilles de matières différemment réfringentes ſéparées par un très-petit intervalle, qu'on pourra même conſidérer comme nul, ſi l'on veut; M ſera alors $= 1$, & la formule précédente

* 702. Si l'on veut avoir l'expreſſion de l'aberration de ſphéricité pour une lentille ſimple, il eſt facile de la trouver. Par l'Art. 479, cette aberration eſt exprimée en général par $(m'Q + Q')ff'$. Soit P le rapport de réfraction en paſſant de l'air dans la lentille, & ſoit ſuppoſé d'abord le point rayonnant à une diſtance finie. On a, les rayons étant ſuppoſés repaſſer dans l'air, $m' = P$; de plus $m = \frac{1}{P}$, & par conſéquent $\frac{1}{f} = \frac{P-1}{Pb} - \frac{1}{Pa}$; & l'on trouvera que $Q = \frac{1}{2}kk(\frac{1}{P} - \frac{1}{P^2})$ $[\frac{1}{P}(\frac{1}{b}+\frac{1}{a})^3 + (\frac{1}{b}+\frac{1}{a})^2 \times \frac{1}{a}]$, & $Q' = \frac{1}{2}kk(P-P^2)\Big(P(\frac{1}{Pb} - \frac{1}{q} + \frac{1}{Pa})^3 - (\frac{1}{Pb} - \frac{1}{q} + \frac{1}{Pa})^2 (\frac{1}{b} - \frac{1}{Pb} - \frac{1}{Pa})\Big)$, $\frac{1}{q}$ étant $= \frac{1}{b} - \frac{1}{c}$. On aura donc pour l'expreſſion de l'aberration, dans une lentille ſimple, après les multiplications & réductions néceſſaires, $[\frac{P^3-P^2}{2q^3} + \frac{1+P-2P^2}{2bq^2} + \frac{P^2+P-2}{2Pb^2q} + \frac{1+2P-3P^2}{2aqq} + \frac{4P^2-4}{2Pabq} + \frac{3P^2-2-P}{2Paaq}] \times kkf'f'$, f' dont la valeur eſt exprimée par cette équation $\frac{1}{f'} = (P-1)(\frac{1}{b}-\frac{1}{c}) - \frac{1}{a}$, déſignant la diſtance à laquelle concourent, au ſortir de la lentille, les rayons infiniment proches de l'axe.

703. Si a eſt infini, alors l'expreſſion de l'aberration eſt $[\frac{P^3-P^2}{2q^3} + \frac{1+P-2P^2}{2bq^2} + \frac{P^2+P-2}{2Pb^2q}] \times kkRR$, prenant R pour déſigner la diſtance focale de la lentille, dont la valeur eſt déterminée par l'équation $\frac{1}{R} = (P-1)(\frac{1}{b}-\frac{1}{c})$.

de l'aberration se changera en celle-ci qui appartiendra à l'objectif dont il s'agit, $\left[(P^3 - P^2) \left(\frac{1}{q^3} - \frac{2P+1}{P^2 bqq} + \frac{P+2}{P^3 bbq} \right) + (P'^3 - P'^2) \left(\frac{1}{q'^3} - \frac{2P'+1}{P'^2 b' q' q'} + \frac{P'+2}{P'^3 b'^2 q'} + \frac{3P'+1}{P'^2 f' q' q'} - \frac{4P'+4}{P'^3 b' f' q'} + \frac{3P'+2}{P'^3 f' f' q'} \right) \right] \times \frac{1}{2} kk f''' f'''$, f''' étant exprimée par l'équation $\frac{1}{f'''} = \frac{P-1}{q} + \frac{P'-1}{q'}$. Substituant dans les derniers termes de cette expression, à la place de $\frac{1}{f'}$ sa valeur $\frac{P-1}{q}$, & faisant les multiplications indiquées, elle devient enfin $\Big(\frac{P^3 - P^2}{2q^3} - \frac{2P^2 - P - 1}{2bqq} + \frac{P + 1 - \frac{2}{P}}{2bbq} + \frac{P'^3 - P'^2}{2q'^3} - \frac{2P'^2 - P' - 1}{2b'q'q'} + \frac{P' + 1 - \frac{2}{P'}}{2b'b'q'} + \frac{(3P'^2 - 2P' - 1)(P-1)}{2qq'^2} - \frac{(2P' - \frac{2}{P'})(P-1)}{b'qq'} + \frac{(3P' - 1 - \frac{2}{P'})(P-1)^2}{2q^2 q'} \Big) kkRR$, prenant R pour désigner plus particulierement la distance focale. Cette quantité étant égalée à zero, fournit l'équation nécessaire pour détruire l'aberration résultante de la sphéricité dans l'objectif composé de deux lentilles, soit qu'elles soient séparées par un petit intervalle, ou qu'elles soient appliquées l'une contre l'autre.

500. P & P' ayant été prises pour exprimer la réfraction moyenne, l'aberration qu'on détruit, par le secours de la formule précédente, est celle des rayons moyens. Si l'on voulait détruire l'aberration de rayons de quelqu'autre couleur, il ne s'agirait, pour pouvoir y faire servir cette formule, que d'y substituer, à la place de P & de P', le rapport de réfraction qui appartient à cette espece de rayons.

501. Il n'y a pas plus de difficulté à trouver l'expression de l'aberration de sphéricité, & par conséquent l'équation pour l'anéantissement de cette aberration dans un objectif composé de trois lentilles. Pour procéder dans le même ordre que ci-dessus, prenons le terme $(m\,X + Q^{v})\,f^{v} f^{v}$ qui (*Art.* 483) exprime l'aberration de sphéricité pour six surfaces, & faisons-en le développement relativement au cas de l'objectif composé dont il est actuellement question.

Or,

Or, $(m^{v}X + Q^{v})\,f^{v}f^{v} = (m^{v}\,m^{iv}\,(m'''S + Q''') + m^{v}Q^{iv} + Q^{v})f^{v}f^{v} = (m^{v}\,m^{iv}\,(m'''m''m'Q + m'''m''Q' + m'''Q'' + Q''') + m^{v}\,Q^{iv} + Q^{v})\;f^{v}f^{v}$. D'où l'on voit que multipliant par $m^{v}\,m^{iv}$, la quantité qui, étant multipliée par $f'''f'''$, exprime l'aberration pour quatre surfaces, & ajoûtant $m^{v}\,Q^{iv} + Q^{v}$, la somme totale multipliée par $f^{v}f^{v}$ donnera l'aberration pour six surfaces.

502. Mais comme on veut l'aberration pour trois lentilles séparées par un petit intervalle occupé par l'air, ou même appliquées l'une contre l'autre, si on représente par P'' le rapport de réfraction en passant de l'air dans la troisieme lentille, on aura $P'' = \frac{1}{m^{iv}}$ & $P'' = m^{v}$, & par conséquent $m^{v}m^{iv} = 1$; de sorte que pour avoir l'aberration pour l'objectif composé de ces trois lentilles, il ne s'agira que d'ajoûter la quantité $P''Q^{iv} + Q^{v}$, après l'avoir développée, à celle qui multipliée par $kkRR$, exprime l'aberration de sphéricité (*Art.* 499) pour l'objectif composé de deux lentilles, & multiplier ensuite la somme entière par $f^{v}f^{v}$.

Or, $P''Q^{iv} = \frac{1}{2}kk\,(1 - \frac{1}{P''})\left(\frac{1}{P''}(\frac{1}{b''} - \frac{1}{f'''})^3 - (\frac{1}{b''} - \frac{1}{f'''})^2 \times \frac{1}{f'''}\right)$, $\frac{1}{f'''}$ étant $= \frac{P-1}{q} + \frac{P'-1}{q'}$, dans la supposition de $a = \infty$, qui est celle dans laquelle il s'agit de trouver l'aberration; & $Q^{v} = \frac{1}{2}kk\,(P'' - P''^2)\left(P''(\frac{1}{P''b''} - \frac{1}{P''f'''} - \frac{1}{q''})^3 - (\frac{1}{P''b''} - \frac{1}{P''f'''} - \frac{1}{q''})^2(\frac{1}{b''} - \frac{1}{P''b''} + \frac{1}{P''f'''})\right)$, à cause que $\frac{1}{f^{iv}} = \frac{P''-1}{P''b''} + \frac{1}{P''f'''}$, ce qui donne $\frac{1}{c''} - \frac{1}{f^{iv}} = \frac{1}{P''b''} - \frac{1}{P''f'''} - \frac{1}{q''}$, $\frac{1}{q''}$ étant $= \frac{1}{b''} - \frac{1}{c''}$.

Faisant les multiplications & réductions, on trouve que

$$P''Q^{iv} + Q^{v} = \left(\frac{P''^3 - P''^2}{2q''^3} - \frac{2P''^2 - P'' - 1}{2b''q''^2} + \frac{P'' + 1 - \frac{2}{P''}}{2b''^2q''} - \frac{2P'' - \frac{2}{P''}}{b''q''f'''} + \frac{3P''^2 - 2P'' - 1}{2q''^2f'''} + \frac{3P'' - 1 - \frac{2}{P''}}{2q''f'''^2}\right)kk = \left(\frac{P''^3 - P''^2}{2q''^3} - \frac{2P''^2 - P'' - 1}{2b''q''^2} + \frac{P'' + 1 - \frac{2}{P''}}{2b''^2q''} - \frac{(2P'' - \frac{2}{P''})(P-1)}{b''q\,q''} - \frac{(2P'' - \frac{2}{P''})(P'-1)}{b''q'q''} + \frac{(3P''^2 - 2P'' - 1)(P-1)}{2q\,q''^2} + \frac{(3P''^2 - 2P'' - 1)(P'-1)}{2q'q''^2}\right.$$

$$+\frac{(3P''-1-\frac{2}{P''})(P-1)^2}{2q''q^2}+\frac{(3P''-1-\frac{2}{P''})(P'-1)(P-1)}{qq'q''}+$$
$$\frac{(3P''-1-\frac{2}{P''})(P'-1)^2}{2q'^2q''}\Big)kk.$$

Ajoûtant ces dix termes, qui sont multipliés par kk, aux neuf qui multipliés par $kkRR$, expriment l'aberration de sphéricité (*Art.* 499) pour un objectif composé de deux lentilles, & multipliant la somme par $kkR'R'$, on aura l'expression de l'aberration de sphéricité pour un objectif composé de trois lentilles, R' étant prise pour désigner la distance focale de cet objectif.

503. Si la premiere & la troisieme lentille sont de la même matière, il n'y aura qu'à écrire P à la place de P'' par-tout où P'' se rencontre, & l'expression de l'aberration sera

$$\Big(\frac{P^3-P^2}{2q^3}-\frac{2P^2-P-1}{2bqq}+\frac{P+1-\frac{2}{P}}{2bbq}+\frac{P'^3-P'^2}{2q'^3}-\frac{2P'^2-P'-1}{2b'q'q'}+$$
$$\frac{P'+1-\frac{2}{P'}}{2b'b'q'}+\frac{(3P'^2-2P'-1)(P-1)}{2qq'^2}-\frac{(2P'-\frac{2}{P'})(P-1)}{b'qq'}+$$
$$\frac{(3P'-1-\frac{2}{P'})(P-1)^2}{2q^2q'}+\frac{P^3-P^2}{2q''^3}-\frac{2P^2-P-1}{2b''q''^2}+\frac{P+1-\frac{2}{P}}{2b''^2q''}-$$
$$\frac{(2P-\frac{2}{P})(P-1)}{b''qq''}-\frac{(2P-\frac{2}{P})(P'-1)}{b''q'q''}+\frac{(3P^2-2P-1)(P-1)}{2qq''^2}+$$
$$\frac{(3P^2-2P-1)(P'-1)}{2q'q''^2}+\frac{(3P-1-\frac{2}{P})(P-1)^2}{2q''q^2}+\frac{(3P-1-\frac{2}{P})(P'-1)(P-1)}{qq'q''}$$
$$+\frac{(3P-1-\frac{2}{P})(P'-1)^2}{2q'^2q''}\Big)\times kkR'R',$$

R' qui est déterminée par l'équation $\frac{1}{R'}=\frac{P-1}{q}+\frac{P'-1}{q'}+\frac{P-1}{q''}$, exprimant la distance focale de l'objectif composé. Faisant cette expression égale à zero, on aura l'équation pour l'anéantissement de l'aberration de sphéricité, dans tout objectif composé de trois lentilles, dont les extrêmes sont de même matière.

504. Ce que nous avons dit à l'Article 500 au sujet de l'anéantissement de l'aberration de sphéricité par le moyen de la formule de l'Article 499, se doit dire également de la correction

de la même aberration par le moyen de celle-ci.

Ayant donné ci-deſſus (*Art.* 496) les équations néceſſaires pour l'anéantiſſement de l'aberration de réfrangibilité dans un ſyſtême quelconque de lentilles placées à quelque diſtance l'une de l'autre, nous ne pouvons nous diſpenſer d'y joindre celles qui peuvent ſervir à y détruire l'aberration de ſphéricité. Nous en déduirons d'ailleurs de nouvelles formules pour la correction de cette aberration dans les objectifs compoſés. Afin de pouvoir remplir notre objet, nous allons mettre ſous une forme particulière l'expreſſion de l'aberration pour une lentille ſimple que nous ſuppoſerons, avec M.r Klingenſtierna Auteur de la méthode que nous devons expoſer, convexe des deux côtés, & enſuite nous chercherons la forme que doit avoir une lentille pour que l'aberration qu'elle produit ſoit la plus petite ou la plus grande poſſible.

505. Pour parvenir à mettre l'expreſſion dont il s'agit, ſous la forme que nous nous propoſons, remontons à l'Article 479, & ſuppoſons que les rayons au lieu d'entrer dans un nouveau milieu au ſortir de la lentille que forme le milieu S, repaſſent dans l'air d'où ils ſont venus; alors $m' = \frac{1}{m}$, & par conſéquent la lentille étant ſuppoſée convexe des deux côtés, $Q' = \frac{1}{2}kk \times \frac{1}{m}(\frac{1-m}{m})(\frac{1}{c}+\frac{1}{f})^2(\frac{1}{mc}+\frac{1+m}{mf}) = \frac{1}{2}kk(1-m)(\frac{1}{c}+\frac{1}{f'})^2(\frac{m}{c}+\frac{1+m}{f'})$, en introduiſant f' à la place de f, au moyen de l'équation $\frac{1}{f'} = \frac{1-m}{mc}+\frac{1}{mf}$; on aura donc $(\frac{1}{m}Q+Q')f'f'$, qui exprime l'aberration, $= \frac{(1-m)kkf'f'}{2}$ $[(\frac{1}{b}+\frac{1}{a})^2(\frac{m}{b}+\frac{1+m}{a})+(\frac{1}{c}+\frac{1}{f'})^2(\frac{m}{c}+\frac{1+m}{f'})]$. Faiſant les multiplications indiquées, cette expreſſion devient $\frac{(1-m)kkf'f'}{2}(\frac{m}{b^3}+\frac{1+3m}{abb}+\frac{2+3m}{aab}+\frac{1+m}{a^3}+\frac{m}{c^3}+\frac{1+3m}{f'cc}$ $+\frac{2+3m}{f'f'c}+\frac{1+m}{f'^3})$.

On donnera à cette expreſſion une forme un peu plus commode à employer, qui eſt celle qui nous eſt néceſſaire, en joignant enſemble les termes où b & c ont les mêmes dimenſions,

& réduisant chaque partie au moyen de l'équation $\frac{1-m}{m}(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}) = \frac{1}{f'} + \frac{1}{a} = \frac{1}{R}$, R désignant la distance focale de la lentille. Or, l'on trouve

$$\frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3} = \frac{m}{(1-m)R}\left(\frac{m^2}{(1-m)^2RR} - \frac{3m}{(1-m)R(b+c)}\right), \frac{1}{abb} + \frac{1}{f'cc} = \frac{m}{(1-m)R}\left(\frac{1}{ab} + \frac{1}{f'c} - \frac{1}{R(b+c)}\right), \frac{1}{aab} + \frac{1}{f'f'c} = \frac{m}{(1-m)R}\left(\frac{1-m}{m} \times \left(\frac{1}{ab} + \frac{1}{f'c}\right) - \frac{1}{R(a+f')}\right), \frac{1}{a^3} + \frac{1}{f'^3} = \frac{m}{(1-m)R}\left(\frac{1-m}{mRR} - \frac{3(1-m)}{mR(a+f')}\right).$$

Multipliant ces parties par leurs coefficiens respectifs m, $1+3m$, $2+3m$, $1+m$, les ajoûtant ensuite & réduisant, on aura l'expression de l'aberration sous cette nouvelle forme, $\frac{kkf'f'}{2RR}$

$$\left(\frac{1-2m+2m^3}{(1-m)^2R} - \frac{3+2m}{a+f'} + \frac{2(1+m)}{a+f'}\left(\frac{a}{c} + \frac{f'}{b}\right) - \frac{m(1+2m)}{(1-m)(b+c)}\right) = \frac{kkf'f'}{2RR}\left(\frac{1}{(1-m)^2R} - \frac{3+2m}{a+f'} - \frac{2(1+m)}{a+f'} \times \left(\frac{r}{b} + \frac{f'}{c}\right) - \frac{m(1+2m)}{(1-m)(b+c)}\right).$$

506. PROBLÊME VIII. *Trouver quelle doit être la forme d'une lentille, pour qu'elle rassemble les rayons qui partent d'un point donné, à une distance donnée, avec la plus petite ou la plus grande aberration possible, & déterminer la quantité de cette aberration.*

Gardant les mêmes dénominations, on prendra la différence de l'expression précédente, en faisant varier b & c, ce qui donnera $\frac{2(1+m)}{a+f'} \times \left(\frac{adb}{bb} + \frac{f'dc}{cc}\right) + \frac{m(1+2m)}{1-m} \times \frac{db+dc}{(b+c)^2} = 0$; mais à cause que $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{m}{1-m} \times \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f'}\right)$, on a $\frac{db}{bb} + \frac{dc}{cc} = 0$: chassant donc, au moyen de cette équation, les différences db & dc, on aura $\frac{c-b}{c+b} = \frac{2(1-m)(1+m)(a-f')}{m(1+2m)(a+f')}$, équation qui se change en celle-ci, $\frac{b}{c} = \frac{(4m^2+m-2)a+(2+m)f'}{(4m^2+m-2)f'+(2+m)a}$, de laquelle on tirera aisément, par le secours de l'équation $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{m}{1-m}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f'}\right)$, les rayons des surfaces de la lentille qu'on se propose de trouver, lesquels seront $b = \frac{2(1-m)(1+2m)af'}{(4m^2+m-2)f'+(m+2)a}$, & $c = \frac{2(1-m)(1+2m)af'}{(4m^2+m-2)a+(m+2)f'}$ ou $\frac{1}{b} = \frac{4m^2+m-2}{2(1-m)(1+2m)} \times \frac{1}{a} + \frac{2+m}{2(1-m)(1+2m)} \times \frac{1}{f'}$, & $\frac{1}{c} = \frac{4m^2+m-2}{2(1-m)(1+2m)} \times \frac{1}{f'} + \frac{2+m}{2(1-m)(1+2m)} \times \frac{1}{a}$; substituant ces valeurs des rayons b & c dans l'expression de l'aberration de l'Article précédent, on aura, après les réductions convenables, pour la plus petite ou la plus grande aberration, $\frac{kkf'f'}{2(1+2m)R^3} \times \left(\frac{R}{a+f'} + \frac{m(4-m)}{4(1-m)^2}\right)$. On fera connaître ci-dessous les cas où cette aberration est la plus petite ou la plus grande.

507. Ayant déterminé la forme d'une lentille, qui, à positions données du point rayonnant & du foyer qui lui répond, produise la plus petite ou la plus grande aberration, & de plus ayant trouvé la quantité de cette aberration, tâchons de trouver une expression de l'aberration des lentilles qui s'éloignent de cette forme, telle que nous ayons le rapport de la forme de ces lentilles & celui de leur aberration, avec la forme & l'aberration de la lentille dont nous venons de parler.

Soit fait pour abréger $\frac{4m^2+m-2}{2(1-m)(1+2m)} = p$ & $\frac{2+m}{2(1-m)(1+2m)} = q$, & l'on aura pour déterminer les rayons b & c de la lentille de plus petite ou de plus grande aberration, $\frac{1}{b} = \frac{p}{a} + \frac{q}{f'}$, & $\frac{1}{c} = \frac{p}{f'} + \frac{q}{a}$. Soient ensuite exprimés les rayons b & c des surfaces de toute lentille qui a la même distance focale R, par $\frac{1}{b} = \frac{p}{a} + \frac{q}{f'} + \frac{x}{R}$, & $\frac{1}{c} = \frac{p}{f'} + \frac{q}{a} - \frac{x}{R}$, équations dans lesquelles les valeurs de b & de c sont telles que leur somme $\frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ soit $(p+q)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f'}\right)$ ou $\frac{m}{1-m} \times \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f'}\right)$, comme cela doit être.

Substituant ces valeurs de $\frac{1}{b}$ & de $\frac{1}{c}$ dans la formule générale de l'aberration de l'Article 505, elle devient $\frac{kkf'f'}{2(1+2m)R^3}$

$\times \left(\frac{R}{a+f'} + \frac{m(4-m)}{4(1-m)^2} + (1+2m)x^2\right)$, formule qui exprime l'aberration d'une lentille dont les rayons des ſurfaces ſont b & c (le premier b appartenant à la ſurface tournée vers le point rayonnant) exprimés reſpectivement par les équations $\frac{1}{b} = \frac{p}{a} + \frac{q}{f'} + \frac{x}{R}$, & $\frac{1}{c} = \frac{p}{f'} + \frac{q}{a} - \frac{x}{R}$, a déſignant la diſtance du point rayonnant, f' la diſtance du foyer des rayons rompus, & R la diſtance focale de la lentille.

508. Comme la quantité x détermine la forme & l'aberration de la lentille à laquelle elle appartient, puiſqu'elle exprime leur rapport avec la forme & l'aberration d'une lentille de même foyer, qui produit la plus petite ou la plus grande aberration, dans les mêmes poſitions du point rayonnant & du foyer qui lui répond, M.r Klingenſtierna nomme cette quantité l'*index* de la lentille. Si l'on fait pour abréger le calcul, $\frac{m(4-m)}{4(1-m)^2} = h$ & $1+2m = g$, l'aberration ſera exprimée par $\frac{kkf'f'}{2gR^3} \times \left(\frac{R}{a+f'} + h + g^2x^2\right)$.

509. Si dans les formules précédentes pour les rayons & l'aberration des lentilles, on fait $x = 0$, elles deviendront celles qui expriment les rayons & l'aberration de la lentille de plus petite ou de plus grande aberration. Mais ſi x n'eſt pas $= 0$, ces formules donnent deux différentes formes de lentilles qui produiſent la même aberration plus grande que la plus petite, ou moindre que la plus grande, & ces deux formes différentes ſont l'une & l'autre exprimées par les équations $\frac{1}{b} = \frac{p}{a} + \frac{q}{f'} + \frac{x}{R}$, & $\frac{1}{c} = \frac{p}{f'} + \frac{q}{a} - \frac{x}{R}$, dans leſquels x eſt priſe poſitivement pour une forme & négativement pour l'autre. Car dans la formule de l'aberration $\frac{kkf'f'}{2gR^3} \times \left(\frac{R}{a+f'} + h + g^2x^2\right)$, on ne trouve que le carré de x qui eſt toujours le même, ſoit qu'on faſſe x poſitive ou négative.

510. En comparant l'expreſſion générale de l'aberration $\frac{kkf'f'}{2gR^3} \times \left(\frac{R}{a+f'} + h + g^2x^2\right)$ avec l'expreſſion de l'aberration la plus

petite ou la plus grande $\frac{kkf'f'}{2gR^3} \times \left(\frac{R}{a+f'} + h\right)$, on voit que celle-ci est moindre que l'autre, lorsque $\frac{R}{a+f'} + h$ est positive, & qu'au contraire elle est plus grande, lorsque cette même quantité $\frac{R}{a+f'} + h$ est négative, & x assez petite. Ainsi l'expression $\frac{kkf'f'}{2gR^3} \times \left(\frac{R}{a+f'} + h\right)$ est celle de la plus petite aberration dans le premier cas, & celle de la plus grande dans le second. Il est encore évident que les aberrations les plus petites sont toujours positives dans les lentilles convexes, & négatives dans les concaves, & que les plus grandes sont au contraire positives dans celles-ci & négatives dans les autres; c'est-à-dire, que, dans le cas de la plus petite aberration, le rayon rompu, prolongé s'il est nécessaire, rencontre l'axe avant le foyer géométrique, c'est-à-dire, avant le foyer des rayons infiniment proches de l'axe, & après, si elle est concave; & que dans le cas de la plus grande aberration, le rayon rompu, prolongé s'il est besoin, rencontre l'axe après le foyer géométrique, si la lentille est convexe, & avant, si elle est concave.

511. Si l'on fait l'expression générale de l'aberration $= 0$, il en résulte $x = \frac{1}{g}\sqrt{\left(-\frac{R}{a+f'} - h\right)}$. Cette valeur de x étant substituée dans les expressions des rayons b & c (*Art. 507*), donne la forme de la lentille dont l'aberration est nulle dans les positions données du point rayonnant & du foyer qui lui répond, mais il faut que $\frac{R}{a+f'}$ soit une quantité négative qui ne soit pas plus petite que la quantité h ou $\frac{m(4-m)}{4(1-m)^2}$; autrement la forme de la lentille serait impossible.

512. PROBLÊME IX. *Soient plusieurs lentilles* AB, A'B', A''B'', A'''B''', *&c. de matieres différemment réfringentes, ayant toutes pour axe la droite* QS. *Soit un point rayonnant* Q *situé sur cet axe, & soient* f, f', f'', f''', *&c. les foyers successifs des rayons infiniment proches de cet axe partis de* Q, *de sorte qu'après avoir été rompus par la premiere lentille* AB, *ils coupent l'axe en* f, *& tombant ensuite sur la seconde* A'B', *ils rencontrent au sortir de cette lentille, cet axe en* f', *& ainsi de suite. Soit* Fig. 564.

enfin un rayon QB *tombant à quelque distance de l'axe sur la premiere lentille* AB, *rompu par cette lentille & par les suivantes en* B, B', B'', B''', *&c. & rencontrant l'axe au sortir de chaque lentille, aux points* q, q', q'', q''', *&c. éloignés des foyers* f, f' f'', f''' *&c. des petits intervalles* qf, q'f', q''f'', q'''f''', *&c. Il s'agit de trouver la valeur de ces petits intervalles ou aberrations.*

Soient P, P', P'', P''' &c. les rapports de réfraction en passant de l'air dans les lentilles; soient R, R', R'', R''', &c. les distances focales de ces lentilles, & x, x', x'', x''', &c. leurs *index*. Soit nommée a la distance QA du point rayonnant Q à la lentille AB, & r la distance Af du foyer des rayons infiniment proches de l'axe partis de ce point, à cette lentille. Soient de même a' & r' les distances fA' & $A'f'$ des foyers correspondans f & f' à la seconde lentille $A'B'$; a'' & r'' les distances $f'A''$, $A''f''$ des foyers correspondans f' & f'' à la troisieme $A''B''$; a''' & r''' les distances $f''A'''$ & $A'''f'''$ de f'' & de f''' à la quatrieme $A'''B'''$, &c. Soit enfin la distance AB, dont le point B où tombe le rayon QB sur la premiere lentille AB, est éloigné de l'axe, $= k$; les distances des points B', B'', B''', &c. où ce rayon rencontre dans son trajet les lentilles suivantes, $A'B' = \frac{a'}{r} \times k$, $A''B'' = \frac{a'a''}{rr'} \times k$, $A'''B''' = \frac{a'a''a'''}{rr'r''} \times k$, & ainsi de suite.

513. Par l'Article 508, l'aberration qf de la premiere lentille est exprimée par $\frac{kkrr}{2gR^3}\left(\frac{R}{a+r} + h + g^2x^2\right)$, h étant $= \frac{1}{P-1} + \frac{3}{4(P-1)^2}$, & $g = 1 + \frac{2}{P}$.

514. Qu'on conçoive actuellement que du foyer f' appartenant à la seconde lentille $A'B'$ & correspondant à f, parte un rayon $f'B'$ qui, après s'être rompu en B' en traversant cette lentille, rencontre l'axe au point g éloigné de f du petit intervalle fg. On aura ce petit intervalle fg, c'est-à-dire, l'aberration de ce rayon que nous venons de supposer partir de f', $= \frac{a'^3kk}{2g'rrR'^3}\left(\frac{R'}{a'+r'} + h' + g'^2x'^2\right)$, en mettant, dans la formule générale de l'aberration, $\frac{a'}{r} \times k$ à la place de k, r' à la place de a,

de a, a' à la place de r, & R' à la place de R, $h' = \frac{1}{P'-1} + \frac{3}{4(P'-1)^2}$, & $g' = 1 + \frac{2}{P'}$, à la place de h & de g. Cette aberration fg ajoûtée à l'aberration qf de la premiere lentille déja trouvée, donnera leur somme qg; mais $qg : q'f' :: A'f^2 : A'f'^2$, comme on le démontre facilement, c'est-à-dire, $:: a'^2 : r'^2$. Donc l'aberration $q'f'$ produite par la réfraction des deux lentilles AB, $A'B'$, $= \frac{r'^2}{a'^2} \times qg = \frac{kkr'r'}{2} \left[\frac{rr}{ga'^2R^3} \left(\frac{R}{a+r} + h + g^2x^2 \right) + \frac{a'^2}{g'r^2R'^3} \left(\frac{R'}{a'+r'} + h' + g'^2x'^2 \right) \right]$.

515. Si de même l'on conçoit qu'il parte du foyer f'' appartenant à la troisieme lentille $A''B''$, un rayon $f''B''$, qui, après avoir été rompu par cette lentille, en B'', rencontre l'axe en un point g' éloigné de f' du petit intervalle $f'g'$; ce petit intervalle ou aberration $f'g'$ sera $= \frac{a'^2a''^4kk}{2g''r^2r'^2R''^3} \left(\frac{R''}{a''+r''} + h'' + g''^2x''^2 \right)$, h'' étant $= \frac{1}{P''-1} + \frac{3}{4(P''-1)^2}$ & $g'' = 1 + \frac{2}{P''}$, & cette aberration ajoûtée avec l'aberration $f'q'$ des deux premieres lentilles que nous venons de trouver, donnera leur somme $g'q'$, qui est à l'aberration $f''q''$ des trois lentilles AB, $A'B'$, $A''B''$, comme a''^2 est à r''^2; d'où l'on aura l'aberration $f''q'' = \frac{kkr''r''}{2} \left[\frac{r^2r'^2}{ga'^2a''^2R^3} \left(\frac{R}{a+r} + h + g^2x^2 \right) + \frac{a'^2r'^2}{g'r^2a''^2R'^3} \left(\frac{R'}{a'+r'} + h' + g'^2x'^2 \right) + \frac{a'^2a''^2}{g''^2r^2r'^2R''^3} \left(\frac{R''}{a''+r''} + h'' + g''^2x''^2 \right) \right]$.

516. On trouvera de la même manière l'aberration $q'''f'''$ produite par la sphéricité des quatre lentilles AB, $A'B'$, $A''B''$, $A'''B'''$, & l'expression de cette aberration sera $\frac{kkr'''r'''}{2} \times \left[\frac{r^2r'^2r''^2}{ga'^2a''^2a'''^2R^3} \left(\frac{R}{a+r} + h + g^2x^2 \right) + \frac{a'^2r'^2r''^2}{g'r^2a''^2a'''^2R'^3} \left(\frac{R'}{a'+r'} + h' + g'^2x'^2 \right) + \frac{a'^2a''^2r''^2}{g''r^2r'^2a'''^2R''^3} \left(\frac{R''}{a''+r''} + h'' + g''^2x''^2 \right) + \frac{a'^2a''^2a'''^2}{g'''r^2r'^2r''^2R'''^3} \left(\frac{R'''}{a'''+r'''} + h''' + g'''^2x'''^2 \right) \right]$, h''' étant $= \frac{1}{P'''-1} + \frac{3}{4(P'''-1)^2}$, & $g''' = 1 + \frac{2}{P'''}$. On voit comme on trouverait l'aberration de sphéricité d'un plus grand nombre de lentilles.

517. On obſervera que p & q qui entrent dans l'expreſſion des rayons des ſurfaces des lentilles, auront les valeurs ſuivantes: pour la premiere lentille, $p = \frac{1}{2(P-1)} + \frac{1}{P+2} - 1$, $q = \frac{1}{2(P-1)} - \frac{1}{P+2} + 1$; pour la ſeconde, $p' = \frac{1}{2(P'-1)} + \frac{1}{P'+2} - 1$, $q' = \frac{1}{2(P'-1)} - \frac{1}{P'+2} + 1$; pour la troiſieme, $p'' = \frac{1}{2(P''-1)} + \frac{1}{P''+2} - 1$, $q'' = \frac{1}{2(P''-1)} - \frac{1}{P''+2} + 1$; pour la quatrieme, $p''' = \frac{1}{2(P'''-1)} + \frac{1}{P'''+2} - 1$, $q''' = \frac{1}{2(P'''-1)} - \frac{1}{P'''+2} + 1$; & ainſi de ſuite. Nous avons accentué p & q pour les diſtinguer. On conçoit que c'eſt pour la même raiſon que nous en avons fait autant de h & de g.

518. Si l'on veut avoir l'expreſſion de l'aberration pour deux ou trois lentilles appliquées l'une contre l'autre, le point rayonnant étant ſuppoſé infiniment éloigné, on trouve pour deux lentilles, a étant $= \infty$, & $r + a' = 0$, $\frac{kkr'r'}{2}\left[\frac{1}{gR^3}(h + g^2x^2) + \frac{1}{g'R'^3}\left(\frac{R'}{a'+r'} + h' + g'^2x'^2\right)\right]$, & pour trois lentilles, $\frac{kkr''r''}{2}\left[\frac{1}{gR^3}(h + g^2x^2) + \frac{1}{g'R'^3}\left(\frac{R'}{a'+r'} + h' + g'^2x'^2\right) + \frac{1}{g''R''^3}\left(\frac{R''}{a''+r''} + h'' + g''^2x''^2\right)\right]$, à cauſe que l'on a non-ſeulement $r + a' = 0$, mais encore $r' + a'' = 0$, outre la ſuppoſition de $a = \infty$.

519. Les formules précédentes ont été trouvées dans la ſuppoſition que les lentilles ſoient convexes, que les points de concours des rayons incidens ſoient placés avant ces lentilles, & les foyers des rayons rompus au-delà, du côté où vont les rayons, comme la Figure le fait voir. Mais ces formules s'appliquent également à tous les cas, quels qu'ils ſoient, en changeant les ſignes des quantités qu'elles renferment, ſuivant qu'il ſera néceſſaire.

520. PROBLÊME X. *Étant données les poſitions & les diſtances focales de pluſieurs lentilles, trouver les formes qu'elles doivent avoir pour que les rayons qui viennent d'un point ſitué ſur l'axe de ces lentilles, ſoient réunis, après toutes les réfractions,*

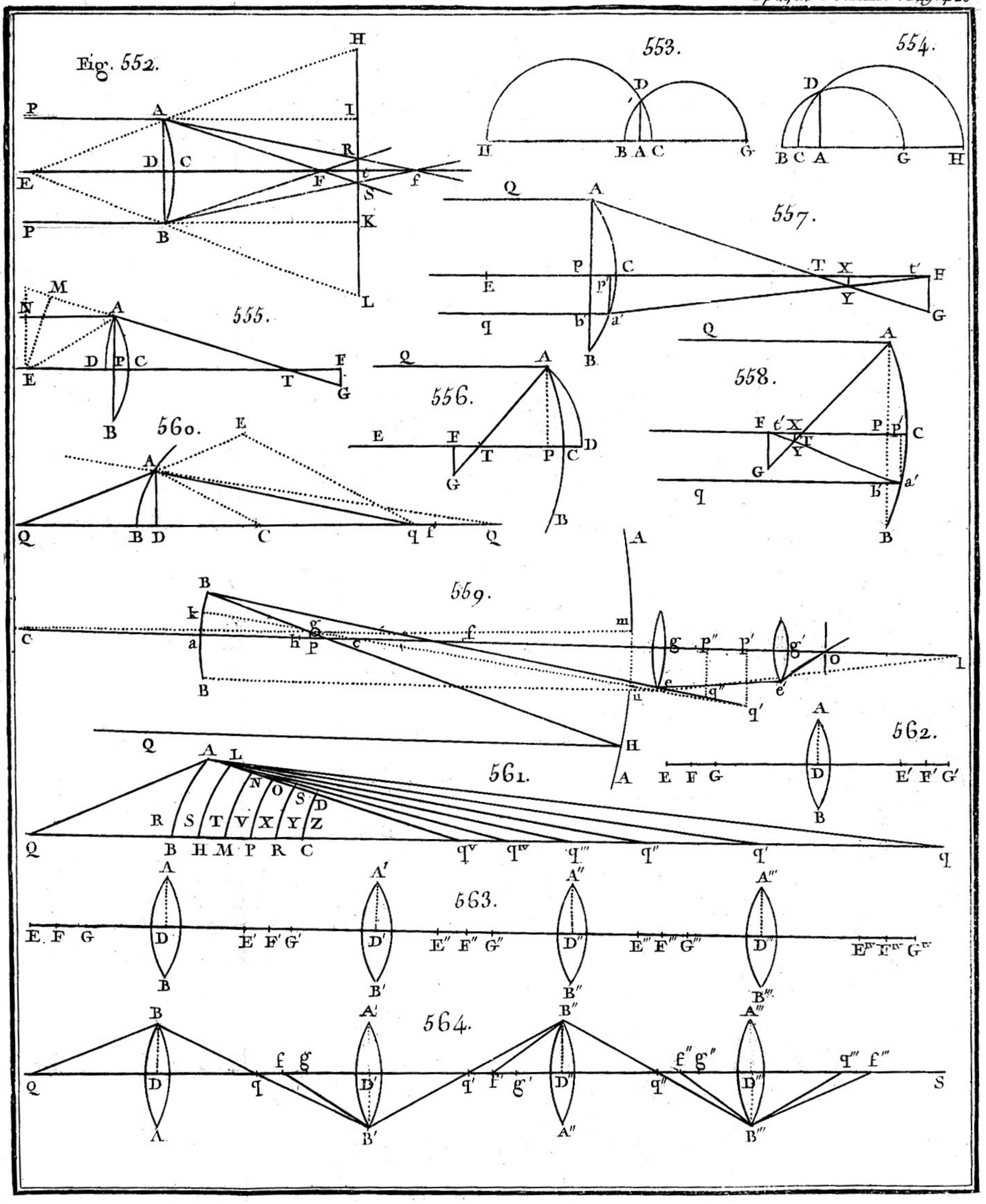


Fig. 552.
553.
554.
555.
556.
557.
558.
559.
560.
561.
562.
563.
564.

au dernier foyer, ſans aberration ſi cela eſt poſſible.

Si on ſe rappelle ce qui a été dit ſur la fin des Articles 499 & 503, on voit que pour reſoudre le Problême, il ne s'agit que d'égaler à zero l'expreſſion de l'aberration, qui appartient au nombre de lentilles propoſé, & de reſoudre enſuite l'équation qui en réſulte pour la relation entre les *index* x, x', x'', x''', &c. de toutes ces lentilles; & comme la relation entre tous ces *index* ſe trouve renfermée dans une ſeule équation, il eſt clair qu'on peut en prendre quelques-uns à volonté, en ſe donnant de garde toutefois de faire aucune ſuppoſition qui conduiſe à en trouver quelqu'un d'imaginaire. Ayant ainſi déterminé les *index*, on aura auſſi-tôt les rayons des ſurfaces, au moyen des équations $\frac{1}{b} = \frac{p}{a} + \frac{q}{r} + \frac{x}{R}$, $\frac{1}{c} = \frac{p}{r} + \frac{q}{a} - \frac{x}{R}$ de l'Article 507, & par conſéquent les formes des lentilles, r déſignant la même choſe que f' à l'endroit cité.

521. Si aucun des index x, x', x'', x''', &c. n'avait de valeur réelle, ce qui arriverait ſi ayant paſſé tous les termes de l'équation du même côté, ils avaient le même ſigne, ce ſerait une marque que le cas propoſé ſerait impoſſible.

522. A ne conſidérer que le point de l'objet ſitué dans l'axe, & ceux qui en ſont infiniment voiſins, il doit réſulter des formes que donnent les diverſes méthodes que nous avons expoſées, les images les plus diſtinctes. Quant aux autres points, quoiqu'ils participent plus ou moins à l'avantage d'être repréſentés plus nettement que dans les objectifs ſimples, à proportion qu'ils ſont moins ou plus éloignés de ceux-ci, leurs images n'auront pas toute la diſtinction dont elles ſont ſuſceptibles, & qu'on peut leur donner en faiſant quelque changement aux courbures que les méthodes précédentes font trouver. On a cependant lieu de croire que ce changement n'eſt pas ſi important qu'il peut le paraître, & que le degré de diſtinction que la repréſentation des points de l'objet éloignés de l'axe peut y gagner, n'eſt pas conſidérable. Quoiqu'il en ſoit, nous ne devons pas laiſſer ignorer en quoi ce changement conſiſte. Dans cette vue, nous allons nous occuper des aberrations des rayons qui viennent des points de l'objet ſitués hors de l'axe de l'ob-

jectif, & pour plus de généralité, nous nous attacherons à ceux qui ne sont point dans des plans qui passent par cet axe.

523. Comme le premier pas qu'il y a à faire dans ces recherches, est de déterminer la route des rayons, après avoir traversé l'objectif, & que nous avons besoin pour cette détermination de la formule donnée, Article 478, nous la mettrons, pour rendre le calcul un peu plus simple, sous cette forme $f - \frac{(P-1)ffkk}{2P^2ggs}$, en faisant $\frac{1}{b} - \frac{1}{a} = \frac{1}{g}$, & $\frac{1}{Pg} - \frac{1}{a} = \frac{1}{s}$, P exprimant le rapport de réfraction en passant de l'air dans le milieu où entrent les rayons, & f étant déterminée par l'équation $\frac{1}{f} = \frac{P-1}{Pb} + \frac{1}{Pa}$. Nous devons avertir que pour abréger nous désignerons par df le second terme de la formule dont il s'agit précédé de son signe.

Fig. 565. 524. PROBLÊME XI. *Le point rayonnant ou le point de concours* Q *des rayons qui tombent sur une surface sphérique réfringente* AB, *étant non sur l'axe de cette surface, mais sur une droite* BQ *qui fait un petit angle donné avec cet axe, soit* aA *un de ces rayons qui tendent au point* Q, *lequel tombe sur la surface* AB *en un point quelconque* A; *trouver quelle est la route de ce rayon, après avoir été rompu, ou, ce qui revient au même, déterminer le point* q *où il va couper le plan* BCQ *qui passe par la droite* BQ *& par l'axe* BC.

Il est évident que la solution du Problême se réduit à trouver la valeur de l'angle qBC & la longueur de Bq.

D'abord, il est clair que le rayon rompu Aq sera dans le plan du rayon incident AQ & de la droite QCB' menée par le centre de la surface réfringente, & que considérant cette droite $B'Q$, comme nous avons fait ci-devant l'axe BC, il ne s'agira, pour avoir le point q où le rayon rompu Aq coupe cette ligne, que de substituer dans $f + df$, $B'Q$ à la place de a, & le carré de la perpendiculaire AG' menée sur $B'Q$, à la place du carré de k. Cherchons donc les valeurs de AG'^2, & de $B'Q$.

Soit abaissée la perpendiculaire Ag sur le plan BCQ, & la perpendiculaire AG sur l'axe BC, & soient menées gG gG', qui seront l'une perpendiculaire à l'axe BC, & l'autre à

$B'Q$. Soit $BC = b$, $BQ = a$, $AG = k$, l'angle AGg que l'arc de grand cercle AB sur lequel est le point d'incidence A, fait avec le plan BCQ, $= x$, & l'angle $QBC = h$.

On aura $Ag = k\,\text{sin}.\,x$, $gG = k\,\text{cos}.\,x$, l'angle $gCG = \frac{k\,\text{cos}.\,x}{b}$, l'angle QCB ou $GCG' = \frac{ah}{a-b}$, qui donnent l'angle $gCG = \frac{k\,\text{cos}.\,x}{b} + \frac{ah}{a-b}$, & par conséquent $gG' = k\,\text{cos}.\,x + \frac{abh}{a-b} = k\,\text{cos}.\,x + gh$, à cause que $\frac{ab}{a-b} = g$. Ainsi on aura $AG'^2 = kk + 2ghk\,\text{cos}.\,x + g^2h^2$.

Il ne reste plus que $B'Q$ à trouver. Or $B'Q = B'C + CQ$ & l'on trouve au moyen de l'angle QBC & de ses côtés QB & BC que $CQ = a - b + \frac{abhh}{2(a-b)} = a - b + \frac{ghh}{2}$. Donc $B'Q = a + \frac{ghh}{2}$.

Ces valeurs de AG'^2 & de $B'Q$ étant substituées dans $f + df$ à la place de kk & de a, donneront la valeur de $B'q$ qu'il nous importe de connaître. Sur quoi nous ferons observer que le terme $\frac{ghh}{2}$ de la valeur de $B'Q$ étant très-petit, on peut se dispenser de l'introduire dans le petit terme df, de sorte qu'il n'y aura d'autre substitution à faire dans ce terme que celle de la valeur de AG'^2.

Pour avoir ce que devient f par la substitution de la valeur de $B'Q$ à la place de a, il ne s'agit que d'ajoûter à f la petite quantité dont elle augmente par la substitution de $a + \frac{ghh}{2}$ dans son expression; or, cette petite quantité se trouve facilement en retranchant de l'expression de f où $a + \frac{ghh}{2}$ aura été substituée, celle où elle ne l'aura point été; & l'on trouve que cette petite quantité ou différence $= \frac{ghhff}{2Paa}$. f deviendra donc $f + \frac{ghhff}{2Paa}$; donc enfin on aura $B'q = f + \frac{ghhff}{2Paa} - \frac{ff(P-1)hh}{2PPs} - \frac{ff(P-1)\,hk\,\text{cos}.\,x}{PPgs} - \frac{ff(P-1)kk}{2PPggs}$.

La position du point q sur la ligne $B'Q$ étant connue, il est facile de trouver la valeur de l'angle qBC & la longueur de Bq.

Suppoſons que f ſoit le point où un rayon qui tombe ſur la ſurface réfringente en B avec une direction tendante en Q, coupe le diametre $B'Q$ après avoir été rompu, il eſt clair que les trois premiers termes de $B'q$ qui ne renferment point k, exprimeront la valeur de $B'f$; que de plus le ſinus de fBC aura pour valeur $\frac{\text{ſin.}\,h}{P}$, & que par conſéquent cet angle fBC ſera exprimé par $\frac{h}{P} - \frac{h^3}{6}(\frac{1}{P} - \frac{1}{P^3})$. Pour connaître qBC, il ne reſte donc plus que de trouver la valeur du petit angle fBq. Or, ce petit angle étant égal à la différence des angles BqB', BfB', a pour valeur $\frac{qf \times BB'}{Bq^2} = \frac{qf}{Bq^2} \times QCB \times BC$ ou $\frac{qf}{ff} \times \frac{abh}{a-b} = qf \times \frac{hg}{ff}$: mais qf eſt exprimée par les deux derniers termes de la valeur de $B'q$; multipliant donc ces termes par $\frac{hg}{ff}$, & les retranchant enſuite de la valeur de fBC, on aura l'angle cherché $qBC = \frac{h}{P} - \frac{h^3}{6}(\frac{1}{P} - \frac{1}{P^3}) - \frac{(P-1)hhk\,\text{coſ.}\,x}{PPs} - \frac{(P-1)hkk}{2PPgs}$.

Quant à la valeur de Bq, elle ſe trouve en retranchant de $B'q$ la différence de Bq à $B'q$ ou $BC + Cq$ qui eſt exprimée généralement par $qBC^2 \times \frac{1}{2}BC + BqC^2 \times \frac{1}{2}Cq = \ldots\ldots \frac{B'q \times BC \times qBC^2}{2Cq}$. Mettant donc dans cette différence $\frac{h}{P}$ à la place de qBC qui en cette rencontre l'exprime avec une exactitude ſuffiſante, f à la place de $B'q$, & $f-b$ à la place de Cq, on aura $Bq = B'q - \frac{bfhh}{2P^2(f-b)} = B'q - \frac{ghh}{2P} = f - \frac{ff}{2P}(\frac{g}{ff} - \frac{g}{aa})hh - \frac{ff(P-1)hh}{2PPs} - \frac{ff(P-1)hk\,\text{coſ.}\,x}{PPgs} - \frac{ff(P-1)kk}{2PPggs}$, en ſubſtituant la valeur de $B'q$.

Cette valeur de Bq peut ſe ſimplifier en y mettant $\frac{P-1}{Pg}(\frac{1}{b} - \frac{1}{s})$ à la place de $\frac{1}{ff} - \frac{1}{aa}$, qui lui eſt égale, à cauſe que $\frac{1}{f} - \frac{1}{a} = \frac{P-1}{Pg}$, & que $\frac{1}{f} + \frac{1}{a} = \frac{1}{b} - \frac{1}{s}$, & l'on trouve enfin que $Bq = f - \frac{ff(P-1)hh}{2PPb} - \frac{ff(P-1)hk\,\text{cos}.x}{PPgs}$ $- \frac{ff(P-1)kk}{2PPggs}$.

525. PROBLÊME XII. *Les suppositions du Problème précédent subsistant, soit le milieu dans lequel les rayons sont entrés, terminé par une seconde surface sphérique* HL *très-proche de la premiere, & ayant même axe, en sorte que ce milieu forme une lentille* ABHL, *au sortir de laquelle les rayons repassent dans le milieu d'où ils sont venus ; trouver le point où le rayon* Aq *ira rencontrer le plan* QBC, *après qu'il aura été rompu par la surface* HL. Fig. 566.

Il est évident qu'on aura le point cherché q' si-tôt que l'on connaîtra Hq' & l'angle $q'HE$, & que pour avoir la valeur de cette ligne & de cet angle, il ne s'agit que de substituer dans les valeurs précédentes de Bq & de qBC, le rayon c de la surface HL à la place de b, $\frac{1}{P}$ à la place de P, l'angle qHE à la place de QBC ou h, & Hq à la place de a, observant de plus d'introduire f' déja prise pour désigner la distance du foyer des rayons infiniment proches de l'axe, à la place de f dans la valeur de Bq. Car il est clair, qu'au moyen de ces substitutions, les valeurs de Bq & de qBC deviendront celles de Hq' & de $q'HE$. Nous ne parlons point de rien changer à k & à x, parce que, outre que les deux surfaces sont supposées très-proches, les rayons AQ, Aq ne font qu'un petit angle entr'eux & avec le plan BAC, & que par conséquent les distances de A & L à l'axe different très-peu l'une de l'autre de même que les angles que les plans ABC, LHE font avec le plan QBC, & que d'ailleurs ces distances & ces angles n'entrent que dans de très-petits termes.

Nommant e l'épaisseur BH de la lentille, & df les petits termes de la valeur de Bq, il est clair que $Hq = f + df - e$, à peu près, & que désignant par $\frac{dh}{P}$ les petits termes de la valeur de qBC, on aura l'angle $qHE = \frac{h}{P} + \frac{dh}{P} + \frac{eh}{Pf}$, l'angle BqH étant $= \frac{eh}{Pf}$.

f' devant être introduite dans la valeur de Bq à la place de f, il faut obſerver de mettre $f + df - e$ à la place de f, dans l'équation $\frac{1}{f'} = \frac{1-P}{c} + \frac{P}{f}$ qui l'exprime, ou, ce qui revient au même, appliquer à f' la petite quantité dont ſa valeur change par cette ſubſtitution. Or, on trouve facilement que cette petite quantité eſt $\frac{Pf'f'df}{ff} - \frac{Pef'f'}{ff}$. Ainſi on aura pour la partie de Hq' qui répond à f dans la valeur de Bq, $f' + \frac{Pf'f'df}{ff} - \frac{Pef'f'}{ff} = f' - \frac{Pef'f'}{ff} - \frac{f'f'(P-1)hh}{2Pb} - \frac{f'f'(P-1)hk \operatorname{coſ.} x}{Pgs} - \frac{f'f'(P-1)kk}{2Pggs}$.

Les autres termes de la valeur de Hq' qui répondent aux trois derniers de celle de Bq, ſe trouveront en faiſant, outre les ſubſtitutions de $\frac{1}{P}$ à la place de P, de b' à la place de c, de $\frac{h}{P}$ à la place de h, & de f' à la place de f, celle de $\frac{1}{g'}$ dont la valeur eſt $\frac{1}{c} - \frac{1}{f}$, à la place de $\frac{1}{g}$, & celle de $\frac{1}{s'}$ dont la valeur eſt $\frac{P}{g'} - \frac{1}{f}$ analogue à celle de $\frac{1}{s}$, à la place de $\frac{1}{s}$; de ſorte que ces derniers termes de la valeur de Hq' ſeront $- \frac{f'f'(1-P)hh}{2Pc} - \frac{f'f'(1-P)hk \operatorname{coſ.} x.}{g's'} - \frac{f'f'P(1-P)kk}{2g'g's'}$. La valeur entiere de Hq' ſera par conſéquent $f' - \frac{Pef'f'}{ff} - \frac{f'f'(P-1)}{2P}\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c}\right)hh - f'f'(P-1)\operatorname{coſ.} x \left(\frac{1}{Pgs} - \frac{1}{g's'}\right)hk - \frac{f'f'(P-1)}{2}\left(\frac{1}{Pggs} - \frac{1}{g'g's'}\right)kk$.

Il ne nous reſte plus qu'à trouver l'angle $q'HE$, c'eſt-à-dire, à faire en ſorte que l'expreſſion de l'angle qBC devienne celle de cet angle. Or, il ne s'agit pour cela que de ſubſtituer dans le premier terme $\frac{h}{P}$ de la valeur de qBC, $\frac{1}{P}$ à la place de P, ou P à la place de $\frac{1}{P}$, $\frac{h}{P} + \frac{dh}{P} + \frac{eh}{Pf}$, ou plutôt $\frac{h}{P} - \frac{h^3}{6}\left(\frac{1}{P} - \frac{1}{P^3}\right) + \frac{eh}{Pf} - \frac{(P-1)hhk \operatorname{coſ.} x}{PPs} - \frac{(P-1)hkk}{2PPgs}$ à la place de h, & dans les autres termes, $\frac{h}{P}$ à la place de h, g' à la à la place de g, & s' à la place de s, outre la substitution de $\frac{1}{p}$ à la place de P; & l'on aura l'angle cherché $q'HE = h + \frac{eh}{f} - \frac{(P-1)hhk\,\text{cos}.x}{P}\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s'}\right) - \frac{(P-1)hkk}{2P}\left(\frac{1}{gs} - \frac{P}{g's'}\right)$.

526. Comme les lettres g, g', s, s', qui se trouvent dans ces expressions de HQ' & de $q'HE$, n'ont été employées que pour abréger les détails des calculs, il faudra les faire évanouir, en remettant leurs valeurs qui se tirent des équations $\frac{1}{g} = \frac{1}{b} - \frac{1}{a}$, $\frac{1}{g'} = \frac{1}{Pb} - \frac{1}{Pa} - \frac{1}{q}$ ($\frac{1}{q}$ étant $= \frac{1}{b} - \frac{1}{c}$ comme ci-devant), $\frac{1}{s} = \frac{1}{Pb} - \frac{P+1}{Pa}$, $\frac{1}{s'} = \frac{1}{Pb} - \frac{P+1}{Pa} - \frac{P}{q}$: & l'on aura alors

$$Hq' = f' - \frac{Pef'f'}{ff} - \frac{f'f'(P-1)hh}{2Pq} - f'f'hk\,\text{cos}.x\,(P-1)\left(\frac{P+1}{Pbq} - \frac{P}{qq} - \frac{2P+1}{Paq}\right) - \frac{f'f'kk}{2}(P-1)\left(\frac{P^2}{q^3} - \frac{2P+1}{bqq} + \frac{P+2}{Pbbq} - \frac{4P+4}{Pabq} + \frac{3P+1}{aqq} + \frac{3P+2}{Paaq}\right);$$

$$q'HE = h + \frac{eh}{f} - \frac{(P-1)hhk\,\text{cos}.x}{q} - \frac{(P-1)}{2}\left(\frac{P+1}{bqq} - \frac{P}{qq} - \frac{2P+1}{Paq}\right)hkk.$$

Ou, faisant $E = (P-1)\left(\frac{P+1}{Pbq} - \frac{P}{qq} - \frac{2P+1}{Paq}\right)$, & $F = \frac{P-1}{2}\left(\frac{P^2}{q^3} - \frac{2P+1}{bqq} + \frac{P+2}{Pbbq} - \frac{4P+4}{Pabq} + \frac{3P+1}{aqq} + \frac{3P+2}{Paaq}\right)$;

$$Hq' = f' - \frac{Pef'f'}{ff} - \frac{f'f'(P-1)hh}{2Pq} - f'f'Ehk\,\text{cos}.x - f'f'Fkk;$$

$$q'HE = h + \frac{eh}{f} - \frac{(P-1)hhk\,\text{cos}.x}{q} - \frac{Ehkk}{2}.$$

527. PROBLÊME XIII. *Supposant une seconde lentille* MNOP *d'une matiere différente de celle de la premiere, extrêmement voisine de cette premiere & ayant même axe, trouver en quel point le rayon rompu par la premiere lentille suivant* Lq', *rencontrera le plan* QBC, *après avoir été rompu par cette seconde lentille* MNOP. Fig. 567.

Il est visible que supposant q''' le point cherché, la question se réduit à trouver la valeur de Pq''' & celle de l'angle

$q'''PC$; or ces deux valeurs ſont aiſées à trouver au moyen de de celles de Hq' & de $q'HC$. Tout ſe réduit, comme on va voir, à quelques ſubſtitutions.

Soient b' & c' les rayons des ſurfaces MN, PO de la lentille $MNOP$, P' le rapport de réfraction en paſſant de l'air dans cette lentille, e'' l'épaiſſeur MP de cette lentille, e' le petit intervalle HM des deux lentilles. Soit de plus Hq' trouvée ci-deſſus, déſignée par $f' + df'$, & $q'HC$ par $h + dh$. On aura $Mq' = f' + df' - e'$, à très-peu près, & $q'MC = h + dh + \frac{e'h}{f'}$. Soit enfin déſignée par f''' la diſtance du foyer des rayons qui tombent infiniment près de l'axe ſur cette lentille avec des directions concourantes à la diſtance f'. La valeur de f''' ſe tire de cette équation $\frac{1}{f'''} = \frac{P'-1}{q'} + \frac{1}{f'}$, $\frac{1}{q'}$ étant $= \frac{1}{b'} - \frac{1}{c'}$.

Tout cela ſuppoſé, il eſt clair que ſi l'on ſubſtitue P', b', c', e'', $f' + df' - e'$, $h + dh + \frac{e'h}{f'}$, & f''' à la place de P, b, c e, a, h, f' reſpectivement, on convertira les valeurs de Hq' & de $q'HC$ dans celles de Pq''' & de $q'''PC$.

Si l'on cherche d'abord le terme de la valeur de Pq''' qui répond à f' dans celle de Hq', il eſt aiſé de voir que ce terme doit être compoſé de f''' & de la petite quantité dont l'on trouve que l'expreſſion de f''', dans laquelle $f' + df' - e'$ a été ſubſtituée, differe de celle qui ne contient que f'; or on trouve aiſément que cette quantité eſt $\frac{f'''f'''df'}{f'f'} - \frac{f'''f'''e'}{f'f'}$. Ainſi le terme de la valeur de Pq''', qu'on cherche, ſera $f''' + \frac{f'''f'''df'}{f'f'} - \frac{f'''f'''e'}{f'f'} = f''' - \frac{Pf'''f'''e}{ff} - \frac{f'''f'''e'}{f'f'} - \frac{f'''f'''(P-1)hk}{2Pq} - f'''f'''Ehk \text{ coſ. } x - f'''f'''Fkk$.

Quant aux petits termes de la valeur de Hq', on les rendra propres à compléter l'expreſſion de Pq''', en ſubſtituant à la place de P, b, e, q, a, f', $\frac{1}{f}$, E, F, leurs correſpondantes P', b', e'', q', f', f''', $\frac{1}{f''} = \frac{P'-1}{P'b'} + \frac{1}{P'f'}$, $E' = (P'-1)\left(\frac{P'+1}{P'b'q'} - \frac{P'}{q'q'} - \frac{2P'+1}{P'f'q'}\right)$, & F' égale à $\frac{P'-1}{2} \times \left(\frac{P'^2}{q'^3} -\right.$

$\frac{2P'+1}{b'q'^2} + \frac{P'+2}{P'o'b'q'} - \frac{4P'+4}{P'f'b'q'} + \frac{3P'+1}{f'q'^2} + \frac{3P'+2}{P'f'f'q'}$) ; & ces petits termes qui doivent compléter la valeur de Pq''', ſeront $- \frac{P'f'''f'''e''}{f''f''} - \frac{f'''f'''(P'-1)hh}{2P'q'} - f'''f'''E'hk \text{coſ.}\, x - f'''f'''F'kk$.

Ainſi la valeur entiere de Pq''' ſera $f''' - \frac{Pf'''f'''e}{ff} - \frac{f'''f'''e'}{f'f'} - \frac{P'f'''f'''e''}{f''f''} - f'''f'''\left(\frac{P-1}{2Pq} + \frac{P'-1}{2P'q'}\right)hh - f'''^2(E+E')\, hk \text{coſ.}\, x - f'''^2(F+F')kk$.

L'angle cherché $q'''PC$ ſe trouvera par des ſubſtitutions ſemblables. La premiere partie de ſa valeur qui répond à h dans celle de Hq', eſt $h + \frac{eh}{f} + \frac{e'h}{f'} - \frac{(P-1)hhk \text{coſ.}\, x}{q} - \frac{Ehkk}{2}$, & l'autre partie qui conſiſte dans les petits termes qui répondent à ceux de Hq', eſt $\frac{e''h}{f''} - \frac{(P'-1)hhk \text{coſ.}\, x}{q'} - \frac{E'hkk}{2}$, & par conſéquent la valeur entiere de cet angle ſera $h + \frac{eh}{f} + \frac{e'h}{f'} + \frac{e''h}{f''} - \left(\frac{P-1}{q} + \frac{P'-1}{q'}\right)hhk \text{coſ.}\, x - (E+E')\frac{hkk}{2}$.

528. Si le rayon avait encore à paſſer au travers d'une troiſieme lentille mince $RSVT$ d'une matiere différente des deux autres, ſéparée de la ſeconde par un petit intervalle, & ayant même axe que cette ſeconde lentille & la premiere, il eſt évident qu'on trouvera, par un procédé ſemblable au précédent, le point q^{v} où ce rayon rencontrera le plan QBC, après avoir été rompu par cette troiſieme lentille, c'eſt-à-dire, la longueur de Sq^{v} & l'angle $q^{v}SC$. Fig. 568.

Soit P'' le rapport de réfraction en paſſant de l'air dans cette lentille; b'', c'' les rayons de ſes ſurfaces RT, SV; e^{iv} ſon épaiſſeur RS; e''' le petit intervalle PR de cette lentille & de la ſeconde. Soit de plus déſignée Pq''', que l'on vient de trouver, par $f''' + df'''$, & l'angle $q'''PC$ par $h + dh$. On aura $Rq''' = f''' + df''' - e'''$, à très-peu près, & l'angle $q'''RC = h + dh + \frac{e'''h}{f'''}$. Soit enfin f^{v} la diſtance du foyer des rayons infiniment proches de l'axe, qui tombent ſur cette lentille avec des directions concourantes à la diſtance f''', & qui eſt par conſéquent la diſtance du foyer des mêmes rayons, après avoir traverſé les trois lentilles. La valeur de f^{v} ſe tire de l'équation $\frac{1}{f^{v}} = \frac{P''-1}{q''} + \frac{1}{f'''}$, dans laquelle $\frac{1}{q''} = \frac{1}{b''} - \frac{1}{c''}$.

On trouve que la partie de Sq^{v} qui répond à f' dans la valeur de Hq' eſt $f^{v} - \frac{Pf^{v2}e}{f^{2}} - \frac{f^{v2}e'}{f'^{2}} - \frac{P'f^{v2}e''}{f''^{2}} - \frac{f^{v2}e'''}{f'''^{2}} - f^{v2}\left(\frac{P-1}{2Pq} + \frac{P'-1}{2P'q'}\right) hh - f^{v2}(E + E')\, hk \operatorname{coſ.} x - f^{v2} (F + F')\, kk$.

Et le reſte de la valeur de Sq^{v} compoſé des petits termes analogues à ceux de la valeur de Hq', eſt $- \frac{P''f^{v2}e^{\text{iv}}}{f^{\text{iv}2}} - \frac{f^{v2}(P''-1)hh}{2P''q''} - f^{v2}E''\, hk \operatorname{coſ.} x - f^{v2} F''kk$; $\frac{1}{f^{\text{iv}}}$ étant $= \frac{P''-1}{P''b''} + \frac{1}{P''f'''}$, $E'' = (P''-1)\left(\frac{P''+1}{P''b''q''} - \frac{P''}{q''^{2}} - \frac{2P''+1}{P''f'''q''}\right)$ & $F'' = \frac{P''-1}{2} \times \left(\frac{P''^{2}}{q''^{3}} - \frac{2P''+1}{b''q''^{2}} + \frac{P''+2}{P''b''^{2}q''} - \frac{4P''+4}{P''f'''b''q''} + \frac{3P''+1}{f'''q''^{2}} + \frac{3P''+2}{P''f'''^{2}q''}\right)$.

Et par conſéquent la valeur entiere de Sq^{v} ſera $f' - \frac{Pf^{v2}e}{f^{2}} - \frac{f^{v2}e'}{f'^{2}} - \frac{P'f^{v2}e''}{f''^{2}} - \frac{f^{v2}e'''}{f'''^{2}} - \frac{P''f^{v2}e^{\text{iv}}}{f^{\text{iv}2}} - f^{v2}\left(\frac{P-1}{2Pq} + \frac{P'-1}{2P'q'} + \frac{P''-1}{2P''q''}\right) hh - f^{v2}(E + E' + E'')\, hk \operatorname{coſ.} x - f^{v2} (F + F' + F'')\, kk$.

Quant à l'angle $q^{v}SC$, on trouve que ſa valeur eſt $h + \frac{eh}{f} + \frac{e'h}{f'} + \frac{e''h}{f''} + \frac{e'''h}{f'''} + \frac{e^{\text{iv}}h}{f^{\text{iv}}} - \left(\frac{P-1}{q} + \frac{P'-1}{q'} + \frac{P''-1}{q''}\right) hhk \operatorname{coſ.} x - \frac{1}{2}(E + E' + E'')\, hkk$.

529. On doit faire attention que les termes qui ſuivent le premier dans ces expreſſions & dans celles des lignes & des angles qui donnent la poſition des points q', q''', n'expriment pas tous l'aberration ou le petit changement qu'occaſionnent dans la poſition de ces points, la diſtance k du point d'incidence à l'axe de l'objectif & l'angle h que la ligne ſur laquelle eſt le point de concours des rayons incidens, fait avec l'axe. Il faut excepter le premier de ces termes dans les expreſſions de Hq' & de $q'HC$; le premier, le ſecond & le troiſieme, dans celles de Oq''' & de $q'''OC$; & le premier, le ſecond, le troiſieme, le 4.e & le 5.e, dans celles de Sq^{v} & de $q^{v}SC$. Ces termes-ci expriment le petit changement que les épaiſ-

ſeurs des lentilles & leurs intervalles font éprouver à la diſtance du foyer des rayons infiniment proches de l'axe, & aux petits angles $q'HC$, $q'''PC$, $q^{v}SC$.

530. Si l'on ſuppoſe le point de concours des rayons incidens infiniment éloigné, les expreſſions précédentes ſe ſimplifieront. Dans cette ſuppoſition, f' devient la diſtance focale de la premiere lentille, f''' celle du ſyſtême de cette premiere lentille & de la ſeconde, & f^{v} celle du ſyſtême des trois lentilles. Déſignant d'une maniere plus particuliere ces diſtances focales par R, R, R$'$, elles ſeront déterminées par ces équations $\frac{1}{R} = \frac{P-1}{q}$, $\frac{1}{\mathrm{R}} = \frac{P-1}{q} + \frac{P'-1}{q'}$ & $\frac{1}{\mathrm{R}'} = \frac{P-1}{q} + \frac{P'-1}{q'} + \frac{P''-1}{q''}$. De plus E ſera $= (P-1)(\frac{P+1}{Pbq} - \frac{P}{qq})$ & $F = \frac{P-1}{2} \times (\frac{P^2}{q^3} - \frac{2P+1}{bqq} + \frac{P+2}{Pb^2q})$; $E' = (P'-1)(\frac{P'+1}{P'b'q'} - \frac{P'}{q'^2} - \frac{2P'+1}{P'Rq'})$ & $F' = \frac{P'-1}{2} \times (\frac{P'^2}{q'^3} - \frac{2P'+1}{b'q'^2} + \frac{P'+2}{P'b'^2q'} - \frac{4P'+4}{P'Rb'q'} + \frac{3P'+1}{Rq'^2} + \frac{3P'+2}{P'R^2q'})$; $E'' = (P''-1)(\frac{P''+1}{P''b''q''} - \frac{P''}{q''^2} - \frac{2P''+1}{P''\mathrm{R}q''})$ & $F'' = \frac{P''-1}{2} \times (\frac{P''^2}{q''^3} - \frac{2P''+1}{b''q''^2} + \frac{P''+2}{P''b''^2q''} - \frac{4P''+4}{P''\mathrm{R}b''q''} + \frac{3P''+1}{\mathrm{R}q''^2} + \frac{3P'+2}{P''\mathrm{R}^2q''})$.

531. Repréſentant enſuite par A le deuxieme, le troiſieme & le quatrieme termes de la vàleur de Pq''', & par B le deuxieme, le troiſieme & le quatrieme termes de la valeur de l'angle $q'''PC$, dans leſquels f, f', &c. doivent être modifiées par la ſuppoſition actuelle de $a = \infty$, nous aurons pour déterminer la poſition du point q''',

$$Pq''' = \mathrm{R} - A - \mathrm{R}^2(\frac{P-1}{2Pq} + \frac{P'-1}{2P'q'})hh - \mathrm{R}^2(E+E')\, hk \operatorname{cof.} x - \mathrm{R}^2(F+F')kk,$$

Et $q'''PC = h + B - (\frac{P-1}{q} + \frac{P'-1}{q'})h^2k \operatorname{cof.} x - \frac{1}{2}(E+E')hkk$.

532. De même faiſant la ſomme des deuxieme, troiſieme, quatrieme, cinquieme & ſixieme termes de la valeur de $Sq^{v} = C$, & la ſomme des termes ſemblables de celle de $q^{v}SC$, $= D$, f, f', f'', &c. qui entrent dans ces termes, étant modifiées par

la ſuppoſition de $a = \infty$, nous aurons $Sq^v = \mathrm{R}' - C - \mathrm{R}'^2$ $\left(\frac{P-1}{2Pq} + \frac{P'-1}{2P'q'} + \frac{P''-1}{2P''q''}\right)hh + \mathrm{R}'^2(E+E'+E'')hk\,\mathrm{coſ.}x$ $+ \mathrm{R}'^2(F+F'+F'')kk$,

Et $q^vTC = h + D - \left(\frac{P-1}{q} + \frac{P'-1}{q'} + \frac{P''-1}{q''}\right)h^2k\,\mathrm{coſ.}x$ $- \frac{1}{2}(E+E'+E'')hkk$.

Sachant déterminer la route que les rayons partis d'un point quelconque de l'objet ſuivent après avoir traverſé une ou pluſieurs lentilles voiſines l'une de l'autre, il eſt facile de découvrir de combien ils s'écartent les uns des autres & par conſéquent de déterminer la grandeur de l'image de ce point, ou, ce qui revient au même, le degré de confuſion qui regne dans cette image, la grandeur de l'eſpace qu'elle occupe en étant la meſure. Cette détermination eſt d'autant plus importante, qu'elle nous mettra à portée de ſavoir quelle diminution les proportions qu'on peut établir entre les courbures des ſurfaces des lentilles dont les objectifs ſont compoſés, peuvent occaſionner à la grandeur de l'image de chaque point de l'objet & par conſéquent à la confuſion de cette image, au cas qu'elle ne puiſſe pas être réduite à un point, comme cela devrait être pour que le point de l'objet auquel elle appartient fût repréſenté avec une parfaite netteté. Cherchons donc quelle eſt la grandeur de l'image d'un point quelconque d'un objet, & bornons nous pour le préſent à l'objectif compoſé de deux lentilles, l'objet étant ſuppoſé infiniment éloigné.

533. Lorſque le point rayonnant eſt dans l'axe, l'eſpace qu'occupe l'image de ce point eſt facile à déterminer. Faiſons $h = 0$ dans la valeur de Pq''' de l'Article 531, elle devient $\mathrm{R} - A - (F+F')kk\mathrm{RR}$ qui exprime la diſtance du foyer des rayons qui viennent du point dont nous parlons, & tombent ſur l'objectif à la diſtance k de l'axe, & le terme $(F+F')kk\mathrm{RR}$ exprime l'aberration TT' de ces rayons. Donc (*Note 645*) ſi l'on ſuppoſe que k ſoit la moitié de la largeur de l'objectif, le diametre du petit cercle qui forme l'image du point de l'objet ſitué ſur l'axe de cet objectif, ſera $\frac{(F+F')k^3\mathrm{R}}{2}$; & par ce qui a été établi dans la même Note, cette image ſera placée au quart de l'intervalle TT' préciſément comme ſi l'objectif était ſimple.

534. Quant aux points de l'objet ſitués hors de l'axe, la

détermination de l'eſpace qu'occupe l'image de chacun de ces points eſt un peu plus difficile. Soit imaginé en X à l'endroit où ſe forme l'image du point de l'objet ſitué dans l'axe, un plan perpendiculaire à cet axe, ſur lequel l'image entiere de l'objet ſera reçue, & ſoit Xx la ſection de ce plan (qu'on peut nommer *le plan de l'image*) avec le plan qui paſſe par l'axe de l'objectif & par la droite ſur laquelle eſt le point dont on veut conſidérer l'image. Il eſt clair qu'il ne s'agit que de ſavoir déterminer le point où un rayon quelconque Pq''' du faiſceau qui vient de ce point, rencontre le plan de l'image, pour pouvoir découvrir l'eſpace occupé par tous les points où les rayons de ce faiſceau qui tombent ſur la ſurface entiere de l'objectif, rencontrent ce plan, & par conſéquent connaître la grandeur de l'image. Et comme on ſait déja calculer la poſition & la longueur de ce rayon, on aura bientôt trouvé le point cherché. Fig. 569.

Soit abaiſſée la perpendiculaire Oo ſur le plan qui paſſe par l'axe PF de l'objectif & par l'axe du faiſceau des rayons incidens; ſoient menées oP, qu'on peut regarder comme perpendiculaire à l'axe PF, & oq''' que l'on prolongera juſqu'à ce qu'elle rencontre en un point y la droite Xx; & ſoit menée enfin yq perpendiculaire à Xx, qui ſoit rencontrée en q par Oq''' prolongée; on aura les triangles ſemblables Poq''', xyq''', qui donneront $xy = \frac{yq''' \times Po}{oq'''} = \frac{xq''' \times Po}{oq'''}$; & les triangles ſemblables Ooq''', $q'''y\mathrm{q}$, qui donneront $y\mathrm{q} = \frac{yq''' \times Oo}{oq'''} = \frac{xq''' \times Oo}{oq'''}$. Et comme $Oo = k\,\text{ſin.}\,x$, & $Po = k\,\text{coſ.}\,x$, & que oq''' ne differe gueres de R, on aura $xy = \frac{q'''x \times k\,\text{coſ.}\,x}{\mathrm{R}}$, & $y\mathrm{q} = \frac{q'''x \times k\,\text{ſin.}\,x}{\mathrm{R}}$.

Pour avoir xy & yq qui doivent faire connaître le point cherché q où le rayon Oq''' rencontre le plan de l'image, il ne reſte plus que d'avoir la valeur de la petite droite $q'''x$ & de la ſubſtituer dans les expreſſions de ces deux lignes. Or on aura facilement la valeur de cette petite droite, en faiſant $Pt = PT'$, & $PG = PF = \mathrm{R}$, enſorte que tG ſoit la petite quantité A de la valeur de Pq'''. Car comme $q'''t$ eſt connue puiſqu'elle ſe trouve avoir pour valeur les termes de la valeur de Pq''' affectés de hh, de hk & de kk, il ne s'agira pour avoir $q'''x$, que d'en retrancher xt qui eſt facile à connaître.

Mais xt peut être regardée comme égale à XT' (ou $\frac{1}{4}TT'$) moins le ſinus verſe de l'angle $q'''PT$ pour le rayon PX ou R; la valeur de $q'''x$ ſera donc $q'''t - \frac{3}{4}TT' + \frac{hhR}{2}$.

Connaiſſant $q'''x$, nous avons donc xy & yq, & par conſéquent la poſition du point q nous ſerait parfaitement connue, ſi l'expreſſion de $q'''PT$ contenant une petite partie dans laquelle entrent k & x, le point x n'était pas variable. Au lieu de rapporter à ce point la projection y du point q, nous ſerons donc obligés de la rapporter à quelqu'autre point qui ſoit fixe & invariable tel, par exemple, que le point x ou une droite Px menée parallélement à l'axe des rayons incidens, lequel fait avec l'axe PF l'angle h, rencontre la droite Xx.

A cauſe de la petiteſſe de l'angle xPx exprimé par les petits termes de la valeur de l'angle $q'''PT$ qui lui même eſt petit, xx eſt égale au produit de cet angle xPx multiplié par Px ou R. Nous aurons donc pour déterminer entierement la poſition du point q, xy = x$Px \times$ R $+ \frac{q'''x \times k\,\text{coſ.}\,x}{\text{R}}$, & yq $=$ $\frac{q'''x \times k\,\text{ſin.}\,x}{\text{R}}$, dans leſquelles il ne s'agit plus que de ſubſtituer les valeurs de xPx & de $q'''x$.

Mais la valeur de xPx eſt $- B + \left(\frac{p-1}{q} + \frac{p'-1}{q'}\right) h^2 k\,\text{coſ.}\,x + \frac{1}{2}(E + E')hkk$, & celle de $q'''x$ eſt, comme nous avons vu, $q'''t - \frac{3}{4}TT' + \frac{hhR}{2} = \text{RR}\left(\frac{p-1}{2pq} + \frac{p'-1}{2p'q'} + \frac{1}{2\text{R}}\right)hh + \text{RR}(E + E')hk\,\text{coſ.}\,x + \text{RR}(F + F')(kk - \frac{3}{4}\text{kk}) = \text{RR}\left(\frac{(p-1)(p+1)}{2pq} + \frac{(p'-1)(p'+1)}{2p'q'}\right)hh + \text{RR}(E + E')hk\,\text{coſ.}\,x + \text{RR}(F + F')(kk - \frac{3}{4}\text{kk})$, en ſubſtituant d'abord à la place de $q'''t$ ſa valeur $\text{R}^2\left(\frac{p-1}{2pq} + \frac{p'-1}{2p'q'}\right)hh + \text{R}^2(E + E')hk\,\text{coſ.}\,x + \text{R}^2(F + F')kk$, & à la place de TT', ſa valeur $\text{R}^2(F + F')$kk, prenant k pour déſigner

désigner la moitié de la largeur entiere de l'ouverture de l'objectif, & ensuite à la place de $\frac{1}{2R}$ sa valeur $\frac{P-1}{2q} + \frac{P'-1}{2q'}$. Nous aurons donc enfin $xy = -BR + (F+F')(k^3 - \frac{3}{4}kk^2)\,\text{cos}.\,x + R(E+E')(1 + 2\,\text{cos}.\,x^2)\frac{hkk}{2} + R\left(\frac{(3P+1)(P-1)}{2Pq} + \frac{(3P'+1)(P'-1)}{2P'q'}\right)h^2k\,\text{cos}.\,x$; ou, prenant le petit intervalle $xs = BR$, & nommant sy, u, $u = R(F+F')(k^3 - \frac{3}{4}kk^2)\,\text{cos}.\,x + R(E+E')(1+2\,\text{cos}.\,x^2)\frac{hkk}{2} + R\left(\frac{(3P+1)(P-1)}{2Pq} + \frac{(3P'+1)(P'-1)}{2P'q'}\right)h^2k\,\text{cos}.\,x$; & yq, que nous nommerons z, $= R(F+F')(k^3 - \frac{3}{4}kk^2)\,\text{sin}.\,x + R(E+E')hk^2\,\text{sin}.\,x\,\text{cos}.\,x + R\left(\frac{(P+1)(P-1)}{2Pq} + \frac{(P'+1)(P'-1)}{2P'q'}\right)h^2k\,\text{sin}.\,x$. Fig. 570.

Ces deux droites sont les coordonnées de la courbe tracée sur le plan de l'image par les rayons qui formaient avant d'être rompus par la surface extérieure de l'objectif & par ses autres surfaces, une surface cylindrique oblique dont l'axe faisait avec celui de l'objectif, l'angle h, & dont la rencontre avec cette premiere surface de l'objectif, était une circonférence dont k était le demi-diametre ; & l'espace qu'occupent toutes les courbes que produisent de même les rayons qui composent toutes les surfaces cylindriques qui sont comme les élemens du faisceau des rayons incidens, formera l'image du point de l'objet d'où vient le faisceau, & conséquemment mesurera par son étendue le degré de confusion de cette image.

535. Il y a sur ces courbes (que M.r Clairaut, auquel appartient cette théorie, nomme *courbes de confusion*) & sur leur assemblage deux choses à observer, c'est que toutes ces courbes ne sont point semblables, & que celle qui est produite par les rayons qui tombent sur le bord de l'objectif, ne termine point l'espace occupé par toutes ces courbes, comme dans le cas où le faisceau tombe perpendiculairement. Les rayons qui composent les élémens cylindriques les plus intérieurs du faisceau, ou qui rencontrent la surface de l'objectif dans des circonférences très-petites par rapport à celle de l'objectif, produisent des courbes assez semblables à des ellipses renfermées les unes dans les autres. Mais à mesure que les circonférences où la surface de

l'objectif est rencontrée par les rayons qui forment les élémens cylindriques du faisceau, deviennent d'un diametre plus grand & qui approche davantage du diametre de l'objectif, les courbes produites par les rayons qui rencontrent l'objectif dans ces circonférences changent de nature & prennent successivement des inflexions, des rebroussemens & des nœuds; en sorte qu'il n'arrive plus que de deux de ces courbes produites par des rayons qui rencontrent l'objectif dans deux circonférences voisines l'une de l'autre & un peu grandes, celle de ces courbes qui est produite par les rayons qui rencontre l'objectif dans la plus grande de ces circonférences, renferme en entier celle que produisent ceux qui le rencontre dans la circonférence plus petite; on trouve au contraire que ces deux courbes se coupent dans quelques points. Ainsi il n'en est point des faisceaux obliques comme des faisceaux perpendiculaires, c'est-à-dire, de ceux dont les rayons sont paralleles à l'axe de l'objectif; la courbe produite par les rayons qui tombent sur le bord de l'objectif ne renferme point en entier toutes celles qui sont produites par les autres rayons; & il est clair que la courbe qui les renferme toutes, ou qui termine l'espace qu'occupe l'image d'un point qui n'est point dans l'axe, est d'une nature différente de celle de toutes ces courbes.

536. Nous ne nous arrêterons point à chercher la nature de cette courbe ou, ce qui est la même chose, la figure de l'image d'un point quelconque d'un objet, situé hors de l'axe; parce que n'ayant pour but que de chercher à diminuer, autant qu'il est possible, la grandeur de cette image (nous ne disons pas de la réduire à n'être qu'un point, nous verrons bientôt que cela ne se peut) & par conséquent son degré de confusion, nous n'avons autre chose à faire que de tâcher de diminuer le plus qu'il est possible les coordonnées des courbes de confusion; car il est clair que ces courbes étant réduites alors à la plus petite étendue qu'elles puissent avoir, l'assemblage entier de ces courbes, ou l'image qu'elles forment du point de l'objet d'où vient le faisceau de rayons qui les ont engendrées, sera, quelle que soit d'ailleurs sa figure ou la nature de la courbe qui termine cette image, de la petitesse la plus grande dont il puisse être.

537. Or, un léger examen des expressions trouvées ci-dessus

des coordonnées u & z, nous donne lieu d'obſerver :

1.° Que ſi h était infiniment petit, c'eſt-à-dire, qu'il ne fût queſtion que des objets infiniment voiſins de l'axe, les coordonnées u & z exprimées alors par les ſeuls termes R $(F + F')$ $(k^3 - \frac{3}{4} kk^2)$ coſ. x, & R $(F + F')$ $(k^3 - \frac{3}{4} kk^2)$ ſin. x, qui appartiennent à des cercles, peuvent être réduites à zero, en faiſant en ſorte que $F + F' = 0$, ce qui eſt facile au moyen des rayons b, c, b', c' des ſurfaces, qui entrent dans les valeurs de F & de F'.

2°. Que lorſque h n'eſt pas négligeable, c'eſt-à-dire, lorſque les objets ſont ſenſiblement écartés de l'axe de l'objectif, il faut pour que les coordonnées u & z puiſſent être réduites à zero, ou dans d'autres termes, pour que l'aberration puiſſe être entierement nulle, qu'on ait à la fois $E + E' = 0$, qui doit avoir lieu pour la deſtruction du terme R$(E + E')$ $(1 + 2\,\text{coſ.}\, x)\,\frac{hkk}{2}$ de la valeur de u & du terme R$(E + E')\, hkk$ ſin. x coſ. x de celle de z, & les deux équations $\frac{(3P+1)(P-1)}{2Pq} + \frac{(3P'+1)(P'-1)}{2P'q'} = 0$, $\frac{(P+1)(P-1)}{2Pq} + \frac{(P'+1)(P'-1)}{2P'q'} = 0$, d'où dépend l'évanouiſſement des deux derniers termes des valeurs de u & de z.

3°. Que la premiere de ces deux conditions, celle de $E + E' = 0$, eſt aiſée à remplir, parce que les fonctions de b, c, &c. ou des dimenſions des lentilles qui entrent dans E & E', permettent de prendre ces dimenſions telles qu'en effet $E + E' = 0$, ſans nuire à l'obſervation de l'autre condition $F + F' = 0$, néceſſaire pour détruire l'aberration dans l'axe.

4°. Qu'à l'égard de la derniere condition, il n'en eſt pas de même, parce que les deux équations $\frac{(3P+1)(P-1)}{2Pq} + \frac{(3P'+1)(P'-1)}{2P'q'} = 0$, $\frac{(P+1)(P-1)}{2Pq} + \frac{(P'+1)(P'-1)}{2P'q'} = 0$, ou $\frac{P-1}{2Pq} + \frac{P'-1}{2P'q'} + \frac{3}{2\mathrm{R}} = 0$, & $\frac{P-1}{2Pq} + \frac{P'-1}{2P'q'} + \frac{1}{2\mathrm{R}} = 0$, ne contiennent aucune quantité qu'on ait la liberté de varier à volonté, en changeant quelqu'une des quatre ſurfaces réfringentes de l'objectif composé ; car les quantités

$\frac{P-1}{2Pq}$, $\frac{P'-1}{2P'q'}$ ſont en raiſon conſtante avec la diſtance focale R de l'objectif, lorſque les deux lentilles qui le compoſent, ont entr'elles la relation néceſſaire pour la deſtruction de l'aberration de réfrangibilité.

538. On voit donc que la deſtruction entiere de l'aberration pour les rayons qui partent de points ſitués hors de l'axe, n'eſt pas poſſible, quelles que ſoient les formes que l'on donne aux ſurfaces de l'objectif composé, mais on voit en même tems que cette aberration peut être conſidérablement diminuée en donnant aux rayons b, c, b', c' des quatre ſurfaces de cet objectif, la relation qui réſulte des équations $E + E' = 0$, $F + F' = 0$. Car alors les parties les plus conſidérables des coordonnées u & z des courbes de confuſion s'évanouiſſent, & leurs expreſſions ſe réduiſent à $u = \mathrm{R}\left(\frac{(3P+1)(P-1)}{2Pq} + \frac{(3P'+1)(P'-1)}{2P'q'}\right)$ $h^2 k \operatorname{coſ.} x$, $z = \mathrm{R}\left(\frac{(P+1)(P-1)}{2Pq} + \frac{(P'+1)(P'-1)}{2P'q'}\right) h^2 k$ $\operatorname{ſin.} x$, par leſquelles on voit que ces courbes ſont alors des ellipſes ſemblables, & d'autant plus petites que k & h ont peu de valeur.

539. En effet, l'angle h étant toujours ſenſiblement plus petit que l'angle $\frac{k}{\mathrm{R}}$, & cet angle étant élevé au carré dans les termes qui expriment la partie de l'aberration qui ne peut être détruite, tandis qu'il ſe trouve à la premiere puiſſance dans les termes évanouis, ou que ces termes contiennent des k^3, il eſt évident que les valeurs précédentes de u & de z ſont beaucoup plus petites qu'elles n'étaient, & que par conſéquent en ſatisfaiſant aux équations $E + E' = 0$, $F + F' = 0$, on diminue conſidérablement l'aberration des rayons qui ne partent point de l'axe. Terminons cette théorie par quelques légers changemens à la forme des expreſſions de u & de z, qui les rendent d'un uſage un peu plus commode.

540. Nous ſuppoſerons d'abord que n exprime le rapport du demi-diametre variable k au demi-diametre k de l'ouverture de l'objectif, en ſorte que $k = n\mathrm{k}$, & que p exprime le rapport de l'angle h à l'angle $\frac{\mathrm{k}}{\mathrm{R}}$ que le demi-diametre k de l'ou-

verture de l'objectif soutend au foyer, ce qui donne $h = \frac{pk}{R}$.

Ensuite, pour délivrer tous les termes des expressions de u & de z du facteur $\frac{k^3}{R^2}$, dont ils seront affectés par la substitution des valeurs précédentes de k & de h, nous imaginerons de nouvelles coordonnées u' & z' qui appartiennent à une courbe entierement semblable à la courbe de confusion, mais d'un parametre plus grand dans le rapport de 1 à $\frac{k^3}{R^2}$ ou de R^2 à k^3; de sorte que nous aurons $u = \frac{k^3 u'}{R^2}$ & $z = \frac{k^3 z'}{R^2}$; substituant enfin, dans les expressions de u & de z, à la place de k, de h, de u & de z, leurs valeurs, nous aurons

$$u' = R^3 (n^3 - \tfrac{3}{4} n)(F + F') \text{cos.}\, x + \frac{R^2 nnp}{2}(E + E')(1 + 2\,\text{cos.}\, x^2) + Rnpp\left(\frac{(3P+1)(P-1)}{2Pq} + \frac{(3P'+1)(P'-1)}{2P'q'}\right) \text{cos.}\, x,$$

$$\& \; z' = R^3 (n^3 - \tfrac{3}{4} n)(F + F') \text{sin.}\, x + R^2 nnp\,(E + E') \text{sin.}\, x \,\text{cos.}\, x + Rnpp\left(\frac{(P+1)(P-1)}{2Pq} + \frac{(P'+1)(P'-1)}{2P'q'}\right) \text{sin.}\, x.$$

541. Les valeurs de u' & de z', pour un objectif composé de trois lentilles, se trouveront de la même manière.

Supposant que la Figure 569 soit celle qui convienne au cas présent, c'est-à-dire, prenant Oq''' pour le rayon rompu par l'objectif dont il s'agit, ou Oq^{v}, en supposant dans la Figure q^{v} à la place de q''', &c. on aura $q^{v}t = R'^2 \left(\frac{P-1}{2Pq} + \frac{P'-1}{2P'q'} + \frac{P''-1}{2P''q''}\right) hh + R'^2 (E + E' + E'')\, hk \,\text{cos.}\, x + R'^2 (F + F' + F'')\, kk$; $\frac{3}{4}\, TT' = \frac{3}{4} R'^2 (F + F' + F'')\, \text{kk}$.

Par conséquent $q^{v}x = q^{v}t - \frac{3}{4}\, TT' + \frac{hhR'}{2} = R'^2 \left(\frac{(P+1)(P-1)}{2Pq} + \frac{(P'+1)(P'-1)}{2P'q'} + \frac{(P''+1)(P''-1)}{2P''q''}\right) hh + R'^2 (E + E' + E'')\, hk \,\text{cos.}\, x + R'^2 (F + F' + F'')(kk - \frac{3}{4}\text{kk})$. De plus, $\text{x}Px$ sera $= -D + \left(\frac{P-1}{q} + \frac{P'-1}{q'} + \frac{P''-1}{q''}\right) h^2 k \,\text{cos.}\, x + \frac{1}{2}(E + E' + E'')\, hkk$.

On aura donc $u = R' (F + F' + F'') (k^3 - \frac{3}{4}\, kk^2)$

$\text{cof.}\, x + \frac{1}{2} R' (E + E' + E'')(1 + 2 \text{cof.}\, x^2) hkk + R' \left(\frac{(3P+1)(P-1)}{2Pq} + \frac{(3P'+1)(P'-1)}{2P'q'} + \frac{(3P''+1)(P''-1)}{2P''q''} \right) hhk \text{ cof.}\, x$,

& $z = R'(F + F' + F'')(k^3 - \frac{3}{4} kk^2) \text{ fin.}\, x + R'(E + E' + E'') hk^2 \text{ fin.}\, x \text{ cof.}\, x + R' \left(\frac{(P+1)(P-1)}{2Pq} + \frac{(P'+1)(P'-1)}{2P'q'} + \frac{(P''+1)(P''-1)}{2P''q''} \right) hhk \text{ fin.}\, x$;

ou enfin $u' = R'^3 (n^3 - \frac{3}{4} n)(F + F' + F'') \text{cof.}\, x + \frac{R'^2 nnp}{2}(E + E' + E'')(1 + 2 \text{cof.}\, x^2) + R' npp \left(\frac{(3P+1)(P-1)}{2Pq} + \frac{(3P'+1)(P'-1)}{2P'q'} + \frac{(3P''+1)(P''-1)}{2P''q''} \right) \text{cof.}\, x$,

& $z' = R'^3 (n^3 - \frac{3}{4} n)(F + F' + F'') \text{ fin.}\, x + R'^2 nnp (E + E + E) \text{ fin.}\, x \text{ cof.}\, x + R' npp \left(\frac{(P+1)(P-1)}{2Pq} + \frac{(P'+1)(P'-1)}{2P'q'} + \frac{(P''+1)(P''-1)}{2P''q''} \right) \text{ fin.}\, x$.

542. Si la troisieme lentille eſt de la même matiere que la premiere, on aura u' & z' pour l'objectif qu'on a alors, en mettant P à la place de P'' dans les expreſſions précédentes ainſi que dans les valeurs de F'' & de E''.

543. On obſervera que ce qui a été dit à la fin de l'Art. 537 & dans l'Art. 538 de l'impoſſibilité de détruire entierement l'aberration de ſphéricité hors de l'axe, dans les objectifs composés de deux lentilles, & de la diminution conſidérable qu'elle peut ſouffrir, a également lieu lorſque les objectifs ſont composés de trois lentilles.

544. Paſſons préſentement à l'application des méthodes que nous avons expoſées, & cherchons les valeurs numériques des dimenſions de quelques objectifs, ſoit à deux, ſoit à trois verres. Comme l'on peut ſe contenter de détruire l'aberration de ſphéricité des rayons qui partent de l'axe, il ne ſera gueres queſtion que de l'anéantiſſement de celle-là, dans les calculs ſuivans, conjointement avec l'aberration de réfrangibilité : & même ne chercherons-nous à la détruire que pour les rayons moyens, quoiqu'il ſoit poſſible de la détruire généralement pour toutes les eſpeces de rayons colorés; parce que les courbures que l'on trouverait alors, ſeraient pour la plupart trop fortes, & que les

aberrations des rayons qui viennent de points situés hors l'axe, seraient très-considérables & même beaucoup plus que dans des objectifs simples; en sorte que les objectifs que l'on aurait, seraient à la vérité les plus parfaits pour les objets situés dans l'axe, mais seraient très-défectueux pour ceux qui en sont écartés.

545. Les matieres dont nous supposerons formées les lentilles particulieres qui doivent composer les objectifs, sont le verre commun & le cristal d'Angleterre connu sous le nom de *Flint-glass*. Suivant les expériences de M.rs Clairaut & de Tournieres, le rapport de réfraction pour les rayons moyens, dans le *Flint-glass*, est de 1, 6 à 1, & dans le verre commun de 1, 55 à 1; & le rapport des dispersions dans ces deux matieres est environ comme 3 à 2.

546. PROBLÊME XIV. *Trouver les dimensions que doit avoir un objectif composé de deux lentilles contigues ou séparées par un très-petit intervalle, l'une de verre commun & l'autre de* flintglass, *pour que cet objectif soit aussi exempt d'aberration qu'il est possible.*

Ce Problême peut se résoudre soit au moyen de l'équation de l'Art. 485 combinée avec celle que donne l'Art. 499, soit au moyen de celle de l'Art. 487 combinée avec celle que fournit l'Art. 518. Voyons comment on y emploie les premieres.

$\frac{1}{q}$ étant $= \frac{1}{b} - \frac{1}{c}$ & $\frac{1}{q'} = \frac{1}{b'} - \frac{1}{c'}$, l'équation de l'Article 485 pour l'anéantissement de l'aberration de réfrangibilité est, en faisant $\frac{dP}{dP'} = H$, $\frac{1}{q'} = -\frac{H}{q}$; substituant cette valeur de $\frac{1}{q'}$ dans l'équation que donne pour la destruction de l'aberration de sphéricité, l'expression de cette aberration (*Art. 499*) divisée par $\frac{kkRR}{2}$ & égalée ensuite à zero, on aura $\frac{1}{bb}(P+1 - \frac{2}{P}) + \frac{1}{bq}(1 + P - 2P^2) + \frac{1}{qq}(P^3 - P^2 - (P'^3 - P'^2)H^3 + (3P'^2 - 2P' - 1)(P-1)H^2 - (3P' - 1 - \frac{2}{P'})(P-1)^2 H) + \frac{1}{b'q}((1 + P' - 2P'^2)H^2 + 4(P' - \frac{1}{P'})(P-1)H) - \frac{1}{b'b'}(P' + 1 - \frac{2}{P'})H = 0$, équation qui renferme la correction des deux especes d'aberration*.

547. CAS I. Supposons que la lentille antérieure, c'est-à-dire, celle qui est tournée vers l'objet, doive être celle qui est de verre commun, tandis que celle de cristal est la

* La même équation se trouve encore au moyen des formules de M.r d'Alembert insérées dans les Notes du Chapitre III de ce Livre.

704. Prenons la formule du foyer des rayons qui tombent à la distance k de l'axe sur une lentille à 4 surfaces, laquelle est (*Note 605*) exprimée par cette équation $\frac{1}{f'''} = \frac{1 - m'''}{c'} + \frac{m'''}{f''} - \frac{m'''k^2}{2f''}\left(\frac{1}{c'} - \frac{1}{f''}\right)^2 + \frac{m'''^2k^2}{2c'}\left(\frac{1}{c'} - \frac{1}{f''}\right)^2 - \frac{m'''^3k^2}{2}\left(\frac{1}{c'} - \frac{1}{f''}\right)^3$, les rayons des surfaces étant actuellement représentés par b, c, b', c'; & commençons par la développer & la rendre propre à l'espece d'objectif dont il s'agit. Nous supposerons d'abord l'objet à une distance finie.

Par la Note 604, $\frac{1}{f''} = \frac{1 - m''}{b'} + \frac{m''}{f'} - \frac{m''k^2}{2f'}\left(\frac{1}{b'} - \frac{1}{f'}\right)^2 + \frac{m''^2k^2}{2b'}\left(\frac{1}{b'} - \frac{1}{f'}\right)^2 - \frac{m''^3k^2}{2}\left(\frac{1}{b'} - \frac{1}{f'}\right)^3$.

Donc substituant dans le second terme de l'équation pour f''' à la place de $\frac{1}{f''}$, sa valeur précédente, on aura $\frac{1}{f'''} = \frac{1 - m'''}{c'} + \frac{m''' - m'''m''}{b'} + \frac{m'''m''}{f'} - \frac{m'''m''k^2}{2f'}\left(\frac{1}{b'} - \frac{1}{f'}\right)^2 + \frac{m'''m''^2k^2}{2b'}\left(\frac{1}{b'} - \frac{1}{f'}\right)^2 - \frac{m'''m''^3k^2}{2}\left(\frac{1}{b'} - \frac{1}{f'}\right)^3 - \frac{m'''k^2}{2f''}\left(\frac{1}{c'} - \frac{1}{f''}\right)^2 + \frac{m'''^2k^2}{2c'}\left(\frac{1}{c'} - \frac{1}{f''}\right)^2 - \frac{m'''^3k^2}{2}\left(\frac{1}{c'} - \frac{1}{f''}\right)^3$.

705. Cette formule devient en substituant à la place de $-\frac{1}{f''}$, sa valeur $\frac{m''}{b'} - \frac{m''}{f'} - \frac{1}{b'}$, $\frac{1}{f'''} = \frac{1 - m'''}{c'} + \frac{m''' - m'''m''}{b'} + \frac{m'''m''}{f'} - \frac{m'''m''k^2}{f'}\left(\frac{1}{b'} - \frac{1}{f'}\right)^2 + \frac{m'''m''^2k^2}{2b'}\left(\frac{1}{b'} - \frac{1}{f'}\right)^2 - \frac{m'''m''^3k^2}{2}\left(\frac{1}{b'} - \frac{1}{f'}\right)^3 + \frac{m'''k^2}{2}\left(\frac{m''}{b'} - \frac{m''}{f'} - \frac{1}{b'}\right)\left(\frac{m''}{b'} - \frac{m''}{f'} + \frac{1}{c'} - \frac{1}{b'}\right)^2 + \frac{m'''^2k^2}{2c'}\left(\frac{m''}{b'} - \frac{m''}{f'} + \frac{1}{c'} - \frac{1}{b'}\right)^2 - \frac{m'''^3k^2}{2}\left(\frac{m''}{b'} - \frac{m''}{f'} + \frac{1}{c'} - \frac{1}{b'}\right)^3$.

706. Or, dans l'objectif dont il s'agit $m'' = \frac{1}{P'}$ & $m''' = P'$; ainsi, $\frac{1}{b'} - \frac{1}{c'}$ étant $= \frac{1}{q'}$, on aura, après les multiplications & réductions,

$$\frac{1}{f'''} = \frac{P' - 1}{q'} + \frac{1}{f'} + \frac{k^2}{2b'^2q'}\left(1 + P' - \frac{2}{P'}\right) + \frac{k^2}{2b'q'^2}\left(1 + P' - 2P'^2\right) + \frac{k^2}{2b'f'q'}\left(\frac{4}{P'} - 4P'\right) + \frac{k^2}{2f'^2q'}\left(3P' - 1 - \frac{2}{P'}\right) + \frac{k^2}{2f'q'^2}\left(3P'^2 - 2P' - 1\right) + \frac{k^2}{2q'^3}\left(P'^3 - P'^2\right),$$

expression dans laquelle f' désigne la distance du foyer de la premiere lentille, c'est-à-dire, de celle qui regarde l'objet. Il ne s'agit donc plus que de trouver la valeur de f', & de la substituer dans cette expression.

postérieure,

postérieure, alors $P = 1{,}55$, $P' = 1{,}6$, & $h = \frac{2}{3}$, & l'équation précédente sera $\frac{0{,}62984}{bb} - \frac{1{,}1275}{bq} - \frac{0{,}45}{b'b'} + \frac{0{,}155}{b'q} + \frac{0{,}60134}{qq} = 0$; substituant, dans cette équation, à la place de

707. Pour trouver f', introduisons dans le second terme de la valeur de $\frac{1}{f'}$ (*Note 603*) à la place de f, sa valeur (*Note 602*), & nous aurons $\frac{1}{f'} = \frac{1-m'}{c} + \frac{m'-m'm}{b} - \frac{m'm}{a} + \frac{m'mk^2}{2a}\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{a}\right)^2 + \frac{m'm^2k^2}{2b}\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{a}\right)^2 - \frac{m'm^3k^2}{2}\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{a}\right)^3 - \frac{m'k^2}{2f}\left(\frac{1}{c}-\frac{1}{f}\right)^2 + \frac{m'^2k^2}{2c}\left(\frac{1}{c}-\frac{1}{f}\right)^2 - \frac{m'^3k^2}{2}\left(\frac{1}{c}-\frac{1}{f}\right)^3$, qui, en substituant pour $-\frac{1}{f}$ sa valeur $\frac{m}{a} + \frac{m}{b} - \frac{1}{b}$, devient $\frac{1}{f'} = \frac{1-m'}{c} + \frac{m'-m'm}{b} - \frac{m'm}{a} + \frac{m'mk^2}{2a}\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{a}\right)^2 + \frac{m'm^2k^2}{2b}\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{a}\right)^2 - \frac{m'm^3k^2}{2}\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{a}\right)^3 + \frac{m'k^2}{2}\left(\frac{m}{a}+\frac{m}{b}-\frac{1}{b}\right)\left(\frac{m}{a}+\frac{m}{b}+\frac{1}{c}-\frac{1}{b}\right)^2 + \frac{m'^2k^2}{2c}\left(\frac{m}{a}+\frac{m}{b}+\frac{m}{c}-\frac{1}{b}\right)^2 - \frac{m'^3k^2}{2}\left(\frac{m}{a}+\frac{m}{b}+\frac{m}{c}-\frac{1}{b}\right)^3$.

708. Et à cause que $m = \frac{1}{P}$ & $m' = P$, & que $\frac{1}{b} - \frac{1}{c}$ a été fait $= \frac{1}{q}$, nous aurons, après les multiplications & réductions nécessaires,
$\frac{1}{f'} = \frac{P-1}{q} - \frac{1}{a} + \frac{k^2}{2b^2q}\left(1+P-\frac{2}{P}\right) + \frac{k^2}{2bq^2}(1+P-2P^2) + \frac{k^2}{2abq}\left(4P-\frac{4}{P}\right) + \frac{k^2}{2aaq}\left(3P-1-\frac{2}{P}\right) + \frac{k^2}{2aqq}(1+2P-3P^2) + \frac{k^2}{2q^3}(P^3-P^2)$.

709. Mettant donc cette valeur de $\frac{1}{f'}$ à la place du second terme $\frac{1}{f'}$ de la valeur de $\frac{1}{f'''}$, & substituant simplement $\frac{P-1}{q} - \frac{1}{a}$ à la place de $\frac{1}{f'}$ dans les autres, on aura $\frac{1}{f'''} = \frac{P-1}{q} + \frac{P'-1}{q'} - \frac{1}{a} + \frac{k^2}{2b^2q}\left(P+1-\frac{2}{P}\right) + \frac{k^2}{2bq^2}(1+P-2P^2) + \frac{k^2}{2abq}\left(4P-\frac{4}{P}\right) + \frac{k^2}{2aaq}\left(3P-1-\frac{2}{P}\right) + \frac{k^2}{2aqq}(1+2P-3P^2) + \frac{k^2}{2q^3}(P^3-P^2) + \frac{k^2}{2b'^2q'}\left(1+P'-\frac{2}{P'}\right) + \frac{k^2}{2b'q'^2}(1+P'-2P'^2) + \frac{k^2}{2b'q'}\left(\frac{4}{P'}-4P'\right)\left(\frac{P-1}{q}-\frac{1}{a}\right) + \frac{k^2}{2q'}\left(3P'-1-\frac{2}{P'}\right)\left(\frac{P-1}{q}-\frac{1}{a}\right)^2 + \frac{k^2}{2q'^2}(3P'^2-2P'-1)\left(\frac{P-1}{q}-\frac{1}{a}\right) + \frac{k^2}{2q'^3}(P'^3-P'^2)$.

710. On tire aisément de cette expression la condition requise pour que $\frac{1}{f'''}$ soit tou-

q, sa valeur 0,15R qui se déduit de l'équation $\frac{1}{R} = \frac{0,55}{q} + \frac{0,6}{q'}$ pour la distance focale de l'objectif, en mettant $-\frac{2}{3q}$ à la place de $\frac{1}{q'}$, elle devient $0,62984 \frac{RR}{bb} - 7,5166 \frac{R}{b} - 0,45 \frac{RR}{b'b'} + 1,0333 \frac{R}{b'} + 26,7262 = 0$; équation au moyen de laquelle un des rayons b, b' ayant été pris à volonté, on trouve aussi-tôt l'autre.

548. Quant aux autres rayons c, c', ils seront déterminés par ces équations $\frac{R}{c} = \frac{R}{b} - \frac{20}{3}$ & $\frac{R}{c'} = \frac{R}{b'} + \frac{40}{9}$ que donnent les équations $\frac{1}{R} = \frac{0,55}{q} + \frac{0,6}{q'}$ & $\frac{1}{q'} = -\frac{2}{3q}$. On observera que lorsque les rayons auront des valeurs négatives, ils appartiendront à des surfaces concaves vers l'objet. Voyons quelques applications particulieres.

549. Supposons qu'on veuille construire un objectif dont les

jours $= \frac{P-1}{q} + \frac{P'-1}{q'} - \frac{1}{a}$, quelle que soit k, & l'on trouve qu'il faut que l'on ait

$$\frac{1}{b^2q}\left(P+1-\frac{2}{P}\right)+\frac{1}{bq^2}(1+P-2P^2)+\frac{1}{abq}\left(4P-\frac{4}{P}\right)+\frac{1}{aaq}\left(3P-1-\frac{2}{P}\right)+\frac{1}{aqq}(1+2P-3P^2)+\frac{1}{q^3}(P^3-P^2)+\frac{1}{b'^2q'}\left(1+P'-\frac{2}{P'}\right)+\frac{1}{b'q'^2}(1+P'-2P'^2)+\frac{1}{b'q'}\left(\frac{4}{P'}-4P'\right)\left(\frac{P-1}{q}-\frac{1}{a}\right)+\frac{1}{q'}\left(3P'-1-\frac{2}{P'}\right)\left(\frac{P-1}{q}-\frac{1}{a}\right)^2+\frac{1}{q'^2}(3P'^2-2P'-1)\left(\frac{P-1}{q}-\frac{1}{a}\right)+\frac{1}{q'^3}(P'^3-P'^2)=0,$$

équation pour l'anéantissement de l'aberration de sphéricité, quelle que soit la distance de l'objet.

711. Dans le cas où l'objet est infiniment éloigné, cette équation se réduit à celle-ci,

$$\frac{1}{b^2q}\left(P+1-\frac{2}{P}\right)+\frac{1}{bq^2}(1+P-2P^2)+\frac{1}{q^3}(P^3-P^2)+\frac{1}{b'^2q'}\left(P'+1-\frac{2}{P'}\right)+\frac{1}{b'q'^2}(1+P'-2P'^2)+\frac{1}{q'^3}(P'^3-P'^2)+\frac{1}{b'q'q}\left(\frac{4}{P'}-4P'\right)(P-1)+\frac{1}{qq'^2}(3P'^2-2P'-1)(P-1)+\frac{1}{q^2q'}\left(3P'-1-\frac{2}{P'}\right)(P-1)^2=0;$$

équation qui est précisément la même que celle que donne l'expression de l'aberration de l'Article 499, divisée par $\frac{kkRR}{2}$, & ensuite égalée à zero. Si donc l'on substitue $-\frac{H}{q}$ à la place de $\frac{1}{q'}$, on aura la même équation que dans le présent Article.

surfaces extérieures soient convexes & égales; alors $c' = -b$, & l'équation $\frac{R}{c'} = \frac{R}{b'} + \frac{40}{9}$ devient $\frac{R}{b} = -\frac{R}{b'} - \frac{40}{9}$; substituant cette valeur de $\frac{R}{b}$ dans l'équation de l'Art. 547, elle devient $\frac{RR}{b'b'} - 78,6727\frac{R}{b'} = -403,5509$, laquelle étant résolue, donne $-5,51625$ pour une des valeurs de $\frac{R}{b'}$; la substituant dans l'équation $\frac{R}{b} = -\frac{R}{b'} - \frac{40}{9}$, on trouve $\frac{R}{b} = 1,07181$, & substituant cette valeur de $\frac{R}{b}$ dans l'équation $\frac{R}{c} = \frac{R}{b} - \frac{20}{3}$, on a $\frac{R}{c} = -5,59485$. Ainsi les rayons des quatre surfaces de l'objectif dont il s'agit, seront $b = \frac{R}{1,07181}$, $c = -\frac{R}{5,59485}$, $b' = -\frac{R}{5,51625}$ & $c' = -\frac{R}{1,07181}$.

550. Si l'on se proposait de construire un objectif tel que la lentille antérieure, c'est-à-dire, celle qui est de verre commun, soit également convexe des deux côtés, on aura $c = -b$, & par conséquent $-\frac{R}{b} = \frac{R}{b} - \frac{20}{3}$, d'où l'on tire $\frac{R}{b} = \frac{10}{3}$; substituant cette valeur de $\frac{R}{b}$ dans l'équation de l'Art. 547, ou plutôt dans l'équation $\frac{R}{b'} = 1,14815 \pm \sqrt{(1,3996\frac{RR}{bb} - 16,7037\frac{R}{b} + 60,7090)}$ qu'elle donne après avoir été résolue, on aura $-3,38848$ pour une des deux valeurs de $\frac{R}{b'}$; substituant ensuite cette valeur dans l'équation $\frac{R}{c'} = \frac{R}{b'} + \frac{40}{9}$, on aura $\frac{R}{c'} = 1,05596$. Quant à la valeur de $\frac{R}{b}$, elle est déja déterminée, ainsi que celle de $\frac{R}{c}$, puisqu'on a $\frac{R}{b} = \frac{10}{3} = 3,33333$; les valeurs des rayons des quatre surfaces de l'objectif seront donc $b = \frac{R}{3,33333}$, $c = -\frac{R}{3,33333}$, $b' = -\frac{R}{3,38848}$ & $c' = \frac{R}{1,05596}$.

551. Suppoſons qu'on demande les dimenſions d'un objectif tel que celui qui a été exécuté par M.r Antheaulme, dans lequel la lentille poſtérieure ou de criſtal eſt un méniſque dont le côté concave tourné vers la lentille antérieure, eſt cinq fois plus courbe que le côté convexe, alors on aura $c' = 5b'$; ſubſtituant $5b'$ à la place de c', dans l'équation $\frac{R}{c'} = \frac{R}{b'} + \frac{40}{9}$, on aura $\frac{R}{b'} = -\frac{50}{9}$. Cette valeur de $\frac{R}{b'}$ étant ſubſtituée dans l'équation $\frac{R}{b} = 5,9671 \pm \sqrt{(0,7145 \frac{RR}{b'b'} - 1,6406 \frac{R}{b'} - 6,8279)}$ que donne la réſolution de l'équation de l'Art. 547, on aura $1,0337$ pour une des deux valeurs de $\frac{R}{b}$. Subſtituant cette valeur dans l'équation $\frac{R}{c} = \frac{R}{b} - \frac{20}{3}$, on aura $\frac{R}{c} = - 5,6329$. Les rayons cherchés ſeront donc $b = \frac{R}{1,0337}$, $c = -\frac{R}{5,6329}$, $b' = -\frac{R}{5,5555}$, & $c' = -\frac{R}{1,1111}$.

552. Si l'on ſuppoſait la lentille antérieure convexe des deux côtés & cinq fois moins courbe du côté qui regarde l'objet, on aurait un nouvel objectif, que l'on pourrait conſtruire. Comme dans ce cas, $c = -\frac{b}{5}$, on trouve que $\frac{R}{b} = \frac{10}{9}$; ſubſtituant cette valeur de $\frac{R}{b}$ dans l'équation de l'Art. 550, on aura $-5,4758$ pour une des deux valeurs de $\frac{R}{b'}$; d'où l'on aura $\frac{R}{c'} = -1,0314$. Les rayons ſeront donc $b = \frac{R}{1,1111}$, $c = -\frac{R}{5,5555}$, $b' = -\frac{R}{5,4758}$ & $c' = -\frac{R}{1,0314}$.

553. CAS II. Si la lentille antérieure eſt celle qui eſt de *flintglaſſ*, & la poſtérieure celle qui eſt de verre commun, alors $P = 1,6$, $P' = 1,55$ & $h = \frac{3}{2}$, & l'équation de l'Art. 546, pour la correction des aberrations, devient $\frac{0,675}{bb} - \frac{1,26}{bq} - \frac{0,94477}{b'b'} - \frac{0,908145}{b'q} - \frac{0,0013765}{qq} = 0$; ſubſtituant dans cette équation, à la place de q, ſa valeur $-0,225$R que donne l'équa-

tion pour la diſtance focale $\frac{1}{R} = \frac{0,6}{q} + \frac{0,55}{q'}$, en mettant $-\frac{3}{2q}$ à la place de $\frac{1}{q'}$, elle devient $0,675\frac{RR}{bb} + 5,6\frac{R}{b} - 0,94477\frac{RR}{b'b'} + 4,0362\frac{R}{b'} - 0,02719 = 0$; équation au moyen de laquelle un des rayons b, b' ayant été pris à volonté, on connaît auſſi-tôt l'autre.

554. A l'égard des autres rayons c, c', ils ſeront déterminés par ces équations $\frac{R}{c} = \frac{R}{b} + \frac{40}{9}$, $\frac{R}{c'} = \frac{R}{b'} - \frac{20}{3}$, que donnent les équations $\frac{1}{R} = \frac{0,6}{q} + \frac{0,55}{q'}$ & $\frac{1}{q'} = -\frac{3}{2q}$.

555. Pour faire quelqu'application de ce ſecond cas, prenons quelques-uns des objectifs précédens, & ſuppoſons-les retournés, enſorte que la lentille de *flintglaſſ* devienne la lentille antérieure, & celle de verre commun la poſtérieure, & cherchons les dimenſions qu'ils auront alors. Prenons, par exemple, le ſecond de ces objectifs. Alors, à cauſe que la lentille de verre commun eſt la derniere, & qu'elle eſt également convexe des deux côtés, on aura $c' = -b'$, d'où, au moyen de l'équation $\frac{R}{c'} = \frac{R}{b'} - \frac{20}{3}$, on aura $\frac{R}{b'} = \frac{10}{3}$; ſubſtituant cette valeur de $\frac{R}{b'}$ dans l'équation $\frac{R}{b} = -4,14814 \pm \sqrt{(1,39966\frac{RR}{b'b'} - 5,9796\frac{R}{b'} + 17,24734)}$ que donne la réſolution de l'équation de l'Art. 553, on trouve $-0,56107$ pour une des valeurs de $\frac{R}{b}$, laquelle ſubſtituée dans l'équation $\frac{R}{c} = \frac{R}{b} + \frac{40}{9}$, fait trouver 3,88337 pour la valeur de $\frac{R}{c}$. Ainſi les rayons des ſurfaces de l'objectif ſeront $b = -\frac{R}{0,56107}$, $c = \frac{R}{3,88337}$, $b' = \frac{R}{3,33333}$ & $c' = -\frac{R}{3,33333}$.

556. Si l'on retourne auſſi le troiſieme des objectifs précédens, la lentille de criſtal ſe trouvant alors la premiere, & ayant ſon côté concave cinq fois plus courbe que ſon côté convexe, on aura $b = 5c$, d'où l'on aura $\frac{R}{b} = \frac{10}{9}$, au moyen

de l'équation $\frac{R}{c} = \frac{R}{b} + \frac{40}{9}$; substituant cette valeur de $\frac{R}{b}$ dans l'équation $\frac{R}{b'} = 2,1361 \pm \sqrt{(0,71446 \frac{RR}{bb} + 5,92737 \frac{R}{b} + 4,53424)}$ qui provient de la résolution de l'équation de l'Art. 553, on trouve 5,6005 pour une des valeurs de $\frac{R}{b'}$. La substituant dans l'équation $\frac{R}{c'} = \frac{R}{b'} - \frac{20}{3}$, on a $\frac{R}{c'} = -1,0661$; ensorte que les rayons seront $b = \frac{R}{1,1111}$, $c = \frac{R}{5,5555}$, $b' = \frac{R}{5,6005}$ & $c' = -\frac{R}{1,0661}$.

557. Faisons voir actuellement comment l'on parvient à déterminer les dimensions d'objectifs exempts d'aberration, comme les précédens, en employant l'équation de l'Article 487, qui contient la relation entre les distances focales des deux lentilles dont l'objectif est composé, pour la correction de l'aberration de réfrangibilité, & l'équation que donne pour la correction de l'aberration de sphéricité, dans la même espece d'objectif, l'expression de cette aberration (*Art. 518*), en l'égalant à zero.

L'équation de l'Art. 487, $\frac{1}{R} = -\frac{dP'(P-1)}{dP(P'-1)} \times \frac{1}{R'}$ se change en celle-ci $R' = mR$, en faisant $-\frac{dP'(P-1)}{dP(P'-1)} = m$.

L'équation que donne l'expression de l'aberration de sphéricité pour deux lentilles contigues (*Art. 518*) divisée par $\frac{kkr'r'}{2}$ & égalée à zero, est $\frac{1}{gR^3}(h + g^2x^2) + \frac{1}{g'R'^3}(\frac{R'}{a'+r'} + h' + g'^2x'^2) = 0$. Mais on a $\frac{1}{r'} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{R'}$, équation qui, en y substituant $-R$ à la place de a (à cause que a étant $= \infty$, $r = R$, & par conséquent $a' = -r = -R$), donne $\frac{1}{r'} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R'}$, d'où l'on tire $r' = \frac{mR}{m+1}$, au moyen de l'équation $R' = mR$. Substituant cette valeur de r' dans l'équation précédente pour l'anéantissement de l'aberration de sphéricité, & mettant de plus mR à la place de R', & $-R$ à la place de a', elle deviendra $x'^2 + \frac{\mathrm{m}^3 g}{g'} x^2 = \frac{\mathrm{m}(\mathrm{m}+1)}{g'^2} - \frac{h'}{g'^2} - \frac{\mathrm{m}^3 h}{gg'}$; équation qui contient la correction des deux especes d'aberration, en fixant le rapport des *index* x & x' qui déterminent, comme on a vu, les formes des lentilles.

558. Les rayons des surfaces des lentilles seront, par l'Article 520, $b = \frac{R}{q+x}$, $c = \frac{R}{p-x}$, $b' = \frac{R}{\frac{q'+x'}{\mathrm{m}} + q' - p'}$, $c' = \frac{R}{\frac{p'-x'}{\mathrm{m}} + p' - q'}$. On observera que dans l'usage de ces équations, lorsque les rayons auront des valeurs positives, ils appartiendront à des surfaces convexes, & que lorsqu'ils en auront de négatives, ils appartiendront à des surfaces concaves.

559. Comme les quantités h, g, q, p, $q+p$, $q-p$, se rencontrent continuellement dans l'usage qu'on peut faire de ces équations & de celles qu'on donnera bientôt pour la détermination des dimensions des objectifs à trois verres, nous mettons ici leurs valeurs numériques, pour les deux especes de verres dont nous supposons formées les lentilles qui composent les objectifs; ces valeurs se trouvent par les formules contenues dans les Art. 513, 514 & 517. Nous y avons joint en même tems leurs logarithmes.

Pour le verre commun.		*Pour le* Flintglass.	
$h = 4{,}29752$	Log. $h = 0{,}633218$	$h = 3{,}74999$	Log. $h = 0{,}574030$
$g = 2{,}29032$	Log. $g = 0{,}359894$	$g = 2{,}25000$	Log. $g = 0{,}352183$
$q = 1{,}62740$	Log. $q = 0{,}211495$	$q = 1{,}55556$	Log. $q = 0{,}191886$
$p = 0{,}19078$	Log. $p = \bar{1}{,}280533$	$p = 0{,}11110$	Log. $p = \bar{1}{,}045714$
$q+p = 1{,}81818$	Log. $q+p = 0{,}259637$	$q+p = 1{,}66666$	Log. $q+p = 0{,}221747$
$q-p = 1{,}43662$	Log. $q-p = 0{,}157341$	$q-p = 1{,}44446$	Log. $q-p = 0{,}159705$

560. Supposons à présent, comme dans le premier cas, la lentille de verre commun tournée vers l'objet; alors $-\frac{dP'(P-1)}{dP(P'-1)} = -1{,}375 = \mathrm{m}$. Substituant donc cette valeur de m dans l'équation qui contient la relation entre les *index* pour la correction des aberrations (*Art. 557*), & les valeurs de h & de g prises dans la premiere colonne de la Table précédente, avec

celles de h' & de g' prises dans la troisieme, on aura cette équation numérique $x'^2 - 2,64618\,x^2 = 1,52905$, par laquelle un des *index* ayant été pris à volonté, l'autre se trouve déterminé, avec cette restriction cependant que si c'est x' que l'on prend à volonté, il faut se garder de le prendre tel que son carré x'^2 soit plus petit que $1,52905$; car alors la valeur de l'autre *index* x deviendrait imaginaire & par conséquent le Problême impossible.

561. La nécessité d'avoir un des *index*, pour déterminer l'autre, imposant celle de quelque condition particuliere qui puisse le donner, supposons que la lentille antérieure doive avoir la forme nécessaire pour produire la moindre aberration, dans le cas du parallélisme des rayons incidens, il faudra faire $x = 0$, & alors on aura cette équation $x'^2 = 1,52905$, qui donne $x' = \pm 1,23655$; faisant donc $x = 0$, dans les formules de l'Article 558 pour les rayons, & mettant pour x', $+ 1,23655$ ou $- 1,23655$, & observant de plus de prendre les valeurs de q, p dans la premiere colonne de la Table de l'Article 559, & celles de q', p', dans la troisieme, on aura deux systêmes de lentilles, qui formeront chacun un objectif exempt d'aberration.

Les rayons du systême de lentilles que donne $x' = 1,23655$, sont $b = \frac{R}{1,62740}$, $c = \frac{R}{0,19078}$, $b' = -\frac{R}{0,58616}$ & $c' = -\frac{R}{0,62595}$; & pour le systême donné par $x' = -1,23655$, les rayons sont $b = \frac{R}{1,62740}$, $c = \frac{R}{0,19078}$, $b' = \frac{R}{1,21246}$ & $c' = -\frac{R}{2,42457}$.

562. On voit donc que supposant à une des deux lentilles une forme quelconque particuliere, on détermine aussi-tôt la forme de l'autre, pourvu que la forme attribuée à la premiere ne rende pas celle-ci impossible. Qu'on suppose, par exemple, la lentille postérieure, c'est-à-dire, celle qui est de cristal, également concave des deux côtés, alors puisque $c' = b'$, on a $\frac{q' + x'}{\text{m}} + q' - p' = \frac{p' - x'}{\text{m}} + p' - q'$, d'où l'on tire $x' = -(\text{m} + \frac{1}{2})(q' - p')$, & par conséquent $b' = c' = \frac{2\text{m}R}{q' + p'}$. On aura

aura donc $x' = 1,2639$; ſubſtituant cette valeur de x' dans l'équation $x'^2 - 2,64618x^2 = 1,52905$, pour le rapport des *index*, on trouve $x^2 = 0,02584$ & $x = \pm 0,16075$; faiſant uſage de la ſeconde valeur de x, les rayons des ſurfaces de la lentille antérieure ſeront $b = \frac{R}{1,46665}$ & $c = \frac{R}{0,35153}$: nous n'employons point la premiere valeur de x, parce qu'il en réſulte une courbure trop petite pour une des ſurfaces de cette lentille. Les rayons des ſurfaces de la lentille poſtérieure ſont $b' = c' = -\frac{R}{1,65}$.

563. Lorſque la lentille de criſtal eſt tournée vers l'objet, alors $-\frac{dP'(P-1)}{dP(P'-1)} = -0,72727 = \text{m}$. Mettant dans l'équation générale pour le rapport des *index* (*Art.* 557) cette valeur de m avec celles de h, g priſes dans la troiſieme colonne de la Table de l'Art. 559, & celles de h', g' priſes dans la premiere, on aura l'équation $x^2 - 2,64618x'^2 = 1,52727$ qui renferme le rapport des *index* pour le cas préſent. Les *index* étant déterminés, on aura auſſi-tôt les rayons des ſurfaces, obſervant de prendre q, p, dans la troiſieme colonne de la Table, & q', p', dans la premiere.

Dans la ſolution du problême & dans ſes applications numériques, nous avons cherché à détruire l'aberration de ſphéricité pour les rayons qui partent de l'axe, ſans tenter de la détruire pour ceux qui n'en partent pas, parce qu'on peut s'en diſpenſer. Si cependant on voulait la détruire ou du moins la diminuer le plus qu'il eſt poſſible, pour ces derniers rayons, voici comment on y parviendrait. Nous nous bornerons au cas où la lentille antérieure eſt de verre commun.

564. Les Art. 537 & 538 nous apprennent que pour que l'aberration de ſphéricité des rayons moyens qui viennent d'un point ſitué hors de l'axe, ſoit auſſi petite qu'il eſt poſſible, en même tems que l'aberration de ſphéricité des mêmes rayons qui partent d'un point pris dans l'axe, eſt anéantie, il faut que les coordonnées des courbes de confuſion ſoient réduites à leurs derniers termes. Mais ſuppoſant que les deux lentilles dont l'objectif eſt compoſé ont déja la relation néceſſaire pour l'anéantiſſement de l'aberration de réfrangibilité, les coordonnées des courbes de

confusion, qui appartiennent à cet objectif, sont, après avoir introduit dans leurs valeurs (*Art.* 540) $-\frac{2}{3q}$ à la place de $\frac{1}{q'}$, & mis ensuite 0,15R à la place de q, $u' = (n^3 - \frac{3}{4}n)$ $(0,62984\frac{RR}{bb} - 7,5166\frac{R}{b} - 0,45\frac{RR}{b'b'} + 1,03333\frac{R}{b'} + 26,72622)$ cos. x + $nnp\,(3,01616\frac{R}{b} - 2,16667\frac{R}{b'} - 15,59244)(1 + 2\,\text{cos.}\,x^2) + 1,8495\,npp$ cos. x,
& $z' = (n^3 - \frac{3}{4}n)(0,62984\frac{RR}{bb} - 7,5166\frac{R}{b} - 0,45\frac{RR}{b'b'} + 1,03333\frac{R}{b'} + 26,72622)$ sin. x + $2nnp\,(3,01616\frac{R}{b} - 2,16667\frac{R}{b'} - 15,59244)$ sin. x cos. $x + 0,8495\,npp$ sin. x.

Ces coordonnées devant donc être réduites à leurs derniers termes pour diminuer le plus qu'il est possible l'aberration de sphéricité hors de l'axe, & anéantir en même tems l'aberration de sphéricité dans l'axe, il s'agit de faire ensorte que leurs premiers termes deviennent nuls, ce qu'on obtiendra facilement en égalant à zero leurs coefficiens; d'où l'on aura ces équations $0,62984\frac{RR}{bb} - 7,5166\frac{R}{b} - 0,45\frac{RR}{b'b'} + 1,03333\frac{R}{b'} + 26,72622 = 0$, & $3,01616\frac{R}{b} - 2,16667\frac{R}{b'} - 15,59244 = 0$, qui donneront aisément les valeurs de b & de b'. Les autres rayons se trouveront, comme dans l'Art. 548, au moyen des équations $\frac{R}{c} = \frac{R}{b} - \frac{20}{3}$ & $\frac{R}{c'} = \frac{R}{b'} + \frac{40}{9}$. Nous ferons observer, comme à l'Article cité, que lorsque quelqu'un des rayons aura une valeur négative, il appartiendra alors à une surface concave vers l'objet.

Des deux valeurs que les deux équations précédentes font trouver pour chacun des rayons b & b', il n'y en a qu'une dont on puisse faire usage, l'autre donnant des courbures trop fortes. La valeur de b & celle de b' dont on peut se servir, sont $\frac{R}{1,56981}$ & $-\frac{R}{5,01123}$ respectivement; les valeurs de c & de c' sont $-\frac{R}{5,09685}$ & $-\frac{R}{0,56679}$.

565. PROBLÊME XV. *Trouver les dimenſions que doit avoir un objectif compoſé de trois lentilles contigues ou ſéparées par un très-petit intervalle, dont les deux extrêmes ſont de verre commun & celles du milieu de* flintglaſſ, *pour que cet objectif ſoit auſſi exempt d'aberration qu'il eſt poſſible.*

Ce Problême ſe peut réſoudre, ſoit au moyen de l'équation de l'Art. 489 combinée avec celle qui réſulte de l'Art. 503, ſoit au moyen de l'équation de l'Article 491 combinée avec celle que fournit l'Article 518. Mais comme les calculs que les premieres exigent, ſont longs & pénibles, nous ne ferons uſage que des dernieres qui n'obligent pas tout-à-fait à autant de travail.

L'équation de l'Art. 491 pour l'anéantiſſement de l'aberration de réfrangibilité, dans un objectif compoſé de trois lentilles dont les extrêmes ſont de la même matière, eſt $\frac{1}{R} + \frac{1}{R''} = -\frac{dP'(P-1)}{dP(P'-1)} \times \frac{1}{R'} = \frac{m}{R'}$, en faiſant $-\frac{dP'(P-1)}{dP(P'-1)} = m$ comme dans l'Article 557 : cette équation ſe change en celle-ci $R'' = \frac{nR}{m-n}$, en ſuppoſant $R' = nR$.

L'équation que fournit l'Art. 518 pour la deſtruction de l'aberration de ſphéricité dans l'objectif dont il s'agit, eſt, en ſuppoſant toujours l'objet infiniment éloigné, $\frac{1}{gR^3}(h + g^2x^2) + \frac{1}{g'R'^3}\left(\frac{R'}{a'+r'} + h' + g'^2x'^2\right) + \frac{1}{gR''^3}\left(\frac{R''}{a''+r''} + h + g^2x''^2\right) = 0$, équation que l'on trouve en diviſant l'expreſſion de l'aberration de ſphéricité, pour trois lentilles contigues, par $\frac{kkr''r''}{2}$, & mettant h à la place de h'' & g à la place de g'', à cauſe que, les lentilles extrêmes étant de même matiere, $h = h''$ & $g = g''$, & égalant enſuite (*Art.* 520) cette expreſſion à zero. Mais on a $\frac{1}{r'} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{R'}$ qui, à cauſe de $a' = -r = -R$ (*Art.* 518 & 557) & de $R' = nR$, donne $r' = \frac{nR}{n+1}$; & $\frac{1}{r''} + \frac{1}{a''} = \frac{1}{R''}$ qui, parce que $a'' = -r'$ (*Art.* 518) = par conſéquent $-\frac{nR}{n+1}$ & $R'' = \frac{nR}{m-n}$, donne $r'' = \frac{nR}{m+1}$.

Subſtituant dans l'équation précédente pour l'anéantiſſement de l'aberration de ſphéricité, ces valeurs de r' & de r'' avec celles de a' & de a'', de R' & de R'', on aura $n^3x^2 + \frac{g'}{g}x'^2 + (m - n)^3x''^2 = \frac{(m+1)(n+1)(m-n)}{g^2} + \frac{n(n+1)}{gg'} - \frac{(m-n)^3h}{g^2} - \frac{n^3h}{g^2} - \frac{h'}{gg'}$, équation qui contient la correction des aberrations de réfrangibilité & de ſphéricité.

566. Les rayons des ſurfaces des trois lentilles ſeront, par l'Art. 520, $b = \frac{R}{q+x}$, $c = \frac{R}{p-x}$, $b' = \frac{nR}{n(q'-p')+q'+x'}$, $c' = \frac{nR}{n(p'-q')+p'-x'}$, $b'' = \frac{nR}{(m+1)q-(n+1)p+(m-n)x''}$, $c'' = \frac{nR}{(m+1)p-(n+1)q-(m-n)x''}$. Lorſque quelqu'un des rayons aura une valeur négative, il appartiendra à une ſurface concave.

567. La relation que doivent avoir les trois *index* x, x', x'', pour la correction des aberrations, étant contenue dans une ſeule équation, il y en a néceſſairement deux d'indéterminés, enſorte que l'on a beſoin de quelques conditions particulieres qui les donnent. Suppoſons donc qu'on prenne pour conditions, 1°. que la lentille du milieu (de *flintglaſſ*) ſoit également concave des deux côtés; 2°. que les lentilles extrêmes de verre commun ſoient ſemblables, égales & ſemblablement placées par rapport à cette lentille.

Les lentilles extrêmes étant ſuppoſées égales, elles ont le même foyer, c'eſt-à-dire, que $R = R'' = \frac{nR}{m-n}$, d'où l'on tire $2n = m$. Subſtituant $2n$ à la place de m, dans l'équation pour la correction des aberrations (*Art.* 565), on aura $x^2 + \frac{g'}{n^3g}x'^2 + x''^2 = \frac{(2n+1)(n+1)}{n^2g^2} + \frac{n+1}{n^2gg'} - \frac{2h}{g^2} - \frac{h'}{n^3gg'}$.

De plus, les lentilles extrêmes étant ſuppoſées ſemblables & égales, on a $b = c''$, ou $n(q+x) = (2n+1)p - (n+1)q - nx''$, d'où l'on tire $x + x'' = -\frac{2n+1}{n} \times (q - p)$.

La lentille intermédiaire étant ſuppoſée également concave des deux côtés, on a $b' = c'$, ou $n(q'-p') + q' + x' =$

$n(p'-q')+p'-x'$, d'où l'on déduit $x'=-\frac{2n+1}{2}\times(q'-p')$.

Les rayons des surfaces de ces lentilles seront $b=c''=\frac{R}{q+x}$, $c=b''=\frac{R}{p-x}$, & $b'=c'=\frac{2nR}{q'+p'}$.

Si l'on veut avoir les valeurs arithmétiques des dimensions de ces lentilles & par conséquent de l'objectif qu'elles composent, on commencera par substituer dans les équations pour les *index*, les valeurs numériques de g, h, p, q prises dans la premiere colonne de la Table de l'Art. 559, & celles de g', h', p', q' prises dans la troisieme colonne de la même Table, avec la valeur de n, qui est $-0{,}6875$, puisque $n=\frac{1}{2}m$, & ces équations exprimées en nombres seront $x'=0{,}27084$, $x+x''=-0{,}78361$ & $x^2+x''^2=0{,}90365$. Faisant $-0{,}78361=A$ & $0{,}90365=B$, on tirera des deux dernieres équations, $x=\frac{A\pm\sqrt{(2B-A^2)}}{2}$, qui donne $x=0{,}154375$ ou $-0{,}937985$. Substituant la derniere valeur de x dans la premiere & la seconde des équations précédentes pour les rayons, & calculant aussi la derniere, nous aurons $b=c''=\frac{R}{0{,}689415}$, $b'=c'=-\frac{R}{1{,}21184}$, $c=b''=\frac{R}{1{,}128765}$.

Nous n'avons point fait usage de la premiere valeur de x, parce qu'il en aurait résulté des courbures trop petites pour deux des surfaces de ces lentilles.

568. Supposons que de trois lentilles qui doivent composer un objectif, les extrêmes soient également convexes des deux côtés & égales, celles-ci étant toujours supposées de verre commun & celle du milieu de *flintglass* : voyons quelles seront leurs dimensions.

Suivant ces conditions, 1°. $R=R''$ & par consequent $2n=m$. Ainsi l'équation pour la correction des aberrations est la même que celle du dernier Article.

2°. $b=c$, ou $q+x=p-x$, d'où l'on tire $x=-\frac{q-p}{2}$.

3°. $b''=c''$, ou $(m+1)p-(n+1)q-(m-n)x''$.

$= (m + 1)\, q - (n + 1)\, p + (m - n)\, x''$, d'où l'on tire, en mettant 2n à la place de m, $x'' = -\frac{3n+2}{2n}(q - p)$.

Et les rayons des ſurfaces des lentilles ſeront $b = \frac{2R}{q+p} = c = b'' = c''$, $b' = \frac{R}{q' - p' + \frac{q' + x'}{n}}$, & $c' = \frac{R}{p' - q' + \frac{p' - x'}{n}}$.

Faiſant le calcul en nombres du ſecond membre de l'équation pour la correction des aberrations, elle devient $x^2 + \frac{g'x'^2}{n^3 g} + x''^2 = 0{,}68190$; faiſant auſſi le calcul des deux équations pour les *index* x & x'', on trouve $x = -0{,}71831$ & $x'' = -0{,}06529$. Subſtituant ces valeurs de x & de x'' dans l'équation pour la correction des aberrations, on aura $\frac{g'x'^2}{n^3 g} = 0{,}16167$, d'où l'on tire $x'^2 = 0{,}056143$, & par conſéquent $x' = \pm 0{,}23694$.

Subſtituant enſuite ces valeurs de x' ſucceſſivement dans les expreſſions ci-deſſus des rayons b' & c' des ſurfaces de la lentille du milieu, on aura, pour la premiere, $b' = -\frac{R}{1{,}13416}$ & $c' = -\frac{R}{1{,}26142}$; & pour la ſeconde, $b' = -\frac{R}{0{,}47353}$ & $c' = -\frac{R}{1{,}95070}$.

Quant aux rayons des ſurfaces des lentilles extrêmes, ils ſeront égaux chacun à $\frac{R}{0{,}90909}$.

569. Suppoſons qu'on demande les dimenſions d'un objectif compoſé de trois lentilles qui ſoient contigues & dont les extrêmes ayent même foyer; ces dernieres étant toujours ſuppoſées de verre commun, & celle du milieu de *flintglaſſ*.

Puiſque ces lentilles doivent être contigues, $b' = -c$, & $c' = -b''$, & par conſequent on a ces deux équations $x' = nx - n(q' - p' + p) - q'$ & $x'' = x - \frac{q - p + q' + p'}{n} - 2q$, leſquelles comparées avec l'équation pour la correction des aberrations de l'Art. 567 (qui convient encore à ce cas, puiſque, ſuivant les conditions énoncées, $R = R''$) déterminent les *index* x, x', x'' & conféquemment les formes de lentilles. Et les rayons des lentilles feront dans ce cas, $b = \frac{R}{q + x}$, $c = \frac{R}{p - x} = - b'$, $c' = \frac{R}{p - x + \frac{q' + p'}{\text{n}}} = - b''$, $c'' = \frac{R}{p - x + \frac{q' + p'}{\text{n}} + p + q}$.

Les deux équations précédentes pour x' & x'', exprimées en nombres, deviennent $x' = \text{n}x - 0{,}43133$, & $x'' = x + 1{,}25906$; fubftituant ces valeurs de x' & de x'' dans l'équation ci-deffus $x^2 + \frac{g'x'^2}{\text{n}^3 g} + x''^2 = 0{,}68190$, on aura $x^2 + 1{,}26978 \times x + 0{,}59688 = 0$, dont les racines $x = - 0{,}63489 \pm 0{,}44022 \sqrt{-1}$ étant imaginaires, apprennent que le Problême eft impoffible.

Mais quoique l'on ne puiffe, avec les conditions précédentes, avoir un objectif abfolument exempt d'aberration, on peut du moins en avoir un qui ait la moindre aberration poffible, en rejettant la partie imaginaire de la valeur de x, & fuppofant $x =$ feulement à la partie réelle $- 0{,}63489$; & alors les rayons des furfaces feront $b = \frac{R}{0{,}99261}$, $c = \frac{R}{0{,}82567} = - b'$, $c' = - \frac{R}{1{,}59856} = - b''$ & $c'' = \frac{R}{0{,}21962}$.

570. Qu'on fe garde bien de croire au refte qu'on ne peut former un objectif exempt d'aberration avec trois lentilles contigues. Tout dépend du rapport des diftances focales des lentilles extrêmes. Qu'on fuppofe, par exemple, l'une d'elles infinie, on tombe dans un cas qui a été pleinement réfolu, celui des objectifs à deux verres; tandis qu'en les fuppofant égales, le cas eft impoffible comme nous venons de le voir.

571. Comme on ne peut douter qu'il n'y ait d'autres cas poffibles & impoffibles, tâchons de découvrir les limites entre ces cas, ou ce qui revient au même, de déterminer quel doit être le rapport entre les diftances focales des lentilles extrêmes, pour que l'objectif puiffe être fans aberration.

L'équation pour la correction des aberrations dans un objectif compofé de trois lentilles contigues, eft (*Art. 565*) $\text{n}^3 x^2 +$

$\frac{g'x'^2}{g} + (\mathrm{m} - \mathrm{n})^3 x''^2 - \frac{(\mathrm{m}+1)(\mathrm{n}+1)(\mathrm{m}-\mathrm{n})}{g^3} - \frac{\mathrm{n}(\mathrm{n}+1)}{gg'} + \frac{(\mathrm{m}-\mathrm{n})^3 h}{g^2} + \frac{\mathrm{n}^3 h}{g^2} + \frac{h'}{gg'} = 0$; & à cauſe que les lentilles étant ſuppoſées contigues, $c = -b'$, & $c' = -b''$, on a ces deux équations $x' = \mathrm{n}x - \mathrm{n}(q' - p' + p) - q'$ & $(\mathrm{m} - \mathrm{n})x'' = \mathrm{n}x - (\mathrm{n}+1)q - q' - p' + p$.

Mais parce qu'il eſt poſſible d'avoir un objectif exempt d'aberration dans le cas où $R = \infty$, ou lorſque $\mathrm{n} = 0$, & dans celui où $R'' = \infty$, ou lorſque $\mathrm{n} = \mathrm{m}$, & que cela eſt impoſſible au contraire dans le cas où $R = R''$, ou lorſque $\mathrm{n} = \frac{1}{2}\mathrm{m}$, on a lieu de croire qu'il y a une certaine valeur de n compriſe entre 0 & $\frac{1}{2}$ m, & une autre compriſe entre $\frac{1}{2}$ m & m qui limitent les cas poſſibles & impoſſibles; enſorte que les cas poſſibles ſont ceux où n a toutes les valeurs imaginables depuis 0 juſqu'à la premiere de ces deux valeurs incluſivement, & depuis la ſeconde juſqu'à m incluſivement; d'où l'on voit que la premiere de ces deux valeurs de n eſt plus grande que chacune de celles que n peut avoir depuis 0 juſqu'à cette premiere, & que la ſeconde eſt au contraire plus petite qu'aucune des valeurs de n compriſe entr'elle & m.

Pour trouver cette plus grande & cette moindre valeur de n, nous n'avons qu'à différencier les trois équations précédentes, en traitant n comme conſtante, & nous aurons ces trois équations différentielles $\mathrm{n}^3 x dx + \frac{g'x'dx'}{g} + (\mathrm{m} - \mathrm{n})^3 x'' dx'' = 0$, $dx' = \mathrm{n}dx$, & $(\mathrm{m} - \mathrm{n})\, dx'' = \mathrm{n}dx$; d'où l'on tirera, en chaſſant les différences, cette équation $\mathrm{n}^2 x + \frac{g'x'}{g} + (\mathrm{m} - \mathrm{n})^2 x'' = 0$. Eliminant enſuite les *index* x, x', x'' par la comparaiſon de cette équation & des trois équations ci-deſſus, on aura (après avoir fait, pour abréger, $C = \frac{\mathrm{m}g}{g'}$, $D = -\frac{\mathrm{m}q + q - p + p'}{C + 1}$, $q' - p' + p = E$, $F = \frac{E - \frac{gq'}{g'}}{C+1} + \frac{Dg}{g'}$, $q' - CD = G$, $F - E = H$), cette équation $\left(2F(G - D) + \frac{g'HH}{g} + \mathrm{m}FF - \frac{1}{gg'} + \frac{3\mathrm{m}h + \mathrm{m} + 1}{g^2}\right)\mathrm{nn} + (G^2 -$

D^2

$D^2 + 2mDE - \frac{1}{gg'} - \frac{3m^2h + m^2 - 1}{g^2})n + m(C-1)DD$
$+ \frac{h'}{gg'} + \frac{(m^2h - m - 1)m}{g^2} = 0$, qui renferme les deux valeurs cherchées de n.

Il ne s'agit à présent que d'avoir cette équation exprimée en nombres. Or, faisant d'abord le calcul des quantités C, D, &c. en supposant $m = -1,375$, on trouve $C = -1,39964$, $D = -1,72645$, $E = 1,63524$, $F = -1,88700$, $G = -0,86085$ & $H = -3,52224$; ces valeurs étant substituées dans l'équation précédente, avec celles de m, de h, &c. elle devient $0,37841 \times n^2 + 0,51351 \times n + 0,1375 = 0$, ou $n^2 + 1,35702 \times n + 0,36336 = 0$, dont les deux racines $n = -0,38704$ & $n = -0,98998$ sont les valeurs cherchées de n.

572. Ainsi pour que les trois lentilles contigues qui composent un objectif, puissent avoir des formes telles que les aberrations soient détruites, il faut que n ait l'une des deux valeurs précédentes, ou soit égale à quelque nombre compris entre o & la premiere, ou entre la seconde & $-1,375$; ou, ce qui revient au même, puisque la distance focale R de la premiere lentille est à la distance focale R'' de la troisieme comme $m - n$ est à n, il faut que R soit à R'' dans un rapport qui ne soit jamais moindre que celui de 98796 à 38704, ni plus grand que celui de 38698 à 98998. Si R est à R'' dans un rapport plus petit que celui de 98796 à 38704 ou plus grand que celui de 38698 à 98998, il ne sera pas possible de trouver des dimensions qui détruisent les aberrations.

573. Si l'on voulait avoir les dimensions d'un objectif exempt d'aberration, pour le cas des limites précédentes de n, on remarquera que, dans ce cas-là, $x = F + \frac{G}{n}$, comme on le trouve lors de l'élimination de cet *index* & des deux autres; ensorte que, pour la premiere limite $-0,38704$ de n, on trouvera $x = 0,33719$, & pour la seconde $-0,98998$, $x = -1,02754$.

574. Mais les rayons des surfaces de trois lentilles contigues sont $b = \frac{R}{q+x}$, $c = \frac{R}{p-x} = -b'$, $c' = \frac{R}{p - x + \frac{q'+p'}{n}}$

$= - b''$, & $c'' = \dfrac{R}{p - x + \dfrac{q' + p'}{n} + (p + q) \times \dfrac{m - n}{n}}$; les rayons des surfaces des lentilles, pour le cas dont il s'agit, auront donc les valeurs suivantes : $b = \dfrac{R}{1,96459}$, $c = - \dfrac{R}{0,14641} = - b'$, $c' = - \dfrac{R}{4,45258} = - b''$, $c'' = \dfrac{R}{0,18851}$, celles-ci ayant été trouvées en introduisant dans les formules précédentes la 1^re valeur 0,33719 de x & la premiere limite $- 0,38704$ de n; & $b = \dfrac{R}{0,59986}$, $c = \dfrac{R}{1,21832} = - b'$, $c' = - \dfrac{R}{0,46521} = - b''$, $c'' = \dfrac{R}{0,24191}$, ces dernieres provenant de la seconde valeur $- 1,02754$ de x & de la seconde limite $- 0,98998$ de n.

575. On remarquera au sujet de ces deux objectifs appartenant aux limites de n, que ce sont ceux où l'erreur que peut commettre l'Artiste en travaillant la lentille du milieu, tire le moins à conséquence, & que par cette raison ces deux objectifs sont préférables dans la pratique à ceux que donneraient les autres cas où il est également possible d'anéantir l'aberration; car l'aberration de sphéricité, qui se trouve détruite en donnant exactement à la lentille du milieu, ainsi qu'aux autres, la forme que le calcul fait trouver, sera la plus petite possible, s'il arrive qu'on ne la lui donne pas tout-à-fait.

576. Terminons ces applications par ces deux observations générales pour toute espece d'objectif. La premiere, que chacune des lentilles qui composent les objectifs, approche, le plus qu'il est possible, d'être également convexe ou également concave des deux côtés, & par conséquent d'avoir soin de choisir dans le nombre infini de conditions particulieres dont on emploie toujours quelqu'une pour la détermination des dimensions des objectifs, celle d'où résultera la moindre inégalité possible entre les courbures de chaque lentille, afin qu'il n'y ait point de surface trop courbe & que par conséquent l'objectif puisse supporter une plus grande ouverture. La raison en est que la quantité de l'aberration de sphéricité n'ayant été déterminée que par approximation, & en supposant des arcs d'un très-petit nombre de degrés, elle s'écartera d'autant plus de la

véritable, que les ſurfaces des lentilles ſeront des parties plus conſidérables de leurs ſpheres.

577. La ſeconde obſervation eſt particuliere aux méthodes des Art. 557, 565 & ſuivans, & conſiſte en ceci. Comme la relation des *index* eſt déterminée par une ſeule équation, & que pluſieurs de ces *index* ſont par conſéquent dans le cas d'être pris arbitrairement, il faut ſe garder de les prendre trop grands ou tels que celui qui reſtera à déterminer le devienne trop; ou, ce qui revient au même, faire enſorte que la forme de chaque lentille approche, autant qu'il eſt poſſible, de la forme de celle qui, dans les mêmes circonſtances, produit l'aberration la plus petite; car alors les erreurs commiſes dans la conſtruction des lentilles, tireront le moins à conſéquence.

578. Quelqu'important qu'il ſoit de ne point s'écarter des préceptes que fourniſſent ces obſervations, on ne peut ſe diſſimuler que, comme ils ſont ſouvent oppoſés l'un à l'autre, cela ſera rarement poſſible, lorſque, par la méthode qu'on ſuivra, ils auront lieu en même tems. A cet inconvénient s'en joint encore un autre, c'eſt de ne pouvoir déterminer facilement auquel des deux il conviendra de ſe conformer plus exactement & juſqu'à quel point on doit le ſuivre & s'écarter de l'autre, lorſque le cas qu'on aura à traiter ne permettra pas qu'on tienne un certain milieu entre l'un & l'autre.

579. On a fait obſerver dans le Chapitre précédent où il n'eſt queſtion que des lunettes ordinaires (*Art.* 456), que le degré de confuſion produit par l'aberration de l'oculaire eſt aſſez petit pour ne mériter aucune attention, ce qui ne permet pas de douter que, dans ces lunettes, l'aberration de ce verre ne ſoit très-petite en elle-même & ſur-tout comparée à celle de l'objectif; mais il ne paraît pas qu'il en doive être de même lorſque l'objectif a une forme telle que ſon aberration eſt nulle ou très-petite. Comme il ſupporte alors une plus grande ouverture & un oculaire d'un foyer plus court, la double aberration de l'oculaire, celle du moins des deux aberrations qui eſt dûe à la réfrangibilité, peut ſe trouver aſſez grande & par conſéquent la confuſion qui en réſulte, pour qu'on doive s'efforcer de la détruire. Car 1°. l'objectif ayant plus d'ouverture, il entre dans la lunette des pinceaux plus inclinés à l'axe que dans les

lunettes ordinaires, & qui par conféquent rencontrant l'oculaire fous une inclinaifon plus grande que les pinceaux les plus obliques qu'elles reçoivent, fouffrent, en le traverfant, une inflexion plus forte. 2°. L'oculaire étant d'un foyer plus court, & ayant par conféquent fes furfaces plus courbes que s'il appartenait à une lunette ordinaire, il rompt davantage tous les pinceaux qu'il reçoit, enforte que ceux qui font les plus inclinés à l'axe, doivent être affez confidérablement réfractés. Or, ces pinceaux fouffrant une réfraction affez forte, leurs rayons décompofés par cette réfraction, peuvent être fenfiblement féparés en entrant dans l'œil, malgré le peu de trajet qu'ils ont à faire, au fortir de l'oculaire, pour s'y rendre, & occafionner en conféquence, des couleurs qui alterent la repréfentation des objets qui fe trouvent vers les bords du champ de l'inftrument. Il paraît donc qu'on ne peut fe difpenfer de chercher à prévenir cet inconvénient. Le moyen le plus fimple qui fe préfente d'y réuffir, eft d'employer deux oculaires au lieu d'un, ce qui produit d'ailleurs l'avantage d'avoir un plus grand champ. Tâchons donc de trouver quelles doivent être les pofitions & les formes de ces oculaires. Soient pour préparer à cette recherche, le Théorême & le Problême fuivans.

580. THÉORÊME. *Si un rayon de lumière hétérogene paffe prefque perpendiculairement au travers d'une lentille mince, l'angle que les rayons de différente efpece dont ce rayon eft compofé, forment au fortir de la lentille, après avoir été féparés par la refraction, eft à très-peu près proportionnel à la diftance du rayon à l'axe de la lentille divifée par la diftance focale de la lentille.*

Fig. 571. Soit ABC une fection de la lentille paffant par l'axe EF & par le rayon de lumière $EKHL$ qui rencontre la lentille aux points K & H. Soient E, F les centres des arcs CHB, AKB; & foient menés aux points H & K, les rayons HE, KF, & les tangentes HD, KD, lefquelles concourent en D. Il eft clair que le rayon eft rompu & décompofé en traverfant la lentille, comme s'il paffait au travers du prifme repréfenté par HDK. Or, la difperfion qu'occafionnerait aux rayons hétérogenes leur paffage au travers du prifme, eft à très-peu près proportionnelle à l'angle de ce prifme, c'eft-à-dire, à l'angle HDK, lequel eft égal à la fomme des angles HEC, KFA, & par

conſéquent proportionnel à $\frac{HC}{CE} + \frac{KA}{AF}$, ou (en prenant pour HC & KA la diſtance du rayon KH à l'axe, qu'on nommera k) à $k\left(\frac{1}{CE} + \frac{1}{AF}\right)$, ou enfin à $\frac{k}{R}$, prenant R pour déſigner la diſtance focale; donc, &c.

581. On prouvera de même que le rapport de réfraction étant exprimé par P & celui de la diſperſion par dP, la diſperſion d'un rayon de lumière hétérogene paſſant preſque perpendiculairement au travers de la lentille, eſt à très-peu près proportionnelle à $\frac{k\,dP}{(P-1)R}$.

582 PROBLÊME XVI. *Soient* B″A″, B‴A‴ *deux lentilles ayant même axe* A″A‴ *ſur lequel ſoit placé le point rayonnant* Q. *Soit un rayon compoſé* QB″ *parti de ce point, lequel après avoir été rompu par la premiere lentille* A″B″, *ſoit dirigé au point* q *de l'axe. Suppoſons enfin que rencontrant, ſuivant cette direction, la ſeconde lentille* A‴B‴, *il aille couper l'axe en* q′, *au ſortir de cette lentille. On demande la relation que doivent avoir les diſtances focales de ces deux lentilles & les intervalles* QA″, A″A‴ *pour que les rayons ſimples dont le rayon* QB″ *eſt compoſé, ſéparés & rendus par conſéquent divergens par la réfraction de la lentille* A″B″, *ſoient rendus paralleles par la réfraction de la lentille* A‴B‴. Fig. 572.

Il eſt clair que la diſperſion & par conſéquent la divergence des rayons ſimples dont le rayon incident QB'' était compoſé, occaſionnée par leur paſſage au travers de la lentille $A''B''$, eſt augmentée, en paſſant au travers de la lentille $A'''B'''$, par ſa forme priſmatique, & qu'au contraire elle eſt diminuée par ſa convexité. Or cette augmentation de divergence produite par la forme priſmatique de la lentille $A'''B'''$, eſt à la divergence produite par la forme priſmatique de la lentille $A''B''$, comme $\frac{B'''A'''}{R'''}$ eſt à $\frac{B''A''}{R''}$ (en nommant R'' & R''' les diſtances focales de ces lentilles) par l'Article 580; & par conſéquent la divergence totale produite par la forme priſmatique des deux lentilles, eſt à la divergence produite par la premiere lentille comme $\frac{B'''A'''}{R'''} + \frac{B''A''}{R''}$ eſt à $\frac{B''A''}{R''}$ ou comme $\frac{B'''A'''.R''}{R'''} + B''A''$ eſt à $B''A''$. Delà, les rayons ſimples contenus dans $B''B'''$, tombant divergens de B'' sur la lentille $B'''A'''$, ces rayons divergeraient, au sortir de cette lentille, d'un point plus proche de B''', dont la distance de B''' serait à la distance $B''B'''$ comme $B''A''$ est à $B''A'' + \frac{B'''A'''.R''}{R'''}$; cette distance serait par conséquent $= \frac{B''A''.B''B'''.R'''}{B''A''.R''' + B'''A'''.R''}$, abstraction faite toutefois de l'effet de la convexité de la lentille $B'''A'''$. Afin donc que la convexité de cette lentille détruise la divergence dont nous parlons, & rende paralleles les rayons émergens, il faut lui donner une distance focale R''' égale à la distance trouvée $\frac{B''A''.B''B'''.R'''}{B''A''.R'''+B'''A'''.R''}$, ce qui donne, en divisant par R''' & mettant $A''A'''$, $A''q$, $A'''q$, à la place de $B''B'''$, de $B''A''$ & de $B'''A'''$ respectivement, $A''q.R''' + A'''q.R'' = A''q.A''A'''$, équation qui, en mettant $A''q - A''A'''$ à la place de $A'''q$, se change en celle-ci $A''q = \frac{R''.A''A'''}{R''+R'''-A''A'''}$. Si donc on donne aux quantités R'', R''', $A''A'''$, $A''q$ des valeurs telles que le demande cette équation, l'aberration ou dispersion du rayon oblique $QB''B'''q'$, occasionnée par la réfrangibilité différente des rayons simples dont il est composé, sera détruite.

583. Si la distance de l'objet Q est fort grande par rapport à la distance focale R'', on aura $A''q = R''$, & $A''A''' = \frac{R''+R'''}{2}$, à très-peu près.

Voyons actuellement comment on parvient à déterminer, à l'aide de ce Problême, les formes & les positions requises des oculaires d'une lunette quelconque pour la correction de leurs aberrations : comme cette détermination présuppose une connaissance exacte du rapport dans lequel doivent être les distances focales & les intervalles des lentilles qui composent cette lunette, ainsi que du rapport suivant lequel elle amplifie, occupons-nous d'abord de cet objet, en supposant, uniquement pour fixer les idées, l'objectif de la lunette composé de deux verres. Nous devons avertir que cette théorie est extraite de la piece de M.[r] Klingenstierna.

584. Dans les Figures 573 & 574 qui représentent la disposition des lentilles dont la lunette est composée, & le cours des

rayons dans cette lunette, AB, $A'B'$, $A''B''$, $A'''B'''$ sont les quatre lentilles dont elle est composée, les deux premieres placées l'une contre l'autre formant l'objectif. R, R', R'', R''' sont supposées être les distances focales respectives de ces quatre lentilles, & R la distance focale de l'objectif composé, qui est $=\frac{RR'}{R+R'}$.

585. On voit dans la Figure 573 quelle est la route d'un rayon QB qui tombe sur la premiere lentille AB parallélement à l'axe, & est rompu par cette lentille & les suivantes. Après avoir été rompu par cette lentille, suivant la droite Bq, la seconde $A'B'$ lui fait prendre aussi-tôt une nouvelle direction $B'q'$ que la troisieme lentille $A''B''$ change en une autre $B''q''$ suivant laquelle rencontrant la quatrieme lentille $A'''B'''$ en B''', il en sort parallele à l'axe de la lunette, & entre tel dans l'œil. Or, pour que les rayons sortent paralleles de cette derniere lentille, il faut qu'il y ait une certaine relation entre les distances focales R, R'', R''' & les intervalles des lentilles $A'A''$, $A''A'''$ qui peut se trouver ainsi. Puisque les rayons incidens paralleles à l'axe convergent vers q', par les réfractions qu'ils éprouvent en traversant l'objectif, $A'q'$ est égale à R, de sorte que $A''q'$ $=\text{R}-A'A''$. De même les rayons étant paralleles à l'axe, au sortir de la derniere lentille $A'''B'''$, $A'''q''$ est égale à R''', & par conséquent $A''q''=A''A'''-R'''$. Mais les points q & q' sont des foyers correspondans de la lentille $A''B''$, donc $\frac{1}{R''}=\frac{1}{A''q''}-\frac{1}{A''q'}$, ou $\frac{1}{R''}=\frac{1}{A''A'''-R'''}-\frac{1}{\text{R}-A'A''}$, ou enfin $\frac{1}{\text{R}}+\frac{1}{R''}+\frac{1}{R'''}-\frac{A'A''}{\text{R}.R''}-\frac{A'A'''}{\text{R}.R'''}-\frac{A''A'''}{R''.R'''}+\frac{A'A''.A''A'''}{\text{R}.R''.R'''}=0$, équation qui contient la relation que doivent avoir les distances focales & les intervalles des lentilles, pour que les rayons tombant paralleles à l'axe des verres, sortent aussi paralleles à cet axe.

586. La Figure 574 montre le progrès du rayon $A'B''B'''q'$ qu'on suppose être l'axe d'un pinceau oblique quelconque. Ce rayon, après avoir traversé l'objectif, rencontre la lentille intermédiaire $A''B''$ en B'', & sort dirigé en q. Rencontrant suivant cette direction l'oculaire $A'''B'''$ en B''', il va, au sortir de

cet oculaire, couper l'axe en q', où l'œil doit être placé pour recevoir à la fois tous les autres pinceaux, & jouir de tout le champ de la lunette. D'où l'on voit facilement que la grandeur de l'objet vu dans la lunette est à la grandeur dont il paraît à la vue simple, comme l'angle $B'''q'A'''$ est à l'angle $B''A'A''$, rapport qu'on peut regarder comme composé de celui de l'angle $B'''q'A'''$ à l'angle $B'''qA'''$, & de celui de l'angle $B'''qA'''$ ou $B''qA''$ à l'angle $B''A'A''$, auxquels rapports ceux de $A'''q$ à $A'''q'$ & de $A'A''$ à $A''q$ sont sensiblement égaux; de sorte que le rapport suivant lequel la lunette grossit, sera égal à celui de $\frac{A'A''.A'''q}{A''q.A'''q'}$ à 1. Or, parce que A' & q sont des foyers correspondans de la lentille $A''B''$, $A''q = \frac{A'A''.R''}{A'A''-R''}$, & q' & q étant des foyers correspondans de la lentille $A'''B'''$, $A'''q' = \frac{A'''q.R'''}{A'''q+R'''}$. Substituant ces valeurs de $A''q$ & de $A'''q'$ & mettant $A''q - A''A'''$ à la place de $A'''q$, on aura pour le rapport suivant lequel la lunette grossit, celui de $-1 + \frac{A'A''}{R''} + \frac{A'A'''}{R'''} - \frac{A'A''.A''A'''}{R''.R'''}$ à 1. Le nombre de fois que les objets doivent être amplifiés étant donc représenté par N, il faut, pour que la lunette les amplifie ce nombre de fois, que l'on ait $-1 + \frac{A'A''}{R''} + \frac{A'A'''}{R'''} - \frac{A'A''.A''A'''}{R''.R'''} = N$.

587. Cette équation comparée avec celle que nous avons trouvée pour le parallélisme à l'axe des rayons émergens, donne la valeur des intervalles $A'A'' = \mathrm{R} + R'' - \frac{\mathrm{R}.R''}{N.R'''}$, & $A''A''' = R'' + R''' - \frac{N.R''.R'''}{\mathrm{R}}$, & la distance de la place de l'œil à la derniere lentille $A'''B'''$, ou $A'''q'$ qu'on a trouvée ci-dessus être égale à $\frac{A'''q.R'''}{A'''q+R'''}$, deviendra, après les substitutions convenables, $= \frac{\mathrm{R}}{N^2} - \frac{\mathrm{R}.R'''}{N.R''} + R'''$.

588. On observera en passant, dit M.r Klingenstierna, qu'on peut toujours avec trois lentilles de foyers donnés R, R'', R''' & disposés dans un ordre donné, composer une lunette qui amplifie un nombre N de fois, seulement en faisant les intervalles

valles des lentilles $A'A'' = R + R'' - \frac{R.R''}{N.R'''}$ & $A''A''' = R'' + R''' - \frac{N.R''.R'''}{R}$, pourvu que ces valeurs des intervalles soient positives, c'est-à-dire, pourvu que $\frac{1}{R''} + \frac{1}{R'''} > \frac{N}{R}$ & $\frac{1}{R} + \frac{1}{R''} > \frac{1}{N.R'''}$.

Passons actuellement au Problême suivant qui contient la détermination des foyers & des positions des oculaires de la lunette précédente, & même d'une lunette quelconque en introduisant, dans les expressions qu'on trouvera, la distance focale de l'objectif qui appartient à cette lunette à la place de celle de l'objectif de la lunette dont il est question.

589. PROBLÊME XVII. *Déterminer dans une lunette composée d'un objectif à deux verres, & de deux oculaires, les foyers que doivent avoir ces oculaires, & les intervalles qui doivent être entr'eux & l'objectif, pour que les aberrations des rayons qui composent les pinceaux obliques, occasionnées par la réfraction de ces oculaires, soient détruites.*

On a fait voir (*Art.* 582) que, si on a $A''q = \frac{R''.A''A'''}{R'' + R''' - A''A'''}$, la dispersion du rayon $QB''B'''q'$ est entierement corrigée, après son passage au travers des deux lentilles $A''B''$, $A'''B'''$, & que les rayons de toute espece sortent paralleles de la derniere lentille. Qu'on suppose que le point A' est le centre de l'objectif, & que le rayon $A'B''B'''q'$ est l'axe d'un pinceau oblique qui passe au travers des oculaires $A''B''$, $A'''B'''$, le Problême résolu, à l'Article cité, ne différera pas de celui-ci, dont par conséquent la solution sera contenue dans la même équation $A''q = \frac{R''.A''A'''}{R'' + R''' - A''A'''}$. Or, on a trouvé, dans l'Article 587, que $A''A''' = R'' + R''' - \frac{N.R''.R'''}{R}$ ou $R'' + R''' - A''A''' = \frac{N.R''.R'''}{R}$; substituant donc cette valeur, on a $A''q = \frac{R.R''}{N.R'''} + \frac{R}{N} - R''$; ajoûtant $A'A'' = R + R'' - \frac{R.R''}{N.R'''}$, on aura $A'q = \frac{N+1}{N} \times R$, équation au moyen de

Fig. 572.

Fig. 574.

laquelle on détermine de la maniere ſuivante les quantités qu'on ſe propoſe de connaître.

Nommons D la diſtance de la lentille intermédiaire $A''B''$ au foyer de l'objectif, laquelle doit ſe prendre vers l'objectif. Alors l'intervalle $A'A'' = \mathrm{R} - D$, & l'intervalle $A''q = \frac{\mathrm{R}}{N} + D$. Et parce que A' & q ſont des foyers correſpondans de la lentille $A''B''$, ſa diſtance focale R'' ſera $= \frac{A'A''.\,A''q}{A'q} = \frac{(\mathrm{R}-D)(\mathrm{R}+N.D)}{(N+1)\mathrm{R}}$. Si l'on égale les deux valeurs de $A'A''$, ſavoir, $\mathrm{R} - D$ & $\mathrm{R} + R'' - \frac{\mathrm{R}.R''}{N.R'''}$, on aura $R''' = \frac{\mathrm{R}.R''}{N(R''+D)}$.

Subſtituant ces valeurs de R'' & de R''' dans la valeur de $A''A''' = R'' + R''' - \frac{N.R''.R'''}{\mathrm{R}}$, on aura $A''A''' = R'''\left(1 + \frac{N.D}{\mathrm{R}}\right)$; & par une ſubſtitution ſemblable dans la valeur de $A'''q' = \frac{\mathrm{R}}{N^2} - \frac{\mathrm{R}.R'''}{N.R''} + R'''$, on trouve $A'''q' = \frac{(N+1)\,D.R'''}{\mathrm{R}+N.D}$.

En ſuppoſant $D = \frac{t.\mathrm{R}}{N}$, les expreſſions précédentes ſe ſimplifient. On trouve $R'' = \frac{(N-t)(t+1)}{N+1} \times \frac{\mathrm{R}}{N}$ & $R''' = \frac{(N-t)(t+1)}{N(2t+1)-tt} \times \frac{\mathrm{R}}{N}$; $A''A''' = \frac{(N-t)(t+1)^2}{(2t+1)N-tt} \times \frac{\mathrm{R}}{N}$ & $A'''q' = \frac{t(N-t)^2(N+1)}{N((2t+1)N-tt)} \times \frac{\mathrm{R}}{N}$.

590. Dans les Articles 580 & 582 ſur leſquels la recherche précédente eſt fondée, on ſuppoſe que le rayon ou l'axe $A'B''B'''q'$ du pinceau paſſe preſque perpendiculairement au travers des lentilles $A''B''$, $A'''B'''$. Cette ſuppoſition eſt ſenſiblement vraie, quelle que ſoit la figure des lentilles, dans les pinceaux voiſins de celui qui part du point de l'objet ſitué dans l'axe. Mais dans les pinceaux plus obliques, elle ne peut plus être admiſe, à moins qu'on ne donne aux lentilles des figures convenables. Or, ces figures ſont parfaitement conformes à celles qu'on trouve par l'Art. 506 pour les lentilles qui produiſent les aberrations les plus petites dans des poſitions données des foyers correſpondans. Car on peut démontrer que l'aber-

ration eſt la plus petite, lorſque le rayon incident & le rayon émergent ſont également inclinés aux faces de la lentille, dans lequel cas le rayon paſſe auſſi perpendiculairement qu'il eſt poſſible. Si donc l'on nomme b le rayon de la ſurface antérieure de la lentille $A''B''$ & c le rayon de la ſurface poſtérieure, il faudra que $\frac{1}{b} = \frac{q}{A''q} + \frac{p}{A'A''}$, & que $\frac{1}{c} = \frac{p}{A''q} + \frac{q}{A'A''}$, ou, ayant ſubſtitué les valeurs $(t+1)\frac{R}{N}$, $(N-t)\frac{R}{N}$ de $A''q$ & de $A'A''$, $\frac{1}{b} = (\frac{q}{t+1} + \frac{p}{N-t})\frac{N}{R}$ & $\frac{1}{c} = (\frac{p}{t+1} + \frac{q}{N-t})\frac{N}{R}$.

591. De même, ſi on nomme b′ le rayon de la ſurface antérieure de la lentille $A'''B'''$, & c′ le rayon de la ſurface poſtérieure, il faudra que $\frac{1}{b'} = \frac{q}{A'''q'} - \frac{p}{A'''q}$ & que $\frac{1}{c'} = \frac{p}{A'''q'} - \frac{q}{A'''q}$, ou, en ſubſtituant à la place de $A'''q'$ & de $A'''q$, leurs valeurs $\frac{t(N-t)(N+1)}{N((2t+1)N-tt)} \times \frac{R}{N}$, $\frac{t(t+1)(N+1)}{(2t+1)N-tt} \times \frac{R}{N}$, $\frac{1}{b'} = (\frac{Nq}{N-t} - \frac{p}{t+1})\frac{(2t+1)N-tt}{t(N+1)} \times \frac{N}{R}$ & $\frac{1}{c'} = (\frac{Np}{N-t} - \frac{q}{t+1})\frac{(2t+1)N-tt}{t(N+1)} \times \frac{N}{R}$, ou, ſi l'on veut, $b' = \frac{A'''q'}{q - \frac{N-t}{t+1} \times \frac{p}{N}}$ & $c' = \frac{A'''q'}{p - \frac{N-t}{t+1} \times \frac{q}{N}}$, q étant $= \frac{2+m}{2(1-m)(1+2m)}$ & $p = \frac{4m^2+m-2}{2(1-m)(1+2m)}$.

592. Voyons enfin quel ſera le champ de la lunette. Qu'on conçoive que $A'''B'''$ ſoit la moitié de la largeur de l'oculaire le plus proche de l'œil, l'angle $A'''q'B'''$ ſera la moitié de celui ſous lequel on apperçoit l'eſpace qu'on peut découvrir au travers de la lunette, l'œil étant à la place q' qu'il doit occuper, & la lentille intermédiaire $A''B''$ étant ſuppoſée avoir aſſez d'ouverture. La tangente de cet angle pour le rayon 1 eſt $\frac{A'''B'''}{A'''q'}$, & le demi-diametre du champ de la lunette eſt à cet angle $A'''q'B'''$ comme 1 eſt à N. Mais on a coutume de faire la largeur la plus grande qu'on puiſſe donner à une lentille, égale au Fig. 574.

rayon de la ſurface la plus courbe. Or, la ſurface qui a le plus de courbure dans la lentille $A'''B'''$ eſt ſa ſurface antérieure dont on vient de déterminer le rayon b'; on aura donc $\frac{A'''B'''}{A'''q'}$ $= \frac{\frac{1}{2}}{q - \frac{N-t}{t+1} \times \frac{p}{N}}$, de ſorte que le diametre du champ de la lunette eſt à l'angle dont la tangente eſt $\frac{\frac{1}{2}}{q - \frac{N-t}{t+1} \times \frac{p}{N}}$ comme 2 eſt à N; & c'eſt là le champ le plus grand qu'admette la figure des oculaires déterminée dans les deux Art. préc.

593. Quoique ces figures ſoient abſolument néceſſaires pour que l'inſtrument repréſente les objets avec toute la netteté qu'il eſt poſſible d'avoir, je croirais cependant, dit M.r Klingenſtierna, qu'on peut s'écarter un peu de la rigueur de ces regles, ſans perdre beaucoup du côté de la diſtinction, quand les autres circonſtances portent à le faire. Ainſi, ſi on veut avoir plus de champ que n'en donne la regle précédente, on pourra donner à la lentille $A'''B'''$ la figure qui ſatisfera le mieux à cet objet, en conſervant toutefois la diſtance focale. Au reſte, il eſt difficile, ajoûte M.r Klingenſtierna, de dire préciſément juſqu'à quel point on peut, ſans perdre ſenſiblement du côté de la netteté, s'écarter de ce que la théorie preſcrit : on le déterminera très-bien par l'expérience.

594. Dans les Articles 580 & 582 les lentilles ſont ſuppoſées très-minces & par conſéquent les réfractions que ſouffrent les rayons, très-petites. M.r Klingenſtierna obſerve avec raiſon, au ſujet de cette hypotheſe, que les concluſions qu'on en a tirées & qu'on a employées comme principes, dans l'Art. 589, s'écartent d'autant plus de la vérité, quand on les applique aux oculaires $A''B''$, $A'''B'''$, que les angles d'inflexion du rayon $A'B''B'''q'$ aux points B'' & B''', ſont plus grands. Il faut donc éviter qu'aucun de ces angles ſoit trop grand, & le plus ſûr parti, pour empêcher que cela ne ſoit, eſt de les rendre égaux; car s'ils ſont inégaux, la grandeur de l'un fait perdre du côté de la diſtinction plus que la petiteſſe de l'autre ne fait gagner. Prolongeant donc $A'B''$ & $q'B'''$ juſqu'à ce qu'elles ſe rencontrent en C, & ſuppoſant les angles $CB''B'''$, $CB'''B''$ égaux,

Fig. 574.

la figure $A'B''CB'''q'$ devenant d'une largeur infiniment petite, $q'q$ devient égale à $q'B'''$ ou $q'A'''$. Mais retranchant la valeur de $A'''q'$ (*Art.* 589) de celle de $A'''q$ (*Art.* 591), afin d'avoir $q'q$, on a en général $q'q : A'''q' :: t(N+1) : N-t$. Ainſi faiſant $t(N+1) = N-t$, on aura $t = \frac{N}{N+2}$; d'où il ſuit que la diſtance de la lentille intermédiaire $A''B''$ au foyer de l'objectif, qu'on a ſuppoſée (*Art.* 589) $= \frac{t\mathrm{R}}{N}$, peut ſe prendre $= \frac{\mathrm{R}}{N+2}$, ou, ſans erreur ſenſible, $= \frac{\mathrm{R}}{N}$, pourvu que N ſoit un nombre aſſez grand, comme c'eſt l'ordinaire.

595. Au reſte, comme le remarque M.r Klingenſtierna, cette détermination du nombre t & par conſéquent des places des oculaires ne ſemble pas être d'une néceſſité ſi abſolue qu'on ne puiſſe s'en écarter un peu ſans un grand inconvénient; car elle eſt, ainſi que celle des formes des lentilles (*Art.* 590 & 591), dans le cas du *maximum* ou du *minimum*, où, ſi l'on vient à s'écarter un peu de la regle, l'effet n'en ſouffre pas ſenſiblement.

596. Si, dans les expreſſions trouvées (*Art.* 589, 590, 591 & 592) pour les diſtances focales, les formes, les places & l'effet des oculaires, on écrit à la place de t ſa valeur $\frac{N}{N+2}$, on aura les expreſſions ſuivantes, dans leſquelles on ſe ſouviendra que R eſt la diſtance focale de l'objectif ſimple ou compoſé, & N le nombre de fois que les objets ſont amplifiés. On a joint à ces valeurs les valeurs approchées des mêmes quantités, en faiſant N aſſez grand.

		Valeurs approchées.
Diſtance de la lentille intermédiaire $A''B''$ au foyer de l'objectif . .	$= \frac{\mathrm{R}}{N+2}$	ou $\frac{\mathrm{R}}{N}$
Diſtance focale de cette lentille .	$= \frac{2(N+1)\mathrm{R}}{(N+2)^2}$	ou $\frac{2\mathrm{R}}{N}$
Rayon de la ſurface antérieure de la même lentille	$= \frac{2(N+1)\mathrm{R}}{(N+2)(Nq+2p)}$	ou $\frac{2\mathrm{R}}{Nq}$
Rayon de la ſurface poſtérieure .	$= \frac{2(N+1)\mathrm{R}}{(N+2)(Np+2q)}$	ou $\frac{2\mathrm{R}}{Np}$
Diſtance focale de la lentille $A'''B'''$ la plus proche de l'œil.	$= \frac{2(N+1)\mathrm{R}}{N(3N+4)}$	ou $\frac{2\mathrm{R}}{3N}$
Rayon de la ſurface antérieure		

de cette lentille. . . . . $= \frac{2(N+1)R}{N(3N+4)(2q-p)}$ ou $\frac{2R}{3N(2q-p)}$

Rayon de la ſurface poſtérieure. $= \frac{2(N+1)R}{N(3N+4)(2p-q)}$ ou $\frac{2R}{3N(2p-q)}$

L'intervalle des lentilles $A''B''$, $A'''B'''$ . . . . $= \frac{4(N+1)^2R}{N(N+2)(3N+4)}$ ou $\frac{4R}{3N}$

Diſtance $A'''q'$ de l'œil à la lentille la plus proche. . . . . $= \frac{(N+1)R}{N(3N+4)}$ ou $\frac{R}{3N}$

Diametre du champ de la lunette $= \frac{2}{N} \times$ Ang. tang. $\frac{1}{2q-p}$.

597. Il ne ſera pas inutile de faire obſerver que l'on ne réuſſira à donner à l'objectif & aux oculaires d'une lunette les formes néceſſaires pour la deſtruction des aberrations, qu'autant qu'on aura déterminé avec exactitude les forces réfringentes des matieres qu'on employera. Ainſi quoique nous en ayons déja donné diverſes méthodes dans les Notes 395, 396 & ſuivantes, nous ne croyons pas devoir terminer ce Chapitre ſans en faire connaître encore une autre qu'on a employée avec ſuccès, nous voulons parler de celle des priſmes combinés dont M.r Dollond s'eſt ſervi, & que M.rs Clairaut & d'Alembert ont perfectionnée. Car on ſent de quel avantage eſt la multiplicité des méthodes, lorſqu'il s'agit de déterminer avec préciſion des élémens auſſi délicats & en même tems auſſi importans que le ſont le rapport de la réfraction moyenne & celui de la diſperſion.

598. Cette méthode telle que M.r Dollond l'employait, conſiſtait, comme nous l'avons déja dit, à regarder au travers de deux priſmes adoſſés, les objets éclairés, & à changer peu à peu les angles de ces priſmes, juſqu'à ce que les objets paruſſent au travers de leur couleur naturelle. M.r Clairaut, au lieu de ſe ſervir de ce double priſme à regarder les objets éclairés, a imaginé de le placer dans la chambre obſcure, & examinant enſuite l'image qu'il donnait en rompant un faiſceau de rayons ſolaires; ce n'a été que lorſqu'elle s'eſt trouvée exactement blanche, qu'il a été parfaitement ſûr que les différentes réfrangibilités de rayons colorés s'étaient compenſées. Comme un léger changement dans les angles des priſmes s'apperçoit beaucoup mieux dans la couleur de l'image du ſoleil que dans la teinte des objets éclairés, il eſt évident que cette maniere

de se servir des deux prismes combinés est très-préférable à celle dont M.r Dollond les employait.

599. L'avantage de cette méthode s'est d'ailleurs manifesté par la découverte qu'elle a occasionnée d'un fait important; savoir, que les prismes combinés ne détruisent pas aussi parfaitement les iris que M.r Dollond l'avait pensé. M.r Clairaut a remarqué dans le cours des expériences qu'il a faites, tant pour vérifier les rapports de réfringence & de dispersion donnés par M.r Dollond, que pour déterminer ceux d'autres matieres, que des prismes combinés au travers desquels les objets ne paraissaient nullement décolorés, étant placés dans la chambre obscure, donnaient une image du soleil aux bords de laquelle on appercevait une légere teinte de couleur : ce qui provient, comme l'observe M.r Clairaut, de ce que les dispersions particulieres de chaque espece de rayons colorés ne sont pas exactement proportionnelles à la dispersion totale. Heureusement que la quantité dont il s'en faut que ces dispersions particulieres ne soient proportionnelles à la dispersion totale, étant d'autant plus petite que les angles des prismes sont plus petits, devient insensible dans les lentilles adossées, ou dans les objectifs composés, dans lesquels les angles formés par les surfaces réfringentes sont extrêmement petits.

600. La méthode des prismes combinés a gagné encore un autre avantage à passer par les mains de M.r Clairaut : elle est devenue beaucoup plus facile à employer. Afin de pouvoir déterminer aisément les véritables angles que doivent avoir les prismes pour détruire les effets de la différence de réfrangibilité, il a imaginé de donner à l'une des faces de l'un des prismes, une forme exactement cylindrique. Par cet expédient, on peut choisir facilement, entre une infinité d'angles, celui qui est nécessaire pour donner une image blanche, en faisant passer le trait de lumière par l'un ou par l'autre point de la surface cylindrique.

Enfin, Mr. d'Alembert a rendu la méthode des prismes combinés d'un usage encore beaucoup plus commode. Comme après l'expérience faite, il faut toujours avoir recours à quelques formules pour déterminer les forces réfringentes des matières des prismes, ce grand Géometre en a donné qui ont un tel degré de généralité que même on est dispensé de faire varier les angles de ces prismes : ces angles peuvent même être tels qu'on voudra, & il ne s'agira que d'incliner plus ou moins le prisme combiné pour suppléer au défaut de variation dans l'angle d'un de ceux qui le composent. Nous allons donner ces formules.

Fig. 575. 601. Soient deux prismes ABC, DCE disposés de manière que l'angle réfringent B de l'un étant tourné en bas, l'angle réfringent C de l'autre soit tourné en haut. Soit un rayon de lumière FG tombant sur sa face AB du premier, rompu dans ce prisme suivant GK, à sa sortie suivant KL, & dans le second prisme suivant LI, dont il sort enfin suivant IN. Soient HGS, OKS, QLM, PIM perpendiculaires aux faces de ces prismes. Soient l'angle réfringent ABC, l'angle BCD que forment entr'elles les faces BC, DC des deux prismes, & l'angle réfringent DCE, désignés par a, c, b respectivement; & soient l'angle $FGH = k$, $KGS = g$, $LKO = h$, $ILM = q$, $PIN = r$. Il est clair que l'angle $GKS = a - g$; car menant GT perpendiculaire sur BC, il est évident que $GKS = KGT = SGT - SGK = GBK - SGK = a - g$; on trouve de même que $QLK = h - c$, & $LIM = b - q$. Soient enfin P & P' les rapports de réfraction en passant de l'air dans le prisme ABC & dans le prisme DCE.

602. Il est clair qu'on aura sin. $g = \frac{1}{P}$ sin. k, sin. $h = P$ sin. $(a - g)$, sin. $q = \frac{1}{P'}$ sin. $(h - c)$, & sin. $r = P'$ sin. $(b - q)$, formules qui auront encore lieu, quand même les deux prismes ne se toucheraient pas en C, pourvu que leurs faces BC, CD étant prolongées, fassent un angle égal à c.

603. Si les faces BC, CD des deux prismes se touchent, alors l'angle c devient $= 0$; & le rayon passant immédiatement du premier prisme dans le second, sans entrer auparavant dans l'air, il est évident que sin. h peut être entierement négligé; & alors on aura sin. $g = \frac{1}{P}$ sin. k, sin. $q = \frac{P}{P'}$ sin. $(a - g)$ & sin. $r = P'$ sin. $(b - q)$

604. Avant d'aller plus loin, remarquons que la réfraction totale dans ces deux prismes, c'est-à-dire, l'angle des rayons FG, IN, est $= k - a + c - r + b$, ou $r - b - c + a - k$, selon que le rayon émergent IN est moins ou plus incliné à l'horison que le rayon incident FG. Car dans le premier prisme

prisme l'angle KVR des deux rayons FG, $KL = VGK + VKG = FGH - KGS + LKO - GKS = k - g + h - a + g = k + h - a$; on trouve de même que l'angle des rayons KL, $IN = h - c + r - b$. Retranchant ce dernier angle du premier, ou le premier de ce dernier, selon que le rayon IN est plus ou moins incliné à l'horison que le rayon FG, on aura pour l'angle que font les rayons IN & FG, $k - a + c - r + b$, ou $r - b - c + a - k$; & c ayant été supposé en dernier lieu $= 0$, cet angle sera $k - a + b - r$, ou $r - b + a - k$.

605. Voyons maintenant comment lorsque les rayons sortent blancs des deux prismes, on détermine les forces réfringentes de ces prismes. Remarquons d'abord que nommant s l'angle des rayons IN, FG, on a $r = k \mp s - a + b$; donc sin. $(k \mp s - a + b) = P'$ sin. $(b - q)$ & par conséquent $P' = \frac{\text{sin.}(k \mp s - a + b)}{\text{sin.}(b - q)}$; donc sin. $q = \frac{P \text{ sin.}(b - q) \text{ sin.}(a - g)}{\text{sin.}(k \mp s - a + b)}$; donc $\frac{\text{sin.}(k \mp s - a + b) \text{ sin.} q}{P \text{ sin.}(a - g)} = \text{sin.}(b - q) = \text{sin.} b \text{ cos.} q - \text{sin.} q \text{ cos.} b$; donc $\frac{\text{sin.}(k \mp s - a + b)}{P \text{ sin.}(a - g)} \times \frac{\text{sin.} q}{\text{cos.} q} + \text{cos.} b \times \frac{\text{sin.} q}{\text{cos.} q} = \text{sin.} b$, qui donne tang. $q = \frac{P \text{ sin.} b \text{ sin.}(a - g)}{\text{sin.}(k \mp s - a + b) + P \text{ cos.} b \text{ sin.}(a - g)}$.

606. Or il est facile de connaître toutes les quantités qui entrent dans le second membre de cette équation. D'abord P se détermine par la méthode exposée, Notes 395, 396 & suivantes, ou par celle de la Note 405; les angles a & b des deux prismes se mesurent aisément par le moyen indiqué, Note 394; l'angle k est le complément de AGF qui est égal à la différence de l'angle que fait la face AB avec l'horison & de la hauteur du soleil. Or, M.r d'Alembert donne un moyen tout simple de connaître l'angle que fait AB avec l'horison. Ce moyen est d'approcher de ce côté AB, après avoir fixé le prisme, le côté DO d'un quart de cercle, jusqu'à ce que ce côté tombe exactement sur le côté AB; l'angle fait par AB & par le fil à plomb DF, est le complément de l'angle fait par le côté AB & l'horison. Enfin, on connaîtra l'angle s, en mesurant l'angle que les rayons blancs émergens IN font avec l'horison, & en retranchant de cet angle la hauteur du soleil, ce qui donnera l'angle s Fig. 576.

avec le ſigne qui lui convient, c'eſt-à-dire, avec le ſigne — ou avec le ſigne + ; quant à l'angle g, on le connaîtra par cette équation $\text{ſin.}\, g = \frac{1}{p}\,\text{ſin.}\, k$. Ainſi on a tout ce qu'il faut pour connaître q & par conſéquent P'.

607. Ce qui nous reſte à faire actuellement eſt de trouver le rapport des diſperſions dans les matières des deux priſmes. Pour cela, remarquons que la lumière ſortant blanche, la différence de ſin. r doit être égale à zero, c'eſt-à-dire, que $d(P'\,\text{ſin.}\,(b - q)) = 0$, ou que $dP' = \frac{P'.\, dq \,.\, \text{coſ}\,(b-q)}{\text{ſin.}\,(b-q)}$. De plus l'équation $\text{ſin.}\, q = \frac{P}{P'}\ \text{ſin.}\ (a - g)$ donne $dq = \frac{dP}{P'} \times \frac{\text{ſin.}\,(a-g)}{\text{coſ.}\, q} - \frac{P\,dP'}{P'P'} \times \frac{\text{ſin.}\,(a-g)}{\text{coſ.}\, q} - \frac{dg\,\text{coſ.}\,(a-g)}{\text{coſ.}\, q} \times \frac{P}{P'}$, & l'équation $\text{ſin.}\, g = \frac{1}{P}\,\text{ſin.}\, k$ donne $dg = -\frac{dP\ \text{ſin.}\, k}{PP.\,\text{coſ}\, g}$. Subſtituant cette valeur de dg dans celle de dq & celle-ci dans l'équation $dP' = \frac{P'.\, dq \,.\, \text{coſ.}\,(b-q)}{\text{ſin.}\,(b-q)}$, on aura $dP' = \frac{\text{coſ.}\,(b-q)}{\text{ſin.}\,(b-q)} \times \left(dP \times \frac{\text{ſin.}\,(a-g)}{\text{coſ.}\, q} - \frac{P\,dP'}{P'} \times \frac{\text{ſin.}\,(a-g)}{\text{coſ.}\, q} + \frac{dP}{P} \times \frac{\text{ſin.}\, k\,\text{coſ.}\,(a-g)}{\text{coſ.}\, g\,\text{coſ.}\, q}\right)$, d'où l'on tirera enfin

$$\frac{dP'}{dP} = \frac{\frac{\text{ſin.}\,(a-g)}{\text{coſ.}\, q} + \frac{\text{ſin.}\, k}{P} \times \frac{\text{coſ.}\,(a-g)}{\text{coſ.}\, g \,.\, \text{coſ.}\, q}}{\text{tang.}\,(b-q) + \frac{P}{P'} \times \frac{\text{ſin.}\,(a-g)}{\text{coſ.}\, q}}.$$

608. Si les angles des priſmes ſont aſſez petits, & que le rayon incident & le rayon émergent faſſent des angles d'un très-petit nombre de degrés avec les cathetes d'incidence & d'émergence, alors on aura $\text{ſin.}\ k = k$, $\text{ſin.}\ a - g = a - g$, $\text{coſ.}\, g = 1$, $\text{coſ.}\ a - g = 1$, $\text{coſ.}\, q = 1$, & les formules de l'Art. 603 deviendront $g = \frac{k}{P}$, $q = \frac{P}{P'}\,(a - g)$, & $\text{tang.}\, b - q$ ſera $= b - q$. Alors l'équation précédente ſe réduira à $\frac{dP'}{dP} = \frac{a}{b}$, équation très-ſimple qui apprend que la connaiſſance ſeule du rapport des angles que doivent avoir deux priſmes de matières différentes, pour ne pas décolorer les objets, ſuffit, pourvu que ces angles ſoient petits, pour donner celle du rapport des diſperſions qui ont lieu dans les deux matieres.

609. M.r d'Alembert obſerve que l'on peut encore déterminer

P' mais non $\frac{dP'}{dP}$, au moyen d'une autre expérience, qui consiste à regarder un objet F au travers de deux prismes combinés, & à chercher dans quelle situation de ce double prisme, on apperçoit l'objet à la même hauteur qu'à la vue simple ; car alors les rayons émergens IN étant paralleles aux incidens FG, $r = k - a + b$, & l'on trouve en procédant comme dans l'Art. 605, $P' = \frac{\text{sin.}(k-a+b)}{\text{sin.}(b-q)}$, & tang. $q = \frac{P \text{ sin. } b \text{ sin. }(a-g)}{\text{sin }(k-a+b) + P \text{ cos. } b \text{ sin. }(a-g)}$; & tout se réduira à mesurer l'angle FGA, afin d'avoir son complément k, ce que l'on fera par une méthode semblable à celle de l'Article 606.

CHAPITRE XI.

De la théorie des aberrations appliquée à la recherche des limites de perfection des microscopes dioptriques & catoptriques ; & détermination des proportions de ces instrumens.

PROBLÊME I.

610. *ÉTant donné le point d'où partent des rayons homogenes qui tombent sur une surface sphérique réfringente ou réfléchissante, trouver les aberrations des rayons rompus ou réfléchis.*

Soit Q le point d'où partent les rayons, & q le foyer de ceux qui sont rompus ou réfléchis infiniment près de l'axe ; soit QI un rayon tombant en O sur la surface sphérique IO, dont le demi-diametre est SO ; IK le rayon rompu ou réfléchi, ou son prolongement, coupant l'axe $OSqQ$, en K ; IX le sinus de l'arc IO. Soient $QO = a$, $SO = b$, $OX = h$, & le rapport de réfraction représenté par celui de 1 à m. Je dis que si le rayon est rompu, l'aberration $qK = \frac{(a-b)^2}{\left(a + \frac{mb}{1-m}\right)^2} \times \frac{m^2(a-b) - mb}{(1-m)a} \times h$, & que s'il est réfléchi $qK = \frac{(a-b)^2}{(a-\frac{1}{2}b)^2} \times \frac{1}{2} h$. Fig. 577 & 578.

Fig. 579. Soit menée $BSZM$ parallele à IQ, coupant en Z, IK prolongée ; & soit SA perpendiculaire à QI. Soient t & M les foyers de rayons rompus, les rayons incidens étant supposés paralleles & infiniment proches des demi-diam. SO, SB. Par l'Art. 224, $SM = St = \frac{mb}{1-m}$, & si le rayon QI était parallele à SO, son aberration ty ferait $= \frac{mmh}{1-m}$, par l'Article 441 ; & par l'Art. 445, l'aberration $MZ : ty :: SA^2 : IX^2 :: SQ^2 : QI^2$ ou QO^2 ; d'où l'on a MZ ou $z = (\frac{a-b}{a})^2 \times \frac{mmh}{1-m}$, & $SZ = \frac{mb}{1-m} - z$. Or, à cause des triangles semblables QKI, SKZ, $QK : QS :: QI : QI + SZ$; donc faisant $QI = q$, on a $QK = \frac{(a-b)q}{q + \frac{mb}{1-m} - z}$; ainsi supposant que I s'approche de O & coïncide avec ce point & que par conséquent K tombe en q, on a $Qq = \frac{(a-b)a}{a + \frac{mb}{1-m}}$; ensorte que l'aberration

$$qK = QK - Qq = (a-b) \times \frac{az - \frac{mb}{1-m} \times (a-q)}{(q + \frac{mb}{1-m} - z)(a + \frac{mb}{1-m})}.$$

Du demi-diametre QI soit décrit l'arc IE, lequel coupe SO en E ; nommant OE, e, on a $q = a - e$; substituant dans la valeur de qK, on aura $qK = \frac{(a-b)(az - \frac{mbe}{1-m})}{(a + \frac{mb}{1-m} - e - z)(a + \frac{mb}{1-m})} = \frac{a-b}{(a + \frac{mb}{1-m})^2} \times (az - \frac{mbe}{1-m})$, à cause que $(a + \frac{mb}{1-m})$ $(e + z)$ est extrêmement petite par rapport à $(a + \frac{mb}{1-m})^2$. Or, par l'Art. 440, $XO : XE :: QE : SO$ qui se change en $XO : EO :: QE$ ou $QO : QS$; d'où l'on a $e = \frac{a-b}{a} \times h$. Substituant les valeurs de e & de z, on aura enfin l'aberration

$$qK = \frac{(a-b)^2}{(a + \frac{mb}{1-m})^2} \times \frac{mm(a-b) - mb}{(1-m)a} \times h.$$

Si le rayon eſt réfléchi, il n'y aura qu'à faire $m = -1$, Fig. 578.
dans l'expreſſion précédente, & l'on aura alors, pour le cas préſent, $qK = \frac{(a-b)^2}{(a-\frac{1}{2}b)^2} \times \frac{1}{2} h$. Car l'angle de réfraction devient l'angle de réflexion, en le ſuppoſant négatif & egal à l'angle d'incidence; & ſon ſinus m qui alors eſt négatif & égal au ſinus d'incidence, eſt par conſéquent $= -1$.

611. COROLL. I. Si l'on nomme IX, k, l'aberration qK pour un rayon rompu, $= \frac{(a-b)^2}{(a+\frac{mb}{1-m})^2} \times \frac{mm(a-b)-mb}{2(1-m)ab} \times kk$ *, & pour un rayon réfléchi, $qK = \frac{(a-b)^2}{(a-\frac{1}{2}b)^2} \times \frac{kk}{4b}$: car $OX : XI :: XI : 2OS$, à très-peu près.

612. COROLL. II. Si l'on ſuppoſe b infinie, la ſurface réfringente ou réfléchiſſante devient plane; & alors l'aberration produite par la ſurface réfringente, c'eſt-à-dire, $qK = \frac{1-mm}{m} \times \frac{kk}{2a}$, & l'aberration produite par la ſurface réfléchiſſante eſt nulle.

613. COROLL. III. Lorſque le point d'incidence eſt donné, l'aberration longitudinale qK d'un rayon réfléchi, eſt comme le carré de la diſtance Sq du foyer q au centre de la ſurface. Car, par le Problême, qK eſt à l'aberration $\frac{1}{2} h$, du foyer T des rayons paralleles (*Art 446*), comme QS^2 eſt à QT^2, ou comme Sq^2 eſt à ST^2, à cauſe que QT, ST, qT étant en proportion continue (*Art. 207*), elles ſont proportionnelles à leurs ſommes ou à leurs différences.

614. COROLL. IV. Lorſque a & b ſont données, l'aberration longitudinale d'un rayon rompu ou réfléchi, le plus éloigné de l'axe, eſt, par le Coroll. I. comme le carré de la moitié de l'ouverture de la ſurface.

* Cette expreſſion de l'aberration occaſionnée par la ſphéricité d'une ſurface réfringente, ne differe de celle de l'Art. 478 que par la forme. Il en eſt de même de l'aberration d'une lentille que l'on trouve dans le problême ſuivant comparée à celle de la Note 702. Il paraît donc que l'on eût pu ſupprimer le préſent Problême (l'expreſſion de l'aberration d'un miroir pouvant ſe déduire aiſément de l'expreſſion de l'Article 478, après y avoir introduit la valeur de f, & faiſant enſuite $m = -1$) & celui qui ſuit; & nous l'aurions fait ſi nous n'avions craint que, ces Problêmes étant de l'Auteur, on en eût déſapprouvé la ſuppreſſion.

Fig. 580. 615. LEMME I. *Soient sur le demi-diametre* or *de la surface sphérique* oE *prolongé*, p′ *&* p *des foyers correspondans de rayons rompus*, *&* s′ *&* s *deux autres foyers correspondans*; *si* p′ *&* s′ *étant les points d'où partent les rayons incidens ou vers lesquels ils tendent*, *leur intervalle* p′s′ *est extrêmement petit*, *l'intervalle* ps *des foyers des rayons rompus sera* $\frac{mcc}{[(1-m)p'-c]^2} \times p's'$; $\frac{1}{m}$ *étant toujours*, *comme dans le Problême précédent*, *le rapport de réfraction.*

Soit t le foyer de rayons paralleles venant en sens contraire des rayons incidens qui viennent de p'. Par l'Article 224, $ot = \frac{1}{1-m} \times or$, & $rt = \frac{m}{1-m} \times or$; & par l'Art. 238, $p't : p'r :: p'o : p'p$, qui se change en $p't : tr :: p'o : po$, c'est-à-dire, (en supposant $or = c$, $op' = p'$, $ot = t$, & $op = p$) $\frac{c}{1-m} - p' : \frac{mc}{1-m} :: p' : p = \frac{mcp'}{c-(1-m)p'}$; & par conséquent mettant s & s' à la place de p & de p' on a $s = \frac{mcs'}{c-(1-m)s'}$; ensorte que la distance $ps = p - s = \frac{mcc(p'-s')}{[c-(1-m)p'][c-(1-m)s']} = \frac{mcc}{[c-(1-m)p']^2} \times p's' = \frac{mcc}{[(1-m)p'-c]^2} \times p's'$.

616. PROBLÊME II. *Étant donné le point d'où partent les rayons qui tombent sur une lentille*, *trouver les aberrations des rayons rompus.*

Fig 581 & 582. Soit $OIEo$ la lentille donnée; R le centre de la premiere surface OI; r le centre de la seconde surface oE; & soit dans l'axe $oOrR$, P le point d'où partent les rayons incidens & p le foyer des rayons rompus infiniment près de l'axe, par la lentille : il s'agit de trouver l'aberration pl du rayon $PIEl$. Par les points d'incidence & d'émergence I, E soient menées IV, Ev perpendiculaires à l'axe; soit nommée D la différence des épaisseurs Oo, Vv, & soient $OP = a$, $OR = b$, $or = c$, $IV = k$ & $Ev = k'$; & soit de plus le rapport de réfraction exprimé par celui de 1 à m.

Soit p' le point où concourent avec l'axe, après avoir été rompus par la premiere surface OI, les rayons partis de P, infiniment proches de cet axe, & soit s' le point où un rayon PI tombant en I ſur la même ſurface OI, concourt avec l'axe, après avoir été rompu par cette ſurface. L'aberration $p's'$ de ce rayon eſt, par l'Art. 611, $= \frac{(a-b)^2}{(a+\frac{mb}{1-m})^2} \times \frac{mm(a-b)-mb}{2(1-m)ab} \times kk$.

Le rayon rompu IE rencontrant la ſeconde ſurface oE ſuivant une direction qui concourt en s', ſoit s le point où concourraient, après avoir été rompus par cette ſurface, les rayons infiniment proches de l'axe qui tomberaient ſur cette ſurface avec des directions qui paſſeraient auſſi par s', & ſoient nommées os, s & Op', p'; ſuppoſant que l ſoit le point où concourt avec l'axe, le rayon IE, après avoir été rompu par la ſurface oE, pour avoir l'expreſſion de l'aberration sl de ce rayon, on mettra dans l'expreſſion générale de l'aberration (*Art.* 611) s', c, $\frac{1}{m}$ à la place de a, b, m reſpectivement, & l'on aura l'aberration $sl = \frac{(s'-c)^2}{(s'-\frac{c}{1-m})^2} \times \frac{c-s'+mc}{2m(1-m)s'c} \times k'k' = \frac{(p'-c)^2}{(p'-\frac{c}{1-m})^2} \times \frac{c-p'+mc}{2m(1-m)p'c} \times kk$, p' & s' différant extrêmement peu ainſi que k' & k. Mais les rayons infiniment proches de l'axe, dont le foyer eſt en p', après avoir été rompus par la premiere ſurface, ont leur foyer en p, après avoir été rompus enſuite par la ſeconde, de ſorte que ces deux points p' & p ſont des foyers correſpondans; donc, par le Lemme précédent, $ps = \frac{mcc}{[(1-m)p'-c]^2} \times p's' = \frac{mcc}{[(1-m)p'-c]^2} \times \frac{(a-b)^2}{(a+\frac{mb}{1-m})^2} \times \frac{mm(a-b)-mb}{2(1-m)ab} \times kk = \frac{m(1-m)(a-b)^2c^3}{[(1-m)(b-c)a-mbc]^2} \times \frac{m^2(a-b)-mb}{2abc} \times kk$, en mettant pour p' ſa valeur $\frac{ab}{(1-m)a+mb}$. Subſtituant cette même valeur de p' dans la valeur de sl, on aura $sl = \frac{(1-m)[a(b-c)-mc(b-a)]^2}{[(1-m)(b-c)a-mbc]^2} \times \frac{(1-m^2)ac+m(1+m)bc-ab}{2mabc} \times kk$; ajoûtant ps & sl & faiſant les multiplications & réductions néceſſaires, on trouve que l'aberration

$$pl = \frac{\begin{array}{c}-a^2b^3-(m^2+2m-3)a^2b^2c-(2m^3-m^2-4m+3)a^2bc^2+(2m^3\\ -2m+1)a^2c^3+(m^2+3m)ab^3c+(4m^3+2m^2-6m)ab^2c^2\\ -(4m^3+3m^2-3m)abc^3-(2m^3+3m^2)b^3c^2+(2m^3+3m^2)b^2c^3\end{array}}{[(1-m)(b-c)a-mbc]^2} \times \frac{(1-m)kk}{2mbc}.$$

617. Cette expreſſion peut être miſe ſous une forme un peu plus ſimple en y introduiſant D à la place de k, ce que l'on peut aiſément, en faiſant attention que $Oo - Vv$ ou $D = ov - OV = \frac{kk}{2c} - \frac{kk}{2b} = \frac{b-c}{2bc} \times kk$, ce qui donne $kk = \frac{2bc}{b-c} \times D$. Subſtituant cette valeur de kk & diviſant par $b - c$, on aura

$$pl = \frac{-a^2b^2 - (m^2+2m-2)a^2bc - (2m^3-2m+1)a^2c^2 + (m^2+3m)ab^2c + (4m^3+3m^2-3m)abc^2 - (2m^3+3m^2)b^2c^2}{[(1-m)(b-c)a - mbc]^2} \times \frac{1-m}{m} D.$$

618. COROLL. I. Lorſque les rayons incidens ſont paralleles, c'eſt-à-dire, que a eſt infinie, l'aberration

$$pl = \frac{-b^2 - (m^2+2m-2)bc - (2m^3-2m+1)c^2}{2m(1-m)(b-c)bc} \times kk, \text{ ou}$$

$$= \frac{-b^2 - (m^2+2m-2)bc - (2m^3-2m+1)c^2}{m(1-m)(b-c)^2} \times D.$$

Fig. 583. 619. Une lentille convexe & une concave étant ſuppoſées ſans épaiſſeur l'une à ſes bords, l'autre à ſon milieu, lorſque le rayon tombe ſur le bord de l'une ou de l'autre de ces lentilles, D devient égale à la différence des ſinus verſes de la moitié des arcs que comprennent leurs ſurfaces. Je nomme alors D l'épaiſſeur de la lentille, laquelle étant donnée, nous avons l'aberration du rayon extrême par l'une ou l'autre des expreſſions précédentes.

620. COROLL. II. L'épaiſſeur D & la diſtance focale R de la lentille, & le rayon b de la premiere ſurface étant donnés, l'aberration du rayon extrême venant parallélement à l'axe, c'eſt-à-dire, $pl = \frac{b^2 - (m^2+m-2)bR + (2m^3-3m^2+1)RR}{m(1-m)bb} \times D$, lorſque les centres des ſurfaces de la lentille ſont du même côté de cette lentille; & s'ils ſont de côtés oppoſés, $pl = \frac{b^2 + (m^2+m-2)bR + (2m^3-3m^2+1)RR}{m(1-m)bb} \times D$; expreſſion qui ſe trouve en ſubſtituant dans la formule du Coroll. I. au lieu de c, ſa valeur $\frac{(1-m)bR}{(1-m)R+mb}$ déduite de celle de la diſtance focale R qui eſt $\frac{mbc}{(1-m)(b-c)}$.

621. COROLL. III. L'épaiſſeur D, la diſtance focale R & le rayon c de la ſeconde ſurface étant donnés, l'aberration du rayon extrême venant parallélement à l'axe, c'eſt-à-dire,

$pl =$

$$pl = \frac{(2m^3 - 2m + 1)c^2 - (4m^3 - 3m^2 - 3m + 2)cR + (2m^3 - 3m^2 + 1)RR}{m(1-m)cc}$$

$\times D$, lorsque les centres sont du même côté de la lentille, & s'ils sont de différens côtés,

$$pl = \frac{(2m^3 - 2m + 1)c^2 + (4m^3 - 3m^2 - 3m + 2)cR + (2m^3 - 3m^2 + 1)RR}{m(1-m)cc}$$

$\times D$; expression qui se trouve en mettant dans la formule du Coroll. I. $\frac{(1-m)cR}{(1-m)R - mc}$, à la place de b.

622. COROLL. IV. Lorsque le point rayonnant est donné, ou lorsque les rayons sont paralleles, les aberrations des rayons sont comme les carrés des distances des points d'incidence ou d'émergence à l'axe de la lentille. Car, dans ce cas, a, b, c, étant donnés, pl est comme kk.

623. LEMME II. *La distance focale, la moitié de la largeur, & l'épaisseur d'une lentille quelconque sont en proportion continue.*

On a trouvé (*Art.* 617) $kk = \frac{2bc}{b-c} \times D$; mais m étant $= \frac{2}{3}$, dans le verre, $R = \frac{2bc}{b-c}$; donc $kk = RD$; donc &c.

624. COROLL. Donc dans des verres de toutes sortes de figures (c'est-à-dire quels que soient le rapport & la position des rayons de leurs surfaces), si deux de ces trois choses, la distance focale, la largeur & l'épaisseur, sont les mêmes, la troisieme est aussi la même.

625. PROBLÊME III. *Comparer les aberrations occasionnées par la sphéricité de toutes sortes de verres, & déterminer les rayons des surfaces du verre qui produit les aberrations les plus petites.*

Pour que la comparaison que nous voulons faire soit exacte, nous devons supposer que tous nos verres ont la même distance focale, la même largeur, & conséquemment la même épaisseur par l'Art. 624, & que toute la différence qu'il peut y avoir entre ces verres ne consiste que dans leur figure, c'est-à-dire, dans la grandeur & la position des rayons de leurs surfaces.

626. Je dis donc 1°. que lorsque des rayons paralleles tombent sur le côté plan d'un verre plan convexe, l'aberration du rayon extrême, qui est les $\frac{9}{2}$ de l'épaisseur, est plus petite que l'aberration semblable produite par un ménisque quelconque dont le côté concave est exposé aux rayons incidens.

627. 2°. Que lorſque les verres dont il s'agit ont leur convexité tournée vers les rayons incidens, l'aberration du rayon extrême, dans le verre plan convexe, qui n'eſt alors que les $\frac{7}{6}$ de ſon épaiſſeur, eſt plus petite que l'aberration ſemblable du méniſque.

628. 3°. Qu'un verre convexe des deux côtés, dont le rayon de la premiere ſurface, c'eſt-à-dire, de celle ſur laquelle tombe la lumière, eſt au rayon de la ſeconde ſurface comme 2 eſt à 5, eſt préciſément du même degré de bonté que le verre plan convexe, dans ſa meilleure poſition, les aberrations de ces deux verres étant les $\frac{7}{6}$ de leur commune épaiſſeur.

629. 4°. Que lorſqu'un verre convexe des deux côtés, a ſes ſurfaces égales, il n'eſt pas auſſi bon qu'un verre plan convexe dans ſa meilleure poſition, ſon aberration étant les $\frac{5}{3}$ de ſon épaiſſeur; mais que ſi les rayons de ſa premiere & de ſa ſeconde ſurfaces ſont entr'eux comme 1 eſt à 6, ce verre eſt le meilleur de tous, l'aberration du rayon extrême qui n'eſt que $\frac{15}{14}$ de ſon épaiſſeur, étant la plus petite poſſible; ne pouvant y avoir de verres compoſés de deux ſurfaces ſphériques qui ne produiſent point d'aberrations. Mais ſi on retourne ce verre, il devient très-défectueux; car l'aberration ſera alors les $\frac{145}{42}$ de ſon épaiſſeur.

630. Enfin je dis que lorſque des rayons paralleles tombent ſur le côté plan d'un verre plan concave, l'aberration du rayon extrême eſt auſſi les $\frac{9}{2}$ de ſon épaiſſeur, & qu'ayant retourné ce verre, l'aberration n'eſt alors que les $\frac{7}{6}$, laquelle eſt plus petite que l'aberration d'un verre quelconque convexe d'un côté & concave de l'autre, & égale à celle d'un verre concave des deux côtés dont le rayon de la premiere ſurface eſt à celui de la ſeconde comme 2 eſt à 5; & que le meilleur de tous les verres concaves des deux côtés eſt celui dont les rayons de la premiere & de la ſeconde ſurfaces ſont entr'eux comme 1 eſt à 6, & par conſéquent eſt le meilleur de ceux dont les Miopes puiſſent faire uſage, de même que le verre convexe dont les rayons des ſurfaces ſont dans le même rapport, eſt préférable à tout autre verre convexe, pour les Presbites.

631. DÉMONSTRATION. Dans le verre le rapport de réfraction eſt égal à celui de 3 à 2; ainſi 1°. l'aberration cauſée par un méniſque, eſt par l'Art. 620, $\frac{9}{2}D + \frac{4R}{b}D + \frac{7RR}{6bb}D$; ſoit b infini, auquel cas le méniſque devient un verre plan convexe, l'aberration ſe réduit alors à $\frac{9}{2}D$.

632. 2°. Soient b & c négatifs, & c plus grand que b; le méniſque ſe trouve alors changé en un autre dont la convexité eſt expoſée aux rayons incidens; & l'aberration produite par ce méniſque, eſt par l'Art. 621, $\frac{7}{6}D + \frac{2R}{3c}D + \frac{7RR}{6cc}D$, qui ſe réduit à $\frac{7}{6}D$, en ſuppoſant c infini & que par conſequent le méniſque devienne un verre plan convexe. Or, $\frac{7}{6}D$ eſt plus petite que l'aberration $\frac{9}{2}D$ produite par ce verre, quand ſon côté plan eſt expoſé aux rayons incidens, dans le rapport de 7 à 27, c'eſt-à-dire, eſt près de quatre fois plus petite.

633. 3°. Suppoſant que c reprenne la poſition qu'il avait en premier lieu, c'eſt-à-dire, que le verre ſoit convexe des deux côtés, & que de plus c ſoit conſidérablement plus grand que R, le terme négatif $\frac{2R}{3c}D$ de l'expreſſion de l'aberration $\frac{7}{6}D - \frac{2R}{3c}D + \frac{7RR}{6cc}D$, pour le verre dont il s'agit, ſera plus grand que le terme poſitif $\frac{7RR}{6cc}D$; & par conſéquent puiſque la différence de ces deux termes eſt négative, tant qu'elle continuera de l'être, l'aberration d'un verre convexe ſera plus petite que l'aberration $\frac{7}{6}D$ d'un verre plan convexe; mais ſi on ſuppoſe c d'une grandeur telle que $\frac{7RR}{6cc}D - \frac{2R}{3c}D = 0$, l'aberration du verre convexe qu'on a alors, ſera $\frac{7}{6}D$ & par conſéquent la même que celle du verre plan convexe. Or, ſubſtituant pour R ſa valeur $\frac{2bc}{b-c}$, on a $\frac{7b}{3(b-c)} - \frac{2}{3} = 0$, d'où l'on tire $5b = 2c$, c'eſt-à-dire, $b : c :: 2 : 5$.

634. 4°. L'aberration d'un verre convexe dont les rayons sont donnés, peut se trouver en calculant cette quantité $\frac{27bb + 6bc + 7cc}{6(b+c)^2} D = pl$ (*Art.* 618), le signe de c ou de b étant changés, à cause qu'ils sont actuellement de différens côtés du verre. Si on suppose $b = 2$ & $c = 5$, l'aberration se réduit à $\frac{7}{6} D$, précisément comme ci-dessus; & supposant $b = c$, l'aberration devient $\frac{5}{3} D$. Pour trouver le rapport de b à c, lorsque l'aberration est la plus petite possible, soit fait $b = 1$, alors l'aberration est $\frac{27 + 6c + 7cc}{6(1 + 2c + cc)} \times D = pl$. Or, lorsqu'une quantité quelconque ou fraction, par exemple la précédente, devient la plus petite ou la plus grande possible, elle change très-peu de grandeur, ou plutôt n'en change point du tout, pendant que c varie d'une petite quantité. Supposant c augmentée d'une quantité extrêmement petite n, on aura donc $\frac{6}{D} pl = \frac{27 + 6c + 7cc}{1 + 2c + cc} = \frac{27 + 6c + 7cc + 6n + 14cn + 7nn}{1 + 2c + cc + 2n + 2cn + nn}$, ce qui donne cette proportion, $27 + 6c + 7cc : 1 + 2c + cc :: 27 + 6c + 7cc + 6n + 14cn + 7nn : 1 + 2c + cc + 2n + 2cn + nn$, & par conséquent $:: 6n + 14cn + 7nn : 2n + 2cn + nn :: 3 + 7c : 1 + c$, en négligeant les carrés de n comme étant extrêmement petits; d'où l'on aura $27 + 6c + 7cc = 3 + 10c + 7cc$, & en réduisant, $c = 6$. Mais b a été supposé $= 1$; donc $b : c :: 1 : 6$. Substituant ces valeurs de b & de c, on trouve que l'aberration $pl = \frac{15}{14} D$. Si on retournait ce verre, qui est le meilleur de tous, c'est-à-dire, que b fût $= 6$ & $c = 1$, on trouverait $pl = \frac{145}{42} D$.

635. Puisque l'aberration produite par ce verre est la plus petite de toutes, il est impossible qu'aucun verre de forme sphérique soit absolument sans aberration, ce qu'on peut prouver encore de cette manière. Supposant qu'il soit possible que pl soit nulle, alors faisant $b = 1$, on a $27 \pm 6c + 7cc = 0$; d'où l'on tire $c = \frac{\mp 3 \pm \sqrt{-180}}{7}$, quantité qui est imaginaire,

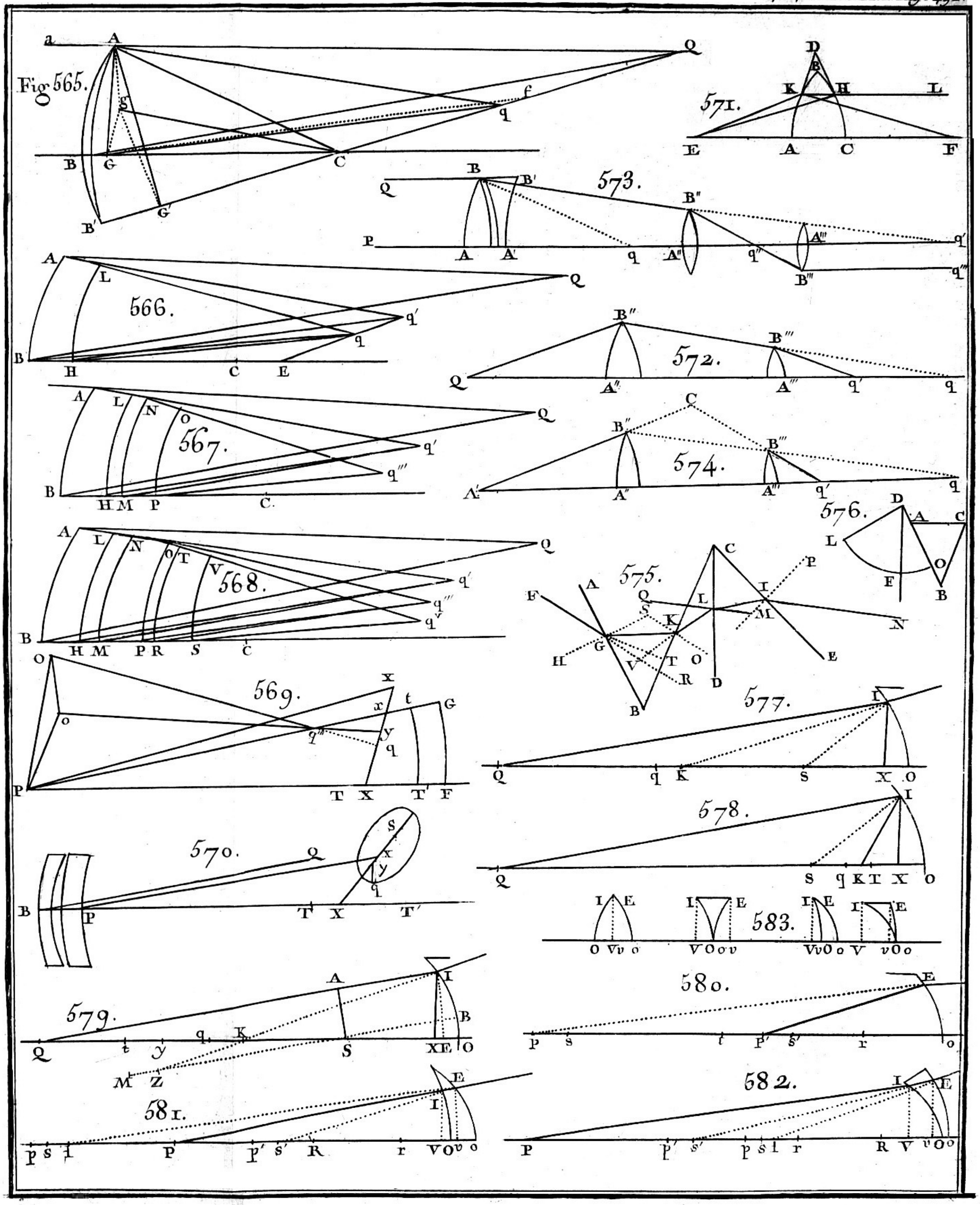


Fig. 565.
566.
567.
568.
569.
570.
571.
572.
573.
574.
575.
576.
577.
578.
579.
580.
581.
582.
583.

de forte que le rapport de b à c eſt impoſſible, dans la ſuppoſition que l'aberration ſoit nulle.

636. Enfin, l'on voit, par les Art. 620 & 621, que ces Théorêmes ſervent également pour les verres concaves que pour les convexes, & qu'ainſi les mêmes démonſtrations ſervent auſſi pour ce dernier Article.

637. LEMME III. *Si les angles d'incidence & de réfraction d'un rayon* QACS *qui traverſe un angle très-petit d'un priſme* AIC, *ſont aſſez petits, pour qu'on puiſſe les regarder comme proportionnels à leurs ſinus, la réfraction totale, c'eſt-à-dire, l'angle* RFS *formé par le rayon incident* QAFR *& le rayon émergent* SCFT *prolongés, ſera à l'angle réfringent* AIC *comme la différence des ſinus d'incidence & de réfraction eſt au plus petit de ces ſinus, & par conſéquent la réfraction totale ou l'angle de déviation* RFS *ſera invariable dans toutes les poſitions du rayon.* Fig. 584 & 585.

Soit AB perpendiculaire à la premiere ſurface AI, & CD perpendiculaire à la ſeconde, leſquelles ſe coupent mutuellement en E; & ſoit le rapport du ſinus d'incidence au ſinus de refraction, en paſſant de l'air dans le priſme, exprimé par celui de 1 a m; ſuppoſant que le rayon AC ſorte du priſme de part & d'autre, l'angle d'incidence ACD ſera à l'angle d'émergence DCT dans le rapport donné du ſinus d'incidence au ſinus de réfraction, c'eſt-à-dire, comme m eſt à 1 & par conſéquent $ACD : ACT :: m : 1 - m$; & ſuppoſant que le rayon retourne ſuivant CA, CAB eſt à CAR dans le même rapport; nous aurons donc $ACD \pm CAB$ à $ACT \pm CAR$, c'eſt-à-dire, AED ou AIC à RFS dans le même rapport donné de m à $1 - m$.

638. COROLL. I. Donc deux rayons homogenes émergens prolongés, feront entr'eux le même angle que les rayons incidens auxquels ils répondent. Car que les deux rayons incidens QF, qf prolongés ſe rencontrent en K, & les deux rayons émergens SF, sf prolongés, en L, & qu'un des rayons incidens coupe en M le rayon émergent qui répond à l'autre rayon incident; puiſque dans les triangles KMF, LMf, les angles en M ſont égaux, & que les angles en F & en f le ſont auſſi, par le Lemme, il s'enſuit que les angles en K & en L ſont auſſi égaux. Fig. 586.

639. COROLL. II. Et lorſque deux rayons homogenes ſont rompus par un même point d'une lentille, dont l'épaiſſeur eſt très-petite, l'angle que font leurs parties incidentes eſt égal à l'angle formé par leurs parties émergentes. Car l'épaiſſeur de la lentille étant très-petite, ſi les rayons ont un point commun d'incidence ou un même point d'émergence, leurs points d'émergence dans le premier cas, & leurs points d'incidence dans le ſecond, ſeront très-proches l'un de l'autre, & ils le ſeront encore davantage, ſi les rayons ſe croiſent au dedans de la lentille; par conſéquent leurs réfractions en paſſant à travers la lentille, ſeront à peu près les mêmes que s'ils paſſaient à travers deux plans qui toucheraient la ſurface de cette lentille en deux points donnés près des points d'incidence & d'émergence, & feraient enſemble un angle donné.

Fig. 587. 640. COROLL. III. Lorſque le rayon AC dans le priſme, coïncide avec la perpendiculaire à l'un des côtés du priſme, par exemple, avec AB, une des réfractions s'évanouit, celle qui a lieu en A, & l'angle de déviation RFS qui n'eſt produit que par l'autre réfraction, continue d'être de la même quantité dont il était, lorſqu'il était produit par deux réfractions; à cauſe que, par le préſent Lemme, la grandeur de cet angle eſt invariable.

641. COROLL. IV. Donc, lorſqu'un rayon hétérogene, eſt ſéparé en rayons colorés, par une légere réfraction, en paſſant au travers d'un très-petit angle réfringent, les angles que les rayons colorés font entr'eux, au ſortir du priſme, de même que ceux qu'ils font avec le rayon incident, ſont conſtans dans toutes les poſitions du rayon incident.

642. COROLL. V. Il en eſt de même, lorſqu'un rayon hétérogene eſt rompu par un point donné d'une lentille, c'eſt-à-dire, que les angles que les rayons colorés font entr'eux, au ſortir de la lentille, ſont conſtans ainſi que ceux qu'ils font avec le rayon incident, dans toutes les poſitions du rayon incident, par la raiſon expoſée dans le Coroll. II.

643. COROLL. VI. Donc ſi pluſieurs verres de diverſes formes ont la même diſtance focale & la même ouverture, le diametre du cercle d'aberration des rayons hétérogenes qui tombent paralleles ſur ces verres, ſera le même dans tous, étant

le même que dans un verre plan convexe, dont le côté plan eſt expoſé aux rayons incidens (*Art. 640 & 641*); or nous avons déterminé ce diametre, dans ce dernier verre, à l'Art. 436. Et ſoit que les rayons qui compoſent le pinceau incident ſoient paralleles ou inclinés à l'axe de la lentille, le diametre du cercle d'aberration eſt comme ſa diſtance à la lentille, à cauſe que l'angle *RAS* eſt invariable. Fig. 552.

644. COROLL. VII. Il eſt donc indifférent, quant aux aberrations occaſionnées par la diverſe réfrangibilité, quel côté d'une lentille ſoit expoſé aux rayons incidens, parce que ſa diſtance focale eſt la même dans les deux poſitions qu'elle peut avoir (*Art. 233*).

645. THÉORÊME I. *Lorſque le point* Q *d'où partent des rayons homogenes n'eſt pas beaucoup plus éloigné d'une lentille* EI *que de la diſtance focale* EF *de cette lentille, comme dans un microſcope double, l'aberration latitudinale* qR *du rayon rompu* IR, *le plus écarté de l'axe, eſt à l'aberration latitudinale* FG *d'un rayon* PI *qui vient du côté oppoſé, parallélement à l'axe & paſſe par le même point* I, *comme* Eq *eſt à* EF, *à peu près; c'eſt-à-dire, que ces deux aberrations ſont entr'elles comme les diſtances des foyers des rayons rompus à la lentille.* Fig. 588.

Soit prolongée la perpendiculaire *GF* juſqu'à ce qu'elle coupe le rayon incident *QI* en *L*, & ſoient menées *LE* & *Iq* qui ſeront paralleles; car les triangles *QLF*, *QIE* étant ſemblables, nous avons *QL* : *QI* :: *QF* : *QE* :: (*Art 239*) *QE* : *Qq*. Soit menée *EM* parallele au rayon rompu *IKR*, coupant, en *M*, *FL* prolongée; l'angle *GIL* eſt égal à *PIK* (*Art. 639*) ou à *IKE* ou à *MEF*, & conſéquemment *GL* eſt, à peu près, égale à *FM*, ces deux lignes étant les ſoutendantes des angles égaux *GIL*, *MEF*, & de plus étant très-petites & à peu près perpendiculaires aux côtés de ces angles, lorſque *QF* & *EI* ſont très-petites. Retranchant donc *FL* de *GL* & de *FM*, nous avons *LM* égale à l'aberration *FG*. Mais les angles *qIR*, *LEM*, dont les côtés ſont paralleles, ſont égaux, & leurs ſoutendantes *qR*, *LM* ſont également inclinées à leurs côtés; nous avons donc *qR* : *LM* ou *FG* :: *qI* : *EL* :: *qE* : *EF*, à cauſe des triangles ſemblables *qIE*, *ELF*.

646. COROLL. I. Lorſque le côté plan d'un verre plan con-

vexe dont le degré de bonté est à peu près le même que celui du verre qui est le plus parfait de tous, est tourné vers le point rayonnant Q, l'aberration latitudinale qR occasionnée par la sphéricité $= \frac{7}{6} \times \frac{EI^3}{EF^3} \times Eq$, & l'aberration longitudinale $qK = \frac{7}{6} \times \frac{EI^2 \times Eq^2}{EF^3}$; & dans quelques lentilles que ce soit de forme sphérique, les aberrations sont comme ces quantités. Car l'aberration longitudinale du rayon parallele PI, c'est-à-dire, Ff est $\frac{7}{6}$ de l'épaisseur du verre (*Art.* 627) ou $\frac{7}{6} \times \frac{EI^2}{EF}$ (*Art.* 623); & à cause des triangles semblables fFG, fEI, l'aberration latitudinale $FG = \frac{7}{6} \times \frac{EI^3}{EF^2}$. Nous avons donc, par ce Théorême, $qR = \frac{7}{6} \times \frac{EI^3}{EF^3} \times Eq$; & à cause des triangles semblables qRK, EIK, nous avons $qK = \frac{7}{6} \times \frac{EI^2 \times Eq^2}{EF^3}$.

647. COROLL. II. Donc FQ étant donnée, les aberrations latitudinales occasionnées par la sphéricité d'une lentille quelconque, sont comme les cubes des diametres des ouvertures, & les aberrations longitudinales comme les carrés.

648. COROLL. III. Donc le diametre d'un cercle d'aberrations occasionnées par la sphéricité, c'est-à-dire, $\frac{1}{2} qR = \frac{7}{12} \times \frac{EI^3}{EF^3} \times Eq$ (*Art.* 450); parce que la démonstration de l'Art. 450 n'étant fondée que sur ce que les aberrations longitudinales sont comme les carrés des largeurs des ouvertures, & les latitudinales comme les cubes, sert par conséquent, par le Coroll. précédent, pour une lentille quelconque comme pour une lentille plane convexe.

649. COROLL. IV. Le diametre d'un cercle d'aberrations dans lequel sont rassemblés les rayons hétérogenes de toute espece venant de Q, est, par les Art. 436 & 643, égal à $\frac{2}{55} \times \frac{Eq}{EF} \times EI$, prenant F & q pour les foyers des rayons moyens.

650. COROLL. V. Donc si le côté plan de l'objectif EI d'un microscope double est tourné vers l'objet situé en Q, le diametre du cercle d'aberration de sphéricité, dans l'image de cet objet située en q, serait au diametre d'un cercle d'aberration de réfrangibilité,

réfrangibilité, si la figure de la lentille était parfaite, comme 1 est à $\frac{24}{385} \times \frac{EF^2}{EI^2}$; par conséquent ces cercles seront égaux, lorsque le diametre de l'ouverture de l'objectif est la moitié de sa distance focale, à très-peu près.

651. LEMME IV. *Supposant qu'une infinité de pinceaux de rayons appartiennent à une infinité de points ou foyers situés sur une partie quelconque de l'axe de l'œil, prolongé de part & d'autre; il s'agit de déterminer le cercle le plus petit dans lequel tous les rayons qui entrent dans la prunelle, peuvent être rassemblés au fond de l'œil.*

Soit AO le demi-diametre de la prunelle, & OTS l'axe de l'œil prolongé; & supposons que les pinceaux appartiennent aux points de la partie ST de l'axe de l'œil, lorsque les extrémités S & T de cette partie sont du même côté de l'œil, & aux points de tout ce qui reste de cet axe à l'infini, lorsque S & T sont de différens côtés de l'œil. Soit divisée ST en deux également en V, & soit prise, vers l'œil, VQ troisieme proportionnelle à VO & à VT, & par Q soit menée une droite PQR perpendiculaire à l'axe, coupant les rayons SA & TA les plus éloignés des axes des pinceaux extrêmes, l'un en P, l'autre en R: l'œil étant supposé voir la ligne PR avec toute la distinction possible, l'image $p'r'$ de cette ligne tracée au fond, sera le diametre du cercle le plus petit dans lequel tous les rayons peuvent être rassemblés. Fig. 589, 590, 591 & 592.

Car puisque $VO : VT$ ou $VS :: VS : VQ$, on aura $VO + VS : VS + VQ :: VO - VT : VT - VQ$, c'est-à-dire, $SO : SQ :: TO : TQ$; & par conséquent, à cause des triangles semblables SAO & SPQ, TAO & TRQ, on aura $AO : PQ :: AO : QR$; ensorte que $QP = QR$. Soit $p'q'r'$ une image distincte de PQR, c'est-à-dire, soient les rayons qui peuvent être supposés venir de P, tous rassemblés en p' sur le fond de l'œil; le rayon SPA étant un de ces rayons, se rendra en p' avec tous les autres; de même le rayon RTA se rendra en r'; & les lignes PQ, QR étant égales, leurs images $p'q'$, $q'r'$ le seront aussi. Imaginons que la figure entiere tourne autour de l'axe STO; il est visible que les rayons du pinceau extrême qui appartient au point S, seront tous répandus dans un cercle au fond de l'œil, dont le centre eſt q' & le rayon $p'q'$; & pareillement que les rayons de l'autre pinceau extrême qui appartient au point T, ſeront tous répandus dans un cercle concentrique, dont le demi-diametre eſt $q'r'$; & ces deux cercles coïncideront exactement, lorſque leurs demi-diametres $q'p'$, $q'r'$ ſeront égaux. Si l'on ſuppoſe que l'objet PQR s'approche de l'œil, les demi-diametres PQ & $p'q'$ augmenteront l'un & l'autre; & ſi l'on ſuppoſe au contraire que le même objet PQR s'éloigne de l'œil, les demi-diametres QR & $q'r'$ augmenteront, tandis que les autres demi-diametres PQ & $p'r'$ diminueront; & dans ces deux ſuppoſitions le cercle ſur le fond de l'œil qui contient les rayons des deux pinceaux extrêmes, étant le plus grand des deux, ſera plus grand qu'il n'était avant, lorſqu'il était égal à l'autre, c'eſt-à-dire, lorſque l'œil voyait diſtinctement les lignes égales PQ, QR.

Or, lorſque S & T ſont du même côté de l'œil, tous les pinceaux qui appartiennent aux points compris entre les extrêmes S, T tomberont dans le cercle déterminé ci-deſſus. Car ſi l'on conçoit que le point le plus proche T s'éloigne de l'œil, les lignes QR & $q'r'$ diminueront toutes deux, & QP & $q'p'$ diminueront de même, ſi S s'approche de l'œil : & ſi S & T ſont de différens côtés de l'œil, tous les pinceaux qui appartiennent aux points de l'axe prolongé à l'infini, la partie ST exceptée, ſeront raſſemblés dans le cercle dont nous parlons. Car ſi l'on conçoit que OS & OT croiſſent l'une & l'autre, QP & QR, & par conſéquent $q'p'$ & $q'r'$ diminueront toutes deux.

652. COROLL. I. Delà, lorſqu'un pinceau de rayons qui vient d'un point unique d'un objet, ſera tellement diſpoſé par réflexions & par réfractions, qu'en entrant dans l'œil, il appartienne à une infinité de points différens de l'axe de l'œil, prolongé, comme dans le Lemme, le diametre $p'r'$ du cercle le plus petit, au fond de l'œil, qui les contient tous, ſera comme l'angle SAT, c'eſt-à-dire, comme l'angle le plus grand dans lequel les deux rayons extrêmes ſe coupent dans la prunelle : car $p'r'$ eſt comme l'angle POR ou PAR ou SAT.

Fig. 591. 653. COROLL. II. Par conſéquent, lorſque OS & OT ſont de différens côtés de l'œil, & ſont égales, c'eſt-à-dire, lorſque les deux rayons extrêmes ſont inclinés à l'axe également &

en ſens contraire, le diametre $p'r'$ du cercle d'aberration le plus petit eſt comme l'angle AST ou ATS que l'un ou l'autre des rayons extrêmes fait avec l'axe, & dans ce cas il faut que l'œil prenne la forme néceſſaire pour que les rayons paralleles ſe réuniſſent en un point diſtinct ſur la rétine. Car VO étant nulle dans ce cas, la troiſieme proportionnelle VQ devient infinie, & $p'r'$ étant toujours comme l'angle POR ou PAR, eſt maintenant comme la moitié AST ou ATS de cet angle.

654. DÉFINITION. Dans la viſion ſoit à l'œil nud, ſoit avec les verres, l'indiſtinction apparente d'un objet donné eſt comme l'aire du cercle le plus petit dans lequel tous les rayons d'un pinceau unique ſont raſſemblés au fond de l'œil.

On voit la raiſon de cette définition au commencement de la démonſtration du 454e Article.

655. THÉORÊME II. *Dans tous microſcopes formés d'une ſimple lentille, un objet placé à leur foyer paraîtra également diſtinct, ſi les largeurs de leurs ouvertures ſont comme leurs diſtances focales.*

656. CAS I. Suppoſons d'abord que la figure de la lentille DP ſoit telle qu'elle n'occaſionne point d'aberrations aux rayons homogenes (*Art. 81*); alors ſi l'objet eſt placé en F, & que FP ſoit la diſtance focale des rayons moyens, tous les rayons qui viennent de F ſortiront de la lentille paralleles à l'axe FPQ. Soit le rayon violet contenu dans le rayon hétérogene FD le plus éloigné de l'axe, rompu ſuivant DK; & ſuppoſons qu'un autre rayon violet vienne du côté oppoſé ſuivant ED, ſoit rompu ſuivant DR, & rencontre enſuite l'objet en R. Alors l'indiſtinction apparente du point F étant comme l'aire du cercle d'aberration le plus petit que forment au fond de l'œil les rayons d'un pinceau qui vient de F (*Art. 654*), ſera donnée lorſque le diametre de ce cercle eſt donné, ou lorſque l'angle EDK (*Art. 653*) ou l'angle FDR (*Art. 639*) eſt donné, c'eſt-à-dire, lorſque le rapport de FR à FD ou FP eſt donné. Mais, dans le cas de rayons hétérogenes, le rapport de FR à DP eſt auſſi donné (*Art. 436 & 643*). Donc l'indiſtinction apparente ſera donnée lorſque le rapport de DP à PF eſt donné. Fig 593.

657. CAS. II. Suppoſons actuellement que la lentille DP devienne ſphérique, en conſervant la même diſtance focale; ceux des rayons moyens venant de F, qui ſont voiſins de l'axe Fig 594.

de la lentille, sortiront toujours de la lentille paralleles à cet axe; mais ceux de ces rayons moyens qui sont écartés de l'axe, comme DE, convergeront vers l'axe par la réfraction trop forte qu'ils auront soufferte (*Art. 81*). Qu'on imagine qu'un rayon moyen vienne de l'autre côté de la lentille suivant LD parallélement à l'axe, & soit rompu suivant Dr, ensorte que Fr puisse être l'aberration latitudinale de rayons homogenes, occasionnée par la figure de la lentille. L'indistinction apparente de l'objet, en tant qu'elle dépend de cette sorte d'aberration, sera donnée, comme dans le Cas I, lorsque le rapport de Fr à FP, c'est-à-dire, de $\frac{DP^3}{FP^2}$ (*Art. 646*) à FP, & par conséquent de DP^3 à FP^3, & de DP à PF est donné, comme ci-dessus dans le Cas I.

658. CAS. III. Soit à présent le rayon violet contenu dans le rayon hétérogene FD, rompu suivant DK; l'angle EDK compris entre le verd & le violet sera un peu plus grand que dans le premier Cas, étant augmenté d'un 27.e ou d'un 28.e de l'angle EDL (*Art. 436*), qui mesure l'augmentation de réfraction ou la déviation causée par le changement de la figure de la lentille. Cette augmentation de EDK est donc comme l'angle EDL, & est par conséquent donnée lorsque le rapport de DP à PF est donné, par le Cas I. Mais l'indistinction apparente sera donnée, lorsque le diametre du plus petit cercle d'aberration de tous les rayons, au fond de l'œil, est donné; c'est-à-dire, lorsque l'angle entier KDL est donné (*Art. 653*), ou lorsque toutes ces parties EDL, EDK & l'augmentation de EDK sont données; & nous avons fait voir que toutes ces parties sont données lorsque le rapport de DP à PF est donné.

659. CAS IV. J'ai considéré, dans ce Cas, les aberrations des rayons violets ou leurs écartemens des rayons verds, c'est-à-dire, des rayons moyens qui étaient supposés paralleles à l'axe; & les rayons rouges étant inclinés à l'axe, à peu près autant que les rayons violets, dans une position contraire, seront tous contenus dans le même cercle d'aberration au fond de l'œil (*Art. 653*).

660. Il n'est pas nécessaire de diminuer, afin de rendre la vision distincte, l'ouverture dans les lentilles de microscope dont le foyer n'excede pas beaucoup un demi-pouce, la prunelle

étant elle-même assez petite pour refuser l'entrée aux rayons extérieurs qui se dispersent & s'écartent. Mais dans des lentilles plus petites, dont il est nécessaire de régler l'ouverture, nous avons fait voir que, pour conserver le même degré de distinction, les diametres des ouvertures doivent être comme les distances focales; & alors l'éclat apparent diminuera, comme le carré de ces mêmes distances focales; de sorte qu'en se servant de très-petits verres, la grandeur apparente & l'obscurité de l'objet augmenteront l'une & l'autre dans le même rapport. Car le rapport de PD à PF étant invariable, l'angle PFD est aussi invariable & conséquemment la quantité de lumière reçue du point F l'est aussi, parce que les lentilles, soit petites ou grandes, doivent toutes être situées à des distances de F, telles qu'elles reçoivent par leurs ouvertures précisément tous les rayons contenus dans un cone engendré par la révolution de l'angle PFD autour de l'axe PF, sans en admettre ni plus ni moins. Mais la grandeur apparente de l'objet, ou la surface de son image au fond de l'œil est réciproquement comme le carré de PF (*Art.* 118), & par conséquent, la lumière étant la même, son éclat est directement comme le carré de PF. On voit par cette théorie qu'une simple lentille ne peut grossir un petit objet à l'infini, quand même il serait possible d'en construire d'aussi petites qu'on le voudrait, à moins qu'on ne trouve le moyen d'augmenter la lumière. Néanmoins cette imperfection n'est pas si grande dans les microscopes simples, qu'elle peut le paraître à la premiere vue; ce qui peut provenir de ce que l'œil est capable de discerner passablement les objets avec plus de vingt mille degrés différens de lumière, chaque degré étant égal à la lumière par laquelle nous voyons les objets la nuit dans le plus beau clair de lune (*Art* 95). Mais quand même on augmenterait l'éclat de l'objet en l'illuminant, M[r]. Huyghens observe que le pouvoir du microscope ferait toujours limité par la largeur des pinceaux qui entrent dans la prunelle, laquelle est égale à la largeur de l'ouverture. Car si cette largeur est plus petite que $\frac{1}{5}$ ou $\frac{1}{6}$ de ligne, il assure que les bords des objets commenceront à paraître indistincts (*Art.* 469). Mais il paraît, selon ce savant Auteur, que les microscopes doubles peuvent

Fig. 594.

amplifier les objets autant qu'on le voudra, pourvu qu'il soit possible de construire des objectifs aussi petits qu'on peut le desirer ; car nous ferons voir dans la suite qu'on peut écarter les autres obstacles.

661. THÉORÊME III. *Dans les microscopes & les télescopes dioptriques & catoptriques, qui n'ont qu'un seul oculaire, l'indistinction apparente d'un objet donné, occasionnée par l'une ou l'autre aberration considérée séparément, sera directement comme le carré de la plus grande aberration latitudinale dans l'image que donne l'objectif ou le miroir, & réciproquement comme le carré de la distance focale de l'oculaire, à très-peu près; les aberrations occasionnées par l'oculaire étant extrêmement petites.*

662. CAS I. Supposons parfaites les figures des verres convexes EI, ei, ou telles qu'il n'en résulte point d'aberration pour les rayons homogenes (*Art. 81*) ; soit q le foyer des rayons moyens qui viennent du point Q situé dans l'axe $QEqec'$, & sont rompus par l'objectif EI; & soient ces rayons paralleles à leur sortie de l'oculaire ei qu'ils rencontrent après s'être croisés en q ; enfin supposons la forme de l'œil telle que ces rayons soient rassemblés exactement en un point q' sur la rétine $q'r'$. Soit le rayon IRi le rayon violet ou le rayon rouge le plus en dehors, qui était contenu dans le rayon hétérogene QI avant d'être rompu en I; & soit ce rayon Ii rompu par l'oculaire suivant ia & frappant ensuite le fond de l'œil en r'. Enfin, imaginons qu'un rayon bi de la même couleur que ai vienne du côté opposé parallélement à l'axe, & soit rompu en i suivant ir; & soit une perpendiculaire à l'axe en q, laquelle coupe le rayon ir en r, & le rayon iI en R. Le demi-diametre $q'r'$ du cercle d'aberration au fond de l'œil est comme l'angle aib (*Art. 653*) ou comme l'angle Rir (*Art 639*), & par conséquent comme $\frac{Rr}{Ri}$ ou, à très-peu près, comme $\frac{Rq}{qe}$; car je ferai voir dans le moment que qr est très-petite en comparaison de qR, dans tous les instrumens d'Optique, quoiqu'elle ne soit pas comme qR. Mais l'indistinction apparente du point Q est comme l'aire du cercle d'aberration au fond de l'œil (*Art. 654*) ou comme le carré de son demi-diametre $q'r'$ ou comme $\frac{qR^2}{qe^2}$, c'est-à-dire,

Fig. 595 & 596.

directement comme le carré de l'aberration latitudinale dans l'image en q, & réciproquement comme le carré de la distance focale de l'oculaire.

663. CAS II. Supposant que les verres EI, ei, conservent les places qu'ils avaient, considérons actuellement les aberrations que leur sphéricité causerait à un pinceau de rayons moyens. Soient les aberrations latitudinales des extrêmes de ces rayons $QIRiar'$ représentées par qR & $q'r'$, & soit bir aussi un rayon moyen. $q'r'$ est comme l'angle aib (*Art.* 653) ou comme Rir (*Art.* 639.) ou comme $\frac{Rr}{Ri}$ ou comme $\frac{Rq}{qe}$, en négligeant qr. Mais l'indistinction apparente est comme le cercle de ces aberrations en q' (*Art.* 654), lequel est comme $q'r'^2$ ou comme $\frac{qR^2}{qe^2}$, c'est-à-dire, directement comme le carré de l'aberration latitudinale dans l'image en q, & réciproquement comme le carré de la distance focale de l'oculaire, comme dans le premier Cas. Fig 596.

664. Pour faire voir que l'aberration qr produite par l'oculaire, peut être négligée, soit EF la distance focale de l'objectif d'un microscope double, & que le rayon Ii croise l'axe en K. Dans le premier Cas, nous avons $qR = \frac{1}{55} \times \frac{Eq}{EF} \times EI$ (*Art.* 643) & $qr = \frac{1}{55}\, ei = \frac{1}{55} \times \frac{eq}{Eq} \times EI$, à très-peu près. Par conséquent nous avons $qR : qr :: \frac{Eq^2}{EF} : eq$; c'est-à-dire, comme la grandeur apparente de l'objet Q vu avec le microscope, est à sa grandeur apparente vu à la vue simple à une distance égale à Qq, comme on le voit par l'Article 127, qui donne quelqu'idée du rapport de qR à qr. Dans le microscope de comparaison de M.r Huyghens, qu'on décrira Art. 675, ce rapport est égal à celui de 35 à 1; & dans un télescope ce rapport est celui du pouvoir amplifiant. Fig 595 & 596.

665. Considérant dans le Cas II l'aberration de sphéricité, nous avons $qR = \frac{7}{6} \times \frac{EI^3}{EF^3} \times Eq$ (*Art.* 646) & $qr = \frac{7}{6} \times \frac{ei^3}{eq^2} = \frac{7}{6} \times \frac{EI^3}{Eq^3} \times eq$, pour la raison exposée ci-dessus. Par conséquent lorsque les verres E, e ont des figures semblables,

nous avons $qR : qr :: \frac{Eq^4}{EF^3} : eq :: 3500 : 1$, dans le microſcope de M.r Huyghens.

Fig. 597. 666. CAS III. Occupons-nous actuellement des microſcopes & téleſcopes catoptriques, dans leſquels ſoit Q le point d'où partent les rayons qui tombent ſur le miroir EI, dont le demi-diametre eſt EC, & le foyer F; & ſoit q le foyer qui répond à Q; ſoit $IKRi$ un rayon réfléchi, dont qK ſoit l'aberration longitudinale & qR l'aberration latitudinale, & ſuppoſons que tout le reſte demeure comme dans le Cas II. Si nous négligeons l'aberration qr occaſionnée par la réfraction de l'oculaire ei, il eſt évident que l'indiſtinction apparente ſera comme $\frac{qR^2}{qe^2}$, comme ci-deſſus dans les machines dioptriques

667. Comparons ces aberrations qR & qr. Nous avons l'aberration longitudinale $qK = \frac{EI^2 \times qC^2}{EC^3}$; car, par l'Art. 613, nous avons $qK : \frac{EI^2}{4EC} :: qC^2 : CF^2$ ou $\frac{1}{4}EC^2$; & par conſéquent l'aberration latitudinale $qR = \frac{EI^3}{EC^3} \times \frac{qC^2}{qE}$. Or, ſi l'on conſidere les aberrations des rayons colorés, dans l'oculaire, on a $qr = \frac{1}{55} \times \frac{eq}{qE} \times EI$ (*Art.* 664). Donc $qR : qr :: \frac{EI^2 \times qC^2}{EC^3} : \frac{1}{55} eq$, qui, dans un microſcope catoptrique, qu'on décrira à l'Article 701, eſt comme 53 à 1. Mais ſuppoſant EQ augmentée à l'infini, ce microſcope ſe changera dans le téleſcope catoptrique de M.r Newton; & alors nous avons $qR : qr :: \frac{EI^2 \times EF^2}{EC^3}$ ou $\frac{EI^2}{8EF} : \frac{1}{55} eq :: 55 : 24$, dans le téleſcope de 5 pieds de M.r Halley, prenant l'oculaire & l'ouverture moyens (*Art.* 473). Néanmoins l'expérience fait voir que l'objet paraît avec une netteté ſuffiſante. En effet, la diſproportion qu'il y a entre qR & qr ſera plus grande, ſi on néglige, comme étant à peine ſenſibles, les couleurs faibles & obſcures qui font partie de celles dans leſquelles le rayon ia eſt décompoſé, & qu'on prenne $qr = \frac{1}{250} ei$, ſuppoſant qe la diſtance focale du jaune le plus vif. Mais dans les inſtrumens dioptriques, le rapport

rapport de qR à qr ne fera point altéré par là (*Art.* 664). A l'égard des aberrations occaſionnées par la ſphéricité de l'oculaire, nous avons $qr = \frac{7}{6} \times \frac{EI^3}{Eq^3} \times eq$ (*Art.* 665), & par conſéquent $qR : qr :: \frac{qC^2 \times qE^2}{EC^3} : \frac{7}{6} qe :: 7695 : 1$, dans le microſcope catoptrique qu'on décrira ci-après. Dans un téleſcope catoptrique ce rapport eſt compoſé de celui de ſon pouvoir amplifiant & de celui de 1 à $9\frac{1}{3}$, l'oculaire étant plan convexe.

668. COROLL. Donc dans les téleſcopes & microſcopes doubles, dioptriques & catoptriques, l'indiſtinction apparente d'un objet donné, qui proviendrait des aberrations de l'une ou l'autre eſpece conſidérée ſéparément, ſera, à peu près, la même ou invariable, lorſque les diſtances focales de leurs oculaires ſont comme les aberrations latitudinales les plus grandes dans les images formées par leurs objectifs ou leurs miroirs; ou lorſque l'angle ſoutendu par qR au point i ou e eſt invariable.

669. Cet angle eſt nommé *angle d'aberration de ſphéricité ou de réfrangibilité*, ſuivant que qR eſt l'aberration latitudinale occaſionnée par la ſphéricité ou par la réfrangibilité.

670. LEMME V. *Il s'agit de déterminer la grandeur & l'éclat apparent, ainſi que les angles d'aberration, dans des microſcopes doubles compoſés de deux verres convexes.*

Soit un objet BX placé un peu au-delà du foyer O de l'objectif PD, & ſoit ſon image NY vue au travers de l'oculaire EZ dont NE eſt la diſtance focale. Soit auſſi l'objet BX vu à la vue ſimple d'une diſtance quelconque donnée BR; & ſoit priſe BQ à BO comme EN eſt à OP; l'objet ſera amplifié, dans le microſcope, dans le rapport de BR à BQ. Fig. 598.

Soit un rayon $XPYZ$ coupant l'image en Y, & rompu par l'oculaire ſuivant ZV; ayant tiré XR, ſoit menée XQ parallele à ZV ou à EY; l'objet paraîtra en V ſous l'angle EVZ égal à NEY ou à BQX, & conſéquemment ſera amplifié dans le rapport de l'angle BQX à BRX ou de BR à BQ. Mais les figures PXQ, PYE étant ſemblables, nous avons $BQ : NE :: (BX : NY :: BP : PN ::) BO : OP$. Car puiſque B & N ſont des foyers correſpondans, nous avons $BO : BP :: BP : BN$ (*Art.* 239) qui devient $BO : OP :: BP : PN$.

671. COROLL. I. La diſtance apparente $BQ = \frac{BP}{PN} \times NE = \frac{BO}{OP} \times NE$. Et BR étant donnée, la grandeur apparente de l'objet, dans le microſcope, eſt, par le Lemme, réciproquement comme BQ.

672. COROLL. II. Soit PD le demi-diametre de l'ouverture de l'objectif; l'éclat apparent du même objet vu dans le même ou dans différens microſcopes, ſera comme $\frac{PD^2 \times NE^2}{PN^2}$. Car la quantité de rayons qui illuminent une petite partie quelconque de ſon image ſur le fond de l'œil, eſt comme $\frac{PD^2}{PB^2}$; parce que ſi PB était donnée, la quantité de rayons que l'ouverture entiere reçoit du point B, ſerait comme l'ouverture ou comme PD^2; & ſi PD était donnée, la quantité de ces rayons ſerait comme leur denſité à l'ouverture, c'eſt-à-dire comme $\frac{1}{PB^2}$ (*Art.* 58). Mais l'éclat apparent d'un objet eſt directement comme la quantité de rayons qui illuminent chaque petite partie de ſon image ſur le fond de l'œil, & réciproquement comme l'aire de cette image, ou réciproquement comme la grandeur apparente de la ſurface viſible de l'objet; de ſorte que l'éclat apparent eſt directement comme $\frac{PD^2}{PB^2} \times \frac{PB^2 \times NE^2}{PN^2}$ (*Art.* 670).

673. COROLL. III. L'angle d'aberration de réfrangibilité eſt comme $\frac{PD}{NE} \times \frac{PN}{PO}$ ou comme $\frac{PD}{NE} \times \frac{BP}{BO}$. Car la plus grande aberration latitudinale de réfrangibilité, dans l'image formée en N, eſt comme $PD \times \frac{PN}{PO}$ (*Art* 649).

674. COROLL. IV. L'Angle d'aberration de ſphéricité de l'objectif eſt comme $\frac{PD^3}{PO^3} \times \frac{PN}{NE}$. Car la plus grande aberration latitudinale de ſphéricité, dans l'image formée en N, eſt comme $\frac{PD^3}{PO^3} \times PN$ (*Art.* 648).

Fig. 598 & 599. 675. PROBLÊME IV. *Conſtruire un microſcope dioptrique* enpdbo, *qui amplifie plus qu'un microſcope donné* ENPDBO, *dans un rapport quelconque propoſé repréſenté par celui de* n *à* 1,

& fasse voir les objets avec la même clarté, & avec la même netteté, autant que cela dépend de la réfrangibilité différente des rayons, & non de la sphéricité des objectifs.

Soient prises $ne = \frac{1}{n} NE$, $pd = \frac{1}{n} PD$, $po = \frac{1}{nn} PO$, $pb = \frac{1}{nn} PB$, $pn = \frac{1}{nn} PN$, & l'on aura le microscope demandé. Par exemple, le microscope de comparaison de M.r Huyghens a les dimensions suivantes en pouces ; $NE = 2$, $PD = \frac{1}{20}$, $PO = \frac{7}{10}$, $PB = \frac{7}{9}$, $PN = 7$: ainsi on voit dans ce microscope l'objet 36 fois plus grand en diametre qu'on ne le verrait à la vue simple à la distance de 8 pouces. Or, si l'on veut trouver les dimensions d'un autre microscope qui grossisse deux fois plus, nous avons $n = 2$, d'où, l'on a, suivant la regle, $ne = \frac{1}{2} NE = 1$, $pd = \frac{1}{40}$, $po = \frac{7}{40}$, $pb = \frac{7}{36}$, $pn = \frac{7}{4}$.

Cette regle est fondée sur cette hypothese, savoir, que les rapports des intervalles des points B, O, P, N, qui appartiennent à l'objectif, soient conservés. Delà nous avons NE réciproquement comme la grandeur apparente (*Art.* 671), c'est-à-dire, $ne : NE :: 1 : n$. Donc $ne = \frac{1}{n} NE$. Et parce que l'angle d'aberration de réfrangibilité ne doit souffrir aucun changement (*Art.* 668), nous avons aussi PD comme NE (*Art.* 673), ou réciproquement comme la grandeur apparente, c'est-à-dire, $pd : PD :: 1 : n$. Donc $pd = \frac{1}{n} PD$. Et enfin parce que l'éclat apparent doit être le même, nous avons PN comme $PD \times NE$ (*Art.* 672) ou comme NE^2, ou dans la raison doublée inverse de la grandeur apparente, c'est-à-dire, $pn : PN$, $pb : PB$ & $po : PO$ (par l'hypothese) $:: 1 : nn$. Donc $po = \frac{1}{nn} PO$; $pb = \frac{1}{nn} PB$ & $pn = \frac{1}{nn} PN$.

676. COROLL. I. Dans ces microscopes, les angles d'aberration de sphéricité de leurs objectifs sont en raison doublée de la grandeur apparente de l'objet. Car ces angles sont comme $\frac{PD^3}{PO^3} \times \frac{PN}{NE}$ (*Art.* 674) ou comme $\frac{PD^2}{PO^2}$ par l'hypothese de la

regle, & parce que PD eſt comme NE; c'eſt-à-dire, que l'angle de cette aberration dans le microſcope qu'on s'eſt propoſé de conſtruire, eſt au pareil angle, dans le microſcope de comparaiſon, comme $\frac{pd^2}{po^2}$ ou $\frac{nnPD^2}{PO^2}$ eſt à $\frac{PD^2}{PO^2}$, c'eſt-à-dire, comme nn eſt à 1.

677. COROLL. II. Donc ſi le côté convexe de l'objectif d'un microſcope, qui eſt plan convexe, peut être tourné vers l'objet, ce qui rend l'angle d'aberration de ſphéricité près de 4 fois plus grand (*Art.* 626, 627 & 646), en ſubſtituant à la place de cet objectif un autre dont le côté plan ſoit tourné vers l'objet, & dont la diſtance focale ſoit quatre fois plus petite, l'angle d'aberration deviendra auſſi quadruple (*Art. précéd.*), parce que la grandeur de l'objet ſera doublée (*Art.* 675). M.[r] Huyghens trouve que ce microſcope ſouffrirait ce renverſement. Mais ſi nous tentons de porter, par ce Problême, l'amplification beaucoup plus loin, les aberrations de ſphéricité augmenteront toujours & y mettront obſtacle, quoiqu'elle puiſſe cependant être augmentée à l'infini, par la propoſition ſuivante, comme cet illuſtre Savant l'a obſervé, ſans la difficulté qu'on rencontre à conſtruire des objectifs auſſi petits qu'il ſerait néceſſaire pour cet effet.

678. PROBLÊME V. *Conſtruire un microſcope dioptrique qui groſſiſſe les objets plus qu'un microſcope donné, dans un rapport quelconque propoſé repréſenté par celui de* n *à* 1, *& les faſſe voir avec la même clarté, & avec la même netteté quant aux aberrations de ſphéricité, & avec une netteté plus grande quant aux aberrations de réfrangibilité.*

Fig. 598 & 599. Soit $enpdbo$ le microſcope qu'on veut conſtruire, & $ENPDBO$ le microſcope de comparaiſon. Soient priſes $ne = \frac{1}{n} NE$, $pd = \frac{1}{n^3} PD$, $po = \frac{1}{n^4} PO$, $pb = \frac{1}{n^4} PB$, $pn = \frac{1}{n^4} PN$; on aura les dimenſions cherchées du microſcope qu'on ſe propoſe de conſtruire; & l'angle d'aberration de réfrangibilité ſera plus petit dans ce microſcope que dans le microſcope donné, dans le rapport de 1 à nn. Par exemple, dans le microſcope de comparaiſon, dont on a parlé ci-deſſus, ſuppoſant $n = 2$, nous avons $ne = 1$, $pd = \frac{1}{160}$, $po = \frac{7}{160}$, $pb = \frac{7}{144}$,

$pn = \frac{7}{16}$; & l'angle d'aberration de réfrangibilité sera quatre fois plus petit qu'auparavant.

Cette regle est fondée sur la même hypothese que la précédente, savoir, que les rapports des intervalles des points B, O, P, N, soient les mêmes dans les deux microscopes. Donc puisque les angles d'aberration de sphéricité doivent être les mêmes dans ces deux microscopes (*Art.* 668), nous avons PD^3 comme $PO^2 \times NE$ (*Art.* 674), & la clarté devant être la même, nous avons PN^2 ou PO^2 (par l'hypothese) comme $PD^2 \times NE^2$ (*Art.* 672) & par conséquent PD^3 comme $\frac{PO^3}{NE^3}$. Ayant donc déja PD^3 comme $PO^2 \times NE$, nous aurons, en y substituant les valeurs précédentes de PO^2 & de PD^3, PD comme NE^3, & PO comme NE^4. Mais NE est réciproquement comme la grandeur apparente (*Art.* 671), c'est-à-dire $ne : NE :: 1 : n$; ainsi nous avons $ne = \frac{1}{n} NE$; de plus PD est comme NE^3 ou $pd : PD :: ne^3 : NE^3 :: 1 : n^3$; nous avons donc $pd = \frac{1}{n^3} PD$; de même PO étant comme NE^4, nous avons $po = \frac{1}{n^4} PO$; & par l'hypothese, pb & pn sont comme po.

Présentement l'angle d'aberration de réfrangibilité est comme $\frac{PD}{NE}$ (*Art.* 673) c'est-à-dire, que cet angle est, dans le microscope qu'on s'est proposé de construire, à l'angle semblable dans le microscope de comparaison, comme $\frac{pd}{ne}$ ou $\frac{PD}{nnNE}$ est à $\frac{PD}{NE}$, c'est-à-dire, comme 1 est à nn.

679. COROLL. La largeur des pinceaux qui entrent dans la prunelle est aussi la même (*Art.* 672); car la moitié de cette largeur est $EI = \frac{PD \times NE}{PN}$, de sorte qu'on peut, par ce Problême, porter l'amplification aussi loin qu'on voudra, même la rendre infinie, sans d'autre obstacle que la grande petitesse dont l'objectif doit être. Mais dans les Problêmes suivans où il s'agit de la même chose, l'objectif n'est pas diminué dans un aussi grand rapport que par celui-ci, ne nous bornant plus à conserver les rapports des intervalles des points B, O, P, N.

Fig. 598 & 599. 680. PROBLÊME VI. *Construire un microscope avec deux lentilles convexes* e & p, *qui amplifie dans un rapport donné, & dans lequel l'éclat apparent de l'objet, & l'angle d'aberration de réfrangibilité soient les mêmes que dans un autre microscope donné composé de deux lentilles* E & P.

La distance focale de l'objectif p, son ouverture & sa position peuvent se trouver de cette manière.

Nous servant des mêmes figures que ci-dessus, soient les dimensions suivantes du microscope de comparaison, $PD = A$, $PO = C$, $NE = D$, & $BO : BP :: 1 : m$; & supposons les dimensions correspondantes du microscope qu'on veut construire, être celles-ci, $pd = a$, $po = c$, $ne = d$, & $bo : bp :: 1 : n$; & soit la grandeur apparente proposée, à la grandeur apparente à la vue simple, l'œil étant à une distance donnée r, dans le rapport donné de r à q. Nous aurons $c = \frac{m^2d^2q^2}{D^2(d+q)^2} \times C$; $n = \frac{md}{D}\sqrt{\frac{C}{c}}$; & $a = A\sqrt{\frac{c}{C}}$.

Car puisque l'éclat apparent doit être le même dans les deux microscopes, il faut poser $\frac{PD \times NE}{PN} = \frac{pd \times ne}{pn}$ (*Art.* 672), c'est-à-dire, $\frac{AD}{mC} = \frac{ad}{nc} = h$, pour abréger la réduction suivante. Et l'angle d'aberration de réfrangibilité devant être aussi le même dans les deux microscopes, il faut poser $\frac{PD}{NE} \times \frac{BP}{BO} = \frac{pd}{ne} \times \frac{bp}{bo}$ (*Art.* 673), c'est-à-dire, $\frac{mA}{D} = \frac{na}{d} = g$. Ces équations donnent $\frac{nch}{d} = a = \frac{dg}{n}$, d'où l'on tire $nn = \frac{dd}{c} \times \frac{g}{h} = \frac{dd}{c} \times \frac{mm}{DD} \times C$, & par conséquent $n = m\frac{d}{D}\sqrt{\frac{C}{c}}$; mettant cette valeur à la place de n, on aura $a = A\sqrt{\frac{c}{C}}$. Or, $q = \frac{ob}{op} \times ne$ (*Art.* 671) $= \frac{d}{n-1}$; d'où l'on a $\frac{d+q}{q} = n = m\frac{d}{D}\sqrt{\frac{C}{c}}$; donc $c = \frac{m^2d^2q^2}{D^2(d+q)^2} \times C$.

681. COROLL. I. Donc, dans ces microscopes, les diametres des ouvertures des objectifs sont en raison soudoublée de leurs distances focales, comme dans les lunettes ordinaires. Car nous

avons $\frac{a}{A} = \sqrt{\frac{c}{C}}$; & lorſqu'en faiſant BO & bo infinies, ces microſcopes ſe changent en lunettes, & que par conſéquent $m = 1$, & $n = 1$, nous avons auſſi $\frac{d}{D} = \sqrt{\frac{c}{C}} = \frac{a}{A}$; ce qui s'accorde avec l'Article 465.

682. COROLL. II. Dans ces microſcopes, les angles d'aberration de ſphéricité des objectifs, ſont réciproquement comme leurs diſtances focales, & ſont par conſéquent dans la raiſon doublée inverſe de leurs ouvertures (*Art. précéd.*). Car l'angle d'aberration de ſphéricité eſt comme $\frac{PD^3}{PO^3} \times \frac{PN}{NE}$ (*Art.* 674) $= \frac{mA^3}{C^2D}$, c'eſt-à-dire, que cet angle, dans le microſcope de comparaiſon, eſt au pareil angle, dans le microſcope qu'on veut conſtruire, comme $\frac{mA^3}{C^2D}$ eſt à $\frac{na^3}{c^2d}$, ou comme $\frac{AA}{CC}$ eſt à $\frac{aa}{cc}$, à cauſe que $\frac{mA}{D} = \frac{na}{d}$ (*Art.* 673), c'eſt-à-dire, comme $\frac{1}{C}$ eſt à $\frac{1}{c}$, parce que $AA : aa :: C : c$ (*Art. précéd.*).

683. COROLL. III. Conſervant le même objectif & changeant la diſtance focale de l'oculaire, la grandeur apparente de l'objet peut être un peu augmentée. Car la valeur de $q = \frac{d}{n-1}$ (*Art.* 671), donne $q : d :: 1 : n - 1$, & $q + d : d :: n : n - 1$; nous avons auſſi $pb : po :: n : n - 1$; donc $pb = \frac{d+q}{q} c$ & $pb^2 = \frac{(d+q)^2}{dd} \times c \times \frac{m^2d^2q^2}{DD(d+q)^2} \times C = \frac{mm}{DD} \times cCqq$; & par conſéquent, lorſque c eſt donnée, pb eſt comme q. Mais bp doit être toujours un peu plus grande que po. Donc ſi on la fait d'abord plus petite que $2po$, comme cela doit être, afin de rendre l'image plus grande que l'objet, il eſt évident que pb & par conſéquent q ne peut être diminuée dans un rapport auſſi grand que celui de 2 à 1, c'eſt-à-dire, que la grandeur apparente ne peut être doublée.

684. COROLL. IV. Mais ſi l'on conſervait le même oculaire & que l'on diminuât la diſtance focale de l'objectif, on pourrait rendre l'amplification auſſi grande qu'on le deſirerait, ſans l'obſtacle qu'y apporte l'augmentation que recevrait en

même tems l'aberration de ſphéricité (*Art.* 682) ; car la valeur de po pouvant être exprimée de cette maniere, $c = \left(\frac{m}{D} \times \frac{d}{\frac{d}{q}+1}\right)^2 \times C$, en augmentant le pouvoir amplifiant, c'eſt-à-dire, en diminuant q, le dénominateur de cette quantité ſera augmenté & c ſera diminuée. Ainſi pour perfectionner le microſcope donné, autant qu'il eſt poſſible, il faut conſerver le même oculaire, & diminuer l'objectif, ainſi que ſon ouverture, ſuivant les regles données ci-deſſus, juſqu'à ce que l'on trouve que les aberrations produites par ſa ſphéricité commencent à être aſſez grandes pour altérer la repréſentation des objets; & ſi l'on veut porter l'amplification encore plus loin, on pourra, en prenant pour microſcope de comparaiſon le microſcope dans lequel les aberrations de ſphéricité ne ſont point encore nuiſibles, en déterminer un autre, par le Problême ſuivant.

Fig. 598 & 599. 685. PROBLÊME VII. *Avec deux lentilles convexes* e *&* p, *dont la premiere ſoit l'oculaire qu'on ſuppoſe donné, conſtruire un microſcope qui amplifie dans un rapport donné, & dans lequel l'éclat apparent de l'objet & l'angle d'aberration de ſphéricité ſoient les mêmes que dans un autre microſcope donné composé de deux lentilles* E & P.

La diſtance focale de l'objectif p, ſon ouverture & ſa poſition peuvent ſe déterminer au moyen de ces équations; $c = \left(\frac{md}{D} \times \frac{q}{d+q}\right)^4 \times C$; $n = \frac{md}{D}\sqrt[4]{\frac{C}{c}}$; $a = A\sqrt[4]{\frac{c^3}{C^3}}$, que l'on trouve de la maniere ſuivante : nous conſervons les mêmes noms que ci-deſſus.

L'éclat apparent devant être le même dans les deux microſcopes, il faudra poſer $\frac{PD \times NE}{PN} = \frac{pd \times ne}{pn}$ (*Art.* 672), c'eſt-à-dire, $\frac{AD}{mC} = \frac{ad}{nc} = h$, comme ci-deſſus; & l'angle d'aberration de ſphéricité devant être le meme, il faut poſer $\frac{PD^3}{PO^3} \times \frac{PN}{NE} = \frac{pd^3}{po^3} \times \frac{pn}{ne}$ (*Art.* 674), c'eſt-à-dire, $\frac{mA^3}{C^2D} = \frac{na^3}{c^2d} = l$, pour abréger. Delà nous avons $a = \frac{nch}{d}$; & $\frac{n^3c^3h^3}{d^3} = \frac{ccdl}{n}$, c'eſt-à-dire, à-dire, $n^4 = \frac{d^4}{c} \times \frac{l}{h^3} = \frac{d^4}{c} \times \frac{m^4}{D^4} C$; donc $n = \frac{md}{D} \sqrt[4]{\frac{C}{c}}$. Ainsi on aura $a = A \sqrt[4]{\frac{c^3}{C^3}}$. Mais $q = \frac{ob}{op} ne$ (*Art.* 671) $= \frac{d}{n-1}$: donc $\frac{d+q}{q} = \frac{md}{D} \sqrt[4]{\frac{C}{c}}$; d'où l'on tire $c = \left(\frac{md}{D} \times \frac{q}{d+q}\right)^4 C$.

686. COROLL. I. Dans ces microſcopes, les diametres des ouvertures des objectifs ſont comme les racines quatriemes des cubes de leurs diſtances focales. Car nous avons trouvé $\frac{a}{A} = \sqrt[4]{\frac{c^3}{C^3}}$.

687. COROLL. II. Les angles d'aberration de réfrangibilité ſont en raiſon ſoudoublée des diſtances focales des objectifs. Cela ſe prouve de la même manière que l'Art. 682.

688. COROLL. III. On peut auſſi augmenter un peu le pouvoir amplifiant de ces microſcopes, en changeant l'oculaire. Car nous trouverons, en nous conduiſant comme ci-deſſus (*Art.* 683), que pb eſt comme q.

689. COROLL. IV. Dans le Problême précédent nous avons po comme $\left(\frac{d}{\frac{d}{q}+1}\right)^2$, & par celui-ci po eſt comme $\left(\frac{d}{\frac{d}{q}+1}\right)^4$; de ſorte que, pour la même augmentation du pouvoir amplifiant, ou diminution de q, po diminue actuellement dans la raiſon doublée de la quantité de fois dont il diminuait ci-deſſus. C'eſt pourquoi il vaut mieux rendre le pouvoir amplifiant auſſi grand qu'on le peut, par le Problême précéd. avant d'employer celui-ci, afin de pouvoir conſerver à l'objectif autant d'ouverture qu'il eſt poſſible. Et l'on pourrait rendre le pouvoir amplifiant de ce microſcope auſſi grand qu'on le voudrait, même le rendre infini, ſans l'obſtacle qu'y apporte la petiteſſe dont l'objectif devrait être; parce que l'éclat continue d'être le même, & que, par le Coroll. II, la netteté eſt augmentée.

690. COROLL. V. Si l'on veut conſtruire un microſcope, dans lequel les angles d'aberration, tant de ſphéricité que de réfrangibilité, ſoient reſpectivement les mêmes que dans le microſcope de comparaiſon, il faut conſerver le même objectif, & pour amplifier davantage, augmenter la diſtance focale de l'oculaire; quoique quand on augmenterait la diſtance focale de l'oculaire à l'infini, la grandeur apparente, dans le microſcope qu'on veut

construire, ne serait à la grandeur apparente, dans le microscope de comparaison, que comme m est à $m - 1$, ou, dans le microscope de comparaison de M.r Huyghens, que comme 10 à 9, ce qui est bien peu de chose. Car l'angle d'aberration de sphéricité sera le même en faisant $\frac{mA^3}{C^2D} = \frac{na^3}{c^2d}$ (*Art.* 674), d'où nous tirerons $c = C$, en substituant les valeurs de n & de a trouvées dans le Problême précédent, dans lequel l'angle d'aberration de réfrangibilité est supposé le même ; il faut donc faire, dans la valeur de $c = (\frac{md}{D} \times \frac{q}{d+q})^2 C$ (*Art.* 680), $\frac{md}{D} \times \frac{q}{d+q} = 1$, ce qui donne $d = \frac{1}{\frac{m}{D} - \frac{1}{q}}$; d'où l'on voit que d augmentera en diminuant q, & deviendra infinie, lorsque $\frac{m}{D} - \frac{1}{q} = 0$, ou lorsque $q = \frac{D}{m}$. Mais dans le microscope de comparaison $Q = \frac{D}{m-1}$ (*Art.* 671). Donc nous avons Q est à q, ou la grandeur apparente dans le microscope qu'on veut construire, est à la grandeur apparente, dans le microscope de comparaison, comme m est à $m - 1$. Ainsi, il est inutile de rien changer à l'oculaire.

691. Pour donner un exemple de chacune de ces propositions, nous avons, dans le microscope de M.r Huyghens, NE
Fig. 598. $= D = 2$, $PD = A = \frac{1}{20}$, $PO = C = \frac{7}{10}$, $PB = \frac{7}{9}$; delà $m = 10$ & $Q = \frac{D}{m-1}$ (*Art.* 671) $= \frac{2}{9}$. Pour amplifier une fois plus, il faut mettre $q = \frac{1}{9}$ (*Art.* 671). Mettant donc, par la proposition précédente, $d = D = 2$, nous avons $po = c = \frac{70}{361}$, $n = 19$, $pb = \frac{35}{171}$, & $pd = a = \frac{1}{38}$. Mais, par le présent Problême, $po = e = \frac{7000}{19^4} = \frac{1}{19}$, à très-peu près ; & le reste suivant les regles qu'on a données. Si nous mettons $d = 1$, nous aurons, par le Problême précédent, $po = \frac{7}{40}$, & par celui-ci, $po = \frac{7}{160}$, ce qui s'accorde avec les regles données dans les Articles 675 & 678.

692. LEMME VI. *Trouver la grandeur apparente des objets, ainsi que la clarté & la distinction avec lesquelles on les apperçoit dans les microscopes catoptriques composés d'un miroir concave & d'un oculaire.*

Soit l'objet BX placé entre le centre P & le foyer T d'un miroir concave ACG, & soit l'image NY de cet objet vue au travers de l'oculaire EZ dont la distance focale est NE. Soit aussi l'objet BX vu à l'œil nud de la distance BR; alors prenant BQ à BT comme NE est à TC, l'objet sera amplifié, dans le microscope, dans le rapport de BR à BQ. Fig. 600.

Une ligne quelconque PX prolongée jusqu'au miroir en G & jusqu'à l'oculaire en Z, est l'axe d'un pinceau oblique de rayons venant de X, qui, après s'être réfléchis en G, vont former le point Y de l'image, & ensuite sont rompus en Z par l'oculaire, à la sortie duquel ils entrent dans l'œil situé en V. Soit menée XQ parallele à ZV ou à EY (*Art. 50*); on verra l'objet, dans le microscope, sous l'angle EVZ égal à NEY ou à BQX, & par conséquent il sera amplifié dans le rapport de l'angle BQX à BRX ou de BR à BQ. Mais $BQ : NE ::$ $(BX : NY :: PB : PN ::)$ $TB : TP$ ou TC, à cause que TB, TP, TN sont en proportion continue (*Art. 207*).

693. COROLL. I. La distance apparente $BQ = \frac{TB}{TC} \times NE$ $= \frac{PB}{PN} \times NE = \frac{CB}{CN} \times NE$; & BR étant donnée, la grandeur apparente de l'objet est, par le Lemme, réciproquement comme BQ.

694. COROLL. II. Soit CA la moitié de l'ouverture du miroir concave; l'éclat apparent du même objet, dans le même ou dans différens microscopes, sera comme $\frac{CA^2 \times NE^2}{CN^2}$. Car l'éclat apparent est directement comme la quantité de lumière que le miroir reçoit d'une particule quelconque B, & réciproquement comme l'aire de l'image de cette particule tracée au fond de l'œil, ou réciproquement comme la grandeur apparente de la surface de cette particule; & par conséquent est comme $\frac{CA^2}{CB^2} \times \frac{CB^2 \times NE^2}{CN^2}$ (*Art. 58 & précéd.*).

695. COROLL. III. L'indistinction apparente d'un objet

donné, dans le même ou dans différens microscopes catoptriques, est comme $\frac{CA^6}{CT^6} \times \frac{PN^4}{CN^2 \times NE^2}$, & par conséquent est invariable, lorsque $\frac{CA^3}{CT^3} \times \frac{PN^2}{CN \times NE}$ est invariable. Car la plus grande aberration latitudinale, dans l'image en N, est comme $\frac{CA^3}{CT^3} \times \frac{PN^2}{NE}$ (*Art.* 667), & l'indistinction apparente est directement comme le carré de cette aberration, & réciproquement comme NE^2 (*Art* 661), négligeant, conformément à l'Art. 667, *les aberrations occasionnées par l'oculaire.*

Fig. 600 & 601. 696. PROBLÊME VIII. *Ayant un microscope catoptrique composé d'un miroir concave* CA *& d'un oculaire convexe* EZ, *dont les positions respectives sont reglées par expérience, déterminer celles d'un autre miroir concave donné* ca *& d'un oculaire convexe* ez, *de manière qu'il représente l'objet avec la même clarté que le microscope donné, & avec la même netteté en négligeant la petite augmentation d'aberrations occasionnée par l'oculaire* ez, *si on le prend plus petit que* EZ; *& trouver le pouvoir amplifiant de ce microscope.*

Supposons que la 600ᵉ Figure représente le microscope donné, dont les dimensions soient celles-ci; $CA = A$, $CT = C$, $NE = D$, & $TB : TC :: 1 : m$; & dans le microscope qu'on veut construire, représenté par la Figure 601, soient les lignes données $tc = c$, $ne = d$. Ayant pris un nombre $n = \sqrt{\left(1 + (mm - 1)\frac{dd}{DD}\sqrt{\frac{C}{c}}\right)}$, on trouvera la place de l'objectif & celle de l'oculaire, en faisant $tb : tc$ & $tc : tn :: 1 : n$; la moitié ca de l'ouverture, ou a sera $= \frac{n+1}{m+1} \times \frac{cD}{Cd} A$; & la grandeur apparente de l'objet sera à sa grandeur apparente vu à l'œil nud de la distance l, comme l est à $\frac{d}{n}$ (*Art.* 693) ou

$$\frac{d}{\sqrt{\left(1+(mm-1)\frac{dd}{DD}\sqrt{\frac{C}{c}}\right)}}.$$

Car l'éclat apparent devant être le même dans les deux microscopes, il faut mettre $\frac{CA \times NE}{CN} = \frac{ca \times ne}{cn}$ (*Art.* 694), c'est-à-dire, $\frac{AD}{(m+1)C} = \frac{ad}{(n+1)c} = h$, afin d'abréger la réduction suivante; & la distinction apparente devant être la même, il faut mettre $\frac{CA^3}{CT^3} \times \frac{PN^2}{CN \times NE} = \frac{ca^3}{ct^3} \times \frac{pn^2}{cn \times ne}$ (*Art.* 695), c'est-à-dire, $\frac{(m-1)^2}{m+1} \times \frac{A^3}{C^2D} = \frac{(n-1)^2}{n+1} \times \frac{a^3}{c^2d} = g$. On aura donc $\frac{(n+1)^3c^3h^3}{d^3} = \frac{n+1}{(n-1)^2} \times c^2dg$, d'où l'on tire $nn - 1 = dd \sqrt{\frac{g}{ch^3}} = dd \times \frac{mm-1}{DD} \times \sqrt{\frac{C}{c}}$, en remettant les valeurs de h & de g; & par conséquent $n = \sqrt{(1 + (mm-1)\frac{dd}{DD}\sqrt{\frac{C}{c}})}$. Quant à la valeur de a, elle se tire de l'équation $\frac{AD}{(m+1)C} = \frac{ad}{(n+1)c}$. Puisque la largeur du pinceau du milieu est toujours la même, à sa sortie de l'oculaire (*Art.* 694 & 679), si nous conservons le même oculaire, il occasionnera les mêmes aberrations, & si nous le diminuons, les aberrations qu'il occasionne augmenteront, & par conséquent l'indistinction apparente sera plus grande. Car quoique la plus grande partie (*Art.* 667) de l'angle d'aberration aib ou Rir se conserve invariable, cependant la plus petite partie de cet angle, soutendue par qr, varie réciproquement comme qe, en prenant qr pour l'aberration produite par la réfrangibilité, & réciproquement comme le cube de qe, en prenant qr pour l'aberration produite par la sphéricité de l'oculaire. Car cette partie de l'angle d'aberration étant comme $\frac{qr}{qe}$, est comme $\frac{ei}{eq}$, dans le premier cas (*Art.* 439), & comme $\frac{ei^3}{eq^3}$, dans le second cas (*Art.* 665), supposant qu'on employe toujours des oculaires semblables. Fig. 597.

697. COROLL. I. Delà, lorsque l est donnée, la grandeur apparente, dans ce microscope, est comme $\frac{n}{d}$ ou comme $\sqrt{(\frac{1}{dd} + \frac{mm-1}{DD}\sqrt{\frac{C}{c}})}$, & par conséquent peut être augmentée à volonté, en diminuant c, & aussi en diminuant d, si on néglige la petite augmentation d'aberration qu'occasionne la diminution de l'oculaire.

698. COROLL. II. Donc mettant $q = \frac{d}{n}$ diſtance apparente de l'objet (*Art.* 693), ſi c & q ſont données & qu'on demande le reſte, nous aurons $d = \frac{qD}{\sqrt{(DD + (1 - mm)\,qq\,\sqrt{\frac{C}{c}})}}$; par conſéquent $n = \frac{d}{q}$, $tb : tc :: 1 : n$ & $a = \frac{n+1}{m+1} \times \frac{cD}{Cd} A$. Car puiſque $q = \frac{d}{n} = \frac{d}{\sqrt{(1 + (mm - 1) \times \frac{dd}{DD}\sqrt{\frac{C}{c}})}}$, en réduiſant, nous trouverons d telle qu'on vient de voir. Si l'on conſerve le miroir du microſcope de comparaiſon, nous aurons $d = \frac{D}{\sqrt{(\frac{DD}{qq} + 1 - mm)}}$.

699. COROLL. III. Si d & q ſont données & qu'on demande le reſte, nous aurons $c = (\frac{mm-1}{DD} \times \frac{ddqq}{dd - qq})^2 \times C$, & tb & ca les mêmes que dans le Coroll. II. Si l'on conſerve l'oculaire du microſcope de comparaiſon, nous aurons $c = ((mm - 1) \times \frac{qq}{DD - qq})^2 \times C$, & la diſtinction apparente ſera la même que dans le microſcope donné.

700. COROLL. IV. Ce microſcope peut ſe changer en un téleſcope Newtonien, en faiſant TB & tb infinie, & par conſéquent $m = 0$ & $n = 0$, c'eſt-à-dire, $1 - \frac{dd}{DD}\sqrt{\frac{C}{c}} = 0$, d'où l'on tire $\frac{D}{d} = \sqrt[4]{\frac{C}{c}}$, ou $d : D :: \sqrt[4]{c} : \sqrt[4]{C}$. Nous avons auſſi $\frac{a}{A} = \frac{cD}{Cd} = \frac{c}{C}\sqrt[4]{\frac{C}{c}} = \sqrt[4]{\frac{c^3}{C^3}}$, c'eſt-à-dire, $a : A :: \sqrt[4]{c^3} : \sqrt[4]{C^3}$. Et parce que $\frac{C}{D} a = \frac{c}{d} A$, nous avons $\frac{c}{d} : \frac{C}{D} :: a : A :: \sqrt[4]{c^3} : \sqrt[4]{C^3}$, ou le pouvoir amplifiant comme $\sqrt[4]{C^3}$. Tout cela s'accorde avec l'Article 472.

701. Ayant fait quelques expériences groſſieres avec un miroir concave de $\frac{7}{3}$ de pouce de foyer, que j'avais combiné avec pluſieurs oculaires convexes, j'ai trouvé que les couleurs des objets paraiſſent, dans un microſcope catoptrique, beaucoup

plus belles & plus naturelles que dans les microſcopes doubles dioptriques de l'eſpece la meilleure, ces couleurs étant exemptes de tout mêlange de ces couleurs étrangeres qui naiſſent, dans les microſcopes dioptriques, de la réfrangibilité différente des rayons. Ayant mis des cheveux fort fins ſur un morceau de verre plat placé en B, qui ne recevaient preſque d'autre lumière que celle du ciel tranſmiſe par une fenêtre, je trouvai qu'on les voyait très-diſtinctement & avec une clarté ſuffiſante, lorſque mon microſcope catoptrique avait les dimenſions ſuivantes en parties de pouce; CA ou $A = \frac{1}{2}$, CT ou $C = \frac{7}{3}$, NE ou $D = \frac{7}{3}$, $TB : TC :: 1 : 14$. Nous avons donc $m = 14$, & la diſtance apparente $BQ = \frac{D}{m}$ (*Art.* 693) $= \frac{1}{6}$; par conſéquent ſuppoſant $BR = 8$ pouces, ces objets étaient amplifiés 48 fois en diametre.

702. Delà, il eſt facile de trouver, par le Coroll. III, que pour amplifier 72 fois avec le même oculaire de $\frac{7}{3}$ de pouce de foyer, & conſéquemment avec la même diſtinction & la même clarté qu'avec le microſcope dont on vient de donner les dimenſions, le miroir concave ct doit être de 0,458 pouce de foyer; & par conſéquent le diametre de la ſphere, dont ce miroir fait partie de la ſurface, c'eſt-à-dire, $4ct$, eſt 1,832, ce qui eſt plus de 9 fois plus grand que $po = \frac{70}{361}$ $= 0{,}194$, diſtance focale & diametre de ſphéricité du verre plan convexe que nous avons trouvé (*Art.* 691) amplifier auſſi 72 fois avec un oculaire de 2 pouces de foyer, quoique non avec la même diſtinction que celui qui ſervait de terme de comparaiſon, parce que l'angle d'aberration de ſphéricité de l'objectif était augmenté de près de 4 fois (*Art.* 682). Cet excès du diametre de ſphéricité du miroir ſur celui de la lentille eſt très-avantageux en ce qu'il donne, par la diminution de la courbure, la faculté de porter l'amplification plus loin.

703. Au reſte, nous devons prévenir qu'en cherchant à amplifier conſidérablement, on ſe trouve bientôt arrêté par la petiteſſe dont la courbure du miroir doit être pour cet effet. C'eſt

ce qui m'a donné l'idée de former un microſcope avec deux miroirs ſphériques, auxquels j'ai donné des proportions telles que les aberrations occaſionnées par la premiere réflexion ſont parfaitement corrigées par la ſeconde, & qu'en conſéquence la derniere image eſt auſſi parfaitement délivrée d'aberrations, que le permet le degré de perfection de la théorie de ces aberrations. Comme j'ai rendu la théorie de cet inſtrument abſolument indépendante de tout ce qui eſt contenu dans ce Chapitre, je l'ai renfermée dans les Notes ſuivantes.

Description théorique & pratique d'un nouveau microſcope catoptrique.

Problême I.

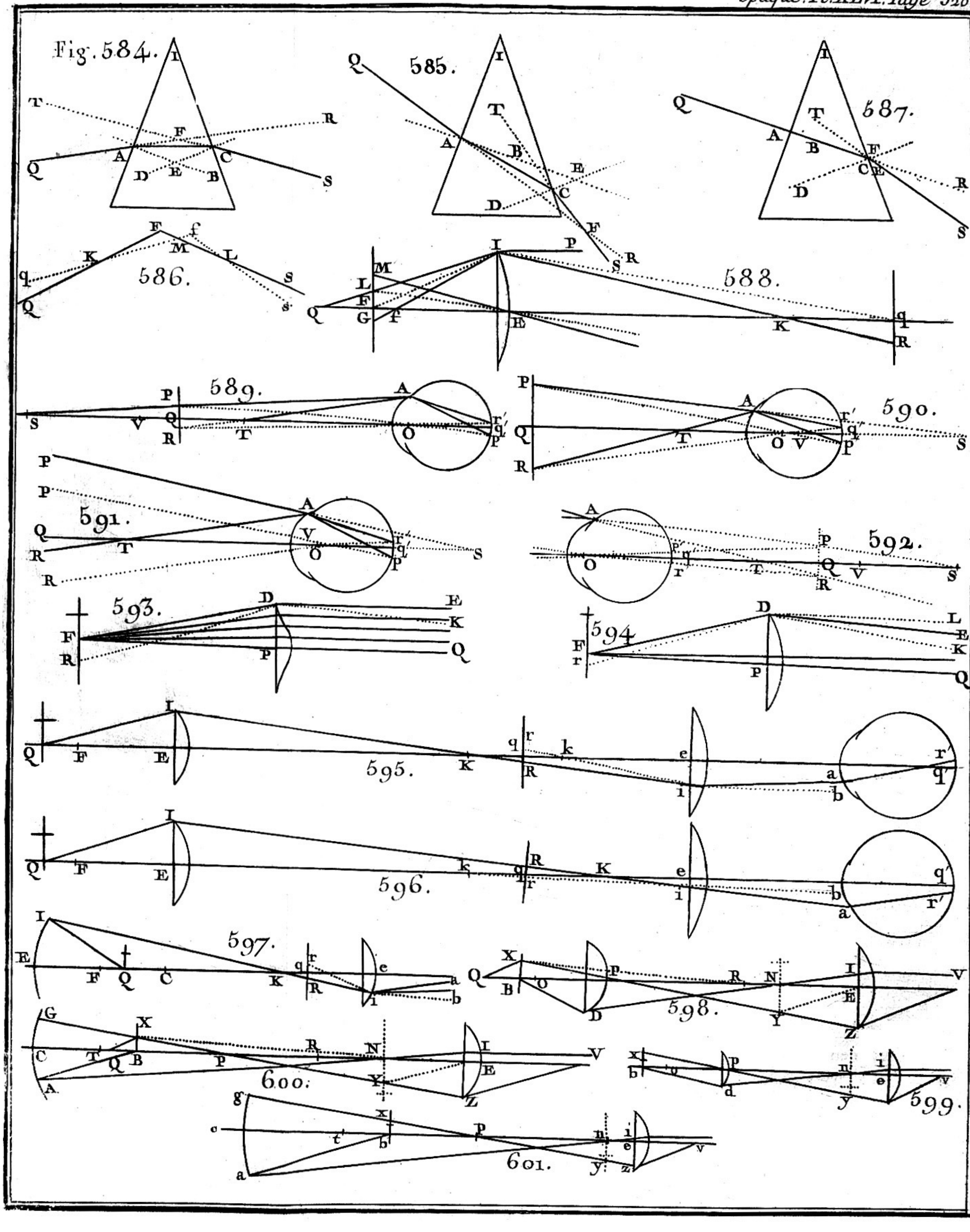
712. *Composer un microſcope avec deux miroirs ſphériques & un oculaire convexe, & faire voir combien il amplifie les objets.*

713. Entre le centre E (*Fig. 602*) & le foyer principal T d'un miroir concave ABC, dont l'axe eſt $EQTC$, ſoit placé un objet PQ; ſoit pq l'image que formeraient les rayons partis de cet objet, aprés avoir été réfléchis par le miroir, s'ils n'étaient reçus, avant de la former, par un miroir convexe abc; & ſoit $p'q'$ une 2^e image faite pour être vue au moyen d'un oculaire l, que ces rayons réfléchis par le miroir abc forment, après avoir paſſé par une ouverture BC pratiquée au ſommet du miroir ABC.

714. L'objet peut être ſitué entre les miroirs C, c, ou, ce qui vaut mieux, entre le foyer principal t & le ſommet c du miroir convexe, en pratiquant une petite ouverture au ſommet de ce miroir, afin que les rayons incidens puiſſent paſſer.

715. Par l'Art. 207, TQ, TE, Tq forment une proportion continue dont le rapport eſt donné & peut être exprimé par celui de 1 à n; de même tq, tc, tq' forment une proportion continue dont le rapport eſt auſſi donné & peut s'exprimer, ſi l'on veut, par celui de 1 à m. Alors ſi d eſt la diſtance ordinaire à laquelle on voit diſtinctement à la vue ſimple, les petits objets, & que $q'l$ ſoit la diſtance focale de l'oculaire le plus petit, au travers duquel on apperçoive l'objet avec aſſez de diſtinction & de clarté, l'objet ſera amplifié dans le rapport de mnd à $q'l$.

716. Car l'objet PQ & ſa premiere image pq ſont terminés d'un côté par l'axe commun des miroirs, & de l'autre par une ligne PEp menée par le centre E du miroir concave ABC. Pareillement les images pq & $p'q'$ ſont terminées par l'axe commun & par la ligne epp' menée par le centre e du miroir convexe abc. Les triangles $p'q'e$, pqe étant ſemblables de même que les triangles pqE, PQE, on a donc $p'q' : pq :: q'e : qe :: m : 1$ & $pq : PQ :: qE : QE :: n : 1$, & conſéquemment $p'q' : PQ :: mn : 1$; ce qui donne $p'q' = mn \times PQ$. Préſentement ſi lq' eſt la diſtance focale de l'oculaire l, on verra les points P, Q de l'objet, au travers de cet oculaire, par des rayons paralleles, à leur ſortie du verre, les uns à la ligne $p'l$, les autres à $q'l$, c'eſt-à-dire, que PQ paraît ſous un angle égal à $p'lq'$, qui eſt comme $\frac{p'q'}{q'l} = \frac{mn \times PQ}{q'l}$; tandis qu'à la vue ſimple on voit ce même objet de la diſtance d, ſous un angle PoQ qui eſt comme $\frac{PQ}{d}$. Ainſi cet objet eſt amplifié dans le rapport de ces angles, c'eſt-à-dire, dans le rapport de mnd à $q'l$.



717. COROLL. I. Ayant les nombres m, n, d, si l'on veut trouver quel oculaire il faudrait employer pour que le microscope grossisse le nombre M de fois en diametre, il n'y aura qu'à prendre $q'l = \frac{mnd}{M}$; car la grandeur apparente est à la vraie comme $M : 1 :: mnd : q'l$.

718. COROLL. II. Aussi-tôt que l'on aura déterminé les nombres les plus convenables m, n & les distances focales T, t, les formules suivantes donneront les différentes parties de l'axe du microscope ; $tq' = mt$, $tq = \frac{1}{m} t$, $qc = tc - tq = \frac{m-1}{m} t$, $cq' = tq' - tc = (m-1)t$, $qq' = tq' - tq = \frac{mm-1}{m} t$; $qT = nT$, $TQ = \frac{1}{n} T$, $qQ = Tq - TQ = \frac{nn-1}{n} T$, $qC = qT + TC = (n+1)T$, $QC = QT + TC = \frac{n+1}{n} T$, $Cc = qC - qc = (n+1)T - \frac{m-1}{m} t$, $Cq' = \frac{mm-1}{m} t - (n+1)T$.

719. LEMME. *Le point rayonnant étant donné, & les rayons étant supposés tomber sur un miroir concave, trouver l'aberration exacte d'un quelconque de ces rayons.*

720. Soient E (*Fig. 603*) le centre du miroir AC, T son foyer principal, Q le point rayonnant, q le foyer des rayons infiniment proches de l'axe $qEQTC$, QA un autre rayon incident, AV perpendiculaire à l'axe. On prendra vers Q une 4ᵉ proportionnelle EF à EQ, à ET & à EC, & on prendra ensuite sur qC une partie qR du côté de q opposé à celui dont VC est par rapport à C, laquelle soit à qE comme VC est à VF; AR sera le rayon réfléchi, & qR l'aberration exacte de ce rayon.

721. Car que la sphere dont le miroir fait partie, soit rencontrée par les rayons incidens QA, QC prolongés, en B & en D, & tirant EA, EB, soit menée RS parallele à EA, laquelle rencontre en S, QA prolongée. Nous aurons $ER : RQ :: AS \times AE : AQ \times RS$ ou (à cause que $AE : AB :: AS : RS$) $:: AE^2 : AQ \times AB$ ou $AQ^2 + EC^2 - EQ^2$, & par conséquent $ER : EQ :: AE^2 : AQ^2 - EQ^2$ ou $AE^2 - 2EQ \times EV :: \frac{AE^2}{2EQ} : \frac{AE^2}{2EQ} - EV :: \frac{CE \times ET}{EQ} : \frac{CE \times ET}{EQ} - EV$; c'est-à-dire que, par construction, $ER : EQ :: EF : FV$, proportion qui devient, lorsque A & V coïncident avec C & conséquemment R avec q, $Eq : EQ :: EF : FC$. Ces deux proportions donnent $ER : Eq :: FC : FV$, qui se change dans celle-ci $qR : qE :: VC : VF$. Par la premiere de ces deux dernieres proportions, on voit que ER est plus petite que Eq, & conséquemment que qR & CV sont disposées en sens contraire par rapport à q & à C, ce qu'on trouvera facilement être ainsi dans tous les autres cas.

722. COROLL. I. Supposant, comme dans le Probl. les rapports de TQ à TE & de TE à Tq représentés par celui de 1 à n, & nommant TE ou TC, T, & CV, V, on a, dans le miroir concave, l'aberration exacte $qR = \frac{(n-1)^2 TV}{2T + (n-1)V}$. Car on a (*Note 720*) $EF : EC :: ET : EQ$, & par conséquent $CF : CE :: TQ : QE :: 1 : n-1$, d'où l'on tire $CF = \frac{2T}{n-1}$; donc $VF = \frac{2T}{n-1} + V$ & $qR = \frac{VC}{VF} \times qE = \frac{(n-1)^2 TV}{2T + (n-1)V}$.

723. COROLL. II. Pareillement supposant que $q'a$ (*Fig. 604*) soit un rayon qui tombe sur un miroir convexe ac, & $a'ar$ le rayon réfléchi prolongé ; exprimant le rapport de tq' à tc, & de te à tq par celui de m à 1, & nommant te ou tc, t, & cv, v, on a l'aberration exacte $qr = \frac{\left(\frac{m+1}{m}\right)^2 tv}{2t - \frac{m+1}{m} v}$. Car par la Note 720, $ef : ec :: et : eq'$, & par conséquent $cf : ce :: tq' : q'e :: m : m+1$; d'où l'on tire $cf = \frac{2tm}{m+1}$;

$$vf = \frac{2tm}{m+1} - v \text{ \& } qr = \frac{vc}{vf} \times qe$$

$$= \frac{\left(\frac{m+1}{m}\right)^2 tv}{2t - \frac{m+1}{m} v}.$$

724 COROLL. III. Réduisant en suites les expressions de ces aberrations, on aura $qR = (n-1)^2 \frac{V}{2} - (n-1)^3 \frac{V^2}{4T} + (n-1)^4 \frac{V^3}{8T^2}$ — &c. Et $qr = \left(\frac{m+1}{m}\right)^2 \frac{v}{2} + \left(\frac{m+1}{m}\right)^3 \frac{v^2}{4t} + \left(\frac{m+1}{m}\right)^4 \frac{v^3}{8tt}$ + &c.

725. COROLL. IV. Soit achevé le rectangle *AVRY* (*Fig. 603*); pendant que le point *A* décrit l'arc de cercle *CA*, le point *Y* décrira une courbe *qY* convexe par-tout vers sa tangente *qX* menée perpendiculairement à l'axe *qC*. Car (*Note 720*) $qR = \frac{VC}{VF} \times qE$; or, qE est donnée, & le rapport $\frac{VC}{VF}$ augmente continuellement.

726 COROLL. V. Pareillement si q' (*Fig. 604*) est le point d'où partent des rayons tels que $q'a$, qui vont tomber sur la partie du miroir *zacz* qui est convexe vers q', la courbe *qy* décrite par le sommet *y* de l'angle *ayr* du rectangle variable *avry*, sera convexe par-tout vers sa tangente *qx*, menée perpendiculairement à l'axe *qc*. Car (*Note 723*) $qr = \frac{vc}{vf} \times qe$, qui croît continuellement, devient infinie lorsque *v* parvient en *f*, & ensuite diminue. Ces deux courbes sont du troisieme ordre.

727. COROLL. VI. Lorsque *V* est très-petite, on a, par le Coroll. III, $qR = (n-1)^2 \times \frac{1}{2} V$; & par conséquent l'aberration du foyer principal *T*, est $\frac{1}{2} V$, à très-peu près; & $qR : \frac{1}{2} V :: (n-1)^2 : 1$; c'est-à-dire, que si le point d'incidence est donné, & qu'on varie la position du rayon incident, ses aberrations sont, à très-peu près, comme les carrés de leurs distances au centre du miroir.

728. THÉORÊME I. *Les choses demeurant comme dans le Problême* (Note 712), *si la relation entre les distances focales* T, t, *& les nombres* m, n, *est exprimée par cette équation* $(nn-1)^2 T = \left(\frac{mm-1}{mm}\right)^2 t$, *la derniere image de l'objet sera plus distincte, que si ces mêmes quantités* T, t, m, n *avaient toute autre relation.*

729. Un rayon incident quelconque *QA* (*Fig. 605*) décrivant, après avoir été réfléchi, les lignes *Aa*, *aS*, supposons en un autre venant de q', réfléchi suivant aa', & soient prolongées *aA* & aa' jusqu'à ce qu'elles rencontrent l'axe des miroirs en *R* & en *r*. Comme les aberrations *qR*, *qr* sont du même côté de *q* (*Note 720*), si elles étaient égales, les rayons *Aa*, aa' & *aS*, aq' coïncideraient; de de sorte que le rayon *QA* ferait réfléchi exactement en q', qui est le foyer des rayons infiniment proches de l'axe.

730. Or, la premiere raison des aberrations *qR*, *qr* est exprimée par les premiers termes des deux suites trouvées (*Note 724*); & en supposant ces termes égaux, on a $(n-1)^2 : \left(\frac{m+1}{m}\right)^2 :: v : V :: \frac{av^2}{4t} : \frac{AV^2}{4T} :: \frac{cq^2}{t} : \frac{Cq^2}{T} :: \left(\frac{m-1}{m}\right)^2 t : (n+1)^2 T$ (*Note précéd.*); d'où l'on tire $(nn-1)^2 T = \left(\frac{mm-1}{mm}\right)^2 t$. Ainsi lorsque la relation entre les quantités *m*, *n*, *T*, *t*, est exprimée par cette équation, les aberrations exactes *qR*, *qr* qui, après avoir pris naissance en *q*, croissent avec des vitesses égales, s'écarteront moins de l'égalité & la conserveront mieux, pendant qu'elles recevront une petite augmentation, que si elles étaient nées en *q* en croissant avec des vitesses inégales; & puisqu'à cause des angles égaux *raR*, $a'aA$, $q'aS$, *Rr* souffrant de la diminution, l'aberration $q'S$ en souffre aussi, la derniere image $p'q'$ sera plus distincte que si les quantités *T*, *t*, *m*, *n* avaient toute autre relation.

731. COROLL. I. Delà, si l'une ou l'autre des aberrations qR, qr, qui appartient à une demi-ouverture quelconque AV, devient plus petite, leur différence Rr deviendra aussi plus petite. Car puisque la premiere raison des soutendantes XY, Xy des angles d'attouchement en q, a été supposée une raison d'égalité, les courbes qY, qy ont la même courbure en q; or, si cette courbure diminue, les soutendantes quelconques données XY, Xy diminueront, ainsi que leur différence Yy ou Rr: ce qu'on voit facilement.

732. COROLL. II. Par conséquent, toutes choses étant égales d'ailleurs, l'apparence de l'objet deviendra plus distincte, en diminuant n. Car elle deviendra plus distincte, toutes choses égales d'ailleurs, en diminuant l'aberration $q'S$; or, $q'S$ diminue avec Rr, laquelle diminue avec qR (*Coroll. précéd.*), qui diminue avec n, comme il paraît par l'expression de

$$qR = \frac{TV}{\frac{2T}{(n-1)^2} + \frac{V}{n-1}}.$$

THÉORÊME II. *Les choses demeurant comme dans le Théorême précédent, si les miroirs ont le même foyer, les parties de ces miroirs, voisines des bords des ouvertures pratiquées dans ces miroirs, qui réfléchissent la lumière plus régulierement* (Note 720) *que les autres, serviront toutes.*

733. Les lignes QA, Aa, aq' (*Fig. 606*) étant décrites par le rayon extrême, soit prolongée QA qui coupe la tangente cda' en d, jusqu'à la rencontre de la tangente $Cb'D$, en D. Soit tirée Dq laquelle coupe la premiere tangente en a', & $a'q'$ qui coupe la derniere, en b'; & soit enfin tirée $b'q$ qui coupe la premiere tangente en c'.

734. On voit, par l'inspection des Figures, que ca' & Cb' sont un peu plus longues que ca & CB, & que par conséquent si l'on donne à l'ouverture qu'on pratique en C, un demi-diametre égal à Cb', cette ouverture pourra être assez large pour permettre de passer aux pinceaux collatéraux, qui doivent former les parties extrêmes de l'image située en q'.

735. L'ouverture qu'on pratique dans le miroir convexe doit être d'un demi-diametre égal à cd; car lorsque cQ est petite, cd ne differe que d'une quantité insensible de l'arc cb que QA sépare du reste de l'arc ca du miroir; & puisque le rayon le plus intérieur qui décrit la ligne Qb' sera réfléchi, à très-peu près, suivant $b'c'$, s'il arrive que cc' soit plus courte que cd, ce rayon se perdra par l'ouverture faite en c; & il en sera de même de tous ceux qui tomberont sur une zone du miroir concave, dont la largeur $b'd'$ est engendrée par le mouvement angulaire de la ligne $b'c'q$ autour de q, jusqu'à ce que c' coïncide avec d.

736. D'un autre côté, s'il arrive que cc' soit plus longue que cd, il y aura une zone du miroir convexe, de la largeur $c'd$, qui deviendra inutile.

737. C'est pourquoi, pour que les parties intérieures des miroirs, qui réfléchissent plus régulierement la lumière que les autres, servent toutes, il faut que $cc' = cd$; ce qui sera toujours, si les miroirs ont le même foyer, & par conséquent si $nn - 1 = \frac{mm-1}{mm}$ (*Théor. précéd.*).

738. Car le rapport de cd à cc' étant composé de ceux de cd à CD, de CD à ca', de ca' à Cb', & de Cb' à cc', c'est-à-dire, de cQ à CQ, de Cq à cq, de cq' à Cq', & de Cq à cq, deviendra un rapport d'égalité en mettant $T = t = 1$, dans les valeurs de ces termes (*Note 718*), & $nn - 1 = \frac{mm-1}{mm}$.

739. COROLL. I. Lorsque les miroirs sont d'un même foyer, la quantité de lumière incidente est à la partie qui s'en perd par les ouvertures de ces miroirs, comme 1 est à $n - 1 - \frac{1}{m}$, à peu près. Car elles sont dans la raison doublée de CD à Cb', à peu près, ou de $CD \times ca'$ à $ca' \times Cb'$, c'est-à-dire, de $Cq \times cq'$ à $cq \times Cq'$, ou de $(n+1)(m-1)$ à $\frac{m-1}{m} \times \left(\frac{mm-1}{m} - (n+1)\right)$ (*Note 718*), ou de 1 à $\frac{mm-1}{mm(n+1)} - \frac{1}{m}$ ou

$\frac{nn-1}{n+1} - \frac{1}{m}$ (*Théor I.*) ou $n - 1 - \frac{1}{m}$.

740. COROLL. II. Donc, si l'angle CQA est donné & par conséquent la quantité de lumière incidente, la partie perdue par les ouvertures est, à peu près, comme $n - 1 - \frac{1}{m}$, & par conséquent diminue, si n ou m diminue; car l'une & l'autre diminuent en même tems, à cause que $nn - 1 = \frac{mm-1}{mm} = 1 - \frac{1}{mm}$, ce qui donne $n = \sqrt{(2 - \frac{1}{mm})}$.

741. COROLL. III. C'est pourquoi pour conserver la lumière & augmenter la distinction apparente de l'objet, j'ai pris successivement pour m les petits nombres 5 & 4, & prenant $n = \sqrt{(2 - \frac{1}{mm})}$, j'ai calculé les dimensions du 1er & du 2e microscope de la Table de la page suivante, par les formules du Coroll. II du Probl. I, dans lesquelles si l'on met $T = t = 1$, on a $Cq = n + 1$, $qc = \frac{m-1}{m}$, $cC = Cq - qc$; $CQ = \frac{1}{n} Cq$, $cQ = CQ - Cc$, $cq' = m - 1$, $Cq' = cq' - cC$; $lo = \frac{cq' + q'l}{cq'} \times q'l$, & le diametre d'un trou fait dans une plaque mise contre l'œil en o, $= \frac{q'l}{cq'} \times 2ca'$.

742. COROLL. IV. Pour déterminer la grandeur des ouvertures qu'on doit pratiquer dans les miroirs, il faut choisir tel qu'on le croira le plus convenable, le rapport de CD à CQ que j'ai supposé égal à celui de 1 à 3 dans tous les microscopes, jugeant que l'angle résultant CQD de 18° 26′ 6″ donne assez de lumière pour grossir l'objet trois cens fois ou plus, supposant, dans le Probl. I, la ligne $d = 8$ pouces. Delà, par les triangles semblables, on a $ca' = \frac{cq}{Cq} \times CD$, $Cb' = \frac{Cq'}{cq'} \times ca'$, $cc' = \frac{cq}{Cq} \times Cb'$, & $cd = \frac{cQ}{CQ} \times CD$. Ces deux dernieres expressions se trouvant égales, comme elles le doivent, vérifieront le calcul.

743. COROLL. V. La quantité de lumière incidente, la partie qui se perd par les ouvertures & ce qui reste, sont exactement comme les sinus verses des angles CQD, CQb', & la différence de ces sinus. Car les arcs de tel cercle qu'on voudra, qui mesurent ces angles, décriront, en tournant autour de CQ, deux segmens de la surface d'une sphere, proportionnels à la lumière incidente & à la partie qui s'en perd; de sorte que le reste de lumière sera comme la différence de ces segmens ou des sinus verses des angles générateurs.

PROBLÊME II. *Etant données les dimensions d'un microscope double catoptrique, trouver l'angle d'aberration à l'oculaire.*

744. Soit le rayon extrême QA (*Fig.* 605) , ou tout autre rayon faisant un angle donné avec l'axe, réfléchi suivant Aa & aS; soit menée $q'l'$ perpendiculaire à aS & soit ensuite menée $l'l$; je nomme $q'll'$ *angle d'aberration à l'oculaire*, dont le sinus, pour le rayon 1, sera $\frac{q'l'}{q'l} = \frac{m}{n} \times \frac{AV}{AQ} \times \frac{Rr}{q'l}$, à très-peu près.

745. Soit ro perpendiculaire à RaA; à cause des triangles semblables $q'l'a$, roa, & roR, AVR, nous avons $q'l' : ro :: aq' : ar :: eq' : er :: eq' : eq :: m : 1$, & $ro : rR :: AV : AR$, ou en raison composée de AV à AQ & de AQ à AR ou de EQ à ER ou de EQ à Eq ou de 1 à n. Donc $q'l' : rR :: m \times AV : n \times AQ$; ce qui donne $q'l' = \frac{m}{n} \times \frac{AV}{AQ} \times Rr$, & $\frac{q'l'}{q'l} = \frac{m}{n} \times \frac{AV}{AQ} \times \frac{Rr}{q'l}$, à très-peu près.

746. COROLL. I. Dans différens microscopes, les angles d'aberration seront, à très-peu près, comme $\frac{Rr}{nn}$, si les quantités de lumière ou les angles AQC, & les pouvoirs amplifians sont les mêmes dans tous. Car alors les rapports de AV à AQ, & de $q'l$ à dnm (*Note* 717) & à mn sont les mêmes dans tous ces microscopes.

Fig. 602. 605 & 607.

	I.	II.	III.	IV.
m	5.	4.	3, 7895	5.
n	1, 4	1, 39194	1, 39194	1, 39464
CT	1.	1.	1.	1, 0320
ct	1.	1.	1.	1.
cQ	0, 1143	0, 0705	0, 0626	0, 1007
cC	1, 6	1, 6419	1, 6558	1, 6712
Cq'	2, 4	1, 3581	1, 1337	2, 3288
CD	0, 5714	0, 5725	0, 5728	0, 5906
ca'	0, 1905	0, 1795	0, 1763	0, 1912
Cb'	0, 1143	0, 0813	0, 0716	0, 1113
cc'	0, 0381	0, 0225	0, 0220	0, 0360
cd	0, 0381	0, 0225	0, 0209	0, 0333
Qg	0, 5143	0, 5763	0, 4545	0, 5104
gh	0, 0343	0, 0222	0, 0189	0, 0323
Pouvoir amplif.	300 fois.	300 fois.	300 fois.	300 fois.
$q'l$	0, 1867	0, 1485	0, 1407	0, 1859
lo	0, 1956	0, 1558	0, 1479	0, 1950
Diam. du trou o	0, 0186	0, 0187	0, 0190	0, 0185
L'angle CQD	18°. 26′. 06″	18°. 26′. 06″	18°. 26′. 06″	18°. 26′. 06″
L'angle CQb'	3. 48. 53	2. 42. 37	2. 23 15	2. 35. 40
Lumière incid.	0, 0513, 180	0, 0513, 180	0, 0513, 180	0, 0513, 180
Lumière perdue	22, 155	11, 186	8, 681	19, 671
Lumière rest.	0, 0491, 025	0, 0501, 994	0, 0504, 499	0, 0493, 509
Angle AEC	15°. 44′. 41″	15°. 47′. 00″	15°. 47′. 00″	15°. 46′. 13″
Angle aec	5. 13. 57	4. 56′. 16″	4. 50. 49	5. 15. 12
CV	0, 0750, 396	0, 0754, 058	0, 0754, 058	0, 0752, 819
cv	0, 0083, 348	0, 0074, 226	0, 0071, 526	0, 0084, 008
qR	0, 0059, 144	0, 0057, 076	0, 0057, 076	0, 0057, 791
qr	0, 0060, 312	0, 0058, 259	0, 0057, 388	0, 0060, 792
Rr	0, 0001, 168	0, 0001, 183	0, 0000, 312	0, 0003, 001
$\frac{Rr}{nn}$	0, 0000, 596	0, 0000, 611	0, 0000, 161	0, 0001, 543
Angle $q'll'$	00°. 02′. 26″	00°. 02′. 29″	00°. 00′. 39″	00°. 06′. 15″

747. COROLL. II. Si la quantité de lumière qui reste ou qui ne se perd pas par les ouvertures des miroirs, est la même dans ces microscopes, le meilleur de tous serait celui dans lequel $\frac{Rr}{nn}$ serait la plus petite.

Car l'éclat apparent de l'objet étant directement comme la quantité de lumière qui reste, & réciproquement comme le pouvoir amplifiant, cet éclat, dis-je, serait donné ; ainsi le meilleur microscope serait celui qui fait voir l'objet le plus distinctement, ou dans lequel $\frac{Rr}{nn}$, & conséquemment l'angle d'aberration à l'oculaire, est le plus petit. *Voyez les Articles 455 & 668.*

748. COROLL. III. Rr étant la différence des aberrations qR, qr peut se calculer ainsi.

749. Dans le triangle QAR (*Fig. 605*) sin. ang. $R = \frac{1}{n}$ sin. ang. Q, à très-peu près, à cause que sin. R : sin. Q :: AQ : AR :: QE : ER :: QE : Eq :: $1 : n$; ang. $\frac{Q+R}{2}$ = ang. E, & CV ou $V = \frac{\text{sin. verse ang. } E}{\text{Rayon}} \times 2T$; on a donc $qR = \frac{(n-1)^2 TV}{2T + (n-1)V}$ (*Not.722*).

750. Dans le triangle RaS, sin. ang. $S = \frac{1}{m}$ sin. ang. R, à très-peu près, à cause que sin. S : sin. R :: aR : aS :: eR : eS :: eq : eq' :: $1 : m$; l'angle $\frac{R-S}{2}$ = l'angle e ; car l'angle Rae étant = l'angle $\frac{R+S}{2}$, $aeR = aRc - Rae = R - \frac{R+S}{2} = \frac{R-S}{2}$; enfin, cv ou $v = \frac{\text{sin. verse ang. } e}{\text{Rayon}} \times 2t$; on a

$$\text{donc } qr = \frac{\left(\frac{m+1}{m}\right)^2 tv}{2t - \frac{m+1}{m} v} \text{ (N. 723).}$$

751. COROLL. IV. Si on croit avoir besoin d'employer plus d'exactitude, on pourra calculer Rr par les regles suivantes.

752. Mettant $a = \frac{n-1}{n}$, & $\frac{h}{1}$ pour le rapport donné du rayon à la tangente de l'angle ACQ ; prenant ensuite $EV = \frac{aT - 2hT\sqrt{(1 + hh - \frac{1}{4}aa)}}{1+hh}$, on a $CE - EV = CV$ ou V, ce qui donne qR comme avant. EV se trouve de cette manière. $TE : EQ :: n : n-1$; d'où l'on a $EQ = \frac{n-1}{n} T = aT$. Nommant EV, z, $QV = z - aT : VA :: h : 1$, ce qui donne $VA = \frac{z - aT}{h}$; mais $EV^2 + VA^2 = AE^2$, c'est-à-dire, ... $\frac{zz - 2aTz + aaTT}{hh} = 4TT$, qui, en réduisant, donne z ou EV.

753. Si l'on met $b = qR$, $q = \frac{[(n+1)T - b - V]^2}{V(4T - V)}$ & $r = \dots\dots \frac{m-1}{m} t - b$, alors on aura cv ou $v = \frac{2qt + r - 2\sqrt{(q(qtt + rt - \frac{1}{4}rr))}}{1+q}$, ce qui donne qr comme auparavant. Voici comme se trouve cv ou v. $RV = qC - qR - CV = (n+1)T - b - V$, & $Rv = qc - qR - cv = \frac{m-1}{m} t - b - v = r - v$; de plus $AV^2 = V(4T - V)$, & $av^2 = v(4t - v)$, &, à cause des triangles semblables, $\frac{RV^2}{AV^2} = \frac{Rv^2}{av^2}$, c'est-à-dire, $q = \frac{(r-v)^2}{4tv - vv}$, ce qui, en réduisant, donne v.

754. COROLL. V. Sin. S : sin. Q :: $1 : mn$, à très-peu près, par le Corol. III.

755. COROLL. VI. Donc, dans le second microscope, la moitié de l'angle du pinceau en S, n'est que de 3°. 15'. 20.", & par conséquent il faut donner à l'oculaire une ouverture assez petite, pour qu'elle n'augmente pas sensiblement les aberrations occasionnées par les miroirs ; au lieu que l'ouverture que doit avoir un microscope simple, pour donner la même lumière que le microscope dont nous parlons, doit être assez grande pour pouvoir recevoir des rayons qui fassent un angle de 18°. 26'. 6" ou égal à Q, qui est 5,567

fois plus grand que l'angle S ; de sorte que le microscope dont il s'agit a bien de l'avantage sur le microscope simple, sans compter que l'image est d'un diametre 5,567 fois plus grand que l'objet, & près de 31 fois plus grande en surface.

PROBLÊME III. *Il s'agit de rendre ces microscopes plus parfaits, en diminuant l'angle d'aberration à l'oculaire.*

756. Les courbes qY, qy (*Fig. 605*), ont, suivant le Théorême 1er, la même courbure en q ; par conséquent quoique, tandis que CA croît uniformément, Yy ou Rr croisse, avec la plus petite vîtesse possible, après avoir pris naissance en q, cependant puisqu'elle croit continuellement avec qR, elle deviendra passablement grande, de même que l'angle d'aberration $q'll'$, qui est comme Rr, lorsque la lumière, le pouvoir amplifiant, & le nombre n sont donnés (*Note 746*).

757. Mais si conservant la courbe qY comme donnée, on change qy de manière qu'elle coupe qY en un point quelconque intermédiaire z, comme le représente la Figure 607, alors quoique Yy commence en q à augmenter plus promptement qu'auparavant, néanmoins elle arrivera bientôt à son *maximum*, & ensuite diminuera jusqu'à ce qu'elle s'évanouisse en z, après quoi elle augmentera de nouveau ; mais elle ne deviendra jamais aussi grande que lorsqu'elle augmente continuellement, supposant la demi-ouverture AC la même dans les deux cas.

758. De même, l'angle d'aberration $q'll'$ (*Fig. 605 & 607*), qui est ici comme Rr ou Yy, augmentera d'abord, ensuite diminuera, deviendra nul, puis augmentera de nouveau, de l'autre côté de l'axe $q'l$; par conséquent cet angle ne peut être aussi grand, que lorsqu'il augmente continuellement du même côté de l'axe.

759. Soit la ligne za' menée parallélement à l'axe, laquelle coupe en a', la demi-ouverture AC ; soit achevé le rectangle $za'UR$, & soient menées $a'R$, $a'E$, $a'Q$; ensuite prenant les valeurs de n, T & t du 2e microscope, vû qu'il donne un peu plus de lumière que le premier, & prenant à volonté la valeur de U ou CU sinus verse de l'arc Ca', nous aurons l'aberration correspondante $qR = \dfrac{(n-1)^2 TU}{2T+(n-1)U}$ (*Note 722*).

760. Maintenant pour déterminer une valeur nouvelle de m, qui fasse, lorsque cela est possible que $qr = qR$; soit nommée qR qui est donnée, b, & $\dfrac{[(n+1)T-b-U]^2}{U(4T-U)}$, qui l'est aussi, q ; cherchant la racine de x dans cette équation, $q = \ldots\ldots\ldots$

$$\frac{(x(b+xt)(2t-b-xt)-2bt)^2}{8bxtt(b+xt)-4bbtt},$$

& prenant $m = \dfrac{1}{x-1}$, on aura ce qu'on cherche.

761. Car puisque $m = \dfrac{1}{x-1}$, on a x

$$= \frac{m+1}{m} \;\&\; qr = \frac{\left(\frac{m+1}{m}\right)^2 tv}{2t - \frac{m+1}{m}v}$$

(*Note 723*) $= \dfrac{xxtv}{2t-xv}$, & mettant $qr = qR$, c'est-à-dire, $\dfrac{xxtv}{2t-xv} = b$, on a $v = \dfrac{2bt}{bx+xxt}$. Mais $aU^2 = 4TU - UU$ & $av^2 = 4tv - vv = \dfrac{8btt}{bx+xxt} - \dfrac{4bbtt}{(bx+xxt)^2} = \dfrac{8btt(bx+xxt)-4bbtt}{(bx+xxt)^2}$; & $RU = qC - qR - CU = (n+1)T - b - U$, & $Rv = qc - qR - cv = \dfrac{m-1}{m}t - b - v = 2t - xt - b - \dfrac{2bt}{bx+xxt} = \dfrac{(bx+xxt)(2t-b-xt)-2bt}{bx+xxt}$.

Et, à cause des triangles semblables, on a $\dfrac{RU^2}{a'U^2} = \dfrac{Rv^2}{av^2}$, c'est-à-dire, $q =$

$$\frac{(x(b+xt)(2t-b-xt)-2bt)^2}{8bxtt(b+xt)-4bbtt}.$$

762. COROLL. I. Lorsque $T = t = 1$, les équations sont un peu plus simples ; qR

$$= \frac{(n-1)^2 U}{2+(n-1)U}, \frac{(n+1-b-U)^2}{U(4-U)}$$
$$= q = \frac{[x(b+x)(2-b-x)-2bx]^2}{8bx(b+x)-4bb},$$
$$m = \frac{1}{x-1}.$$

763. EXEMPLE. Si l'on veut que la lumière d'un pinceau tombe moitié d'un côté de q' (*Fig.* 607), moitié de l'autre côté, ce qui probablement ne produira qu'un très-petit angle d'aberration dans les rayons extrêmes, le ſinus verſe de l'angle CQa' doit être la moitié du ſinus verſe de l'angle générateur CQA du pinceau donné. Prenant donc cet angle $CQA = 18°. 26'. 6''$, comme ci-deſſus, on trouve, au moyen d'une Table de ſinus verſes, que l'angle $CQa' = 13°. 00'. 26''$; donc $\frac{1}{n}$ ſin. CQa' = ſin. CRa' (*Art.* 221), donne, lorſque $n = 1{,}39194$, $CRa' = 9°. 18'. 21''$, & l'angle $\frac{Q+R}{2}$ = l'angle $CEa' = 11°. 9'. 23''\frac{1}{2}$, dont le ſinus verſe, pour le rayon $CE = 2$, eſt $0{,}0377948 = U$. D'où l'on a $b = 0{,}0028811$ & $q = 29{,}340$.

764. Or, la différence Rr des aberrations qui appartiennent au rayon extrême QA, étant très-petite, & celle qui appartient au rayon Qa' étant plus petite encore, pour trouver une valeur de x telle que le rayon Qa' ſoit ſans aberration, & coupe l'axe en q', on peut d'abord prendre $m = 4$, comme dans le microſcope donné, & conſéquemment $x = \frac{m+1}{m} = 1{,}25$, & delà approcher de la valeur cherchée de x, en corrigeant cette premiere valeur, comme il ſuit.

765. Mettant $y = x(b+x)(2-b-x) - 2b$ & $z = 8bx(b+x) - 4bb$, l'équation à réſoudre aura cette forme $q = \frac{yy}{z}$ ou $yy - qz = 0$. Ayant calculé $yy - qz$, ſi ſuppoſant le réſultat $= p$, p ſe trouve très-petite, la valeur de x était à peu près bonne; ſinon il faut calculer $dy = (2-b-x)(b+2x) - x(b+x)$ & $dz = 8b(b+2x)$ & $2ydy - qdz = dp$; alors $x - \frac{p}{dp}$ ſera une valeur plus exacte de x, dont on ſe ſervira, en répétant cette opération encore une fois, juſqu'à ce qu'on trouve p auſſi petite qu'on le deſire. J'ai trouvé par cette méthode $x - \frac{p}{dp} = 1{,}56444 = x'$, & ainſi $m' = \frac{1}{0{,}56444} = 1{,}7717$; mais cette valeur de m étant ſi petite qu'elle produit une valeur négative de $cQ = qc - qQ = 1 - \frac{1}{m} - n - \frac{1}{n}$ (*Note* 718) $= -0{,}098$, je prends à volonté une valeur plus petite de $U = 0{,}03230$, & répétant la même opération, je trouve $x'' = 1{,}263891$ & $m'' = 3{,}7895$, au moyen de quoi je calcule les dimenſions du 3ᵉ microſcope.

766. Or, cette derniere valeur de $U = 0{,}03230$ eſt le ſinus verſe de 10° 19' pour le rayon $CE = 2$; de ſorte que la ſurface conique (décrite par le rayon Qa' en tournant autour de l'axe QC) des rayons incidens qui ſeront raſſemblés exactement en q', eſt plus proche de l'axe que la ſurface qui coupe en deux également le pinceau entier de $50' 23''\frac{1}{2}$. En cela je me ſuis contenté entiérement, en calculant au moyen de l'expreſſion trouvée (*Note* 753), les valeurs correſpondantes de $v' = 0{,}0030805$, $qR' = 0{,}00246531$ & $qr = 0{,}00246524$, dont la différence $Rr = 0{,}00000007$, eſt extrêmement petite.

767. La moitié $CQA = 18°. 26'. 6''$ de l'angle que font les rayons extrêmes du pinceau qui vient de Q, donnera aſſez de lumière pour amplifier l'objet environ 300 fois en diametre, comme je l'infère de l'eſtime que j'en ai faite dans les meilleurs microſcopes dioptriques, & comme on le verra confirmé par la deſcription que je donnerai plus bas du 4ᵉ microſcope double catoptrique que j'ai fait exécuter. Au moyen d'un oculaire dont la diſtance focale $q'l = 0{,}1407$ de pouce, le troiſieme microſcope aura (*Note* 717) le pouvoir amplifiant dont nous parlons; & alors l'angle d'aberration $q'll' = 39''$, lequel eſt beaucoup trop petit pour occaſionner une confuſion ſenſible, ſur-tout avec le degré d'éclat avec lequel l'objet paraîtra. Car ſur cent perſonnes à peine y en aura-t-il une qui puiſſe diſcerner au grand jour, à la vue ſimple,

simple, un objet qui soutend un angle plus petit qu'une minute. D'un autre côté, on sait très-bien que dans les meilleurs microscopes dioptriques, l'angle d'aberration à l'oculaire est ordinairement de 15 à 20 minutes, sans qu'il en résulte beaucoup d'inconvénient.

768. Si donc on exécute avec soin le 3ᵉ microscope, j'ai tout lieu de croire que l'angle d'aberration à l'oculaire pourra, sans inconvénient, y être beaucoup plus grand que de 39″, & que par conséquent ce microscope supportera une ouverture plus large, au moyen de quoi il donnera assez de lumière pour grossir beaucoup plus de 300 fois, au lieu que les microscopes doubles, dont on se sert maintenant, ne grossissent gueres au-delà de 200 fois, en donnant une clarté & une distinction suffisantes.

PROBLÊME IV. *La place de l'objet & la longueur du microscope étant données, trouver les autres dimensions de ce microscope, conformément au Théorème I.*

769. Ce que j'appelle la longueur du microscope, c'est $cq' = (m-1)t$, laquelle donne m, t étant déterminée. La place donnée de l'objet donne le rapport de tQ à tc, pour lequel mettant celui de r à 1, on a le nombre r. Ensuite mettant s pour $\left(\frac{mm-1}{mm}\right)^2$, cherchant la racine de n, dans l'équation $n^3 - n - \frac{s}{r-\frac{1}{m}} = 0$, & prenant $T = \frac{s \times t}{(nn-1)^2}$, on calculera toutes les autres dimensions par les formules de la Note 718.

770. Car, par le Théorême I, on a $T = \frac{s \times t}{(nn-1)^2}$; & puisque $tQ = tq + qQ$, c'est-à-dire, $r \times t = \frac{1}{m}t + \frac{nn-1}{n}T$ (*Note 718*), substituant pour T sa valeur, on a, après les réductions, l'équation $n^3 - n - \frac{s}{r-\frac{1}{m}} = 0$.

771. J'ai calculé les dimensions du 4ᵉ microscope, par la regle que j'ai donnée dans ce Problême, quelques années avant que je me fus sérieusement occupé de la méthode précédente dans laquelle les miroirs sont égaux. En ayant fait exécuter un, pour essayer, que j'ai encore, je le trouvai presque à tous égards aussi parfait que les meilleurs microscopes dioptriques; & je ne doute pas qu'il ne les eût surpassé, si on lui avait donné plus exactement les dimensions calculées dans la 4ᵉ colonne de la Table, où l'angle d'aberration n'étant que de 6′ 15″, est environ trois fois plus petit que le même angle dans les meilleurs microscopes dioptriques : & puisque l'angle d'aberration de 39″ dans la 3ᵉ colonne est près de dix fois moindre que celui de la 4ᵉ, on a lieu de croire qu'un microscope exécuté suivant ces dimensions, avec exactitude, surpassera de beaucoup tous ceux qu'on a inventés jusqu'à présent; car le microscope dont j'ai parlé, manque plutôt du côté de la netteté que du côté de la lumiere. Je vais donc finir par donner aux Artistes quelques avis relatifs à la pratique.

772. Supposant la construction décrite dans le Problême I, il faudra renfermer l'objet entre deux petites plaques rondes de talc de Moscovie, fixées, comme de coutume, dans une ouverture pratiquée dans une plaque de cuivre oblongue mn (*Fig. 608*), qui s'applique de maniere qu'elle coule librement, contre le derriere du miroir convexe, qui doit pour cet effet être plat de ce côté-là, & de plus assez mince pour que l'objet puisse parvenir exactement à la distance du sommet de ce miroir, trouvée par le calcul. Le moyen le plus exact de déterminer cette petite distance, est d'abord de fixer les miroirs & l'oculaire aux distances l'un de l'autre, que le calcul donne; ensuite ayant fait la plaque mobile dont il s'agit, d'abord assez épaisse, la rendre plus mince par degrés, avec le secours de la lime, jusqu'à ce que, en l'appliquant contre le derriere du miroir, on apperçoive l'objet avec une parfaite netteté. Cette plaque doit être serrée contre le derriere du miroir, au moyen d'un ressort doux. La distance de l'objet étant ainsi déterminée une fois pour toutes, on n'aura besoin, pour pouvoir voir distinctement, selon la vue qu'on a, & employer différens oculaires, que de mouvoir un peu les petits tuyaux qui renferment ces oculaires. On donnera à ces tuyaux la forme qu'on

a coutume de donner à ceux qui appartiennent aux télescopes de M.r Newton, c'est-à-dire, qu'on percera d'un petit trou le milieu des plaques situées aux extrémités du tube, exactement à chaque foyer du verre : ces trous & ces plaques servent à limiter le champ de l'instrument & à empêcher les rayons errans d'entrer dans l'œil.

773. On peut encore voir distinctement en faisant mouvoir l'oculaire par le moyen d'une vis, tandis qu'on regarde l'objet, ce qu'on concevra aisément au moyen de la Figure. Le tuyau de l'oculaire est vissé dans un anneau ou collet *p q*, ayant une tige percée d'un trou en *r*; l'extrémité de la verge ou tringle *r s* tourne dans ce trou sans y couler directement, & son autre extrémité tourne & coule directement dans un trou *s*, tandis que la partie du milieu *t* formée en vis s'engage dans un écrou *t*, fait dans la tige *t u* appartenant à un autre collet *u x* fixé au tube du microscope. Le bouton au moyen duquel on tourne la tringle, est en *y*. Pour différens oculaires, il faut des tubes différens.

774. Les rayons qui viennent directement de l'objet par le trou du grand miroir, au travers de l'oculaire, se mêlant avec ceux qui sont réfléchis, altéreraient l'image tracée au fond de l'œil, si on ne les interceptait; or, voici comment on y parvient. On donnera au trou du petit miroir une forme conique, au moyen d'un outil conique dont la moitié de l'angle soit plus petite que l'angle *CQD* (*Fig. 606 & 608*); faisant son plus grand orifice, qui doit être celui qui répond au dedans de l'instrument, d'un diametre exactement de la grandeur de 2 *c d* déterminée par le calcul, & son plus petit orifice, qui répond au dehors, un peu plus large que la section du pinceau principal faite par le plan du derriere du miroir; il suffira du plus petit excès dans la largeur de cet orifice sur celle de la section, pour que les pinceaux collatéraux, égaux au pinceau principal, puissent passer librement. Soient *Qb'* le rayon extrême venant directement de l'objet, & *c'q'* le rayon réfléchi par le petit miroir, qui lui répond, se croisant en *h*, & soit *hg* menée perpendiculairement à l'axe, le demi-diametre de la base d'un solide ayant la figure d'un cone; cette base étant plus large que l'orifice extérieur du trou du petit miroir, interceptera tous les rayons directs qui tomberaient sur l'oculaire. Il faudra peindre en noir tout l'intérieur des tubes, ainsi que la piece de forme conique dont nous venons de parler, pour empêcher qu'elle ne réfléchisse des rayons sur le petit miroir; sa base doit être concave ayant l'objet *Q* pour centre de sa concavité, afin de pouvoir renvoyer à l'objet la lumière qu'elle peut réfléchir, & tout le reste de cette piece ayant la figure d'un cone, & étant peint en noir, absorbera ou réfléchira latéralement tout rayon qui, ayant été réfléchi irréguliérement par le grand miroir, peut y tomber, & ainsi les empêchera de parvenir à l'oculaire. Cette piece peut être retenue dans la place qu'elle doit occuper, au moyen d'une tige mince, semblable à une lame de couteau, dont le tranchant est tourné vers l'objet.

775. Nonobstant l'interposition de cette piece, on peut, lorsqu'on ôte l'oculaire, voir distinctement les objets éloignés avec le microscope, au moyen des rayons que réfléchissent les miroirs, & qui entrent divergens dans l'œil suivant des directions dont les différens points de concours forment derriere le petit miroir une image de l'objet. Quant au mélange des rayons étrangers avec ceux de l'objet, il est commun à toute espece de microscopes, lorsqu'on regarde des objets transparens; & on l'empêche communément en plaçant au-delà de l'objet une lentille épaisse, convexe des deux côtés, pour rassembler la lumière du ciel exactement sur l'objet. Cette lentille (*Fig. 608*) doit être précisément de la largeur nécessaire pour soutendre l'angle opposé à celui que le grand miroir soutend à l'objet. L'espece d'anneau où cette lentille est enchassée doit être très-étroit & tenir au microscope par deux ou trois fils d'archal ou lames fort minces.

776. La lumière du ciel la plus favorable pour observer des objets au microscope, est celle qui est d'un blanc grisâtre, & on peut trouver quelle en est la quantité nécessaire, en tenant le microscope à différentes distances de la fenêtre; ou si cette lumière est trop faible, il faudra sortir & donner différentes élevations au mi-

croſcope, afin qu'il tombe ſur l'objet plus ou moins de la lumière du ciel.

777. Voici la regle pour trouver la place que doit occuper la piece de forme conique dont nous avons parlé ci-deſſus. $Qg = \frac{Qq'}{1+mn}$, $gh = \frac{\text{ſin. } CQb'}{\text{Rayon}} \times Qg$ (*Fig. 606*). Car nous avons eu (*Note 754*) $1 : mn :: \text{ſin. } q' : \text{ſin. } Q :: Qh : hq'$; d'où l'on a $1 + mn : 1 :: Qq' : Qg$, lorſque les angles ſont infiniment petits. Enſuite dans le triangle Qgh, nous avons $gh : gQ :: \text{tang. } gQh : \text{Rayon}$. La lumière qu'arrête la piece dont il s'agit, eſt une partie très-petite du pinceau entier. Car s'il était poſſible de la faire parvenir à l'œil, il ſuffirait d'augmenter, dans le quatrieme microſcope, le diametre apparent de l'objet dans le rapport de 51 à 52. Dans le 5[e] microſcope, la lumière perdue n'eſt pas la moitié de celle qui eſt perdue dans le 4[e]; ainſi elle ne contribuerait pas à augmenter la grandeur apparente dans le rapport de 100 à 101 avec le même degré de clarté. M.[r] Huyghens, parlant du téleſcope de M.[r] Newton, dit que les rayons ne font pas une perte ſi grande, en ſe réfléchiſſant ſur le miroir, qu'en paſſant au travers des verres dont les ſurfaces en réfléchiſſent une quantité conſidérable, ſans compter que l'opacité de la matière en intercepte & en éteint beaucoup. (*Tout le monde penſe aujourd'hui avec Mr. Newton précisément le contraire*).

778. Il faut prendre les plus grandes précautions pour que les deux miroirs ſoient exactement ſphériques & exactement de la même courbure. S'il arrivait que la figure qu'on leur donne, en les travaillant, tirât ſur celle de quelque ſection conique, cela même qui ſerait avantageux dans les teleſcopes, aurait ici un effet contraire, parce que cela ſe trouve oppoſé à l'eſprit de la théorie préſente. Afin que l'angle d'aberration puiſſe être le même comme dans la Table, le foyer de chaque miroir devrait être exactement d'un pouce; mais comme il eſt très-difficile de faire les miroirs aſſez exactement d'un pouce de foyer, pour ſe rapporter préciſément aux autres meſures calculées, en lui ſuppoſant un foyer d'un pouce, il faut, après avoir travaillé pluſieurs miroirs concaves & convexes dans les mêmes baſſins, d'abord chercher leurs foyers par des moyens analogues aux méthodes des Art. 63 & 64, ſi on n'en imagine pas de meilleurs, & les meſurer avec une échelle diviſée en pouces ou en décimales de pouces, & mettre enſemble le miroir concave & le miroir convexe, qui ont à peu près le même foyer; & enſuite multiplier par une moyenne arithmétique, entre les deux diſtances focales, les meſures ou parties de l'axe du 3[e] microſcope, ſavoir, 0,0626, 1,6585, 1, 1337, 0,4545, afin d'avoir des meſures de cQ, cC, Cq', Qg convenables aux miroirs dont il s'agit. Cette regle eſt évidente par le Coroll. II du Problême I.

779. La ſomme de ces nouvelles meſures de cQ & de cC donne une nouvelle meſure pour CQ, & un tiers de la même ſomme en donne auſſi une pour CD, laquelle étant diviſée par la donnée $CD = 0,5728$, donne un quotient Q, qui, étant multiplié par les meſures données de ca', Cb', cc', cd, gh, dans la troiſieme colonne, en donne de nouvelles; de ſorte que le nouveau microſcope étant ſemblable au premier, dans toutes ſes parties, groſſira exactement le même nombre de fois (*Note 715*), fera voir l'objet avec la même clarté, & à peu près avec la même netteté (*Note 746*) qu'auparavant, lorſqu'on s'en ſervait avec le même oculaire.

780. Le miroir concave doit être terminé à ſon bord par une bande annulaire de cuivre mince, peinte en noir; le demi-diametre AV de l'ouverture de cet anneau peut ſe trouver par le Coroll. III du Probl. II, ou avec moins de peine, en traçant la figure au moyen d'une échelle.

781. Si le microſcope repréſentait l'objet très-diſtinctement en le groſſiſſant beaucoup, mais non aſſez clairement, il faudrait multiplier toutes les nouvelles meſures tranſverſes CD, ca', cb', cc', cd, gh par quelque petit nombre tel que 1,05 ou 1, 1, & agrandir les ouvertures, la baſe de la piece de forme conique dont on a parlé, & les trous des miroirs ſuivant les nombres qu'on trouverait. Et ſi en éprouvant le microſcope, on s'apperçoit qu'il peut ſouffrir une augmentation plus conſidérable de ces meſures, on répétera la même opération; parce que ſi l'on

fait d'abord trop grands les trous dont on perce les miroirs, il s'y perdra plusieurs des rayons intérieurs, c'est-à-dire, de ceux qu'il est le plus important de conserver. Il serait bon de couvrir les bords du petit miroir d'une bande annulaire noircie, de peur qu'ils réfléchissent à l'œil quelques rayons égarés.

782. Comme mon but, en inventant ce microscope, était de faire un instrument de cette espece qui grossit les petits objets plus que les autres, il me parait répondre assez bien à mes vues, quoiqu'il ne serve que pour les objets transparens ; parce que les petites parties de toutes sortes d'objets sont transparentes, comme M.r Newton l'a observé.

783. Si l'on imagine que TQ [*Fig. 609*] augmente & devienne considérablement plus grande que TE, notre microscope se changera en un télescope de Cassegrain, dont le pouvoir amplifiant sera comme $m \times TC$ est à $q'l$.

784. Car la grandeur apparente est à la vraie comme l'angle $p'lq'$ est à PEQ ou pEq, ou en raison composée de $p'lq'$ à $p'eq'$ & de $p'eq'$ ou peq à pEq, c'est-à-dire, de eq' à $q'l$ & de Eq à eq, ou, parce que les rectangles seront les mêmes, de Eq à $q'l$ & de eq' à eq, ou de tq' à tc ou de m à 1 ; ce qui forme le rapport de $m \times Eq$ à $q'l$, ou, lorsque l'objet est très-éloigné, de $m \times ET$ à $q'l$.

785. Les aberrations naissantes du foyer intermédiaire q seront ici égales l'une à l'autre en mettant $ct : CT :: m^4 : (mm - 1)^2$ (*Probl. II*). Car le nombre n étant infiniment diminué, donne $(nn - 1)^2 = 1$. Delà, on infere que le miroir ac interceptera le moins qu'il est possible de la lumière que l'objet envoie sur le miroir AC, lorsque $m = 3$ & conséquemment lorsque la moitié de l'ouverture ac est à AC, c'est-à-dire, que qc est à qC ou TC comme 27 est à 32 (*Note 718*), dont la raison doublée étant de 729 à 1024, fait voir qu'il y aurait presque les trois quarts de la lumiere incidente d'interceptée, ce qui interdirait les moyens d'avoir une image distincte en q'. Cependant quoique nous ne puissions pas employer un petit miroir ac d'une sphere aussi grande qu'il serait nécessaire pour cet effet (car $ct = \frac{81}{64} CT$), néanmoins un miroir convexe plus petit est préférable, toutes choses égales d'ailleurs, à un miroir concave de même grandeur, parce que l'imperfection de l'image q' ne résultera dans le premier cas que de la différence des aberrations de q, & que dans le second elle résultera de leur somme.

786. Delà, faisant le petit miroir ac exactement sphérique, & donnant au miroir AC une figure qui approche de la parabolique, on diminuera les aberrations dans l'image $p'q'$. Car lorsque les deux miroirs sont sphériques, il est aisé de voir que l'aberration qR est à qr comme CT est à $\left(\frac{mm - 1}{mm}\right)^2 \times ct$, à peu près, & puisque pour gagner de la lumière, nous sommes obligés de faire ct plus petit qu'il n'est nécessaire pour produire qR égale à qr, il s'ensuit que qR est plus grande que qr, & ainsi doit être diminuée par la méthode proposée.

787. Ce qui va suivre est relatif à la théorie du télescope de Grégori. La grande perfection à laquelle on a porté cet instrument, m'a engagé à examiner si la théorie ne pourrait point fournir des lumières pour le perfectionner encore davantage. On trouvera donc ici quelque chose de plus détaillé que dans les Notes 104, 105 & suivantes, où je parle de cet instrument. Chemin faisant, je determinerai les dimensions du télescope de Cassegrain.

788. LEMME I. *L'ouverture du grand miroir étant donnée, si la surface du petit est justement de la grandeur nécessaire pour recevoir tous les rayons du pinceau principal, & que le trou du grand miroir ne soit pas plus grand que cette surface, l'éclat de la derniere image sera aussi grand qu'il est possible au centre de cette image ; mais il diminuera en s'éloignant du centre, quoique très-lentement & peut-être d'une maniere imperceptible dans les télescopes qui amplifient beaucoup.*

789. Soit T le foyer [*Fig. 610 & 611*], & TC la distance focale du grand miroir $ABCBA$, CA la moitié de son ouverture, CB le demi-diametre du trou dont ce miroir est percé pour livrer passage aux rayons qui vont former la derniere image $p'q'$ d'un objet éloigné PQ, après avoir été réfléchis par le petit miroir aca. Soient les rayons extrêmes QA, QA,

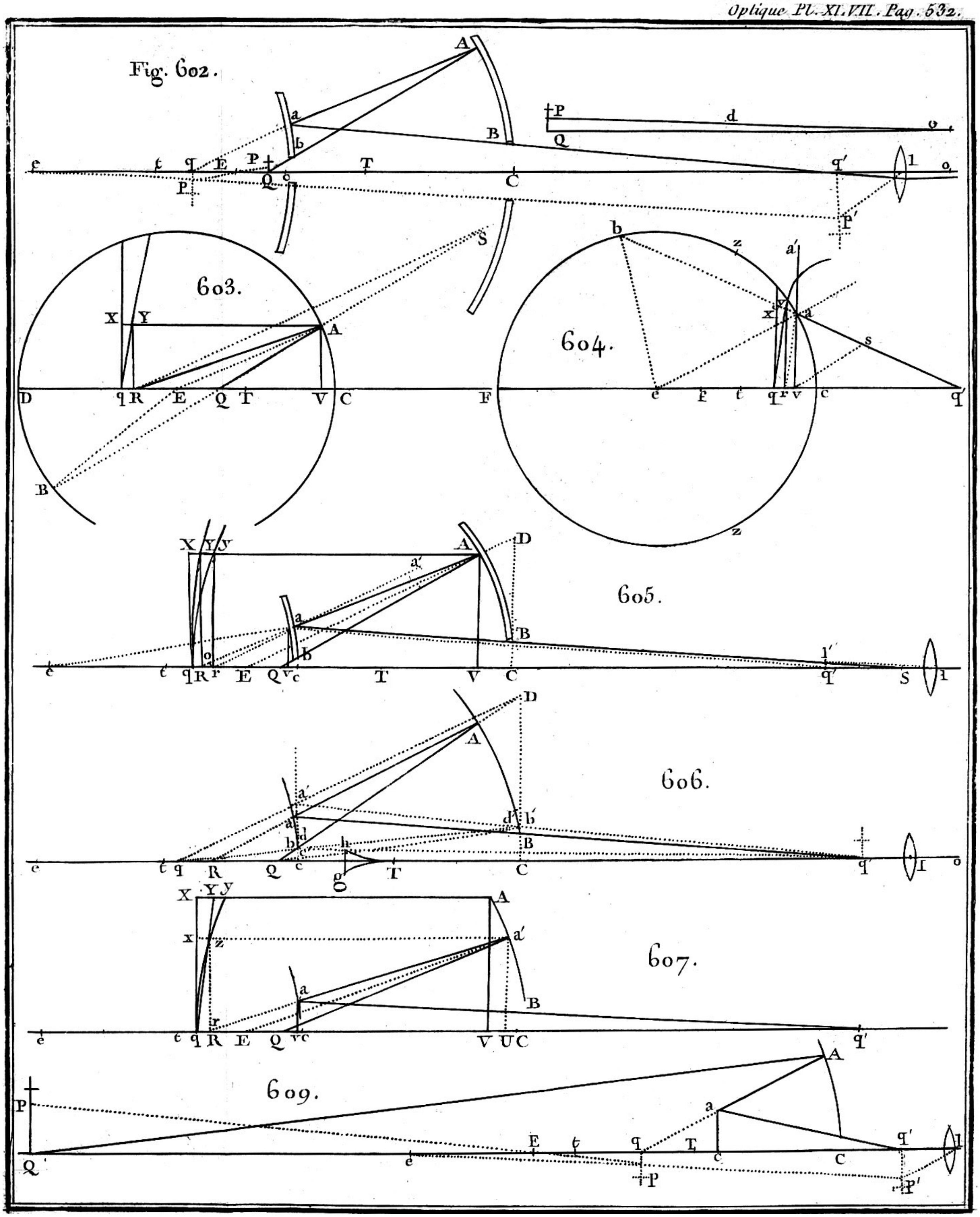


Fig. 602.
603.
604.
605.
606.
607.
609.

qui viennent parallélement à l'axe cC, concourent au foyer T après avoir été réfléchis par le grand miroir, & rencontrent le petit en a & a. La surface dont aca est la largeur, aura précisément la grandeur convenable pour recevoir tous les rayons du pinceau principal & les réfléchir en q', centre de la derniere image.

790. Si le petit miroir était d'une largeur moindre que aa, il y aurait plusieurs rayons de ce pinceau, qui, après leur premiere réflexion, passeraient en dehors & seraient perdus ; & s'il était plus large que aa, il intercepterait un plus grand nombre de rayons incidens.

791. Quant à la largeur BB du trou fait au grand miroir ; si elle était plus grande que aa, ceux des rayons incidens appartenant au pinceau principal, qui passent près des bords du petit miroir, passeraient par ce trou & par conséquent seraient perdus ; & si cette largeur était plus petite que aa, il ne tomberait pas plus de rayons du pinceau principal sur la surface annulaire dont AB est la largeur, que si BB était aussi grande que aa. C'est pourquoi le point q' où ces rayons se réunissent, après avoir été réfléchis, a autant d'éclat qu'il est possible, lorsque aa est précisément de la grandeur nécessaire pour recevoir le pinceau principal, & que BB n'est pas plus grande que aa.

792. La moitié ST de la largeur de la premiere image de la moitié de l'objet PQ est terminée par la droite PES menée par le centre E du grand miroir AC; pareillement la moitié $p'q'$ de la largeur de la derniere image est terminée par la ligne Sep' menée par le centre e du petit miroir ac.

793. Maintenant pour déterminer le rapport des quantités de lumière en p' & en q', soit le cercle $AGAG$ la section de la sphere dont le grand miroir est partie, faite par un plan passant par la circonférence de l'ouverture AA de ce miroir ; & $BgBg$ une autre section de cette sphere, faite par un plan passant par la circonférence du trou BB, & K le centre commun de ces sections. Soit pris dans le rayon KA, $KF : ST :: Cc : cT$; & de F pris pour centre & du rayon FD égal à KA, soit décrit le cercle $DGHG$. De plus soit pris sur KF, $Kf : ST :: Cc : CT$, & de f pris pour centre & du rayon fh égal à KB, soit décrit le cercle $hgig$. Je dis que l'éclat du point q' sera à celui du point p' comme la couronne qui est la différence des cercles $AGAG$, $BgBg$, est à cette couronne moins les espaces $AGDGA$, $BghgB$, dont les les plus grandes largeurs sont AD & Bh.

794. Car, tirant les lignes aS, aS, & les prolongeant, l'une tombera en D en dedans de l'ouverture AA, & l'autre en H autant en dehors de cette ouverture, à très-peu près, parce que les angles SaT, SaT sont, à très-peu près, égaux. Par conséquent si on agrandissait le miroir AA & qu'une section circulaire de ce miroir de la largeur DH égale, à peu près, à AA, fût remplie par des rayons venant de P parallélement à PES, ces rayons rempliraient exactement, après leur premiere réflexion, la surface entiere aca du petit miroir comme auparavant, d'où étant ensuite réfléchis en p', ce point aurait alors autant d'éclat que q'. Mais les rayons qui tombent dans l'espace $AGHGA$, en dehors de l'ouverture donnée AA, manquent en p', tandis que ceux qui tombent dans l'espace $AGDGA$ égal au précédent, se rendent en q'. Or, à cause des figures semblables ADa, STa, on a $AD : ST :: Aa : aT :: Cc : cT$; donc KF est, par construction, égale à AD, & par conséquent le centre F du cercle $DGHG$ a été bien déterminé.

795. De plus, le petit cercle $hgig$ répond à la projection du petit miroir aca faite sur la section du grand par les rayons qui viennent de P parallélement à ES. Car le rayon oblique ah étant parallele à ES, & la ligne aB à ET, l'angle Bah est égal à SET; les triangles Bah, SET étant semblables, on a donc $Bh : ST :: Ba : TE :: Cc : CT$. Donc Kf est, par construction, égale à Bh, & par conséquent le centre f de la projection dont il s'agit, a été bien déterminé. Or, tous les rayons qui tombent sur l'espace $BghgB$ vont se rendre en q', tandis que cet espace en intercepte une pareille quantité qui irait se rendre en p'. Ainsi la proportion qu'on a établie entre l'éclat de ces points est évidente.

796. Enfin, diminuant l'angle PEQ ou SET, les images ST, $p'q'$ & les largeurs

AD, Bh de ces espaces $AGDGA$, $BghgB$ diminuent aussi, de sorte que l'éclat de p' augmente à mesure que ce point se rapproche de q', & differe d'autant moins de celui de q', que l'angle PEQ est plus petit, c'est-à-dire, que le télescope grossit davantage.

797. Car le pouvoir amplifiant du télescope est mesuré par le rapport des angles $p'lq'$, PEQ, dont le premier doit être, à peu près, le même dans chaque télescope, comme étant limité par la largeur de l'oculaire, laquelle doit être en rapport donné avec sa distance focale ; car alors l'angle que font les deux surfaces de l'oculaire au bord de ce verre, est d'une grandeur donnée, & par conséquent le bord de l'espace qu'on apperçoit paraît avec un degré donné de netteté. C'est la raison pour laquelle plus un télescope grossit, moins il a de champ.

798. COROLL. I. Delà, l'espace $AGDGA$ est égal au rectangle $AD \times AA$, à très-peu près, lorsque AD est petite. Soit mené le demi-diametre KL perpendiculaire à AKA, coupant l'arc DG en M; & soit mené FN aussi perpendiculaire à AKA, lequel coupe l'arc AGA en O. Alors retranchant l'espace DKM des quarts de cercles égaux AKL, DFN, on aura l'espace $ADML$ égal à l'espace $MNFK$; ajoûtant à l'un & à l'autre l'espace LMG, on aura l'espace $ADGA$ égal à $KLGNF = KL \times KF$ ou $KA \times AD$, à très-peu près, lorsque AD est petite. La même chose est vraie de l'espace contigu au trou $BgBg$.

799. COROLL, II. Delà, il est aisé de voir que le cercle $AGAG$ est à l'espace $AGDGA$, comme le quart de circonférence AL est à AD, à très-peu près.

800. COROLL. III. Si le petit miroir est convexe, & que le trou dont le grand est percé lui soit égal, la derniere image peut aussi être égale à ce trou ; mais elle ne peut être plus grande sans qu'elle diminue davantage d'éclat vers ses bords. Car le rayon extrême PD sera réfléchi suivant les lignes Da, ap', parce que tous les rayons qui viennent de P, concourent aux points S, p'; & si $ca = CB = p'q'$, aBp' est parallele à l'axe cC. Mais si $p'q'$ excede CB, le rayon extrême, tel que ap', est arrêté en B par le miroir.

801. COROLL. IV. Si le petit miroir est concave, & que le trou fait dans le grand lui soit égal, la derniere image peut être plus grande que ce trou ; mais pas de beaucoup, à moins qu'elle ne se forme bien au delà de ce trou, ce qui augmenterait la longueur du télescope. Car le rayon extrême PA sera réfléchi suivant les lignes ASb, bp'; & cb étant plus petite que ca ou CB, le rayon bp' a la liberté de diverger un peu de l'axe cC.

802. LEMME II. *Le trou dont le grand miroir est percé, étant toujours égal au petit miroir, si on augmente ce miroir d'une petite zone, dont la largeur soit à la moitié de la largeur de la premiere image comme la distance des miroirs est à la distance focale du grand, la derniere image deviendra d'un éclat uniforme, mais un peu moindre que celui que son centre avait auparavant, à cause de la lumiere interceptée par la zone.*

803. Car menant les lignes AS, AS (*Fig. 610 & 611*), l'arc aca coupera une d'elles en b, & étant prolongé, il rencontrera l'autre en d. Alors les rayons qui viennent de P tomber sur l'arc AA, & qui ensuite concourent en S, après leur premiere réflexion, seront tous reçus sur l'arc bcd, d'où ils seront réfléchis en p'; & faisant tourner l'arc cad autour de l'axe cT, le miroir aca sera augmenté d'une zone de la largeur ad, & il recevra tous les rayons qui viennent d'un objet circulaire décrit par PQ en tournant autour du même axe QC. Or, à cause des figures semblables Aad, ATS, on a $ad : TS :: Aa : AT :: Cc : CT$.

804. Si de K pris pour centre & du demi-diametre Kh égal au sinus de l'arc cd, on décrit un cercle $hkmk$, ce cercle est maintenant égal à la projection du petit miroir sur le plus grand, faite par les rayons du pinceau principal; & lorsque cette projection est faite par les rayons d'un pinceau collatéral venant de P, son bord m touche le bord du trou BB. Car Bh est, à peu près, égale à ad, parce que les angles Bah, QAP, aAd sont égaux, & que les distances Ba, aA sont aussi, à très-peu près, égales. Ainsi chaque point de la derniere image est privé d'autant

de rayons que le petit miroir en intercepte, & par conséquent cette image est par-tout du même éclat. Mais chaque point a moins d'éclat que le centre q' n'en avait avant l'addition de la zone dont il est question, à cause des rayons interceptés par cette zone.

805. COROLL. I. Delà, l'éclat qu'avait en premier lieu le centre q' est à celui qu'il a en dernier lieu, comme $CA^2 - ca^2$ est à $CA^2 - cd^2$, je veux dire, comme les différences des carrés des sinus de ces arcs.

806. COROLL. II. Le petit miroir dad étant convexe, si le demi-diametre de la derniere image $p'q'$ n'est pas plus petit que ca ou que le premier trou CB, il y aura plusieurs des rayons extrêmes du pinceau oblique, réfléchis actuellement par ad, qui feront arrêtés en B.

807. COROLL. III. Mais si le petit miroir dad est concave, la derniere image $p'q'$ peut continuer d'être égale ou plus grande que le trou BC, à cause que le même rayon bp' est toujours le plus éloigné de l'axe du pinceau le plus oblique, les nouveaux rayons réfléchis par ad, en p', étant ici dans l'intérieur de ce pinceau.

808. COROLL. IV. Si on rend la largeur du trou égale à la nouvelle largeur dd du petit miroir, soit concave ou convexe, la derniere image, quoique plus petite que ce trou, aura le plus d'éclat à son centre, à cause que les rayons des pinceaux obliques qui tombent sur ces parties du trou qui ont la figure de croissant, & que nous avons examinées ci-devant, passeront alors, puisque ces parties ne sont plus. Mais cette perte est extrêmement petite, en comparaison de ce qui s'en perdait auparavant par les espaces $AGDGA$.

809. LEMME III. *Substituer dans ces télescopes à la place de l'oculaire unique qui y est adapté, deux autres oculaires qui sans changer la grandeur apparente de l'objet, augmentent la portion qu'on en découvre.*

810. Supposant que la distance focale lq' (*Fig. 612*) de l'oculaire simple lk soit donnée; si l'on prend du côté des miroirs, $lm = 2lq'$, & $ln = \frac{1}{3} lm$, & qu'au lieu de l'oculaire lk, on en mette deux autres convexes en m & en n, dont les distances focales soient lm & ln respectivement, le télescope grossira précisément comme auparavant; mais l'espace qu'on apperçoit au travers sera un peu plus distinct & ses bords moins chargés de couleurs; ainsi on pourra, s'il était suffisamment distinct auparavant, l'agrandir un peu.

811. Car en coupant mn en deux également en q, nous avons $qn = nl$, par construction; & prenant $mf = ml$, nous avons $q'f$ à $q'm$ & $q'm$ à $q'q$ comme 3 est à 1. Ainsi les rayons du pinceau principal qui, après avoir été réfléchis, tendent vers q', étant rompus par le verre m, concourront en q (*Art. 239*), d'où venant à passer au travers du verre n, ils en sortiront paralleles, comme il est nécessaire que cela soit pour la vision distincte.

812. Delà, l'image $p'q'$ sera réduite par le verre m à pq, laquelle est terminée en p par la ligne mp'. C'est pourquoi menant pn, nous avons un triangle mpn isoscele & semblable à $mp'l$; ainsi pn est parallele à $p'l$. Par conséquent l'œil placé en un endroit quelconque o, verra l'objet, au travers des verres m, n, sous un angle égal à pnq ou $p'nq'$, c'est-à-dire de la même grandeur qu'on le voit d'ordinaire au travers du simple oculaire l.

813. Coupant ln en deux également en o, si l'on met l'œil en o, on verra le plus grand espace possible. Car chaque pinceau de rayons réfléchis par le grand miroir au petit, occupe à peu près toute la largeur aca de ce miroir; de sorte que le rayon qui, dans chaque pinceau, est réfléchi par le milieu c de ce miroir, est, à peu près, au milieu du pinceau auquel il appartient : par conséquent l'œil recevra tous ces rayons, s'il est placé au foyer qu'ont ces rayons, après avoir été rompus par les deux verres, lequel se trouve aisément. Mais supposant que ag soit le rayon d'un pinceau oblique quelconque, qui tombe sur le verre m parallélement à son axe, il tendra, après avoir été rompu, vers l foyer principal de ce verre; & rencontrant le verre n, selon cette direction, il en sortira suivant ho parallele à pn, & coupera ln en deux également en o; & puisque tous les rayons de ce pinceau sortiront paralleles à ho & extrêmement proches de ho, nous pouvons prendre ce point o

pour la place de l'œil, ou plutôt d'un petit trou fait dans une plaque mince dont il sera parlé plus bas.

814. suppofant actuellement qu'on ôtât les verres m, n, le rayon parallele agp' dont on a parlé, tomberait sur l'oculaire simple kl, en k, & serait rompu suivant ki parallele à $p'l$, à laquelle tout le reste du pinceau serait aussi parallele

815. Mais lorsque l'œil était placé en o, & que les deux oculaires étaient en m & en n, il voyait plus distinctement, au moyen des mêmes rayons, qu'il ne verrait en i, au travers du seul oculaire lk, parce que les rapports des distances focales aux ouvertures respectives des verres m, n, c'est-à-dire, de lm à mg, & de ln à nh, sont chacun doubles du rapport de la distance focale du verre l à son ouverture, c'est-à-dire, de li ou lq' à lk.

816. On rendra la distinction plus grande en faisant les verres m, n plan convexes & en tournant leur côté plan vers l'œil; en sorte que les secondes réfractions que souffrent les rayons en passant de ces verres dans l'air, lesquelles contribuent beaucoup plus que les premieres à la production des couleurs, puissent être plus petites qu'elles ne seraient dans la position des verres opposée à celle-là. Car, dans l'expérience commune du prisme, si on le fait tourner autour de son axe du sens qui fait que les rayons sortent avec plus d'obliquité de sa seconde surface réfringente, l'image colorée du soleil sur la muraille deviendra plus longue d'un pouce ou de deux, ou même plus; & si on fait tourner le prisme du sens opposé, de sorte que les rayons tombent plus obliquement sur la premiere surface, l'image se raccourcira d'un pouce ou de deux. On peut changer de diverses manieres les proportions & les places des verres m & n, sans qu'il en résulte que peu de différence dans leur effet.

817. COROLL. I. Soit le rayon extrême $arqs$ du pinceau principal coupant les verres m, n en r & s; puisque $qn = qm$, nous avons $ns = (mr =)$ $\frac{q'm}{q'c} \times ac$. Or il est aisé de voir que ns est le demi-diamêtre du petit trou qu'il faut placer en o, au travers duquel le pinceau principal & tous les autres ayant la même largeur ou base que le miroir aca, passeront justement; & que par conséquent tous rayons étrangers qui passent par la circonférence du miroir aca, considérés comme appartenant aux pinceaux qui ont une base plus large que aca, tomberont loin du trou, & seront arrêtés par la plaque. Mais ce trou o doit être agrandi, quoique fort peu, pour les Miopes, afin de pouvoir recevoir tous les rayons des pinceaux qui doivent entrer dans l'œil un peu divergens.

818. COROLL. II. En plaçant en q le centre d'un trou fort large, dont le demi-diametre est pq, la plaque à laquelle on aura fait ce trou, interceptera quelques-uns des rayons réfléchis irrégulierement par les bords imparfaits des miroirs; & cette plaque circonscrivant la derniere image, bornera l'espace qu'on doit appercevoir, & l'angle sous lequel il parait, à la grandeur que les verres permettront, sans que les bords de cet espace soient trop chargés de couleur

819. COROLL. III. Ayant donc un télescope donné, on peut trouver (grossierement) la moitié de l'angle pnq, sous lequel on apperçoit l'espace qu'on découvre, en mesurant le diametre du trou qui circonscrit l'image située en q, & la distance entre les verres m, n, dont la moitié est qn, ou plutôt en trouvant la distance focale qn du verre n, au moyen des rayons du soleil. Alors $\frac{pq}{qn}$ est la tangente de l'angle pnq pour le rayon 1. Mais cet angle se peut trouver plus exactement par le tems qu'on apperçoit une étoile dans le télescope.

820. COROLL. IV. Delà on a aussi la place l & la distance focale lq' d'un simple oculaire qui grossira précisément autant que les deux verres m, n. Car $p'q'$ étant égale à ac, est donnée en mesurant ac, & $q'l : q'p' :: qn : qp$, c'est-à-dire, dans le rapport du rayon à la tangente de la moitié de l'angle trouvé ci-dessus, & $ml = 2q'l$ par construction. Mais on peut trouver plus exactement ce verre, au moyen du pouvoir amplifiant, comme on le montrera ci-après.

821. COROLL. V. Delà on a aussi Tq' distance

distance de l'image $p'q'$ au foyer du grand miroir, en mesurant TC & Cm ; à cause que $Tq' = TC + Cm + mq'$.

822. LEMME IV. *Trouver l'angle d'aberration dans un télescope donné de Grégori ou de Cassegrain.*

823. Soit nommée d la distance focale CT (*Fig.* 613 & 614) du grand miroir, s le sinus AS de la moitié de son ouverture AC, e la distance focale de l'oculaire l; soit enfin le rapport de Tq' à TC égal à celui de n à 1, & le rapport de cq' à cT égal à celui de r à 1. Supposant que le rayon extrême $QAqarr'$ qui vient parallélement à l'axe, coupe cet axe en q & en r & la derniere image $p'q'$ en r', & que a soit la tangente de l'angle d'aberration $q'lr'$ qu'on cherche, on aura dans le télescope de Grégori, $a = \frac{s^3}{8edd}\left(r + n - \frac{n}{rr}\right)$, & dans le télescope de Cassegrain, $a = \frac{s^3}{8edd}\left(r - n + \frac{n}{rr}\right)$.

824. Car puisque Tq & $q'r$ (*Fig.* 613) sont les aberrations successives du rayon extrême, des premier & second foyers T, q' des rayons les plus proches de l'axe, prenant k pour le foyer, correspondant à q, d'autres rayons réfléchis par le milieu du petit miroir ac & les points qui en sont voisins, on a $tk : tc :: tc : tq$, & $tq' : tc :: tc : tT$ (*Art.* 207) & par conséquent $tk : tq' :: tT : tq$, qui donne $kq' : Tq :: tk : tT :: tq' : tT$ (*Art.* 204) $:: tq'^2 : tc^2 :: rr : 1$; à cause que $tq' : tc :: tc : tT :: tq' + tc$ ou $cq' : tc + tT$ ou $cT :: r : 1$, par construction. Donc $kq' = rr \times Tq$.

825. Soit un rayon za venant parallélement à l'axe, & soit tu son aberration du foyer t; puisque kr est l'aberration du rayon qar du foyer k, on a $kr : tu :: (r-1)^2 : 1$ (*Note* 727), parce qu'on a $tq' : tc$ ou $te :: r : 1$, & que par conséquent cq' ou $ek : et :: r - 1 : 1$. On a donc $kr = (r-1)^2 \times tu$.

826. Donc, puisque kr & le sinus verse cs de l'arc ca sont disposés en sens contraires, par rapport à k & à c (*Note* 720), on a, dans le télescope de Grégori, l'aberration entiere $q'r = kq' + kr = rr \times Tq + (r-1)^2 \times tu$.

827. Dans la construction on met $Tq' : TC$ ou $d :: n : 1$, d'où l'on a $Tq' = nd$. Nous mettons aussi $cq' : cT :: r : 1$, qui donne $Tq' : cT :: r - 1 : 1$, & par conséquent $cT = \frac{nd}{r-1}$ & $cq' = \frac{dnr}{r-1}$; & à cause des figures semblables qac, qAC (*Art.* 204), on a $ac : AC$ ou $s :: cq : Cq :: tc : cT :: r : r+1$, d'où l'on a $ac = \frac{ns}{r-1}$. On avait aussi $tc : tT :: r : 1$, qui se change en $tc : cT$ ou $d :: r : r+1$; ce qui donne $tc = \frac{r}{r+1} \times cT = \frac{dnr}{(r-1)^2}$.

828. Or, l'aberration $Tq = \frac{CA^2}{8CT}$ (*Note* 727) $= \frac{ss}{8d}$, & de même $tu = \frac{ca^2}{8ct} = \frac{nss}{8rd} \times \frac{r+1}{r-1}$. Ainsi l'aberration longitudinale $q'r = \frac{ss}{8d}\left(rr + nr - \frac{n}{r}\right)$.

829. Enfin, à cause des figures semblables $q'r'r$, car, nous avons $q'r' : q'r : ca : cr :: ca : cq'$ (*Art.* 204), c'est-à-dire, $:: \frac{ns}{r-1} : \frac{dnr}{r-1} :: s : rd$; d'où l'on aura l'aberration latitudinale $q'r' = \frac{s}{rd} \times q'r = \frac{s^3}{8dd}\left(r + n - \frac{n}{rr}\right)$, & $a = \frac{q'r'}{q'l} = \frac{s^3}{8edd}\left(r + n - \frac{n}{rr}\right)$.

830. En répétant sur la Figure 614 le procédé qui nous a conduit à cette expression, on trouve, pour le télescope de Cassegrain, $a = \frac{s^3}{8edd} \times \left(r - n + \frac{n}{rr}\right)$. Car $q'r =$ présentement $kq' - kr$, parce que le sinus verse cs & par conséquent l'aberration kr se trouvent du côté de c & de k opposé à celui où ils étaient.

831. COROLL. Soit mis $\frac{m}{1}$ pour le

pouvoir amplifiant du télescope ; alors $m = \frac{rd}{e}$ (*Note 783*), & dans le télescope de Gregori, $a = \frac{ms^3}{8d^3}(1 + \frac{n}{r} - \frac{n}{r^3})$, & dans celui de Cassegrain, $a = \frac{ms^3}{8d^3}(1 - \frac{n}{r} + \frac{n}{r^3})$.

PROBLÊME. *Composer un télescope d'une longueur donnée, qui ait la forme de ceux de Grégori ou de Cassegrain, dans lequel on apperçoive l'espace qu'on découvre, sous un angle donné & avec un degré donné de clarté & de distinction, & qui grossisse autant que ces conditions le permettent.*

832. On peut prendre les expressions algébriques des degrés donnés de distinction & de clarté, telles que les donne un télescope de Mr. Newton, ou plutôt l'un ou l'autre de ceux de la forme proposée. Soit A, dans le télescope donné, la moitié de la largeur du grand miroir, B la moitié de celle du petit, c'est-à-dire, la moitié de largeur la plus petite du plan ovale, si on fait choix du télescope de Mr. Newton ; soit $\frac{M}{1}$ le rapport suivant lequel il amplifie, & soit mise b au lieu de la quantité $\frac{(A+B)(A-B)}{MM}$, laquelle étant comme la clarté apparente dans le télescope donné (*Art. 459*), peut être conservée dans le télescope qu'on veut construire, ou peut être augmentée ou diminuée dans le même rapport qu'on se propose d'augmenter on de diminuer ce degré donné de clarté apparente. Soit, dans le télescope qu'on se propose de construire (*Fig. 610 & 611*), a la tangente donnée, pour le rayon 1, de l'angle d'aberration proposé, qui pareillement peut être le même, & par conséquent la distinction la même que dans le télescope donné, ou peut en differer à volonté ; soit v la tangente de la moitié de l'angle sous lequel on veut appercevoir l'espace que le télescope fait découvrir, d la distance focale donnée CT du grand miroir ABC, q' la place donnée de la derniere image formée par le petit miroir ac, & $\frac{n}{1}$ le rapport donné de Tq' à TC.

833. CAS I. Ayant calculé, dans le télescope de Gregori, un nombre $c = \frac{64n^4aa}{bv^4}dd$, trouvant la plus grande racine positive r de cette équation $rr(r + n - \frac{n}{rr})^2(r-1)^4 - c(1 + \frac{n}{r-1})(1 - \frac{n}{r-1}) = 0$, & prenant, dans CT prolongée (*Fig. 610*), $Tc = \frac{nd}{r-1}$ & $ct = \frac{r}{r+1} \times Tc$, le point c sera le sommet du petit miroir concave ac, & t son foyer principal. La moitié de l'ouverture du grand miroir sera $d\sqrt{\frac{8na}{v(r-1)(r+n-\frac{n}{rr})}} = CA$, & la moitié de celle du petit miroir sera $\frac{n}{r-1} \times CA = ca = CB = p'q'$; la distance focale de l'oculaire sera $\frac{1}{v} \times p'q' = q'l$. Ce télescope représentera les objets comme on le demande, & les amplifiera en diametre dans le rapport de $r \times d$ à $q'l$.

834. CAS II. Dans le télescope de Cassegrain, ayant calculé le nombre $c = \frac{64n^4aa}{bv^4}dd$, trouvant la plus grande racine positive de cette équation, $rr(r - n + \frac{n}{rr})^2(r+1)^4 - c(1 + \frac{n}{r+1})(1 - \frac{n}{r+1}) = 0$, & prenant, dans TC, (*Fig. 611*) $Tc = \frac{nd}{r+1}$ & $ct = \frac{r}{r-1} \times Tc$, le point c sera le sommet du petit miroir convexe ca, & t son foyer principal. La moitié de l'ouverture du grand miroir sera $d\sqrt{\frac{8na}{v(r+1)(r-n+\frac{n}{rr})}} = CA$; & la moitié de celle du petit, sera

$\frac{n}{r+1} \times CA = ca = CB = p'q'$; la distance focale de l'oculaire sera $\frac{1}{v} \times p'q' = q'l$. Ce télescope représentera les objets comme on le desire, & grossira dans le rapport de $r \times d$ à $q'l$.

835. ANALYSE du premier Cas. Puisque $1 : n :: TC$ ou $d : Tq'$ (*Fig. 610*), nous avons $Tq' = nd$; nous avons aussi tq', tc, tT en proportion continue dans un rapport inconnu que nous supposerons représenté par celui de r à 1. Ainsi $cq' : cT :: r : 1$, qui se change en $Tq' : Tc :: r - 1 : 1$, ce qui donne $Tc = \frac{nd}{r-1}$. De plus, puisque $tc : tT :: r : 1$, nous avons $tc : Tc :: r : r+1$; d'où l'on a $tc = \frac{r}{r+1} \times Tc$.

836. Soit la moitié CA de l'ouverture requise $= s$; à cause des figures semblables acT, ACT (*Art. 204*) faites par la réflexion du rayon extrême ATa du pinceau principal, nous avons $ac : cT :: AC : CT :: s : d$, ce qui donne $ac = \frac{ns}{r-1}$. Prenant cette quantité pour la moitié de la largeur de ce miroir, & lui faisant égale la moitié CB de la largeur du trou, le centre de l'espace qu'on appercevra au travers du télescope, aura autant d'éclat qu'il est possible, & la quantité de lumière, à ce centre, sera comme $AC^2 - ac^2 = (1 + \frac{n}{r-1})(1 - \frac{n}{r-1}) \times ss$.

837. Soit supposé $q'l = e$, & m à 1 comme la grandeur apparente est à la vraie, c'est-à-dire, en raison composée de TC à $q'l$ & de tq' à tc (*Note 111 ou 783*); nous aurons $m : 1 :: r \times d : 1 \times e$, ce qui donne $m = \frac{rd}{e}$.

838. Or, l'éclat apparent du centre de l'espace visible est comme $\frac{AC^2 - ac^2}{mm}$ (*Art. 459*) $= (1 + \frac{n}{r-1})(1 - \frac{n}{r-1}) \times \frac{eess}{rrdd}$. Car la regle citée ici, n'étant point limitée à telle ou telle grandeur d'espace visible, convient encore pour le centre de cet espace considéré comme un espace réduit à un point physique Donc faisant cette valeur de l'éclat apparent égale à b, comme étant partie des données, nous avons $b = (1 + \frac{n}{r-1})(1 - \frac{n}{r-1}) \times \frac{eess}{rrdd}$, que j'appellerai *la premiere équation*.

839. Faisant, pour abréger, $t = r + n - \frac{n}{rr}$, nous avons la tangente de l'angle d'aberration proposé, c'est-à-dire, $a = \frac{s^3 t}{8dde}$ (*Note 823*) pour notre seconde équation.

840. Par les données, nous avons $p'q' : q'l$ ou $e :: v : 1$, ce qui donne $p'q' = ev$. Or puisque nous avons pris la moitié CB de la largeur du trou $= ca$, nous pouvons choisir telle grandeur qu'il nous plaira pour l'image $p'q'$, pourvu cependant qu'elle ne surpasse pas de beaucoup CB (*Note 802*). Car l'angle $p'lq'$ étant égal à l'angle sous lequel on veut appercevoir l'espace qu'on découvre avec le télescope, & les oculaires semblables ayant des largeurs qui sont comme leurs distances focales, les réfractions des rayons qui viennent de p' tomber sur le bord de ces verres, seront aussi semblables & égales, & par conséquent la confusion & les couleurs qui regnent au bord de l'espace qu'on doit appercevoir, seront à peu près les mêmes, de quelque grandeur que nous fassions l'image $p'q'$; ainsi nous pouvons mettre $p'q' = ca$, c'est-à-dire, $ev = \frac{ns}{r-1}$, qui est notre 3e équation.

841. Delà, $e = \frac{ns}{v(r-1)}$; $ee = \frac{nnss}{vv(r-1)^2}$; substituant ces valeurs dans la premiere & dans la seconde équation, on a $b = (1 + \frac{n}{r-1})(1 - \frac{n}{r-1}) \times \frac{nns^4}{ddvvrr(n-1)^2}$, & $a = \ldots$

$\frac{sstv(r-1)}{8ndd}$, d'où l'on tire $s^4 = \frac{64aannd^4}{ttvv(r-1)^2}$; donc $b = (1 + \frac{n}{r-1})(1 - \frac{n}{r-1}) \times \frac{64n^4ddaa}{v^4ttrr(r-1)^4}$. Enfin remettant $r - n + \frac{n}{rr}$ à la place de t, & faisant $c = \frac{64n^4ddaa}{bv^4}$, nous avons $rr(r - n + \frac{n}{rr})^2(r-1)^4 = (1 + \frac{n}{r-1})(1 - \frac{n}{r-1})c$. Nous devons prendre la plus grande racine positive de cette équation, afin que le télescope grossisse le plus qu'il est possible (*Note 837*); cette racine étant trouvée, la solution du Problême paraitra très-évidente, en jettant les yeux sur l'analyse.

842. CAS II. Pour le second Cas, il ne s'agit que de revoir l'analyse précédente, en la rapportant à l'autre Figure; on appercevra facilement les changemens qu'elle doit souffrir.

843. J'ai observé ci-dessus que, dans cette solution, l'espace qu'on apperçoit au travers du télescope, n'aura le degré proposé d'éclat qu'à son centre. Mais en calculant, par les Corollaires des Lemmes, de combien il est moindre à sa circonférence, on trouvera que la différence est si petite qu'elle ne peut occasionner aucun inconvénient, & qu'au contraire il en résulte quelques legers avantages. 1.° le télescope peut grossir un peu plus qu'il ne ferait si le petit miroir était augmenté de la zone dont il a été parlé (*Note 802*), parce qu'ici il y a moins de lumiere interceptée. 2.° Cette zone intercepterait un anneau des rayons intérieurs, qui sont réfléchis le plus exactement à chaque partie de l'image; à la place desquels nous prendrions les rayons extérieurs contenus dans cet espace qui a la forme de croissant (*Notes 802 & 803*), lesquels sont réfléchis avec le moins d'exactitude, & seulement aux parties extérieures de l'image. 3.° Les parties intérieures de l'image étant plus distinctes que le reste, supporteront & demanderont par conséquent plus de lumiere que les parties moins distinctes & colorées des bords; qu'une plus grande lumière rendrait encore plus imparfaites.

844. C'est là ce qui résulte de la théorie; mais dans la pratique il faut donner un peu plus de largeur au petit miroir, à cause de la difficulté de le placer & de le mouvoir assez exactement le long de l'axe du télescope pour recevoir tous les rayons réfléchis, dont il ne doit laisser passer aucun, ces rayons étant très-condensés par leur premiere réflexion. Mais il ne faut rien ajoûter à la largeur du trou du grand miroir.

845. Faisant les multiplications indiquées dans l'équation trouvée ci-dessus, on parvient à une équation complette du 12^e^ degré; comme sa résolution par les regles ordinaires serait extrêmement longue & ennuyeuse, je préfere de la trouver de la maniere suivante. L'équation du premier Cas étant mise sous cette forme fractionnaire

$$\frac{rr(r + n - \frac{n}{rr})^2(r-1)^4}{c \times (1 - \frac{nn}{(r-1)^2})} = 1,$$

je néglige d'abord les petites fractions $\frac{n}{rr}$ & $\frac{nn}{(r-1)^2}$, & je cherche la racine de cette équation plus simple $\frac{rr(r+n)^2(r-1)^4}{c} = 1$, comme il suit.

846. Ayant cherché le logarithme du dénominateur c, j'en prends d'abord le $\frac{1}{8}$ pour le logarithme de r, d'où je calcule le logarithme du numératateur $rr(r+n)^2(r-1)^4$. Ensuite je prends la différence des logarithmes du numérateur & du dénominateur, & si le premier est plus grand que le dernier, je retranche $\frac{1}{8}$ de leur différence, du logarithme de r, sinon je l'ajoûte. Je répete la même opération deux ou trois fois avec ce logarithme corrigé de r, jusqu'à ce que je trouve un logarithme du numérateur qui ait les 3 ou 4 premiers chiffres pareils à ceux du dénominateur, outre la caractéristique; alors le logarithme corrigé de r donne trois ou quatre figures de la racine de cette derniere équation; & cette racine sera la plus grande de toutes, si, en l'augmentant un peu, elle augmente considérablement la valeur du numérateur: ce qui sera en général assez évi-

dent, en se donnant la peine de revoir leurs variations dans les différentes opérations.

847. Enfin je calcule, avec le logarithme de r trouvé en dernier lieu, les logarithmes du dénominateur & du numerateur de l'équation

$$\frac{rr(r+n-\frac{n}{rr})^2(r-1)^4}{c\times(1+\frac{n}{r-1})(1-\frac{n}{r-1})}=1, \text{ qui}$$

est celle dont on demande la plus grande racine, & ayant pris $\frac{1}{5}$ de leur différence, je corrige le logarithme de r, comme ci-dessus ; ce qui me donne, après deux ou trois opérations, la racine de r suffisamment exacte. Avec un peu d'attention on découvrira aisément la raison de cette méthode, dont le succès est dû principalement à la grandeur de c & à la petitesse de n.

848. Pour donner quelques exemples de ce Problême, j'ai tiré de Mr. Short les dimensions suivantes de son meilleur télescope, dont la forme est Grégorienne ; je les mets ici comme devant servir de modeles pour calculer celles de télescopes de toutes longueurs.

	Pouces.
La distance focale du grand miroir =	9,6
Sa largeur ou ouverture. . . . . =	2,3
La distance focale du petit miroir =	1,5
Sa largeur. . . . . =	0,6
La largeur du trou du grand miroir =	0,5
La distance du petit miroir à l'oculaire le plus proche . . . . . =	14,2
La distance des deux oculaires =	2,4
La distance focale de l'oculaire le plus proche des miroirs. . . . =	3,8
La distance focale de l'oculaire le plus proche de l'œil. . . . . =	1,1

849. On a trouvé par l'épreuve qu'on en a faite, que ce télescope grossissait 60 fois en diametre ; & par le tems que des étoiles mettaient à traverser l'espace qu'on apperçoit par le télescope, que cet espace soutend un angle de $19'$ à l'œil nud ; ainsi l'angle sous lequel on apperçoit cet espace dans le télescope, était de $60\times 19'=19°$.

850. Avant que nous puissions calculer les dimensions des autres télescopes, il faut commencer par reduire le télescope de comparaison dont il s'agit, à la forme qu'on a supposée dans le Problême, en trouvant un oculaire unique au moyen duquel il grossisse autant qu'avec les deux qu'il porte ; & en calculant l'ouverture aa du petit miroir, qu'occupe le pinceau principal, dont la largeur est un peu plus petite que celle de ce miroir. Nous pouvons ensuite déduire les logarithmes des nombres b, a, v, n dont on a parlé ci-dessus, qui, à l'exception de n, seront conservés, sans souffrir aucun changement, dans tous les télescopes de la Table de la page suivante.

851 Nous avons donc 1.° mq (*Fig.* 612) $=mn-nq=1,3$; delà je tire (*Note* 810) $mq'=\frac{mq\times mf}{mf-mq}=1,9760$, & $cq'=cm+mq'=16,1760$ & $tq'=cq'-ct=14,6760$. Or, exprimant le rapport qui regne dans la proportion continue que forment tq', tc, tT, par celui de r à 1, nous avons $r=\frac{tq'}{tc}=9,7840$, $tT=\frac{tc}{r}=0,15331$, $Tq'=tq'-tT=14,5227$ & $n=\frac{Tq'}{TC}=1,51278$, dont le logarithme est 0,17977,58.

852. 2°. Nous avons $cT=ct+tT=1,6533$ & $ca=\frac{cT}{TC}\times CA=0,19805$ $=CB=p'q'$, conformément à la solution du Problême ; & puisque $M=60$, nous avons $q'l=\frac{r\times CT}{M}$ (*Note* 837) $=1,5654$; donc log. $v=$ log. $\frac{p'q'}{q'l}=$ $\bar{1},10213,36$, & ainsi 9,10213,36 est le log. tang. de $7°\ 12'\ 40''$. Cet angle est la moitié de celui sous lequel on apperçoit l'espace qu'on découvre par le moyen du télescope réduit à la forme supposée dans le Problême, & nous le conserverons tel dans les télescopes de la Table suivante, jusqu'à ce que nous le portions à $9°\ 30'$, au moyen de deux oculaires, comme dans celui de M.r Short.

853. 3°. Nous avons le log. de $a=$ log. $\frac{CA^3}{8\,CT^2\times q'l}\times(r+n-\frac{n}{rr})$ (*Note* 823) $=\bar{2}.17217,14$, & ainsi 8,17217,14

eſt le log. tang. de 51′.05″, lequel angle d'aberration étant deux ou trois fois plus grand qu'il n'eſt d'ordinaire dans les téleſcopes catoptriques de M.r Newton, occaſionnerait un degré d'indiſtinction inſupportable, ſi on ne le diminuait pas, en donnant au grand miroir une forme qui diffère un peu de la ſphérique en tirant ſur la parabolique ; ce que M.r Short fait conſtamment.

854. 4°. Nous avons le logarithme de b $= \log. \frac{(CA + ca)(CA - ca)}{MM} = \bar{4},55201,77$.

855. Au moyen de ces données, j'ai calculé, en ſuivant les ſolutions des Cas 1 & 2, les Tables ſuivantes, où les meſures du téleſcope de comparaiſon ſont auſſi inſérées ; & j'ai ajoûté la valeur de la racine r qui appartient à chaque téleſcope, pour ſatisfaire ceux qui voudront examiner ces calculs.

TABLE des dimenſions & des pouvoirs amplifians de quelques Téleſcopes Grégoriens.

Fig. 610.

CT	Cq'	Tc	ct	CA	$ca = CB$	$q'l$	pouv. ampl.	r
5,65	2,987	1,131	1,106	0,773	0,155	1,223	39,69	8,5589
9,60	4,923	1,653	1,5	1,15	0,198	1,565	60	9,7840
15,50	7,948	2,343	2,148	1,652	0,250	1,973	86,46	11,0090
36	4	3,724	3,432	3,132	0,324	2,561	165,02	11,7405
60	6	5,391	5,012	4,605	0,414	3,271	242,94	13,242[illegible]

TABLE des dimenſions & des pouvoirs amplifians de quelques Téleſcopes de la forme de ceux de Caſſegrain.

Fig. 611.

CT	Cq'	Tc	ct	CA	$ca = CB$	$q'l$	Pouv. ampl.	r
15,5	7,948	1,992	2,196	1,769	0,227	1,797	92,91	10,7720
15,5	3	1,766	1,974	1,761	0,201	1,585	92,65	9,477
36	4	3,253	3,569	3,286	0,297	2,347	173,28	11,2966
60	6	4,786	3,173	4,804	0,383	3,028	253,44	12,7913

856. J'ai calculé pour les diſtances focales de 5,65 & de 15,5 pouces, qui ſont celles que donnent aux grands miroirs, des baſſins de Mr. Short, dont les téleſcopes faits avec ces miroirs produiſent, comme il me l'a appris, le même effet, à très-peu près, que celui qu'indique le calcul. J'ignore quelle épreuve on a faite des téleſcopes de Caſſegrain ; mais il paraît, par les tables, qu'ils ont de l'avantage ſur ceux de Gregori (du moins pour les uſages de l'Aſtronomie, où l'on compte pour rien le renverſement de l'objet), comme étant plus courts du double de la diſtance focale du petit miroir, & cependant groſſiſſant davantage. Les deux calculs pour le téleſcope de 15,5 pouces, ſont fondés ſur différentes longueurs de Cq', pour faire voir qu'à peine en réſulte-t-il un changement ſenſible dans le pouvoir amplifiant. La partie de l'inſtrument qui contient les oculaires étant incommode, à cauſe de ſa longueur, quand on veut obſerver des objets élevés, il faudrait ne lui donner que la longueur néceſſaire pour les contenir, à moins que, comme Mr. Short l'imagine, elle ne contribue, par ſa longueur, à garantir les oculaires de la lumiere étrangere qui vient, en raſant les bords du petit miroir, paſſer par le trou du grand :

c'est aussi pour cette raison qu'il prefere de faire ce miroir un peu plus large que ce trou. Mais on remédierait mieux à cet inconvénient, si cela est possible, en plaçant avec grand soin le petit trou dans la plaque qui est proche de l'œil, à l'endroit où il doit être, & en le faisant bien exactement de la grandeur requise.

857. Les Tables suivantes donnent les positions & les distances focales ml, nq, (*Fig.* 612) des deux oculaires m, n, avec la place & le demi-diametre pq du trou dont doit être percée la plaque qui limite l'espace qu'on doit voir au travers du télescope & porte l'angle sous lequel on l'apperçoit, à 19°, comme dans le télescope de Mr. Short.

Pour les Télescopes Grégoriens.

Fig. 612

CT	Cm	mn	ml	nq	no	po
5,65	1,764	1,631	2,446	0,815	0,408	0,136
9,6	3,358	2,087	3,130	1,043	0,522	0,174
15,5	5,975	2,631	3,946	1,315	0,658	0,220
36	1,439	3,415	5,122	1,707	0,854	0,286
60	2,783	4,289	6,434	2,144	1,072	0,359

Pour les Télescopes de la forme de ceux de Cassegrain.

CT	Cm	mn	ml	nq	no	po
15,5	6,151	2,396	3,594	1,198	0,598	0,200
15,5	1,415	2,113	3,170	1,057	0,528	0,177
36	1,653	3,029	4,694	1,565	0,782	0,262
60	2,972	4,037	6,056	2,019	1,010	0,338

858. La largeur du trou o dont la plaque proche de l'œil doit être percée, doit être de $\frac{1}{50}$ de pouce, dans les télescopes de Grégori, & de $\frac{1}{60}$ dans ceux de Cassegrain.

859. Un télescope de Mr. Newton de 60 pouces, aussi parfait que celui de Mr. Hauksbée, grossira 313 fois (*Note* 802); ainsi il surpasse un télescope de Cassegrain de même longueur, à peu près dans le rapport de 6 à 5, & est plus commode pour observer des objets élevés.

860. Si, conformément au Lemme 4^e^, nous voulons que l'espace qu'on apperçoit par le télescope soit par-tout du même éclat, il faut que nous ajoûtions à la moitié ac de la largeur du petit miroir du télescope de Grégori, $ad = \frac{vd}{m}$ $(1 + \frac{n}{r-1})$, qui est à peine égal à 0,022 de pouce, lorsque $d = 5,65$ pouc. & n'est que 0,034, lorsque $d = 60$ pouc. Il faudra ajoûter à ac, pour le télescope de Cassegrain, $ad = \frac{vd}{m}(1 - \frac{n}{r+1})$, qui n'est que 0,032 de pouce, lorsque $d = 60$ pouces. Ces petites augmentations à la largeur du petit miroir, altéreront à peine sensiblement la clarté apparente, & n'altéreront nullement la netteté.

861. Voici la raison de cette regle. Dans l'analyse du Problême nous avons $m = \frac{rd}{e}$ & $p'q'$ (*Fig.* 610) $= ev = \frac{rvd}{m}$, & à cause des triangles semblables STe,

$p'e\,q'$, nous avons $ST : p'q' :: Te : eq' :: 1 : r$, ce qui donne $ST = \frac{vd}{m}$; & à cause des triangles semblables adA, STA, nous avons $ad : ST :: CT + Tc : CT :: d + \frac{nd}{r-1} : d :: 1 + \frac{n}{r-1} : 1$; ce qui donne $ad = \frac{vd}{m}\left(1 + \frac{n}{r-1}\right)$, dans le télescope de Grégori; dans celui de Cassegrain, ad (*Fig. 611*) $: ST :: CT - Tc : CT :: d - \frac{nd}{r+1} : d :: 1 - \frac{n}{r+1} : 1$, d'où nous avons $ad = \frac{vd}{m}\left(1 - \frac{n}{r+1}\right)$.

862. Si d, s, m, v & n étaient toutes données, nous pourrions trouver les autres dimensions du télescope de Grégori en prenant $r = 1 + \sqrt{\left(n + \frac{mns}{dv}\right)}$, $Tc = \frac{nd}{r-1}$, $ct = \frac{r}{r+1} \times Tc$, $q'l = \frac{rd}{m}$, $cd = CB = p'q' = v \times q'l$. Car faisant $p'q' = cd = ca + ad$, c'est-à-dire, $\frac{rvd}{m} = \frac{ns}{r-1} + \frac{vd}{m}\left(1 + \frac{n}{r-1}\right)$, & réduisant, on aura la valeur de r dont il est question.

663. En substituant pour r sa valeur & faisant $n = 1$, ces Théorêmes deviendront les mêmes que ceux de M.r Hallei, lequel a donné des Tables très-utiles des dimensions de télescopes de Grégori, de longueurs différentes de celles des miens.

CHAPITRE

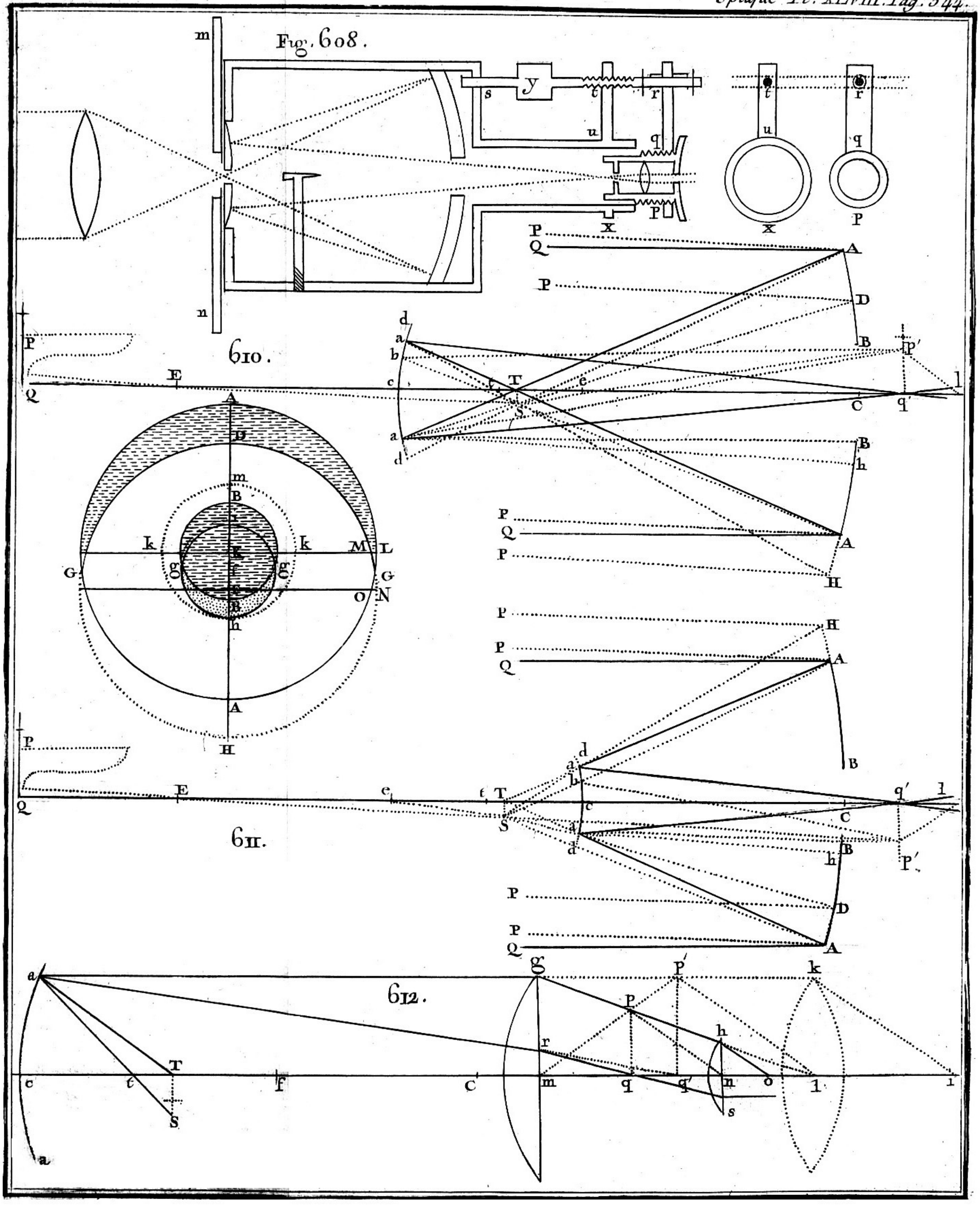


Fig. 608.
610.
611.
612.

CHAPITRE XII.

Détermination des figures, positions, grandeurs & distances apparentes des grands objets vus par des rayons tombant sur des surfaces réfléchissantes ou réfringentes, soit perpendiculairement ou presque perpendiculairement, soit avec tel degré d'obliquité qu'on voudra.

PROBLÊME I.

704. *UN grand objet d'une figure quelconque donnée étant situé perpendiculairement sur l'axe commun d'un nombre quelconque de surfaces réfringentes ou réfléchissantes, trouver sa figure, sa situation, sa grandeur & sa distance apparentes, l'œil étant placé en un point quelconque de l'axe.*

Soit $OABP$ l'axe des surfaces réfléchissantes ou réfrigentes AR, BS; O la place de l'œil; $ORSQ$ un rayon quelconque réfléchi ou rompu; QP une perpendiculaire à l'axe; q' l'intersection d'une ligne Qq' menée parallélement à l'axe, & du rayon visuel OR prolongé; $P'q'$ une courbe décrite par l'intersection q', tandis que l'angle visuel AOR diminue & devient nul. Si l'on suppose que la figure entiere tourne autour de l'axe OPP', la courbe $P'q'$ décrira une surface courbe, & PQ un plan circulaire. Soit une partie quelconque $abcd$ de ce plan, l'objet donné; une ligne indéfinie qui se mouvra autour de l'objet $abcd$ en rasant ses bords, & en demeurant toujours parallele à l'axe PP', tracera les bords de l'image de cet objet sur la surface courbe engendrée par $P'q'$. Et je dis que le plan ou objet $abcd$, vu par les rayons réfléchis ou rompus, paraîtra de la même figure, dans la même situation, de la même grandeur & à la même distance qu'on verrait de O, à la vue simple, l'image courbe de cet objet située en $P'q'$; supposant l'œil tourné vers le côté opposé lorsque la courbe $P'q'$ tombe derriere (*Art.* 139), comme dans la Figure 619. Fig. 615 & 616.

Car ſuppoſant un cercle décrit par la révolution d'un point quelconque Q, autour de l'axe OP, tranſporté à la place du cercle égal décrit par la révolution du point correſpondant q', ſi l'on ôte les ſurfaces AR, BS, la figure, la ſituation, la grandeur & la diſtance apparentes de ce cercle ſeront les mêmes qu'avant (*Art.* 139). Car puiſque les rayons viſuels, comme RO, $q'O$ ſont toujours dans une même ligne, la figure, la ſituation & la grandeur de l'image tracée au fond de l'œil feraient les mêmes qu'auparavant; de même tous les cercles qui compoſent le plan ſitué en PQ ainſi tranſportés & placés de maniere qu'ils touchent la ſurface courbe engendrée par $P'q'$, paraîtraient ſéparément & conjointement, vus de O à la vue ſimple, de la même figure, dans la même ſituation, de la même grandeur & à la même diſtance qu'avant leur déplacement. Ce que je dis des cercles entiers, eſt vrai auſſi des parties de ces cercles qui compoſent une partie quelconque $abcd$ du plan circulaire formé par PQ, c'eſt-à-dire, que les différens arcs de ces cercles qui compoſent la figure plane $abcd$, emportés par un mouvement parallele à l'axe PP' vers la ſurface courbe engendrée par $P'q'$, juſqu'à ce qu'ils ſe confondent avec elle, y compoſeront une partie de cette ſurface correſpondante à $abcd$, laquelle vue de O à la vue ſimple, paraîtrait de la même figure, dans la même ſituation, de la même grandeur & à la même diſtance qu'on verrait le plan $abcd$ par les rayons réfléchis ou rompus.

705. COROLL. I. Delà, ſi la ſurface plane engendrée par PQ, & la ſurface courbe engendrée par $P'q'$, ſont coupées l'une & l'autre par un plan quelconque paſſant par l'axe PP', ou parallelle à cet axe, la ligne droite qui eſt la ſection de la ſurface plane engendrée par PQ avec ce plan, paraîtra de la même figure, dans la même ſituation, de la même grandeur & à la même diſtance qu'on verrait de O à la vue ſimple, la courbe qui eſt la ſection de la ſurface courbe engendrée par $P'q'$, & du même plan.

706. COROLL. II. Toutes les fois que l'interſection q' décrit une ligne droite perpendiculaire à l'axe OP', l'objet PQ paraît ſous la figure qu'il a réellement, c'eſt-à-dire, de la même figure, dans la même ſituation, de la même grandeur

& à la même distance qu'il paraîtrait à la vue simple, étant vu à la distance OP' sur un plan perpendiculaire.

707. LEMME I. *Soit un nombre quelconque de lignes finies* x, y, z, *dont les fluxions ou différences ont entr'elles un rapport fini, & soit une autre ligne* $u = \frac{xy}{z}$; *je dis que la différence de* v *aura un rapport fini à la différence de* y *ou de* x *ou de* z.

Car on a $du = \frac{ydx}{z} + \frac{xdy}{z} - \frac{xydz}{zz}$ dont les parties ont des rapports finis entr'elles; par conséquent le rapport de la valeur entiere de du à une quelconque de ses parties est aussi fini : donc le rapport de du à dx ou dy ou dz est aussi fini.

708. LEMME II. *Si les courbes réfringentes ou réfléchissantes* AR, BS *coupent toutes leur axe* ABP' *à angles droits, la courbe* P'q' *le coupera aussi à angles droits.* Fig. 615 & 616.

Soient Ra', Sb', $q'p'$ perpendiculaires à l'axe, & soient les rayons RS, SQ prolongés jusqu'à ce qu'ils le coupent en f' & en g'. Les triangles $Oa'R$, $Op'q'$ étant semblables, ainsi que les triangles $a'f'R$, $b'f'S$, & les triangles $b'g'S$, $Pg'Q$, on a $Oa' : Op' :: a'R : p'q'$ ou PQ, c'est-à-dire, en raison composée de $a'R$ à $b'S$ & de $b'S$ à PQ ou de $a'f'$ à $b'f'$ & de $b'g'$ à Pg'; d'où l'on a $Op' = Oa' \times \frac{b'f'}{a'f'} \times \frac{Pg'}{b'g'}$. Or, lorsque l'angle AOR est infiniment petit ou nul, les intersections f', g' coïncident avec les foyers f, g; & Op' devient $OP' = OA \times \frac{Bf}{Af} \times \frac{Pg}{Bg}$. Donc lorsque l'abscisse $P'p'$ est infiniment petite, les accroissemens infiniment petits ou décroissement des lignes finies Oa', $a'f'$, $b'f'$, $b'g'$, Pg' sont respectivement $a'A$, $a'A \pm f'f$, $b'B \pm f'f$, $b'B \pm g'g$, $g'g$. Mais l'aberration $f'f$ est comme $a'A$ (*Art.* 610) & $g'g$ comme $b'B$, par le même Article, & conséquemment tous ces accroissemens infiniment petits ou décroissementont des rapports finis. Donc l'accroissement infiniment petit ou décroissement $p'P'$ de Op' a un rapport fini avec $a'A$, par le Lemme précédent, parce que les accroissemens infiniment petits des quantités sont comme les fluxions de ces quantités. Mais la derniere raison de $a'A$ à $a'R$ est infiniment petite, parce que la courbe AR est supposée couper son axe à angles droits, & la raison de $a'R$ à $p'q'$ étant la même que celle de Oa' à Op', est finie. Par conséquent la derniere raison de $p'P'$ à $p'q'$ étant composée de la raison de $p'P'$ à $a'A$, de celle de $a'A$ à $a'R$ & de celle de $a'R$ à $p'q'$, est infiniment petite. Donc la courbe $P'q'$ coupe perpendiculairement l'axe des courbes, lequel est aussi le sien, à cause que AR, BS sont supposées semblables & égales des deux côtés de cet axe.

709. COROLL. I. Les foyers f, g étant donnés, le sommet P' de la courbe $P'q'$ se trouve en prenant $OP' = OA \times \frac{Bf}{Af} \times \frac{Pg}{Bg}$.

710. COROLL. II. Quand même les courbes AR, BS seraient telles qu'elles réfléchiraient ou rompraient tous les rayons d'un large pinceau assez exactement pour que ces rayons concourussent tous en f & en g, cependant à cause des accroissemens $a'A$, $b'B$, la ligne Op' serait variable, & conséquemment l'intersection q' décrirait toujours une courbe.

711. COROLL. III. Quand même les courbes réfringentes se changeraient en leurs tangentes, cependant l'intersection q' décrirait toujours une courbe, à cause des aberrations ff', gg' produites par les réfractions (*Art.* 612).

712. COROLL. IV. Mais si les courbes réfléchissantes se changeaient dans leurs tangentes, l'intersection q' décrirait une ligne droite perpendiculaire à l'axe en P', parce qu'il n'y a point alors d'aberrations occasionnées par les réflexions.

713. COROLL. V. Donc un objet vu par des réflexions à la rencontre de surfaces planes, paraît exactement dans sa figure naturelle (*Art.* 706).

714. PROBLÊME II. *Les courbes réfléchissantes ou réfringentes, leur distance mutuelle & leurs distances de l'œil & de l'objet étant données, trouver si l'objet paraîtra convexe ou concave vers l'œil.*

Fig. 617, 618, 619 & 620. Toutes choses demeurant comme elles étaient, soient Ar, Bs tangentes des courbes AR, BS; soit un des rayons les plus écartés OR coupant la premiere tangente en r, & soient joints les points f & r par la droite fr, laquelle coupe en s la tangente suivante; soient joints aussi les points g & s par la droite gs qui rencontre l'objet en L; enfin soient menés les rayons réfléchis ou rompus RS, SQ, soit par une construction exacte (*Art.* 417), s'il est nécessaire, ou seulement en observant de quel côté des foyers f, g sont les aberrations ff', gg' : ce qui se verra toujours facilement par les Figures des caustiques décrites dans les Art. 69, &c. ou dans les Art. 393 & 426, &c.

715. CAS I. Alors, si par la position du rayon SQ & de la ligne sL, on voit que PQ est plus longue que PL & qu'elle continue de l'être pendant que l'angle visuel AOR diminue & devient nul, l'objet PQ paraîtra convexe vers l'œil; & au contraire, si PQ est toujours plus petite que PL, l'objet paraîtra concave; & dans les deux cas, il paraîtra d'une courbure plus ou moins grande, toutes choses égales d'ailleurs, suivant que le rapport entre PQ & PL est plus grand ou plus petit.

Car soient les lignes Qq', Ll' menées parallélement à l'axe, coupant le rayon OR prolongé, l'une en q', l'autre en l'; & soit $l'P'$ perpendiculaire à l'axe; on trouvera par le moyen de triangles semblables, de la même manière que la valeur de Op' a été trouvée dans le Lemme, $OP' = OA \times \frac{Bf}{Af} \times \frac{Pg}{Eg}$. Cette quantité étant invariable, fait voir que, pendant que l'angle $P'Ol'$ diminue & devient nul, l'intersection l' décrit une perpendiculaire fixe $l'P'$. Le même point P' est aussi le sommet de la courbe décrite par l'autre intersection q' (*Art.* 709), & conséquemment $P'l'$ est, par le Lemme II, une tangente de cette courbe. Donc si PQ est toujours plus longue que PL, & par conséquent Oq' toujours plus longue que Ol', la courbe $P'q'$ doit être convexe vers l'œil. Et au contraire, si PQ est toujours plus courte que PL & par conséquent Oq' aussi toujours plus courte que Ol', la courbe $P'q'$ doit être concave vers l'œil.

716. CAS II. Soient SQ & sL prolongés, s'il est nécessaire, se coupant mutuellement en d; si l'objet est placé près de leur intersection, la courbe décrite par d, tandis que l'angle AOR diminue, peut croiser l'objet, & alors la courbe décrite par q', croisera aussi sa tangente $P'l'$ & sera courbée en sens différens, comme le représente la Figure 621. Car lorsque d touche l'objet, les intervalles LQ, $l'q'$ sont nuls, & deviennent négatifs, tombant de l'autre côté de L & de l', après que d a passé par l'objet. Mais à cause de la prompte diminution de l'angle LdQ, ou gdg', les intervalles négatifs LQ, $l'q'$ deviendront si petits

que le changement de courbure en sens contraire de la courbe $P'q'$ sera presqu'imperceptible. Et si cela est, l'objet doit paraître convexe ou concave vers l'œil, suivant que PQ étant de la grandeur la plus considérable dont le rayon le plus écarté SQ la détermine, est plus longue ou plus courte que PL, celle-ci étant aussi la plus grande qu'elle peut être ; comme dans le cas précéd.

717. CAS III. Par conséquent si l'objet touche l'intersection d, ou en est très-proche, lorsqu'elle est la plus écartée de l'axe, il ne paraît dans cette situation ni convexe ni concave, du moins sensiblement ; tout cela est évident, parce que faisant parcourir à l'objet un espace considérable d'un côté de d à l'autre, sa figure apparente doit, par le premier cas, devenir de concave convexe, ou de convexe concave.

Fig. 619. 718. CAS IV. Si l'objet est placé de manière que les points g', g soient de part & d'autre du point P, les points Q, L doivent être aussi de part & d'autre de ce point. Mais en diminuant l'angle AOR, le point g' passera, en approchant de g, par le point P, & alors les points Q, L seront tous deux du même côté de l'axe ; & ainsi la regle du premier cas aura bientôt lieu. Mais l'objet paraîtra comme double & tellement confus qu'on distinguera à peine sa figure apparente, même en regardant par un trou d'épingle.

La regle pour le premier de ces cas suffit donc en général pour déterminer la convexité ou la concavité apparente d'un objet *,

* 864. Il suit de cette théorie de la figure apparente des objets, qu'un objet qui est droit, une ligne droite, par exemple, vu au travers d'un verre terminé par des plans paralleles, doit paraître un peu concave vers l'œil, quoique d'une maniere à peine sensible, à moins que le verre ne soit très-épais. Car soient les surfaces du verre coupées perpendiculairement par le plan de la figure, suivant les lignes Ar, Bs (*Fig. 622*) ; alors nous avons AO à Af & Bg à Bf dans le rapport de réfraction, & par conséquent $AO : Bg :: Ar : Bs$. D'où l'on voit que les triangles AOr, Bgs sont semblables, & conséquemment que le rayon supposé gsL (*Art. 719*) sort parallélement à Or ou OR : ce que fait aussi le rayon véritable SQ, qui est plus rompu tant en R qu'en S, comme il est évident par la position des aberrations ff', gg' (*Note 623*). Par conséquent SQ & sL sont paralleles, de sorte que PQ étant toujours plus petite que PL, devrait toujours paraître concave vers l'œil (*Art. 715*) ; mais leur différence QL étant toujours égale à Ss, quelle que soit la distance entre le verre & l'objet, elle est si petite, à moins que le verre ne soit très-épais, que la courbure apparente de la ligne $P'q'$ peut être absolument insensible, comme on le trouve en regardant au travers des glaces de carrosse, dont les surfaces sont bien planes & paralleles.

865. La *déformation* des objets vus au travers des fenêtres faites d'un verre brut

particulierement lorsqu'on le voit avec la plus grande évidence.

719. COROLL. Delà, si l'on imagine qu'il parte de l'œil des rayons $OrsL$ qui soient tous réfléchis ou rompus assez exactement par les tangentes Ar, Bs, pour qu'ils aient tous f Fig. 617, 618, 619 & 620.

ordinaire, vient donc de sa courbure & de l'inégalité de son épaisseur. Car les plus petits écarts des rayons rompus, de leur vraie route, qui proviennent delà, font que ces rayons tombent loin de l'œil, lorsqu'il est à quelque distance de la fenêtre; de sorte qu'on ne peut voir un objet au travers de la fenêtre, par des rayons qui parviennent à l'œil dans l'ordre selon lequel ils devraient y arriver, s'ils étaient rompus également par chaque partie du verre, mais par d'autres qui, étant rompus inégalement, tracent au fond de l'œil une image difforme. Et comme les quantités dont ces rayons rompus irréguliérement s'écartent au fond de l'œil des endroits où ils devraient tomber, sont augmentées considérablement par la distance de l'œil à la fenêtre, l'expérience a appris qu'il fallait s'en approcher très-près pour voir les choses dans leur vraie forme.

866. Tout le monde sait qu'un large objet plan (*Fig. 623*), tel que le fond d'un vase, situé à quelque profondeur sous de l'eau ou toute autre liqueur, paraît concave vers l'œil: ce qui s'accorde avec notre théorie (*Art. 715*). Car supposant que AR soit la surface de l'eau, l'objet PQ est plus petit que PL, parce que l'aberration ff' tombe du côté de f opposé à celui où est AR (*Note 623*), & lorsque l'angle AOR est donné, QL & $q'l'$ sont comme la profondeur AP. Je trouve que, dans le cas présent d'une réfraction unique à une surface plane, la courbe $P'q'$ est du troisieme ordre.

867. Il faut observer, pour une plus ample confirmation de la vérité de cette théorie, qu'un large objet plan vu au travers d'une lentille concave d'une épaisseur considérable, paraît toujours convexe vers l'œil, comme on le voit dans la Figure 618, & qu'il paraît d'autant plus convexe que l'objet est plus éloigné, & que la lentille est à quelque distance de l'œil.

868. Secondement. Qu'un large objet plan qu'on voit renversé au travers d'une lentille convexe très-épaisse ou d'une sphere (leurs propriétés étant semblables), paraît convexe vers l'œil, en supposant l'œil placé à quelque distance du verre, & concave lorsqu'on le voit dans sa situation naturelle, comme le représentent les Fig. 619 & 620. Encore un exemple connu de ce dernier cas; ce sont les fils paralleles d'un micrometre qui paraissent toujours concaves vers l'œil, & convexes l'un vers l'autre, lorsqu'ils sont assez à découvert pour qu'on les apperçoive à travers les bords d'un oculaire épais. Car imaginant que la surface décrite par la révolution de la courbe $P'q'$ (*Fig. 620*) au tour de son axe OP', fût coupée par deux plans paralleles à l'axe & passant par les fils, les sections vues à l'œil nud, paraîtraient de la figure des fils vus à travers le verre (*Art 705*). Si l'on avait quelque scrupule sur la place de l'intersection d, dont il a été question (*Art. 716*), on le banira aisément en supposant que la surface AR soit plane au lieu d'être sphérique. Les phénomenes des croisillons d'une fenêtre, vus comme cidessus au travers de verres concaves & convexes, s'expliquent de la même maniere.

869. Soient O & f (*Fig. 624, 625, &c. jusqu'à 630*) les foyers d'un miroir elliptique ou hyperbolique représenté par AR, & PQ une ligne droite perpendiculaire à son axe OPA, dans lequel soit prise $OP' = \frac{AO}{Af} \times fP$, & $P'O' = \frac{Af}{AO} \times fP$; toutes deux du côté de O dont P est par rapport à f, dans l'ellipse, & toutes deux du côté opposé, dans l'hyperbole; soit ensuite décrite une autre hyperbole $P'q'$, qui ait P' pour sommet & O, O' pour foyers; soit menée une ligne fQ coupant l'objet PQ en Q, & le miroir AR en R; & soit OR prolongée coupant

& g pour foyers, l'objet PQ vu par ces rayons retournant à l'œil suivant les mêmes lignes $LsrO$, paraîtrait toujours dans sa figure naturelle où est la tangente $P'l'$ (*Art. 706*). C'est l'hyperbole en q'. Je dis qu'ayant l'œil placé en O, on verra l'objet PQ, dans le miroir AR, de la même figure, de la même grandeur & à la même distance que l'arc hyperbolique $P'q'$ vu de O à la vue simple ; on verra aussi cet objet dans la même situation, pourvu que, lorsque $P'q'$ tombe derriere l'œil, elle soit renversée & portée aussi loin devant lui qu'elle en est éloignée derriere.

Car par la propriété connue du miroir elliptique ou hyperbolique AR, savoir, que les rayons qui viennent d'un de ses foyers O, sont tous réfléchis à l'autre foyer f, je trouve que tandis que l'angle visuel AOR varie par degrés, l'arc d'hyperbole $P'q'$ est le lieu géométrique de l'intersection q' de la ligne OR prolongée & de la ligne Qq' menée parallélement à l'axe. La vérité de cette proposition est donc évidente par l'Article 705.

870. Tout le monde sait que l'arc d'hyperbole $P'q'$ est concave vers la plus petite des deux lignes OP', $P'O'$, & que sa courbure est d'autant plus grande qu'elles sont plus inégales. La position & la courbure de l'objet apparent $P'q'$ sont donc connues par la construction ci-dessus (*Note précéd.*), laquelle donne $OP' : P'O' :: OA^2 : Af^2$.

871. Delà, si l'œil est en O (*Fig. 626*), au foyer d'un miroir parabolique AR, menez une ligne quelconque QR parallele à l'axe OA de ce miroir ; l'objet PQ paraîtra sous la figure & dans la place de l'arc de parabole AR. Car le sommet A & le foyer O de l'hyperbole concave AR (*Fig. 625*) demeurant fixes, supposons que le foyer f s'éloigne à l'infini ; les hyperboles AR, $P'q'$ se changeront toutes deux dans une seule & même parabole AR, comme il est évident par la construction ci-dessus (*Note 869*).

872. Il suit encore que, si l'œil est en O, (*Fig. 628*) au centre d'un miroir sphérique AR, l'objet PQ paraîtra de la même figure, de la même grandeur & à la même distance qu'à l'œil nud placé en O. Car rendant nul l'intervalle Of (*Fig. 627*) des foyers de l'ellipse, cette courbe se change en un cercle, & l'hyperbole $P'q'$ en une ligne droite PQ, par la construction citée (*Notes 869 & 870*).

873. Soient présentement O & f (*Fig. 624, 625, 626 &c. jusqu'à 630*) les foyers correspondans de rayons réfléchis au sommet A d'un miroir sphérique Ab ; mettant l'œil en O, on verra la droite PQ, si elle n'a pas trop de longueur, à peu près de la même figure, de la même grandeur & à la même distance que l'arc hyperbolique $P'q'$ paraîtrait à la vue simple, l'œil étant toujours en O ; car suivant que les foyers O, f sont du même ou de différens côtés de l'arc circulaire Ab, la courbure de cet arc doit être la même au sommet A que celle d'une ellipse ou d'une hyperbole qui a les mêmes points O, f pour ses foyers ; parce que l'arc de cercle Ab réfléchit les rayons au sommet commun A, dans les mêmes lignes que l'ellipse ou l'hyperbole, par la supposition : ainsi la courbure apparente de l'objet PQ vu dans le miroir sphérique sera, à peu près, la même que si on le voyait dans un miroir elliptique ou hyperbolique.

874. Mais si la droite PQ a beaucoup de longueur, sa figure apparente, dans le miroir sphérique, approchera beaucoup, dans la plupart des cas, de celle d'un arc d'ellipse ou d'hyperbole $P'k$ de la même courbure que celle de l'hyperbole $P'q'$ à son sommet P'. D'abord, parce que l'hyperbole & l'ellipse deviennent moins courbes par degrés, en s'éloignant du sommet, & ainsi s'écartent de plus en plus de la courbure invariable du cercle. Cela étant ainsi, soit le rayon OR (prolongé) tombant sur le cercle, en b, &, après avoir été réfléchi, sur l'objet PQ, en K ; & soit Kk menée parallélement à l'axe AO, laquelle coupe, en k, le rayon visuel Ob (prolongé). Alors supposant que le rayon réfléchi bK (prolongé) passât par f, il est clair, par les Figures, que l'intersection k tomberait dans l'hyperbole $P'q'$; & l'aberration du rayon

donc

donc à cause que les courbes AR, BS different & s'écartent de leurs tangentes, & à cause des aberrations des rayons, que les objets paraissent défigurés. C'est encore pour les mêmes

bK, de f vers f', portera en général l'intersection k dans la concavité de l'hyperbole $P'q'$; ainsi la figure de l'objet apparent ou la courbe $P'k$, décrite par l'intersection k, s'écartera de la figure de l'hyperbole $P'q'$ en tirant sur celle d'une parabole ou d'une ellipse.

875. Les lieux géométriques décrits par l'intersection k étant des courbes du troisieme ordre, dont les figures ne sont pas familieres, j'ai préféré de les comparer avec les figures connues des sections coniques.

Voyons actuellement quelle est la figure, la grandeur & le lieu d'un objet vu des deux yeux dans un miroir sphérique.

876. Tout le reste demeurant le même, soit une ligne droite QS (*Fig.* 631, 632, 633 & 634), perpendiculaire au plan des figures, & soit la courbe kt formée par la section d'un plan passant par les lignes QS, Qk, avec la surface courbe décrite par la révolution de la courbe $P'k$ autour de son axe PP'; alors si, ayant mené la ligne St parallele à Qk, on met l'œil en O, on verra l'objet QS, dans le miroir Ab, sous la même forme, de la même grandeur & dans la même situation qu'on verrait, à la vue simple, du même point O, la courbe kt (*Art.* 704), pourvu que la section soit renversée lorsqu'elle tombe derriere l'œil, & portée aussi loin devant lui (*Art.* 139), comme dans la Figure 634, qu'elle en est éloignée par derriere. Cela posé, soit menée QE par le centre E du miroir Ab; soit fait un autre angle QEA égal à l'angle adjacent QEA, & soit prise, dans le nouveau rayon EA, une autre ligne EO égale à la donnée EO : les phénomenes de l'objet QS vu des deux yeux placés aux points O, O, sont réductibles aux Cas suivans.

877. CAS I. Si le rayon réfléchi bO & la ligne QE ne sont pas paralleles, on les prolongera, s'il est nécessaire, jusqu'à ce qu'ils se rencontrent en q, & si q tombe derriere les yeux, l'objet QS paraitra double, & l'apparence sera la même, pour chaque œil, que celle qui a été décrite ci-dessus, lorsqu'il n'y avait qu'un seul d'ouvert. On peut aisément adapter les Figures 632 & 633 à ce cas en concevant l'objet un peu plus éloigné du miroir.

878. CAS II. Mais si l'intersection q tombe devant les yeux, & que leurs axes fassent un angle égal à OqO, l'objet QS paraitra simple en diverses manieres.

879. CAS III. Car si la ligne Oq (*Fig.* 631 & 634) est plus petite que Ok, on verra l'objet QS plus proche & plus petit des deux yeux que d'un seul.

880. CAS IV. Mais si Oq (*Fig.* 632 & 633) est plus grande que Ok, on verra l'objet QS, des deux yeux, plus éloigné & plus grand que d'un seul.

881. CAS V. Enfin, ayant achevé le rectangle $QStu$, soit la ligne Ou prolongée s'il est nécessaire, rencontrant Qq en x, ou lui étant parallele; si la ligne Qx est plus longue que Qq, comme dans la Figure 631, l'objet QS (toujours supposé vu des deux yeux) paraitra convexe, autrement il paraitra concave; ce qui sera évident, soit que Qx soit plus longue ou plus courte que Qq, par les considérations suivantes.

882. Suivant que la surface décrite par la révolution de la courbe $P'k$ déterminée ci-dessus (*Note* 873), est convexe ou concave vers PQ, sa section kt sera aussi convexe ou concave vers l'objet QS, & la ligne Qu sera en conséquence plus longue ou plus courte que Qk. Delà, & par la position donnée des points Q, O par rapport aux soutendantes ku, qx de l'angle kOu ou qOx, il est évident que, dans la Figure 631, où Qu est plus longue que Qk, Qx est aussi plus longue que Qq; & dans les Figures 632 & 633 où Qu est plus courte que Qk, que Qx est aussi plus courte que Qq; mais dans la Figure 634, quoique Qu soit plus longue que Qk, cependant Qx est plus courte que Qq.

883. Soit faite pour l'autre œil la même construction que celle qui a été faite pour le premier; il est clair, par l'égalité

raisons que les petites parties de grands objets situées par ordre, relativement à l'axe, deviennent inégalement amplifiées ou diminuées, qu'en conséquence elles paraissent à des distances iné-

des angles QEO, QEO & des lignes EO, EO, que toutes les autres parties des figures, de part & d'autre de la ligne QE, sont égales & semblables.

884. 1. Maintenant si les rayons réfléchis bO, bO, qui viennent originairement de Q, tendent à se rencontrer en q derriere les yeux, ils doivent nécessairement tomber sur des points des deux rétines qui ne se correspondent pas (*Art.* 137) ; parce que les axes des yeux ne peuvent diverger comme les rayons visuels Ob, Ob sont supposés le faire. Par conséquent le point Q & l'objet QS paraîtront doubles (*Art.* 137).

885. 2. Mais si le point q tombe devant les yeux, & que leurs axes soient dirigés vers ce point ou vers quelque point à côté & à peu près à la même distance des yeux que q, leurs axes feront l'angle OqO ou quelqu'autre qui lui sera égal, & alors les rayons bO, bO tomberont sur des points correspondans des rétines ; & par conséquent on verra simple l'objet QS (*Art.* 137).

886. Pour expliquer le reste des phénomenes, considerons les expériences suivantes. Ayant ouvert un compas d'une quantité telle que l'intervalle entre les pointes soit un peu plus grand que celui des deux yeux, on le tiendra par la tête à la longueur du bras, les pointes en dehors + & également éloignées des deux yeux, & un peu plus hautes que la tête du compas. Fixant alors vos yeux sur un objet quelconque éloigné situé dans la ligne qui coupe en deux également l'intervalle des pointes, vous appercevrez d'abord deux compas (chaque branche étant doublée (*Art.* 137)), dont les branches intérieures se croiseront. Si vous rapprochez les deux branches du compas l'une de l'autre, les deux pointes intérieures se rapprocheront aussi l'une de l'autre, deviendront très-proches & enfin s'uniront ; & alors (ayant cessé de rapprocher les branches du compas) les deux branches intérieures coïncideront aussi entierement & couperont en deux parties égales l'angle des branches extrêmes ; cette branche unique paraîtra plus vive, plus grosse & plus longue que n'étaient les deux branches dont elle résulte : elle paraîtra même s'étendre jusqu'aux objets les plus éloignés, même jusqu'à ceux qui sont à l'horison, si les pointes # coïncident exactement. Cette apparence continue d'être la même, quoique l'on dirige les yeux vers d'autres objets collatéraux quelconques ; & elle ne s'évanouit point en inclinant de différentes manieres le plan des branches du compas à l'horison, ni par aucun autre moyen qu'en jettant les yeux directement dessus. Dans la Figure 635, les pointes du compas sont a & b, la tête c, les yeux de l'observateur d & e, la branche imaginaire cf, coupant en deux également l'angle acb & s'étendant jusqu'à l'objet f.

887. Voici, ce me semble, la raison de ce phénomene. En fermant les yeux d, e alternativement, il est très-évident que les points d, a, f sont dans une même ligne droite, & les points e, b, f dans un autre. Ainsi la raison pour laquelle les pointes a, b paraissent réunies à l'objet f, c'est parce que les images tombent sur les mêmes points des rétines que celles de l'objet même. Par la même raison, si tandis qu'on rapproche par degrés les branches du compas, on garde l'œil fixe sur la pointe imaginaire des branches unies, cette pointe paraîtra s'approcher par degrés ; ce qui fait voir pourquoi deux points quelconques des branches, comme g, h, également éloignés des extrémités, paraissent d'autant plus proches des yeux qu'ils sont plus voisins de la tête du compas.

888. Voici encore une autre expérience avec le compas. Ayant ouvert le compas à volonté, & le tenant par la tête dans un plan à peu près perpendiculaire au plan des axes des yeux, les pointes situées dans ce dernier plan, si l'on dirige l'axe de l'œil droit à la pointe qui est à gauche, & celui de l'œil gauche à celle qui

+ parallelles à l'horison, et également

apparentes

gales de l'œil & plus ou moins éloignées l'une de l'autre qu'elles ne devraient, & qu'en cette ſorte le plan de l'objet ſe change dans une ſurface courbe. Car tandis que l'angle viſuel AOq' ou

eſt à droite, en regardant bien fixement; alors des deux branches qui paraiſſent doubles, les deux intérieures s'uniront promptement en une, formant comme une troiſieme branche ſituée au milieu des deux autres, & dirigée de la tête du compas vers l'interſection des axes des yeux; & ſi on la regarde attentivement pendant qu'on ouvre par degrés les branches réelles, elle paraîtra diminuer de grandeur & s'approchera des yeux; au contraire elle paraîtra augmenter en grandeur, & s'éloignera, pendant que l'on diminue l'angle que font les branches du compas. Le même phénomene s'obſerve encore, lorſqu'on regarde deux bougies allumées de même hauteur & de même groſſeur, à la diſtance de deux ou trois pieds; mais la bougie qui paraît au milieu, n'approche pas tout-à-fait auſſi près des yeux que la branche correſpondante du compas, je veux dire dans la proportion de la diſtance des bougies & du compas aux yeux. Dans la figure (*Fig 636*), aa' & bb' ſont les diametres des bougies, d & e les centres des prunelles, aea' & bdb' deux cones de rayons qui ſe croiſent en f, où les bougies paraiſſent réunies en une ſeule d'une groſſeur proportionnelle à celle des cones en f, ou un peu au-delà. Or, ſi on écarte par degrés les bougies l'une de l'autre, leur union apparente en f paraîtra diminuer de grandeur, tandis qu'on a les yeux fixés deſſus, & s'approchera. Car les images ſemblables & égales des deux bougies tracées en des endroits correſpondans des deux rétines, occaſionnent la même ſenſation que deux images pareilles d'une ſimple bougie placée en f; & cette ſenſation excite l'idée ordinaire d'une bougie unique.

889. Pareillement, ſi ayant mené les lignes afe, bfd ſur une planche d'un pied ou deux de long, on pique perpendiculairement une épingle à leur interſection f, & qu'enſuite on mette les yeux près du bord de la planche, un peu au deſſus des points d, e, les deux lignes fa, fb paraîtront n'en former qu'une plantée debout à l'endroit même où eſt l'épingle, ou à côté, pendant qu'on regarde l'épingle bien fixement. Car dans ce cas elles ne peuvent paraître en deux endroits différens (*Art 137*) & doivent à cauſe de cela paraître dans l'interſection commune de deux plans paſſant par les lignes af, bf & par les yeux.

890. 3.4. En appliquant ce que nous avons dit des pointes de compas à deux points quelconques k, k ou t, t des courbes kt, kt qu'on ſuppoſe vues des deux yeux placés en O, O, & dirigés au point q, la raiſon du troiſieme & du quatrieme phénomenes eſt très-évidente.

891. 5. Cela nous fait connaître encore la raiſon pour laquelle l'objet QS paraît convexe ou concave. Car les deux plans triangulaires Out, Out, prolongés s'il eſt néceſſaire, ſe couperont dans une ligne xs perpendiculaire au plan de la figure, parceque les lignes tu, tu ſont perpendiculaires à ce plan. Le point S étant vu par des rayons réfléchis qui entrent dans les yeux O, O, dans les mêmes directions tO, tO dans leſquelles les yeux O, O les recevraient s'ils venaient directement de deux points rayonnans t, t, ce point S doit paraître au même endroit dans lequel les points rayonnans t, t paraîtraient réunis, en les regardant à la vue ſimple; & cet endroit où ces deux points paraiſſent réunis, eſt plus près ou plus loin des yeux que celui où paraîtraient réunis deux autres points k, k vus à la vue ſimple, ou que le lieu apparent de Q dans le miroir, ſuivant que l'angle viſuel OsO ou même OxO eſt plus grand ou plus petit que OqO, c'eſt-à-dire, ſuivant que Qx eſt plus petite ou plus grande que Qq.

892. Dans le cas des Figures 633 & 634, l'objet doit paraitre convexe en regardant d'un œil ſeul, & concave en regardant des deux en même tems. J'ai été extrêmement ſurpris de ce changement de figure, en regardant une regle d'un pied plantée debout devant mes yeux, le plat tourné

AOR diminue uniformément, les lignes égales *PL*, *P'l'* diminuent à très-peu près uniformément, ou comme elles feraient à la vue simple, ce que *PQ* ne fait pas ; donc les diminutions inégales de *PQ* paraissent sous des angles égaux, & conséquemment sont inégalement amplifiées ou diminuées.

720. THÉORÊME I. *Que le plan du papier représente un* Fig. 637. *plan passant par l'œil* O *& par le centre* S *d'une sphere réfringente* ABCD, *que nous supposerons prolongé jusqu'à ce qu'il coupe le disque du soleil suivant une ligne quelconque* Pp; *& entre le nombre infini de rayons situés dans ce plan, qu'on peut imaginer partis de l'œil* O, *& tomber ensuite sur le grand cercle* ABCD, *soient deux de ces rayons tels que* OBCFP, ObcFp *tombant aux extrémités de la corde* Pp, *après avoir été rompus par les arcs* Bb, Cc *& s'être ensuite croisés en* F; *soient abaissées du centre* S *les perpendiculaires* Sk, SK *sur les rayons incidens* Ob, OB *prolongés, & les perpendiculaires* Sl, SL *sur les rayons émergens : tandis que par un mouvement latéral quelconque du soleil, de l'œil ou de la sphere, dans le plan dont il s'agit, la quantité de réfractions qui ont lieu en* Bb *& en* Cc *varie, la grandeur apparente de la corde donnée* Pp *varie directement comme* FL *& réciproquement comme* OK, *à très-peu près, si le diametre de la sphere est très-petit en comparaison de sa distance à l'œil & au soleil.*

vers moi, à un pied environ plus loin du miroir que le centre de sphéricité. Dans ce cas l'ojbet paraît renversé ; & conformément à la Figure 634, les courbes *P'k*, *P'k* & leurs sections *kt*, *kt* sont renversées & portées sur les rayons visuels *Ob*, *Ob* aussi loin devant les yeux, par construction, qu'elles en sont éloignées derriere.

893 Toute notre théorie peut être plus amplement confirmée en donnant à deux objets égaux, minces & déliés, par exemple, à deux tuyaux de plume dépouillés de leurs barbes, la forme de deux courbes égales représentant les sections *kt*, *kt*. Car les mettant dans les positions représentées dans les Figures, & dirigeant les yeux suivant la position du point *x*, la courbure des deux tuyaux, lorsqu'ils paraissent réunis, aura exactement la même apparence, quant à la convexité ou à la concavité, qu'a l'objet *QS* dans le miroir ; comme je l'ai éprouvé plusieurs fois.

La Figure 632 me fournit l'occasion d'expliquer un phénomene assez singulier dont parle le Docteur Barrow. Ayant approché le visage assez près d'un miroir concave, regardez de l'œil droit, tenant le gauche fermé, & remarquez bien l'endroit où paraît votre visage, ainsi que sa grandeur. Fermez ensuite l'œil droit & regardez avec le gauche, votre visage vous paraîtra de la même grandeur & un peu porté vers la gauche. Regardez ensuite des deux yeux, vous verrez les deux images apparentes réunies en une seule beaucoup plus grande, plus éloignée & plus concave que chacune d'elles ne l'était avant. La raison de ce phénomene est évidente par la théorie qui précede.

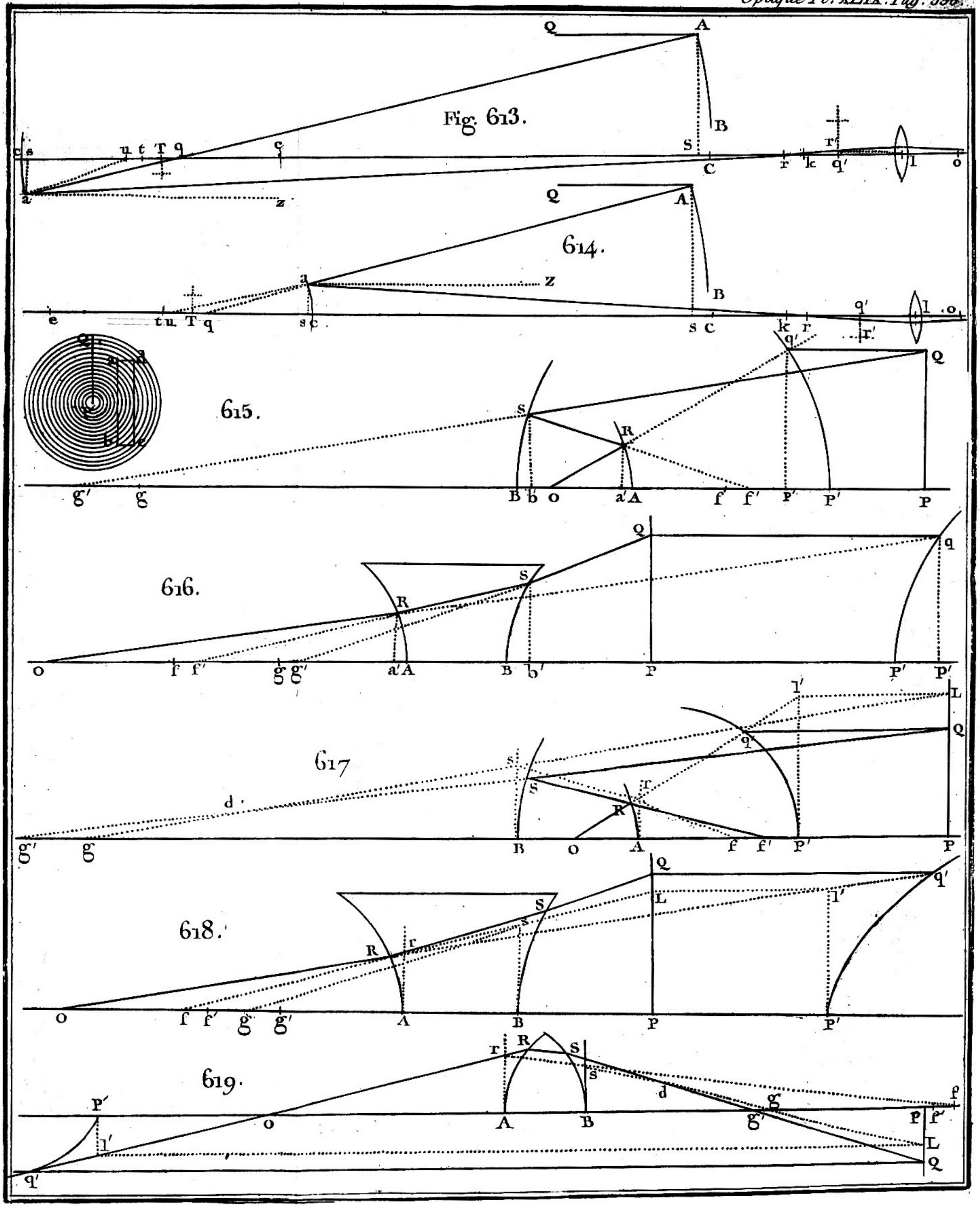


Fig. 613.
614.
615.
616.
617
618.
619.

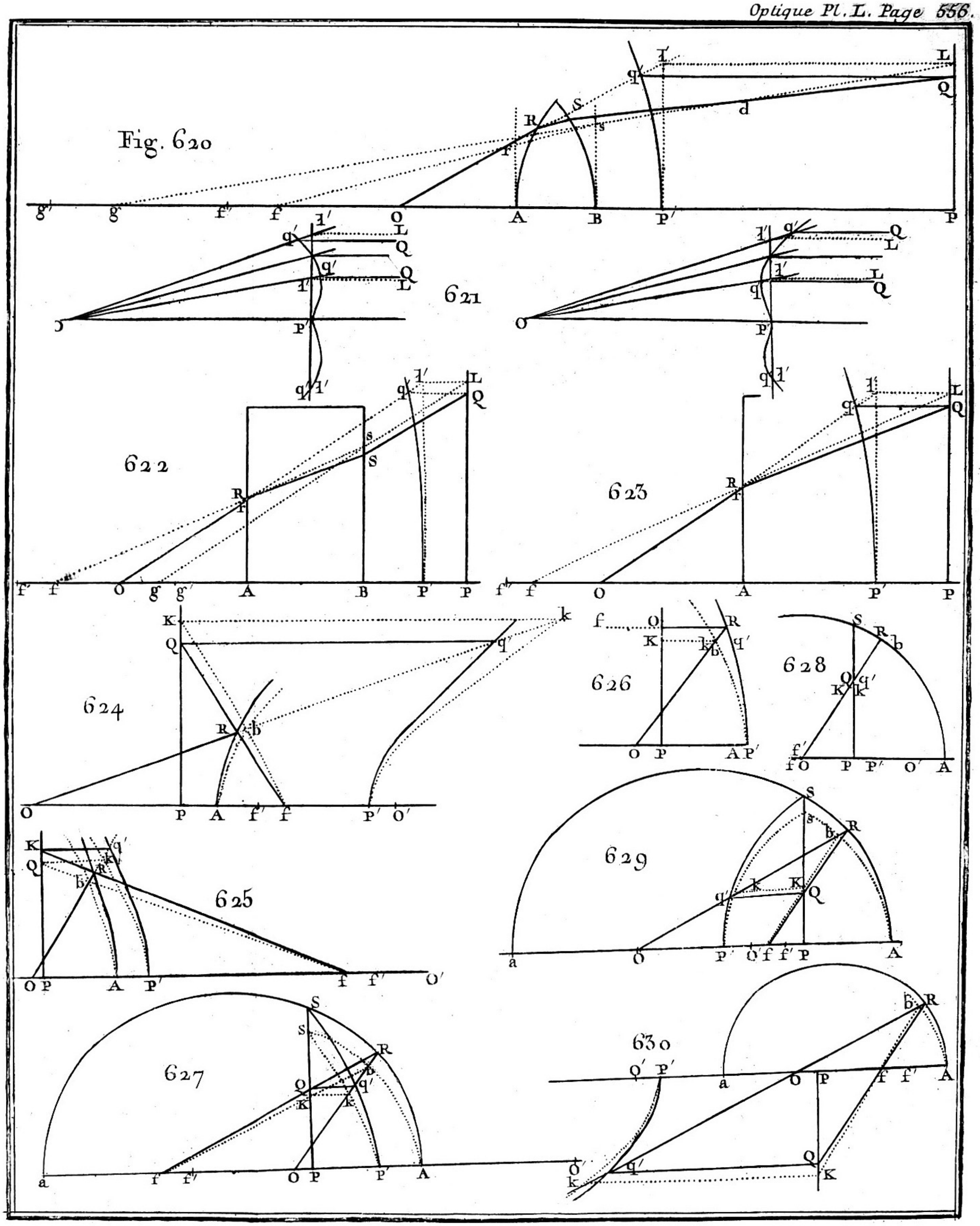


Fig. 620
621
622
623
624
625
626
627
628
629
630

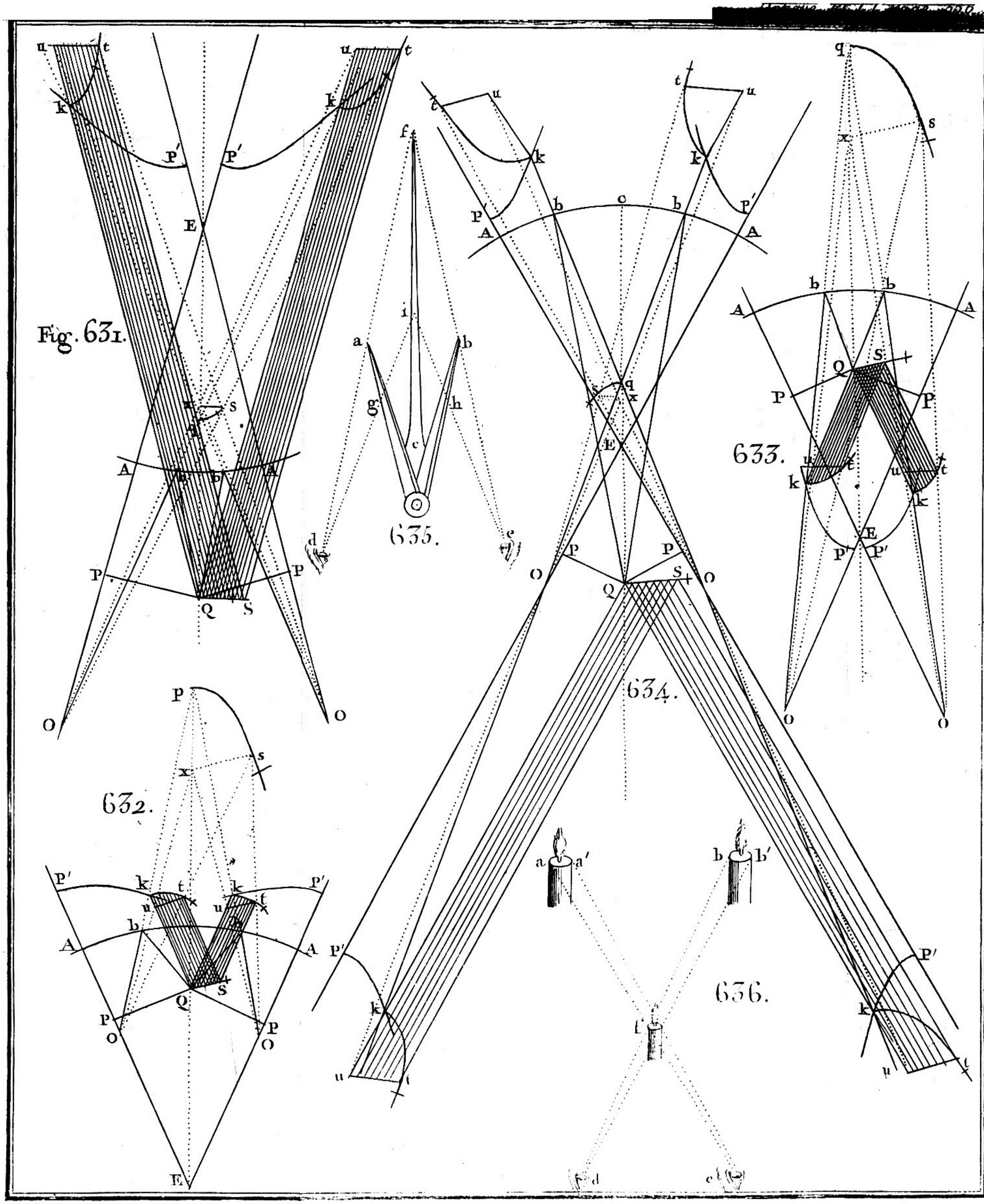


Fig. 631.
632.
633.
634.
635.
636.

Car alors l'angle LFl ou PFp n'étant gueres que la moitié d'un degré, l'angle KOk eſt petit auſſi, & par conſéquent leurs ſoutendantes perpendiculaires Kk, Ll ſeront à très-peu près égales. Car menant SM, Sm perpendiculaires aux rayons BC, bc, nous avons Mm à Kk & à Ll dans le rapport donné des ſinus SM, SK ou SL (*Art.* 370). Donc Kk égale Ll & l'angle KOk eſt à l'angle LFl comme FL eſt à OK; mais puiſque la corde Pp eſt donnée, l'angle PFp ou LFl eſt à très-peu près invariable, à cauſe de la diſtance immenſe du ſoleil & de la figure ſphérique de cet aſtre; & par conſéquent la grandeur apparente de Pp meſurée par l'angle KOk, eſt directement comme FL & réciproquement comme OK, à très-peu près.

721. THÉORÊME II. *Les choſes demeurant comme on les a ſuppoſées, ſoit le rayon* CP *coupant l'axe* OS *en* E, *prolongé, juſqu'à ce qu'il rencontre, en* I, *le rayon* OB *auſſi prolongé; & ſoit le diſque du ſoleil coupé ſuivant l'arc* Pq *par la ſurface conique engendrée par le rayon* CEP *en tournant autour de l'axe* OS, *lequel en tournant ainſi parvient dans la poſition* c'Eq : *tandis que par un mouvement quelconque du ſoleil, de l'œil ou de la ſphere, les réfractions des rayons viſuels* PCBO, qc'b'O *qui ſont dans la ſurface conique, varient, la grandeur apparente de l'arc donné* Pq *varie directement comme* IE *& réciproquement comme* IO, *à très-peu près.* Fig. 638.

Car que le point I décrive l'arc Ii par la révolution dont on a parlé; comme cet arc eſt la ſoutendante commune des angles IOi, IEi, l'angle IOi eſt à IEi ou PEQ comme IE eſt à IO. Mais lorſque l'arc Pq eſt donné, l'angle PEq eſt, à très-peu près, invariable, à cauſe de la grande diſtance du ſoleil & de l'œil à la ſphere, & conſéquemment la grandeur apparente de Pq, meſurée par l'angle IOi, eſt directement comme IE, & réciproquement comme IO, à très-peu près.

722. THÉORÊME III. *Les choſes demeurant comme elles étaient, ſoient les réfractions des rayons viſuels variées par un mouvement quelconque du ſoleil, de l'œil ou de la ſphere; la grandeur apparente du diſque du ſoleil variera directement comme le rectangle ſous* FL *&* EI, *& réciproquement comme le rectangle ſous* OK *&* OI, *à très-peu près.* Fig. 637 & 638.

Qu'une infinité de plans d'incidence & de réfraction coupe le diſque du ſoleil ſuivant les lignes Pp, Pp, &c. toutes con- Fig. 639.

vergeant vers un point R ſitué dans l'axe OS prolongé; & que ces mêmes plans coupent l'image de ce diſque tracée au fond de l'œil, ſuivant autant de lignes correſpondantes $P'p'$, $P'p'$, &c. toutes convergeant vers le point p qui appartient au même axe prolongé. De plus, qu'une infinité de ſurfaces coniques conçues décrites par la révolution d'une infinité de rayons viſuels autour de l'axe OS, coupe le diſque ſuivant les arcs Pq, Pq, &c. & ſon image tracée au fond de l'œil ſuivant autant d'arcs correſpondans $P'q'$, $P'q'$, &c. Alors chacune des lignes $P'p'$, dans l'image entiere, étant comme la grandeur apparente des lignes correſpondantes Pp (*Art.* 91), dans le diſque entier, c'eſt-à-dire, comme $\frac{FL}{OK}$ (*Art.* 720), la grandeur de l'image ſerait auſſi comme $\frac{FL}{OK}$, ſi l'arc $P'q'$ était invariable. De même chacun des arcs $P'q'$, dans la même image, étant comme la grandeur apparente des arcs correſpondans Pq, dans le diſque, c'eſt-à-dire, comme $\frac{IE}{IO}$ (*Art.* 721), la grandeur de l'image ſerait auſſi comme $\frac{IE}{IO}$, ſi les lignes $P'p'$ étaient invariables. Donc lorſque les lignes $P'p'$ & les arcs $P'q'$ varient, il eſt aiſé de voir que la grandeur de l'image du ſoleil tracée au fond de l'œil, eſt comme $\frac{FL}{OK} \times \frac{IE}{IO}$, c'eſt-à-dire, comme le rectangle ſous FL & IE directement, & réciproquement comme le rectangle ſous OK & IO.

Fig. 637 & 638. 723. COROLL. I. Suppoſant que la ſphere réfringente ſe meuve de côté en s'écartant de la ligne qui joint le centre du ſoleil & l'œil, & décrive dans ſon mouvement un arc de cercle autour de l'œil dans un plan quelconque d'incidence & de réfraction; ſi le diametre de la ſphere eſt petit en comparaiſon de ſes diſtances à l'œil & au ſoleil, la grandeur apparente de la corde donnée ou diametre Pp diminuera continuellement, à peu près comme FL, juſqu'à ce qu'elle s'évanouiſſe lorſque les rayons viſuels touchent la ſphere. Car lorſque le rayon viſuel OB touche la ſphere, la ligne OK devient égale à OB & eſt alors la plus petite de toutes, & cependant ne differe que très-peu de OS, qui eſt ſa grandeur la plus conſidérable. Ainſi OK peut être regardée comme invariable, & conſéquemment la grandeur apparente de Pp eſt comme FL (*Art.* 720) qui diminue continuellement & très-vîte juſqu'à ce qu'elle ſoit réduite à rien.

724. COROLL. II. Dans les mêmes ſuppoſitions, la grandeur apparente d'un arc quelconque donné Pq ſur le diſque du ſoleil, & conſéquemment de la corde ou diametre qui joint ſes extrémités, diminuera continuellement & à très-peu près comme IE (*Art.* 721). Car lorſque l'angle que la ſphere réfringente ſoutend à l'œil eſt petit, IE diminue continuellement pendant le mouvement dont on a parlé ci-deſſus (*Art.* 777).

725. COROLL. III. Delà, dans les mêmes ſuppoſitions, la grandeur apparente du diſque du ſoleil diminuera continuellement, à très-peu près comme le rectangle ſous FL & IE. Et ſa figure apparente deviendra de plus en plus ovale, à meſure que la ſphere ſe meut, ſon diametre Pp dans le plan d'incidence & de réfraction paraiſſant plus court que le diametre qui lui eſt perpendiculaire; parce que FL diminue plus vîte que IE, faiſant toujours partie de cette ligne, excepté lorſqu'elles ſont ſituées l'une & l'autre dans l'axe OS; car alors elles ſont égales.

726. COROLL. IV. Soit o le foyer correſpondant à O; l'aire de l'image ovale du ſoleil ſur le fond de l'œil ſera à l'aire circulaire de cette image, lorſque la ſphere eſt exactement entre l'œil & le ſoleil, comme $FL \times IE$ eſt à So^2. Car lorſque la ſphere eſt exactement entre l'œil & le ſoleil, FL & IE deviennent égales entr'elles & à So.

727. COROLL. V. Soient dans le rayon $PCBGO$, G le foyer des rayons qui viennent de P dans un plan quelconque d'incidence & d'émergence, & H le foyer des rayons qui viennent de P, dans les ſurfaces de cones engendrées par le même rayon $PCBHO$ en tournant autour de la ligne PSH, le point H étant le ſommet des cones; la denſité de tous les rayons venant de P, à leur entrée dans l'œil O, ſera directement comme $GK \times HI$, & réciproquement comme $GO \times OH$ (*Art.* 778); & par conſéquent comme $GK \times HI$, lorſque la ſphere eſt aſſez éloignée pour qu'elle ne ſoutende qu'un petit angle à l'œil.

728. COROLL. VI. Delà, lorſqu'une ſphere éloignée ne ſoutend qu'un petit angle à l'œil, l'éclat apparent du ſoleil, quel que ſoit l'endroit de la ſphere au travers duquel on l'apperçovie,

eſt invariable. Car l'éclat apparent d'un objet quelconque eſt directement comme la denſité des rayons dans un pinceau quelconque & réciproquement comme ſa grandeur apparente, c'eſt-à-dire, comme $\frac{GK \times HI}{FL \times EI}$ (*Art.* 727 & 725). Mais puiſque les rayons qui viennent de O & de P tombent paralleles, ou à peu près, ſur le cercle $ABCD$, les lignes GK & FL ſont à peu près égales; il en eſt de même de HI & de IE : car la ligne SI coupe en deux également l'angle EIH, & puiſque SE eſt ſuppoſée à peu près parallele à IH & SH à IE, l'angle EIS eſt égal à l'angle ISH & HIS à ISE, & par conſéquent les triangles EIS, HIS ſont iſoſceles & à très-peu près égaux.

729. COROLL. VII. Delà, ſi les centres d'une multitude de ſpheres réfringentes ſont ſitués à égales diſtances les uns des autres dans une large ſurface ſphérique dont le centre eſt à l'œil O, cette ſurface paraîtra illuminée par une multitude d'images du ſoleil toutes du même éclat, mais diminuant de grandeur à proportion qu'elles s'éloignent du ſoleil. Par conſéquent ſi ces ſpheres deviennent infiniment petites & qu'en même tems leur nombre augmente à l'infini, la lumière de cette ſurface ſphérique paraîtra continue, plus forte près du ſoleil, & allant en s'affaibliſſant à meſure que les parties auxquelles elle appartient ſont plus éloignées du ſoleil.

730. COROLL. VIII. Ce qui a été démontré à l'égard du ſoleil eſt applicable à la lune ou à un corps rond quelconque aſſez petit & aſſez éloigné de la ſphere pour ne ſoutendre qu'un petit angle à un point quelconque de cette ſphere; cela s'accorde auſſi avec l'expérience, lorſqu'on regarde, par exemple, une bougie allumée au travers d'un flacon rond plein d'eau, pendant qu'on le meut de côté en l'écartant du cours direct des rayons vers l'œil.

731. COROLL. IX. Tandis que la grandeur apparente de la bougie diminue, on trouve que ſa diſtance apparente augmente & réciproquement; de ſorte que les endroits où elle paraîtra ſucceſſivement ſembleront former une courbe qui, dans le cas ci-deſſus (*Art. précéd.*), eſt convexe vers l'œil. Et la diſtance apparente de la bougie variera réciproquement dans la raiſon

ſoudoublée

foudoublée de la grandeur apparente de fa furface, c'eft-à-dire, réciproquement comme la moyenne proportionnelle entre *FL* & *IE* (*Art.* 725); ou plutôt réciproquement comme *IE*, c'eft-à-dire, réciproquement comme la hauteur apparente de la bougie (*Art.* 721 & 708); parce que fa largeur apparente paraît oblique aux rayons vifuels, à caufe de la courbure des endroits où elle paraît fucceffivement.

732. COROLL. X. Par cette raifon une large furface plane, une grande fenêtre, par exemple, vue au travers d'une fphere, ne paraît point plane, mais convexe vers l'œil. Et outre cette convexité vers l'œil, le haut & le bas de la fenêtre, ainfi que les côtés & les croifillons, paraîtront concaves vers le milieu de la fenêtre, où tomberait une ligne menée de l'œil par le centre de la fphere. L'apparence entiere fera femblable à des méridiens vus à la vue fimple fur un globe. Car puifque les carrés intérieurs de verre font plus amplifiés que les extérieurs, les intervalles des croifillons feront diminués par degrés, en s'éloignant du milieu; ce qui s'accorde avec la maniere de repréfenter ces apparences, par le dernier Théorême.

733. THÉORÊME IV. *Une ligne quelconque* Pp *droite ou courbe, vue de* O *par des rayons réfléchis par une ligne droite* Bb *menée fur une furface plane* ABCcbA, *ou fur le côté d'un cone ou d'un cylindre, paraît fous la forme qu'elle a réellement; & la diftance apparente d'un point quelconque de cette ligne à l'œil eft égale au cours entier du rayon vifuel.* Fig. 640.

Car foit le plan réfléchiffant *ABCcbA* engendré par le mouvement de la ligne *ABC* tournant autour de l'axe *OAo* perpendiculairement à cet axe; & fuppofons qu'un pinceau *OBb* de rayons, tous dans un même plan, parte de l'œil fitué en *O*, & que ces rayons, après avoir été réfléchis par la ligne droite *Bb*, tombent fur la furface d'un objet dans la ligne *Pp*, droite ou courbe. De chaque point de l'objet *Pp* foient menées les lignes PP', pp' paralleles à *OA*, lefquelles rencontrent en P' & p' les rayons vifuels prolongés; l'objet apparent $P'p'$ compofé de toutes leurs interfections fera femblable & égal à *Pp*. Car prenant *Ao* egale à *AO*, tous les rayons réfléchis concourront en *o*, étant prolongés; & comme tous les triangles *OBo*, *Obo* font ifofceles, tous les triangles PBP', Pbp' qui leur sont semblables, seront aussi isosceles. Donc la ligne composée $OB+BP$ est égale à oBP, & pareillement Obp' égale à obp; & par conséquent la figure plane $OP'p'$ composée de toutes les premieres lignes, sera semblable & égale à la figure oPp qui résulte de toutes les dernieres. Donc la ligne $P'p'$ est semblable & égale à Pp, & conséquemment Pp est vue par réflexion au même lieu & de la même figure que l'on verrait $P'p'$ à la vue simple (*Art. 139*).

La surface d'un cone est engendrée par la révolution d'un des côtés d'un angle autour de l'autre, & la surface d'un cylindre par la révolution d'un des côtés d'un parallélogramme autour du côté qui lui est opposé. Par conséquent supposant la ligne Bb sur l'une ou l'autre de ces lignes génératrices & se confondant avec elles, le plan réfléchissant BAb peut être conçu toucher la surface du cone ou du cylindre dans la ligne Bb; & les réflexions qui ont lieu dans cette ligne étant les mêmes, soit qu'elles soient faites par les surfaces courbes ou par le plan qui les touche, il s'ensuit que la ligne Pp vue par la réflexion du cone ou du cylindre, paraîtra droite ou sous la figure qu'elle a, comme si la réflexion se faisait à la rencontre du plan tangent.

734. COROLL. I. Delà on peut déterminer les grandeurs apparentes, les distances & les figures d'une suite d'objets donnés vus par la réflexion d'un cylindre, en cette maniere.
Fig. 641. Soit le cercle $ABCD$, dont le centre est E, la base d'un cylindre droit, ou plutôt une section circulaire de ce cylindre parallele à sa base & passant par l'œil O; & supposons que ce plan s'étende indéfiniment & rencontre un rang d'arbres, par exemple, en P, R, T, X, &c. Soit menée OE, & soit $oa'b'c'd'$ une caustique par réflexion d'une infinité de rayons supposés partis de O; & soient les lignes Pa', Rb', Tc', Xd', &c. menées de maniere qu'elles touchent la caustique en a', b', c', d', &c. Soient A, B, C, D, &c. les points où elles coupent le cercle réfléchissant; ayant tiré OA, OB, OC, OD, &c. on prendra, dans chacune d'elles prolongée, $Ap' = AP$, $Br' = BR$, $Ct' = CT$, $Dx' = DX$, &c. Alors si l'on suppose qu'on enleve les arbres PQ, RS, TV, XY, &c., & qu'on les transplante en p', r', t', x',

&c., ils paraîtront à l'œil O, le cylindre étant ôté, de la même grandeur, à la même diſtance & de la même figure qu'ils paraiſſent par la réflexion du cylindre, lorqu'ils ſont à leur vraie place. Et ſi l'on trace des courbes par les points p', r', t', x', &c. & par les points q', s', u', z', la ſurface courbe compriſe entre ces courbes ſera le lieu apparent de la ſurface $PQXY$ & la figure ſous laquelle on la verra. Mais la voie la plus courte & la plus expéditive eſt de mener d'abord un rayon quelconque OB & enſuite le rayon réfléchi BR qui lui répond, lequel coupe PX en un point quelconque R, & de prendre $Br' = BR$, &c.

735. COROLL. II. De même, s'il y a un autre rang d'arbres parallele au premier, ſoit du même côté du cylindre, ſoit de l'autre côté, l'eſpace compris entre les repréſentations des baſes des deux rangs d'arbres ſera la figure apparente de l'allée compriſe entr'eux. Ainſi nous avons déterminé les repréſentations de plans perpendiculaires ou paralleles à la baſe du cylindre. Par conſéquent la repréſentation d'un plan oblique, par exemple, d'un toit, peut ſe trouver en déterminant les repréſentations du ſommet & du bas de ce toit.

La méthode de tracer des images difformes, qui paraiſſent régulieres en les regardant dans un cylindre placé ſur le plan où elles ſont tracées, eſt en partie l'inverſe de la méthode précédente. Pour la décrire d'une manière plus intelligible, j'ajoûte ici les Lemmes ſuivans.

736. LEMME I. *Un parallélogramme rectangle* ABCD *étant partagé dans un certain nombre de petits parallélogrammes, & étant placé perpendiculairement ſur un plan* ABR (*le côté* AB *du parallélogramme tombant ſur la ligne* AB *appartenant au plan*), *trouver ſon ombre* ABcd *projettée ſur ce plan par des rayons venant d'un point donné* O *ſitué à une hauteur donnée* RO *au-deſſus de ce plan.* Fig. 642.

Par le point R & par les extrémités & les diviſions de la baſe AB ſoient menées les lignes RAd, RBc, &c. Soient menées enſuite RI & AD perpendiculaires à RA, la premiere égale à la hauteur du point lumineux ſur le plan de l'ombre, la ſeconde égale à la hauteur du parallélogramme donné; de I par les extrémités & diviſions de AD ſoient menées IDd, IFf, IMm, &c. coupant RA prolongée, en d, f, m, &c.

Enfin, par ces points d, f, m, &c. soient menées les droites dc, fe, ml, &c. paralleles à AB; le trapeze $ABcd$ ainsi divisé en trapezes, sera l'ombre du parallélogramme $ABCD$ & de ses divisions *.

* M.r Smith n'ayant presque rien dit de ce qui concerne les ombres, nous saisissons l'occasion qu'il semble nous fournir d'y suppléer; ce que nous allons faire en peu de mots.

894. L'ombre est la privation de la lumière par l'interposition d'un corps opaque. On ne peut pas dire qu'on voit l'ombre, parce qu'on ne voit rien sans lumière. Lors donc qu'on dit que l'on voit une ombre, on entend par là qu'on voit un espace privé à la vérité de la lumiere directe qu'il recevait avant l'interposition du corps opaque, mais cependant éclairé par la lumière réfléchie des corps voisins, ou bien qu'on voit les confins de la lumière.

Voici quelles sont les loix de la projection des ombres par les corps opaques.

895. L'ombre que projette un corps quelconque est toujours dans la direction des rayons de lumière qu'il reçoit, ou s'étend vers la partie opposée à la lumière; ensorte que si le corps lumineux ou le corps opaque change de place, l'ombre en change également.

896. Tout corps opaque jette toujours autant d'ombres différentes qu'il y a de corps lumineux qui l'éclairent; si donc on multiplie ces corps lumineux du même côté du corps opaque, on multiplie aussi les ombres.

897. Plus le corps lumineux envoie de lumière, plus l'ombre parait épaisse. Car l'ombre doit paraitre plus épaisse, lorsque les corps qui en sont voisins sont fortement éclairés, que lorsqu'ils le sont faiblement. L'épaisseur de l'ombre se mesure donc par les degrés de lumière dont un espace quelconque est privé.

898. Si une sphere lumineuse est égale à une sphere opaque qu'elle éclaire, l'ombre projettée par cette derniere sera cylindrique; si la sphere lumineuse est plus grande que la sphere opaque, l'ombre formera un cone; si elle est plus petite, l'ombre aura la forme d'un cone tronqué. On observera de plus que l'arc qui mesure la partie illuminante de la sphere lumineuse, & l'arc qui mesure la partie illuminée de la sphere opaque, sont supplémens l'un de l'autre.

899. Si l'on voulait savoir quelle est la longueur QH (*Fig. 643*) de l'axe du cone que forme l'ombre projettée par une sphere opaque éclairée par une sphere lumineuse plus grande qu'elle, les demi-diametres IM, CG de ces spheres & la distance GM de leurs centres étant donnés, voici comment on parviendrait à la trouver.

Ayant mené FM parallele à CH, on fera: FG, différence des demi-diametres des deux spheres, est à la distance GM de leurs centres, comme CF ou IM, demi-diametre de la sphere opaque, est à MH distance du sommet du cone d'ombre au centre de cette sphere. Si le rapport de PM à MH est extrêmement petit, ensorte que MH & PH different peu l'une de l'autre, on peut prendre MH pour l'axe du cone d'ombre; sinon, il faut en retrancher PM qui se trouve de cette maniere. On cherchera l'angle LMK, au moyen du triangle FGM rectangle en F, dans lequel on connait GM & FG; retranchant ensuite cet angle de $90°$, il restera l'angle IMP: il sera facile alors d'avoir MP au moyen du triangle rectangle IPM.

900. On peut faire l'application de ceci à la détermination de la longueur de l'ombre de la terre. Supposant donc le demi-diametre MI de la terre $= 1$, le demi-diametre CG du soleil $= 153$, & la distance GM du soleil à la terre $= 34376$ demi-diametres terrestres; on trouve que la longueur MH de l'ombre de la terre, en prenant depuis le centre, est environ de 225 demi-diametres.

901. Comme le rapport de la distance GM du corps lumineux & du corps opaque à la longueur MH de l'ombre est constant, puisqu'il est égal à celui de la différence des demi-diametres de ces deux corps au demi-diametre du corps opaque,

Car si l'on conçoit que le plan du triangle IRd tourne, avec toutes ses lignes, autour de RAd, jusqu'à ce qu'il soit perpendiculaire au plan RAB, le point I coïncidera avec le point lu-

il est clair que si la distance diminue, la longueur de l'ombre diminue aussi; par conséquent le corps opaque s'approchant du corps lumineux, l'ombre diminue.

902. Si par les extrémités S & T (*Fig.* 644) d'un corps opaque on mene des paralleles TV & SQ, l'angle TVS que le rayon qui passe par le sommet S & termine l'ombre en V, fait avec TV, se nomme *la hauteur du corps lumineux*. Il en est de même soit que la droite ST qui joint les extrémités du corps opaque soit perpendiculaire ou inclinée sous un angle quelconque à la droite TV qui joint une extrémité T de l'objet & l'extrémité V de l'ombre.

903. Connaissant deux de ces trois choses, la hauteur du corps lumineux, celle, par exemple du soleil au dessus de l'horison, ou plus exactement la hauteur de son bord supérieur, la hauteur TS du corps opaque, & la longueur TV de l'ombre projettée sur un plan horisontal par ce corps, on peut toujours connaître la troisieme. Car pour cela il ne s'agit que de résoudre le triangle rectangle STV.

904. On voit aussi par le moyen de ce triangle que si la hauteur du corps lumineux, par exemple, du soleil sur l'horison, est de 45°, la longueur TV de l'ombre est alors égale à celle du corps opaque.

905. Les longueurs TZ, TV des ombres projettées sur un plan horisontal par un même corps opaque TS, à différentes hauteurs du corps lumineux, sont comme les cotangentes de ces hauteurs, ou plus exactement, si ce corps n'est pas un point, mais a quelqu'étendue, comme les cotangentes des hauteurs de son bord supérieur. Ainsi la cotangente d'un angle diminuant, à mesure que l'angle croit, il s'ensuit que le corps lumineux s'élevant, l'ombre diminue.

906. On peut au moyen de l'ombre projettée sur un plan horisontal mesurer la hauteur d'un objet quelconque, par exemple, d'une tour. Ayant marqué l'extrémité C (*Fig.* 645) de l'ombre, & mesuré sa longueur AC, on plantera verticalement un bâton d'une hauteur connue DE, & on mesurera la longueur de l'ombre EF de ce bâton, après quoi il ne restera plus qu'à faire $EF : AC :: ED : AB$ hauteur cherchée de la tour.

907. L'ombre projettée sur un plan horisontal par un corps opaque dont la situation est verticale, est nommée *ombre droite*; & l'on nomme *ombre verse* celle que projette un corps opaque sur un plan vertical auquel ce corps est perpendiculaire.

908. Or il est évident 1°. que l'ombre droite BE (*Fig* 646) est à la hauteur du corps opaque BD comme le cosinus EF de la hauteur du corps lumineux est au sinus FG de cette hauteur.

909. 2°. que la hauteur du corps lumineux étant la même, la longueur du corps opaque AC est à l'ombre verse AD de ce corps comme l'ombre droite EB est à la hauteur ou longueur du corps opaque DB, & par conséquent comme le cosinus de la hauteur du corps lumineux est au sinus de cette hauteur.

910. 3°. Que si ces deux corps opaques sont de même longueur, DB sera moyenne proportionnelle entre EB & AD, c'est-à-dire, que la longueur d'un corps opaque quelconque est moyenne proportionnelle entre son ombre droite & son ombre verse, la hauteur du corps lumineux étant la même.

911. On voit encore que lorsque le corps lumineux est à la hauteur de 45°, l'ombre verse est égale au corps opaque.

912. 4°. Que l'ombre droite est à l'ombre verse du même corps opaque, la hauteur du corps lumineux étant la même, comme le carré du cosinus de la hauteur du corps lumineux est au carré du sinus de cette même hauteur. Toutes ces différentes propositions sont si faciles à démontrer que nous avons cru qu'il était absolument inutile de s'y arrêter (*Voyez le 3e Vol. du cours de Mathématiques de M.r Wolf dont ceci est tiré*).

913. Nous devons faire observer qu'à moins que le corps lumineux ne soit

mineux, & les divisions de la ligne *Ad* seront les ombres des divisions du côté *AD* du parallélogramme donné; par la même raison les lignes dont *R* est l'origine sont les ombres de celles du

un point, l'ombre n'est point tout à coup terminée par l'espace éclairé qui est autour; on remarque toujours à ses confins une ombre plus faible, qui diminue par des degrés insensibles & enfin s'évanouit.

914. Il est aisé de voir pourquoi cela arrive. Car soit *AB* (*Fig. 647*) un corps lumineux, le soleil, par exemple; *ED* un objet placé sur le terrein *DI*, & soient tirés les rayons *BF*, *CG*, *AH*. il est clair que supposant qu'un œil s'avance de *H* jusqu'en *F*, il perdra peu à peu la vue du disque du soleil, & que par conséquent il verra avec d'autant moins de clarté, qu'il s'approchera du terme *F* de l'ombre où étant parvenu il ne reçoit plus de lumière directe. L'illumination des parties de l'espace *HF* diminue donc à mesure que ces parties sont plus voisines de *F* où l'illumination cesse entierement.

915. Cette ombre faible par laquelle la vraie ombre est terminée, se nomme *penombre*; & il est clair qu'elle a d'autant plus d'étendue, que le corps lumineux est plus gros, que le corps opaque est plus loin du plan qui reçoit l'ombre, & que cette ombre est reçue plus obliquement sur ce plan. Car, dans le triangle *FEH*, le côté *FH* qui mesure la penombre, est d'autant plus grand que l'angle opposé *FEH* qui mesure le diametre apparent du corps lumineux est plus grand, que la distance *ED* de l'extrémité *E* du corps au plan *DI* qui reçoit l'ombre est plus grande, & que l'angle *EHF* ou *EFD* est plus aigu.

916. Il est presqu'inutile de faire observer que l'ombre des planettes est aussi accompagnée d'une penombre. Cette penombre est comprise entre des rayons *CYp*, *DXq* (*Fig. 643*), qui étant partis des extrémités *C*, *D* de chaque diametre *CD* du soleil, rencontrent la planette aux extrémités opposées *Y*, *X* de chaque diametre correspondant *XY* de la planette; ensorte que ces rayons allant toujours en s'écartant de plus en plus l'un de l'autre au-delà de la planette, la penombre a la forme d'un cone tronqué & s'étend à l'infini.

917. L'angle que forment deux rayons *DX*, *CY* partis des extrémités d'un diametre *CD* du soleil, en se croisant avant de rencontrer la planette aux extrémités de son diametre *XY*; cet angle, dis-je, qui est égal à celui du diametre apparent du soleil, se peut nommer *angle de la penombre*.

918. Il est évident que la penombre est d'autant plus grande que cet angle est plus grand; c'est-à-dire, que l'astre est plus grand, la planette demeurant la même, ou que la planette est plus grande, l'astre demeurant le même.

919. La penombre se fait sentir dans toutes les éclipses, soit de soleil, soit des planettes, tant premieres que secondaires. Les éclipses partiales du Soleil sont dûes à la penombre de la lune qui atteint la terre. Car il est évident que dans les endroits de la terre où elle tombe, on doit perdre de vûe une partie plus ou moins grande du disque du soleil. Ces endroits voyent donc une éclipse partiale. Quand l'ombre même atteint la terre, alors l'éclipse est totale ou centrale. Dans les éclipses de lune, l'effet de la penombre doit être de la faire paraître obscurcie plutôt qu'elle ne le serait s'il n'y avait point de penombre.

920. Nous avons trouvé ci-dessus, en déterminant la longueur du cone d'ombre de la terre, qu'il devrait être d'environ 112 ou seulement de 110 diametres terrestres (comme on le trouve en remarquant que l'angle au sommet du cone d'ombre de la terre est d'environ 32 minutes), ou de 330 mille lieues; il s'ensuivrait donc que la lune n'étant éloignée de la terre que de 100000 lieues tout au plus, elle devrait tomber, lorsqu'elle s'éclipse, dans l'ombre véritable de la terre, à une distance moindre que le tiers de la longueur de l'ombre; que par conséquent elle devrait disparaître totalement dans une ombre aussi épaisse : ce qui n'arrivant presque jamais, prouve que l'ombre de la terre, loin de s'étendre beaucoup au-delà, comme le

parallélogramme, qui sont perpendiculaires à AB, & l'ombre fe d'une ligne FE parallele à AB étant l'intersection commune de deux plans passans par les paralleles AB, FE, est aussi parallele à AB.

calcul l'apprend, ne va pas même jusqu'à elle. Un effet aussi différent de celui que le Calcul & la Géométrie font prévoir, nous donne lieu de remarquer en passant, jusqu'à quel point des élémens négligés, soit parce que nous les ignorons, soit parce qu'étant trop peu connus, nous n'osons les employer, rendent nos déterminations fautives.

921. On a vu (*Notes 350, 351 & suiv.*) quelle est la cause, suivant Mr. Smith, d'une différence aussi considérable entre la longueur véritable de l'ombre de la terre & celle que le calcul donne. Mais cette cause est-elle bien véritablement la seule, comme Mr. Smith paraît le croire? est-elle même la premiere? La cause pour laquelle, selon les expériences de Mr. Maraldi, rapportées dans les Mémoires de l'Académie des Sciences de 1723, les ombres des cylindres & des cones exposés au soleil, dégénerent en penombres à des distances de ces corps beaucoup moindres que celles où les ombres devraient finir; cette cause, dis-je, ne serait-elle point la premiere à laquelle il faudrait attribuer le raccourcissement de l'ombre de la terre? Pour qu'on puisse en juger, rapportons ce que nous apprennent les expériences dont nous parlons.

922. Un cylindre exposé au soleil étant dans une situation verticale, l'ombre véritable, au lieu de s'étendre à 110 diametres du cylindre, comme cela devrait être selon la théorie, ne s'étend qu'à la distance de 41 diametres, en demeurant uniforme & également noire. Cette distance est plus grande quand le soleil est plus lumineux. Au-delà de 41 diametres de distance, le milieu de l'ombre n'est plus qu'une penombre, & il ne reste de l'ombre totale que deux traits noirs fort étroits, qui terminent cette penombre de part & d'autre suivant la longueur. Ces deux traits sont de la noirceur qui appartient à l'ombre véritable. L'espace qu'occupe la penombre est précisément celui que l'ombre même devait occuper; ce qu'on reconnaît à sa largeur qui est la même que celle de l'ombre. Cette fausse penombre terminée par les deux traits noirs diminue continuellement de largeur, comme doit faire l'ombre véritable, & en s'étrécissant, elle s'éclaircit toujours, tandis que les traits noirs conservent leur noirceur & la même largeur, jusqu'à ce qu'enfin à la distance de 110 diametres à peu près, les traits noirs qui se sont toujours approchés se confondent en un; après quoi l'ombre véritable disparaît entierement, & il ne paraît plus que la vraie penombre. Quant à la vraie penombre, elle occupe sa place naturelle de part & d'autre des deux traits noirs, & est précisément la même que si l'ombre véritable avait toute sa largeur & toute sa longueur.

923. Il y a encore une chose bien digne de remarque; c'est que quand l'ombre est reçue assez près du cylindre & qu'elle n'a point encore dégénéré en fausse penombre, la vraie penombre est terminée en dehors par deux traits d'une lumière plus vive que celle qui vient directement du soleil. Ces traits s'élargissent & s'affaiblissent en s'éloignant du cylindre.

924. Si l'on fait l'expérience avec des globes, les mêmes apparences se présentent encore, à la forme près. Mais l'ombre véritable dégénere beaucoup plutôt en fausse penombre que dans le cylindre. La fausse penombre commence à se montrer à 15 ou 16 diametres du globe: on la voit sous la forme d'un cercle renfermé dans un anneau circulaire noir & étroit auquel est contigu un autre anneau que forme la vraie penombre, au-delà duquel on en voit un autre d'une lumière plus vive que la lumiere directe. Il est presque superflu de dire que le cercle de la fausse penombre, ainsi que l'anneau noir qui l'entoure, diminue de largeur en s'éloignant du globe, & qu'enfin ils disparaissent à la distance de 110 diametres, où il ne reste plus que la vraie penombre.

925. S'il est permis de penser que la nature produit en grand les mêmes effets qu'elle produit en petit, n'est-on pas fondé

737. COROLL. I. Si en diminuant la hauteur du rectangle *ABCD*, on le réduisait à un carré *ABEF* divisé en petits carrés, son ombre pourrait se trouver plus promptement, en menant *RO* parallele à *AB* & égale à la hauteur de *O*, & menant ensuite *OBf* coupant les ombres des perpendiculaires, aux points *f*, *g*, *h*, *i* par où les ombres paralleles doivent passer. Car puisque *AF* est égale à *AB*, le point *f* est le même dans l'une & l'autre construction, à cause que *Rf* est à *Af* comme *RI* est à *AF* ou comme *RO* est à *AB*. Et puisque *BF* est une diagonale de tous les petits carrés, son ombre *Bf* doit être une diagonale de toutes leurs ombres.

738. COROLL. II. Cette construction est aussi applicable à un parallélogramme, pourvu qu'il soit partagé en petits carrés, en prenant sur la base *AB* prolongée, s'il est nécessaire, *AD* égale à son côté, & menant *OD*, laquelle coupe *RA* & *RB* prolongées, l'une en *d* & l'autre en *l* : car *dl* est l'ombre de la diagonale *DL* du carré *DCLM*, qui fait partie du parallélogramme *ABCD*.

739. COROLL. III. Delà il suit que l'ombre du centre d'un carré peut se trouver en menant les diagonales des trapezes correspondans.

740. COROLL. IV. Si la longueur de l'ombre *dA* & le point *R* sont donnés, ou qu'on les prenne à volonté, on peut trouver le point lumineux *O*, en menant *dD* qui coupera la perpendiculaire *RO*, au point cherché *O*, & déterminera par là la hauteur du point lumineux au-dessus du plan où l'ombre est reçue.

à croire que la cause quelle qu'elle soit, qui fait dégénérer si promptement l'ombre véritable d'un globe en fausse penombre, occasionne un effet semblable dans celle de la terre, & que par conséquent la lune ne peut être obscurcie, dans ses éclipses, que par la fausse penombre dans laquelle l'ombre de la terre doit se changer à la distance de 30 ou 32 demi-diametres. Il paraitrait donc que les rayons du soleil rompus en traversant l'atmosphere de la terre, ne contribuent qu'en partie & que comme cause secondaire à rendre visible la lune dans les éclipses. Tout ce qu'on pourrait objecter, c'est que si la même chose arrive en effet à l'ombre de la terre qu'à celle des globes, la fausse penombre de la terre devant être renfermée dans un anneau noir, la lune obligée de traverser cet anneau avant d'entrer dans la fausse penombre & d'en sortir, devrait paraitre plus éclipsée au commencement & à la fin de l'éclipse qu'au milieu. Mais cette difficulté tombe bien vite, si l'on fait attention que les rayons qui traversent toute la partie moyenne de l'atmosphere doivent être rompus assez régulierement pour entrer en grand nombre dans l'anneau en question, & l'éclaircir assez pour le rendre homogene à la fausse penombre. (*Voyez les Mémoires de l'Académie de 1723*).

741.

741. COROLL. V. Delà on peut tirer une méthode de tracer une image qui vue directement paraisse défigurée, & vue d'un certain point paraisse réguliere & dans ses justes proportions. Car ayant décrit un parallélogramme ou un carré autour de l'image qu'on veut défigurer, & l'ayant divisé en petits carrés (le plus qu'il y en aura sera le mieux), on divisera un autre carré *ABEF* d'une grandeur quelconque dans le même nombre de petits carrés; on projettera ensuite son ombre *ABef*, & l'on déssinera les parties & les traits contenus dans les petits carrés de l'image qu'on se propose de défigurer, dans les trapezes correspondans de l'ombre *ABef*. L'image défigurée paraîtra réguliere & rétablie dans ses justes proportions, à l'œil d'un spectateur placé au point lumineux *O*, parce que la peinture de cette image & de toutes ses parties tracée au fond de l'œil, est la même que si les rayons venaient directement à l'œil, d'une image réguliere tracée sur un carré placé perpendiculairement sur sa base *AB*. Car si les ombres & les couleurs sont les mêmes dans l'image difforme que dans l'original, le spectateur la jugera plutôt réguliere que défigurée, parce qu'il est plus accoutumé à voir des images régulieres, dans une situation perpendiculaire, que des images défigurées, dans une position oblique *. Fig. 662.

*926. Toute image difforme qui, vue d'un certain point, paraît réguliere & faite dans de justes proportions, est connue sous le nom d'*Anamorphose* ou de *Projection monstrueuse*; on peut tracer des anamorphoses sur un plan ou sur une surface courbe. Mr. Wolf décrit ainsi, dans son Cours de Mathématiques, la maniere de tracer les anamorphoses sur un plan.

927. On construira un carré *ABCD* (*Fig. 648*) d'une grandeur arbitraire, qu'on subdivisera en aréoles ou petits carrés. Dans ce carré, qu'on appelle la *Craticule du Prototype*, on tracera le prototype ou image qu'on veut défigurer. On tirera ensuite une ligne *ab* (*Fig. 649*) égale au côté *AB* de la craticule du prototype, & on la divisera dans le même nombre de parties que *AB*. Au milieu *E* on élevera une perpendiculaire *EV*, & sur *EV* une perpendiculaire *VS*, en faisant *EV* d'autant plus longue & *VS* d'autant plus courte que l'image difforme qu'on veut tracer doit l'être davantage. De chaque point de division on tirera au point *V* des lignes droites, & l'on joindra les points *a* & *S* par la droite *aS*. Par les points *c*, *e*, *f*, *g* on menera des paralleles à *ab*; *abcd* que l'on nomme *la Craticule de l'Ectype*, sera l'espace où il faut tracer l'image difforme.

On n'aura plus qu'à tracer dans chaque petit trapeze ce qui est tracé dans chaque petit carré correspondant de la craticule du prototype; & l'on aura une image difforme qui, vue de la distance *EV*, l'œil étant élevé au dessus, de la hauteur *VS*, paraîtra dans ses justes proportions. On voit que cette méthode revient absolument au même que celle de notre Auteur.

928. Le spectacle sera plus agréable si l'image difforme ne représente pas un pur cahos, mais quelqu'autre image différente de celle qu'on a défigurée. Ceci dépend sur-tout de l'industrie & de l'adresse de

Fig. 652 & 653. 742. LEMME II. *Un rayon* OB *tombant obliquement en* B *sur la surface convexe ou concave d'un cylindre droit* BFG, *trouver le point* C *où le rayon réfléchi* BC *coupera le plan de la base du cylindre.*

Soit tirée BD perpendiculaire à la base, laquelle coupe sa

l'Artiste ; & il n'est gueres facile d'en donner des regles.

929. On peut aussi faire méchaniquement une anamorphose de la maniere suivante. On percera de part en part le prototype avec une aiguille, dans son contour & en divers autres endroits. On l'exposera ensuite à la lumiere d'une bougie ou d'une lampe, & l'on marquera bien exactement les endroits où tombent sur un plan ou sur une surface courbe, les rayons qui passent par ces petits trous. On aura les points correspondans de l'image difforme par le moyen desquels on pourra achever cette image.

930. Si on veut tracer une anamorphose sur une surface courbe, on voit assez par ce qu'on vient de dire, qu'il ne s'agit que de tracer sur la surface du cone la craticule de l'ectype qui paraisse égale à la craticule du prototype, l'œil étant placé à une distance convenable au dessus du sommet du cone.

On divisera donc la base $ABCD$ du cone (*Fig.* 650) par des diametres dans un nombre quelconque de secteurs égaux. On divisera ensuite un rayon en quelques parties égales, & par les points de division on décrira des circonférences concentriques : on aura ainsi la craticule du prototype.

On décrira un quart de cercle EG (*Fig.* 650 & 651) avec un rayon double du diametre AB, afin que l'arc EG soit égal à la circonférence entiere, & que le quart de cercle étant roulé en forme de cone, représente la surface du cone dont la base est le cercle $ACBD$. On divisera l'arc EG dans le même nombre de parties égales que celui dans lequel la circonférence de la craticule du prototype a été divisée, & du centre F on tirera des rayons à chaque point de division. On prolongera GF en I, en faisant FI égale à GF, parce que l'œil doit être élevé au dessus du sommet du cone de la quantité dont le sommet est élevé au dessus de la base, pour voir l'image défigurée sur la surface du cone dans ses justes proportions. De I pris pour centre, & du rayon IF on décrira le quart de cercle HKF, & on menera IE par les points I & E. On divisera l'arc KF dans le même nombre de parties égales que celui dans lequel le rayon de la craticule du prototype a été divisé, & du centre I on menera par chaque point de division des lignes qui rencontrent EF en 1, 2, 3, &c. Enfin du centre F & des rayons $F1$, $F2$, $F3$, &c., on décrira des arcs concentriques. On aura de cette maniere la craticule de l'ectype dont les aréoles paraîtront égales.

Si donc on transporte, dans les aréoles de la craticule de l'ectype, ce qui est dessiné dans celles de la craticule du prototype, on aura une image défigurée qui paraitra dans ses justes proportions, si l'œil est élevé au dessus du sommet du cone de la quantité dont le sommet est élevé au dessus de la base.

931. Si l'on tire dans la craticule du prototype les cordes des quarts de cercle, & dans la craticule de l'ectype les cordes de chacun de ses quarts, toutes choses d'ailleurs demeurant les mêmes, on aura les craticules nécessaires pour former une anamorphose sur la surface d'une pyramide quadrangulaire. On voit aussi comment on peut tracer une image difforme sur la surface d'une pyramide quelconque dont la base est un poligone quelconque régulier.

932. Comme l'illusion est plus parfaite quand on ne peut juger par les objets contigus de la distance des parties de l'image difforme, il faut regarder ces sortes d'images par un petit trou, afin qu'elles soient les seules qui frappent les yeux.

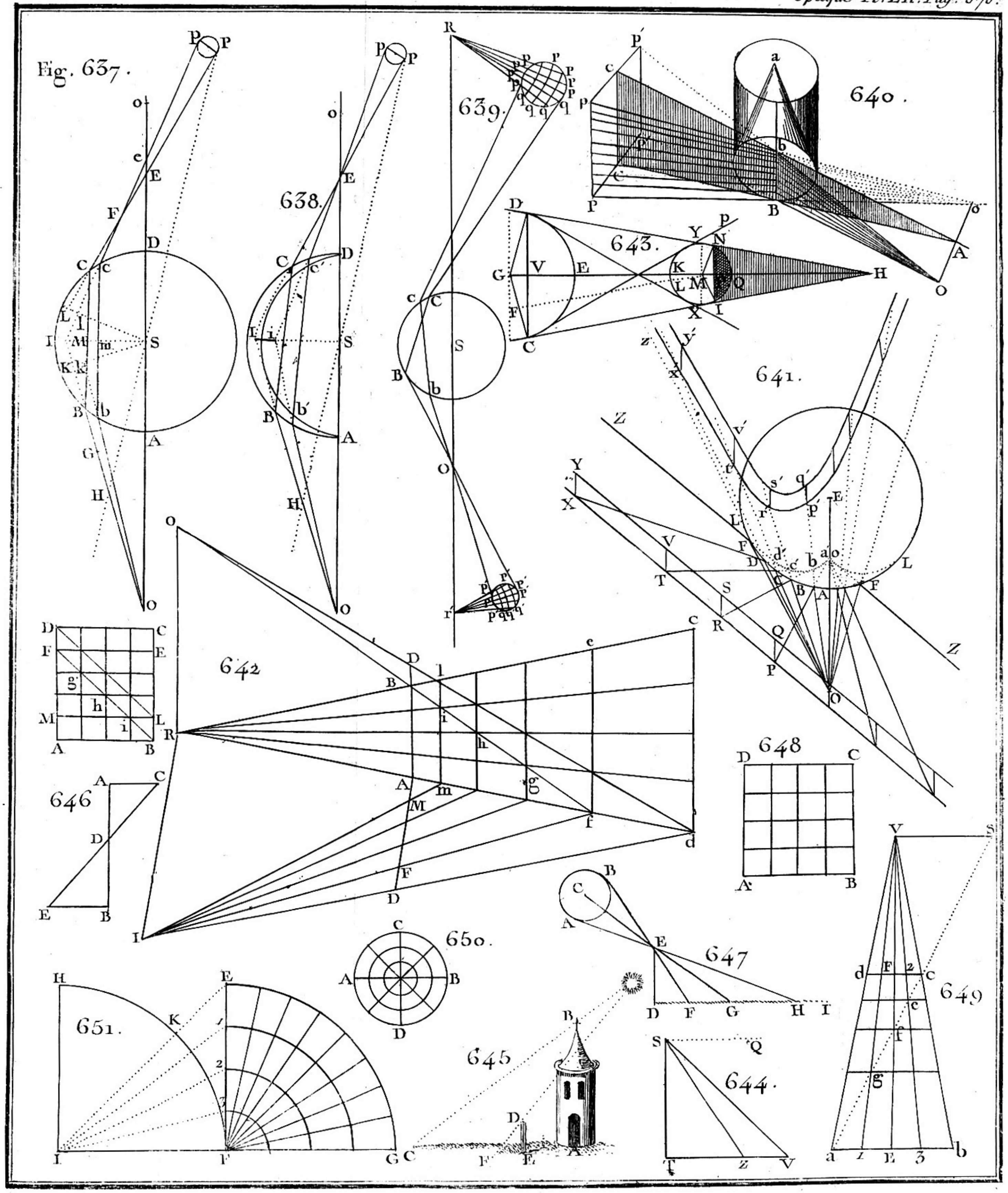


Fig. 637.
638.
639.
640.
641.
642
643.
644.
645
646
647
648
649
650.
651.

circonférence FG en D, & soit menée DH tangente au même point D; soit ensuite le rayon incident OB prolongé jusqu'à ce qu'il coupe le plan de la base prolongé, en E, & soit menée EH perpendiculaire à DH, la prolongeant jusqu'à ce que CH soit égale à HE. C sera le point où le rayon réfléchi BC rencontrera le plan de la base prolongé.

Car menant DC, DE & BH, le plan du triangle DBH touchera la surface du cylindre dans la ligne BD; & les perpendiculaires HC, HE à ce plan étant égales, si l'on prend le point C pour un point rayonnant dont les rayons tombent sur ce plan, le point E sera leur foyer, après avoir été réfléchis. Donc réciproquement le rayon OB tendant en E, passera par C, après avoir été réfléchi; & la réflexion à la rencontre du plan tangent est la même qu'à la rencontre de la surface du cylindre en B.

743. COROLL. I. Mais un moyen plus commode dans la pratique, relativement à la solution du Problême suivant, est de prolonger OB en E, de mener DE coupant la circonférence de la base en F, de tirer une corde DG égale à DF, & de prendre sur DG prolongée DC égale à DE; ce qui donnera le point C où le rayon réfléchi rencontrera le plan de la base : ce qui est évident, les cordes DG & DF étant également inclinées sur la tangente DH.

744. COROLL. II. Donc les points où les rayons partis de O, qui rencontrent la surface du cylindre suivant BD menée sur cette surface perpendiculairement à la base, tomberont sur la base, après avoir été réfléchis, seront tous dans la ligne DC qui passe par le point C où un de ces rayons BO va rencontrer cette base. Fig. 654.

745. COROLL. III. Tous les rayons venant de C qui tombent sur BD, divergeront tous de E, après avoir été réfléchis; ainsi il ne pourra y en avoir qu'un qui passe par le même point O.

746. COROLL. IV. Un rayon incident quelconque OB & le rayon réfléchi BC qui lui répond, prolongés, font des angles égaux avec la ligne BD prolongée, ainsi qu'avec le plan de la base; car les triangles BDC, BDE sont égaux.

747. PROBLÊME III. *Tracer sur un plan une image difforme* ABCDEKIHGF *qui paraisse réguliere, vue d'un point donné* Fig. 655, 656, &c., jusqu'à 659.

O, *par des rayons réfléchis par un cylindre placé ſur le cercle* lnp *égal à ſa baſe.*

Par le point R ſitué directement au-deſſous du lieu O de l'œil, ſoient menées les lignes Ra, Re, qui touchent la baſe du cylindre, ou en retranchent deux petits ſegmens égaux, ſelon qu'on veut défigurer plus ou moins l'image. Conſidérant enſuite l'œil élevé au-deſſus de R, à la hauteur donnée RO un peu plus grande que celle du cylindre, comme un point rayonnant, ſoit tracée l'ombre $aekf$ d'un carré ou parallélogramme $aek'f'$ diſpoſé perpendiculairement ſur ſa baſe ae où l'on voudra, derriere l'arc lnp, & diviſé de la même manière qu'un autre carré ou parallélogramme ſemblable tracé ſur l'image qu'on veut défigurer (*Art.* 736). Soient les lignes menées de R aux extrémités & diviſions de la baſe a, b, c, d, e, coupant l'ombre parallele la plus éloignée aux points f, g, h, i, k, & l'arc de la baſe en l, m, n, o, p; par ces points ſoient menées les lignes lAF, mBG, nCH, oDI, pEK faiſant avec l'arc $lmnop$ des angles égaux reſpectivement à ceux que feraient avec cet arc, aux mêmes points, des rayons qui viendraient de R; enfin on tranſportera les lignes laf, mbg, &c. & toutes leurs parties, dans le même ordre, ſur les lignes reſpectives lAF, mBG, &c.; & ayant fait paſſer des courbes par les points A, B, C, D, E, par les points F, G, H, I, K, & par chaque ſuite de points intermédiaires, la Figure $ACEKHF$ ainſi diviſée ſera l'image défigurée du carré tracé & diviſé ſur l'image qu'on ſe propoſe de défigurer, & paraîtra ſemblable à ce carré, en la regardant du point O dans le cylindre placé ſur la baſe lnp. On fera uſage de ce qui a été dit dans l'Art. 742 pour tracer l'image difforme dans le carré AK.

Car prenant l'œil O élevé à la hauteur RO, pour un point rayonnant, tous les rayons qu'il envoie vers chaque ligne du carré & conſéquemment vers chaque ligne de ſon ombre ak, étant interceptés par la ſurface du cylindre, ſeront réfléchis à chaque ligne correſpondante de déformation AK, comme on le verra aiſément en comparant la ſolution des Lemmes & leurs Corollaires avec celle de ce Problême. Donc réciproquement les rayons qui partent de chaque ligne de déformation AK, feront réfléchis à l'œil comme s'ils venaient directement des lignes qui appartiennent à l'ombre ak ou des lignes qui appartiennent au carré meme*.

* On peut auffi tracer des images difformes qui font rétablies dans leur figure naturelle par des miroirs coniques & pyramidaux. Voici la méthode de tracer les premieres. (*Wolf Elementa Mathefeos univerfæ, tomus III*).

933. C'eft un fait attefté par l'expérience, que l'œil étant élevé au deffus du fommet d'un miroir conique & placé dans l'axe de ce miroir, toute la furface qui environne le miroir paraît remplir la furface du miroir; elle paraît, en regardant par un petit trou, comme un cercle égal, à peu près, à la bafe. On deffinera donc, à caufe de cela, l'image qu'on veut défigurer dans un cercle égal à la bafe du miroir conique; on divifera la circonférence de ce cercle dans un nombre quelconque de parties égales, par des diametres ad, be, cf, &c. (*Fig. 660*); on divifera de même les rayons Ob, Oc, Og, Od, &c. dans un nombre quelconque de parties égales $O1$, 1.2, 2.3, &c. par des circonférences concentriques.

Pour avoir les points I, II, III, &c. (*Fig. 661*) de la furface qui environne le miroir, qui font vus par des rayons réfléchis, au dedans du miroir, en 1, 2, 3, &c., on conftruira un triangle rectangle AOE dont la bafe OE & la hauteur OA foient refpectivement égales au rayon de la bafe & à la hauteur ou axe du miroir, & fur AO prolongée on prendra AB égale à la hauteur de l'œil au-deffus du fommet du cone. Du point B où l'on fuppofe l'œil, on tirera aux points de divifion 1, 2, 3, &c. les droites $B1$, $B2$, $B3$, &c. qui repréfentent les rayons réfléchis par lefquels on voit les points 1, 2, 3, &c. Ainfi comme AE eft l'interfection du plan de réflexion & du miroir, on fera les angles IAE, $IIDE$, &c. égaux aux angles BAG, BDG, &c.; & AI, DII, &c. feront des rayons incidens, & par conféquent I, II, &c. des points rayonnans qui font vus par réflexion, en 1, 2, 3, &c. On prolongera donc les rayons Oa, Ob, Oc (*Fig. 662*), &c. dans la craticule du prototype, & on tranfportera fur ces rayons prolongés les divifions OI, OII, $OIII$, &c. Enfin on décrira du centre O des cercles concentriques, & l'on aura de cette maniere la craticule de l'ectype.

Si donc on deffine dans chacune de fes aréoles ce qu'on voit tracé dans l'aréole correfpondante de la craticule du prototype, on aura une image difforme qu'on verra dans le miroir conique réguliere & dans fes juftes proportions, l'œil étant élevé convenablement au-deffus du fommet de ce miroir.

934. Si on ne fait pas affez bien deffiner, on pourra fe fervir d'une machine inventée par M.[r] Jacques Léopold, dont on trouve la defcription dans les Actes de Leipfik de 1712, par le moyen de laquelle on peut décrire affez exactement des images difformes, qui font rétablies dans leur état naturel par des miroirs coniques & cylindriques.

935. On peut encore faire des images difformes femblables à celles qui font rétablies dans leur état naturel, par les miroirs cylindriques, lefquelles vues dans un miroir conique, l'œil étant placé devant le miroir, paraîtront régulieres & dans leurs juftes proportions; mais comme les premieres font plus défigurées, on les préfere à celles-ci.

936. Nous avons dit qu'on trace auffi des images difformes qui font rétablies dans leur état naturel par des miroirs pyramidaux, l'œil étant élevé au-deffus du fommet du miroir. En voici la méthode.

Suppofons que le miroir pyramidal foit quadrangulaire. Le miroir pyramidal élevé fur la bafe $ABCD$ (*Fig 663*) ne réfléchiffant, comme l'expérience l'apprend, à l'œil élevé au-deffus de fon fommet, que les parties triangulaires BEC, CFD, DGA, AHB de l'efpace qui l'environne, il ne parvient à l'œil aucun rayon des parties intermédiaires HBE, ECF, &c. Mais ces efpaces triangulaires occupent toute la furface du miroir, & paraiffent, en les regardant par un petit trou, abaiffés fur un même plan égal à la

748. COROLL. I. Si le rapport des côtés de l'image qu'on
Fig. 659. veut défigurer & par conséquent du parallélogramme semblable $aek'f'$ est donné, ou si nR est donnée ou prise telle qu'on le juge à propos, & que la hauteur nt du cylindre ou du point de réflexion le plus élevé soit aussi donnée, la hauteur de l'œil peut se déterminer en plaçant nt perpendiculairement à nR, & le parallélogramme $aek'f'$ perpendiculairement sur sa base ace à une distance convenable derriere l'arc lp, & en prolongeant sa base ca jusqu'à ce que ct' soit égale à sa hauteur; alors la ligne $t't$ prolongée déterminera la hauteur requise RO, comme il est

base $ABCD$. On dessinera donc à cause de cela l'image qu'on veut défigurer dans un carré $ABCD$ égal à la base du miroir; on divisera le périmetre $ABCD$ de ce carré en parties égales, par des diagonales AC, DB, & par des droites menées par le centre E perpendiculairement sur les côtés AB, BC, &c. On divisera de plus les droites EL & EB dans un nombre quelconque de parties égales, & ayant mené par les points de division des lignes paralleles aux côtés de la base, on aura la craticule du prototype.

Or, comme une section du miroir par l'axe & par la droite EL tirée dans la base, forme un triangle rectangle, & qu'un point quelconque de division de la craticule du prototype est dans le rayon réfléchi, on trouve absolument de la même maniere que dans le problême précédent, les points I, II, III, &c. dans l'axe LE du triangle réfléchissant BEC, au moyen desquels on peut construire le triangle.

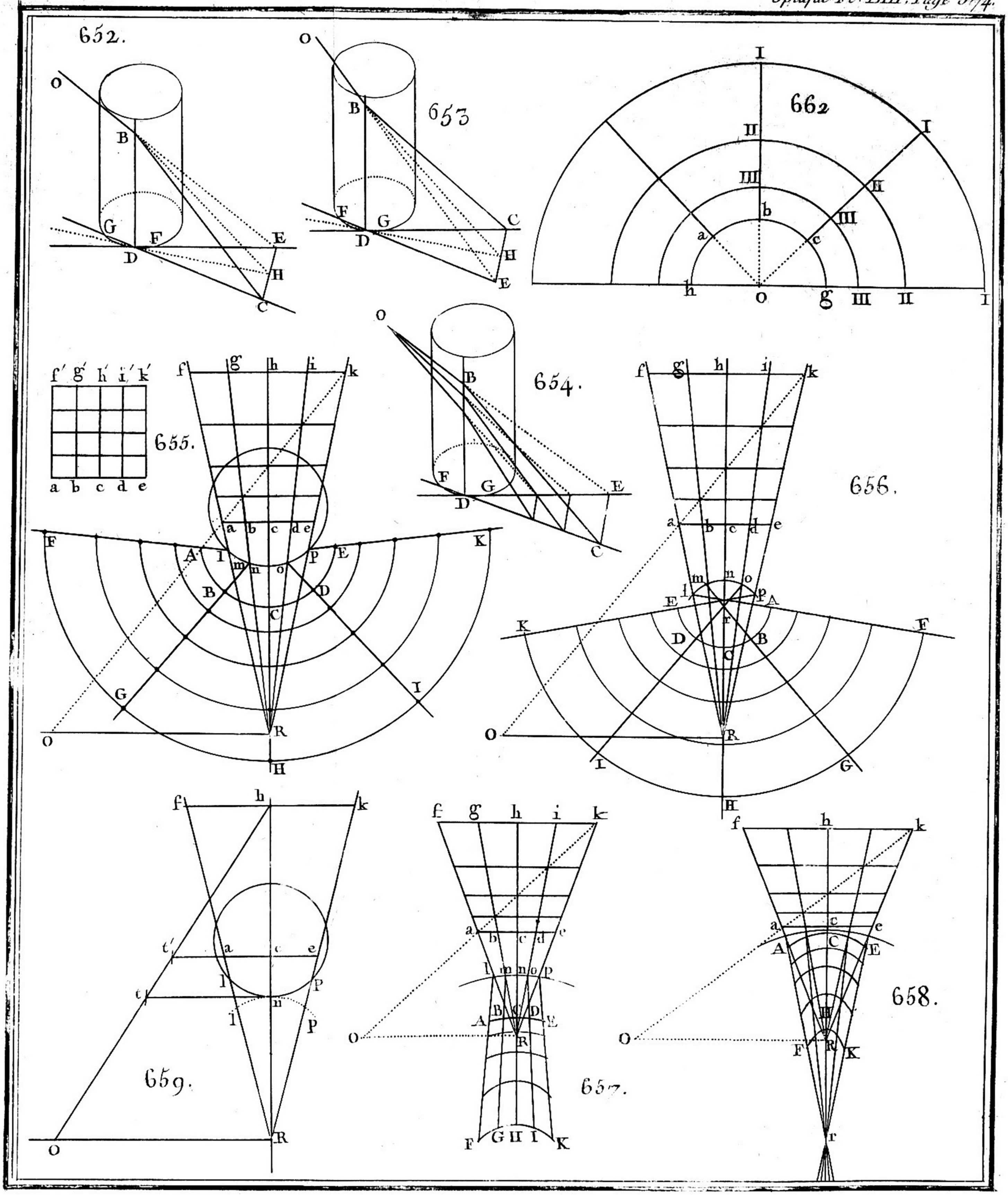
Le reste s'achevera de la même maniere que dans le Problême précédent.

937. Les anamorphoses qu'on exécute par le moyen de miroirs pyramidaux plaisent plus que les autres, parce que les parties de l'image difforme laissant de l'espace entr'elles, on peut le remplir par tout ce qu'on peut imaginer pouvoir faire un tout avec elles sur le plan où elles sont tracées, sans qu'on aît à craindre que cela soit vu dans le miroir.

938. Il y a encore une autre espece d'anamorphoses. Ce sont celles qui sont faites pour être vues au travers d'un verre polyedre, c'est-à-dire, à plusieurs faces. Voici comme Mr. Wolf enseigne à les tracer.

Sur une table horisontale $ABCD$, (*Fig 664*) on éleve à angles droits une planche $AFED$. Dans chacune d'elles on pratique deux coulisses telles que l'appui BHC puisse se mouvoir entre celles de la table horisontale, & que l'on puisse faire couler un papier entre celles de la planche verticale. On adapte à l'appui BHC un tuyau IK muni, en I, d'un verre polyedre plan convexe, composé de 24 plans triangulaires qui ne soient pas trop grands, disposés, à peu près, suivant la courbure d'une parabole. Le tuyau est percé en K d'un petit trou qui doit être un peu au-delà du foyer du verre. On éloigne l'appui BHC, de la planche verticale, à une distance plus grande que la distance focale du verre, & on l'éloigne d'autant plus que l'image difforme doit être plus grande.

On met au devant du trou K une lampe, & l'on marque le plus exactement qu'on peut, avec du crayon, les contours des aréoles ou espaces lumineux que sa lumiere forme sur la planche verticale ou plutôt sur le papier qu'on y a appliqué; & pour ne point se tromper en les marquant, il faut avoir soin de regarder fréquemment par le trou si ces aréoles forment en effet une seule image. On tracera ensuite, dans ces aréoles, des parties d'un objet qui étant vues par le trou K, paraîtront former un seul tout, ayant soin de regarder par le trou K, en faisant cette opération, si toutes ces


652.
653
654.
655.
656.
657.
658.
659.
662

facile de le voir en imaginant le triangle $ROtt'h$ élevé perpendiculairement ſur le papier dans la ligne $Rnch$. Et ſi on varie les données, le reſte peut être aiſément déterminé par la relation des lignes que nous avons conſidérées.

749. COROLL. II. Si la portion de la ſurface du cylindre qui réfléchit la lumiere, eſt convertie en ſurface plane, la déformation AK deviendra exactement égale à l'ombre ak. Les Figures 656, 657 & 658 appartiennent à la ſurface d'un cylindre concave.

parties forment en effet une ſeule image. A l'égard des eſpaces intermédiaires, on les remplira de tout ce qu'on voudra; & pour rendre le phénomene plus curieux, on aura ſoin d'y tracer des choſes telles que l'image repréſente à la vue ſimple quelque choſe de tout différent de ce qu'on voit au travers du polyedre. Regardant enſuite par le trou K, on ne verra qu'une image diſtincte formée par les parties tracées dans les aréoles, & l'on ne verra nullement ce qui eſt tracé dans les eſpaces intermédiaires. On peut encore conſulter ſur la manière de tracer ces anamorphoſes, le Tome IV des premiers Mémoires de Petersbourg : on y trouve un Mémoire curieux de M.[r] Leutman ſur cette matière, dans lequel l'auteur donne la deſcription d'une anamorphoſe qu'il avait faite en l'honneur de l'immortel Pierre Alexiowitz.

CHAPITRE XIII.

DE L'ARC-EN-CIEL.

THÉORÊME I.

750. *Lorsqu'un rayon de lumière est rompu en entrant dans un cercle & est successivement réfléchi dans ce cercle un nombre donné de fois avant d'en sortir par une seconde réfraction, si l'on multiplie l'angle de réfraction par le nombre des réflexions plus un, l'excès de l'angle qu'on aura sur l'angle d'incidence sera égal à la moitié de l'angle formé par le rayon incident & le rayon émergent prolongés jusqu'à ce qu'ils se coupent; c'est-à-dire, que l'excès dont il s'agit est égal à la moitié de l'angle formé dans ce cercle par le rayon incident & le rayon émergent, lorsque le nombre de réflexions est impair, & à la moitié du supplément du même angle, lorsque le nombre de réflexions est pair.*

Fig. 665, 666, 667 & 668. Soit $ABCDE$ un grand cercle d'une sphere dont le centre est O, & soit un rayon incident SA rompu en A, souffrant ensuite dans la circonférence ou une réflexion unique en B, ou deux, l'une en B, l'autre en C, ou trois, &c. puis sortant en C, ou en D, &c. en éprouvant une seconde réfraction. Lorsque le nombre des réflexions est impair, une ligne OR tirée du centre O au
Fig. 665 & 667. point de réflexion du milieu B, ou C, &c. coupera l'angle formé en R par le rayon incident & le rayon émergent prolongés, parce que les réflexions & les réfractions de chaque côté de la ligne OR sont en nombre égal & de la même grandeur, les cordes AB, BC, CD, DE décrites par le rayon réfléchi étant égales. Par la même raison, lorsque le nombre des réflexions est pair, une perpendiculaire OT tirée du centre O sur la corde qui
Fig. 666 & 668. joint les deux points de réflexion du milieu B & C, ou C & D, &c. coupera en deux également l'un des angles que font en T le rayon incident & le rayon émergent, & une ligne TV perpendiculaire à TO coupera en deux également l'angle qui est le supplément de celui-là, & sera parallele à la corde du milieu BC, ou CD, &c. Soit mené un diametre POQ parallele au rayon incident SAM, lequel

lequel coupe les rayons réfléchis prolongés BC, CD, DE, en b', c', d' respectivement; soient tirés OA, OB. Dans la Figure 665, la somme des angles égaux OAB, OBA du triangle OAB, est égale à la somme des angles OAR, ORA du triangle OAR : donc $2OAB - OAM = ORA = BOQ$. Donc dans la Figure 666, l'angle STV ou $Pb'C = OBC + BOQ = 3OAB - OAM$; dans la Figure 667, SRO ou $POC = OCB + Pb'C = 4OAB - OAM$; dans la Figure 668, STV ou $Pc'D = OCD - COc' = 5OAB - OAM$, en rejettant deux angles droits; car $COc' =$ deux angles droits $- POC =$ deux angles droits $- 4OAB + OAM$. Et ainsi de suite pour un plus grand nombre de réflexions. On voit donc que nommant m le nombre des réflexions augmenté d'une unité, $mOAB - OAM$ est égal à la moitié de l'angle formé par le rayon incident & par le rayon émergent.

751. THÉORÊME II. *Les choses demeurant comme elles étaient, supposons que l'angle d'incidence croisse depuis* 0° *jusqu'à* 90°, *l'angle fait par le rayon incident & par le rayon émergent, après un nombre quelconque donné de réflexions représenté par* n, croî-tra *d'abord & ensuite* décroîtra ; *& il sera le plus grand, lorsque la tangente de l'angle d'incidence est à la tangente de l'angle de réfraction comme* n + 1 *est à* 1.

Car faisant $n + 1 = m$, nous avons trouvé que la moitié de l'angle formé par le rayon incident & par le rayon émergent est égal à l'excès de $mOAB$ sur OAM. Or, cet excès qui, lorsque les angles OAB, OAM sont très-petits, est aussi très-petit, augmentera tant que les accroissemens successifs de $mOAB$ excederont les accroissemens simultanés de OAM, & diminuera lorsqu'ils seront plus petits ; & par conséquent cet excès sera le plus grand, lorsque l'accroissement le plus petit de OAB pris m de fois, est égal à l'accroissement correspondant de OAM pris une fois ; c'est-à-dire, lorsque l'accroissement le plus petit de l'angle d'incidence OAM est à l'accroissement correspondant de l'angle de réfraction OAB, & par conséquent lorsque la tangente d'incidence est à la tangente de réfraction comme m est à 1. Fig. 665, 666, 667 & 668.

752. PROBLÊME I. *Trouver deux angles dont les sinus soient dans le rapport donné de* I *à* R, *& dont les tangentes soient dans un autre rapport donné de* m *à* 1.

Fig. 669. Soient, ſur une ligne quelconque *CEDA*, *CA* à *CD* comme *I* eſt à *R*, & *CA* à *CE* comme *m* eſt à 1; du point *C* pris pour centre & du demi-diametre *CD* ſoit décrit un arc *DB* coupant en *B* un cercle *ABE* dont le diametre eſt *AE*; ſoit menée *ABF*, & joignant les points *B*, *C*, par une droite *BC*, le ſinus de l'angle *CBF* ſera au ſinus de *CAF* comme *I* eſt à *R*, & la tangente du premier de ces angles à la tangente du ſecond comme *m* eſt à 1; & par conſéquent les angles *CBF*, *CAF* ſont les angles cherchés. Car dans le triangle *CAB* le ſinus de l'angle *CBA* ou *CBF* eſt au ſinus de *CAF* comme *CA* eſt à *CB* ou *CD*, comme *I* eſt à *R*, par conſtruction. Si l'on tire *BE* & qu'on acheve le parallélogramme *EBGC*, *CG* prolongée coupera *ABF* à angles droits en *F*. Donc les lignes *FC*, *FG* ſont tangentes des angles *CBF*, *GBF* ou *CAF*, *BF* étant pris pour rayon; & la tangente *FC* eſt à la tangente *FG* comme *FA* eſt à *FB* ou comme *CA* eſt à *CE*, ou comme *m* eſt à 1, par conſtruction.

753. COROLL. I. Des rayons du ſoleil paralleles tombant ſur une goutte ſphérique de pluie, ſoit le rapport de réfraction repréſenté par le même rapport de *I* à *R*, *n* le nombre de reflexions que ſouffre chaque rayon avant de ſortir de la goutte, & $m = n + 1$. On voit, par ces propoſitions, que la moitié de l'angle le plus grand qu'un quelconque des rayons émergens peut faire avec les rayons incidens, eſt égal à $m \times$ ang.$CBF - CAF$. Car *CBF* & *CAF* ou *GBF* ſont des angles dont les ſinus ſont dans le rapport de *I* à *R* & dont les tangentes ſont dans celui de *m* à 1, & par conſéquent ſont les angles d'incidence & de réfraction du rayon dont les parties incidente & émergente prolongées forment l'angle le plus grand.

754. COROLL. II. La conſtruction précédente par laquelle on détermine l'angle *CBF*, eſt de M.r Halley. M.r Newton a donné une regle pour le calculer, que voici; dites : comme $\sqrt{[(mm - 1)RR]}$ eſt à $\sqrt{(II - RR)}$, ainſi le rayon des tables eſt au coſinus de l'angle d'incidence *CBF*. Cet angle étant connu, on connaîtra auſſi-tôt l'angle de réfraction, au moyen du rapport donné de *I* à *R*. La regle que nous venons d'énoncer peut ſe démontrer ainſi. Nous avons (*Art. 752*) $CA : CB :: I : R$ & $FA : FB :: m : 1$; ce qui donne

$\frac{II}{RR} CB^2 - mmBF^2 = CA^2 - AF^2 = CB^2 - BF^2$, qui se change en $(II - RR) \times CB^2 = (mm - 1) RR \times BF^2$; d'où l'on tire $\sqrt{[(mm - 1) RR]} : \sqrt{(II - RR)} :: CB : BF ::$ le rayon : cosinus de l'angle CBF.

755. Après avoir établi ces propositions qui sont nécessaires pour pouvoir calculer exactement les diametres apparens & les largeurs des arcs-en-ciel, je joins ici l'explication que donne M.r Newton de leurs couleurs & de la manière dont ils se forment, faisant çà & là quelques additions qui m'ont parues nécessaires.

756. L'arc-en-ciel ne paraît jamais, dit M.r Newton, que dans les endroits où il pleut & où le soleil luit en même tems, & l'on peut former des arcs-en-ciel par art en faisant jaillir de l'eau, qui poussée en l'air & dispersée en gouttes, retombe en forme de pluie. Car le soleil donnant sur ces gouttes, il en résulte un arc-en-ciel qu'on apperçoit, pourvu qu'on se trouve dans une position convenable à l'égard de cette pluie & du soleil : aussi convient-on actuellement que l'arc-en-ciel est formé par la réfraction de la lumière du soleil dans des gouttes de pluie. C'est ce que quelques anciens avaient conçu, & ce qui a été pleinement découvert & expliqué dans ces derniers tems par le célébre *Antoine de Dominis*, Archevêque de *Spalato*, dans son Livre *de radiis visûs & lucis*, publié à Venise en 1611 par *Bartolus*. Car il fait voir dans ce Livre comment l'arc-en-ciel intérieur est produit dans des gouttes rondes de pluie par deux réfractions de la lumière du soleil, & par une réflexion entre deux; & l'extérieur, par deux réfractions & deux sortes de réflexions que la lumière éprouve dans chaque goutte de pluie entre ces deux réfractions : il prouve ces explications par des expériences qu'il fait avec une phiole pleine d'eau, & avec des globes de verre remplis d'eau & exposés au soleil pour y faire voir les couleurs des deux arcs. Descartes qui a suivi cette explication dans ses météores, a corrigé celle de l'arc extérieur. Mais comme ils ne connaissaient pas la vraie origine des couleurs, je vais examiner de nouveau cette matière.

757. Pour comprendre donc comment se fait l'arc-en-ciel, soit une goutte d'eau ou tout autre corps sphérique transparent représenté par le globe $BNFG$ décrit du centre C & de l'in- Fig. 670.

tervalle CN. Suppoſons que AN ſoit un des rayons du ſoleil tombant ſur ce globe en N où il eſt rompu ; qu'en conſéquence de cette réfraction il parvienne en F; que là il ſoit rompu & ſorte de la ſphere ſuivant FV, ou ſoit réfléchi, & aille enſuite en G; qu'étant en G, il ſoit rompu & ſorte ſuivant GR, ou ſoit réfléchi & aille en H; que là il ſoit rompu & ſorte ſuivant HS, coupant le rayon incident AN en Y. Soient prolongées AN & RG juſqu'à ce qu'elles ſe rencontrent en X; & ſoient abaiſſées ſur AX & NF les perpendiculaires CD & CE, dont on prolongera la premiere juſqu'à la rencontre de la circonférence en L. Soit enfin tiré le diametre BQ parallele au rayon incident AN; & ſoit le ſinus d'incidence au ſinus de réfraction, en paſſant de l'air dans l'eau, comme I eſt à R. Préſentement ſi l'on ſuppoſe que le point d'incidence N ſe meuve depuis le point B ſans diſcontinuer juſqu'à ce qu'il parvienne en L, l'arc QF augmentera d'abord & enſuite diminuera, ainſi que l'angle AXR formé par les rayons AN & GR; & l'arc QF & l'angle AXR ſeront les plus grands lorſque ND ſera à NC comme $\sqrt{(II - RR)}$ eſt à $\sqrt{3RR}$, dans lequel cas NE ſera à ND comme $2R$ eſt à I. De même l'angle AYS formé par les rayons AN & HS diminuera d'abord & enſuite augmentera; & il deviendra le plus petit lorſque ND ſera à NC comme $\sqrt{(II - RR)}$ eſt à $\sqrt{8RR}$, cas dans lequel NE ſera à ND comme $3R$ eſt à I. De même l'angle que forment le rayon qui ſort après trois réflexions, & le rayon incident AN, parviendra à ſa limite, lorſque ND ſera à NC comme $\sqrt{(II - RR)}$ eſt à $\sqrt{15RR}$; & en ce cas, NE ſera à ND comme $4R$ eſt à I. Et l'angle que forment le rayon qui ſort après quatre réflexions, & le rayon incident AN, parvient à ſa limite lorſque ND eſt à NC comme $\sqrt{(II - RR)}$ eſt à $\sqrt{24RR}$; auquel cas NE eſt à ND comme $5R$ eſt à I; & ainſi de ſuite à l'infini, les nombres 3, 8, 15, 24, &c. ſe formant par l'addition continuelle des termes de la progreſſion arithmétique 3, 5, 7, 9, &c. Tout cela eſt évident par l'Art. 754 & par les Art. 383 & 384.

758. Préſentement il faut remarquer que lorſqu'en augmentant la diſtance CD, ces angles parviennent à leurs limites, la quantité dont ils ſont ne varie que fort peu pendant quelque tems ; & que, par cette raiſon, les rayons qui tombent ſur

tous les points N du quart de cercle BL, sortiront en bien plus grande quantité dans les limites de ces angles que dans toute autre inclinaison. Ajoûtez à cela que de tous les rayons qui tombent sur le quart de cercle BN, il n'y a que les rayons contigus qui sortent dans les limites de ces angles, qui puissent sortir paralleles *, & que les autres rayons contigus sortent divergens de points situés derriere ou devant la goutte, & par conséquent entreront dans l'œil, à une distance considérable de la goutte, beaucoup plus rares que les rayons paralleles. Cela est évident en observant que tandis que l'arc BN croît continuellement depuis zero, & que l'angle AXR, par exemple, croît aussi, les rayons qui sortent successivement perdant continuellement de leur inclinaison sur les rayons incidens ou sur la ligne fixe BQ, font successivement de petits angles entr'eux : la même chose est évidente tandis que l'angle AXR décroît, les rayons étant de plus en plus inclinés à PQ; par conséquent les rayons incidens contigus doivent sortir paralleles dans la limite entre l'accroissement & la diminution de cet angle. Fig 671.

759. Il faut observer encore que les limites des angles d'émergence des rayons de réfrangibilité différente seront différens; que par conséquent ils sortiront, selon leurs différens degrés de réfrangibilité, en plus grande quantité sous différens angles; & qu'étant séparés les uns des autres, ils paraîtront chacun de leur propre couleur. Ajoûtez à cela, que quoique les rayons hétérogenes d'un petit faisceau quelconque, comme AN, soient séparés par les réfractions qu'ils éprouvent dans la goutte, en rayons $NFGR$, $Nfgr$, chacun d'une seule couleur, cependant ces rayons émergens GR, gr n'affecteront pas l'œil de maniere qu'il distingue leurs couleurs, à moins qu'ils ne soient dans les limites des angles AXR, Axr, parce qu'il y a partout, dans ces plus grands angles, un nombre infini de semblables Fig. 672.

*939. Ces rayons qui sortent paralleles & de plus sont très-proches l'un de l'autre, agissant par conséquent avec force sur l'œil, lorsqu'ils le rencontrent, sont nommés à cause de cela *rayons efficaces*. Ces rayons sont réfléchis au même point de la goutte, dans le premier arc-en-ciel, & sont parallelles après la premiere réflexion dans le second; ensorte que pour trouver les rayons efficaces dans le premier arc-en-ciel, il ne s'agit que de trouver quels sont les rayons paralleles infiniment proches, qui après être entrés dans la goutte, se rencontrent au même point de sa concavité, & delà se réfléchissent vers l'œil; & dans le second, quels sont ceux qui, après leur premiere réflexion, sont paralleles.

pinceaux colorés diversement, inclinés les uns aux autres, qui ainsi sont mêlés ensemble & par conséquent paraissent blancs ou sans couleur distincte. La même chose peut se dire des rayons émer-
Fig. 670. gens en quelqu'endroit que ce soit dans le plus grand angle NYS.

760. Maintenant ces angles se peuvent trouver, d'abord en calculant les angles d'incidence & de réfraction, par l'Art. 754 ou par les Art. 383 & 384, & ensuite les angles mêmes AXG, AYS, par l'Art. 750. Car les sinus I & R, pour les rayons les moins réfrangibles, sont 108 & 81 (*Art 170*); d'où l'on trouvera, par le calcul, le plus grand angle AXR de 42°. 2' & le plus petit angle AYS de 50°. 57'. Et pour les rayons les plus réfrangibles les sinus I & R sont 109 & 81; d'où l'on trouvera le plus grand angle AXR de 40°. 17' & le plus petit AYS de 54°. 7'.

Fig. 673. 761. Supposons actuellement que O est l'œil du spectateur,

940. Mais l'on peut trouver les rayons efficaces, pour tous les arcs-en-ciel à l'infini, en cherchant d'une maniere générale le point où doivent tomber les rayons du soleil, pour sortir ensuite paralleles, après avoir été réfléchis un certain nombre de fois.

Soit N (*Fig. 670*) le point cherché. Soit le rayon $CN = 1$; CD perpendiculaire au rayon incident AN prolongé & égale au sinus de l'arc BN, $= x$; l'arc $NnF = FfG = GhH = A$; l'arc $nFf = fg = gGh = B$; le nombre de réflexions $= N$. L'arc $NFGH = (1+N)A$, & $nfgh = (1+N)B$; & la différence de ces arcs $Nn + Hh = (1+N)(A-B) = (1+N)(Nn - Ff)$. Mais la Figure $NnFf$ est parfaitement semblable & égale à la Figure $HhGg$; donc $Nn = Hh$, & $Ff = Gg$; donc $2Nn = (1+N)(Nn-Ff)$, qui donne $Nn(N-1) = (N+1)Ff$, & par conséquent $N+1 : N-1 :: Nn : Ff :: Np : pf$ ou pF, d'où l'on a $2N : N+1 :: NF : Np$; & ainsi $Np = \frac{N+1}{2N} \times NF$. Le point cherché N doit donc être un endroit de la circonférence tel que la partie Np du rayon rompu comprise entre ce point & le foyer p, soit $= \frac{N+1}{2N} \times NF$. Mais (*Note 617*) $Np = \frac{cc}{c - mb}$, dans le cas des rayons paralleles ou de $a = \infty$, & ici $b = \sqrt{(1 - xx)}$, $c = \sqrt{(1 - mmxx)}$, & par conséquent $NF = 2\sqrt{(1 - mmxx)}$; on aura donc cette équation $\frac{N+1}{N}\sqrt{(1 - mmxx)} = \frac{1 - mmxx}{\sqrt{(1-mmxx)} - m\sqrt{(1-xx)}}$; d'où l'on déduira $x = \frac{\sqrt{[m^2(N+1)^2 - 1]}}{m\sqrt{(N^2+2N)}}$.

Cette solution est de M.r Jean Bernouilli (*Voyez le 4e Volume de ses Œuvres*).

941. Si l'on veut avoir le point N pour le premier arc-en-ciel, alors comme il n'y a qu'une seule réflexion, on aura $x = \frac{\sqrt{4m^2 - 1}}{m\sqrt{3}}$.

942. Si l'on veut le même point pour le second arc-en-ciel, comme les rayons souffrent deux réflexions, on aura $x = \frac{\sqrt{(9m^2 - 1)}}{m\sqrt{8}}$.

943. Pour le troisieme arc-en-ciel, on trouverait de même $x = \frac{\sqrt{(16m^2 - 1)}}{m\sqrt{15}}$. Et ainsi des autres.

& *OP* une ligne parallele aux rayons du soleil. Soient *POE*, *POF*, *POG*, *POH* des angles de 40°. 17′, de 42°. 2′, de 50°. 57′ & de 54°. 7′ respectivement. Ces angles étant supposés tourner autour de leur côté commun *OP*, leurs autres côtés *OE*, *OF*, *OG*, *OH* décriront les bords de deux arcs-en-ciel *AFBE* & *CHDG*. Car si *E*, *F*, *G*, *H* sont des gouttes placées en quelqu'endroit que ce soit des surfaces coniques décrites par *OE*, *OF*, *OG*, *OH*, & qu'elles soient éclairées par les rayons du soleil *SE*, *SF*, *SG*, *SH*; l'angle *SEO* étant égal à l'angle *POE* qui est de 40°. 17′, sera le plus grand angle que puissent faire la ligne *SE* & les rayons les plus réfrangibles qui sont rompus vers l'œil après une réflexion; & par conséquent toutes les gouttes situées dans la ligne *OE*, enverront à l'œil la plus grande quantité possible de rayons les plus réfrangibles, au moyen de quoi on appercevra le violet le plus foncé dans cet endroit. De même, l'angle *SFO* étant égal à l'angle *POF* de 42°. 2′, sera le plus grand angle sous lequel les rayons les moins réfrangibles puissent sortir des gouttes, après une réflexion; & par conséquent les gouttes situées dans la ligne *OF* enverront à l'œil la plus grande quantité possible de ces rayons, ensorte que l'on appercevra le rouge le plus foncé dans cet endroit. Par la même raison, il viendra, des gouttes situées entre *E* & *F*, la plus grande quantité possible de rayons de degrés intermédiaires de réfrangibilité, qui feront par conséquent appercevoir toutes les couleurs intermédiaires dans l'ordre qu'exige leurs différens degrés de réfrangibilité; c'est-à-dire, en allant de *E* en *F* ou de la partie intérieure de l'arc *AFBE* à la partie extérieure, dans cet ordre : violet, indigo, bleu, vert, jaune, orangé & rouge. Mais le violet étant mêlé avec la lumiere blanche des nuages, ce mêlange le fera paraître faible & tirant sur le pourpre. J'observe de plus que tous les rayons, excepté le violet, contenus dans la ligne *SE*, sortiront de *E* sous un angle plus grand que *SEO* formé par le violet, & par conséquent passeront au dessous de l'œil; & que tous les rayons, excepté le rouge, contenus dans la ligne *SF*, sortiront de *F* sous un angle plus petit que *SFO* formé par le rouge, & par conséquent passeront au dessus de l'œil : au moyen de quoi on ne verra, de toutes les couleurs contenues dans

SF & dans *SE*, que le rouge de l'une & le violet de l'autre.

762. De plus, l'angle *SGO* étant égal à l'angle *POG* qui est de 50°. 51′, sera l'angle le plus petit sous lequel les rayons les moins réfrangibles puissent sortir des gouttes après deux réflexions; par conséquent les gouttes qui se trouvent sur la ligne *OG*, enverront à l'œil le plus grand nombre possible de ces rayons; d'où l'on appercevra le rouge le plus vif à l'endroit où sont ces gouttes. Et l'angle *SHO* étant égal à l'angle *POH* de 54°. 7′, sera l'angle le plus petit sous lequel les rayons les plus réfrangibles puissent sortir des gouttes après deux réflexions; & par conséquent l'œil recevra, des gouttes situées dans la ligne *OH*, la plus grande quantité possible de ces rayons, lesquels feront appercevoir le violet le plus foncé à l'endroit où sont ces gouttes. Par la même raison, les gouttes qui sont entre *G* & *H*, feront paraître des couleurs intermédiaires dans l'ordre qu'exigent leurs degrés de réfrangibilité; c'est-à dire, qu'en allant de *G* en *H*, ou de la partie intérieure de l'arc-en-ciel *CHDG* à l'extérieure, les couleurs paraîtront dans cet ordre : rouge, orangé, jaune, vert, bleu, indigo & violet; & comme *OE*, *OF*, *OG*, *OH* peuvent être situées en quelqu'endroit que ce soit des surfaces coniques dont il a été question ci-dessus ce qui vient d'être dit des gouttes & des couleurs qui sont sur ces lignes, doit être appliqué aux gouttes & aux couleurs qui sont en tout autre endroit de ces surfaces*.

763. C'est ainsi que seront formés deux arcs colorés, l'un

* 944. Mr. Newton suppose que les gouttes d'eau qui produisent le second arc-en-ciel, sont sphériques comme celles qui produisent le premier; son calcul est même fondé sur cette supposition : cependant il parait que si elle était vraie, il n'y aurait jamais de second arc-en-ciel. C'est du moins ce qui résulte, selon la remarque du sçavant P. Boscovich (*Mémoires des Savans Étrangers*, *Tome III*), de la théorie des accès de facile réflexion & de facile transmission, que Mr. Newton établit au second Livre de son Optique. Pour faire entendre en quoi consiste la difficulté, mettons ici ce qu'il est nécessaire de se rappeller de la théorie de Mr. Newton. Tout ce qu'on va voir est tiré de son Optique, Livre II Partie III, Édition française.

945. Les Notes 469, 473 & 475 & l'Ar. 200 font voir qu'une espece de rayons quelconque tombant sur une plaque mince & transparente, est réfléchie & transmise alternativement pendant plusieurs successions, à mesure que l'épaisseur de la plaque augmente, selon la progression arithmétique 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, &c.; ensorte que si la premiere réflexion (celle qui produit le premier ou le plus intérieur des anneaux colorés) se fait à l'épaisseur 1, les rayons seront transmis aux épaisseurs 0, 2, 4, 6, 8, 10, &c., & formeront par là la tache du centre & les anneaux lumineux qui sont vus par trans-

intérieur

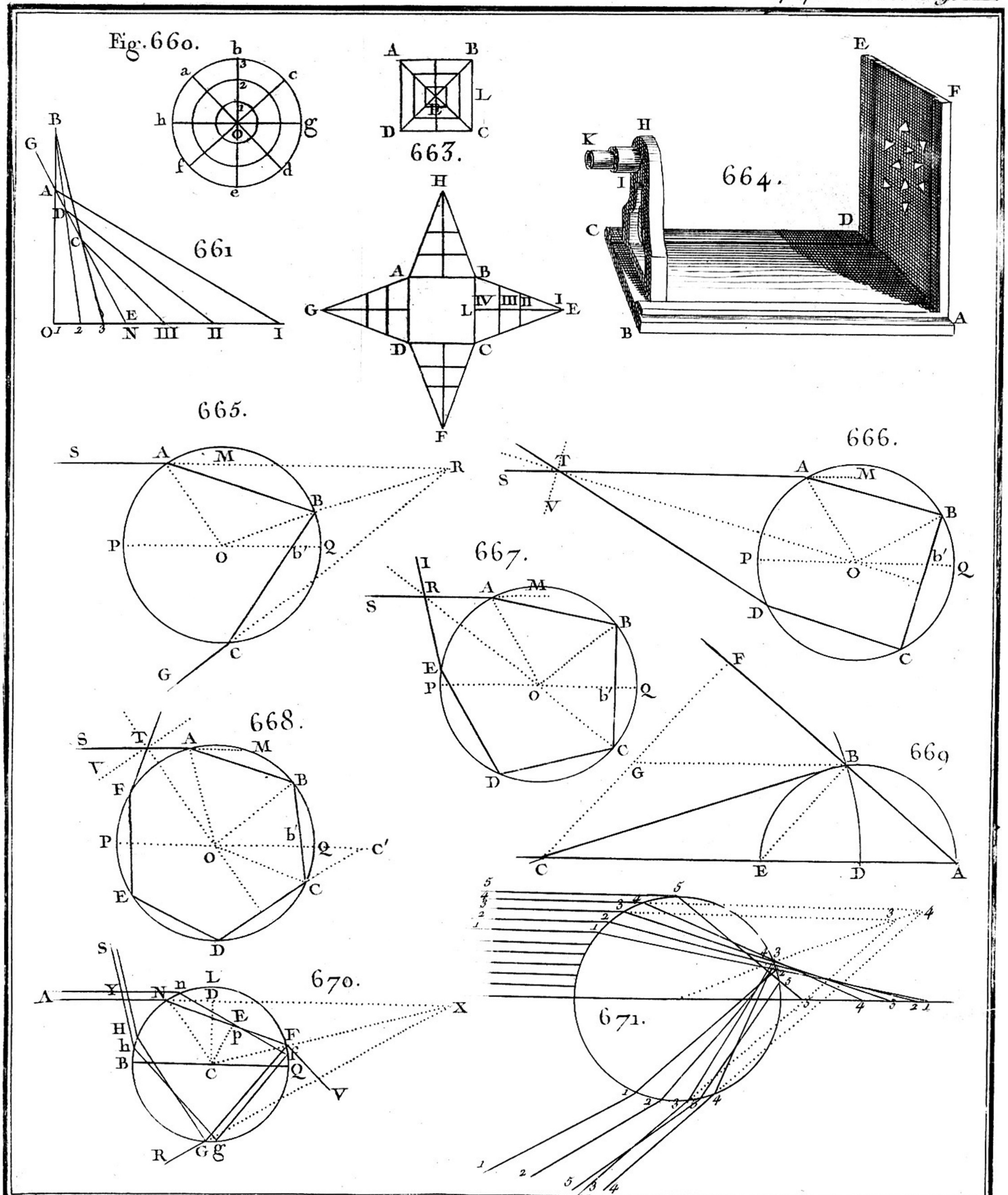


Fig. 660.
661
663.
664.
665.
666.
667.
668.
669
670.
671.

intérieur & composé de couleurs plus vives, par une réflexion unique dans les gouttes; & l'autre extérieur & composé de

mission; ils seront réfléchis aux épaisseurs 1, 3, 5, 7, 9, 11, &c. & formeront par là les anneaux qu'on voit par réflexion. Mr. Newton observe que cette réflexion & cette transmission alternatives se font plus de cent fois de suite, même plusieurs milliers de fois.

946. Or cette réflexion & cette réfraction alternatives dépendent des deux surfaces de chaque plaque mince, parce qu'elles dépendent de leur distance mutuelle; ce que Mr. Newton prouve en faisant remarquer que si l'une ou l'autre surface d'une plaque de talc de Moscovie est mouillée, les couleurs produites par la réflexion & la réfraction s'affaiblissent aussi-tôt.

947. La réflexion & la réfraction se font donc à la seconde surface. Car si elles se faisaient à la premiere avant que les rayons arrivassent à la seconde, elles ne dépendraient pas de la seconde.

948. Elles dépendent aussi de quelque action ou disposition qui se communique de la premiere surface à la seconde; parce qu'autrement les rayons étant parvenus à la seconde, cette réflexion & cette réfraction alternatives ne dépendraient plus de la premiere surface. Et cette action ou disposition est communiquée de maniere qu'elle a constamment ses interruptions & ses retours à intervalles égaux; parce que dans son progrès elle dispose le rayon, à une certaine distance de la premiere surface, à être réfléchi par la seconde, & qu'à une autre distance elle le dispose à être transmis par cette même surface; & cela à des intervalles égaux, & un très-grand nombre de fois. Le rayon étant disposé à être réfléchi aux distances 1, 3, 5, 7, 9, &c. & à être transmis aux distances 0, 2, 4, 6, 8, 10, &c., sa disposition à être réfléchi aux distances 3, 5, 7, 9 &c. doit être considérée comme un retour de la même disposition qu'avait le rayon à la distance 1; & sa disposition à être transmis aux distances 2, 4, 6, 8, &c. comme un retour de la disposition qu'il avait à la distance 0, c'est-à-dire, lorsqu'il passait à travers la premiere surface réfringente.

949. Ces retours d'un rayon quelconque à être réfléchi ou à être transmis, Mr. Newton les appelle *Accès de facile réflexion* ou *de facile transmission*; & *intervalle* de ces accès, l'espace qui se trouve entre chaque retour & le retour suivant.

950. Entre les diverses propositions que Mr. Newton établit ensuite sur ces accès, en voici deux qu'il faut se rappeller pour entendre la difficulté du P. Boscovich. La premiere, que la raison pour laquelle les surfaces des corps transparens qui ont de l'épaisseur, réfléchissent une partie de la lumiere qui tombe sur ces corps, & rompent le reste, c'est qu'une partie des rayons se trouve, au moment où ils tombent, dans des accès de facile réflexion, & les autres dans des accès de facile transmission. Delà Mr. Newton conclut que la lumiere a ses accès de facile réflexion & de facile transmission avant de tomber sur les corps transparens. Et il y a apparence, ajoûte-t'il, que ces sortes d'accès lui viennent dès qu'elle commence à émaner des corps lumineux, & qu'elle les conserve pendant tout son progrès; ces accès étant durables de leur nature, comme il paraît par la quatrieme partie du Livre II de son Optique.

951. L'autre proposition concerne les intervalles de ces accès & consiste en ceci: savoir, que l'intervalle entre les accès de facile réflexion & de facile transmission est le même dans tout rayon, après qu'il a été réfléchi, qu'il le serait si le même rayon passait d'un autre milieu dans celui que termine la surface qui l'a réfléchi, sous un angle de réfraction égal à l'angle de réflexion. Car lorsque la lumiere a été réfléchie, dit Mr. Newton, par la seconde surface des plaques minces, elle sort librement par la premiere surface pour former les anneaux colorés qui paraissent par réflexion; & en sortant ainsi librement, elle rend les couleurs de ces anneaux plus vives & plus fortes que celles

couleurs plus faibles, par deux réflexions : car la lumière s'affai-

qui paraissent de l'autre côté des plaques par le moyen de la lumiere transmise. Les rayons réfléchis se trouvent donc, à leur sortie, dans des accès de facile transmission; ce qui n'arriverait pas toujours si les intervalles des accès au dedans de la plaque, après la réflexion, n'étaient pas de la même longueur & dans le même nombre que leurs intervalles avant la réflexion. Mr. Newton prouve de nouveau cette loi fort au long dans la quatrieme partie déja citée du Livre II de son Optique.

952. Le P. Boscovich conclut de cette loi que lorsqu'un rayon tombant sur une surface quelconque est réfléchi sous le même angle que celui dans lequel il est entré d'abord dans le milieu terminé par cette surface, il doit y avoir les mêmes intervalles entre les accès après la reflexion, qu'il y en avait avant; après quoi il raisonne ainsi. Soit *NFG* (*Fig.* 670) une goutte sphérique sur laquelle tombe un rayon *AN*, dont une partie étant réfléchie, le reste entre suivant *NF*, & est réfléchi en partie suivant *FG*. Pour qu'il y ait un second arc-en-ciel, il faut, comme on a vu, qu'une partie de ce qui a été réfléchi suivant *FG*, soit réfléchi suivant *GH* & sorte suivant *HS*. Or, ces rayons qui sont entrés en *N*, dans la goutte, étaient dans un accès de facile transmission, & en *F* dans un accès de facile réflexion. C'est pourquoi l'angle que la corde *FG* fait avec la surface en *F*, étant égal à l'angle que la corde *NF* fait avec la même surface en *F* & en *N*, les intervalles des accès seront égaux dans ces deux cordes; & de plus la corde *FG* étant égale à la corde *NF*, il y aura le même nombre d'intervalles dans la premiere que dans la seconde; ensorte que de même qu'il a succédé dans la corde *NF* une facile réflexion en *F* à la facile transmission qu'il y a eu en *N*, de même il doit succéder dans la corde *GF* une facile transmission en *G* à la facile réflexion en *F*. Il n'y aura donc point ou presque point de ces rayons qui se réfléchissent en *G*, mais ils sortiront tous ou presque tous, & feront voir un premier arc-en-ciel.

953. La seule reponse que le P. Boscovich trouve qu'on peut faire à cette difficulté, c'est que les gouttes de pluie ne sont point exactement rondes, comme on le suppose, sans cependant qu'elles en differe beaucoup; la plus legere différence étant suffisante pour qu'il y ait un ou deux intervalles entre des accès opposés, de plus ou de moins. Si la corde *FG* est plus courte que la corde *FN*, seulement autant que le demande un intervalle entre des accès opposés, toutes les particules des rayons qui auraient dû avoir en *G* un accès de facile transmission, après l'accès de facile réflexion en *F*, seront au contraire dans un accès de facile réflexion & seront par conséquent réfléchies. Or, un intervalle entre des accès opposés est si petit, & demande une différence si légere, de la sphéricité parfaite, que les angles en *F* & *G* n'en doivent point être sensiblement altérés, ensorte que l'angle le plus grand, dans le premier arc-en-ciel, & l'angle le plus petit, dans le second, demeureront sensiblement les mêmes qu'on les trouve par un calcul fondé sur une rondeur parfaite.

954. La quantité dont il faut que la figure des gouttes differe de la sphéricité parfaite pour que le second arc-en-ciel ait lieu, est peut-être la cause, dit le P. Boscovich, pour laquelle il paraît si rarement, ou du moins avec des couleurs assez vives. Si la forme des gouttes approche assez de la rondeur parfaite pour que la corde *FG* ne contienne pas un intervalle entier de plus ou de moins que la corde *NF*, il ne pourra point y avoir de second arc-en-ciel. Si par une legere agitation de l'air, la figure des gouttes souffre le petit changement qui est nécessaire, il y aura un grand nombre de rayons qui se réfléchiront suivant *GH*; & s'il se trouve dans *GH* un nombre impair d'intervalles comme dans *NF*, ces mêmes rayons seront transmis en *H*; & l'on verra alors un second arc-en-ciel sous un angle qui sera sensiblement le même que celui que l'on trouve par le calcul dans l'hypothése ordinaire d'une sphéricité parfaite. Si l'agitation est assez violente pour que la figure souffre un

blit à chaque réflexion ¶. Les couleurs de ces deux arcs seront dans un ordre opposé, l'une à l'égard de l'autre, le premier ayant le rouge en dehors, & le pourpre en dedans; & le second le rouge en dedans & le pourpre en dehors. La largeur apparente *EOF* de l'arc intérieur sera de 1°. 45′, la largeur *GOH* de l'extérieur, de 3°. 10′, & la distance apparente *GOF* entre les deux arcs de 8°. 55′; le plus grand demi-diametre de l'arc intérieur, c'est-à-dire, l'angle *POF* étant de 42°. 2′ & le plus petit demi-diametre *POG* de l'arc extérieur, de 50°. 57′ §.

764. Telles seraient les mesures de ces arcs, si le soleil n'était

changement trop considérable & devienne trop irréguliere, les angles en *C* & en *D* ne seront plus de la même grandeur, ni de celle dont ils doivent être, & il n'y aura plus de rayons efficaces séparés.

¶. 955. La raison de cet affaiblissement est qu'à chaque réflexion il sort de la goutte une partie des rayons qui la rencontrent. Les rayons qui parviennent en *F* (*Fig. 670*), ne sont pas tous réfléchis; il y en a une partie qui sort suivant *FV*. De même les rayons qui, après avoir été réfléchis en *F*, vont tomber ensuite en *G*, sont transmis en partie suivant *GR*; de sorte qu'il n'y en a qu'une partie de réfléchis: il en sera de même si, au lieu de sortir en *H*, ils y sont réfléchis. Ajoûtez à cela que les rayons qui sont réfléchis, ne le sont pas tous réguliérement, & que plusieurs sont dispersés; ensorte que tous ceux qui sont réfléchis en *F*, ne parviennent point en *G* après la réflexion; que ceux qui sont réfléchis en *G*, ne vont point tous se rendre en *H*, &c. On voit donc pourquoi les couleurs du second arc-en-ciel sont toujours si faibles, & en même tems pourquoi il est si rare d'en voir un troisieme, puisque pour le former il faut que les rayons souffrent trois réflexions.

§ 956. On remarquera que l'on voit un portion de l'arc-en-ciel plus ou moins grande, suivant que le soleil est moins ou plus élevé sur l'horison. Car supposons le soleil à l'horison, ainsi que le spectateur; l'axe *OP* du cone que forment les rayons efficaces, sera parallele à l'horison. Le centre de l'arc-en-ciel qui est situé dans cet axe, sera donc dans le plan de l'horison, & dans la rigueur même un peu au dessus; & par conséquent l'arc-en-ciel formera un demi-cercle. Supposons ensuite que le soleil s'éleve; l'axe *OP* qui est toujours parallele aux rayons de cet astre, s'inclinera à mesure & s'abaissera de la même quantité au dessous de l'horison; & l'arc-en-ciel deviendra par conséquent une partie de cercle continuellement plus petite.

957. On voit donc que lorsque le soleil est élevé à la hauteur de 42°, l'axe *OP* se trouvant abaissé de cette même quantité au dessous de l'horison, le sommet du premier arc-en-ciel est alors à l'horison; & que par conséquent cet arc disparait entiérement si le soleil s'éleve davantage. Quant au second; il est encore visible, & il ne disparaît que quand le soleil est parvenu à plus de 54° de hauteur.

958. Si le soleil étant à l'horison ou au-dessous, le spectateur se trouve sur une éminence considérable, lorsqu'il vient à se former un arc-en-ciel, l'axe *OP* sera fort élevé au dessus de l'horison, & par conséquent l'arc-en-ciel surpassera un demi-cercle; & si le lieu étant extrêmement élevé, la pluie est à peu de distance du spectateur, l'arc-en-ciel pourra former près d'un cercle, peut-être même un cercle entier.

959. On conçoit que la grandeur de l'arc-en-ciel dépend de la distance à laquelle la pluie tombe du spectateur. Car plus la pluie en sera proche, plus la base du cone que forment les rayons efficaces sera d'un petit diametre, & par

qu'un point ; mais comme cet astre a un diametre d'environ un demi-degré, la largeur des arcs sera augmentée & leur distance sera diminuée de cette quantité. Ainsi la largeur de l'arc-en-ciel intérieur sera de 2°. 15'; celle de l'extérieur, de 3°. 40'; leur distance l'un de l'autre, de 8°. 25'; le plus grand demi-diametre de l'arc-en-ciel intérieur de 42°. 17', & le plus petit demi-diametre de l'arc-en-ciel extérieur de 50°. 42'. Car soit
Fig. 674. *SEO* la limite de tous les angles formés par les rayons d'une couleur quelconque, qui, étant partis du centre du soleil, sont réfléchis à l'œil *O* par la goutte située en *E*. Soit pris à volonté dans le rayon *SE* un point quelconque *S*, & soient les angles *ESM*, *ESN* égaux chacun, ainsi que les angles *EOM*, *EON*, à un quart de degré, c'est-à-dire, à la moitié de la largeur apparente du soleil. Soit tirée *OS*; les sommes des angles, à la base *OS*, des triangles *OSM*, *OSE*, *OSN* étant égales, les angles *M*, *E*, *N* sont aussi égaux. Par conséquent l'angle *SMO* sera la limite de tous les angles formés comme auparavant par les rayons incidens & émergens de la même couleur, qui viennent du point *m* le plus élevé du disque du soleil; & *SNO* la limite de tous les angles formés comme auparavant par les rayons incidens & émergens de la même couleur, qui viennent du point *n* le plus bas du disque du soleil. Donc si les rayons du soleil étaient tous de la même couleur, ou d'une réfrangibilité pareille, la largeur apparente de l'arc-en-ciel, mesurée par l'angle *MON*, ne serait que la moitié d'un dégré, ou égale à la largeur apparente du soleil mesurée par l'angle *MSN* ou *mSn*. Mais ces rayons étant différemment réfrangibles, imaginez la goutte *E* placée en quelqu'endroit que ce soit des bandes intérieures ou extérieures des arcs-en-ciel, décrites ci-dessus dans la supposition que le soleil ne fût qu'un point; & alors il est évident que l'angle *EOM* doit être ajoûté en dedans, & *EON* en dehors, aux angles qui soutendent en *O* les largeurs de ces arcs, pour avoir leurs largeurs apparentes. L'arc-en-ciel

conséquent plus l'arc-en-ciel sera petit : il est évident que c'est tout le contraire si la pluie est éloignée.

960. Ce n'est pas seulement le jour qu'on voit des arcs-en-ciel ; on en voit aussi la nuit, qui sont produits par la lumiere de la lune de la même maniere que ceux qu'on voit le jour ; ensorte qu'ils ne demandent point une explication particuliere. (*Voyez les Essais de Physique de Musschenbroek*).

eſt donc une image circulaire du ſoleil réfléchie à l'œil par les parties les plus éloignées des ſurfaces d'une infinité de gouttes de pluie, & dilatée en largeur par la réfrangibilité inégale des rayons de différentes couleurs.

765. Les dimenſions de l'arc-en-ciel ſe trouvent en effet les mêmes que celles qui ont été déterminées ci-deſſus, à peu de choſe près, lorſque ſes couleurs ſont les plus vives & les mieux marquées. Car en ayant meſuré un, dit M.r Newton, par le moyen des inſtrumens que j'avais alors, je trouvai que le plus grand demi-diametre de l'arc-en-ciel intérieur était d'environ 42°, & que la largeur du rouge, du jaune & du vert de cet arc-en-ciel était d'environ 63′ ou 64′, outre 3′ ou 4′ qu'on pouvait y ajoûter par rapport au rouge affaibli & obſcurci par l'éclat des nuages. La largeur du bleu était d'environ 40′, ſans compter le violet qui était tellement obſcurci par l'éclat des nuages, que je ne pus en meſurer la largeur. Mais ſuppoſant que la largeur du bleu & du violet pris enſemble, fût égale à celle du rouge, du jaune & du vert pris enſemble, la largeur entiere de cet arc-en-ciel intérieur devait être d'environ 2° $\frac{1}{4}$, comme ci-deſſus. La plus petite diſtance entre cet arc-en-ciel & l'arc-en-ciel extérieur était d'environ 8°. 30′. L'arc-en-ciel extérieur était plus large que l'intérieur, mais ſes couleurs étaient ſi faibles, particulierement le bleu & le violet, qu'il me fût impoſſible d'en diſtinguer aſſez bien la largeur pour pouvoir la meſurer. Une autre fois que les deux arcs paraiſſaient plus diſtinctement, je trouvai que la largeur de l'arc-en-ciel intérieur était de 2°. 10′, & que dans l'extérieur la largeur du rouge, du jaune & du vert était à la largeur des mêmes couleurs, dans l'arc-en-ciel intérieur, comme 3 à 2.

766. Si l'on veut répéter ces obſervations après M.r Newton, on obſervera que le demi-diametre de l'arc (ou d'une bande quelconque colorée de l'un ou l'autre des arcs) eſt égal à la hauteur apparente de celui de ces points qui eſt le plus élevé, augmentée de la hauteur du ſoleil, & par conſéquent ſe peut meſurer au moyen d'un quart de cercle ordinaire. Car ſoit *SOP* l'axe des arcs paſſant par le ſoleil *S* & l'œil *O*, *GOH* une ligne horiſontale, *E* le point le plus élevé d'une bande quelconque de l'un ou l'autre de ces arcs, dont on cherche Fig 675.

le demi-diametre apparent EOP. Il est évident que l'angle $EOP = EOH + SOG$.

767. Cette explication de l'arc-en-ciel est encore confirmée par une expérience connue qui a été faite par Antoine de Dominis & par Descartes. Elle consiste à suspendre un globe de verre plein d'eau en quelqu'endroit où il soit exposé au soleil, & à y jetter les yeux en se plaçant de manière que les rayons qui viennent du globe à l'œil, puissent faire avec les rayons du soleil un angle de 42 ou de 50 degrés. Car si l'angle est d'environ 42 ou 43 degrés, supposant qu'on ait l'œil en O, on verra un rouge fort vif sur le côté du globe opposé au soleil, comme cela est représenté en F; & si cet angle devient plus petit, ce qui arrive en faisant descendre le globe en E, il paraîtra successivement d'autres couleurs sur le même côté du globe, savoir, le jaune, le vert & le bleu. Mais si l'on fait l'angle d'environ 50°, en haussant le globe en G, il paraîtra du rouge sur le côté du globe qui est vers le soleil; & si l'on fait l'angle encore plus grand, en haussant le globe jusqu'en H, le rouge se changera successivement en jaune, vert & bleu. J'ai éprouvé la même chose sans faire changer de place au globe, en élevant ou baissant l'œil, pour rendre l'angle d'une grandeur convenable.

768. Si on a la vue bonne, on apperçoit, outre les différens arcs qui forment le premier arc-en-ciel, plusieurs autres arcs colorés situés au dedans de cet arc. C'est ce qu'a observé Mr. Langwith : voici comme il décrit la principale de ses observations. Les couleurs du premier arc-en-ciel étaient comme elles sont d'ordinaire, à l'exception du pourpre qui tirait beaucoup sur le rouge. Sous cet arc-en-ciel il y avait un arc vert qui tirait en haut beaucoup sur un jaune clair, & qui en bas était d'un vert plus foncé ; sous cet arc en étaient deux autres de pourpre tirant sur le rouge & deux de vert, disposés alternativement. Sous ces arcs il y en avait un autre de couleur de pourpre très-faible qui paraissait & disparaissait à diverses reprises. Ainsi les différens ordres ou successions de couleurs étaient 1.° rouge, orangé, jaune, vert, bleu clair, bleu foncé & pourpre ; 2.° vert clair, vert foncé & pourpre ; 3.° vert, pourpre ; 4.° vert & pourpre très-faible. Nous avions donc quatre suites de couleurs, & peut-être le commencement d'une cinquieme ; car je ne doute pas que ce que j'ai nommé pourpre,

quoique très-rouge, ne fût un mêlange du pourpre de la premiere suite avec le rouge de la suite qui venait après, & le vert un mêlange des couleurs intermédiaires. Autant que j'en ai pu juger, la largeur de la premiere suite était égale à celle de toutes les autres ensemble. Je n'ai jamais observé ces suites de couleurs dans la partie inférieure de l'arc-en-ciel, quoiqu'elle soit incomparablement plus vive que la partie supérieure au dedans de laquelle on voit ces couleurs. J'ai remarqué cela si souvent que j'ai peine à croire que cela soit accidentel.

769. Cette apparence est dûe, selon M.r Pamberton, aux rayons que les gouttes d'eau réfléchissent irrégulierement, outre ceux qu'elles renvoient dans un ordre régulier. Voici comme il l'explique (*Transactions philosophiques N.° 375*) en y appliquant la théorie des accès de facile réflexion & de facile transmission. Soit AB un globule d'eau; B le point d'où les rayons d'une espece déterminée étant réfléchis en C & sortant ensuite suivant CD, vont se rendre à l'œil & font paraître dans l'arc-en-ciel la couleur qui leur appartient. Supposons qu'outre la lumière réfléchie régulierement, il y en ait une partie réfléchie & dispersée irrégulierement de chaque côté, ensorte que, outre les rayons réfléchis régulierement par le point B en C, d'autres soient aussi réfléchis par le même point & dispersés suivant les lignes BE, BF, BG, BH de part & d'autre de BC. Fig. 676.

Suivant ce que M.r Newton a établi sur les accès de facile réflexion & de facile transmission, les rayons qui vont de B en C, & sortent suivant la ligne CD, étant dans un accès de facile transmission, les rayons dispersés qui en sont peu écartés, par exemple, ceux qui décrivent les lignes BE, BG, rencontreront la surface dans un accès de facile réflexion & ne sortiront point; mais les rayons dispersés qui passent en dehors de ceux-là, à une certaine distance, parviendront à la surface de la goutte dans un accès de facile transmission & sortiront. Supposons que ces rayons suivent les lignes BF, BH, dont le premier aura un accès de facile transmission de plus que ceux qui sont réfléchis suivant BC, & le dernier un accès de moins; ces deux rayons décriront, après être sortis, les lignes FI, HK inclinées presque également aux rayons du soleil qui tombent sur la goutte; mais les angles qu'ils feront avec ces rayons, feront plus petits que l'angle que font avec ces mêmes rayons incidens, ceux qui décrivent la ligne CD. De même ceux des autres rayons disperfés par le point B, qui se trouvent en dehors des rayons BF, BH, à une certaine distance, sortiront de la goutte, tandis que les rayons intermédiaires sont interceptés; & les angles que font ces rayons, au sortir de la goutte, avec les rayons incidens, seront toujours plus petits que ceux que font les rayons FI & HK avec les mêmes rayons incidens; & il y aura de même d'autres rayons dispersés en dehors de ceux-là qui sortiront du globule, en faisant avec les rayons incidens des angles encore plus petits. Or, il est clair que par ce moyen chaque espece de rayons pourra former, outre l'arc principal qui fait partie de l'arc-en-ciel, plusieurs autres arcs de la même couleur que cet arc, quoique beaucoup plus faibles; & cela, pendant plusieurs successions, tant que ces faibles lumières, qui dans chaque arc deviennent de plus en plus obscures, continueront d'être visibles. Et comme les arcs produits par chaque espece de rayons seront mêlés ensemble de différentes manières, il est très-possible que la diversité des couleurs observées dans ces arcs secondaires, vienne delà. Ces arcs peuvent atteindre, dans les couleurs plus sombres, le bas de l'arc-en-ciel & être vus distinctement : dans les couleurs plus claires, ces arcs sont perdus dans la partie inférieure de la lumière principale de l'arc-en-ciel; mais suivant toute vraisemblance, ils contribuent à donner au pourpre de cet arc la teinte rouge qu'il a d'ordinaire & qui est d'autant plus forte, que ces couleurs secondaires le sont davantage. Quoi qu'il en soit, les couleurs claires de ces arcs secondaires peuvent teindre faiblement le bas de l'arc-en-ciel, & donner une couleur rougeatre au pourpre de ces arcs. Les distances précises entre l'arc principal & ces arcs plus faibles dépendent de la grandeur des gouttes où ils sont formés : il faut, pour les séparer tant soit peu, que la goutte soit extrêmement petite. Il est très-vraisemblable qu'ils sont formés dans la vapeur du nuage que l'air agité par la chute de la pluie, peut entraîner avec les gouttes plus grosses. Et c'est peut-être la raison pour laquelle ces couleurs ne paraissent que sous la partie la plus élevée de l'arc-en-ciel, cette vapeur ne descendant pas très-bas. Ce qui peut servir à confirmer ceci, c'est que ces couleurs paraissent

les

les plus vives lorsque la pluie tombe de nuages très-noirs, qui produisent ces grandes pluies par la chute desquelles l'air est si fort agité.

C'est à de semblables accès de facile transmission & de facile réflexion dans le passage de la lumiere au travers des plus petites gouttes d'eau, que Mr. Newton attribue ces petits anneaux colorés qui paraissent quelquefois autour du soleil & de la lune (*V. l'Opt. de M. Newton, Liv. II, Partie IV, Observ. 13*).

770. LEMME. *La tangente de la somme de deux angles est à la somme de leurs tangentes, comme le carré du rayon est à ce même carré moins le rectangle sous les tangentes; & la tangente de la différence de deux angles est à la différence de leurs tangentes, comme le carré du rayon est à ce même carré plus le rectangle sous les tangentes.*

Soient RA & RB les tangentes de deux angles ROA, ROB; on fera cette proportion : la somme ou la différence AB des tangentes est à la sécante AO de l'un des deux angles, comme AO est à un quatrieme terme AC qu'on portera sur AB, de A vers B. On fera encore cette autre proportion : RC est à RO comme RO est à RD; & RD sera la tangente de la somme ou de la différence des deux angles ROA, ROB. Car ayant joint les points C & O par une droite CO, les triangles AOB, ACO seront semblables, par la premiere des proportions précédentes ; & ainsi l'angle AOB est égal à l'angle ACO ou à ROD, par la seconde de ces proportions. On a donc, dans la Figure 677, à cause que $AC = \frac{AO^2}{AB} = \frac{RA^2 + RO^2}{RB + RA}$, $RC = \frac{RA^2 + RO^2}{RB + RA} - RA = \frac{RO^2 - RB \times RA}{RB + RA}$. Donc $RD = \frac{RB + RA}{RO^2 - RB \times RA} \times RO^2$. En procédant de même, on a dans la Fig. 678, $AC = \frac{RA^2 + RO^2}{RB - RA}$; donc $RD = \frac{RB - RA}{RO^2 + RB \times RA} \times RO^2$. Fig. & 67

771. COROLL. I. Delà, on peut facilement calculer la tangente de la somme d'un nombre quelconque d'angles donnés, ou celle d'un multiple quelconque d'un angle donné. Faisons $RO = r$, $RA = a$, $RB = b$; alors la tangente de la somme des angles dont les tangentes sont a & b, c'est-à-dire, $RD = \frac{b + a}{rr - ab} \times rr$. Nommons x cette tangente ; alors par la même raison, la tangente de la somme de ce dernier angle &

d'un troisieme, dont la tangente est c, est $\frac{x+c}{rr-xc} \times rr = \frac{rr(a+b+c)-abc}{rr-ab-ac-bc}$, tangente de la somme de trois angles dont les tangentes sont a, b, c; & ainsi de suite.

772. COROLL. II. Faisons présentement $a = b = c$; & nous aurons pour la tangente d'un angle double, $\frac{2a}{rr-aa} \times rr$, & pour la tangente d'un angle triple $\frac{3a\,rr-a^3}{rr-3aa}$; & ainsi de suite.

773. PROBLÊME. *Le demi-diametre apparent d'un arc-en-ciel quelconque ou le plus grand angle formé par le rayon incident & par le rayon émergent, après un nombre quelconque donné de réflexions, étant donné; trouver le rapport de réfraction.*

Soit m le nombre de réflexions augmenté d'une unité; & Fig. 679. supposant que ABC, ABD soient les angles cherchés d'incidence & de réfraction, soit l'angle $ABE = m \times ABD$; l'angle CBE, ou $m \times ABD - ABC$, sera la moitié de l'angle donné sous le rayon incident & le rayon émergent après $m - 1$ de réflexions (*Art.* 750). Soient le rayon commun $AB = r$, la tangente inconnue de réfraction $AD = a$, la tangente d'incidence $AC = ma$ (*Art.* 753), $AE = x$, & t la tangente de l'angle donné CBE, pour le rayon r. Alors, par le Lemme, $t : x - ma :: rr : rr + xma$, ce qui donne $t = \frac{x-ma}{rr+xma} \times rr$.

CAS I. Dans le premier arc-en-ciel $m = 2$; ainsi $t = \frac{x-2a}{rr+2xa} \times rr$, & par l'Art. 772, $x = \frac{2a}{rr-aa} \times rr$, tangente de $2ABD$; substituant cette valeur de x dans la premiere équation, il vient $a^3 - \frac{3}{2}ta^2 - \frac{1}{2}trr = 0$. Résolvant cette équation, on aura la tangente a de l'angle de réfraction, & par conséquent la tangente de l'angle d'incidence $AC = 2a$, par l'Art. 753, d'où l'on aura le rapport de leurs sinus, par les Tables.

CAS II. Dans le second arc-en-ciel $m = 3$; ainsi $t = \frac{x-3a}{rr+3xa} \times rr$, & par l'Art. 772, $x = \frac{3arr-a^3}{rr-3aa}$, tangente de $3ABD$. Substituant cette valeur de x, on aura $a^4 + \frac{8rr}{3t}a^3 - 2rraa - \frac{1}{3}r^4 = 0$, ou, faisant $T = \frac{rr}{t}$ tangente de la moitié de l'angle de cet arc-en-ciel (*Art.* 750), $a^4 + \frac{8}{3}Ta^3 -$

$2rraa - \frac{1}{3} r^4 = 0$. La même méthode sert pour tous les autres arcs-en-ciel à l'infini.

774. COROLL. Dans le premier cas, mettant T à la place de $2a$ ou AC tangente de l'angle d'incidence, & substituant $\frac{1}{2}T$ à la place de a dans la premiere équation $a^3 - \frac{3}{2} taa - \frac{1}{2} trr = 0$, cette équation se change en celle-ci: $T^3 - 3tTT - 4rrt = 0$, la même que celle de M.ʳ Halley, qui a proposé ce Problême comme une méthode plus expéditive de trouver le rapport de réfraction dans un fluide quelconque, en observant (lorsque le soleil est bas & que sa lumière est fort vive) l'angle formé par un rayon incident & un rayon sortant d'une goutte de ce fluide suspendue à l'extrémité d'un tube capillaire. (*Voyez ces exemples dans les Transactions philosophiques, N.° 267, & la Dissertation de M.ʳ Morgan sur l'arc-en-ciel dans les Notes sur la Physique de Rohault, Partie 3. Chap. 17*).

On ajoûte ici les deux propositions suivantes, pour faciliter l'intelligence des Art. 724 & 727.

775. THÉORÊME. *Lorsqu'un rayon SABL traverse une sphere réfringente sans y éprouver de réflexion, l'angle* LMN *formé par le rayon incident* SAMN *& le rayon émergent* LBM *prolongés, est égal au double de l'excès de l'angle d'incidence* OAM *sur l'angle de réfraction* OAB, *& par conséquent croît continuellement tandis que l'angle d'incidence croît.* Fig.

Car l'angle LMN est égal à la somme des angles MAB, MBA qui sont égaux, parce que les réfractions que le rayon souffre en A & en B, sont égales. Or l'un de ces angles est égal à l'excès de OAM sur OAB; & comme les accroissemens de OAM sont toujours plus grands que ceux de OAB (*Art. 376.*), les excès de ceux-là sur ceux-ci augmenteront continuellement l'angle BAM & par conséquent l'angle entier LMN.

776. COROLL. I. Soit tiré le diametre $POQE$ parallele au rayon incident SAM, lequel coupe le rayon émergent BL en E; tandis que l'angle LMN croît depuis zero, la ligne ME décroît continuellement: ce qui se prouve facilement. Fig.

777. COROLL. II. Donc tandis que l'angle LMN croît, la ligne OE décroît continuellement. Car il est aisé de faire voir que ME & OE sont égales.

778. THÉORÊME II. *Lorsque des rayons paralleles tombent sur la surface d'une sphere, & en sortent après deux réfractions sans*

aucune réflexion intermédiaire, leur densité à l'œil du spectateur, situé à une grande distance de la sphere, décroîtra continuellement, tandis que les angles sous les rayons incident & émergent croissent.

Fig. 682. Car supposant les mêmes lignes que ci-dessus, soit $SabFl'$ le rayon le plus proche de $SABFL$; soient ces rayons se croisant en F, & tombant ensuite perpendiculairement sur Ll' qu'on suppose être le diametre de la prunelle. Du centre O soient tirées OH, Oh perpendiculaires sur les rayons incidens prolongés; OI, Oi perpendiculaires sur les rayons rompus AB, ab; OK, Ok perpendiculaires sur les rayons émergens; & enfin LR, MS, AT perpendiculaires au diametre PQ mené parallélement aux rayons incidens; & soit TA prolongée coupant Sa en a'. Alors, comme OI est à OH & à OK comme le plus petit des angles d'incidence & de réfraction au plus grand, & que Oi est à Oh & à Ok dans le même rapport, il s'ensuit que Ii est à Hh & à Kk aussi dans le même rapport, & que par conséquent Hh est égale à Kk. Mais les triangles KFk, LFl' sont semblables ainsi que MES & LER. Donc Aa' ou Hh ou Kk : Ll' :: FK : FL & AT ou MS : LR :: EM : EL & par conséquent $Aa' \times AT : Ll' \times LR :: FK \times EM : FL \times EL$. Supposant à présent que la figure entiere tourne autour de l'axe PQ; puisque les mêmes rayons qui passent par la zone engendrée par Aa', passeront aussi par celle qui est engendrée par Ll', supposant qu'il ne s'en perde point dans la sphere, il s'ensuit que leur densité en L est à leur densité en A réciproquement comme ces zones, c'est-à-dire, directement comme $Aa' \times AT$ est à $Ll' \times LR$, ou comme $FK \times EM$ est à $FL \times EL$. Et la densité des rayons incidens étant par-tout la même, celle des rayons émergens, en L, est directement comme $FK \times EM$ & réciproquement comme $FL \times EL$, & par conséquent directement comme $FK \times EM$, lorsque l'œil L est éloigné, parce que les points E, F ne sont jamais loin de la sphere (*Art. 386 & 777*). Or, tandis que l'angle LMN croît, la ligne FK décroît continuellement (*Art. 375 & 386*), ce que fait aussi EM (*Art. 776*); donc l'œil étant éloigné, la densité des rayons qu'il reçoit, décroît continuellement.

Fin du second Livre.

TRAITÉ D'OPTIQUE.

LIVRE TROISIEME.

De la manière de tailler les verres & les miroirs des télescopes, & description des instrumens d'Optique.

CHAPITRE PREMIER.

De la manière de tailler & de polir les verres.

TOut ce qu'on va voir sur l'art de travailler les verres des lunettes, est tiré partie des papiers que M.r Molineux, qui s'était beaucoup occupé des moyens de le perfectionner, m'a communiqué peu de tems avant sa mort, & partie de l'excellent Traité de M.r Huyghens sur ce sujet.

De la Manière de former & de polir les bassins.

779. Il est plus facile de faire un objectif également convexe des deux côtés, qu'un autre verre de toute autre figure,

parce que le même baſſin ſert pour les deux ſurfaces; & un verre de cette forme donnera à ſon foyer une image auſſi parfaite que toute autre, parce que l'aberration occaſionnée par la ſphéricité des ſurfaces eſt toujours très-petite, quel que ſoit le rapport de leurs demi-diametres, dans les longues lunettes, en comparaiſon de l'aberration produite par la réfrangibilité différente des rayons (*Art.* 451); & que cette derniere aberration eſt toujours la même, ſoit que les ſurfaces ſoient égales ou inégales, en ſuppoſant que l'ouverture & la diſtance focale ſoient les mêmes (*Art.* 643). Or, ſi l'on ſe propoſe de faire un verre également convexe des deux côtés d'un foyer donné, on trouvera le rayon de ſa convexité en faiſant: comme 11 eſt à 12, ainſi la diſtance focale eſt au rayon ou demi-diametre cherché, ſuppoſant que le rapport de réfraction, en paſſant de l'air dans le verre, ſoit égal à celui de 17 à 11, comme M.r Newton l'a déterminé. La diſtance focale du verre étant donnée, ſon ouverture l'eſt auſſi par la Table de l'Art. 466; & comme ſes bords ne reçoivent point ſi parfaitement la figure que le reſte, il faut le faire d'un diametre plus grand d'un demi-pouce environ que l'ouverture qu'il doit avoir, & même de trois quarts de pouce ou d'un pouce entier, s'il eſt d'un foyer entre 50 & 200 pieds.

780. Mr. Huyghens preſcrit en général de donner au baſſin concave, dans lequel on doit former un objectif, trois fois le diametre du verre *; quoiqu'il diſe dans un autre endroit avoir fait dans un baſſin de 15 pouces de diametre un verre de 200 pieds de foyer & de huit pouces trois quarts de diametre; mais pour les oculaires & autres verres de plus petites ſpheres, les baſſins doivent être plus grands à proportion du diametre des verres, afin qu'en poliſſant, le mouvement de la main ne ſoit pas gêné. M.r Huyghens formait ſes baſſins de cuivre ou de laiton ¶ fondu; & de peur qu'ils ne vinſſent à ſe fauſſer, il les

Nous devons avertir que ce qui eſt contenu dans les Notes ſuivantes, ſur le travail des verres, nous a été communiqué par M.r l'Abbé Rochon.

* 961. Quoique M.r Huygens diſe qu'il faut donner au baſſin trois fois le diametre de l'objectif qu'on veut conſtruire, cependant il me ſemble qu'il eſt plus avantageux de ne lui donner au plus que deux fois le diametre. On conſerve par là plus aiſément la régularité de la courbure.

¶ 962. Le cuivre rouge, l'étain, le fer peuvent auſſi être employés à faire des baſſins; mais la matière qui me paraîtrait y convenir le mieux ferait le verre, s'il ne perdait pas ſa forme avec trop de facilité.

faisait fort épais. Il trouva néanmoins par expérience qu'un bassin de 14 pouces de diametre & d'un demi-pouce d'épaisseur, était assez fort pour pouvoir y tailler des verres de 36 pieds de diametre de sphéricité, en le mastiquant solidement sur une pierre cylindrique épaisse d'un pouce, avec du ciment fait de poix & de cendres.

781. Pour faire des moules pour fondre des bassins d'une courbure médiocre, M.[r] Huyghens dit qu'il faut faire au tour des modeles de bois qui ayent la courbure qu'on veut donner au bassin, mais un peu plus épais & plus larges. A l'égard de ceux qui appartiennent à des spheres d'un diametre au-dessus de 20 ou 30 pieds; il dit qu'il suffit de se servir d'un modele qu'on fait plan en le tournant, & de la largeur & de l'épaisseur requises. Quand les bassins sont fondus, il faut les tourner exactement de la courbure qu'ils doivent avoir; & pour cet effet il faut faire deux calibres de laiton de la manière suivante.

782. Prenez deux plaques de cuivre égales, bien battues & bien unies, dont la longueur soit un peu plus grande que celle du bassin fondu, l'épaisseur d'un dixieme ou d'un douzieme de pouce & la largeur de deux ou trois pouces. Tracez avec un compas à verges sur chacune d'elles un arc de la même courbure que celle qu'on veut donner au bassin, & découpez ensuite avec la lime, en suivant bien exactement les arcs tracés, dans l'une un arc convexe & dans l'autre un arc concave; & pour que ces calibres ayent toute leur perfection, il faut, en ayant fixé un, frotter l'autre contre celui-là avec de l'émeri. On aura de cette manière des calibres au moyen desquels on donnera aux bassins la véritable courbure qu'ils doivent avoir *.

783. Mais si le rayon de la sphere est très-grand, voici comme Mr. Huyghens dit qu'il faut faire les calibres. Imaginez que la ligne AE menée sur la plaque de cuivre, soit la tangente de l'arc cherché AFB, dont le rayon est, par exemple, de 36 pieds. Divisez-la, à commencer du point A, en par-

* 963. On peut aussi se procurer sans beaucoup de peine d'assez bons calibres en verre. Prenez une plaque de verre mince, la plus plane que vous pourrez trouver, & avec un compas à pointes de diamant, tracez sur cette plaque un arc égal à la courbure qu'on veut donner à l'objectif; on aura deux calibres, l'un convexe & l'autre concave, auxquels on donnera toute la perfection qu'on peut desirer en les frottant l'un sur l'autre avec de l'émeri fin & de l'eau.

ties *AE*, *EE*, &c. chacune d'un pouce, & continuez la division un peu au-delà de la moitié de la largeur du baſſin; faites enſuite cette proportion : 72 pieds ou 864 pouces ſont à un pouce comme un pouce eſt à un quatrieme nombre, qui ſera le nombre de décimales de pouce dont doit être la premiere ligne *EF* menée au premier point de diviſion *E* perpendiculairement à *AE*. Multipliez ce quatrieme nombre ſucceſſivement par 4, 9, 16, 25, &c. carrés de 2, 3, 4, 5, &c., & les différens produits qu'on trouvera formeront le nombre de parties dont doivent être les 2^e^, 3^e^, 4^e^, 5^e^ lignes *EF* menées, par les autres points de diviſion, perpendiculairement à *AE* comme la premiere. Mais parce que ces nombres ſont trop petits pour qu'on puiſſe les prendre ſur une échelle avec un compas, retranchez-les chacun, d'un pouce repréſenté par les lignes *EG*; les reſtes pris ſur une échelle d'un pouce diviſé en décimales & portés de *G* en *F*, au moyen du compas, détermineront les points *F*, *F*, &c. de l'arc cherché. Faiſant la même choſe de l'autre côté de la ligne *AD*, on formera le calibre avec la lime, en ſuivant la direction des points de diviſion, & on le polira avec de l'émeri, comme ci-deſſus.

Fig. 684, 685 & 686. 784. La Figure 684 repréſente les principales parties du tour (vu d'un point pris directement au-deſſus), par le moyen duquel on donne à la ſurface concave des baſſins une ſphéricité exacte. *ab* repréſente une forte plaque de cuivre de l'épaiſſeur d'un demi-pouce. Au centre de cette plaque eſt fixée perpendiculairement une forte cheville de fer, formée en vis, laquelle entre dans un écrou pratiqué à l'extrémité *c* de l'arbre du tour repréſenté par *cd*. Cette plaque qui avec ſa cheville, ſe nomme *mandrin*, eſt repréſentée ſéparément dans la Figure 685. Elle doit être bien ſoudée au derriere du baſſin *ef*, dont le milieu doit pour cet effet être plan, & de plus, exactement parallele à la circonférence de ſa ſurface oppoſée, afin que dans le mouvement que le tour imprime au baſſin, cette circonférence ſoit dans un plan perpendiculaire à l'arbre du tour. L'arbre du tour *cd* tourne ſur un point *d* dans la poupée du tour & dans un collet de fer repréſenté par *st*, comme à l'ordinaire.

ghik repréſente une planche clouée ſur l'autre poupée; on attache ſur cette planche, par des vis à têtes perdues, le calibre

concave

concave *gh*, de manière que ſon arc concave ſoit parallele à la concavité du baſſin *ef*. *lmno* repréſente une autre planche ſemblable à la premiere, à laquelle eſt attaché le calibre convexe *lm*; on poſe enſuite cette planche ſur la premiere, de manière que le calibre convexe s'applique exactement contre le calibre concave. Le burin *pq* ſe fixe ſur cette planche & y eſt retenu par le moyen d'une vis *r*, dont la tête eſt aſſez groſſe pour qu'on puiſſe tourner cette vis avec la main. Pour connaître ſi le calibre concave eſt exactement parallele à la concavité du baſſin *ef* fixé par une vis à l'arbre du tour, faites donner la pointe *p* du burin *pq* contre le baſſin *ef* près de ſa circonférence; ayant alors fixé le burin *pq* par le moyen de la vis *r*, faites faire au baſſin *ef* un demi-tour, & faites mouvoir la planche ſupérieure juſqu'à ce que la pointe *p* du burin ſe retrouve contre la même marque ſur le baſſin *ef*; s'il le touche juſte comme avant, lorſque les calibres coïncidaient, tout eſt bien, ſi non il faut changer quelque choſe à la poſition de la poupée du tour en frappant avec un marteau. Il eſt à propos que la planche ſupérieure *lmno* s'étende au-delà des deux calibres; & pour que ſes ſurfaces demeurent paralleles à celles de la planche inférieure, il faut lui attacher, à ſa ſurface inférieure, vers le côté oppoſé *no*, une plaque de cuivre de la même épaiſſeur que les calibres. Il faut avoir ſoin de ne pas faire les trous dont on perce les calibres pour les attacher aux planches avec des vis, trop près des arcs qui ſont polis, de peur que le cuivre venant à ceder, la figure de ces arcs ne ſoit altérée. On doit encore avoir ſoin de donner toute la ſolidité poſſible au baſſin & à toutes les parties du tour, afin qu'il n'y ait point de tremblement qui faſſe agir le burin inégalement & par ſauts ſur le baſſin. Lorſque le baſſin eſt bien courbé, il faut le ſéparer du mandrin en faiſant fondre la ſoudure *.

*964. Les Artiſtes qui tournent les baſſins, ſe ſervent du tour à roue & donnent au baſſin la courbure qu'il doit avoir, en regardant ſi le calibre touche également partout. Pour donner à leurs baſſins le dernier degré de perfection, ils frottent le baſſin convexe dans le baſſin concave; & s'ils n'en ont pas deux, ils fondent dans le baſſin qu'ils veulent perfectionner une compoſition de plomb & d'étain ou quelquefois de plomb ſeul ou d'étain. Ce nouveau baſſin leur ſert à donner, avec de l'émeri, à leur baſſin toute la perfection poſſible. On enfume le baſſin avec du noir de fumée, afin que le plomb ou l'étain ne s'y attache pas.

Il est aisé de voir qu'en transposant les calibres, on peut tourner un bassin convexe.

785. Ayant formé les bassins au tour, on les frottera ensuite l'un contre l'autre avec de l'émeri, c'est-à-dire, le concave dans le convexe de la même sphere. Quant aux bassins de très-grandes spheres, M.r Huyghens prescrit de les faire d'abord plans, puis de les creuser avec une pierre arrondie & de l'émeri suivant la courbure desirée. La pierre dont il faut se servir au commencement du travail, doit n'avoir de largeur que la moitié de celle du bassin, & ensuite on en prend une, à très-peu près de la largeur même du bassin; & afin que dans le travail l'émeri ne se perde pas, il faut coller une bande de papier autour du bassin. On ne doit pas oublier de rendre le tout extrêmement solide & ferme. Lorsqu'on veut polir le bassin, il faut le mastiquer sur son support, autrement il sera en danger de se fausser.

786. Pour polir les bassins, M.r Huyghens enduit de savon le bassin concave; ensuite il prend la derniere pierre ronde dont on a fait mention ci-dessus, qui est un peu plus petite que le bassin, ou bien le bassin convexe; l'échauffe & ensuite verse dessus du ciment fondu fait de poix & de cendres bien tamisées; pose la pierre & le ciment qui y est attaché, sur le bassin concave dans lequel il a versé une bonne quantité du même ciment, ayant adapté auparavant trois petites pieces de cuivre, de même grosseur, à sa circonférence, afin de mettre, par une pression égale, ce ciment par-tout de la même épaisseur. Lorsque le tout est froid, il ôte du bassin, en tournant, la pierre & le ciment qui en a pris exactement la courbure, met une couche d'émeri fin sur ce ciment, & avec une espatule plate de fer environ d'un tiers de pouce d'épaisseur, qu'il fait chauffer un peu, il presse légérement l'émeri, pour le faire entrer dans le ciment; ensuite il échauffe un peu la pierre ou bassin convexe avec le ciment & l'émeri, & le replace de nouveau sur le bassin concave, afin de faire prendre à la couche d'émeri exactement la figure de ce bassin; quand tout est refroidi, il retire la pierre & le ciment, & au moyen de la couche d'émeri qui tient à ce ciment, il polit à sec le bassin, en pressant fortement sur sa surface. Et pour rendre la pression plus grande, il pose sur la pierre une

dès extrémités d'une perche, dont l'autre extrémité eſt arrêtée au plafond, en la prenant aſſez longue pour qu'elle ſoit un peu pliée, afin de lui donner de l'élaſticité (on peut auſſi ſe ſervir d'un reſſort de fer qu'on met entre ſon extrémité & le plafond) : & il dit qu'il faut deux perſonnes pour frotter la pierre contre le baſſin. Il eſt à propos de prévenir qu'il faut avoir la précaution, lorſqu'on voudra employer la perche dans ce genre de travail, de fixer bien exactement au milieu le point de preſſion, comme on l'expliquera plus particulierement lorſqu'il s'agira du travail des verres.

787. Il eſt à remarquer que tout le monde ne fait pas ce ciment de la même manière ni même tous ceux avec leſquels on attache les verres. Le P. Cherubin dit qu'on le fait ordinairement de poix noire commune & de cendres de ceps de vigne bien paſſées, mais que pour lui il le fait de réſine & d'ocre ou de réſine & de blanc d'Eſpagne; qu'ayant d'abord peſé la réſine, il la mêle avec une quantité convenable d'ocre ou blanc d'Eſpagne, & enſuite jette le tout ſur de la poix fondue & mêle bien tout enſemble. Le ciment dont M.r Scarlet ſe ſert eſt de poix commune & de cendres ordinaires. Quel qu'il ſoit, il eſt toujours plus ou moins fort, ſuivant qu'il y a plus ou moins de cendres ou de poudres; dans le cas préſent où il s'agit de polir des baſſins, il faut le faire auſſi fort qu'il eſt poſſible, en mettant autant de cendres qu'on peut: car autrement ſi le ciment n'était pas aſſez fort, l'émeri s'en détacherait par la chaleur qu'occaſionne le frottement, & ceſſerait d'être propre à polir.

788. Pour donner au baſſin concave la derniere perfection, & lui conſerver ſa vraie courbure, prenez des pierres bleues à aiguiſer, d'environ un pouce carré, pareilles à celles dont les Graveurs ſe ſervent pour polir leurs ouvrages; placez-en autant que vous pourrez, en les mettant le plus près les unes des autres qu'il eſt poſſible, ſur la ſurface du baſſin que vous voulez polir, les liant les unes aux autres avec du ſavon ou de l'empoix blanc, puis rempliſſez les intervalles qui reſtent entr'elles, de ſable fin & ſec juſqu'aux deux tiers de l'épaiſſeur de ces pierres; enſuite ayant bordé le baſſin avec une bande de papier, afin que le ſable ne ſe perde point, ſecouez un peu

le bassin pour que le sable se répande par-tout également, & avec un soufflet réduisez-le à la même épaisseur. Prenez ensuite un ciment très-fort & extrêmement chaud & versez-en sur toutes ces pierres; puis ayant nettoyé la pierre ou le bassin convexe où était auparavant la poix & l'émeri, placez-le, après l'avoir fait chauffer, sur ce ciment, & laissez refroidir le tout; vous aurez un polissoir au moyen duquel vous acheverez de donner le poli à votre bassin. Pour rendre le frottement plus considérable, servez-vous de la perche dont on a parlé. Quand vous voudrez savoir si votre bassin est poli, regardez-le obliquement à la lumière; s'il brille également dans toutes ses parties, il a toute la perfection qui lui est propre. Si l'on veut se servir une autre fois de ce polissoir, il faut le mettre dans une cave bien froide, les pierres bleues tournées en haut, afin d'éviter que la figure ne s'altere par l'effet de la chaleur qui ne manquerait pas de le faire déjetter.

789. Il faut observer ici que la méthode de travailler les bassins avec l'émeri qu'on a fait entrer dans le ciment moulé sur le bassin même, & celle de les polir avec des pierres bleues fixées dans un fort ciment, peuvent vraisemblablement servir aussi à travailler & à polir les miroirs de métal. Mais je crois que dans ce cas au lieu d'employer la perche dont on a parlé ci-dessus, il vaut mieux se servir d'une autre, d'une longueur déterminée & égale à peu près au rayon de la sphere qu'on veut donner au bassin, la faisant tourner sur un point immédiatement au-dessus du bassin.

Du choix des verres.

790. La meilleure espece de verre, dit M.r Huyghens, a généralement la couleur jaunatre, rougeatre ou verte, en regardant la lumière du ciel au travers, ou en le regardant sur une feuille de papier blanc. Quoique le verre qui est parfaitement blanc transmette le plus de lumière, il est en général plein de veines, & est souvent sujet à devenir humide à l'air, ce qui, au bout d'un certain tems, en détruit le poli. Ici il n'y a pas de meilleurs verres que des morceaux de glaces cassées; mais depuis quelque tems j'en ai trouvé d'assez bons dans une Verrerie. Je me suis toujours servi de la matière dont on fait les verres à boire : je l'ai toujours trouvée meilleure lorsqu'elle avait resté deux ou trois jours dans le fourneau.

791. Pour découvrir les veines qui sont dans un verre, il faut le regarder très-obliquement dans une chambre bien fermée vis-à-vis une lumière faible. C'est ainsi qu'on examine les morceaux de miroirs polis. Mais parce que ces morceaux sont rarement assez épais pour des objectifs, il faut prendre plusieurs morceaux de la même espece de verre avant d'être polis, les faire mettre par-tout de la même épaisseur & les faire polir un peu, pour juger quels sont ceux qu'on peut employer. Il se trouve quelquefois dans les verres de petites veines d'une finesse extrême, qui ne produisent pas de défauts sensibles. Quelquefois leurs imperfections ne peuvent se découvrir par la méthode ordinaire; mais lorsque le verre est formé & poli, on les apperçoit par réflexion de la manière suivante. Posez debout sur une table, dans une chambre bien fermée, le verre que vous voulez examiner, la surface que vous soupçonnez tournée du côté opposé à celui où vous êtes; prenez une bougie & présentez-la de manière que le milieu de la large lumière réfléchie par la premiere surface, puisse tomber sur vos yeux; éloignez-vous du verre jusqu'à ce que les rayons réfléchis par la surface postérieure commencent à former une image renversée de la bougie; alors le verre entier paraîtra illuminé, & vous découvrirez ses défauts & les imperfections de son poli. Quand le verre est d'un fort long foyer, on se sert d'une lunette de trois ou quatre pouces de long, afin de grossir les défauts & les rendre plus sensibles *.

* 965. Il est d'une extrême conséquence que les verres dont on veut faire des objectifs soient sans filandres & sans nuages; il faut prendre garde encore qu'ils ne soient gelatineux. Un moyen de reconnaître ces défauts, est de présenter le verre au soleil & de recevoir la lumière, après qu'elle a passé au travers, sur un papier placé près de ce verre. Les points ou bulles d'air ne sont préjudiciables qu'aux oculaires. Les objectifs si renommés de Campani en sont remplis. Les filandres sont le principal défaut du Flintglass, & il est rare d'en trouver qui en soit entierement exempt. Au reste, les fils ne produisent un mauvais effet que lorsqu'on observe les étoiles & les planettes, particulierement Jupiter. Car il ne m'a point paru, ajoûte M.r l'Abbé Rochon, qu'ils fussent sensibles lorsqu'on observe la lune & les objets terrestres. Les défauts dans les verres sont d'autant plus sensibles, que ces verres sont d'un plus long foyer.

Il y a encore un moyen facile de s'appercevoir si le verre qu'on destine à faire un objectif est défectueux. Ayant d'abord commencé par le rendre plan des deux côtés, on n'a qu'à le mettre sur un objectif & regarder la lune ou une bougie éloignée, de maniere que l'œil se trouve au foyer de l'objectif; alors le verre paraîtra tout illuminé, & on en appercevra jusqu'au moindre défaut.

De la préparation des verres avant de les tailler & polir.

792. Les morceaux de verre que j'ai recommandé, dit M.r Huyghens, de mettre par-tout de même épaiſſeur & de polir un peu, devraient être beaucoup plus larges que l'objectif qu'on veut conſtruire, afin qu'on puiſſe en choiſir plus commodément la meilleure partie. Pour applanir & unir ces larges morceaux de verre, j'ai preſcrit aux Ouvriers de ſe ſervir de plaques de fer fondu, telles qu'on les trouve chez les Ferronniers, en les rendant auparavant bien planes & bien unies. Décrivez avec un compas à pointes de diamant, ſur la plaque de verre, un cercle repréſentant la circonférence de l'objectif, & un autre cercle concentrique d'un rayon d'environ un dixieme ou un douzieme de pouce plus grand; décrivez auſſi ſur l'autre côté de la plaque de verre deux circonférences égales & directement oppoſées à celles-là; ce qu'on peut faire aiſément par le moyen d'un verre circulaire qu'on décrira ci-après. Tout ce qui reſte du verre au-delà du cercle extérieur, ſe retranche au moyen d'un fer rouge ou d'un étau fort large ouvert exactement de l'épaiſſeur du verre. Les inégalités qui reſtent ſe peuvent ôter ſur une meule à éguiſer, en commençant d'abord par les plus grandes, & ſe donnant de garde de les faire éclater. Enſuite ayant chauffé le verre, attachez-y avec du ciment une molette de bois, & vous ſervant d'un baſſin ordinaire fort creux à faire des oculaires, réduiſez, en frottant avec du ſable blanc & de l'eau, la circonférence du verre exactement à celle du cercle intérieur tracé ſur chacun de ſes côtés*.

793. Alors ayant creuſé avec un poinçon une plaque ronde de cuivre, dans un grand nombre d'endroits, du même côté, & l'ayant attachée par le côté qui n'eſt point creuſé ſur le milieu du verre avec du ciment fait de deux parties de réſine ou de poix dure & une partie de cire, placez la pointe d'acier de la perche, dont on a parlé ci-deſſus, qu'on ſuppoſe de quatorze

* 966. Voici comme on donne maintenant la forme circulaire au verre. On l'arrondit d'abord groſſierement avec une pince plate de fer qui ne ſoit point trempée en paquet; on lui donne enſuite une forme parfaitement circulaire ſur le tour par le moyen d'un cylindre de tole environ du diametre du verre, avec de l'eau & du grais, & on adoucit ce bord avec de l'émeri fin & de l'eau mis dans un cylindre de cuivre, de plomb ou d'étain.

ou quinze pieds de long, dans la cavité de la plaque de cuivre, qui est la plus proche de la partie la plus épaisse du verre. Travaillez ensuite le verre par le secours de la perche avec du sable & de l'eau sur une plaque ronde de fer fondu bien applanie avec le sable & l'eau. Examinant ensuite l'épaisseur du verre en différens endroits avec un étau à main, vous verrez quand le verre sera réduit par-tout à la même épaisseur *.

Il est à propos vers la fin de cette opération de se servir d'émeri passé, parce que le sable mord trop profondément; il sera aussi nécessaire de placer la pointe d'acier de la perche exactement au-dessus du centre de la surface inférieure du verre; autrement cette surface prendra une espece de forme cylindrique ou convexe, au lieu d'en prendre une plane, ce qui arriverait même quand sa surface serait exactement plane avant qu'on commençât à travailler le verre; ce qui mérite d'être remarqué. Lorsque l'on veut polir les verres convexes, il est aussi absolument nécessaire de placer le point de pression exactement au-dessus du centre de la surface inférieure du verre.

794. Pour mettre une des petites cavités de la plaque de cuivre exactement au-dessus de ce centre, je me sers d'un verre circulaire fait d'un morceau de glace de miroir dont j'ôte le mercure; après avoir décrit sur une des surfaces de cette glace avec un compas à pointes de diamant, huit à dix cercles concentriques, à la distance l'un de l'autre d'environ un quart de pouce, ensorte que les plus grands puissent l'être un peu plus que la circonférence du verre qu'on veut polir. Mettez ce verre circulaire sur la surface de votre verre, en faisant ensorte que sa circonférence soit exactement parallele au cercle le plus proche de ce verre circulaire; ayant ensuite renversé les deux verres, posez le verre circulaire sur une table, & ayant mis un charbon enflammé sur la plaque de cuivre pour amolir le ciment & avoir au moyen de cela la liberté de mouvoir cette plaque, mettez une des pointes de compas dans une des petites cavités & faites mouvoir la plaque de cuivre jusqu'à ce

* 967. La méthode de M.r Huyghens pour réduire le verre à une épaisseur égale par-tout, est très-bonne. Mais pour connaître s'il est réduit par-tout à la même épaisseur, on peut se servir d'un instrument connu en Horlogerie sous le nom de *Calibre à pignon*; ce qui est suffisant dans la pratique.

que vous puissiez décrire avec l'autre pointe une circonférence qui coïncide exactement avec une de celles qui sont tracées sur le verre circulaire, & alors la chose est faite. Il est à propos de coller avec de l'empoix trois petits morceaux de linge sur le verre circulaire vers le centre, afin que l'autre verre ne puisse glisser trop aisément dessus, & qu'ils ne s'égratignent pas l'un l'autre.

795. Les cavités faites avec le poinçon dans la plaque de cuivre, & la pointe de la perche doivent être triangulaires, afin d'empêcher la rotation du verre, ce qui est encore plus nécessaire lorsqu'on en perfectionne le poli. Il faut encore s'assurer ici de nouveau si la circonférence du verre est exactement circulaire des deux côtés, ce qu'on peut faire avec un compas; si elle ne l'est pas, il faut la rendre telle, en la taillant avec un bassin ordinaire à faire des oculaires; ce qui contribuera beaucoup à faire prendre au verre une surface sphérique exacte, lorsqu'on viendra à le travailler dans son bassin. Car s'il y a quelque partie de la circonférence qui soit protubérante, elle empêchera les parties de la surface, qui lui sont adjacentes, de s'user autant qu'elles le devraient, & gâtera par conséquent la figure sphérique de la surface.

De la manière de tailler les verres.

796. Le verre étant applani & arrondi, ôtez la plaque de cuivre qui est creusée en différens endroits, & fixez avec une partie du même ciment une autre piece ronde de cuivre ou plutôt d'acier, plus petite, bien plane, environ de la grandeur d'un liard, mais plus épaisse, au centre de laquelle on aura fait auparavant, avec un poinçon d'acier triangulaire, un trou de la grosseur à peu près d'un tuyau de plume d'oie, & profond d'environ un douzieme de pouce; & au fond de ce trou un petit trou rond un peu plus profond avec un poinçon d'acier très-fin. Il faut ajuster exactement à ce trou triangulaire une petite pointe d'acier d'environ un pouce de long, qui aille jusqu'au fond du petit trou; il ne faut pas cependant qu'elle soit si exactement ajustée qu'elle n'ait la liberté de se mouvoir un peu, l'extrémité continuant de toucher & de presser sur le fond du petit trou. Cette pointe d'acier triangulaire doit être fixée au bout d'une

d'une perche, à l'autre bout de laquelle il faut mettre une autre pointe de fer, ronde, d'environ 5 à 6 pouces de long, pour jouer librement dans un trou rond fait dans un morceau de cuivre attaché au plancher perpendiculairement au-deſſus du centre du baſſin qui doit être ſolidement établi dans une ſituation horiſontale. Fig.

797. Il eſt à remarquer que M.r Huyghens preſcrit l'uſage du ciment pour faire tenir la plaque & le verre enſemble, & qu'il n'enſeigne point d'autre moyen; quoiqu'un peu d'expérience apprenne bientôt qu'il n'eſt gueres poſſible, dans ce cas ni dans tout autre, de rendre le ciment aſſez fluide pour attacher deux ſurfaces planes exactement paralleles l'une à l'autre, ſans chauffer le verre & la plaque aſſez fort pour riſquer de gâter conſidérablement la figure du verre. Quelques-uns, pour éviter cet inconvénient, ſe ſervent de plâtre de Paris pour attacher le verre avec la plaque, ſoit qu'elle ſoit de cuivre ou de bois ou de toute autre matière. M.r Scarlet l'évite en cimentant avec la plaque un autre verre intermédiaire, auquel il attache enſuite le verre qu'il veut tailler, avec de la colle ordinaire. Pour moi, dit M.r Molineux, je me ſers tout ſimplement de colle de poiſſon; par ſon moyen le verre & la plaque ſont retenus fortement l'un à l'autre; & j'enduis les bords de la plaque d'un vernis compoſé de cire à Graveur, diſſoute dans l'eſprit de vin, pour empêcher l'humidité de gagner la colle.

798. Pour tailler, par cette méthode, des verres véritablement plans, ſur un baſſin plan, M.r Huyghens preſcrit de prendre la perche, de quinze pieds de long; mais pour tailler les verres dans un baſſin concave, il vaut mieux que la perche ſoit égale au rayon de la courbure du baſſin, quoique je crois que l'on pourrait ſans conſéquence la prendre beaucoup plus courte, ſuivant que la hauteur de la chambre le permettra.

Il eſt néceſſaire d'avoir à côté de ſoi un morceau de verre ordinaire taillé dans le même baſſin, que l'on nomme un *briſoir*; on ſe ſert de ce verre, lorſqu'on met de nouvel émeri dans le baſſin, pour en écraſer les grains les plus gros, qui ne manqueraient pas d'égratigner le verre qu'on veut tailler.

799. Tout cela étant préparé, & ayant de l'émeri de différentes fineſſes, prenez une petite pincée de l'émeri le plus gros, mouillez-la & en couvrez le baſſin à peu près également par-

Fig. 687. tout ; ayant enſuite poſé la perche ſur votre verre, mettez-vous à le travailler pendant un quart d'heure, ſans preſſer ſur la perche, & ſeulement en faiſant mouvoir le verre circulairement, puis mettez la même quantité de l'émeri dont le degré de fineſſe eſt immédiatement au-deſſous de celui du premier, & travaillez encore un autre quart d'heure ; mettez enſuite une pareille quantité d'un émeri encore plus fin, & travaillez pendant le même eſpace de tems ; enfin quand vous en ſerez venu à l'émeri le plus fin que vous ayez, mettez-en une moindre quantité, & travaillez pendant une heure & demie, ôtant peu à peu de l'émeri avec une éponge mouillée. Ne le tenez point ni trop mouillé ni trop ſec, mais faites qu'il ſoit comme de la bouillie : cela eſt de grande conſéquence. S'il eſt trop ſec, ſes parties s'attacheront les unes aux autres ; enſorte qu'il ne mordra que peu ou même point du tout, ſi ce n'eſt lorſqu'il vient à ſe rompre ; & alors il ne fait qu'égratigner & mordre irrégulierement le verre aux endroits où cela arrive ; & s'il eſt trop mouillé & trop délayé, il agira ſur le verre, en ſe diviſant irrégulierement, plus dans certains endroits que dans d'autres, préciſément comme dans le premier cas.

800. M.r Huyghens déſapprouve l'uſage de l'émeri de différentes fineſſes, ayant trouvé par expérience que les ſurfaces des grands verres en ſont ſouvent rayées. Il dit qu'il vaut mieux prendre une grande quantité de l'émeri de la premiere ou de la ſeconde ſorte, & travailler avec depuis le commencement juſqu'à la fin, en ôtant de l'émeri avec une éponge mouillée, toutes les demi-heures ou tous les quarts d'heure ; il parvient par ce moyen à adoucir parfaitement le verre & à le rendre tel qu'on peut voir aſſez diſtinctement au travers une bougie ou un chaſſis de fenêtre : ce qui eſt une marque qu'il eſt aſſez adouci & qu'il eſt en état d'être poli. Mais ſi le verre n'a point acquis ce degré de tranſparence, il eſt certain, dit Mr. Huyghens, qu'il reſte trop d'émeri, & qu'ainſi il faut le diminuer & continuer l'opération. Il trouve que l'eau de puits ordinaire eſt la meilleure pour ce travail. Il a ſoin de mouvoir le verre en cercles, le conduiſant un pouce au-delà du centre du baſſin & un peu au-delà des bords. Il a trouvé, en travaillant un verre de 200 pieds, dont le diametre était de 8 pouces $\frac{3}{4}$,

dans un bassin de 15 pouces de diametre, que la figure du bassin changeait considérablement, à moins qu'il ne conduisît le verre circulairement un pouce au-delà du centre du bassin, & ne le fît sortir du bassin de 3 pouces $\frac{1}{4}$; mais que s'il ne l'en faisait sortir que de très-peu, comme de deux ou trois lignes, le faisant par conséquent passer beaucoup au-delà du centre, le verre prenait une figure défectueuse, parce que ses bords s'usaient trop, ensorte qu'il ne pouvait plus leur donner ensuite un bon poli.

801. Quand, ayant commencé à travailler, l'émeri vient à être uni, le verre s'attache un peu au bassin & devient plus difficile à mouvoir; alors il faut ajoûter de nouvel émeri. Lorsqu'après cela il vient à être adouci, il demande, s'il est large, une force considérable pour le mouvoir; mais cet inconvénient arrivera moins en travaillant avec la perche qu'avec la main. Car la chaleur de la main fait gonfler la substance du verre, & non-seulement est cause qu'il s'attache davantage au bassin, mais en quelque sorte peut gâter sa figure & celle du bassin. Lorsqu'on travaille avec la perche, il ne s'attache jamais fortement, à moins que l'ayant ôté du bassin, on ne l'en tienne éloigné pendant quelque tems & qu'ensuite on l'y remette; & cela dans les grands verres. Car par ce moyen, dit Mr. Huyghens, le verre prend dans l'air plus de chaleur qu'il n'en avait sur le bassin; lors donc qu'il y est appliqué de nouveau, sa surface inférieure est subitement contractée par le froid qu'il y trouve, & s'y attache. C'est pourquoi il faut, dit-il, attendre, dans ce cas, que le verre & le bassin ayent pris la même température. On remarque le même effet en travaillant un verre dans un appartement où il y a du feu. Peut-être ces effets doivent-ils être attribués avec plus de raison aux qualités attractives des verres échauffés. Mais quelle qu'en soit la cause, nous apprenons par-là combien il faut mettre de délicatesse dans le travail des grands verres, & la nécessité de les travailler lentement & avec les plus grandes précautions.

802. La méthode de travailler les verres avec de l'émeri, que nous venons de décrire, est celle de Mr. Huyghens. Le P. Cherubin prescrit une autre matière : il veut qu'on prenne du sable & il choisit celui qui provient d'une pierre à aiguiser

réduite en poudre très-fine & tamisée. Mr. Cox en Angleterre ne se servait que de sable blanc ordinaire très-fin, ôtant peu à peu le sable avec une éponge mouillée à mesure qu'il devenait plus fin. Il avait même coutume de continuer ce travail jusqu'à ce que le sable devint aussi fin, & qu'il en restât aussi peu sur le bassin, qu'il était possible; & très-souvent il s'en servait à polir les verres, sans employer aucune autre matière. J'ai vu moi-même, dit Mr. Molineux, Mr. Scarlet travailler & polir de cette manière un verre de seize pieds. Il appelle cette manière *sécher le sable*, parce qu'à mesure que le sable devient plus fin, il le mouille moins; pendant le dernier quart d'heure (l'ouvrage durant près de deux heures) il ne l'humecte plus qu'avec l'haleine, & à la fin il ne l'humecte plus du tout.

803. Il paraît que l'on ne se sert plus de cette méthode; peut-être le travail violent qu'elle exige à la fin de l'ouvrage en est-il cause; peut-être aussi, & c'est ce qui paraît plus vraisemblable, la difficulté de travailler & de polir réguliérement par cette méthode, à cause de la pression inégale & incertaine de la main, l'a-t-elle fait abandonner. S'il est vrai que c'en soit la raison, on pourrait, ce me semble, en rétablir l'usage & la perfectionner en se servant de la perche de Mr. Huyghens *, ou en employant quelqu'autre moyen analogue. Au reste, quelque méthode qu'on suive, on fera bien de s'attacher à adoucir le verre aussi parfaitement qu'il est possible, avant de travailler à le polir; car plus on l'adoucira, c'est-à-dire, plus on en rendra la surface unie, moins on aura de peine à le polir; avantage d'autant plus grand que ce travail est non-seulement le plus difficile, mais encore est celui où l'on risque le plus de gâter tout ce qu'on a fait.

* 968. La perche de M.r Huyghens paraît avoir été totalement abandonnée par les Artistes dans le travail des verres. On a d'ailleurs reconnu l'utilité d'avoir deux bassins de même figure, l'un pour dégrossir, l'autre pour achever les verres. Car si l'on veut, dit M.r l'Abbé Rochon, les dégrossir & les achever dans le même bassin, il est bien difficile de leur donner une figure parfaite, à moins de passer à ce travail un tems beaucoup plus considérable que celui qu'on y mettrait en se servant de deux bassins. Le bassin dans lequel on dégrossit est ordinairement de fer, & on se sert de grais pour ce travail: car dans le fer il faut employer du grais, & de l'émeri dans le cuivre. D'ailleurs on dégrossit beaucoup plus vîte avec le grais: le bassin dans lequel on achève le verre, est de cuivre.

969. Le verre doit se centrer sur le bassin à dégrossir. Après qu'il est centré, on y

De la manière de polir les verres.

804. Ayant ôté la petite plaque de cuivre, prenez, dit Mr. Huyghens, une ardoise ou un morceau de pierre bleue ou grise, d'un pouce d'épaisseur, que vous arrondirez & que vous appla- Fig. 6

attache avec du mastic doux une molette faite d'un bouchon de liege. Les dimensions de cette molette varient un peu suivant le diametre des verres. Plusieurs Artistes la prennent d'un pouce de hauteur & de 10 lignes environ de diametre, pour des verres qui ont depuis deux jusqu'à quatre pouces de largeur. Les molettes de liege doivent être préférées aux autres, parce que le liege étant élastique & léger, elles n'ont point les défauts de celles de bois & de métal, dont les premieres déforment le verre en se déjettant, & les autres le font plier par leur pesanteur; ensorte que nos meilleurs Artistes ne se servent que de liege. M.r de l'Etang qui est sans contredit celui qui a fait jusqu'à présent les meilleurs objectifs achromatiques, ne se sert que de semblables molettes, & a inutilement tenté d'employer au travail des verres la perche dont se sert Mr. Huyghens. C'est aussi de cette manière que Mr. Anthaume a construit son excellent objectif.

970. Quand le verre est dégrossi, on l'adoucit ensuite dans le bassin de cuivre, en se servant d'émeri fin : c'est ici où se trouve la plus grande difficulté. L'habitude & l'expérience peuvent seules indiquer toutes les précautions qu'il faut prendre.

971. L'émeri dont on se sert pour adoucir le verre, devant être de différens degrés de finesse, voici, ajoûte Mr. l'Abbé Rochon, comme il doit être préparé. Faites-en broyer une très-grande quantité sur un plateau de fer avec une grosse molette d'acier; tamisez ensuite cet émeri afin d'en ôter les trop gros grains qu'on broyera de nouveau; jettez cet émeri dans l'eau; agitez ensuite l'eau pour que l'émeri se mêle avec elle; laissez reposer le tout une demi-heure, & ôtez ensuite toute l'eau, sans la troubler le moins qu'il est possible, par le moyen d'un syphon ou par tel autre expédient que vous jugerez convenable; remettez de nouvelle eau & laissez-la reposer aussi une demi-heure : si vous trouvez qu'elle soit encore teinte d'émeri, ôtez-la sans la troubler & en remettez de nouvelle, & continuez ainsi jusqu'à ce qu'enfin l'eau vous paraisse sensiblement claire; alors vous serez sûr que le résidu ne contient plus d'émeri trop fin. Vous pourrez jetter toute l'eau que vous aurez ôtée jusqu'alors, ne pouvant être d'aucun usage, parce qu'elle contient un émeri trop fin.

Troublez ensuite cette eau sensiblement claire, au fond de laquelle est le résidu, puis la laissez reposer 15 minutes; ôtez alors, par le moyen d'un syphon, cette eau teinte d'émeri, sans la troubler, & mettez-la dans un vase; remettez de l'eau & répétez la même opération (observant de ne faire durer à chaque fois l'écoulement de l'eau, par le moyen du syphon, que deux minutes au plus) jusqu'à ce que l'eau que vous aurez laissée reposer 15 minutes, ne soit plus sensiblement teinte d'émeri.

972. Laissez ensuite reposer toute cette eau teinte d'émeri que vous avez retirée à chaque opération & que vous avez mise dans un vase; il se formera au fond un dépôt d'émeri très-fin & très-égal qu'on appelle *émeri de 15 minutes* : ôtez l'eau & laissez sécher le résidu.

973. Versez de l'eau sur le premier résidu, c'est-à-dire sur celui d'où vous avez tiré votre émeri de 15 minutes; laissez-la reposer 8 minutes; ôtez cette eau teinte d'émeri, par le moyen du syphon, & la mettez dans un vase; répetez l'opération comme pour l'émeri de 15 minutes, & vous aurez de l'émeri de 8 minutes.

974. Répétez la même opération pour $4'$, $2'$, $1'$, $30''$, $15''$, $8''$; & vous aurez des émeris de différentes finesses, qui seront bien égaux; ce qui est un grand avantage, dit Mr. l'Abbé Rochon; car autant qu'on le peut, il faut que l'émeri, par exemple, de 4 minutes, ne contienne pas de celui de 8 minutes & de 15 minutes : cela lui ferait perdre de sa bonté,

tirez, en lui donnant un diametre un peu plus petit que celui du verre, & faites à son centre un trou d'un pouce de diametre. Prenez un morceau d'une grosse étoffe de laine, qu'on nomme *de la frise*, qui soit bien de la même épaisseur par-tout; taillez-le en cercle & faites-y au milieu un trou aussi d'un pouce de diametre. Faites chauffer l'ardoise & le verre; répandez ensuite légerement & également sur l'un & l'autre, du ciment fait avec deux parties de résine ou de poix dure & une de cire; posez l'étoffe sur l'ardoise & le verre sur l'étoffe, ayant laissé au milieu du verre un espace de la grandeur d'une piece de 24 s. sans ciment, & l'ayant noirci avec une chandelle. Prenez ensuite une piece de fer ou d'acier, creuse & de forme conique, ayant une base d'un pouce de diametre & autour de sa base un bord plat d'environ 2 pouces $\frac{1}{2}$ de diametre, la hauteur de ce cone étant exactement de l'épaisseur de l'ardoise, de l'étoffe & du ciment auxquels le verre est attaché. Le sommet de ce cone doit passer par le trou fait à l'ardoise & à l'étoffe; ensorte qu'étant cimenté à l'ardoise, il puisse approcher du verre de l'épaisseur d'un cheveu, & donne perpendiculairement sur le centre de la surface inférieure du verre; vous lui procurerez cette derniere disposition, au moyen du verre circulaire décrit ci-dessus. Vous appliquerez, en polissant, dans le sommet de ce cone creux, l'extrémité inférieure de la perche : mais il est bon de faire observer que la colle de poisson & une plaque de cuivre valent peut-être mieux que le ciment & l'ardoise. M.r Huyghens observe aussi que l'angle du cone doit être d'environ 80 ou 90 degrés, & que le sommet de ce cone doit être assez solide pour pouvoir être percé d'un petit trou, afin de recevoir la pointe de la perche, qui autrement aurait trop de liberté & s'échaperait de ce sommet. La raison pour laquelle on fait une tache noire au milieu du verre, c'est afin de découvrir par la lumière d'une bougie, réfléchie obliquement sur le verre, après l'avoir poli quelque tems, s'il est parfaitement clair & délivré d'une teinte de couleur pareille à celle des cendres.

805. Avant de se mettre à polir, il est à propos d'étendre sur le bassin un morceau de linge sur lequel vous répandrez un peu de tripoli très-fin; faites faire ensuite à votre verre 40 ou

50 tours ſur ce linge. Cela enlevera ſur-tout la rudeſſe des bords du verre qui, ſans cela, pourraient uſer trop le fond du baſſin dans lequel le verre doit principalement recevoir ſon dernier poli. Si j'entends bien Mr. Huyghens, dit Mr. Molineux, cette toile doit alors être ôtée, & on doit enſuite commencer à polir le verre ſur le baſſin tout nud. Mais il faut d'abord préparer du tripoli très-fin & du vitriol bleu réduit en une poudre très-fine, & mêler enſuite quatre parties de tripoli avec une de vitriol : ſix ou huit grains de ce mêlange ſuffiſent pour un verre de 5 pouces de diametre. Humectez cette poudre compoſée avec huit ou dix gouttes de vinaigre clarifié, dans le milieu du baſſin; mêlez le tout & l'adouciſſez entierement avec une très-petite molette; ayez grand ſoin de l'étendre également & en une couche très-mince ſur le baſſin ou au moins ſur une partie du milieu du baſſin beaucoup plus grande que celle que vous voulez faire parcourir au verre en le poliſſant; vous ferez pour cela uſage d'une de ces broſſes dont ſe ſervent les Peintres. Cet enduit doit être très-mince, ſans cependant l'être trop, autrement il diminuerait trop en poliſſant, & le baſſin ferait ſujet à être ſillonné & ſa figure à être altérée; enſorte qu'il faut quelquefois mettre un nouvel enduit, lequel n'eſt pas ſi aiſé à étendre également que le premier. Il faut enſuite ſécher parfaitement cet enduit, en le tenant ſur un réchaud, & laiſſer refroidir le baſſin. Après cela, étendez également & en une couche très-mince ſur le baſſin ainſi préparé, d'autre tripoli réduit en poudre très-fine, après l'avoir bien lavé & enſuite fait ſécher; prenez alors votre briſoir & uniſſez le tripoli bien également, puis prenez le verre que vous voulez polir & l'eſſuyez avec ſoin avec un linge trempé dans de l'eau teinte légerement de tripoli & de vitriol; mettez-le enſuite ſur le baſſin & faites-le aller & venir en ligne directe deux ou trois fois; après quoi ôtez-le & examinez ſi le tripoli qui y eſt attaché eſt également répandu ſur toute ſa ſurface; s'il ne l'eſt pas, c'eſt une marque que le baſſin ou le verre eſt trop chaud; alors il faut attendre un peu & enſuite eſſayer de nouveau juſqu'à ce que vous trouviez que le verre prend le tripoli par-tout également. Vous pouvez alors vous mettre à polir ſans riſquer beaucoup de gâter la figure du verre; ce qui dans l'autre cas

arriverait infailliblement. Si le bassin est plus chaud que le verre, il touchera davantage le verre au milieu que vers la circonférence, parce que la surface du bassin étant gonflée par la chaleur, deviendra trop plate. Si au contraire le verre est plus chaud que le bassin, il portera davantage vers sa circonférence qu'à son centre, parce que sa surface inférieure est plus contractée par la froideur du bassin, que sa surface supérieure.

806. M.r Huyghens dit que si l'on voulait polir à la main, le travail serait très-considérable, & que même on ne réussirait pas si les verres avaient 5 à 6 pieds de foyer; il paraît même croire qu'il est absolument nécessaire de presser le verre avec une force extraordinaire : dans cette vue, il a imaginé deux moyens d'augmenter la pression à un degré suffisant, qui consistent, comme on le verra aux Articles 812, 813, &c. dans l'application d'un fort ressort qui presse le centre du verre sur le polissoir.

807. La partie du travail des verres qui consiste à leur donner le poli, étant la plus difficile & la plus délicate, on s'y est pris de diverses manières pour y réussir. Mr. Newton, le P. Cherubin, Mr. Huyghens & les Opticiens ordinaires ont tous suivi des méthodes différentes. Mr. Newton est le seul qui ne paraît point insister sur la nécessité d'une forte pression : Voici ce qu'il dit sur ce sujet, page 121 de son Traité d'Optique, Édit. française. J'ai perfectionné une fois considérablement l'objectif d'une lunette de 14 pieds, fait par un Artiste de Londres, en le travaillant sur de la poix mêlée avec de la potée, sans appuyer dessus que d'une maniere très-légere, de peur que la potée ne le sillonnât. Savoir si l'on pourrait polir par ce moyen-là les grands miroirs de verre pour les télescopes catoptriques, c'est ce que je n'ai point encore essayé; mais soit qu'on s'y prenne de cette manière pour polir, soit qu'on suive une méthode différente, on fera bien, selon moi, de mettre les verres en état d'être polis en les travaillant avec moins de violence que n'ont coutume de faire nos Artistes de Londres. Car les verres pressés si violemment, sont sujets à se courber un peu en les travaillant, ce qui doit certainement en gâter la figure.

808. A l'égard de la méthode que Mr. Newton employait pour polir les verres, j'ignore s'il l'a décrite quelque part; mais quant à celle

celle qu'il suivait pour polir les miroirs de métal, on la trouve décrite dans son Optique, en ces termes : Voulant polir un miroir de métal, je me servis de deux bassins de cuivre, chacun de six pouces de diametre, l'un convexe & l'autre concave, travaillés de manière qu'ils se répondaient fort juste l'un à l'autre ; je travaillai sur le bassin convexe le miroir concave de métal que je voulais polir, jusqu'à ce qu'il eût pris la forme du bassin convexe, & qu'il fût en état d'être poli ; je mis ensuite sur le bassin convexe une couche de poix très-mince, y faisant tomber la poix toute fondue & chauffant ce bassin pour que la poix se conservât molle, pendant que je pressais ce bassin contre le concave que j'avais soin de mouiller pour que la poix se répandît également sur toute la surface du bassin convexe. Ainsi en travaillant beaucoup, je rendis cette poix aussi mince qu'une piece de cinq sols ; & après que le bassin convexe fût refroidi, je le travaillai encore pour lui donner une figure aussi exacte qu'il m'était possible ; ayant ensuite pris de la potée que j'avais rafinée en la lavant & la dégageant par-là de ses parties les plus grossieres, j'en jettai un peu sur la poix & je la broyai, par le moyen du bassin concave, jusqu'à ce qu'elle eût cessé de craqueter : après cela, je commençai à travailler vivement le miroir de métal sur la poix, pendant deux ou trois minutes, en appuyant fortement dessus. Mettant ensuite de nouvelle potée sur la poix, je la broyai encore jusqu'à ce qu'elle ne craquetât plus, après quoi, je travaillai le miroir dessus comme auparavant ; & je répétai tout ce travail jusqu'à ce que le miroir fût entierement poli, le travaillant la derniere fois de toute ma force pendant un espace de tems assez considérable & répendant souvent mon souffle sur la poix pour la conserver humide, sans y mettre de nouvelle potée. Je donnai à ce miroir deux pouces de largeur & environ un tiers de pouce d'épaisseur pour l'empêcher de se fausser. J'avais deux de ces miroirs de métal ; après les avoir polis tous deux, j'essayai lequel était le meilleur & je travaillai l'autre encore pour voir si je pourrais le rendre plus parfait que celui-là. C'est ainsi que j'appris par plusieurs épreuves la manière de polir & que je parvins à faire les deux télescopes catoptriques dont j'ai parlé. Car l'art de polir s'apprendra beaucoup mieux par la pratique, que par toutes les descriptions que j'en pourrais donner. Avant de travailler le miroir sur la poix, j'avais toujours soin de travailler la potée sur la poix avec le bassin de cuivre concave, jusqu'à ce qu'elle cessât de craqueter, parce que si les petites parties de la potée ne sont pas disposées par ce moyen à s'attacher fortement à la poix, il arrivera que roulant de tous côtés sous le miroir, elles le sillonneront & y feront une infinité de petits creux.

809. Quant à la méthode de polir du P. Cherubin, il paraît qu'elle consiste principalement en ce qu'il emploie d'abord le tripoli & ensuite la potée; & même il paraît que ce qu'il approuve le plus est la potée seule. Il polit dans le même bassin qui lui a servi à tailler son verre, & il décrit dans un très-grand détail diverses manières de le faire. Il étend d'abord sur le bassin un morceau de cuir très-fin, de belle toile d'Hollande ou d'autre toile bien fine, de taffetas ou de satin, par-tout d'une épaisseur bien égale, qu'il tend fortement; il enduit ensuite cette surface en partie, depuis un de ses bords jusqu'au bord opposé, d'une légere couche de potée mouillée à la consistance d'un syrop épais, environ de la largeur du verre ou un peu plus, formant une bande qui passe par le centre du bassin; ensuite il unit la potée avec son brisoir en lui faisant parcourir plusieurs fois cet enduit d'un bout à l'autre; puis il se met à travailler son verre en le faisant aller & venir le long de cette bande de potée & le pressant en même tems fortement, obligeant, par cette pression, le cuir, toile &c. quoique déja tendu, de toucher la surface du bassin: il prétend que par cette méthode il obtenait un excellent poli. A chaque tour, il tournait le verre un peu sur son axe; la molette qu'il employait dans ce travail était très-pesante & beaucoup plus que celle dont il se servait d'ordinaire pour tailler ses verres; & il recommande de la prendre telle, comme étant très-utile dans ce travail : s'il lui fallait de nouvelle potée, il ne faisait aucune difficulté d'en mettre aussi souvent qu'il était nécessaire, ayant grand soin de l'unir avec le brisoir, avant d'y appliquer le verre.

810. Je pense que cette méthode, dit Mr. Molineux, pourrait être perfectionnée en faisant usage de la perche & du ressort, suivant la méthode de Mr. Huyghens, particulierement si la perche

était armée à son extrémité supérieure d'une forte pointe sur laquelle le ressort fût appliqué; la longueur de cette perche étant égale au rayon de la sphere du bassin, & la pointe sur laquelle le ressort presse, étant bien perpendiculairement au-dessus du centre du bassin, & exactement au centre de sa sphere.

811. Le même Auteur donne encore une autre méthode pour polir dans le bassin : la voici. Il prend une feuille de papier très-fin, & l'examinant avec la plus grande attention, il en ôte avec un bon canif toutes les parties grossieres, toutes les petites aspérités; puis il le trempe dans de l'eau bien nette, le met entre deux linges pour le sécher & le retire avant qu'il soit entierement sec; & après avoir enduit le bassin d'empoix ou de colle, aussi légérement qu'il est possible, il pose le papier encore humide doucement dessus, le colle en commençant par un des bords, & allant par degrés jusqu'au bord opposé, jusqu'à ce qu'il soit entierement collé, ce qu'il fait lentement, pour laisser à l'air la liberté de sortir totalement; ensuite passant dessus la peaume de la main, en commençant par le centre & allant tout autour jusqu'à la circonférence, il oblige le papier de s'attacher par-tout; & il fait cela trois ou quatre fois pendant que le papier séche, pour faire sortir tout l'air; il le laisse ensuite finir de sécher de lui-même, & le revisite comme auparavant avec son canif; puis il en ôte toutes les inégalités qui peuvent y être restées & le polit avec un brisoir de verre très-rude, taillé grossierement dans le même bassin; lorsque cela est fait, il répand du tripoli sur ce papier & polit comme dans sa premiere méthode *.

*975. La manière de polir actuellement en usage chez nos bons Artistes, est celle qui suit. Quand le verre est adouci, on colle un papier sur le bassin de cette manière : on prend du papier de serpente de Hollande, le plus fin, le plus égal & le moins gommé qu'il est possible, on le coupe de la grandeur du bassin, on le trempe dans l'eau, & on l'essore avec une serviette fine; on étend avec un pinceau une légere couche d'eau gommée, puis on applique le papier sur le bassin, auquel on en fait prendre exactement la forme avec le verre même; on laisse ensuite sécher le papier, & quand il est sec, on ôte avec un bon canif les petits graviers qui peuvent s'y trouver; puis on le frotte avec un verre dont les bords seuls portent sur le bassin, & qui ait un biseau un peu rude : ce verre fait l'effet d'une lime fine qui ôte les petites inégalités du papier.

976. Quand le bassin est ainsi préparé, on y applique une légere couche de tripoli de Vénise qu'on répand également & auquel on ôte ce qu'il peut avoir de rude avec le brisoir; on nettoie le verre avec du vinaigre dans lequel on a fait dissoudre du vitriol bleu; & on le frotte en prenant la molette avec les deux mains & le plus près du verre qu'il est possible, & faisant aller le verre en ligne

812. Venons actuellement à la description de la machine
Fig. 693. dont nous avons parlé ci-dessus. *CC* représente une piece de bois carrée un peu plus longue que le diametre du bassin, &

droite, d'une extrémité du bassin à l'autre. On ne doit point mettre de nouveau tripoli, & la premiere couche doit suffire pour polir un verre.

977. Lorsque les verres sont minces ou d'un grand diametre, ils sont sujets à se plier dans le travail, ce qui arrive surtout aux verres concaves. Pour éviter cet inconvénient, quelques Artistes ont coutume de les doubler avec une ardoise & du plâtre. Mais je dois avertir, dit Mr. l'Abbé Rochon, que cette méthode ne vaut rien; le plâtre en se séchant défigure totalement le verre. Voici une méthode qui n'a pas le même inconvénient: doublez votre verre avec un autre verre dont la figure réponde à peu près à la sienne, de manière que leurs bords seuls se touchent, sans que leurs centres portent; & pour les attacher ainsi servez-vous d'eau légerement gommée.

978. Si un des côtés d'un verre est plan, il se polit de la même manière que le côté courbe, ainsi il n'y a rien de particulier à dire sur ce sujet; nous devons seulement prévenir qu'il est très-difficile de rendre un verre parfaitement plan, à cause de l'extrême difficulté qu'on rencontre à donner une surface parfaitement plane aux plaques de cuivre ou de fer qui servent à ce travail: d'où l'on voit qu'on doit abandonner totalement cette figure, pour les objectifs d'un foyer d'une longueur un peu considérable.

979. Outre les diverses manières d'achever & de polir les verres, exposées dans ce Chapitre & dans les Notes précédentes, il en est une autre que nous ne devons pas laisser ignorer, sur-tout depuis qu'un grand Géometre l'a jugée digne de son attention. Cette méthode differe de celles qu'on a vues, en ce que le bassin au lieu d'être immobile, a un mouvement de rotation autour de son axe, & que la lentille au lieu d'être livrée à l'action inégale & incertaine de la main, est retenue en un endroit du bassin, au moyen d'un style appliqué à son centre, autour duquel elle a la liberté de se mouvoir; ensorte qu'aussi-tôt que le bassin vient à tourner, elle se trouve obligée par l'impression qu'elle en reçoit, d'en faire autant autour de son centre; & comme ces deux mouvemens different, on voit qu'elle doit éprouver un frottement propre, soit à l'adoucir, soit à la polir. Comme dans cette méthode il n'y a rien qui dépende de la volonté de l'Artiste, que l'endroit du bassin où il arrête le verre, & que par conséquent elle donne plus de prise à la Géométrie que les précédentes, Mr. Euler a cru devoir l'examiner (*Nouv. Mém. de Petersbourg*, *Tome VIII*) & chercher à déterminer ce qui est susceptible de l'être. Ne doutant nullement qu'on ne soit très-curieux de connaître ce qu'il a fait sur ce sujet, nous croyons pouvoir l'insérer ici.

* 980. Soit *MNOP* (*Fig. 689*) un bassin qu'on doit faire tourner horisontalement à l'aide d'un tour, autour de son axe *E*, avec une certaine vitesse. Soit *AFBH* la lentille qu'on veut adoucir ou polir, serrée contre ce bassin par le moyen d'un style appliqué à son centre *C*, de manière que le point *C* demeure toujours au même endroit du bassin, & que la lentille puisse tourner librement autour. Si l'on imprime au bassin son mouvement de rotation, la lentille se mettra aussi-tôt à se mouvoir autour du style, & bientôt elle tournera uniformément; & comme elle reçoit son mouvement du bassin, elle tournera d'autant plus vite & par conséquent sa surface s'usera d'autant plus promptement, toutes choses égales d'ailleurs, que la vitesse du bassin sera plus grande. La premiere chose qui se présente à considérer, est donc la vitesse du bassin.

981. Représentons par u cette vitesse rapportée à une certaine distance fixe du centre *E* désignée par l'unité, ensorte que la vitesse d'un point quelconque *R* du bassin éloigné du centre *E* de la distance $RE = z$, soit $= uz$, dont le carré $uuzz$ exprime la hauteur dûe à cette vitesse, c'est-à-

d'environ un pouce & demi d'épaiſſeur ; les deux extrémités C & C ayant la forme qu'on leur voit dans la Figure, ſervent de poignées pour les Ouvriers. Au milieu de cette piece de

dire, celle d'où un corps devrait tomber pour acquérir cette viteſſe. Il eſt évident que le mouvement du baſſin eſt entierement déterminé par cette lettre u.

982. Quant à ce qui concerne la lentille ; il y a pluſieurs choſes à conſidérer outre la viteſſe de ſon mouvement. D'abord, il faut avoir égard à ſon diametre AB que nous ſuppoſerons $= 2a$: en ſecond lieu, il importe beaucoup à quelle diſtance du centre E du baſſin le centre C de la lentille ſoit retenu au moyen du ſtyle : ſuppoſons cette diſtance $CE = b$. Enfin, ſi l'on veut juger de l'effet de l'attrition, il faut tenir compte de la force avec laquelle la lentille eſt preſſée contre le baſſin, que nous ſuppoſerons égale au poids P. Comme la ſurface entiere de la lentille qui touche le baſſin eſt preſſée avec cette force, ſi l'on veut avoir celle avec laquelle une portion quelconque de cette ſurface eſt preſſée, tout ſe réduira à chercher le rapport de cette partie à cette ſurface entiere, puiſque l'on ſuppoſe que la lentille a déja la figure du baſſin, & qu'il ne s'agit que de l'adoucir ou de la polir.

983. Il faut actuellement chercher le mouvement de la lentille qui, à cauſe que ſon centre eſt fixe, ne peut être qu'un mouvement de rotation autour de ce centre, & qui tient la premiere place parmi les choſes que nous avons à trouver. On voit tout de ſuite qu'à cauſe du mouvement du baſſin, qui ſe fait dans le ſens $MNOP$, la lentille tourne dans le même ſens $AFBH$. Repréſentons, comme nous avons fait pour le baſſin, par v, la viteſſe de ce mouvement rapportée à une diſtance fixe déſignée par l'unité ; enſorte que la viteſſe d'un point quelconque R de la lentille éloigné du centre C de la diſtance $RC = x$, ſoit $= vx$, la direction du mouvement étant une droite Rk perpendiculaire à RC. On obſervera que, pour que le point C demeure toujours au même endroit, malgré l'effort que fait le baſſin par ſon mouvement pour emporter la lentille entiere, il faut appliquer par le moyen du ſtyle un effort oppoſé à celui du baſſin, dont il faudra déterminer la quantité.

984. Examinons maintenant l'attrition d'un point quelconque de la lentille, qui conſiſte dans le mouvement de ce point par rapport au baſſin, ou, ſi l'on veut, dans celui du point correſpondant du baſſin relativement à la lentille : cet examen nous eſt utile pour ce que nous avons à trouver. Si l'on ne conſidere d'abord que l'attrition du centre C de la lentille, elle eſt évidente. Car comme, à cauſe que $EC = b$, le point C du baſſin ſe meut avec une viteſſe $= bu$ dans la direction Cc perpendiculaire à EC, & que le point C de la lentille eſt en repos, cette viteſſe bu ſera celle de l'attrition, laquelle eſt par conſéquent d'autant plus grande que le centre C de la lentille eſt plus éloigné du centre E du baſſin.

985. Quant à la viteſſe de l'attrition des autres points de la ſurface de la lentille, elle dépend non-ſeulement du mouvement du baſſin, mais encore de celui de la lentille. Soit, comme ci-deſſus, la diſtance CR (*Fig. 690*) d'un point quelconque R de la lentille au centre, $= x$, & l'angle $ACR = p$. Soit menée $Rk = vx$, perpendiculaire à CR, repréſentant le mouvement du point R de la lentille, & $Rh = uz$, perpendiculaire à $ER = z$, repréſentant le mouvement du point R du baſſin, contigu au point R de la lentille. Maintenant ſi nous concevons que la lentille imprime au baſſin un mouvement égal à vx, dans la direction Rk' oppoſée à Rk, il eſt clair qu'ayant achevé le parallélogramme $Rk'rh$, & mené la diagonale Rr, la choſe revient au même que ſi le point R de la lentille étant en repos, le baſſin ſe mouvait au-deſſous dans la direction Rr avec la viteſſe Rr, qui par conſéquent ſera la viteſſe de l'*attrition* du point R de la lentille. Il s'agit donc de trouver Rr & ſa ſituation.

986. CE étant $= b$, on aura $z = \sqrt{(b^2 + x^2 + 2bx \text{ coſ. } p)}$; & ayant fait l'angle $CER = q$, on aura tang. $q =$

bois on fixe une pointe de fer d'une longueur telle, que si l'on pose les surfaces inférieures des poignées C & C sur un plan, l'extrémité de cette pointe touchera ce plan. Cette pointe presse

$\frac{x \sin. p}{b + x \cos. p}$ & sin. $q = \frac{x \sin. p}{z}$. De plus, l'angle CRE étant $= p - q$, on aura tang. $(p - q) = \frac{b \sin. p}{x + b \cos. p}$ & sin. $(p - q) = \frac{b \sin. p}{z}$. Dans le triangle $Rk'r$, on a $Rk' = vx$, $rk' = Rh = uz$ & l'angle $Rk'r = CRE = p - q$; d'où l'on a $Rr = \sqrt{(vvxx + uuzz - 2vuxz \cos. (p - q))}$; mais $z \cos. (p - q) = x + b \cos. p$, donc $Rr = \sqrt{(vvxx + uuzz - 2uvxx - 2buvx \cos. p)} = \sqrt{[bbuu + 2bu(u - v)x \cos. p + (u - v)^2 xx]}$.

987. A l'égard de la situation de Rr, on remarquera que le triangle $Rk'r$ donne $k'r^2 = Rr^2 + Rk'^2 - 2Rr.Rk'. \cos. k'Rr$ d'où l'on a cos. $k'Rr = \frac{Rr^2 + Rk'^2 - k'r^2}{2Rr.Rk'} = \frac{-(u - v)x - bu \cos. p}{Rr} =$ sinus $(CRk' + k'Rr)$, l'angle CRk' étant droit; & que sin. $k'Rr = \frac{k'r. \sin. (p - q)}{Rr} = \frac{bu \sin. p}{Rr} = - \cos. (CRk' + k'Rr)$. Si donc l'on conçoit que Rr fasse par en haut un angle avec la droite CR, on aura sin. $CRr = \frac{(u - v)x + bu \cos. p}{Rr}$ & cos. $CRr = -\frac{bu \sin. p}{Rr}$; Rr étant $= \sqrt{[bbuu + 2bu(u - v)x \cos. p + (u - v)^2 xx]}$: d'où l'on voit que si $ACR = p = 0$, Rr sera $= bu + (u - v)x$, & l'angle CRr droit; & que si de plus $x = 0$, la vîtesse de l'attrition du centre C sera, comme auparavant, $= bu$.

988. Tout se réduit donc à présent à trouver le rapport de la vîtesse gyratoire v de la lentille à la vîtesse gyratoire u du bassin. Or, M.r Euler remarque qu'il se présente pour cela deux moyens, l'un indirect, tiré du principe de la moindre action, l'autre direct, tiré des principes du mouvement. Selon le premier, le mouvement de la lentille doit être tel que l'attrition totale soit la plus petite possible. Concevant donc en R un élément de la surface de la lentille qui, à cause que la distance $CR = x$ & l'angle $ACR = p$, sont variables, sera exprimé par $xdxdp$; & le multipliant par la vitesse Rr de l'attrition, on aura la quantité de l'attrition de cet élément $xdxdp \sqrt{[bbuu + 2bu(u - v)x \cos. p + (u - v)^2 xx]}$ dont l'intégrale, étendue à la lentille entiere, ensorte qu'elle en exprime l'attrition, doit être un *minimum*.

989. Si l'on conçoit RC prolongée au-delà du centre C jusqu'à l'élément $xdxdp$ situé de l'autre côté de la droite AB, la quantité de l'attrition de cet élément sera, à cause que x ou cos. p devient négatif, $xdxdp \sqrt{[bbuu - 2bu(u - v)x \cos. p + (u - v)^2 xx]}$. Joignant ensemble ces deux quantités, il est évident que la somme devient la plus petite possible, si l'on prend $v = u$; ce qui étant également vrai de tous les élémens ainsi opposés, il s'ensuit que l'attrition de toute la lentille sera la plus petite, si $v = u$, ou que la lentille se meuve avec la même vîtesse que le bassin, ensorte qu'ils fassent l'un & l'autre leurs révolutions en tems égaux.

990. On parvient également à la même conclusion par la voie directe. L'expérience apprenant que le frottement dépend de la pression seule & que la vîtesse de l'attrition ne contribue ni à l'augmenter ni à le diminuer, l'élément de la surface de la lentille $xdxdp$ en R, sera sollicité, suivant la direction Rr, par une force proportionnelle à cet élément, à cause que la pression est égale par-tout. Supposons donc que cette force soit $= Fxdxdp$: le moment de cette force par rapport au centre immobile C de la lentille sera $Fxdxdp. CR \sin. CRr = \frac{Fxdxdp.x[(u - v)x + bu \cos. p]}{\sqrt{[bbuu + 2bu(u - v)x \cos. p + (u - v)^2 xx]}}$ & le moment de la force avec laquelle l'élément opposé, de l'autre côté du centre C, est pareillement sollicité, sera

sur le sommet du cone creux décrit ci-dessus. Pour augmenter cette pression, on se sert d'une espece d'arc DED fait d'une planche de sapin, d'un demi-pouce d'épaisseur & de cinq pieds

$$\frac{Fxdxdp.x[(u-v)x-bu\,\text{cos}.\,p]}{\sqrt{[bbuu-2bu(u-v)x\,\text{cos}.p+(u-v)xx]}}.$$

991. Présentement comme le mouvement de la lentille est supposé déja parvenu à l'uniformité, il faut que la somme entiere de ces momens soit nulle. Or, c'est ce qui est en effet, si $v=u$; car on voit que dans cette supposition la somme de deux élémens quelconques opposés se trouve nulle.

992. On trouve encore la même chose en intégrant à l'ordinaire. Car ayant posé $v=u$, le moment de la force qui sollicite l'élément en R, $=Fxxdxdp$ cos. p, d'où l'on tire $\frac{1}{3}Fx^3dp$ cos. p, pour le moment de la force qui sollicite le secteur élémentaire qui s'étend jusqu'en R, & $\frac{1}{3}Fa^3dp$ cos. p, pour le moment de celle qui sollicite le même secteur s'étendant jusqu'au bord de la lentille. Prenant l'intégrale, on a $\frac{1}{3}Fa^3$ sin. p, qui, en supposant $p=360°$, exprime la somme des momens des forces qui sollicitent les secteurs dont la surface de la lentille est composée; or cette quantité devient alors nulle, ce qui n'arriverait pas, si v n'était pas égale à u. Une méthode est donc confirmée par l'autre; d'où M.r Euler conclut que le principe de la moindre action étant évident par lui-même, on ne peut douter que celui dans lequel on suppose que le frottement dépend de la pression seule, ne soit exactement vrai.

993. Ce que la théorie fait connaître, savoir, que $v=u$, se trouve confirmé par l'expérience. Mr. Euler a remarqué qu'en quelqu'endroit du bassin que la lentille fût retenue, ses révolutions s'accordaient avec la plus grande exactitude avec celles du bassin, & à peine a-t-il pu observer quelqu'inégalité au commencement même du mouvement. Bien plus, ayant tantôt augmenté & tantôt diminué le mouvement du bassin, il a observé que la lentille suivait la même inégalité.

994. Après avoir trouvé que la lentille & le bassin tournent avec des vîtesses égales, Mr. Euler passe à la détermination de la force à laquelle le style appliqué au centre C de la lentille doit pouvoir résister, pour que ce centre reste immobile malgré le mouvement du bassin. Voici comme il y parvient. v étant $=u$, Rr sera $=bu$, sin. $CRr=$ cos. p & cos. $CRr=-$ sin. p; ensorte que $CRr=90°+p$ & $k'Rr=p=ACR$. Or, à cause du frottement, l'élément $xdxdp$ de la surface de la lentille, en R, est sollicité suivant Rr par une force constante; & parce que la surface entiere qui est caa, (c désignant la demi-circonférence du cercle, dont le rayon est 1), est pressée avec la force P, cet élément est pressé avec une force $=\frac{Pxdxdp}{caa}$, au tiers de laquelle le frottement peut être censé égal. Mettons, pour plus de généralité, n pour ce tiers, ensorte que l'élément dont nous parlons soit sollicité suivant Rr, par la force $\frac{nPxdxdp}{caa}$ qui fournira, suivant la direction CR, la force $\frac{nPxdxdp\,\text{sin}.p}{caa}$ & suivant la direction perpendiculaire à CR, la force .... $\frac{nPxdxdp\,\text{cos}.\,p}{caa}$.

995. Mais par ce qu'on a fait voir ci-dessus, toutes ces forces perpendiculaires se détruisent, ensorte que le style doit supporter toutes ces autres forces qui agissent suivant CR, & qu'on peut concevoir comme si elles étaient appliquées suivant cette direction, au centre même de la lentille. Décomposons chacune de ces forces en deux autres suivant les directions fixes CA & Cc, la force suivant CA sera $\frac{nPxdxdp\,\text{sin}.\,p\,\text{cos}.\,p}{caa}$ & la force suivant Cc, $\frac{nPxdxdp\,\text{sin}.\,p^2}{caa}$. Une 1re intégration de la force suivant CA donne, après avoir fait $x=a$, $\frac{n}{2c}Pdp$ sin. p cos. $p=\frac{n}{4c}$

de long ſur ſept pouces de largeur au milieu, allant en diminuant de ſon milieu à ſes extrémités, où il ne forme preſque plus qu'une pointe. Cet arc eſt attaché par le milieu, en E, au

Pdp ſin. $2p$, dont l'intégrale eſt $\frac{n}{8c} P$ $(1 - \text{coſ.}\, 2p)$. Si l'on fait $p = 360°$, on voit que cette force ſuivant CA s'évanouit. La force ſuivant Cc étant intégrée, donne $\frac{n}{2c} Pdp$ ſin. $p^2 = \frac{n}{4c} P (p - \frac{1}{2}$ ſin. $2p)$, & ayant ſuppoſé $p = 360°$, cette force ſuivant Cc devient $\frac{1}{2}\, nP$.

996. Le ſtyle ſupporte donc, à cauſe du mouvement du baſſin, la force $\frac{1}{2} nP$ ſuivant la direction Cc; ainſi, ſi l'Artiſte veut que le centre du verre demeure toujours au même endroit, il faut qu'il oppoſe ſans ceſſe à cette force une réſiſtance égale; enſorte que ſi $n = \frac{1}{3}$, la force qu'il doit employer eſt égale à la ſixieme partie de la force entiere P avec laquelle la lentille eſt preſſée contre le baſſin.

997. Il y a cependant un cas, comme le remarque Mr. Euler, où il n'y aurait point de réſiſtance à oppoſer, c'eſt celui où le centre de la lentille ſerait preſſé contre le centre même du baſſin; car alors la lentille ayant le même mouvement que le baſſin, & n'y ayant par conſéquent point de frottement, le ſtyle ne ſoutient aucune force. Mais on voit, dit M.r Euler, que lorſqu'il s'agit du frottement, il faut toujours admettre une ſemblable exception, parce que le frottement étant toujours le même, ſoit que le mouvement ſoit extrêmement lent ou extrêmement rapide, le mouvement venant à ceſſer, le frottement ceſſe comme ſubitement.

998. La théorie & l'expérience nous apprenant que $v = u$, il s'enſuit que $Rr = bu$; d'où l'on voit que la lentille demeurant au même endroit du baſſin, tous ſes points ſont uſés avec la même viteſſe, & par conſéquent ſont unis ou polis avec une force égale; avantage propre à ce méchaniſme, & qui le rend préférable aux autres, puiſque dans ceux-là les points de la lentille éprouvent tous une attrition différente. On voit de plus que la viteſſe de l'attrition ſuit le rapport de l'intervalle $EC = b$, enſorte que ſi le centre C de la lentille eſt appliqué au centre E du baſſin, il n'y aura point d'attrition, & qu'elle ſera d'autant plus conſidérable que l'intervalle EC le ſera davantage; ainſi il eſt néceſſaire de faire le baſſin beaucoup plus grand que la lentille qu'on veut polir, ce que les Artiſtes ne manquent jamais de faire.

999. On voit donc ici, dit M.r Euler, une grande différence entre le frottement & l'attrition, qui ſont deux choſes qu'on a coutume de confondre. Car le frottement eſt toujours le même, quelle que ſoit la vîteſſe du mouvement. Mais l'attrition, & ſon effet qui conſiſte dans l'uſure des ſurfaces, dépendent principalement de la viteſſe; d'où nous meſurons la quantité de cette attrition par ſa viteſſe multipliée par la preſſion. Si donc nous conſidérons dans la ſurface de la lentille l'élément dR, comme la force avec laquelle il eſt preſſé contre le baſſin eſt $= \frac{PdR}{caa}$, & que ſa viteſſe eſt $= bu$, la quantité de ſon attrition eſt $= \frac{PbudR}{caa}$. On voit donc que la lentille ſera polie d'autant plus promptement que la quantité $\frac{Pbu}{caa}$ eſt plus grande, laquelle eſt proportionnelle 1°. à la force P avec laquelle la lentille eſt preſſée contre le baſſin. 2°. à la viteſſe avec laquelle le baſſin tourne. 3°. à l'intervalle $EC = b$ entre le centre de la lentille & celui du baſſin. 4°. enfin à la ſurface de la lentille réciproquement, enſorte que plus la lentille eſt grande, plus elle s'adoucit ou ſe polit lentement.

1000. Après avoir conſidéré l'attrition de la ſurface de la lentille, Mr. Euler paſſe à celle que le baſſin éprouve en même tems: & l'on conçoit que ce nouvel examen eſt abſolument indiſpenſable. Car le frottement des deux ſurfaces eſt réciproque, & il ſe détache par conſéquent de l'une & de l'autre des particules briſées, enſorte que ſi la ſurface du baſſin n'eſt pas uſée par-tout également, ſa figure s'altérera & le verre prendra néceſſairement

plancher

plancher par une vis ou par un clou, & est courbé par une corde *FIIF* à laquelle deux autres sont attachées en *I* & *I*, l'intervalle *II* étant de la longueur de la piece de bois *CC*.

une forme différente de celle qu'on veut lui donner. On voit donc combien il est nécessaire de rechercher exactement l'attrition du bassin même.

1001. Or, d'abord il est clair que tous les points du bassin également éloignés de son centre, sont usés également à chaque révolution. Considérons donc, dit Mr. Euler, un point quelconque G (*Fig. 691*) du bassin éloigné du centre E de ce bassin, de l'intervalle $EG = y$, qui dans une révolution est usé tant qu'il décrit l'angle LEI. Comme donc l'attrition momentanée est $= \frac{Pbu}{caa}$, l'attrition entiere de ce point, pendant une révolution entiere, sera $= \frac{Pbu}{caa} \times \frac{\text{ang. } LEI}{360^\circ}$, puisque la quantité d'attrition du point G de la lentille est exprimée pour une révolution par $\frac{Pbu}{caa}$.

1002. Maintenant comme $CI = CA = a$, $EC = b$, $EI = EL = y$, on aura cos. $GEI = \frac{bb + yy - aa}{2by}$; ainsi, comme $c = 180^\circ$, l'attrition du point G du bassin, pendant une révolution, sera $= \frac{Pbu}{ccaa} \times$ ang. cos. $\frac{bb - aa + yy}{2by}$; expression qui ne peut être que pour les points du bassin, dont la distance au centre E est contenue entre les limites $AE = b + a$ & $BE = b - a$, parce que dans l'une & l'autre limites & en dehors d'elles, l'attrition s'évanouit. On observera que si le centre C de la lentille est assez près du centre E du bassin pour que le point B tombe de l'autre côté de E, ensorte que EB soit alors $= a - b$, tout l'espace circulaire du bassin autour du centre E, dont le rayon est $a - b$, souffrira une attrition continuelle & égale à celle de la lentille. Car si $y = a - b$, on aura ang. cos. $\frac{bb - aa + yy}{2by} =$ ang. cos. $- 1 = 180^\circ = c$. Si le bassin tout entier souffrait une attrition pareille, il n'y aurait point à craindre que sa figure vînt à s'altérer.

1003. Mais comme l'espace annulaire du bassin qui s'applique à la lentille est le seul qui s'use tant que la lentille est retenue au même endroit, il est la seule partie du bassin dont la figure soit altérée ; & comme elle ne l'est pas par-tout également, on conçoit que sa sphéricité doit souffrir un changement considérable & qu'en conséquence la lentille recevra une forme très-différente de celle qu'on veut lui donner. Les Artistes, il est vrai, tâchent de prévenir cet inconvénient, tantôt en rapprochant la lentille plus près du centre du bassin, tantôt en l'éloignant davantage ; mais ils ne le préviennent qu'en partie ; parce que l'attrition est beaucoup plus petite vers les bords que vers le centre, ensorte que le bassin n'est point usé également par-tout, & perd encore sa figure.

1004. Ce qu'il y a de mieux à faire, suivant Mr. Euler, pour rendre l'attrition du bassin égale par-tout, c'est d'y appliquer, outre la lentille, un morceau de verre dont la figure & la pression soient telles que chaque point du bassin éprouve la même attrition, tant de la part de la lentille que de celle du morceau de verre. Il s'agit donc de trouver la figure de ce verre. Pour avoir la plus simple, supposons, dit Mr. Euler, que l'intervalle BE (*Fig. 692*) s'évanouisse, ou que $EC = b = CB = a$, & que le rayon du bassin EM soit égal au diametre de la lentille ; ce qui est, comme l'on voit, très permis, puisque la lentille devant être toujours au même endroit du bassin, il ferait superflu de faire le bassin plus grand. Soit donc $EOfh$ la figure cherchée de ce morceau de verre, lequel doit être retenu constamment au même endroit du bassin ; soit la force avec laquelle il est pressé contre le bassin, égale au poids Q, & soit sa surface $= ee$; & parce qu'il importe peu en quel endroit du bassin il soit appliqué, supposons-le dans la situation $NEHKF$.

Une des cordes $ICCG$ passe sur cette piece de bois par un trou pratiqué en C dans la poignée qui lui répond, & après l'avoir embrassée dans toute sa longueur, elle repasse par un

1005. Le demi-diametre du bassin étant supposé égal au diametre de la lentille, la quantité de l'attrition qu'éprouvent, de la part de la lentille, les points G du bassin éloignés du centre E de l'intervalle $GE = y$, est, dans une révolution, $= \frac{Pu}{caa}$ ang. cos. $\frac{y}{2a} = \frac{Pu}{ccay} \times IG$. La vîtesse des mêmes points G, en décrivant l'arc KS sous le morceau de verre, étant uy, & la pression sur chaque point du bassin qui vient à se trouver sous ce verre, étant comme $\frac{Q}{ee}$, la quantité de l'attrition que souffrent les points G de la part de ce verre, est, dans une révolution, $= \frac{Quy}{ee} \times \frac{KS}{2cy} = \frac{Qu}{2cee} \times KS$, où $2cy$ désigne la circonférence du cercle entier dont $2y$ est le diametre. Puis donc que chaque point du bassin doit éprouver une attrition égale de la part de la lentille & du morceau de verre, il faut que la somme des expressions que nous venons de trouver, $\frac{Pu}{ccay} \times IG + \frac{Qu}{2cee} \times KS$, soit une quantité constante pour laquelle Mr. Euler prend $\frac{Pu}{cca} \times \frac{c}{2}$, qui, ayant mené EN perpendiculaire à EM, devient $\frac{Pu}{ccay} \times GKS$, à cause que l'arc $GS = \frac{c}{2} y$; ensorte qu'on aura cette équation $\frac{Pu}{ccay} \times IG + \frac{Qu}{2cee} \times KS = \frac{Pu}{ccay} \times GKS$, qui se réduit à celle-ci $\frac{Q}{2ee} \times KS = \frac{P}{cay} \times IS$.

1006. L'arc KS sera donc égal à $\frac{2Pee}{Qcay} \times IS$. Ceci va nous servir, comme on va le voir, à déterminer le poids Q. Comme $IS = y$. ang. sin. $\frac{y}{2a}$, on aura $KS = \frac{2Pee}{Qca}$. ang. sin. $\frac{y}{2a}$; & par conséquent l'élément $KS \times dy$ de la surface $NEHKF$, $= \frac{2Pee}{Qca} dy$. ang. sin. $\frac{y}{2a}$ dont l'intégrale est $\frac{2Pee}{Qca}$ [y. ang. sin. $\frac{y}{2a} + \sqrt{(4aa - yy)} - 2a$], qui, en faisant $y = 2a$, devient $\frac{2Pee}{Qc}(c-2)$ qui exprime la surface entiere $NEHKF$ & par conséquent $= ee$; ce qui ne peut donner la surface même ee, mais fera connaître le poids Q que l'on trouvera égal à $\frac{2P(c-2)}{c}$; ensorte que si l'on fait $c = \frac{22}{7}$ ou $\frac{355}{113}$, on aura $Q = \frac{8}{11} P$ ou $\frac{258}{355} P$. Ainsi on connaît la force avec laquelle le morceau de verre doit être pressé contre le bassin.

1007. Voyons actuellement comment Mr. Euler trouve quelle doit être la figure de ce morceau de verre. Ayant trouvé $\frac{2Pee}{Qc} = \frac{ee}{c-2}$, on aura cette équation $KS = \frac{ee}{(c-2)ay} \times IS$, où il est permis de prendre ee à volonté. Faisons donc $ee = (c-2)aa$, afin que l'aire du morceau de verre soit à celle de la lentille comme $c - 2$ est à c ou comme 4 est à 11, & que $KS = \frac{a}{y} \times IS$. Mais ayant décrit, par le centre C de la lentille, le quart de cercle CHX que la droite EI coupe en T, on a $TX = \frac{a}{y} IS$; donc $KS =$ par-tout XT. Pretrou fait dans l'autre poignée en C, & va ensuite se rouler autour d'une cheville cylindrique G, qui traverse une machoire de bois, au fond de laquelle l'autre corde est attachée. De cette manière, pour courber l'arc DD autant qu'on le juge à propos, il ne s'agit que de tourner la cheville G. Le bassin A est placé sur une forte planche carrée, attachée par un bout à la table O, & soutenue à l'autre bout par un montant P. Alors l'Ouvrier s'assied, & prenant les poignées C, C, il fait aller & venir le verre B sur le bassin A, avec une vîtesse modérée; au bout de 20 ou 24 tours & retours, il tourne le verre un peu sur son axe, le retravaille ensuite, & au bout d'un pareil nombre de tours & retours, le retourne encore un peu, & toujours de même jusqu'à ce qu'il soit poli entierement : ce qui n'arrive qu'après deux ou trois heures de travail. Cette méthode est très-fatigante & très-ennuyeuse, parce que le verre étant fortement pressé, ne se meut que difficilement; ce qui m'a engagé à y faire les changemens suivans.

813. Au lieu de l'arc DD, j'ai imaginé un autre ressort, en clouant solidement deux planches de sapin $a'b'$, $a'c'$, par deux de leurs extrémités taillées en bizeau du côté où elles se touchaient, auxquelles je faisais faire un angle aigu $b'a'c'$. Une de ces planches ainsi jointes était placée sur le plancher, sous la table à polir, les extrémités b, c' étant sous le milieu du bassin A; de sorte qu'elles étaient tout-à-fait hors du passage de l'Ouvrier, qui auparavant était un peu gêné par les extrémités de l'arc DD. Les planches étaient, à leur extrémité a', de 8 à 10 pouces de large, & delà allaient en diminuant jusqu'à leurs autres extrémités b', c', où elles finissaient presqu'en pointe. La planche $a'c'$ Fig. 69

nant donc l'arc KS égal à l'arc XT, l'espace compris entre la courbe $EHKF$ & le rayon EN donnera la figure du morceau de verre $ENFKHE$, ou $EOfkhE$ (en le supposant dans une situation où il ne nuise point à la lentille), lequel étant pressé contre le bassin avec une force $Q = \frac{8}{11} P$, produira l'effet qui est nécessaire pour que la figure du bassin ne souffre point d'altération.

1008. Mr. Euler finit par faire observer que ce moyen de conserver la figure du bassin ne peut être mis en usage, à moins que le bord de la lentille n'aille jusqu'au centre du bassin; car si ce centre n'éprouve point de frottement de la part de la lentille, comme alors il n'en éprouve point non plus de la part du morceau de verre, il n'est point usé & par conséquent on ne peut empêcher que la figure du bassin ne s'altere : c'est ce qui est cause, dit Mr. Euler, que j'ai supposé que la lentille allait jusqu'au centre du bassin.

étant sur le plancher, l'extrémité b' de la planche supérieure était tirée en embas par une corde $b'e'f'$, qui passait sur une poulie e', attachée au plancher, & ensuite était roulée sur une forte cheville f', qui tournait dans un trou fait au plancher. Sous l'extrémité c' de la planche $a'c'$ était fixé, par son milieu à cette planche, un fort bâton $d'c'd'$, à chaque bout d', d' duquel étaient attachées des cordes qui passaient sur la piece de bois CC, comme dans la premiere machine; ce bâton était un peu soulevé pendant qu'on polissait, & par conséquent les cordes $d'C$, $d'C$ avaient assez de longueur pour donner à la piece de bois CC la liberté de se mouvoir. Il y avait aux extrémités des planches, en a', deux chevilles de fer t', t' qui passaient au travers & étaient vissées dans le plancher; les têtes de ces chevilles demeuraient élevées au-dessus des planches, pour laisser à ces planches la liberté de s'élever lorsque la corde $b'e'f'$ était tendue.

Fig. 693. 814. Pour qu'on puisse faire aller & venir le verre plus facilement, j'ai fait l'addition suivante à la premiere machine. M est un étrier de bois ou de fer dans lequel la piece de bois CC passe librement; à un des côtés de cet étrier M, est jointe, par le moyen d'une cheville de fer, une planche LL, épaisse d'un demi-pouce, longue de trois fois le demi-diametre du bassin, & ayant sa surface inférieure de la largeur de la piece AB, c'est-à-dire, de deux pouces & demi; cette planche LL doit aller & venir sur une piece de bois H fixée solidement sur la table O, dont l'épaisseur doit être telle que la planche LL puisse être d'un pouce plus élevée que la surface du bassin A. Les crochets de bois en P' & les chevilles en S' maintiennent le mouvement de la planche dans la même direction. Sur cette planche, au-dessus du milieu de la piece de bois H, est un rouleau de bois d'un pouce & demi environ de diametre, faisant des angles droits avec cette planche, & ayant un fort axe de fer qui tourne dans des trous faits dans des plaques de fer fixées aux deux bouts de la piece de bois H; ce rouleau ou cylindre est percé de deux trous plus larges par un de leurs orifices que par l'autre, pour recevoir deux fortes cordes qui ont un nœud à l'une de leurs extrémités, lesquelles doivent y être passées de manière que lorsqu'on viendra à les tendre, ces

nœuds se logent dans les trous par l'endroit où ils sont plus larges. Chaque corde fait plusieurs tours autour du cylindre; après quoi l'extrémité de l'une va s'attacher solidement au bout de la planche LL qui joint l'étrier M, & l'extrémité de l'autre se roule autour d'une cheville N, au moyen de laquelle on roidit ces cordes, en la tournant, autant qu'on le veut. Il y a à une extrémité de l'axe du cylindre une espece de bras Q qui, en le faisant tourner alternativement en sens opposés, fait aller & venir la planche LL & le verre qui y est attaché, & lui fait parcourir autant d'espace qu'il est nécessaire pour qu'en allant & venant il y ait un tiers de son diametre qui sorte les bords du bassin. La pointe qui est au milieu de la piece CC presse le verre un peu obliquement, à cause que cette piece entre dans l'étrier M avec quelque liberté, afin que le verre puisse passer sur le bassin sans trémoussement. Néanmoins l'inclinaison de cette pointe doit être très-petite, & on peut l'augmenter ou la diminuer facilement en plusieurs manières. Il faut attacher deux chevilles à la surface inférieure de la planche LL pour déterminer la longueur de chaque allée & de chaque retour; le bassin A, ou plutôt la pierre à laquelle il est cimenté, est retenue solidement, au moyen d'un coin, entre la piece de bois H & une forte cheville située de l'autre côté de la pierre; l'Ouvrier s'assied sur un escabeau, & lorsqu'il est fatigué d'une main à tourner le cylindre, il se sert de l'autre, & par conséquent il se fatigue moins vîte qu'avec la premiere machine, qui exige non-seulement les deux mains à la fois, mais encore le mouvement de tout le corps. Quelque tems après je fis ajoûter un autre bras Qa' plus long, pour pouvoir employer les deux mains à la fois.

815. Après avoir fait aller & venir le verre 20 ou 24 fois, il est nécessaire de lui donner un petit tour sur son axe, & après l'avoir fait aller & venir de nouveau un pareil nombre de fois, lui en donner encore un semblable & toujours de même; ce qui se fait aisément en prenant d'une main l'ardoise qui est attachée au verre, tandis que de l'autre on continue le mouvement par lequel on le polit. Il faut aussi mouvoir un peu le bassin, après avoir fait aller & venir le verre 25 ou 30 fois, & à chaqu'autre nombre de tours pareil à celui-là, en le tirant

de la valeur d'une ligne, vers la partie que le verre en a abondonné, & le remettant à sa place après autant de tours & de retours. Au commencement du travail, le tripoli se ramassera en petits pelotons en quelques endroits du bassin, mais il ne tardera pas à se disperser ; & alors la surface du bassin deviendra parfaitement unie.

Si le tripoli ne paraît pas s'attacher par-tout également au verre, il faut chauffer le bassin jusqu'à ce qu'on apperçoive que la couche de tripoli n'est pas tout-à-fait aussi froide que les autres parties du bassin ; alors refrottez le bassin de tripoli & pressez le verre avec la main sur le bassin, pour voir si le tripoli s'y attache également par-tout : si cela est, continuez de polir. Mais si l'on se sert de vitriol au lieu de verd de gris, on ne se trouve plus obligé de chauffer le bassin ; parce que ces enduits touchent toujours les verres comme ils le doivent, & s'attachent mieux que les autres. Il faut alors frotter l'enduit de tripoli, sans chauffer le bassin, afin que l'enduit se conserve mieux dans son entier & que le verre puisse le toucher plus parfaitement ; ce qui doit toujours être répété après avoir fait aller & venir le verre, en polissant, 200 ou 400 fois. Il faut aussi ôter le verre du bassin au bout de 200 tours & retours, pour voir s'il est poli, en tirant le vérou *L* qui joint l'étrier *M* & la planche *LL*, & en ôtant la piece de bois *CC*.

816. Pour éviter la peine de compter les tours, il y a une roue de bois *XW* de sept à huit pouces de diametre, placée à plat contre une planche attachée à une muraille. Cette roue tourne facilement sur son axe & a 24 dents pareilles à celles d'une scie, qui sont poussées par un fil d'archal *TYX*, en cette manière : le fil d'archal tourne autour du centre *Y*, & pendant qu'une de ses extrémités est tirée par la corde *TV* attachée au bout de la planche *LL*, sa partie *YX* repousse un long ressort *RS* attaché à la planche, en *R* ; ce ressort pressant le fil, en *S*, fait plier un peu la partie *YX*, ensorte que la pointe *X* tombe, en retournant s'appliquer à la roue, un peu plus bas (la corde *TV* étant lâchée) & rencontre la dent voisine qu'il pousse comme il avait poussé la premiere. Il y a un crochet à ressort en *W* qui arrête la roue, après chaque tour & retour. Enfin il y a une cheville fixée en *Z* dans la circonférence de la roue, qui, en

preſſant ſur le manche d'un marteau & le laiſſant enſuite aller, fait ſonner une cloche après chaque révolution de la roue, & avertit par-là de tourner le verre un peu ſur ſon centre.

817. Un verre de 5 à 6 pouces de diametre exige, pour chacune de ſes ſurfaces, qu'on le faſſe aller & venir environ 3000 fois pour lui donner toute ſa perfection. Il ne faut pas manquer d'examiner avec ſoin le milieu du verre oppoſé au noir de fumée, pour voir s'il n'y a point quelqu'endroit qui paraiſſe obſcur ou de couleur de cendres, ou ſi l'on n'apperçoit point quelque petite tache par la réflexion oblique de la lumière d'une bougie ou d'un trait de lumière introduit dans une chambre bien fermée. Quant aux autres parties du verre, elles paraîtront parfaites beaucoup plutôt que le milieu.

Lorſque le verre aura été ſuffiſamment poli, on chauffera la pierre, l'étoffe & le ciment juſqu'à ce que le ciment devienne aſſez mol pour qu'on puiſſe en ſéparer le verre en le tirant de côté; enſuite on ôtera le ciment qui reſte ſur le verre avec un morceau d'étoffe chaud, trempé dans de l'huile ou du ſuif, & en dernier lieu avec des morceaux d'étoffe plus propres. Si après cela il ne paraît pas parfaitement poli (car on y eſt ſouvent trompé), il faut le retravailler après l'avoir collé contre l'ardoiſe comme auparavant. On peut auſſi mettre un nouvel enduit ſur le baſſin, ſi celui qui a ſervi eſt gâté, pourvu que dans l'intervalle on n'y ait pas poli d'autre verre; on peut laver le baſſin avec du vinaigre pour en ôter entierement l'enduit qui a ſervi*.

* 1009. Comme on ne parle point dans ce Chapitre de ce que le travail des oculaires peut avoir de particulier, voici ce que M.r l'Abbé Rochon a bien voulu nous communiquer pour y ſuppléer. Ces verres ſe font ordinairement au tour & ſe poliſſent de même; pour coller le papier, on le découpe en fuſeau dont le ſommet ſe met au centre du baſſin & la baſe à la circonférence : quand ils ſont fort petits, on fait chauffer le baſſin, on y met du maſtic qu'on répand également, on y applique enſuite du taffetas bien égal, puis avec l'oculaire qu'on mouille, on fait prendre au taffetas la forme du baſſin, & on polit l'oculaire avec du tripoli ou de la potée & de l'eau.

1010. On a dû ſentir en réfléchiſſant ſur certains Articles de ce Chapitre, combien les verres d'un long foyer ſont difficiles à tailler. L'utilité dont ſont ces verres a fait ſouvent penſer aux moyens de ſurmonter cette difficulté; & ce n'eſt qu'après un grand nombre de tentatives infructueuſes que quelques-uns y ont réuſſi. Entre ceux dont les efforts ont été couronnés de ſuccès, [redacted] + mérite d'être diſtingué. On voit dans le Journal des Savans de 1676 qu'il avait trouvé une méthode de tailler les verres du plus long foyer, très-ſûre & très-aiſée à pratiquer, & qu'il aſſurait ne lui avoir jamais manqué. Il était parvenu à faire par cette méthode un verre de 200 pieds

+ Pierre Borel de l'Acad. des Sciences

Enfin, il faut toujours avoir ſoin de choiſir les morceaux de verre les plus clairs & les plus épais, afin d'éviter un grand nombre de difficultés qui proviennent de la preſſion inégale en poliſſant.

de foyer, également convexe des deux côtés, qui avait toute la perfection qu'on peut deſirer. Malheureuſement la mort l'enleva avant d'avoir fait connaître ſa méthode, qu'il s'était propoſé de tenir cachée pendant quelque tems, & dont il ſe contenta de renfermer l'eſſentiel dans le chiffre ſuivant que nous mettons ici en faveur de ceux que le deſir d'être utiles rendrait aſſez intrépides pour tenter d'en deviner le ſens :

Poodcxzokualrrnoſxdhtkg hqreimerordzlcnlxoqsiatgi thſeſilokckxmkbeſtsieſgksa asenſſlqzhtkoskbzxkaroerto rqahdusgſnngſxueſlſoſxola udploeſladppodoaiſdſaſuta ſhcx.

CHAPITRE II.

De la manière de fondre, tailler & polir les miroirs des téleſcopes.

ON ſe ſouviendra que tout ce qui eſt renfermé dans ce Chapitre, eſt en partie de M.r Molineux & en partie de M.r Halley.

818. Ayant déterminé quelle doit être la longueur de l'inſtrument qu'on veut conſtruire, & par conſéquent quel diametre il faut donner au grand miroir, le faiſant d'un pouce plus grand que l'ouverture de la table, à cauſe que les bords ſont ſujets à prendre une fauſſe figure; prenez un compas à verge & décrivez d'un rayon égal au double de la longueur de l'inſtrument, un arc ſur deux plaques minces de cuivre bien battu, un peu plus épaiſſes qu'une piece de 24 ſols, larges d'un pouce & demi environ, & dont la longueur ſoit au diametre du miroir comme 3 à 2; découpez, à la lime, un arc concave dans l'une, & dans l'autre un arc convexe; & pour leur donner la derniere perfection, frottez-les l'un contre l'autre avec de l'émeri.

819. Lorſque les calibres ſont achevés, faites tourner un morceau de bois plus large de deux dixiemes de pouce que le miroir que vous voulez conſtruire, & un peu plus épais. Dans quelque cas que ce ſoit, il ne doit jamais être d'une épaiſſeur

moindre

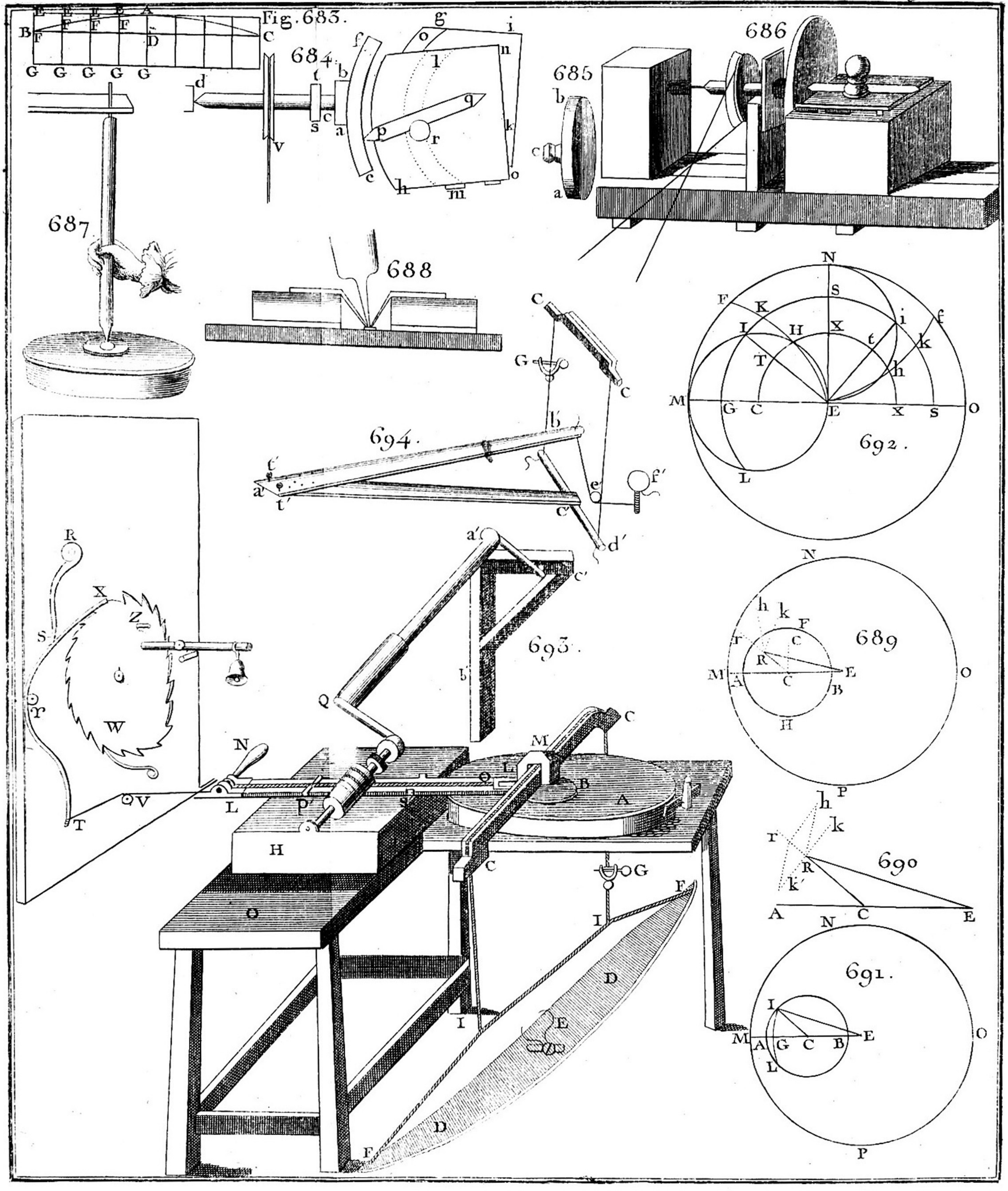


Fig. 683.
684.
685
686
687
688
689
690
691.
692.
693.
694.

moindre que les deux dixiemes d'un pouce ; & pour des miroirs de 6, 8, 10 pouces de large, il doit avoir au moins trois ou quatre dixiemes de pouce quand il est achevé. Ce morceau de bois étant tourné, prenez de l'étain commun & mêlez-le avec environ un dixieme de régule d'antimoine, & faites fondre, sur ce modele, un modele de cet étain qui sera considérablement plus dur que l'étain commun ; faites tourner ce modele d'étain, en recommandant d'en vérifier la courbure avec vos calibres : ce modele vous servira pour fondre vos miroirs. Il faut avoir soin que lorsqu'il est tourné, il soit au moins d'un vingtieme de pouce plus épais & environ d'un dixieme de pouce plus large que le miroir que l'on veut fondre.

820. Expliquons maintenant la manière de faire les moules pour fondre les modeles d'étain & les miroirs. Les chassis doivent, pour le mieux, être de fer & au moins de deux pouces plus larges par-tout que le miroir qu'on veut fondre ; il doit y avoir dans chacun au moins un pouce d'épaisseur de sable ; on pourra prendre de celui dont les Fondeurs se servent ordinairement, ou de tel autre qu'on voudra, pourvu qu'il contienne un peu de glaise *. Il doit être mouillé aussi peu qu'il est possible,

* 1011. Si le sable était trop sec, c'est-à-dire, ne contenait pas un peu de glaise, il ne pourrait pas retenir la forme des modeles. Celui dont les Fondeurs de Paris se servent, vient de Fontenay-aux-Roses, Village près de Paris.

1012. Après que le sable du premier chassis est bien battu, ce qui se fait avec un maillet de bois, on place dessus le modele de bois ou d'étain ; on le fait entrer à moitié de son épaisseur, observant, avant de poser le modele, de *poncer* le sable du chassis avec de la poussiere de charbon contenue dans un sac de toile, au travers de laquelle on la fait passer ; on emploie cette poussiere pour retirer plus facilement les modeles, quand le moule est entierement fait.

Après avoir placé le modele dans le sable du premier chassis, on place le second chassis qui a trois chevilles, que l'on fait entrer dans les trous correspondans du premier ; ces chevilles servent de repaires pour que les creux des deux parties du moule se présentent vis-à-vis l'un de l'autre ; le chassis étant placé, on ponce avec de la poussiere de charbon dont on vient de parler, le modele & le sable du premier chassis ; on souffle ensuite avec un soufflet sur le moule & le modele, pour faire voler toutes les parties du charbon qui ne se sont point attachées au moule & au modele où l'on a fait aboutir des verges cylindriques de laiton ou de fer, qui doivent former les jets & les évents après qu'elles sont retirées.

Tout cela étant fait, on met un peu de sable sur le modele que l'on bat légerement avec un cylindre de bois, d'un pouce de diametre & de 4 ou 5 pouces de long, pour lui faire prendre la forme du modele ; sur ce premier sable on en met d'autre jusqu'à ce que le chassis soit rempli ; on le bat ensuite avec le maillet afin qu'il prenne bien la forme du modele & des jets ; alors le moule est achevé.

Pour retirer le modele qui occupe la place que le métal doit remplir, on leve

& bien battu, ſans cependant l'être trop. Il faut pratiquer pluſieurs jets ou canaux dans la partie ſupérieure du moule, pour couler le métal; autrement les pores qui naiſſent dans le métal, ne ſeront pas diſperſés auſſi également par toute la ſurface du miroir qu'ils doivent l'être, ces pores tombant généralement près des jets. On fera ſécher le modele au ſoleil pendant quelques heures, ou près d'un feu modéré, autrement il ſe déjettera & donnera au miroir une fauſſe courbure. Car outre que cela évite la peine de le courber, il vaut mieux, pour pluſieurs raiſons, que le miroir ſoit fondu dans ſa vraie forme; & c'eſt à cauſe de cela que le modele d'étain eſt préférable à celui de bois.

le chaſſis qui a les chevilles, ce qui ſépare le moule en deux & laiſſe le modele à découvert; alors on le retire du chaſſis où il eſt reſté, après quoi on n'a plus qu'à laiſſer ſécher le moule. (*Si vous voulez tout le détail néceſſaire pour vous mettre parfaitement au fait de ce travail, voyez l'Encyclopédie à l'Article* Fondeur en ſable, *d'où ceci eſt extrait*).

1013. Nous trouvons dans le Traité de la conſtruction & des uſages des inſtrumens de Mathématiques, par Mr. Bion, une autre méthode de faire les moules, qu'il décrit de la manière ſuivante. Choiſiſſez dans une ſablonniere deux pierres d'une grandeur convenable; creuſez groſſierement dans l'une des deux le moule du miroir que vous voulez former; faites l'autre convexe & de la même courbure que vous voulez donner à votre miroir, juſqu'à ce que ces pierres s'emboîtent l'une dans l'autre. Pour y réuſſir, mettez entre ces deux moules ainſi taillés, du ſable paſſé au crible & mouillé enſuite, & frottez circulairement ces moules l'un dans l'autre.

Quand ces deux moules s'emboîteront parfaitement, lavez-les pour en ôter tout le ſable. Pulvériſez enſuite de la boue déſéchée, paſſez-la au tamis, détrempez-la dans de l'eau, & étant réduite en bouillie, faites-la paſſer par le tamis: prenez de la fiente de cheval & de la bourre que vous mêlerez avec cette bouillie pour en faire un même corps d'une certaine conſiſtance. Vous pourrez incorporer dans cette eſpece de mortier, de la brique bien pilée & paſſée au crible. Après avoir étendu ce lut ſur une table, paſſez deſſus un rouleau de bois à pluſieurs repriſes juſqu'à ce que vous ayez donné l'epaiſſeur que vous voulez donner au miroir; répandez ſur ce lut ainſi étendu de la poudre de brique pilée, afin qu'il ne s'attache point au moule dont vous lui ferez prendre la figure en le mettant dedans.

Quand ce lut ſera ſec, frottez-le de graiſſe ou de ſuif & rempliſſez-le d'un couvercle de même lut; & lorſque ce couvercle ſera ſec, ôtez le lut qui a la figure & l'épaiſſeur du miroir & qui occupe la place entre le moule de pierre & le couvercle. Frottez enſuite le dedans du moule de pierre d'un compoſé de craie & de lait mêlés enſemble & remettez le couvercle dans ce moule, de ſorte qu'il laiſſe vuide la place que le lut, qui a la figure du miroir, occupait; pour cela vous ferez un rebord au couvercle qui s'appuyera ſur le bord du moule de pierre.

Nous ſuppoſons que vous ayez fait des repaires ou marques ſur le couvercle & ſur le moule de pierre, quand le lut était entre deux, pour placer le couvercle ſur le moule vuide, comme quand il était plein.

Enfin garniſſez & embraſſez de fils de fer le dehors du moule de pierre & ménagez deux trous au rebord, l'un pour verſer le métal, & l'autre pour faire ſortir l'air à meſure que le métal en prendra la place. N'oubliez pas d'enterrer ce moule ainſi diſpoſé, ou de lier fortement le couvercle avec le moule; car autrement quand le métal fondu coulerait dans le moule, il enleverait le couvercle.

821. Nous avons actuellement à examiner de quel métal on doit faire le miroir. Tout ce qu'on peut dire en général, c'est que tout métal blanc peut y être propre, plus ou moins, pourvu qu'il soit dur & prenne bien le poli. Nous avons fait des essais de 150 différens mêlanges environ, & nous n'en avons trouvé aucun entierement exempt de défauts. Trois parties de cuivre rouge avec une & un quart d'étain fera un métal blanc très-dur, mais il est très-sujet à avoir plus de pores qu'il ne faudrait qu'il en eut, particuliérement si on l'échauffe trop en le fondant. Six parties de laiton avec une partie d'étain, feront un métal plus blanc & plus dur; mais la fumée de la calamine qui entre dans le laiton, laisse très-souvent des chaînes de parties raboteuses dans la surface du métal; & s'il y en a un certain nombre, elles le gâtent entierement. Prenez deux parties du premier métal composé de cuivre rouge & d'étain, & une partie du dernier composé de laiton & d'étain; ce mêlange fera un bon métal. Il faut d'abord fondre ensemble le cuivre rouge & le laiton, & les tenir en fusion pendant une demi-heure ou plus; ayant ensuite nettoyé le creuset, mettez-y la quantité convenable d'étain qui sera bientôt fondu; remuez ce mêlange & versez-le aussi-tôt. Ce mêlange peut être fondu & refondu, en cas de nécessité, pourvu qu'on ait soin que le feu ne soit pas trop violent. Ce que nous avons trouvé de mieux pour gouverner le feu, est un soufflet ordinaire de forge. Nous avons fait aussi un autre mêlange qu'on a fondu d'une maniere toute différente. Cette composition a mieux réussi que toutes les précédentes; il y entrait du cuivre rouge, de l'argent, du régule d'antimoine, de l'étain & de l'arsenic; ce métal fut fondu dans des moules de cuivre jaune très-ardens; mais comme cette méthode est très-coûteuse & qu'elle ne deviendra, par cette raison, jamais commune, il est inutile d'y insister davantage*.

* 1014. Nos meilleurs Artistes composent actuellement le métal dont ils font les miroirs, avec du cuivre rouge le plus fin, de l'étain d'Angleterre du premier affinage, mis en grenaille, ou au défaut de cet étain, de celui qui vient des Indes, qu'on appelle *étain en chapeau*, & de l'arsenic blanc. Pour un miroir qui pese une demi-livre, tel que le miroir objectif d'un télescope Grégorien de 16 pouces de long, ils mettent 20 onces de cuivre, 9 onces d'étain (ils prennent de ces deux métaux toujours presque le double du poids du miroir, à cause du grand déchet de la fonte) & 8 onces d'arsenic.

L'étain se met en grenaille, lorsqu'étant fondu & avant qu'il passe du blanc à d'autres couleurs, on le jette sur un

822. Le métal ayant été bien fondu, enlevez-en la premiere surface & l'éclaircissez sur une meule ordinaire, ayant toujours grand soin de lui conserver sa figure; ce qui vous est facile en la vérifiant fréquemment avec votre calibre convexe. Lorsque la premiere surface aura été enlevée avec toutes les inégalités qui s'y trouvent, munissez-vous d'une pierre ordinaire à aiguiser, prenez-la épaisse & d'un diametre qui soit à celui du miroir comme 6 à 5; puis avec une autre pierre à gros grain, du sable ou de gros émeri, frottez cette pierre jusqu'à ce qu'elle touche par-tout le calibre concave; frottez ensuite votre miroir sur cette pierre avec de l'eau & en premier lieu de gros émeri & après avec de l'émeri plus fin, jusqu'à ce qu'il prenne une cour-

ballet qu'on tient au-dessus d'un vase plein d'eau nette. L'arsenic n'est à compter pour rien dans le poids du miroir, parce que la plus grande partie se volatilise en purifiant les matieres.

1015. Voici le procédé de l'opération pour la fonte de ces matieres. Après avoir échauffé le creuset peu à peu, on poussera le feu ensuite de plus en plus, jusqu'à ce que le creuset soit rouge; puis on y jettera le cuivre en très-petits morceaux, & on soufflera jusqu'à ce qu'il soit fondu. On fait ensuite fondre l'étain à part & on le jette après dans le creuset, ayant auparavant bien écumé le cuivre avec une cuiller de fer, que l'on aura fait bien rougir au feu. Après cela, il faut bien remuer les matieres pour les incorporer. Puis ayant mis l'arsenic en trois paquets dans du papier, on les jette successivement dans le creuset que l'on couvre à chaque fois l'espace de deux minutes; on ôte ensuite le couvercle, & lorsque la matiere ne fume plus, on l'écume de nouveau avec une cuiller de fer rougie; après cela on laisse la matiere au feu environ quatre minutes, on la retire ensuite, on l'écume & on la remue, & lorsqu'elle commence à se refroidir, on la coule dans des moules un peu chauds, les inclinant de côté & se donnant de garde de les remuer, que la matiere ne soit refroidie (Il faut éviter avec grand soin la fumée de l'arsenic qui est très-dangereuse.). Il y a des Artistes qui n'emploient point d'arsenic, & il paraît qu'on peut en effet s'en dispenser.

1016. On ne peut douter que ce nouveau métal qui nous vient de l'Amérique, connu en Europe depuis quelques années sous le nom de *Platine*, ne fut infiniment plus propre à faire les miroirs des télescopes, que toutes les compositions de métaux qu'on a imaginées, si la difficulté de le fondre n'était pas insurmontable. Ce métal a, comme l'on sait, la blancheur de l'argent, la force & la dureté du fer, ne souffre aucune altération ni à l'air ni à l'eau, &c. Ainsi outre qu'il est susceptible du poli le plus vif & le plus brillant, il a encore le précieux avantage de ne point se ternir à l'air; qualité qui doit bien faire desirer qu'on parvienne à trouver le moyen de le rendre fusible.

1017. En attendant, on peut l'employer allié avec quelqu'autre métal; car on a reconnu que cette substance qui est infusible au degré de feu le plus violent, entre en fusion lorsqu'on la met avec quelque métal, & s'allie avec lui; ce qui ne se fait pas toutefois, sans être obligé d'y employer souvent un feu extrême.

1018. Le métal avec lequel il paraît qu'il convient le plus de l'allier pour l'objet présent, est le laiton. Allié avec ce métal, il en augmente la dureté, il le blanchit & le rend aigre. Cet alliage prend un très-beau poli & ne se ternit pas si promptement que ceux dont on fait ordinairement les miroirs. (*Voyez l'Encyclopédie à l'Article* Platine *& les Mem. de l'Acad. des Sciences ann. 1758*).

bure telle qu'il touche par-tout le calibre convexe ; ſelon la manière dont on conduira le miroir ſur la pierre, il deviendra une portion d'une ſphere un peu plus petite ou un peu plus grande : ſi on le meut circulairement comme les Artiſtes font leurs verres dans les baſſins, les bords de la pierre s'uſeront, & le métal prendra une forme trop concave ; ſi au contraire on le meut en différens ſens ſur le milieu de la pierre, il applatira la pierre & deviendra une portion d'une ſphere un peu plus grande. Il faut employer très-peu d'émeri à la fois & en changer ſouvent ; autrement le miroir ſera toujours d'une plus petite ſphere que la pierre, & prendra difficilement une figure exacte, particuliérement à ſes bords. Pour mieux travailler le miroir, il faut que la pierre ſoit placée bien ſolidement ſur quelqu'appui ferme & inébranlable.

823. Le miroir étant ébauché (ce qui doit ſe faire en n'enlevant de la premiere ſurface que le moins qu'il eſt poſſible, parce que cette croute paraît généralement plus dure & plus ſolide que l'intérieur du métal), il faut en unir & finir les côtés & le derriere, dans la crainte qu'en le faiſant plus tard on ne gâte ſa figure.

824. Il faut faire fondre un baſſin de cuivre d'une largeur & d'une épaiſſeur ſuffiſantes (pour un miroir de 6 pouces de diametre, je me ſuis ſervi d'un baſſin de 8 ou 9 pouces de large & d'un demi-pouce d'épaiſſeur) ; & lui donner ſur le tour une forme concave d'un côté, préciſément égale à celle que le miroir doit avoir ; & de l'autre côté, y mettre une molette auſſi courte qu'il conviendra, vous donnant de garde de l'y fixer en la faiſant entrer à vis dans un trou fait ſur ce côté du baſſin, ou par quelqu'autre moyen ſemblable, de peur de faire plier ce baſſin.

825. Prenez un morceau de marbre large d'un huitieme ou d'un dixieme de plus que le baſſin & épais d'un pouce ou d'un pouce & un quart ; faites-le arrondir par un Tailleur de pierres & lui faites en même tems donner, d'un côté, une courbure convexe égale à la courbure concave du baſſin, puis frottez-le dans le baſſin avec de l'eau & de l'émeri juſqu'à ce qu'il ne paraiſſe plus de marques de ciſeau. Couvrez ce marbre de pierres bleues à aiguiſer les plus fines, ayant ſoin de

choisir celles qui sont à peu près de la même largeur & de la même épaisseur, & particuliérement celles qui étant mouillées paraissent les plus égales & dont la couleur & le grain sont le plus uniformes. Taillez-les en carrés & leur donnez à chacune une forme concave d'un côté en les frottant sur le marbre avec de l'émeri & de l'eau; attachez-les à ce marbre avec de fort ciment, laissant entr'elles un espace de la largeur d'environ une ligne, & les arrangeant de maniere que le fil de ces pierres change alternativement de direction de l'une à l'autre, précisément comme le représente la Figure. Je trouve qu'il est mieux de disperser les pierres qui sont du même morceau que de les mettre ensemble. Il faut ensuite faire prendre à la surface qu'elles forment une courbure convexe égale à la courbure concave du bassin; & s'il arrive que le ciment s'éleve quelque part entr'elles, ensorte qu'il vienne de niveau avec leur surface, il faut avoir soin de l'ôter : c'est sur ces pierres qu'on donnera la derniere figure au miroir.

Fig. 695.

826. Il est de plus nécessaire d'avoir, pour le dernier poli, une plaque ronde de verre très-épaisse, d'un diametre moyen entre celui du bassin & celui du miroir; si l'on ne peut se procurer une pareille plaque d'environ un demi-pouce d'épaisseur, j'imagine qu'on peut y suppléer par un morceau de bon marbre noir sans veines, & d'un grain bien égal. Il faut donner à ce verre ou à ce marbre, d'un côté, une courbure convexe égale à la courbure concave du bassin, & on s'en servira pour achever le poli du miroir, après l'avoir couvert d'un taffetas, comme on le dira plus bas.

827. Il est nécessaire aussi d'avoir une petite plaque de cuivre ou d'autre métal, de la même concavité que le bassin, tant pour servir à diminuer la courbure des pierres, lorsqu'elle paraît trop convexe, que pour briser tous les graviers qui pourraient se trouver dans votre potée, avant de mettre le miroir sur le polissoir, toutes les fois que vous la renouvellez. S'il se trouve quelques miroirs défectueux dans la fonte, on pourra les employer à cet usage.

828. Tout étant ainsi préparé, il faut fixer le marbre avec les pierres bleues, de maniere qu'on puisse le laver souvent pendant le travail, en y versant à la fois environ la huitieme par-

tie d'une chopine d'eau. Mettez ensuite votre bassin sur ces pierres & frottez-le, en le faisant aller & venir presque directement, le portant cependant alternativement un peu à droite & à gauche, de manière qu'il passe, de chaque côté, un peu les bords de l'assemblage de ces pierres; il faut de plus tourner régulierement le bassin sur son axe, & changer aussi le sens suivant lequel on le fait aller & venir sur les pierres. Continuez ce travail en tenant les pierres toujours très-mouillées, jusqu'à ce que vous ayez fait disparaître les traits circulaires qu'on a faits au bassin avec le burin en le tournant, & la noirceur que le travail du marbre ou du verre a occasionnée; vers la fin lavez souvent l'espece de boue ou de limon qui vient des pierres.

829. Lorsque cela est fait, travaillez dans le bassin avec de l'émeri fin le verre ou le marbre destiné à donner le dernier poli au miroir; & faites-lui prendre une figure aussi réguliere que vous pourrez, & pour cela suivez ce qui a été prescrit à cet égard à l'Art. 796; mais ne lui donnez pas le poli.

830. Choisissez un morceau de taffetas fin & bien égal; prenez-le de trois ou quatre pouces plus large que le verre ou le marbre, & l'ayant appliqué dessus, pliez-en les bords sur les côtés de ce verre tout autour; tendez-le le plus que vous pourrez, après avoir fait d'abord disparaître tous les plis avec un fer chaud & ôté tous les nœuds & les inégalités qui peuvent s'y trouver. Ensuite imbibez-le par-tout le plus également que vous pourrez d'une solution assez forte de poix dans l'esprit de vin, & lorsque l'esprit de vin s'est évaporé, refaites la même chose; si vous voyez quelques bulles sous le taffetas, tâchez de les faire sortir avec la pointe d'une aiguille. Il faut continuer d'imbiber le taffetas de la dissolution dont nous parlons, jusqu'à ce que non-seulement il s'attache par-tout au verre ou marbre, mais encore soit tout-à-fait rempli de poix. On se sert avantageusement des gros pinceaux de poil d'écureuil dont les Peintres font usage, pour étendre cette dissolution également sur le taffetas, particuliérement lorsqu'il commence à être rempli de poix; laissez-le ensuite sécher pendant quelques jours, afin que l'esprit s'évapore & que la poix se durcisse, avant d'en rien faire. Si vous ne voulez point attendre si long tems, vous pouvez employer la poix sans l'avoir fait dissoudre auparavant dans l'esprit

de vin. Pour cet effet, étendez un second morceau de taffetas sur le premier, sans vous donner la peine de le choisir, & ayant chauffé le tout autant que vous croyez que le taffetas & le verre peuvent le supporter sans risque, versez dessus un peu de poix fondue (passée auparavant au travers d'un morceau de toile), & en mettez la quantité qui vous paraîtra nécessaire pour remplir les deux taffetas; il faut la tenir chaude pendant quelque tems jusqu'à ce qu'elle paraisse étendue par-tout également. Si vous trouvez que vous ne pouvez faire entrer toute la poix dans le second morceau de taffetas, & qu'il en reste dessus en quelqu'endroit, c'est une marque qu'il y en a trop; il faut alors l'ôter pendant qu'elle est liquide aux endroits où elle reste ainsi sur le taffetas, avec une toile chaude qu'on applique & qu'on presse dessus. Lorsque tout est froid, ôtez le taffetas dont vous avez couvert le premier, & coupez les bords inutiles de celui-ci. Pour ôter une partie de la poix aux endroits où elle est trop épaisse, & donner au tout une surface réguliere, il faut le frotter dans le bassin avec un peu de savon & d'eau, jusqu'à ce qu'ils soient colorés par la poix d'un brun assez sombre : lavez ensuite tout & recommencez à frotter dans le bassin, en employant plus de savon & d'eau, jusqu'à ce que vous ayez fait paraître le taffetas par-tout aussi également qu'il vous est possible. Comme cet ouvrage demande quelque tems, vous pouvez l'accélérer, en mettant quelques gouttes d'esprit de vin avec le savon & l'eau (ce qui leur aidera à dissoudre & enlever la poix plus promptement) jusqu'à ce qu'il tire vers la fin; s'il y a quelqu'endroit où la poix paraisse trop épaisse, vous pouvez l'enlever avec un bon canif.

831. Il faut avoir bien soin de garantir ce polissoir de la poussiere & sur-tout de n'en point laisser approcher d'éméri ou de limaille de métaux durs. Après avoir servi quelque tems, ces polissoirs sont plus sujets à lisser les miroirs qu'ils ne font d'abord; on remédie à cet inconvénient en les travaillant de nouveau dans le bassin avec le savon & l'eau, y remettant ensuite avec un pinceau, une fois ou deux, de la dissolution dont on a parlé ci-dessus, en procédant comme on a fait; il faudra seulement ne point mettre d'esprit de vin avec l'eau & le savon; & il ne sera pas nécessaire d'en changer plus d'une fois ou deux.

832.

832. Vous pouvez à présent commencer à donner la figure à votre miroir sur les pierres bleues, en le frottant ainsi que le bassin alternativement, sur ces pierres, jusqu'à ce qu'ils soient tous deux également clairs ; ayant auparavant attaché au milieu de votre miroir par derriere une petite molette, avec de la poix passée au travers d'un mauvais morceau de toile ; car c'est de tous les cimens celui qui paraît le moins sujet à plier les miroirs en y attachant les molettes.

833. Ayant fixé le polissoir, frottez dessus le miroir même, ou plutôt le brisoir (après l'avoir aussi figuré sur les pierres) avec un peu de potée très-fine mouillée & de l'eau claire, jusqu'à ce qu'il commence à paraître un peu poli. Si vous trouvez qu'il ait pris inégalement le poli, c'est-à-dire, qu'il en ait pris plus ou moins vers les bords que dans le milieu, c'est une marque que le brisoir, le miroir, &c. sont plus ou moins concaves qu'ils ne doivent être pour répondre à la convexité du polissoir ; & il faut alors leur en faire prendre la courbure, plutôt que de tenter de faire quelque changement à sa figure, ce qui serait beaucoup plus difficile. Si le miroir paraît trop plat, il faut travailler le bassin circulairement sur les pierres pendant quelque tems, en conservant son centre près de leur circonférence ; au bout de quatre ou cinq minutes on finira ce travail en conduisant le bassin de la manière qui a été décrite ci-dessus (*Art. 828*). Figurez alors le miroir de nouveau sur les pierres, & l'essayez ensuite sur le polissoir comme auparavant. Si le miror est trop concave, il faut diminuer la trop grande convexité des pierres en frottant sur le milieu avec le brisoir, le faisant aller & venir en ligne directe par un très-petit espace. Travaillez ensuite le bassin de la même manière sur ces pierres, & enfin le miroir pour après cela le polir. Lorsque vous trouvez que le brisoir, les pierres, &c. répondent à la courbure du polissoir, examinez avec plus d'exactitude la figure du miroir afin d'éviter de perdre beaucoup de tems à finir le poli, tandis que la figure serait imparfaite.

834. Placez le miroir dans une situation verticale sur une table de trois pieds & demi ou quatre pieds de haut. Mettez sur une autre table une bougie dont la flamme soit de niveau avec le milieu du miroir, & très-proche du centre de sa con-

cavité. A un demi-pouce environ de la flamme mettez un morceau de fer-blanc, ou une plaque mince de cuivre, d'environ 3 pouces de large & de 4 ou 5 de haut, percée au milieu de plusieurs trous de différentes figures & de différentes grandeurs, les plus petits étant comme des trous de l'aiguille la plus fine, & les plus grands de la grosseur environ d'un gros grain de moutarde. Fermez bien la chambre & portez la bougie & la plaque de cuivre ou de fer-blanc autour de la table, jusqu'à ce que la lumière de la partie la plus brillante de la flamme passant à travers quelques-uns des plus gros trous, & allant ensuite frapper le miroir, forme, après avoir été réfléchie, les images de ces trous, un peu en-deçà d'un des bords de la plaque. Ces images seront visibles (quoique le miroir n'ait d'autre poli que celui que lui donnent les pierres) en les recevant sur un carton blanc placé près du bord de cette plaque, en supposant le derriere de ce carton noirci ou que vous ayez fait ensorte que la lumière ne donne pas dessus, & que votre œil ne reçoive point non plus de lumière directe de la bougie. Si vous avez quelque difficulté à les discerner, vous pourrez ôter la plaque & vous verrez aisément l'image de toute la flamme. Munissez-vous d'un oculaire lequel peut être d'un foyer un peu plus grand que le double de celui de l'oculaire que vous comptez donner à votre télescope : vous pourrez en essayer plusieurs si vous le voulez. Placez-le, après l'avoir renfermé dans un tuyau, sur un petit guéridon propre à être mis sur la table & fait de manière que non-seulement il puisse élever & abaisser cet oculaire à la hauteur que la flamme exige, mais encore le faire tourner dans telle direction que vous voudrez. Par ce moyen, vous pourrez donner à l'oculaire une position telle que la lumière qui, après avoir passé par quelques-uns des trous, va se réfléchir sur le miroir, puisse ensuite venir tomber perpendiculairement sur sa surface, & qu'il soit à une distance du miroir telle que les images réfléchies des trous puissent être vues distinctement au travers, près du bord de la plaque mince, par la lumière qui vient immédiatement du miroir : conduisez la bougie & la plaque d'une main, & de l'autre le guéridon qui porte l'oculaire, jusqu'à ce que vous leur ayez procuré une situation telle que vous apperceviez distinctement en même tems, au travers de l'oculaire, le bord de la plaque mince, & l'image de celui des trous qui en est voisin. Mesurez exactement la distance du milieu du miroir à la plaque directement contre la flamme, & au bord de cette plaque près duquel vous voyez l'image du trou. Si ces mesures sont les mêmes, écrivez cette distance comme étant le rayon exact de la concavité de votre miroir & de tout autre que vous pourrez polir sur votre polissoir, quoiqu'elle soit un peu grande : si ces mesures different l'une de l'autre, prenez un milieu entr'elles.

835. Vous jugerez aussi de la perfection de la sphéricité de votre miroir, par la distinction avec laquelle vous voyez les trous représentés avec leurs inégalités & la poussiere qui peut y être attachée ; vous pourrez encore en juger plus exactement & pareillement découvrir les défauts particuliers de votre miroir, en plaçant l'oculaire de manière que vous apperceviez un des plus petits trous, dans son axe ou tout auprès ; & le poussant ensuite un peu vers le miroir, puis le retirant, la bougie & la plaque demeurant pendant ce tems-là au même endroit. Vous observerez par ce moyen de quelle manière la lumière réfléchie par le miroir se réunit en un point pour former les images, & se sépare de nouveau aprés avoir passé par ce point. Si la lumière, précisément au moment qu'elle se réunit en ce point, au lieu de paraître ronde, paraît ovale, carrée ou triangulaire, &c. c'est une marque que les sections de la surface du miroir passant par différens diametres de cette surface, n'ont pas la même courbure. Si précisément avant de se réunir en un point, la lumière forme un cercle plus lumineux à sa circonférence & plus obscur vers le centre, qu'après qu'elle s'est croisée & qu'elle s'est séparée de nouveau, la surface du miroir est plus courbe vers sa circonférence & moins vers le milieu ; elle est semblable à celle d'un sphéroïde applati, & les mauvais effets de cette figure seront bien plus sensibles lorsqu'on aura placé ce miroir dans le télescope. Mais si au contraire la lumière paraît plus sombre près de ces bords & a plus d'éclat au milieu, avant de se réunir qu'après, le miroir est alors plus courbe à son centre que vers ses bords ; & si cette différence de courbure suit une proportion convenable, ce miroir peut

avoir une vraie figure parabolique. Au reste, on ne parvient à bien juger de l'exactitude de la courbure des miroirs, que par l'observation & l'expérience.

836. En faisant l'examen précédent, l'image doit être réfléchie aussi près du trou même que la nécessité d'approcher l'œil de la bougie le permet, afin que l'obliquité avec laquelle la lumière est réfléchie ne puisse point occasionner d'erreurs sensibles : pour cet effet il faut faire ensorte que l'œil ne voye point la bougie ; & pour se garantir plus efficacement de la lumière trop vive qui peut embarrasser, on n'aura qu'à placer une plaque percée d'un petit trou, au foyer de l'oculaire, le plus proche de l'œil. Dans la figure, *A* est le miroir, *B* la bougie & la plaque avec ses petits trous, *C* le tuyau où est l'oculaire & la plaque qui est derriere.

837. Au lieu de la flamme de la bougie & de la plaque percée de ses petits trous, je me suis quelquefois servi d'un morceau de verre épais couvert de globules de mercure, que j'avais formés en le faisant passer au travers d'un cuir ; je plaçais ce verre près d'une fenêtre & je mettais le miroir à quelque distance, à droite ou à gauche de la fenêtre, dans l'intérieur de la chambre, ayant soin qu'il fût, ainsi que tout ce qui l'environnait, dans l'obscurité le plus qu'il était possible. La lumière de la fenêtre réfléchie par les globules de mercure, paraissant comme autant d'étoiles, servait à la place des petits trous, avec cet avantage que la lumière pouvait être réfléchie par le miroir, à très-peu près, perpendiculairement.

838. Si vous n'êtes pas satisfait de la figure du miroir, travaillez pendant 2 ou 3 minutes les pierres bleues avec le bassin & de l'eau, en le conduisant de la manière décrite ci-dessus (*Art. 828*) ; puis travaillez le miroir sur ces pierres, en le conduisant de la même manière, & en lui faisant parcourir un espace tel que le bord de ce miroir passe d'un sixieme ou d'un quart de son diametre, le bord de l'assemblage de ces pierres, le faisant aller pareillement, alternativement à droite & à gauche, environ à la même distance. Continuez ce travail pendant environ 5 minutes, sans presser le miroir & l'abandonnant à son propre poids ; & observez que plus vous ôterez souvent le limon en lavant les pierres, mieux vous réussirez en général à donner à

votre miroir une figure exactement sphérique : ayant laissé un peu plus de limon sur ces pierres, il a paru quelquefois que cela donnait au miroir une figure parabolique. Je lui en ai donné aussi une en finissant le travail par une espece de mouvement spiral que je donnais à son centre, près de la circonférence des pierres, pendant une demi-minute environ, de la manière que le représente la Figure. Fig. 6

839. Si après plusieurs épreuves, le miroir paraît toujours avoir la même espece de défaut & que ce défaut se trouve toujours au même endroit, c'est une marque que le métal n'est pas par-tout de la même dureté; ce qui sera cause que vous ne pourrez faire parvenir le miroir à sa perfection qu'avec une extrême difficulté. En travaillant le bassin ou le miroir sur les pierres, il y paraîtra souvent de petites taches beaucoup plus noires & plus dures que le reste; il faudra les ôter aussi-tôt qu'elles paraissent.

840. Lorsque la figure de votre miroir est telle que vous le desirez, vous pouvez vous mettre à en finir le poli sur le taffetas avec un peu de potée délayée dans une grande quantité d'eau. Avant de mettre la potée & l'eau sur ce taffetas, examinez, en le tenant très-obliquement entre vos yeux & la lumière, s'il n'y a point quelques bandes qui paraissent plus serrées que le reste : s'il y en a, il faut, en polissant le miroir, lui faire traverser directement ces bandes, & ne le point mouvoir dans le même sens qu'elles, ni même circulairement. Vous pouvez, à cela près, le mouvoir de la manière que nous avons recommandé de le faire sur les pierres, n'oubliant point, après 15 ou 20 tours, de lui faire faire sur son axe environ un douzieme ou un seizieme de révolution. Quand le polissoir vient à se sécher, vous trouverez que le miroir s'y attache davantage & se meut moins facilement, mais alors il se polit plus vîte & son poli est plus vif : seulement prenez garde que le polissoir ne devienne assez sec pour que le miroir s'attache au taffetas & le déchire, ou que la poix & la potée s'attachent çà & là en petits pelotons; si cela arrive, la figure du polissoir sera gâtée sur le champ. Lors donc que le taffetas vient à se sécher en quelqu'endroit, humectez cet endroit avec l'extrémité d'une plume trempée dans de l'eau nette : vous pourrez vous

servir de la même potée au moins une demi-heure. Toutes les fois que vous en changez, frottez d'abord la nouvelle que vous mettez à la place de celle qui a servi, avec le brisoir, pour en écraser les graviers ou parties grossieres qui pourraient égratigner le miroir en le polissant; ayant ensuite posé le bord du miroir sur le bord du polissoir, où il est bien couvert d'eau, faites-le couler sur le milieu & ensuite travaillez comme auparavant. Si vous mettez peu de potée à la fois, l'ouvrage sera très-long; mais si vous en mettez trop, la figure de votre miroir en souffrira un peu vers les bords. Si le miroir n'est pas bien grand, il n'est pas nécessaire de le presser avec une force considérable; mais s'il est de 5 à 6 pouces de diametre ou plus, on se fatiguera beaucoup à le polir, si l'on n'emprunte le secours de quelque machine. On peut très-bien se servir d'une machine semblable à celle de M.r Huyhgens décrite ci-dessus (*Art.* 512), principalement si l'on y ajoûte quelque partie propre à empêcher le miroir de tourner irrégulierement sur son axe & qui avertisse l'Ouvrier de faire attention au mouvement latéral.

CHAPITRE III.

De la manière de centrer les objectifs.

ON dit qu'un objectif est bien centré lorsque le centre de sa circonférence est situé dans l'axe du verre, & qu'il est mal centré lorsque le centre de sa circonférence n'est point dans
Fig. 698. cet axe. Ainsi soit d le centre de la circonférence d'un objectif abc, & supposons que e soit le point où son axe coupe sa surface supérieure; si les points d & e ne coïncident pas, le verre est mal centré. Soit afg le plus grand cercle que l'on puisse décrire du centre e; en usant tout ce qui est en dehors de ce cercle, l'objectif deviendra bien centré. Ce centre qui est dans l'axe du verre se peut trouver par plusieurs méthodes, mais je préfere la suivante.

Fig. 699. 841. Faites faire deux tuyaux cylindriques de bois ou de cuivre, courts & tels que l'un puisse entrer dans l'autre & y tour-

ner librement, mais ſans vaciller; & ayez ſoin que les plans des baſes de ces tuyaux ſoient exactement perpendiculaires à leurs côtés. Placez le tuyau le plus petit, ſur ſa baſe, ſur une plaque unie de cuivre ou ſur une planche également épaiſſe par-tout; décrivez un cercle ſur la planche autour de la circonférence de la baſe du tube, & ayant ôté le tuyau, cherchez le centre de ce cercle & décrivez enſuite de ce centre un cercle plus grand ſur la planche. L'un de ces cercles doit être un peu plus grand & l'autre un peu plus petit qu'aucun des verres qu'on veut centrer par leur moyen. Ayant enſuite enlevé la portion de la planche renfermée par la circonférence la plus petite, introduiſez le bout du tuyau dans le trou que vous aurez alors, de manière que ſa baſe ſe trouve dans la ſurface de la planche, & enſuite l'y collez : puis ayant fixé l'autre tuyau très-ſolidement dans un trou fait au volet d'une fenêtre, & ayant bien fermé la chambre, appliquez le verre que vous voulez centrer, au trou de la planche qui tient au tuyau le plus petit; & en ayant placé le centre le plus exactement que vous pourrez au-deſſus du centre du trou, faites-le tenir à la planche avec de la poix ou du ciment faible, que vous mettrez en deux ou trois endroits de ſa circonférence. Mettez enſuite le petit tuyau dans le grand en l'y faiſant entrer autant qu'il eſt poſſible, & placez au-delà & vis-à-vis un écran couvert d'une feuille de papier blanc pour recevoir les peintures des objets ſitués devant la fenêtre; lorſqu'elles paraiſſent diſtinctes ſur ce papier, faites tourner le tuyau intérieur autour de ſon axe; ſi le centre du verre ſe trouve dans cet axe, l'image ſera parfaitement immobile ſur le papier; ſi non, chaque point de cette image décrira un cercle. Marquez avec un crayon l'endroit le plus élevé & le plus bas d'un cercle décrit par quelque point remarquable de la partie de l'image, qui paraît la plus diſtincte; lorſque ce point de l'image eſt parvenu à la marque qui eſt la plus haute, ceſſez de tourner le tuyau, & le tenant dans cette poſition, abaiſſez l'objectif juſqu'à ce que le point dont nous parlons tombe exactement au milieu des deux marques : alors tournez encore le tuyau, & le point de l'image ou demeurera en cet endroit, ou décrira un cercle beaucoup plus petit qu'auparavant, que l'on réduira à un point immobile, en continuant la même opération. Alors je dis que le centre de réfraction du verre (*Art.* 228) sera dans l'axe du tuyau & sera par conséquent également éloigné de la circonférence du plus grand cercle décrit sur la planche. Présentement pour décrire un cercle sur le verre *fgh*, qui ait pour centre le centre de réfraction, recourbez carrément les extrémités d'une lame mince de cuivre *acb*, comme on le voit représenté dans la Figure, observant que la portion de cette lame comprise entre ses parties courbées, soit égale au diametre du cercle le plus grand *adbc* qui a été décrit sur la planche; limez les extrémités des parties dont il s'agit, de maniére qu'il ne reste plus au milieu qu'une petite partie de forme cylindrique; ayant ensuite placé cette lame sur le verre, suivant un diametre quelconque du cercle le plus grand *adbc*, faites deux trous dans la planche pour recevoir les petites parties *a*, *b*; trouvez le centre *c* de ce cercle sur cette lame, & de ce centre *c* décrivez, avec un compas à pointes de diamant, le cercle le plus grand que vous pourrez sur le verre qui est dessous; & usez tout ce qui se trouve en dehors du cercle *fik* dans un bassin profond à tailler des oculaires : alors le verre sera bien centré. Si la poix ou le ciment est trop mol, pour empêcher le verre de glisser, pendant qu'on décrit le cercle, on peut le fixer plus solidement avec de la cire ou du ciment plus fort.

Fig. 699.

Fig. 700. 842. Pour faire voir la raison de cette pratique, la 700.e Figure représente une section de l'objectif *klm*, de la planche *ab*, des tuyaux *cd* & *hi*, & du volet de la fenêtre *no*. Imaginez que le plan de cette section ou de la Figure passe par le point *e* de l'intérieur du verre, qui demeure immobile, tandis que, dans le mouvement du tuyau, le reste tourne autour; supposons aussi qu'il passe par le centre *l* de réfraction de ce verre, & coupe un objet suivant la ligne *PQR*; soit alors un pinceau de rayons venant d'un point quelconque *Q* rassemblés au foyer *q* sur le papier *ST*. Les points *Q*, *l*, *q*, seront dans une ligne droite passant par l'axe du pinceau (*Art.* 228). Menez *Qef*, laquelle rencontre le papier en *f*; pendant que le tuyau tourne, la ligne *Qlq* décrit la surface d'un cone dont l'axe est la ligne fixe *Qef*; le foyer *q* ou l'image du point *Q* décrira donc un cercle *qgq'* dont *f* sera le centre, & que l'on trouvera

trouvera en coupant en deux également l'intervalle qq' entre le point le plus élevé & le point le plus bas de ce cercle. Or, de même que f eſt le centre de ce cercle, e eſt le centre d'un autre cercle décrit par l; faiſant donc deſcendre le verre kl juſqu'à ce que l'image q tombe ſur la marque f, le point l deſcendra au centre e du mouvement & ſera alors dans l'axe du tuyau, & par conſéquent également éloigné de la circonférence du cercle décrit ſur la planche ab; & il eſt clair que l'image q demeurera immobile au point f.

843. Il n'eſt pas néceſſaire, pour l'exactitude de la pratique, que le point Q ſoit dans l'axe du verre. Car ſi, dans la Figure 188, on fait tourner le verre KLM autour de ſon axe QLp, l'image d'un point quelconque collatéral P reſtera ſans ſe mouvoir, parce que les points P, L ſont immobiles, & que l'axe PLp du pinceau oblique eſt une ligne droite.

844. Le principal avantage d'avoir un verre bien centré, conſiſte en ce que les rayons paſſant par une ouverture dont le centre coïncide avec l'axe du verre, forment une image plus diſtincte que ſi ce centre ſe trouvait hors de l'axe; parce que les aberrations des rayons, du foyer géométrique du pinceau, ſont comme les diſtances de leurs points d'incidence au centre de réfraction dans le verre (*Art.* 437).

845. Si au lieu de recevoir l'image ſur le papier ST, on la reçoit ſur le côté d'un morceau de verre plan, qui n'eſt pas poli, on diſtinguera plus exactement ſon mouvement, en la regardant par derriere ce verre, au travers d'un oculaire convexe; il en eſt de même ſi on la reçoit dans une lunette dans laquelle des fils tendus à ſon foyer tiennent la place du verre dont nous parlons. Ainſi les objectifs étant communément renfermés dans des boîtes qui ſe viſſent au bout du tuyau, on peut examiner s'ils ſont aſſez bien centrés, en fixant le tuyau, & en obſervant ſi pendant qu'on déviſſe la boîte qui contient l'objectif, les fils coupent toujours exactement aux mêmes endroits un objet qu'on apperçoit au travers de la lunette.

846. Dans l'application des lunettes aux inſtrumens aſtronomiques & à pluſieurs autres uſages, il eſt abſolument néceſſaire que le plan des fils coïncide exactement avec le plan de l'image d'un objet; or, on parviendra à le mettre à l'endroit

où il doit être, pour cet effet, au moyen des instructions suivantes. On mettra d'abord entre les deux verres convexes de la lunette, l'intervalle nécessaire pour voir distinctement un objet; si les fils paraissent confus, ils paraîtront se mouvoir par petits sauts sur l'objet pendant qu'on meut l'œil de côté; si en se mouvant ainsi, ils paraissent aller du même côté que l'œil, ils sont derriere l'image de l'objet; s'ils vont du côté opposé, ils sont au contraire devant cette image, & il faudra les porter un peu plus loin jusqu'à ce qu'on les voye distinctement; & alors ils paraîtront couper l'objet toujours aux mêmes endroits malgré le mouvement de l'œil. En second lieu, il faut rendre l'intervalle entre les fils & l'oculaire tel qu'on apperçoive distinctement les fils; alors si l'objet paraît confus, il paraîtra aussi se mouvoir par sauts tandis qu'on meut l'œil de côté, & si en se mouvant ainsi il va du même côté que l'œil, son image est derriere les fils; s'il va du côté opposé, elle est devant; & pour la faire tomber sur les fils, il faudra mouvoir l'objectif, ou les fils avec l'oculaire. Dans ces deux cas c'est l'objet confus (car on peut aussi donner ce nom aux fils) qui paraît se mouvoir, & l'objet qu'on voit distinctement paraît en repos; comme dans la vision à la vue simple. Car si quelqu'un en mouvement, par exemple, en marchant, fixe les yeux sur un objet & l'apperçoit distinctement, il lui paraît toujours dans le même endroit, tandis que les objets voisins de celui-là qui sont plus proches ou plus éloignés, paraissent confus & en mouvement : la raison de cela se présente tout de suite. Pour l'expliquer dans le cas actuel, soit h le point où les fils se coupent, hik un pinceau de rayons venant de ce point, qui, après s'être rompus en traversant l'oculaire eai, ont leur foyer en k à une distance finie ou infinie. Soit mené l'axe he du pinceau, coupant l'objet en Q & son image en q, & supposons que les rayons émergens du pinceau qab, venant de q, coupent les rayons émergens du premier pinceau au point p, & ayent leur foyer en b à une distance finie ou infinie. Maintenant si on met l'œil en quelque point o dans l'axe commun de ces pinceaux, les points h, Q paraîtront dans la même direction oe; mais si on meut l'œil de côté de o en p, le point Q paraîtra dans la direction pa (*Art.* 102) & le point h dans la direction pi : d'où l'on voit aisément la raison des cas précé-

Fig. 701, 702, 703 & 704.

dens, en considérant les Figures. Enfin tant que les foyers *h*, *q* ne coïncident point, l'inclinaison mutuelle des rayons émergens dans un pinceau, doit être différente de l'inclinaison mutuelle des rayons émergens d'un autre pinceau; & ainsi les humeurs de l'œil ne peuvent prendre la forme convenable pour rassembler les rayons de deux pinceaux en deux points distincts. Si l'un est distinct, l'autre sera confus & en un endroit différent du fond de l'œil (excepté lorsque l'œil est dans l'axe); mais lorsque les foyers *h*, *q* coïncident, les foyers *k*, *b* des rayons émergens se réunissent aussi; & par conséquent les rayons coïncidens de deux pinceaux se réuniront au même point du fond de l'œil, en quelqu'endroit qu'on mette l'œil; ensorte que les points correspondans de l'objet & des fils paraîtront fixés ensemble sans aucune parallaxe.

847. Lorsque l'endroit où doivent être les fils est déterminé, on peut mesurer leur distance à l'objectif; c'est le moyen le plus exact de trouver la distance focale de ce verre, si l'objet est très-éloigné. Pour conserver cette distance toujours la même, toutes les fois qu'on se sert de la lunette, il est à propos d'avoir des marques aux endroits où les différentes parties du tuyau s'emboîtent l'une dans l'autre; car alors, quel que soit l'oculaire dont on se serve, l'objet & les fils paraîtront distincts en même tems, & sans parallaxe.

848. Une ligne menée par le point d'intersection des fils & par le centre de réfractions dans l'objectif (*Art.* 228), soit qu'elle coïncide avec l'axe du verre, ou qu'elle lui soit inclinée, se nomme ligne de *collimation*; parce que cette ligne prolongée rencontre l'objet au point dont l'image tombe sur l'intersection des fils : & ainsi le rayon qui décrit cette ligne répond à notre rayon visuel quand nous regardons un objet à la vue simple. Lors donc que l'objectif & les fils sont solidement arrêtés dans un tuyau assez fort, il est évident que la ligne de collimation est aussi immuable par rapport à ce tuyau que si l'on substituait deux petits trous à la place de l'intersection des fils & du centre de réfractions de l'objectif.

849. Pour mettre la ligne de collimation parallele à une ligne donnée sur le plan d'un instrument, il faut arrêter solidement l'objectif, & l'anneau ou plaque qui porte les fils doit avoir deux

mouvemens gradués dans son propre plan, par deux vis à angles droits; car par ce moyen l'intersection des fils peut se mouvoir dans ce plan où l'on veut. Ces mouvemens s'exécutent par trois plaques de cuivre placées l'une sur l'autre. La premiere dans laquelle est pratiquée une ouverture circulaire sur laquelle les fils sont tendus, glisse sur celle du milieu suivant la direction d'une ouverture oblongue faite dans celle-ci, dont la largeur est un peu plus grande que celle de l'ouverture de la premiere plaque, & ces deux plaques glissent latéralement sur la derniere dans laquelle il y une ouverture ovale plus large. Voici une description plus particuliere de ces plaques, en commençant par la derniere. A chaque côté de l'ouverture ovale de cette derniere plaque *R*, il y a deux traverses de cuivre *m*, *n*, solidement arrêtées, laissant entr'elles & la plaque une coulisse ou rainure à queue d'aronde pour recevoir la plaque *S* dont les côtés ont la forme nécessaire pour y entrer & y couler; les extrémités contigues de ces deux plaques sont recourbées à angles droits en *b* & en *e*; une vis assez forte *abc* tourne dans un trou *b*, fait au milieu de la partie recourbée de la plaque *R*; l'extrémité *c* de cette vis est plus menue que le reste & passe par un trou *e* fait dans la partie recourbée de la plaque *S*; le bout de cette partie *c* est taraudé pour recevoir une petite vis *d*; ensorte qu'en tournant la vis *abc* avec une espece de clef de montre, la plaque *S* recule ou avance entre les traverses *m*, *n*. La Figure *T* représente deux autres traverses *o*, *p*, qui doivent être rivées sur la plaque *S*; ces traverses font partie de la plaque *T* qui leur est perpendiculaire, dans laquelle il y a une semblable vis *abcd*, pour mouvoir une troisieme plaque *V* entre les traverses *o*, *p*, dans une direction perpendiculaire à celle dans laquelle se meut la plaque *S*. Les fils sont tendus sur l'ouverture faite dans cette plaque *V*, par quatre petites chevilles qui les fixent dans quatre petits trous. L'autre extrémité de la plaque *Rb*, opposée à la partie qui porte la vis, est recourbée carrément du côté opposé à celui de la partie *b*, ou, ce qui produit le même effet, la plaque *X* étant recourbée carrément, l'une des deux parties *ef* est attachée & rivée au derriere de la plaque *R* à l'extrémité opposée à celle où est la vis *b*, & son autre partie *eh* est vissée au côté du tuyau de la lunette; les vis traversent de longues fentes

Fig. 705, 706 & 707.

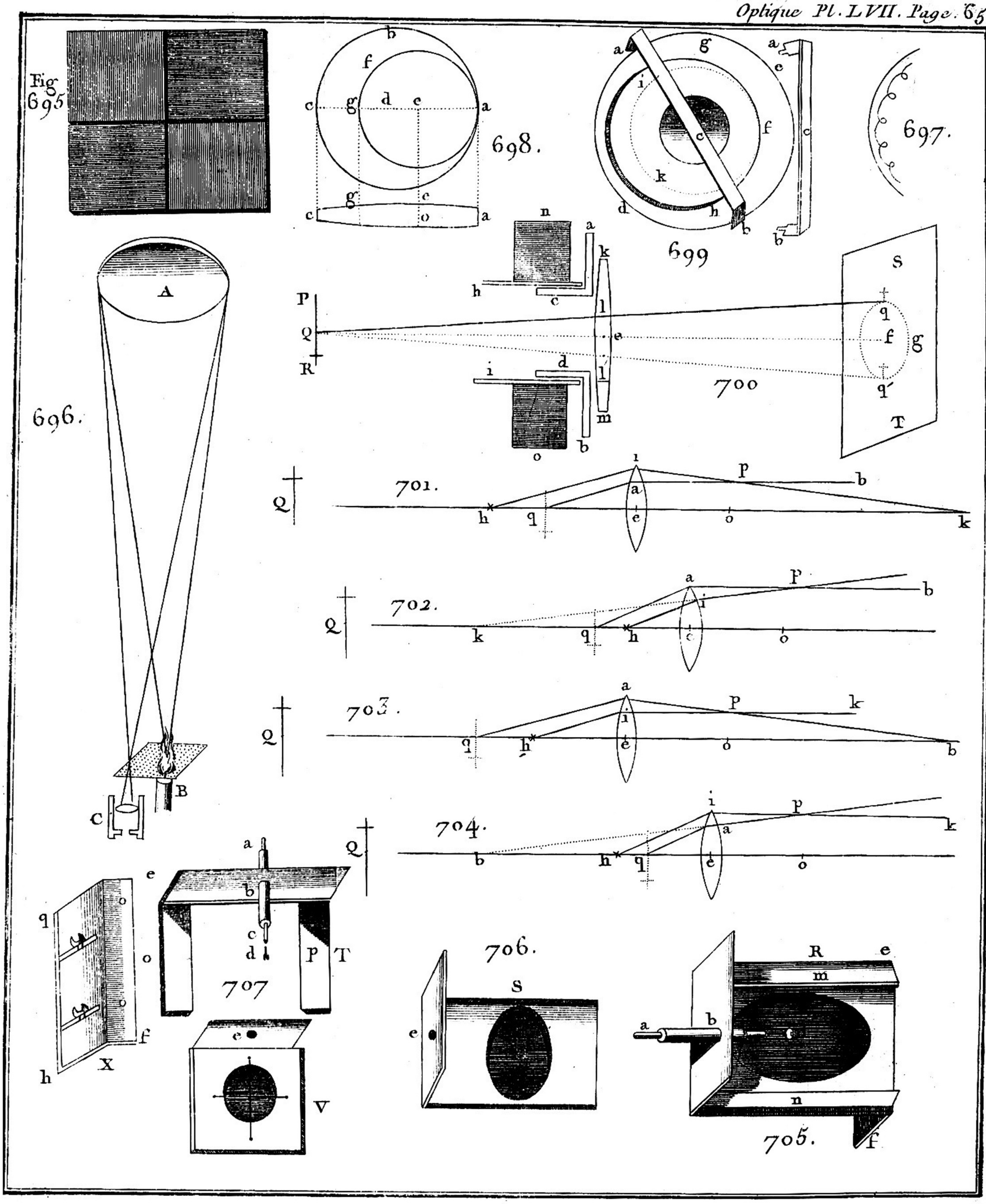


Fig 695
698.
699
697.
696.
700
701.
702.
703.
704.
707
706.
705.

pratiquées dans ce côté, pour donner la liberté de placer le chassis que composent les trois pieces, exactement à la distance de l'objectif où il doit être; & pour permettre au chassis d'entrer dans le tuyau, il faut pratiquer deux larges fentes dans deux côtés contigus de ce tuyau, dont l'une doit être couverte, pour le mieux, d'un morceau de corne mince, afin de pouvoir éclairer les fils avec la lumière d'une bougie, lorsqu'on observe de petites étoiles pendant la nuit.

CHAPITRE IV.

Description de l'Héliostat.

850. LOrsqu'on veut faire des expériences sur la lumière, il se présente deux inconvéniens, dont l'un est l'obliquité des rayons & l'autre le mouvement continuel du soleil. L'obliquité des rayons est cause qu'il y a des expériences qu'on ne peut faire qu'à certaines heures & d'autres qu'on ne peut point faire du tout, même dans un lieu assez commode & exposé aux rayons du soleil, pendant une grande partie du jour. Le mouvement du soleil est défavorable en ce que la direction des rayons varie continuellement, de sorte qu'on est obligé de changer à chaque instant la disposition des machines avec lesquelles on fait les expériences.

851. Ces deux inconvéniens étant assez considérables, on a cherché à s'en délivrer. M.r s'Gravesande frappé des divers avantages qui en résulteraient, si on pouvait y parvenir, s'en occupa sérieusement & enfin y réussit par le secours d'une machine très-ingénieuse à laquelle il donna le nom d'*Héliostat*, qu'il décrit de la manière suivante (*Phys. Elem. mathem. Tom. II.*).

852. Cette machine est composée de deux parties principales qui le sont elles-mêmes de plusieurs plus petites; la premiere, est un miroir plan de métal, porté sur un pied; la seconde, est une horloge qui sert à diriger le miroir. Je me sers plutôt d'un miroir de métal que d'un miroir de verre, à cause de la double réflexion qui a lieu dans ce dernier. La Figure & la grandeur Fig. 7c

du miroir font indifférentes : le mien eſt rectangulaire, long de quatre pouces & large de trois.

853. Je le place ſur un morceau de planche au bord duquel eſt attaché un chaſſis afin de le retenir. Pour le ſupporter ſans nuire au mouvement qu'on veut lui donner, on applique au derriere de la planche une lame de cuivre *aa* dont les extrémités recourbées ſont retenues aux côtés de cette planche. Ce miroir *S* eſt ſuſpendu dans l'anſe *AA*, au moyen de petites vis qui paſſent dans des trous faits aux extrémités de cette anſe, & traverſent les extrémités *a*, *a* de la lame dont on vient de parler; les parties de ces vis contenues dans les extrémités de l'anſe ſont cylindriques, afin que le miroir tourne librement ſur ſon axe, lequel eſt ſitué dans ſa ſurface même. L'anſe tient au cylindre *C*, dont l'axe concourrait, s'il était prolongé, avec le milieu de l'axe du miroir. A ce milieu répond une queue *DE* qui eſt jointe perpendiculairement au derriere du miroir : cette queue eſt cylindrique; elle ſe fait avec un fil de laiton droit & fort, d'un ſixieme de pouce environ de diametre.

854. Le cylindre *C*, qui eſt en cuivre, eſt poſé ſur un pied de bois *P* dont nous repréſentons ſéparément la partie ſupérieure. A l'extrémité de cette partie eſt un cylindre de fer *e*, dont la ſurface eſt polie, lequel entre dans le cylindre *C* creuſé à cet effet; par ce moyen le cylindre *C* tourne avec la plus grande liberté ſur ſon axe; enſorte que, par le mouvement de la queue *DE*, la ſituation du miroir ſe peut changer avec toute la facilité poſſible. Ce pied s'éleve & s'abaiſſe au moyen de trois vis de cuivre *B*, *B*, *B*, que l'on tourne avec une clef, & qui traverſent une lame de même métal, appliquée à la baſe du pied, & qui déborde en trois endroits pour recevoir les vis.

855. La ſeconde partie de la machine eſt l'horloge, comme nous l'avons déja dit : on la voit repréſentée en *H*; l'aiguille fait ſa révolution en vingt-quatre heures.

Le plan de l'horloge eſt incliné à l'horiſon d'une quantité égale à la latitude du lieu où l'on ſe ſert de la machine; on peut cependant ſe ſervir de la même machine dans d'autres endroits dont la latitude differe d'un degré ou deux de celle de cet endroit, comme nous le verrons plus bas.

856. L'horloge eſt portée ſur un pied de cuivre *FGLLM*;

la tige FG de ce pied eſt compoſée de deux parties, qui ſont jointes par les vis d, d; entre ces deux parties ſe meut comme dans une gaîne une lame de fer au milieu de laquelle regne une fente par laquelle paſſent les vis d, d. Cette lame eſt ſolidement jointe à la platine inférieure de l'horloge, au moyen de quoi on éleve & on abaiſſe l'horloge & on l'aſſujettit avec les vis d, d. On peut encore l'élever davantage par le moyen des vis I, I, I qui paſſent au travers de la partie LLM du pied, laquelle eſt en cuivre: les extrémités L, L de cette partie ſont terminées de manière que bc & cb ſont une ligne droite, par laquelle ſi l'on conçoit un plan vertical, ce plan eſt perpendiculaire aux lignes horiſontales qu'on peut tirer dans le plan de l'horloge, telles que fg, hi.

857. La machine eſt diſpoſée de manière que le plan de l'horloge a l'inclinaiſon dont on a parlé ci-deſſus, lorſque le plan LLM eſt horiſontal; ſituation dans laquelle on le met facilement au moyen des vis I, I, I, par le ſecours du plomb Q, dont la pointe (par laquelle il finit en bas) doit répondre au point o, marqué dans la ſurface même LLM. Si on voulait ſe ſervir de la machine dans un autre lieu dont la latitude fût différente de celle du lieu pour lequel elle a été faite, il faudrait marquer un autre point o, & alors le plan LLM ſerait incliné à l'horiſon.

858. L'axe de la roue qui meut l'aiguille eſt fort gros & eſt creuſé cylindriquement; la forme de la cavité tire cependant un peu ſur la conique, car elle eſt un peu plus étroite à ſa partie inférieure. L'aiguille eſt repréſentée en ON; elle eſt de cuivre; ſa tige pq remplit exactement la cavité précédente dans laquelle elle eſt ſerrée & retenue pour que la roue emporte dans ſon mouvement l'aiguille avec elle, dont on peut cependant changer la ſituation pour la mettre à l'heure. Cette tige eſt auſſi percée cylindriquement, & il paſſe au travers un petit fil de laiton ld, qui, ſoit qu'on l'éleve ou qu'on l'abaiſſe, demeure dans la ſituation qu'on lui donne. A l'extrémité O de l'aiguille eſt un petit cylindre n percé cylindriquement. La longueur de l'aiguille ſe meſure dans la perpendiculaire à ld, menée de l'axe du cylindre n à l'axe du fil de laiton ld: dans la machine que je poſſede, cette longueur eſt de ſix pouces. Dans la cavité du

cylindre *n*, entre une petite verge de fer *t* appartenant à une eſpece de fourche *T*; cette verge remplit exactement la cavité, mais cependant y tourne librement. Entre les jambes de cette fourche on peut ſuſpendre à différentes hauteurs un petit tuyau *R*, dans lequel la queue *DE* du miroir, qui le remplit très-exactement, peut ſe mouvoir avec liberté. Ce tuyau ſe ſuſpend comme le miroir; de petites vis *r*, *r* paſſent au travers des jambes de la fourche, & leurs extrémités pénetrent dans des eſpeces d'oreilles *m*, *m* qui ſont jointes au tuyau & y tiennent : alors le tuyau tourne très-librement autour de l'axe qui paſſe par *mm*; les parties des vis contenues dans les trous pratiqués dans les jambes de la fourche étant cylindriques.

Lorſqu'il s'agit de diſpoſer la machine, j'en emploie une autre que je nomme *Poſiteur*.

859. On ôte le cylindre *C* avec le miroir, du pied *P*, ſur lequel on met la tige de cuivre cylindrique *VX*. Cette piece tient davantage avec le cylindre de fer *e*, que le cylindre *C*, afin de conſerver ſa ſituation pendant qu'on établit la machine. Dans la tête *X* de la tige ſe meut une regle *YZ* autour d'un centre de manière qu'on puiſſe l'incliner à volonté à l'horiſon, & qu'elle demeure dans la ſituation où on la met. La hauteur de la tige *VX* eſt telle que le centre du mouvement de cette regle dans la tête *X* eſt dans le point où ſe trouve, quand on met le cylindre *C* ſur le pied, le point de la ſurface du miroir auquel répond l'axe de ſa queue. La longueur du bras *YX* ſe détermine à volonté. Quant au bras *XZ*, ſa longueur eſt déterminée & il ſe conſtruit d'une manière particuliere. On applique à la regle dont il eſt queſtion, laquelle ne s'étend pas au-delà de *y*, deux autres comme *xZ*, entre leſquelles elle eſt renfermée; ces regles ſont jointes en *Z* & tiennent par des vis *z*, *z*, qui paſſent par une fente faite dans la premiere; ſur cette regle eſt tracée une petite ligne *vs*, dont la longueur eſt les neuf centiemes de la longueur de l'aiguille, & qui eſt diviſée comme nous le dirons dans le moment.

860. Le bras *XZ* eſt égal à la longueur de l'aiguille, en prenant depuis le centre du mouvement *X* juſqu'à l'extrémité *Z*, lorſque l'extrémité *x* de la regle extérieure tombe en *v*, où commencent les diviſions de la petite ligne *vs*. Ces diviſions ſont inégales &

& déterminent la longueur du bras pour les divers tems de l'année, en appliquant x sur la division qui répond au jour dans lequel on fait usage de la machine.

861. Pour marquer les divisions dont il s'agit, je conçois la longueur du bras divisée en mille parties égales, c'est-à-dire, vs en quatre-vingt-dix parties : les distances de ces divisions au point v sont contenues dans la Table suivante.

21. Mars.	1. Mars.	21. Fév.	11. Fév.	1. Fév.	21. Janv.	11. Janv.	21. Déc.
0	8	17	32	47	64	77	90
21. Sept.	11. Oct.	21. Oct.	1. Nov.	11. Nov.	21. Nov.	1. Déc.	21. Déc.

Sur l'autre côté de la regle, il y a aussi une petite ligne tirée, qui répond parfaitement à vs, dont les divisions sont contenues dans cette seconde Table.

21. Mars.	11. Avr.	21. Avr.	1. Mai.	11. Mai.	21. Mai.	1. Juin.	21. Juin.
0.	11.	22.	36.	51.	66.	79.	90
21. Sept.	1. Sept.	21. Août	11. Août	1. Août	21. Juil.	11. Juil.	21. Juin.

Voici actuellement comment on établit la machine sur un plan horisontal ou à peu près tel, par le secours de ce positeur.

862. D'abord, je mets le positeur sur le pied P, que j'éleve autant qu'il est nécessaire pour que la regle YZ réduite à une juste longueur, que je tourne & que j'incline suivant que le lieu & la direction des rayons le demandent, convienne avec le trait de lumière que je me propose de fixer.

863. Je place l'autre partie de la machine de manière que les lignes bc, bc coïncident avec la ligne méridienne tracée d'avance sur le plan, & avec les vis I, I, I on lui donne une disposition telle que le plomb Q réponde exactement au point o. On tourne l'aiguille NO pour que les rayons du soleil passent directement par le petit tuyau R, qui se tourne & s'incline autant qu'il est nécessaire. Alors on éleve ou l'on abaisse le fil de laiton lk pour que l'ombre de l'extrémité l passe par le milieu du petit tuyau.

864. On approche toute cette partie du positeur disposé comme on l'a dit (*Art.* 862). On en approche l'horloge & on l'éleve de manière que l'extrémité l du fil de laiton lk convienne avec l'extrémité Z de la regle YZ. Il faut faire continuellement attention au plomb Q pour qu'il réponde toujours au point o; il faut aussi avoir soin qu'après le transport de l'horloge, les rayons du soleil & l'ombre du point l passent comme aupa-

Oooo

ravant par le petit tuyau R, de peur qu'il n'y ait rien de changé dans la ſituation de l'horloge par rapport au méridien.

865. On ôte le poſiteur du pied P, qu'on laiſſe dans ſa ſituation, & on remet ſur ce pied le cylindre C avec le miroir. On ôte de ſa place la fourche T pour faire paſſer la queue du miroir DE par le petit tuyau R; on remet enſuite la fourche à ſa place : & tout eſt dans une diſpoſition convenable.

866. Alors les rayons réfléchis par le milieu du miroir, auxquels tous les autres qui ſont réfléchis par le miroir ſont paralleles, occupent préciſément la même place & ont la même direction qu'avait la regle du poſiteur; & pendant que la queue du miroir marche par le mouvement de l'horloge dont l'aiguille ſuit le ſoleil, la ſituation du miroir change par rapport au ſoleil; quant au rayon réfléchi par le point du milieu du miroir, il conſerve la ſienne *.

* 1019. M.r s'Graveſande démontre ainſi l'effet de cette machine. Soit S (*Fig. 709*) le point du milieu du miroir, SA un rayon réfléchi qu'il faut conſerver dans cette ſituation, qui eſt priſe à volonté; ſoit BS un rayon tombant à un moment quelconque. Ayant pris SA, SB égales, & ayant mené BA, ſi on la diviſe en deux parties égales, en R, SR ſera perpendiculaire au miroir, & ſon prolongement Sr repréſentera la ſituation de la queue du miroir, dans le cas que nous examinons.

1020. Si le rayon incident eſt CS, on découvre de la même maniere la ſituation de la queue du miroir, en prenant SC égale à SA, & en menant AC; car ſi on diviſe cette derniere ligne en deux également, en E, & qu'on mene ESe, Se déterminera la ſituation de la queue du miroir. Pareillement, ſi DS eſt un rayon incident, prenant DS égale à SA, & diviſant DA en deux parties égales, en I, ſi l'on mene enſuite ISi, Si indiquera la ſituation de la queue du miroir. On voit comment, en prenant tel rayon incident qu'on voudra, on découvre la ſituation que doit avoir le miroir pour que le rayon réfléchi ſoit toujours le même.

Le ſoleil décrit, dans ſon mouvement diurne, un parallele à l'équateur ou l'équateur même. Conſidérons le premier cas.

1021. Ayant mené des lignes de tous les points de ce cercle au centre de la terre, elles formeront la ſurface d'un cone droit, qui change tous les jours; conſidérons un de ces cones en le prenant à volonté, & remarquons d'abord qu'à cauſe de la diſtance immenſe du ſoleil, on peut prendre pour centre de la terre, un point quelconque de ſa ſurface, comme cela ſe fait dans la Gnomonique.

1022. Soit donc S le centre de la terre, les rayons SB, SC, SD formeront, avec tous les autres rayons intermédiaires, un cone droit; les ayant tous prolongés, & ayant pris Sb, Sc, Sd égales entr'elles & aux premieres, & par conſéquent à SA elle-même, les points b, c, d feront dans la circonférence d'un cercle, dont le plan eſt parallele au plan de l'équateur. Soit prolongée AS d'une quantité Sa égale à elle-même; & ayant mené les lignes da, ca, ba, la ligne da ſera parallele & égale à AD, & ſera diviſée en deux également, en i, par la droite IS prolongée. De même les points e & r diviſent en parties égales les lignes ca, ba.

Ces lignes da, ca, ba forment, avec les autres que l'on mene des points de la circonférence dcb au point a, la

Comme les expériences ſur la lumière doivent ſe faire dans un lieu obſcur, il faut, pour y employer la machine, la renfermer dans une eſpece de coffre, dont nous allons donner la deſcription.

867. Ce coffre, tel qu'on le voit repréſenté en *A*, eſt porté ſur quatre pieds à l'extrémité deſquels ſont des roulettes, afin

ſurface d'un cone oblique. Si on le coupe par un plan parallele à la baſe, la ſection ſera un cercle ; ſi la ſection paſſe par un des points comme *i*, *e*, *r*, elle paſſera par tous, ce qui eſt évident ; & tous ces points ſont dans la circonférence d'un cercle dont le plan eſt parallele à l'équateur.

Soit diviſée *Sa* en deux parties égales, en *l* ; & ſoient tirées *il*, *el*, *rl* ; elles ſeront paralleles à *DSd*, *CSc*, *BSb* reſpectivement ; de plus, *bS* étant égale à *Sa*, *rl* ſera égale à *la* ou à *lS*. Lorſque les rayons ſont dirigés ſuivant *BS* ou *lr*, qui ſont paralleles, le point *S* réfléchit le rayon ſuivant *SA*, lorſque la queue du miroir paſſe par *r*. Cette queue doit paſſer par *e*, ſi les rayons ſont dirigés ſuivant *le* parallele à *CS* ; s'ils ſont dirigés ſuivant *DS* & *li*, il faut faire paſſer la queue par *i*. Si on fait la même choſe pour tous les autres, le rayon réfléchi ſera toujours *SA*.

1023. Il ſuit delà que le rayon réfléchi conſerve la ſituation *SA*, lorſque la queue du miroir concourt continuellement dans la circonférence du cercle *ier*, avec le rayon du ſoleil qui paſſe par *l*. Or, nous allons faire voir que la machine qui a été décrite, produit cet effet.

1024. L'aiguille de l'horloge ſe meut avec le ſoleil, & le point du milieu du petit tuyau *R* décrit un cercle parallele à l'équateur ; car le petit tuyau eſt ſuſpendu de manière qu'en variant ſon inclinaiſon, ou en tournant la fourche qui le porte, ſon milieu ne change point. Ce cercle eſt celui-là même qui eſt marqué dans la Figure par les lettres *ier*.

1025. L'aiguille de l'horloge eſt diſpoſée de manière que pendant ſon mouvement, le rayon du ſoleil, qui paſſe par le point *l* (*Fig. 708*), qui eſt le même que le point *l*, dans notre Figure, paſſe toujours auſſi par le point de milieu du petit tuyau, par lequel paſſe auſſi continuellement l'axe du cylindre, qui forme la queue de l'horloge. La machine produira donc tout l'effet qu'on peut en attendre, ſi le centre du miroir eſt bien diſpoſé.

1026. Dans le deſſein de la machine, & dans la Figure actuelle, le point *l* eſt déſigné par la même lettre, & dans celle-ci *S* marque le point du milieu de la ſurface du miroir, lequel demeure immobile pendant le mouvement du miroir. Il faut donc démontrer que *l* eſt diſpoſé, dans cette Figure, par rapport à *S*, comme *l* par rapport au centre du miroir dans la premiere.

1027. Dans l'une & l'autre Figure, les deux points ſont donnés dans le rayon réfléchi prolongé ; la diſtance *Sl* eſt égale, dans cette derniere Figure, à une ligne quelconque, comme *li* ou *le* ; ces lignes ſont avec le plan du cercle *ier* un angle égal à la déclinaiſon du ſoleil, & ces lignes & par conſéquent *Sl* ſont égales à la ſécante de cet angle, le rayon ou ſinus total étant égal au demi-diametre du cercle *ier* ; ce demi-diametre répond à la longueur de l'aiguille, & la regle du poſiteur eſt diviſée de manière que la longueur de la partie qui meſure la diſtance entre le centre du miroir & *l*, vaut toujours, pour un tems donné, la ſécante de la déclinaiſon du ſoleil, pour le même tems, le rayon ou ſinus total étant égal à la longueur de l'aiguille ; la diſtance entre *l* & le point du milieu du petit tuyau, eſt auſſi égale à cette ſécante. Ainſi tout ſe répond dans les Figures.

1028. Lorſque le ſoleil eſt dans l'équateur, le point *l* coïncide avec le centre du cercle *ier*. Quand il eſt dans les ſignes méridionaux, *l* s'abaiſſe ſous le plan du cercle *ier* ; on donne à cauſe de cela plus de longueur aux jambes de la fourche, afin de pouvoir élever, en hiver, le petit tuyau par lequel paſſe la queue du miroir.

de le mouvoir facilement. Il eſt ouvert d'un côté, & on l'approche de ce côté-là de la fenêtre que l'on ouvre pour que les rayons du ſoleil parviennent ſans obſtacle au miroir. Ce coffre excede la fenêtre par-tout afin d'empêcher par l'application des bandes de drap qui y ſont attachées, contre le mur, que la lumière n'entre dans la chambre; pour cet effet, on approche le coffre du mur autant qu'il eſt poſſible, & on tourne les vis *C*, *C* qui tiennent aux pieds de devant, juſqu'à ce qu'elles appuyent ſur le plancher.

868. Dans le coffre que j'ai fait conſtruire, la porte eſt placée vis-à-vis de la fenêtre; on peut, ſi l'on veut, la placer autrement. Je fais paſſer les rayons par le côté *B*; je l'ai choiſi à cauſe de la diſpoſition de l'endroit où je fais mes expériences. Il y a dans cette face deux ouvertures larges de trois pouces & hautes d'environ dix-huit, dont une *DE* eſt ouverte. Elles ſe ferment en dehors par de petites tablettes qui ſe meuvent dans des couliſſes; elles peuvent ſervir l'une & l'autre à chacune des ouvertures, afin de pouvoir les changer d'une ouverture à l'autre. L'une d'elles *F* eſt longue de trois pieds & eſt percée au milieu; l'ouverture *ab* eſt longue de cinq pouces & large de deux. Cette ouverture eſt fermée par une plaque de cuivre *GH* percée de deux trous *c*, *d*; le diametre du premier eſt de deux tiers de pouce, le diametre du ſecond eſt plus petit. Ces trous ſe ferment avec des petites plaques *I* & *K* appliquées ſur la premiere & mobiles autour des centres *i* & *k*. On peut varier la grandeur de ces trous, en tournant ces plaques, comme la Figure le fait voir.

869. L'ouverture pratiquée dans la tablette *F* eſt faite de manière, à la partie de derriere de cette tablette, que l'on puiſſe y mettre un objectif de 16, 20 ou 25 pieds, ſuivant la grandeur de l'endroit où ſe font les expériences; le centre de ce verre doit répondre au centre du trou *c*.

870. On fait cette tablette *F* fort longue, afin que les trous de la plaque qui y eſt appliquée, puiſſent répondre à tel endroit qu'on voudra de l'ouverture du coffre, le reſte de cette ouverture demeurant fermé. L'autre tablette eſt plus courte, parce qu'il ſuffit que l'ouverture ſoit fermée. On aſſujettit ces tablettes avec des vis *M*, *M*.

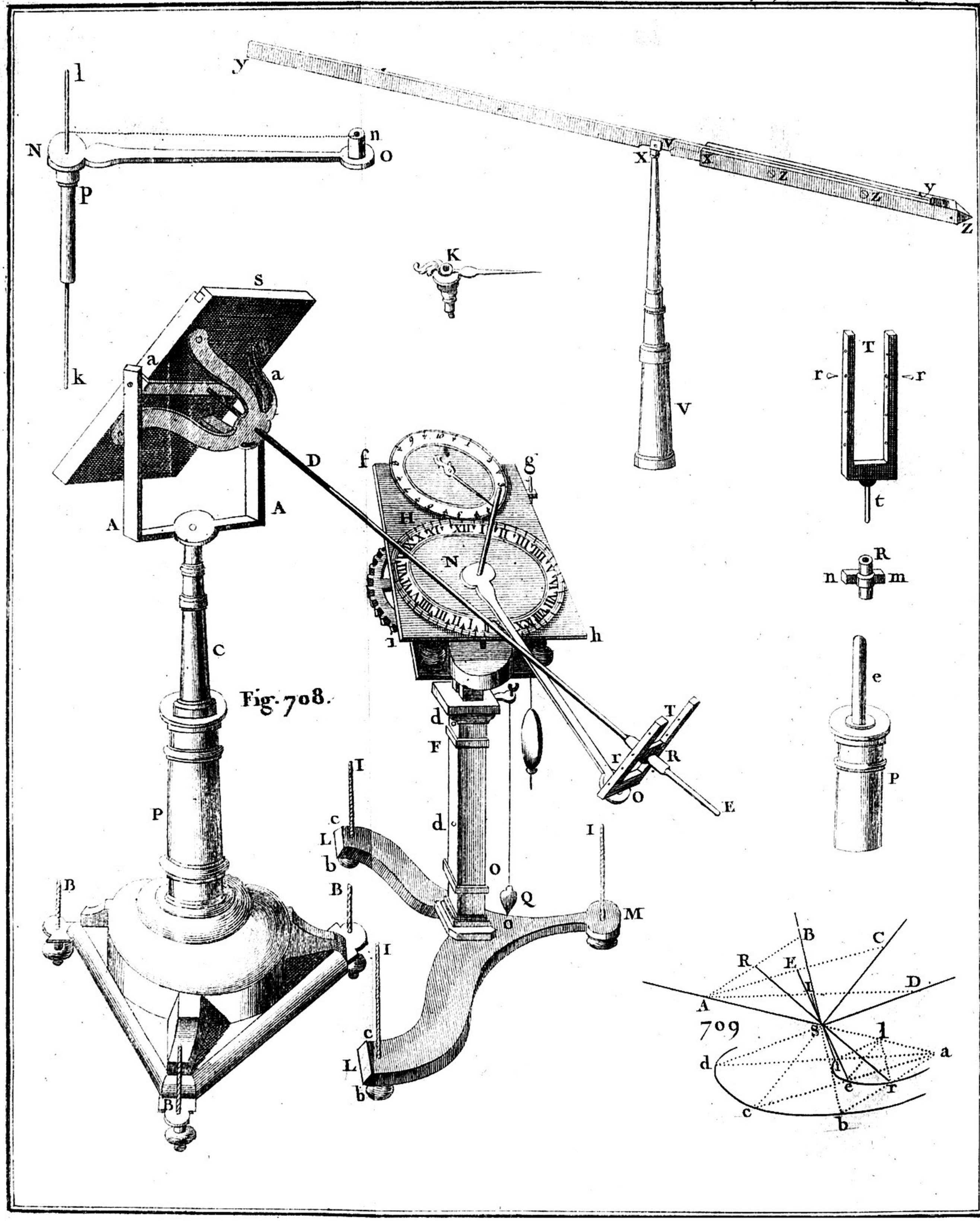


Fig. 708.
709

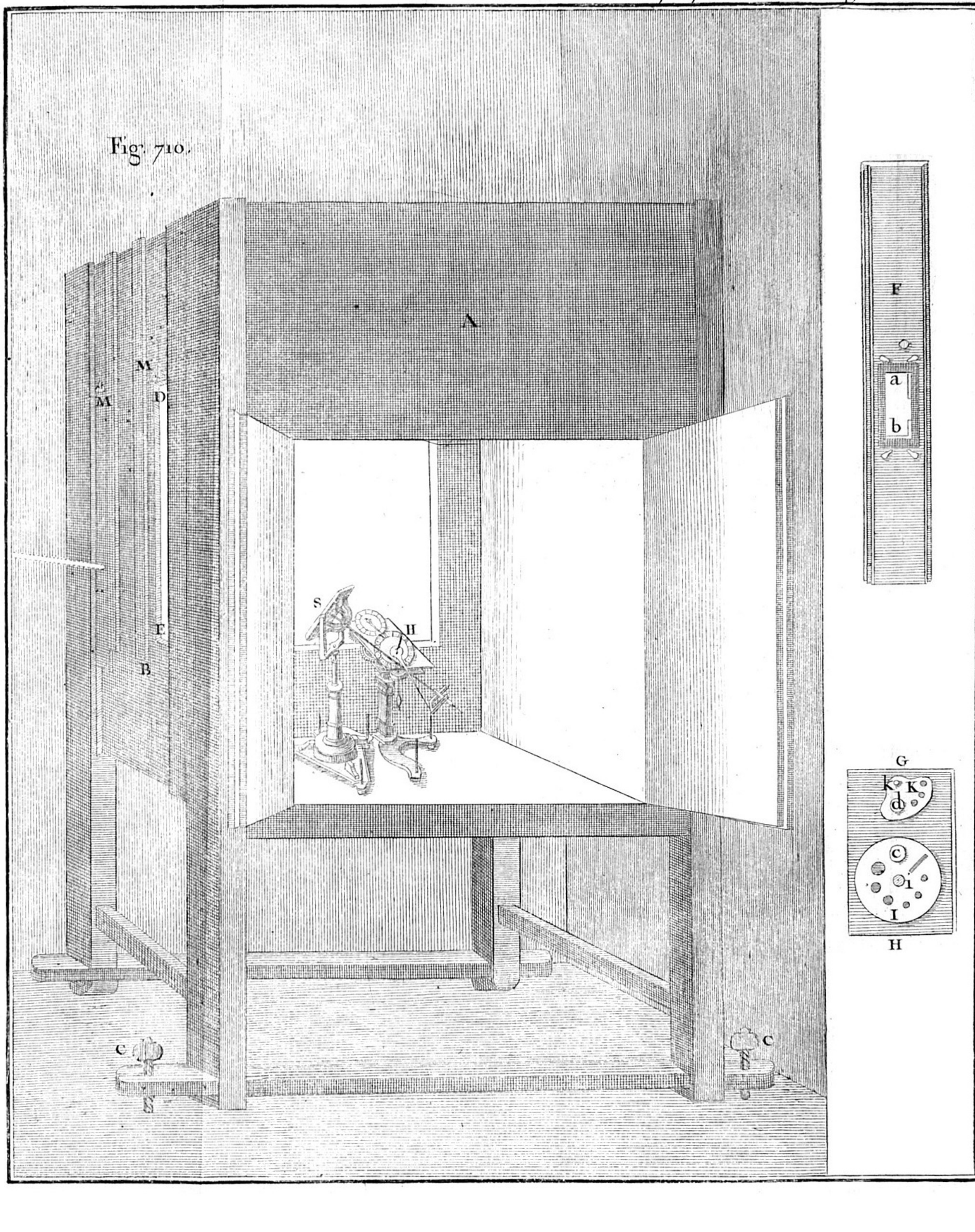


Fig. 710.
A
M
M
D
E
B
S
H
C
C
F
a
b
G
k
K
d
c
i
I
H

871. Nous avons expliqué comment il faut appliquer le coffre à la fenêtre (*Art. 867*). On remarquera cependant que cela ne se peut faire ainsi, si l'on veut faire des expériences à des heures où les rayons du soleil entrent très-obliquement par la fenêtre ; dans ce cas, il faut, pour que les rayons parviennent au miroir, que le coffre ne réponde qu'à une partie de la fenêtre ; le reste se ferme de la manière qu'on juge à propos : pour moi, je le couvre d'une étoffe pliée en sept, afin qu'il ne passe aucuns rayons du soleil.

CHAPITRE V.

Description de la Lunette aërienne.

872. ON a fait voir dans le IX.^e Chapitre du Livre précédent que le seul moyen (connu jusqu'à ces derniers tems) de faire amplifier beaucoup les lunettes, est de les allonger considérablement ; ce qui les rend très-embarrassantes, & ne permet plus de pouvoir les manier qu'à l'aide de quelque machine, lorsque l'usage auquel on les destine demande qu'elles soient fort longues. On peut voir dans le *Machina cœlestis* d'Hevelius combien de différentes machines lui & les autres Astronomes avaient été obligés d'imaginer pour cet effet. Une difficulté si susceptible de nuire au progrès de l'Astronomie, fit naître au célébre M.^r Huyghens l'idée de l'en délivrer tout d'un coup par le retranchement presqu'entier du tuyau de la lunette dont il ne laissa subsister que deux portions très-courtes, dont l'une contenait l'objectif & était attachée au haut d'une longue perche, & l'autre renfermait l'oculaire & tenait à l'autre par un long cordon de soie par le moyen duquel on dirige les axes des verres vers l'objet. C'est cette ingénieuse invention, à laquelle on peut donner le nom de *Lunette aërienne*, que nous allons faire connaître, en insérant ici la description que son célébre Auteur en a donnée.

873. Dans un endroit spacieux & bien à découvert, on plante perpendiculairement dans la terre un mât *ab* presque de la lon- Fig. 71

gueur dont devrait être la lunette. Avant de planter le mât, on en applanit un côté & on y attache deux longues regles, paralleles entr'elles & éloignées l'une de l'autre d'un pouce & demi, de manière qu'elles forment un canal un peu plus large en dedans qu'en dehors, en prenant depuis le haut du mât jusqu'à 3 pieds du bas. Tout au haut de ce mât, au-dessus de l'endroit où commence le canal, on fait une mortaise pour recevoir une poulie *a*, sur laquelle on passe une corde *gg* deux fois plus longue que le mât, d'un demi-pouce environ de diametre. Et pour qu'on puisse monter au haut du mât, lorsqu'il en est besoin, il faut y attacher, à intervalles égaux, des triangles de bois pour servir d'échelons. L'usage de ce mât est d'élever l'objectif à une hauteur convenable, comme il suit.

874. Il faut diminuer des deux côtés ou d'un côté seulement une planche longue de deux pieds, de manière qu'elle puisse se mouvoir & couler librement dans le canal dont nous venons de parler. Cette planche doit porter à son milieu un bras de bois *e* saillant d'un pied hors du mât, & qui soutient à angles droits un autre bras *ff* d'un pied & demi de long, l'un & l'autre étant situés parallélement à l'horison. L'objectif doit se placer sur une des extrémités de ce dernier bras; & le tout doit monter ou descendre par le secours de la corde dont on a parlé ci-dessus, dont les extrémités sont attachées au haut & au bas de la planche qui coule dans le canal; tout doit être contrebalancé par un plomb *h* fixé à la corde, de l'autre côté de la poulie, & à un endroit tel que le poids puisse être en haut, lorsque l'objectif est en bas & réciproquement; le plomb doit être conique par les deux bouts, afin qu'il ne s'arrête point aux échelons dont il a été question ci-dessus.

875. Voici comme on fixe l'objectif. On le renferme d'abord dans un tuyau *ik* de quatre pouces de long, d'étain ou de cuivre; on attache à ce tuyau, ou plutôt à un cercle qui l'entoure, un bâton fort droit, d'un pouce de diametre, qui le déborde par un bout, de 8 à 10 pouces. A ce bâton tient une petite boule de cuivre *m* par une petite tige qui communique de l'un à l'autre; cette boule est portée dans une portion de sphere creuse où elle s'emboîte, & dans laquelle elle peut se mouvoir librement sans danger d'en sortir. Cette portion de sphere est faite de deux

pieces, ferrées l'une contre l'autre par une vis, ce qui forme une efpece de genou. Par ce moyen l'objectif & le bâton qui y eft attaché peuvent fe mouvoir en tout fens; & pour les tenir en équilibre, on attache à la partie inférieure du bâton, par un fort fil d'archal, un poids égal de plomb *n*, de forte qu'en pliant ce fil de côté ou d'autre, on peut aifément faire tomber le centre de gravité du poids, de l'objectif & de tout ce qui y tient, au centre de la boule de cuivre; alors tout fe mouvra avec la plus grande facilité & demeurera dans telle pofition qu'on voudra. Ayant mis la tige du genou dans un trou au bout du bras *ff*, on attache au bout du bâton qui tient à l'objectif, un fil de foie, dont la longueur excede celle de la lunette, afin que fon autre extrémité parvienne jufqu'à l'oculaire. Delà, lorfque l'objectif eft élevé vers le haut du mât, fi vous tirez doucement ce fil en tournant autour du mât, l'objectif obéira d'abord à ce mouvement, & fe placera devant tel aftre qu'il vous plaira; ce qui ne pourrait jamais être exécuté fans le mettre en équilibre, comme on a fait. Comme il eft abfolument néceffaire que le bâton attaché à l'objectif foit parallele au fil de foie, on attache pour cet effet au bout du bâton un court fil d'archal, que l'on courbe en en bas autant qu'il eft néceffaire pour que le bout où le fil eft attaché, foit autant au-deffous du bâton que le centre de la boule. On donnera plus bas la raifon pour laquelle on fait ufage d'un reffort flexible de fil d'archal.

876. Expliquons maintenant comment on place l'oculaire de manière qu'il réponde exactement à l'objectif; ce que nous allons faire en peu de mots, le méchanifme en étant prefque pareil à celui de l'objectif. On renferme auffi l'oculaire *o* dans un tuyau fort court, attaché à un bâton *qu*, auquel on fufpend un petit poids *s* fuffifant pour contre-balancer le tout. On attache en *q* une poignée *r*, qui porte un petit axe qui la traverfe; l'Obfervateur faifit cette poignée, & tient le bâton *qp* dirigé vers celui d'en haut, par le moyen du fil de foie qui les joint & qui fe roule fur une cheville *t* attachée au milieu du bâton *qp*; enforte qu'en tirant doucement fur ce fil, il eft évident que les deux verres deviennent paralleles. La partie inférieure de ce fil paffe au travers d'un petit trou fait avec un fil d'archal à l'extrémité fupérieure *u* du bâton *qu*; & l'Obfervateur en tournant la

cheville, racourcit ou allonge le fil de la quantité néceſſaire, pour mettre entre les verres l'intervalle qu'il doit y avoir pour voir diſtinctement.

877. Afin de tenir ferme l'oculaire, comme cela doit être, il eſt bon que l'Obſervateur, ſoit aſſis ou debout, appuye ſes bras ſur une machine faite de quelque bois léger, telle que celle qui eſt repréſentée dans la Figure.

878. Pour trouver un aſtre dans la lunette, lorſque les nuits ſont obſcures, je me ſers d'une lanterne y qui raſſemble la lumière & la rend beaucoup plus denſe, ſoit au moyen d'une lentille convexe, ſoit avec un miroir concave. Car faiſant tomber cette lumière ſur l'objectif qu'elle rend alors viſible, il eſt aiſé à l'Obſervateur de changer ſa place, juſqu'à ce qu'il apperçoive l'étoile couverte par le milieu de l'objectif; & alors il n'a plus qu'à appliquer l'oculaire. Tout cela ſe fait beaucoup plutôt que ſi on ſe ſervait d'une longue lunette qui aurait ſon tuyau. Lorſqu'il fait clair de lune, l'objectif eſt viſible ſans le ſecours de la lanterne. Mais ſi l'on veut regarder la lune avec cette lunette, il faut fixer autour de l'objectif un cercle de carton, d'un diametre tel qu'il couvre un eſpace dans le ciel environ deux fois plus large que la lune; on met ce cercle pour intercepter la lumière qui paſſerait par les côtés de l'objectif, & qui, en ſe mêlant avec celle qui vient au travers de la lunette, dilaterait l'apparence des endroits lumineux & des parties obſcures du diſque de la lune.

879. Je vais préſentement répondre à quelques objections que ceux qui n'ont point employé ce méchaniſme pourraient faire. Premierement, on peut craindre que la petite courbure que le fil prend par ſon poids, particulierement lorſqu'il eſt de 100 ou 200 pieds, ne détruiſe le parallèliſme des deux verres; & en effet, cette crainte ſerait fondée, s'il était néceſſaire de ſe ſervir d'un fil fort & peſant; car alors il exigerait une force très-conſidérable pour le rendre droit dans un degré ſupportable. Mais l'objectif étant contre-balancé avec toute l'exactitude poſſible, comme on l'a vu, le fil le plus léger eſt capable de lui donner la direction requiſe. 50 pieds de la ſoie dont je me ſers ne peſent qu'une demi-dragme; & ce fil peut être tendu avec 7 livres de force, avant de rompre. Ainſi la petite courbure que prend

prend un fil de cette longueur & même beaucoup plus long, n'est point nuisible, quoiqu'il ne soit tendu que par une force équivalente à 2 ou 3 livres ; ce qui est d'autant plus vrai que le parallélisme géométrique des verres n'est nullement nécessaire.

880. Car il certain que les forces requises pour tendre deux fils de même longueur, de manière que leur courbure soit égale, sont comme les poids de ces fils. Par exemple, il faudrait exercer une force équivalente à 48 livres sur un fil de 50 pieds, pesant une once, pour lui faire prendre une courbure égale à celle que trois livres de force font prendre à cinquante pieds du fil que j'emploie : car c'est la même chose que seize fils, chacun d'une demi-dragme, soient tendus séparément avec trois livres de force, ou qu'ils composent un cordon d'une once, qu'on tende avec 16 fois trois livres ou 48 livres de force.

881. Mais on peut faire un examen plus approfondi de cette courbure par le secours de la Géométrie & de l'expérience. Car la courbure du fil peut, lorsqu'elle est aussi petite, être considérée, sans erreur sensible, comme une portion de parabole ; & ayant tendu horisontalement 150 pieds de ce fil, avec un poids de deux livres & demi, je trouvai que le point le plus bas de ce fil était d'environ $\frac{1}{4}$ de pied au-dessous du niveau de ses extrémités. Soit ce fil représenté avec sa forme parabolique par abc, & soit db la quantité dont le point b le plus bas de ce fil est au-dessous de la droite adc qui joint ses extrémités. Soient les lignes ae, cf tangentes de la parabole, rencontrant les lignes ce, af paralleles à db. Présentement en regardant du point a, suivant la direction du fil, au point e, le rayon visuel tombe en e environ un pied au-dessous de c : d'où il suit que db était d'un quart de pied. Mais ce & af sont égales : donc le fil cba dirige l'axe de l'objectif placé en c, non au point a, mais suivant la tangente cf, ensorte que l'œil en a est trop haut d'un pied ; ce qui ne produit aucun inconvénient, à la distance de 150 pieds ; car l'angle de déviation cae ou acf n'est que de deux cinquiemes de degré : quoiqu'il soit assez petit pour qu'on puisse le négliger en toute sûreté, j'ai cru cependant devoir montrer comment on peut le corriger une fois pour toutes. Si l'on prend la distance gh double de ac, ou

de 300 pieds, enforte que *gabch* puiffe repréfenter cette ligne courbée telle qu'elle doit l'être par fon poids, la quantité *kb* dont le point le plus bas eft au-deffous des extrémités, fera quadruple de *db*; mais l'angle de déviation ne fera que double du premier, c'eft-à-dire, de quatre cinquiemes de degré, comme on le conçoit aifément, en tirant la tangente *gl* qui rencontre la perpendiculaire *hl*. Car *hl* eft quadruple de *kb* ou *ce*; mais *gh* était double de *ac*; donc l'on peut regarder l'angle de déviation *hgl* comme double du premier angle *cae*.

882. Préfentement quoique l'on puiffe négliger fans inconvénient cette erreur de 48 minutes, cependant, pour ôter tout fcrupule, je vais faire voir comment on peut la corriger une fois pour toutes. L'objectif étant en équilibre de la manière qu'on a vu, & l'ayant mis au niveau de l'œil, tendez d'une main le fil de foie & appliquez-le contre votre œil; & tenant de l'autre main la lanterne à côté, éloignez-vous de l'objectif, en laiffant gliffer la corde entre vos doigts, & examinez s'il paraît, dans le milieu du verre, une double image de la bougie; & fi cela arrive, lorfque vous êtes parvenu au bout du fil (fa longueur étant égale à la diftance focale du verre), c'eft une marque certaine que le verre eft dans fa vraie fituation. Mais s'il ne paraît qu'une des images de la bougie, le verre eft mal fitué, & il l'eft plus mal encore, s'il n'en paraît aucune. En obfervant de quel côté du fil tombe la lumière réfléchie, il faut plier un peu vers le même côté, le fil d'archal qui eft à l'extrémité du bâton attaché à l'objectif; & alors il faut que l'Obfervateur examine de nouveau la lumière réfléchie jufqu'à ce qu'il trouve que les deux images de la bougie coïncident à l'extrémité du fil, qui doit être tendu avec une force médiocre, comme de deux ou trois livres, à laquelle il faut qu'il tâche d'accoutumer fa main. La pofition de l'objectif étant ainfi ajuftée, fervira pour obferver à telle hauteur qu'on voudra.

883. Mais fi on objecte que le vent peut embarraffer beaucoup en courbant & agitant le fil, fur-tout lorfqu'il eft auffi long que nous l'avons dit, on doit faire attention que des tuyaux fort longs font beaucoup plus expofés au même inconvénient; enforte qu'il eft fouvent impoffible de faire aucune obfervation, tandis que le vent fouffle, quoique modérément. Mais tout

le monde ſait qu'alors il y a un autre obſtacle qui en empêche: c'eſt que l'air, quoiqu'il paraiſſe ſérein, perd preſque toujours tellement de ſa tranſparence par les vents, qu'il n'en a plus aſſez pour qu'on puiſſe obſerver. Cela arrive auſſi quelquefois dans un air très-calme & très-ſérein, lorſque la ſcintillation des étoiles eſt très-forte par l'interpoſition de quelques vapeurs humides; ce qui eſt cauſe que les bords de la lune & des planettes paraiſſent dans la lunette dans un tremblement continuel, & détruit entierement la diſtinction avec laquelle on doit les appercevoir; enſorte qu'on aurait lieu de ſoupçonner la bonté des verres, ſi on ne les avait auparavant éprouvés dans un air plus favorable. Souvent il s'attache une humidité pareille à la ſurface de l'objectif, qui fait paraître l'objet ſombre : mais on peut prévenir cet inconvénient en chauffant le verre.

884. Si la lumière que donne la lanterne n'eſt pas ſuffiſante pour une grande diſtance, on peut l'augmenter, en ſe ſervant d'une bougie plus groſſe, ou bien en employant une lentille plus large & moins convexe, à proportion que l'objectif eſt plus éloigné.

885. Comme ceux qui n'ont point d'expérience ne peuvent trouver & ſuivre facilement un objet avec cette ſorte de lunette, & qu'on ne peut le leur montrer à moins que l'on ait quelque moyen de fixer l'oculaire, je vais décrire de quelle manière cela peut ſe faire, par le ſecours d'une petite machine placée ſur un ſupport porté ſur deux pieds. La partie ſupérieure de ce ſupport eſt repréſentée en *aa*, & un rhombe variable fait de plaques de cuivre, en *bb*, dont deux des côtés ſont prolongés au-delà de leur interſection *f* d'une quantité égale à ces côtés. Chacun d'eux eſt long de 5 pouces $\frac{1}{2}$, large d'un peu plus d'un pouce, & épais d'un dixieme. Ce rhombe eſt attaché au ſupport en *gg*, par une cheville de fer dont la plus grande partie eſt formée en vis, laquelle traverſe cet angle, & une plaque mince circulaire, un peu concave & écrouïe avec le marteau pour lui donner du reſſort; au moyen de laquelle le mouvement du rhombe autour de la cheville peut être égal & avoir le degré convenable de roideur. De l'angle ſupérieur & oppoſé du rhombe, ſort un petit axe d'un demi-pouce environ, à l'extrémité duquel eſt ſuſpendue une plaque mobile de 4 pouces de long Fig. 7

& d'un demi-pouce de large, que l'on ne voit point, étant recouverte d'une piece de bois *d* de la même longueur, qui y est rivée. Dans un canal plus large en dedans qu'en dehors, fait dans la piece de bois, sur le devant & suivant sa longueur, est insérée une autre plaque *e* qui porte, sur un très-petit axe, le bâton & le tuyau où est l'oculaire; & le tout est retenu en équilibre sur l'axe *f* par des poids convenables *h*, *h*, attachés aux extrémités des deux côtés prolongés du rhombe.

886. Les choses étant ainsi arrangées, en quelque place que l'Observateur amene l'oculaire, au moyen de la piece *d*, on voit aisément qu'il y demeurera & n'en sortira point; ainsi l'Observateur ayant trouvé l'objet dans la lunette, ceux qui ne seront point expérimentés, n'auront plus qu'à prendre sa place pour l'appercevoir. Car le support étant placé de manière qu'il soit un peu incliné, la tension du fil qui joint les verres l'empêchera de tomber, quoiqu'il n'ait que deux pieds; & la pesanteur du support ainsi incliné vers le spectateur, conservera au fil la tension qu'il doit avoir; ensorte qu'on ne peut desirer rien de plus commode. Le mien est haut de quatre pieds neuf pouces, & il pese deux livres trois quarts. L'oculaire, le tuyau & le bâton pesent une demi-livre; le rhombe & son contre-poids pesent une livre un quart. J'entre dans ce détail en faveur de ceux qui voudraient se procurer un appareil semblable à celui que je viens de décrire, l'ayant trouvé, par expérience, extrêmement commode.

887. Cette méthode se peut perfectionner par un expédient très-utile dans différentes observations dont je vais parler. Cherchant avec le plus grand soin les Satellites de Saturne que M.r Cassini a découverts, j'avais beaucoup de peine à les trouver, à moins que la nuit ne fût très-obscure; ce qui provenait d'une faible lumière répandue dans l'air, qui passait par les côtés de l'objectif. Pour intercepter cette lumière, je mis autour de l'objectif le cercle de carton dont je me servais pour la lune; & en y réfléchissant davantage, je trouvai un autre expédient très-avantageux, c'était de regarder au travers d'un très-petit trou fait à une plaque mince que je mettais contre mon œil, pour corriger l'effet de la trop grande dilatation de la prunelle. J'apperçus aussi-tôt très-clairement au travers de ce petit trou, trois Satellites de Sa-

tume; & ayant ensuite ôté la plaque, je ne pus appercevoir que celui du milieu, que j'avais découvert auparavant. Mais comme on ne trouve pas si aisément l'objet, lorsque la prunelle est ainsi contractée, j'ai attaché cette petite plaque à un petit bras *k* qui se plie & qui tourne sur un petit axe placé au bout du tuyau qui porte l'oculaire; ce bout-là est percé d'un trou plus large pour regarder au travers & trouver l'objet, avant de mettre dessus la petite plaque dont il s'agit.

888. On pourrait croire que l'objet paraîtrait plus obscur au travers d'un petit trou qu'à travers un grand; mais il est certain que si le diametre du petit trou est au diametre de l'ouverture de l'objectif, comme la distance focale de l'oculaire est à celle de l'objectif, on verra tout avec le même degré de clarté, au travers de la lunette, que si ce trou était ôté. Néanmoins il vaut mieux doubler cette largeur du trou, & même la rendre plus grande encore, afin d'avoir plus de facilité à trouver l'astre & le conserver plus long tems. Le trou de la plaque que j'ai appliquée à ma lunette de 34 pieds, est d'environ un seizieme de pouce, & il est éloigné de l'oculaire exactement de 2 pouces $\frac{1}{2}$, qui en est la distance focale. Il faut placer ce trou précisément en cet endroit, parce que si on le place par-tout ailleurs, on perd du champ de la lunette. On trouve aisément l'endroit où il doit être, en l'approchant ou l'éloignant par le moyen du bras où il est attaché, après l'avoir placé d'abord à un demi-pouce environ du bout du tuyau.

889. Le diametre du cercle de carton doit être d'environ un quarante-cinquieme de la longueur de la lunette; & parce que l'interposition de ce cercle occasionne quelque difficulté à trouver l'objet, pour remédier à cet inconvénient, j'éleve perpendiculairement, sur le bâton attaché à l'oculaire, une regle *m* dont le haut est autant au-dessus de l'axe de la lunette que le bord supérieur du cercle. Alors élevant l'œil jusqu'à ce qu'on puisse voir l'astre sur le bord supérieur du cercle dont il s'agit, & mettant ensuite le haut de la regle dans la même ligne, on trouvera, après avoir ôté l'œil, l'astre dans la lunette ou très-proche : avec un peu d'usage, cette méthode d'observer devient très-aisée.

890. M.r de la Hire a aussi imaginé une petite machine pour

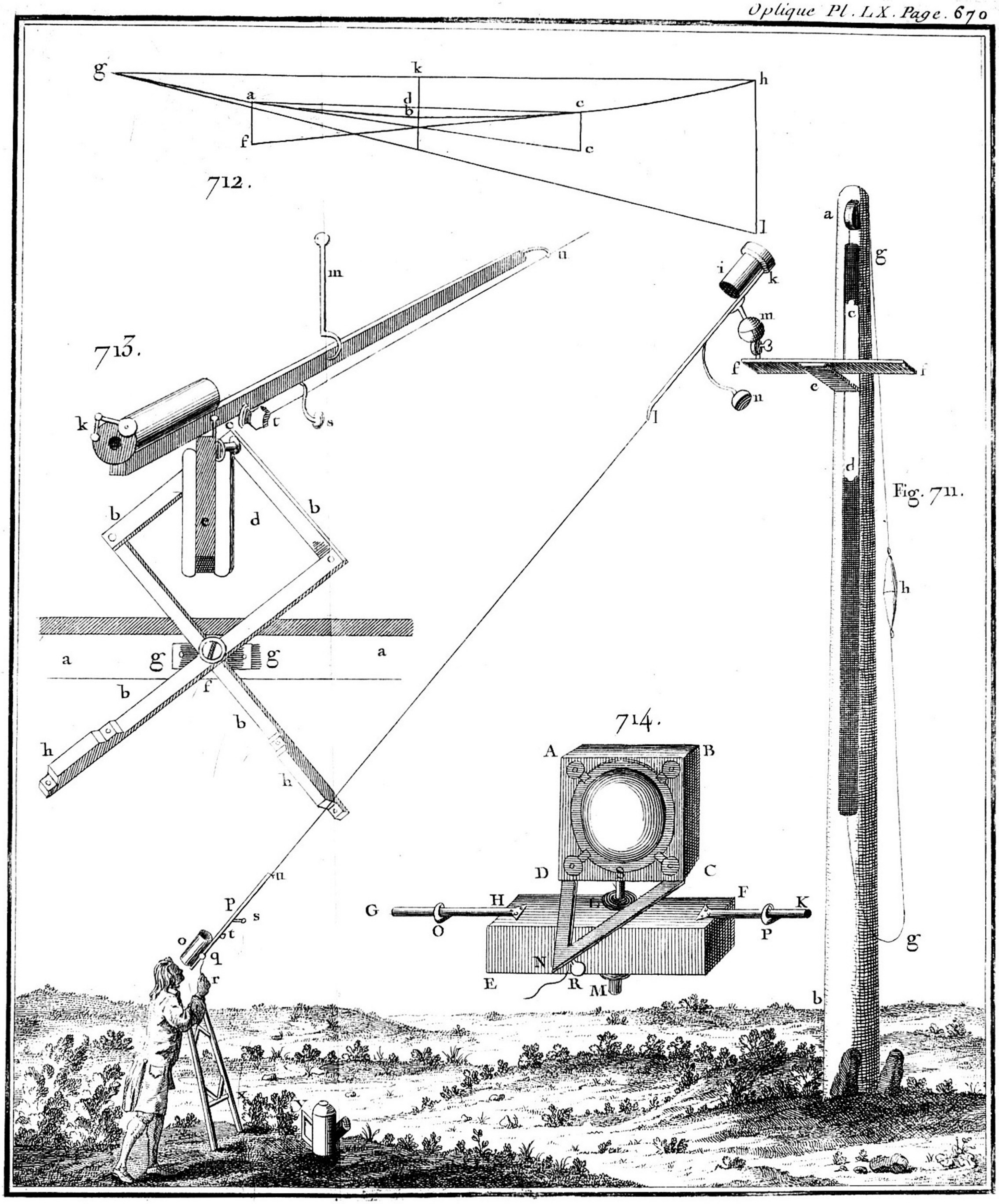
conduire & diſpoſer l'objectif, dont il donne la deſcription ſuivante (*Mém. de l'Acad. des Sciences année 1715*) : je prends,
Fig. 714. dit-il, un billot de bois *EF* d'une médiocre grandeur & d'une groſſeur proportionnée, & j'attache, ſur la partie de deſſus, deux eſpeces de pattes *GH*, *IK*, terminées en verges par les bouts, & qui étant en lignes droites entr'elles, s'avancent au-delà du billot, & dont les milieux répondent au-deſſus du billot. Après cela, je perce un trou au travers du billot, dans ſa hauteur & vers le milieu, pour pouvoir y faire paſſer une tige de fer *LM* qui eſt arrêtée vers ſon extrémité *L*, dans le chaſſis ou dans la planchette *ABCD* qui porte l'objectif *V*, & cette tige *LM* eſt perpendiculaire au côté *DC* de la planchette, & tend vers ſon milieu; enſorte que la planchette peut ſe tourner en tous ſens par rapport au billot, mais il faut qu'elle demeure toujours éloignée du billot d'un pouce environ, en ſe mouvant; ce qu'on peut faire par le moyen de deux anneaux de bois qui ſont poſés ſur le billot, au travers deſquels paſſe la ligne *LM*, & où elle eſt arrêtée.

On attache encore au-deſſous de la planchette, à ſes extrémités *C* & *D*, deux petites regles *NC*, *DN* d'égale longueur qui ſe réuniſſent en *N*, vis-à-vis le milieu de *CD* ou *S*, & la ligne *NS* doit être perpendiculaire à la face de la planchette; & au milieu *N* de cette réunion, je plante un piton *NR*, qui eſt auſſi long que la diſtance entre *CD* & le deſſus du billot, ſans y comprendre la tête de ce piton. C'eſt au-deſſus de cette tête qu'on attache au piton une ficelle qui ſert à faire mouvoir la planchette en tous ſens, lorſqu'on la tire.

Il eſt facile de voir que cette machine n'eſt qu'un genou, puiſqu'il en a tous les mouvemens, & que lorſque la ficelle ſera bandée, la ſurface de la planchette & la face du verre *V* ſeront perpendiculaires à ſa direction.

Cette machine a une grande commodité dans l'uſage que j'en fais; car il n'y a qu'à planter deux cloux à crochet *OP*, en quelqu'endroit ſtable, & poſer deſſus les verges *GH*, *IK*, & c'eſt toute la préparation.

891. Pour trouver un objet promptement & ſans ſecours, M.r de la Hire preſcrit de faire un chaſſis avec un fil de fer circulaire d'un pied de diametre, avec quelques rayons de ce


712.
713.
714.
Fig. 711.

même fil, lesquels aillent s'attacher au tuyau qui porte l'oculaire, de manière que le plan de ce chassis soit perpendiculaire à ce tuyau. Ensuite il tend sur ce chassis un papier délié qu'il imbibe d'huile d'olive pour le rendre transparent, ensorte que quand la petite peinture lumineuse de l'astre vient à rencontrer ce papier, l'Observateur peut l'appercevoir facilement au travers & la conduire sur l'oculaire*.

892. Il arrive quelquefois, dit M.r de la Hire à la fin de son Mémoire, que lorsqu'on est attentif à observer Jupiter ou Saturne, on s'apperçoit que ces astres perdent peu à peu de leur lumière, quoique le ciel paraisse fort sérein, & cela arrive quand l'air est humide; car cette humidité s'attache alors sur l'objectif & le ternit entierement : on est donc obligé d'essuyer le verre, mais presqu'aussi-tôt il se ternit comme auparavant. Pour remédier à cet inconvénient, il faut renfermer le verre dans un tuyau fait de gros papier brouillard, qu'on attache sur le bord de la planchette, le faisant déborder des deux côtés du verre d'environ un pied; ce papier pompe l'humidité de l'air qui environne le verre.

* Il me semble que cette méthode de M.r de la Hire est insuffisante; car il est toujours possible, par des oculaires équivalens, de faire ensorte que le champ d'une lunette multiplié par sa puissance amplificative, soit à peu près égal au champ que l'œil nud peut embrasser : or cela ne se peut faire sans que le diametre de l'oculaire & sa distance à l'œil ne forment un angle égal à ce champ; tout ce qui dépassera donc le diametre de l'oculaire ne sera pas apperçu par l'œil dont la position est fixée. Il est inutile que je m'arrête à examiner les autres inconvéniens de cette méthode, qui augmentent en raison du racourcissement des lunettes, & sont faciles à appercevoir.

CHAPITRE VI.

Description d'un télescope Newtonien fait par M.r Molineux pour Jean V, Roi de Portugal, & de quelques autres machines pour porter cette espece de télescope & le télescope Grégorien.

Fig. 715. 893. *ABC* représente une table triangulaire supportée par le globe *D*, le tout servant à porter l'instrument. Cette table peut s'ôter en desserrant trois vis de fer qui sont à ses trois angles. En *E* est représentée une petite clef, avec laquelle on fait aller un rouage caché sous la table, qui sert à donner un mouvement circulaire horisontal au pied *F*, placé au milieu & au tuyau *HIKL* que porte ce pied. Si le rouage vient à se déranger, on peut, en ôtant la table, le remettre en état. En *G* est représentée une autre clef au moyen de laquelle on donne au tuyau le mouvement dans le sens vertical; ensorte que l'Observateur assis au bout *C* de la table, sa droite contre le côté *AC* de cette table, peut, en tournant les clefs *E* & *G*, donner avec facilité au tuyau telle direction qu'il jugera à propos, & par-là suivre très-commodément les mouvemens des corps célestes.

894. Le télescope est composé de deux miroirs de métal & d'un oculaire, placés bien exactement aux endroits convenables dans le tuyau *HIKL* ouvert par le bout *HL*. Le grand miroir concave *ik* doit être placé dans le tuyau, en *IK*, où sont fixées trois petites pieces de bois, contre lesquelles la surface du miroir étant appliquée, l'axe de réflexion tombera dans l'axe du tuyau. Dans la plaque de cuivre qui ferme cette extrémité du tuyau, sont trois vis * destinées à retenir le miroir dans cette situation. Quant à ce qui concerne ce miroir & la manière de le placer dans le tuyau, il y a plusieurs précautions nécessaires à prendre.

* On a reconnu que ces vis pourraient quelquefois forcer le miroir, & lui donner une situation gênée; ce qui ne pourrait manquer de défigurer l'image ou la rendre confuse : aussi en a-t-on abandonné l'usage.

prendre. 1°. Il ne faut jamais le toucher que par le moyen d'une eſpece de manche *l* qu'on y viſſe par derriere, & qui eſt proportionné au trou dont il eſt percé. 2°. Il faut bien ſe donner de garde de ſouffler deſſus, & ne l'expoſer à l'air humide qu'auſſi peu qu'il eſt poſſible. Si quelque choſe de cela arrive, il faut l'eſſuyer avec un linge ſéché devant le feu; on peut encore le nettoyer avec un morceau de vieux linge trempé dans l'eſprit de vin, pourvu qu'on ne l'ait pas laiſſé s'évaporer; car alors il reſterait deſſus une craſſe humide ſuſceptible de nuire à la beauté du poli. 3°. Lorſqu'on ne s'en ſert pas, il faut le garder dans une boîte, ſur un morceau de verre plan fixé au fond de la boîte, la ſurface tournée en bas.

895. Le miroir fait partie d'une ſphere dont la moitié du rayon eſt de deux pieds deux pouces. Selon les loix de la réflexion, un défaut quelconque dans ſa figure produira une irrégularité environ ſix fois plus grande, dans l'image formée à ſon foyer, que celle qu'occaſionnerait un défaut ſemblable dans une lunette ordinaire. Nous avons trouvé par expérience qu'un défaut plus petit qu'un millieme de pouce, eſt capable d'en gâter la figure; de ſorte qu'il faut avoir grand ſoin, en plaçant le miroir dans le tuyau, contre les petites pieces de bois dont on a fait mention ci-deſſus, de tourner doucement les trois vis qui ſont dans la plaque *IK*, & ſeulement autant qu'il eſt néceſſaire pour que le miroir appuye légerement contre les pieces de bois; car le moindre effort des vis contre le derriere du miroir pourrait altérer conſidérablement ſa figure. Il y a auſſi une piece de bois *m* percée d'un trou rond *p*, à laquelle tient une petite tige de cuivre *n*, qui porte le petit miroir *o* qui eſt plan. Il faut, lorſqu'on ne ſe ſert pas de ce miroir, le tenir enveloppé pour le garantir de l'attouchement de l'air. Lorſqu'on veut ſe ſervir du téleſcope, on le place dans le tuyau par l'ouverture *M* qui eſt de la grandeur néceſſaire pour recevoir la piece carrée dont nous venons de parler. Tout étant placé avec le ſoin convenable, le petit miroir aura ſon centre dans l'axe du grand & réfléchira les rayons qui lui ſont réfléchis par ce grand miroir, au trou rond *p* de la piece carrée dont on a parlé, dans lequel un des deux oculaires *q* doit être placé avec ſa boîte; & alors l'inſtrument eſt prêt & on peut s'en ſervir.

896. Il faut donc que l'Obſervateur regarde par le côté du tuyau en *M*, & alors il voit les objets qui ſont à ſa gauche. Il eſt bon de donner ici quelques avis concernant le petit miroir. En l'ôtant & en le mettant dans la boîte où on le conſerve, il faut ſe donner de garde de ſecouer ou de plier la tige; car le plus petit accident de cette eſpece ſuffira pour le déranger. Il y a trois vis qui lui ſont appliquées par derriere; celle du milieu le fait tenir à la tige; les deux autres ne font que preſſer ſur le derriere de ce miroir, & ne ſervent que pour lui procurer une ſituation telle qu'il faſſe exactement 45° avec l'axe du grand miroir. Cette ſituation lui a déja été donnée; mais s'il vient à la perdre par quelque ſecouſſe ou par quelqu'autre accident, on pourra la lui rendre au moyen de ces vis. Car toutes les fois qu'on ſe ſert de cet inſtrument, il eſt abſolument néceſſaire de s'aſſurer ſi ce miroir eſt bien exactement ſitué comme il doit être.

897. Il y a deux oculaires pour cet inſtrument; avec celui qui a la plus grande ouverture, il amplifie autant qu'une lunette ordinaire d'environ 20 ou 22 pieds; & avec l'autre qui a le moins d'ouverture, il amplifie autant & repréſente les objets avec autant de netteté qu'une lunette de 35 ou 40 pieds.

898. J'ai remarqué, en comparant les effets de cet inſtrument avec ceux d'une lunette de cette longueur, que l'imagination s'y trompe toujours. Car quoique, tant par la petiteſſe des parties viſibles de l'objet qu'on obſerve, que par la proportion entre la diſtance focale de l'oculaire dont on ſe ſert & celle du grand miroir, on puiſſe démontrer que ce téleſcope repréſente l'objet avec plus de netteté & l'amplifie davantage qu'une lunette de 35 pieds, on croira cependant toujours que la lunette l'emporte ſur le téleſcope. Peut-être ceci doit-il être attribué à l'œil qui ſe trouve obligé de regarder par un petit trou; on pourrait peut-être apporter quelques autres raiſons de cette ſinguliere mépriſe; mais je n'ai pas beſoin d'en parler davantage, car on trouvera certainement, en y réfléchiſſant, que ce n'eſt qu'une mépriſe, qui vraiſemblablement eſt générale.

899. Voici comme on parvient à voir diſtinctement dans cet inſtrument. En *P* eſt un bouton rond d'yvoire, & en *Q* eſt repréſentée une petite cheville d'yvoire qu'on peut voir avec un

petit fil blanc qui y est attaché, au bout du tuyau *H.* Ce fil est attaché par l'autre bout dans l'intérieur du tuyau, & fait, vers son milieu, un tour sur l'extrémité intérieure du bouton *P*; par cette disposition on peut, en tournant le bouton *P*, approcher ou éloigner du grand miroir la piece de bois d'ébene *NO* (qui est faite pour glisser sur le côté du tuyau) avec le petit miroir & l'oculaire qui est appliqué en *M*; au moyen de quoi on peut mettre entre les deux miroirs la distance convenable & trouver quand l'apparence de l'objet est distincte, suivant les différentes distances du même objet, & les forces diverses des yeux des différens Observateurs; à l'occasion de quoi on remarquera que cette variété, dans les yeux de différentes personnes, sera beaucoup plus sensible, dans cet instrument, par la grande force amplificative de l'oculaire, que dans une lunette. Mais la vraie distance des miroirs se trouve immédiatement dans tous les cas, en tournant la cheville *P* très-doucement & très-lentement; & cette distance étant trouvée une fois, relativement aux corps célestes, pour l'œil de l'observateur, on peut faire une petite marque sur la piece *NO* & sur le bord du tuyau, pour ramener une autrefois cette piece promptement & sans difficulté à la place où elle doit être. Par le moyen de la cheville *Q*, on peut tendre ou relâcher le fil pour faire glisser la piece *NO* plus aisément suivant que l'occasion le demandera. L'un ou l'autre des oculaires étant appliqué dans le trou cylindrique *p* de la piece carrée *mp*, on peut aussi l'approcher ou l'éloigner du foyer, en tournant le petit tuyau *q*, dans lequel on les met, qui pour cet effet est formé extérieurement en vis à pas fort petits. On peut aussi se procurer, au moyen de tout cela, une vision distincte, suivant l'étendue de la vue qu'on a, sans mouvoir la piece entiere *NO*.

900. *RS* représente une petite lunette dont l'axe est parallele à l'axe du télescope. Elle a à son foyer deux fils qui se croisent, & elle ne sert que pour trouver plus aisément l'objet qu'on veut appercevoir dans le télescope. Ayant appliqué l'œil en *S*, tournez les clefs *E* & *G*, jusqu'à ce que le point de l'objet qu'on veut regarder dans le télescope, tombe exactement sur les fils; alors appliquant l'œil au télescope en *M*, on verra le même objet; sur quoi on observera que comme l'instrument

peut aisément se mouvoir avec son pied, il faut, pour observer le plus commodément qu'il est possible, mettre le télescope perpendiculaire au côté *AC*, & se placer près de *C*, la droite contre ce même côté *AC*, ainsi qu'on l'a déja dit. On peut mettre la clef *G* dans le pied *F* par le côté qui sera le plus commode. Les petits piliers *T* & *V* qui portent la lunette *RS*, ont de petites vis; en desserrant les vis du pilier *T*, on peut changer horisontalement la direction de la lunette *RS*, en la poussant avec la main de côté ou d'autre, suivant que l'occasion l'exige, après quoi on les resserre. Les vis du pilier *V* servent, avec une piece à ressort de cuivre que porte ce pilier, à changer sa hauteur en les desserrant ou en les resserrant, pour rétablir le parallélisme des tuyaux, au cas qu'ils ayent été dérangés par quelqu'accident. Il convient, en observant, de ne point toucher à la table, & de mouvoir seulement les clefs, suivant que le mouvement de l'astre observé l'exige; car dans un instrument qui amplifie beaucoup, le moindre mouvement, la moindre secousse est aussi amplifié proportionnellement & est très-incommode.

901. En considérant les effets de ce télescope, il faut remarquer que pour voir clairement, l'air doit être clair, égal & tranquille. Car s'il y a quelques vapeurs en mouvement dans l'atmosphere, ce qui arrive souvent, quoique la nuit paraisse claire à la vue simple, elles seront cause que l'objet ne paraîtra plus distinctement; & souvent il arrive qu'à cet égard l'air éprouve un changement si subit & si grand, que dans l'intervalle de 3 ou 4 secondes, l'objet paraît très-distinct & très-confus; même l'air est quelquefois tellement variable, que l'objet qu'on voyait clairement, ne se voit plus dans un instant que confusément, & aussi-tôt réparaît avec clarté. C'est pourquoi il faut commencer par s'accoutumer aux apparences des objets terrestres lesquels paraissent comme flottans dans l'air, en les regardant le jour dans le télescope, afin de ne point se laisser tromper la nuit par les apparences des planettes qui semblent avoir un mouvement d'ondulation, & ne point se persuader par-là que cet instrument ne réussit pas si bien qu'il est certain qu'il fait dans un air pur & tranquille.

902. La Figure 716.e représente une autre machine pour

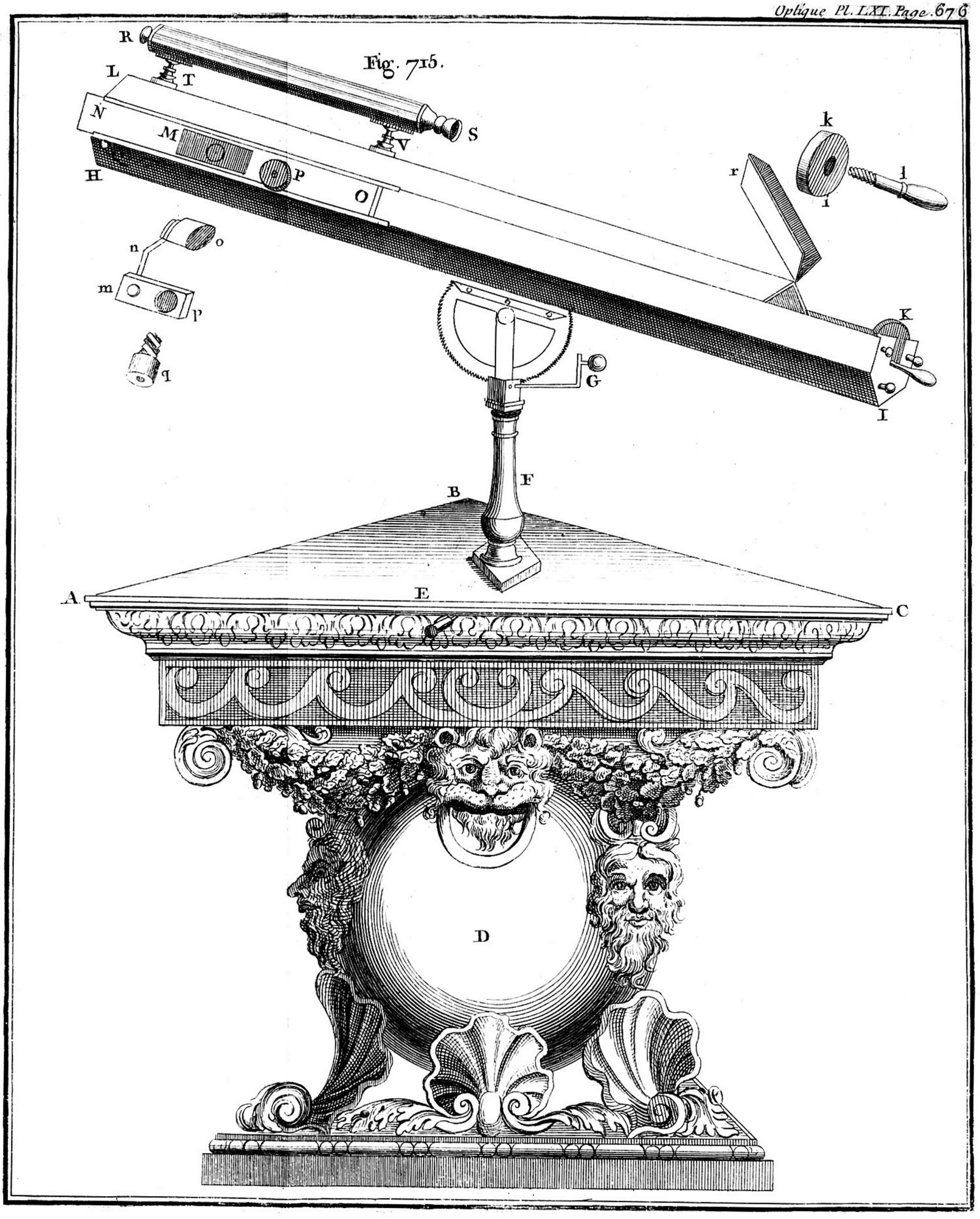


Fig. 715.
R
L
T
N
M
S
V
H
P
O
n
o
m
p
q
k
l
i
r
K
G
I
F
B
A
E
C
D

donner le mouvement horisontal & le mouvement vertical au télescope. Cette machine est de l'invention de M.r Halley, à quelques changemens près que l'expérience y a fait faire. *ab* est une planche oblongue, portée solidement sur quatre pieds *c*, *d*, *e*, *f*; mais les deux premiers *c*, *d* se réunissent en bas & ne forment plus qu'un pied unique, ensorte que la machine reste sur trois pieds liés ensemble par une forte planche triangulaire *g* parallele à la planche *ab*. Entre les extrémités postérieures de ces planches, passe un fort axe de bois *hi*, armé à son extrémité inférieure, d'une pointe d'acier qui entre dans un petit creux de forme conique fait au bout d'une espece de cheville de cuivre *k*, qui entre à vis dans la planche inférieure *g*. L'extrémité supérieure de l'axe *hi* entre dans une large entaille *plmq* faite au bout de la planche supérieure *ab*, représentée séparément au-dessous de la Figure : en cet endroit l'axe *hi* est entouré d'un cercle de cuivre *n* bien poli & qui y est solidement attaché; ce cercle est touché en deux endroits par deux pieces d'acier polies qui entrent dans les côtés de l'entaille *lm*, & dans un troisieme *o*, par la convexité d'un arc *poq* qui fait ressort, & qui est pressé contre cet axe par les têtes de deux vis qui entrent dans le bout de la planche. Il y a au haut de cet axe *hi* une autre planche *rs* parallele à *ab*, solidement attachée; sous son extrémité antérieure qui déborde un peu la planche *ab*, est attachée une petite piece *t* qui est jointe à l'axe *hi* par les bras *v*, *x*; ensorte que cet assemblage forme une espece de grue, qui en tournant autour de l'axe *hi*, donne un mouvement horisontal au tuyau du télescope, qui est porté sur deux tourillons qui se logent dans deux entailles formées dans deux plaques de cuivre vissées au haut des deux joues de bois *y*, *z* attachées perpendiculairement sur les côtés opposés de la planche *rs*. Ce mouvement se communique par degrés, en tournant la tête d'une cheville *r*, qui traverse la planche *rs* & va raser le bout de la planche *ab*. Pour cet effet, cette extrémité a la forme d'un arc concentrique à l'axe; & à l'un des bouts de cet arc est attachée une ficelle, qui étant appliquée sur la convexité de l'arc, & faisant un tour sur la cheville *r*, va ensuite s'attacher à une cheville *a* à l'autre bout de l'arc & l'envelopper, ensorte que par le moyen de cette cheville, on peut la resserrer. Fig. 71

903. L'extrémité postérieure du tuyau du télescope s'incline par l'excès du poids du miroir qu'elle renferme. Et alors par le moyen d'un cordon de soie 1, 2, 3, retenu par un bout à un crochet 1 attaché sous l'extrémité antérieure du tuyau, & passant ensuite sous une poulie 2 fixée à la planche mobile *rs*, puis s'enveloppant sur un cylindre 3, 4, qui tourne dans deux trous faits dans les joues *y*, *z*; par le moyen de ce fil, dis-je, le tuyau est élevé ou abaissé par degrés, en tournant le bouton 4 qui est au bout du cylindre, au mouvement duquel on peut donner un dégré convenable de roideur, en pressant deux arcs de cuivre 5, 6, semblables à des pincettes, contre l'autre extrémité du cylindre, par une vis qui passe à travers leurs branches, comme on le voit représenté à côté de la Figure. Le tuyau du télescope devrait avoir été tracé octogone; & l'on a omis de représenter, sous la planche *ab*, un tiroir dans lequel on serre les miroirs & les oculaires, lorsqu'on ne s'en sert point.

904. Il y a une petite machine pour porter le télescope de Grégori, dont M.r Halley a amené l'usage pour des télescopes de 16 pouces de long, qui est composée de cette manière. La
Fig. 717. base du pied est une planche épaisse *a* portée sur 4 petits pieds de cuivre, dont un, *p* est une cheville faite en vis qui traverse la planche & sert à l'établir solidement sur un plan inégal quelconque; *b* est une regle de bois d'environ un pied de long, fixée perpendiculairement dans la planche *a*, & *cd* est un bras de cuivre qui y est vissé; *de* est une piece de cuivre qui tourne autour de l'extrémité du bras *cd* & que l'on arrête avec la vis *d*; *e* est une portion de sphere creuse, dans laquelle est logée une boule de cuivre qui s'y meut en tous sens, & qui y est serrée par une vis ou deux, qu'on n'a point représentées ici. Cette boule porte une petite tige laquelle est attachée au milieu d'une longue piece de cuivre *fg*, qui est fixée sur le tuyau *hi* par les vis *f*, *g*. Ainsi on a la faculté de mouvoir le tuyau par degrés, de le mettre dans telle position qu'on veut & de l'y arrêter. Le grand miroir est placé au fond du tuyau *hik*; le petit est porté à l'extrémité d'une petite tige de cuivre qui entre dans le tuyau par une fente en *h*. L'extrémité de cette tige qui est en dehors du tuyau, est percée d'un trou dans lequel entre à vis une tringle *hik* disposée suivant la longueur du tuyau; en

tournant cette tringle par le bouton k, l'Obſervateur approche ou éloigne la tige qui porte le petit miroir & par conſéquent le petit miroir lui-même, pour voir diſtinctement les objets, ſelon leurs différentes diſtances, ou ſelon l'étendue de ſa vue, pendant qu'il regarde par le bout l du petit tuyau qui eſt viſſé dans le bout du grand & contient les oculaires. Quand on ſe ſert de ce téleſcope chez ſoi, on peut placer le pied ab ſur une table près de la fenêtre, ou ſur le bord de la fenêtre; mais lorſqu'on s'en ſert dehors, on peut laiſſer le pied. Car on n'aura qu'à faire un trou à un arbre ou à quelque piece de bois, avec une tariere m, & y introduire le bout c du bras cd, qui eſt formé en vis.

CHAPITRE VII.

Deſcription de l'Octant de M.r Halley.

905. CEt inſtrument eſt fait pour ſervir dans le cas où le mouvement des objets ou quelque circonſtance qui empêche que les inſtrumens ordinaires ne ſoient parfaitement ſtables, rend les obſervations difficiles & incertaines.

906. Cet inſtrument eſt fondé ſur ce principe de Catoptrique ſi connu, que ſi des rayons de lumière, divergens ou convergens, ſont réfléchis par un miroir plan, leur point de concours, après la réflexion, eſt de l'autre côté du miroir à la même diſtance que le point où ils concourent avant leur incidence, & qu'une perpendiculaire au miroir, qui paſſe par un de ces points, paſſe par tous les deux. Delà, il ſuit que ſi les rayons qu'envoie un point quelconque d'un objet, ſont réfléchis ſucceſſivement par deux miroirs plans, un plan perpendiculaire à l'un & à l'autre, qui paſſe par le point d'où partent les rayons, paſſera auſſi par chacune des deux images produites par les réflexions, & que ces trois points ſeront à égales diſtances de l'interſection commune des plans des deux miroirs & de ce troiſieme plan : & ſi on conçoit deux lignes menées par cette interſection, l'une du point de l'objet qui envoie les rayons,

l'autre de l'image produite par la seconde réflexion, ces lignes formeront un angle double de celui que font les deux miroirs.

Fig. 718. 907. Soient *RFH* & *RGI* les sections du plan de la Figure & des deux miroirs *BC* & *DE* élevés perpendiculairement sur ce plan, lesquelles se rencontrent en *R*; ce point sera celui où la section commune de ces miroirs, perpendiculaire à ce même plan, le rencontre; & *HRI* est l'angle de leur inclinaison. Soit *AF* un rayon parti d'un point quelconque d'un objet *A*, tombant au point *F* sur le premier miroir *BC*, d'où il se réfléchit suivant la ligne *FG* & va tomber en *G* sur le second miroir *DE* qui le réfléchit suivant la ligne *GK*; prolongez *GF* & *KG* de l'autre côté des miroirs, l'une en *M* & l'autre en *N*, images successives du point *A*; & menez *RA*, *RM* & *RN*.

908. Puisque le point *A* est dans le plan de la Figure, le point *M* y sera aussi. *FM* est égale à *FA*, & l'angle *MFA* est double de *HFA* ou *MFH*; par conséquent *RM* est égale à *RA*, & l'angle *MRA* est double de l'angle *HRA* ou de *HRM*. De même le point *N* est aussi dans le plan de la Figure; *RN* est égale à *RM*, & l'angle *MRN* est double de l'angle *MRI* ou *IRN*; si l'on retranche l'angle *MRA* de l'angle *MRN*, l'angle restant *ARN* est égal au double de la différence des angles *MRI* & *MRH* ou au double de l'angle *HRI* que font ensemble les deux miroirs; & les lignes *RA*, *RM* & *RN* sont égales.

909. COROLL. I. Quoique les deux miroirs tournent autour de leur axe *R*, l'image *N* continuera d'être au même endroit, tant que le point *A* demeurera élevé sur le miroir *BC*; pourvu que ces miroirs fassent toujours le même angle.

910. COROLL. II. Si l'œil est placé au point *L* où *AF* prolongée coupe *GK*, l'angle *ALN*, que le point *A* & le point *N* lui paraîtront former, sera égal à l'angle *ARN*. Car l'angle *ALN* est la différence des angles *FGN* & *GFL*; & *FGN* est double de *FGI* & *GFL* double de *GFR*, par conséquent leur différence est double de *FRG* ou *HRI*; ainsi *L* est dans la circonférence d'un cercle qui passe par *A*, *N* & *R*.

911. COROLL. III. Si la distance *AR* est infinie, les points *A* & *N* paraîtront former le même angle, en quelques endroits de la figure que l'œil & les miroirs soient placés; pourvu que ces

que ces miroirs faſſent toujours le même angle, & que leur interſection commune demeure parallele à elle-même.

912. COROLL. IV. Toutes les parties d'un objet qu'on apperçoit après deux réflexions ſucceſſives, de la maniere qu'on a dit, paraîtront dans la même ſituation que ſi elles avaient tourné enſemble autour de l'axe *R* (ces parties conſervant leurs diſtances reſpectives, ainſi que leurs diſtances par rapport à l'axe), dans le ſens *HI*, c'eſt-à-dire, dans le ſens oppoſé à celui de l'inclinaiſon du miroir *DE* ſur le miroir *BC*.

913. COROLL. V. Si l'on ſuppoſe les miroirs au centre d'une ſphere infinie; les objets ſitués dans la circonférence d'un grand cercle auquel la ſection commune des miroirs eſt perpendiculaire, paraîtront, après les deux réflexions, en des endroits de cette circonférence, tels que l'arc compris entr'eux & ces endroits, ſera double de celui qui meſure l'angle que font les miroirs, comme on a dit ci-deſſus. Et les objets ſitués hors de ce cercle, paraîtront en des endroits de la circonférence de celui où ils ſont, parallele à ce cercle, tels que l'arc de cette circonférence compris entr'eux & ces endroits, ſera ſemblable à l'arc de grand cercle dont nous venons de parler; ainſi la diſtance de l'endroit où ils paraiſſent, à celui où ils ſont, ſera meſurée par un arc de grand cercle dont la corde eſt à celle de l'arc égal au double de l'inclinaiſon des miroirs, comme les coſinus de leurs diſtances reſpectives à ce cercle ſont au rayon; & ſi ces diſtances ſont très-petites, la différence entre la diſtance de l'endroit où paraît un de ces objets à celui où il eſt ſitué, & la diſtance des endroits où l'on voit les objets qui ſont dans la circonférence du grand cercle dont il s'agit, aux endroits où ils ſont, ſera à un arc égal au ſinus verſe de la diſtance de cet objet à ce cercle, à peu près comme le double du ſinus de l'angle formé par les miroirs, eſt au coſinus de ce même angle.

914. Soit *OBC* repréſentant une ſphere infinie, au centre *R* de laquelle ſont placés deux miroirs inclinés l'un à l'autre, ſous tel angle qu'on voudra, & dont la ſection commune coïncide avec le diametre *ORC*. Soit *BAN* la circonférence d'un grand cercle, au plan duquel la ſection commune des miroirs *ORC* eſt perpendiculaire, & dont *BR* eſt le rayon : ſoit *ban* Fig.

la circonférence d'un cercle parallele à BAN, & dont la distance à ce cercle est Bb : soit mené le sinus bD & le cosinus br de l'arc Bb : BD en est le sinus verse. Soit A un point d'un objet situé dans la circonférence du grand cercle BAN; & N le point où se forme son image, après les deux réflexions; soit a un point d'un autre objet situé par-tout où l'on voudra sur la circonférence du parallele ban, & n son image; & soit ahn un arc de grand cercle passant par les points a & n. Le point a est à la même distance du grand cercle BAN que le point b, c'est-à-dire, à la distance Bb. Soient tirées AR, AN, RN, ar, an, rn, aR & nR.

915. Par le Coroll. IV, les Figures ARN & arn sont semblables & par conséquent la ligne AN est à la ligne an comme AR ou BR est à ar ou br, c'est-à-dire, comme le rayon est au cosinus de la distance Bb. Mais AN est la corde de l'arc AHN du grand cercle BAN, qui est la distance de l'endroit où paraît le point A à celui où il est, ou qui est égal au double de l'inclinaison des miroirs; & an est la corde de l'arc ahn de grand cercle, qui mesure l'angle aRn que forme l'endroit où l'œil placé au centre R de la sphere voit le point a, après les deux réflexions, & celui où ce point est situé. La distance de l'endroit où paraît le point a à celui où il est situé, est donc mesurée par un arc de grand cercle dont la corde est à la corde de l'arc AHN égal au double de l'inclinaison des miroirs, comme le cosinus de sa distance du grand cercle BAN est au rayon.

916. D'un point quelconque C de la circonférence OBC, menez les cordes CM & Cm égales respectivement aux cordes AN & an; menez le rayon RM, & de R & de m, menez sur CM les perpendiculaires RQ & mP qui la coupent, l'une en Q, l'autre en P; RQ est le cosinus & CM le double du sinus de la moitié de l'angle MRC ou ARN, ou de l'angle de l'inclinaison des miroirs. Le petit arc Mm représentera la différence des angles que font en R les endroits où les objets A, a paraissent, après les deux réflexions, & ceux où ils sont réellement; si cette différence est très-petite, le triangle MmP peut être regardé comme rectiligne; & ce triangle est semblable à RMQ. On peut aussi regarder CP comme égale à Cm, &

MP comme la différence des lignes CM & Cm. Ainfi le petit arc Mm eft à la ligne MP, à peu près, comme RM eft à RQ; mais AN ou CM eft à an ou Cm comme BR eft à br, & la différence MP de CM & Cm eft à la différence BD de BR & br, comme CM eft à BR. Donc la différence Mm des angles que font en R les endroits où les objets A, a paraiffent, après les deux réflexions, & ceux où ils font fitués, eft au finus verfe BD de la diftance Bb, ou à un arc égal à cette diftance, en raifon compofée du rayon RM au cofinus RQ de l'angle que les miroirs font entr'eux, & de CM double du finus de cet angle au rayon BR, c'eft-à-dire, comme CM eft à RQ.

917. L'obfervation peut fe corriger par la Trigonométrie, comme il eft facile de le déduire de la premiere partie de ce Corollaire, en cette manière. Cherchez un angle dont le finus foit au finus de la moitié de l'angle obfervé, comme le cofinus de la diftance Bb eft au rayon; le double de cet angle fera la vraie diftance des objets. Mais comme cette opération, quoique facile, demande qu'on fe ferve de figures, je préfere la méthode d'approximation, parce que l'Obfervateur peut aifément, en retenant de mémoire les proportions des finus de quelques arcs particuliers au rayon, eftimer par cette méthode la correction fans figures, lorfque l'angle n'eft pas grand; & l'on peut toujours la déterminer, par le moyen d'une échelle de logarithmes, avec plus d'exactitude qu'il n'eft néceffaire.

918. Lorfque l'angle obfervé approche beaucoup de 180°, on peut fe difpenfer de faire la correction; car alors il fera très-aifé de tenir le plan de l'inftrument affez proche de celui du grand cercle dont on a parlé ci-deffus, pour qu'il n'en foit pas néceffaire, fi la fituation de ce cercle eft connue : fi elle ne l'eft pas, l'Obfervateur peut, lorfqu'il voit les deux objets enfemble, tourner l'inftrument fur l'axe de la lunette, jufqu'à ce qu'il trouve la pofition dans laquelle il a l'angle le plus petit; & cela arrivera toujours (fi les miroirs font bien perpendiculaires au plan de l'inftrument) lorfque les objets paraiffent coïncider dans la ligne gh (*Fig.* 721.).

919. L'inftrument forme une huitieme partie de cercle ABC; Fig l'arc qui eft fur le limbe BC, au lieu d'être divifé dans les 45

degrés qu'il contient, eſt diviſé en 90 parties ou moitiés de degrés, dont chacune répond à un degré entier dans l'obſervation. Cet inſtrument a une regle mobile *ML* autour de ſon centre, pour marquer les diviſions; ſur cette regle eſt fixé, près du centre, un miroir plan *EF* perpendiculaire au plan de l'inſtrument, & faiſant avec une ligne tirée dans le milieu de la regle, l'angle qui eſt le plus propre aux uſages particuliers auxquels cet inſtrument eſt deſtiné (pour un inſtrument fait conformément à la Figure 720, l'angle *LFM* doit être d'environ 65°). *IKGH* eſt un autre petit miroir plan, fixé ſur un endroit de l'octant, tel que le demandera l'uſage particulier qu'on en veut faire, & ayant ſa ſurface dirigée de manière que lorſque la regle eſt ſituée ſur le premier point des diviſions, c'eſt-à-dire, en 0°, elle puiſſe être exactement parallele à celle de l'autre; ce miroir étant tourné vers l'Obſervateur, tandis que l'autre eſt tourné vers le côté oppoſé. *PR* eſt une lunette attachée ſur un côté de l'octant, ayant ſon axe parallele à ce côté & paſſant près du milieu d'un des bords *IK* ou *IH* du miroir *IKGH*; enſorte que la moitié de l'objectif peut recevoir les rayons réfléchis par ce miroir, tandis que l'autre moitié peut recevoir ceux qui viennent d'un objet éloigné. Les deux miroirs doivent auſſi être diſpoſés de manière qu'un rayon venant d'un point proche du milieu du premier miroir, puiſſe tomber ſur le milieu du ſecond ſous un angle de 70° ou environ & en ſoit enſuite réfléchi parallélement à l'axe de la lunette, & que les rayons qui viennent de l'objet, puiſſent parvenir au miroir *EF*, en paſſant par le côté *HG*. *ST* eſt un verre obſcur fixé dans un chaſſis, qui tourne autour d'un axe *V*, ce qui permet de le placer devant le miroir *EF*, lorſque la lumière de l'objet eſt trop vive : on peut en avoir pluſieurs de cette eſpece.

920. Il y a dans la baſe de la lunette repréſentée ſéparément
Fig. 721. par le cercle *abcdef*, trois fils, dont deux *ae* & *bd* ſont paralleles à la ligne *gh* qui paſſe par l'axe & qui eſt parallele au plan de l'octant, & ſont à diſtances égales de cette ligne; & le troiſieme *fc* eſt perpendiculaire à *gh* & paſſe par l'axe.

921. L'inſtrument tel qu'on l'a décrit, ſervira pour prendre tel angle qu'on voudra, qui ne ſera pas plus grand que 90°; mais ſi on veut le faire ſervir pour des angles de 90° à 180°,

il faut tourner le miroir EF vers l'Obſervateur; il faut mettre le ſecond $IKGH$ dans une poſition NO telle que les rayons réfléchis par le milieu du premier miroir, tombent au milieu ſous un angle de 25° environ, ces miroirs étant perpendiculaires l'un à l'autre, lorſque la regle eſt ſituée ſur la derniere diviſion près de C; & ce ſecond miroir doit être éloigné du premier, de 5 ou 6 pouces, afin que la tête de l'Obſervateur n'intercepte point les rayons dans leur paſſage pour aller tomber ſur ce miroir, lorſque l'angle qu'il veut obſerver approche de 180°. Le petit miroir eſt ſixé perpendiculairement ſur une plaque ronde de cuivre dentée à ſes bords, & peut s'ajuſter au moyen d'une vis ſans fin. Fig. 720.

922. Pour faire une obſervation, il faut diriger l'axe de la lunette vers un des objets, le plan de l'inſtrument paſſant auſſi près qu'il eſt poſſible d'un autre objet, qui doit être du côté de l'Obſervateur que la forme particuliere de l'inſtrument exige, par exemple, du même côté que le miroir EF par rapport au miroir $IKGH$, s'il eſt compoſé comme le repréſente la Figure & conformément à la deſcription qu'on en a donnée. La regle générale eſt que lorſque la regle mobile ML eſt ſur le point *zero* des diviſions, quand l'inſtrument eſt deſtiné pour des angles au-deſſous de 90°, ou ſur 90° quand il eſt pour des angles depuis 90° juſqu'à 180°; ſi alors on conçoit une ligne tirée ſur cette regle parallélement à l'axe de la lunette ou à la ligne ſuivant laquelle on dirige l'œil, enſorte qu'elle tende vers l'objet vu à la vue ſimple, de quelque côté que cette ligne ſoit portée par le mouvement de la regle mobile de 0° vers 90° dans le premier cas, ou de 90° vers 180° dans le ſecond, l'objet vu par réflexion doit être du même côté de celui qui eſt vu directement. L'œil de l'Obſervateur étant appliqué à la lunette pour conſerver le premier objet, il faut reculer ou avancer la regle mobile juſqu'à ce que le ſecond objet paraiſſe dans la lunette environ à la même diſtance du fil cf que le premier : ſi alors les objets paraiſſent écartés l'un de l'autre; que l'un paraiſſe, par exemple, en i & l'autre en k, il faut tourner l'inſtrument un peu ſur l'axe de la lunette, juſqu'à ce qu'ils viennent à diſtances égales de gh ou à très-peu près, & reculer la regle mobile juſqu'à ce qu'ils ſe réuniſſent en un, ou qu'ils paraiſſent l'un contre l'autre dans une Fig. 721.

parallele à cf, les tenant tous deux aussi près de la ligne gh qu'il est possible. Si alors on tourne un peu l'instrument sur un axe quelconque perpendiculaire à son plan, les deux images se mouvront dans une ligne parallele à gh, mais conserveront la position qu'elles ont l'une à l'égard de l'autre ; de sorte qu'en quelqu'endroit de cette ligne qu'on les observe, l'exactitude de l'observation ne pourra souffrir que de l'indistinction des objets. Si les deux objets ne sont pas dans le plan de l'instrument, & qu'ils soient également au-dessus ou au-dessous, ils paraîtront ensemble à quelque distance de la ligne gh, lorsque la regle mobile fait un angle un peu plus grand que leur plus courte distance dans un grand cercle ; & l'erreur de l'observation augmentera à peu près comme le carré de leur distance à cette ligne ; mais elle peut se corriger par le secours du 5.e Corollaire. Supposons les fils ae & bd chacun à une distance de gh égale aux $\frac{100}{4146}$ du foyer de l'objectif, ensorte qu'ils comprennent entr'eux l'image d'un objet, dont la largeur, à la vue simple, est d'un peu plus de 2 degrés $\frac{3}{4}$, & que les images des objets paraissent réunies, dans l'un ou l'autre de ces fils ; alors on dira : comme le cosinus de la moitié du nombre de degrés & minutes marqué par la regle mobile, est au double du sinus du même nombre, ainsi une minute est à l'erreur qu'il faut toujours retrancher de l'observation. On peut aussi placer dans le cercle $abcdef$ d'autres fils paralleles à gh & à des distances de cette ligne proportionnelles aux racines carrées des nombres 1, 2, 3, 4, &c. & alors les erreurs à soustraire de la même observation faite à chacun de ces fils, seront dans le rapport des nombres 1, 2, 3, 4, &c. Cette correction sera toujours assez exacte, si l'Observateur a soin (particulierement lorsque l'angle approche de 180°) que le plan de l'instrument ne s'écarte point trop du grand cercle qui passe par les objets. Lorsque l'angle approche beaucoup de 180°, on peut se dispenser d'employer de correction, car alors il sera facile de tenir le plan de l'instrument assez proche de celui du grand cercle dont nous parlons, pour n'en avoir pas besoin, si la situation de ce cercle est connue : si elle ne l'est pas, l'Observateur peut, lorsqu'il voit les deux objets ensemble, tourner l'instrument sur l'axe de la lunette, jusqu'à ce qu'il trouve la position qui lui donne l'angle le plus petit ; ce qui arrivera toujours (si les miroirs sont bien perpendiculaires au plan de l'instrument) lorsque les objets paraissent coïncider dans la ligne *gh* (*Fig.* 721).

923. A l'égard du méchanisme, si on demande de l'exactitude dans les observations, il faut que l'arc soit divisé avec le plus grand soin, parce que les erreurs des divisions sont doublées par les réflexions. Il faut que la regle mobile n'ait absolument aucun jeu en tournant sur le centre, afin que son axe demeure toujours perpendiculaire au plan de l'octant ; car s'il ne conserve pas toujours cette situation, cette regle sera sujette à varier l'inclinaison du miroir qu'elle porte, par rapport à l'autre : elle doit aussi avoir un mouvement doux, de peur qu'elle ne soit sujette à se plier : il faut encore, par la même raison, que cette regle soit aussi large, proche le centre, qu'il est possible. Les miroirs doivent être exactement plans, parce que si l'un ou l'autre a quelque courbure, outre qu'elle rend l'objet indistinct, elle est cause que sa position varie, lorsque les rayons par lesquels on le voit sont réfléchis en différens endroits de ces miroirs : il faut aussi qu'ils soient d'une longueur & d'une largeur suffisantes, pour que la lunette prenne un angle convenable sans perdre l'usage d'aucune partie de l'ouverture de son objectif, & cela, dans toutes les différentes positions de la regle mobile. Ces miroirs peuvent être de métal ou faits de morceaux de glace étamés, dont les deux surfaces soient aussi paralleles qu'il est possible ; quoique cependant elles puissent s'écarter un peu de ce parallélisme exact, pourvu que les bords les plus épais ou les plus minces de ces miroirs (& conséquemment la section commune de leurs surfaces) soient paralleles au plan de l'octant : car quoique dans ce cas il y ait toujours plusieurs représentations de l'objet, elles seront toujours très-proches l'une de l'autre, dans une ligne parallele à *cf* ; & l'on peut prendre celle qu'on voudra, excepté lorsque l'angle qu'on doit observer est très-petit. Le principal inconvénient qui se présentera, sera que la lumière se partageant à plusieurs images, une petite étoile sera plus difficile à distinguer. On peut aussi rendre la lunette susceptible de changer de situation de manière que, si les objets sont d'un éclat différent, il y ait une partie plus grande

ou plus petite de son objectif qui reçoive les rayons réfléchis. Le second miroir peut, s'il est formé d'un morceau de glace, n'être étamé qu'en partie, afin que lorsqu'un des objets est suffisamment lumineux, on puisse voir au travers de la partie non étamée, l'objet le moins lumineux par l'ouverture entiere de la lunette. Si le soleil est un des objets ou que l'on compare la lune avec une petite étoile, il faudra toujours en affaiblir les images par l'interposition d'un ou de plusieurs verres obscurs *ST*. Il n'est point nécessaire que la position de la lunette soit bien exacte, & l'on peut se servir de l'instrument sans cela, les miroirs étant disposés, par rapport au secteur & à la regle mobile, de manière que l'œil puisse se mettre aussi près du second miroir qu'il est possible; ce qui rend l'instrument plus commode pour l'Observateur.

924. On juge facilement qu'il n'est pas nécessaire que le pied qui porte l'instrument, ait une grande solidité, & qu'il n'en faut qu'autant qu'en demande la lunette; car quoique le mouvement de vibration de l'instrument puisse en occasionner, dans les images des objets, un pareil dans lequel elles se croisent, le mouvement apparent de l'une par rapport à l'autre, se fera, à très-peu près, dans des paralleles à cf; & il ne sera pas difficile de distinguer si elles coïncident, en se croisant, ou si elles passent à quelque distance l'une de l'autre : & si les objets sont voisins, & que la lunette n'amplifie qu'environ 4 ou 5 fois, on peut tenir l'instrument à la main sans se servir de pied. De cette manière, on peut prendre à la mer, lorsqu'elle n'est pas trop agitée, la hauteur du soleil, de la lune ou des étoiles les plus brillantes.

Fig. 722. 925. La 722.e Figure représente un instrument fait dans cette vue. Il differe du précédent principalement dans la place qu'on fait occuper aux miroirs & à la lunette, par rapport au secteur & à la regle mobile; dans cet instrument, la ligne menée dans le milieu de la regle rencontre la surface du grand miroir sous un angle d'environ 4 ou 5 degrés. La ligne suivant laquelle on dirige l'œil ou l'axe de la lunette, si on s'en sert, rencontre la surface du miroir *IKGH* sous un angle d'environ 70° ou 71°. Il y a aussi un troisieme miroir *NO*, qui sert pour observer la hauteur du soleil au moyen de la partie opposée de l'horison.

La

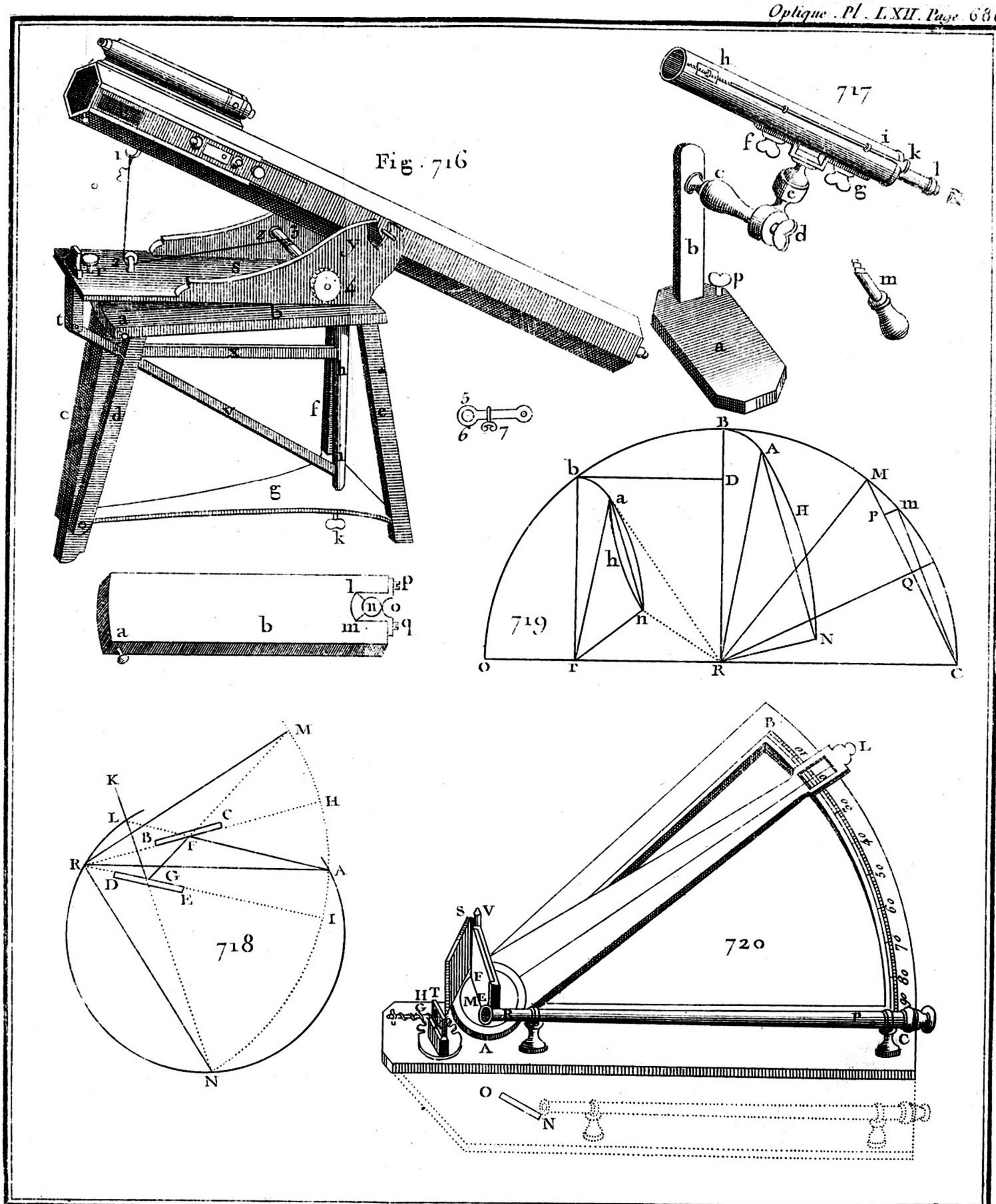


Fig . 716
717
718
719
720

La ligne, suivant laquelle on dirige la vue, rencontre ce miroir sous un angle d'environ 32 ou 33 degrés. Il faudra prendre garde, en plaçant ces deux petits miroirs, que le miroir *IKGH* n'intercepte quelqu'un des rayons qui vont du grand miroir fixé sur la regle mobile, au troisieme *NO*, & que ni l'un ni l'autre n'empêche la regle mobile de parcourir l'arc divisé. *WQ* est une piece pour viser à l'objet; cette piece est nécessaire lorsqu'on ne se sert point de la lunette. Elle est composée d'une regle qui glisse sur une autre fixée au derriere de l'octant, & porte des pinnules à ses extrémités : on peut l'ôter quand on veut, & s'en servir à la place de la lunette, qui a aussi la liberté de glisser à l'endroit où elle est, toutes deux servant indifféremment avec l'un ou l'autre des deux petits miroirs. Il faut placer l'œil tout contre la pinnule *W*; sur l'ouverture *Q* de l'autre pinnule il y a un fil étendu perpendiculairement à l'instrument pour aider l'Observateur à le tenir dans une position verticale, en tenant ce fil aussi parallele à l'horison qu'il est possible. Je laisse à l'expérience à déterminer combien un instrument de cette espece peut être utile en mer, pour prendre la distance du bord de la lune au soleil ou à une étoile, afin de trouver la longitude du vaisseau.

926. M.r Halley fit d'abord construire un de ces instrumens en bois & ensuite un autre en cuivre, dont on fit différens essais à la mer par ordre de l'Amirauté, en présence de personnes instruites. Par un milieu pris entre trois observations des distances de deux étoiles, faites avec l'instrument qui était en cuivre, on trouva qu'elles ne différaient que d'une minute de celles que Flamsteed avait faites à terre, & que douze observations de hauteur du soleil prises avec l'instrument fait en bois, pendant que le vaisseau était à l'ancre, approchaient tellement l'une de l'autre, qu'en prenant un milieu entr'elles, la hauteur qu'elles donnaient ne différait de la vraie que d'une demi-minute environ; qu'enfin le vaisseau étant à la voile par un vent fort, douze pareilles observations donnaient une hauteur qui ne différait de la vraie que d'une minute; une autre fois elles s'accorderent ensemble exactement. Il est à remarquer que ces observations auraient pu s'accorder bien plus exactement, si les circonstances leur eussent été plus favorables : l'horison ne se distinguait que difficilement;

tous ceux qui obſervaient n'étaient point accoutumés au mouvement du vaiſſeau, qui était très-vif, ce vaiſſeau étant fort petit, &c.

CHAPITRE VIII.

Deſcription de quelques Inſtrumens Catadioptriques.

927. ON trouve chez les Faiſeurs d'inſtrumens d'Optique, un inſtrument catadioptrique imaginé pour appercevoir quelqu'un, par exemple, dans une place publique, enſorte qu'on ne puiſſe ſavoir qui vous regardez, quoique ceux qui peuvent être avec vous connaiſſent parfaitement le but de l'inſtrument. La 723.e Figure en repréſente une ſection faite par un plan qui paſſe par l'axe abc & coupe le plan d'un petit miroir perpendiculairement ſuivant la ligne dce. Ce miroir eſt fixé obliquement dans un tuyau $fghi$, rond & court, viſſé à l'extrémité du tuyau $hikl$, de manière que l'axe abc de ce dernier tuyau faſſe un un angle d'environ 45° avec le miroir. Ainſi ſuppoſant que des rayons comme abc aillent de l'œil en a, & qu'après s'être réfléchis en c, ils paſſent par un trou rond o fait au côté du tuyau $fghi$, & aillent enſuite rencontrer un objet éloigné Q; on verra cet objet par les rayons qui reviennent ſuivant les mêmes lignes $Qcba$. Donc pour trouver l'objet qu'on veut voir par le moyen de cet inſtrument, il faut diriger l'axe de manière qu'il faſſe un angle droit avec les rayons qui viennent de l'objet. Si l'objet qu'on apperçoit eſt plus haut ou plus bas que celui qu'on cherche, on découvrira celui-ci en tournant l'inſtrument ſur ſon axe.

928. Si l'objet eſt trop proche pour qu'on le voye diſtinctement avec cet inſtrument, on n'a qu'à tourner l'autre extrémité *vers l'œil; & en regardant par le trou* x, *on verra l'objet* s *par les rayons* $stux$ *qui viennent par un autre trou* t *oppoſé au premier* o, *& ſont réfléchis par un autre miroir plan parallele au premier & faiſant face à l'œil placé en* x. *Si le ſpectateur eſt Miope, il faut placer dans le trou* x *un verre concave.*

On voit que quoique l'on reconnaiſſe l'inſtrument par les trous dont il eſt percé ſur les côtés, il eſt impoſſible de connaître, à cauſe que ces trous ſont oppoſés, de quel côté eſt ſitué l'objet que quelqu'un regarde.

929. Dans les deux cas, le miroir n'amplifie ni ne diminue l'apparence de l'objet. Car dans le premier, ſi l'axe *ac* de l'inſtrument eſt prolongé d'une quantité *cq* égale à *cQ*, les rayons réfléchis divergeront comme d'une image ſituée en *q* égale à l'objet *Q*, & ainſi tomberont ſur l'objectif *b* de la même maniere que s'ils étaient venus de l'objet placé en *q*; à cette différence près que la droite de l'objet paraîtra à gauche, & ſa gauche à droite : parce que les lignes *Pp*, *Qq*, *Rr*, qui joignent les points correſpondans de l'objet & de ſon image, ſont toutes perpendiculaires au plan réfléchiſſant *de* prolongé (*Art.* 23) & conſéquemment ſont paralleles entr'elles. Mais l'objet paraît droit, ſoit qu'on le voye par une ſimple réflexion, ou au travers de l'inſtrument, pourvu que l'oculaire ſoit concave, parce que les points les plus élevés de l'image *q* répondent aux points les plus élevés de l'objet *Q*, par la raiſon que je viens d'expoſer. On fait cet inſtrument généralement de 4 pouces de long.

930. Hevelius décrit dans la Préface de ſa Sélénographie, un inſtrument de cette eſpece, dont il était l'Inventeur; il le recommande comme étant utile à la guerre, particulierement dans les ſieges, pour découvrir ce que l'Ennemi fait, tandis que le ſpectateur eſt caché derriere quelqu'obſtacle; & à cauſe de cela il le nomme *Polémoſcope*. Dans cette vue, il aggrandit l'intervalle *bc* entre l'objectif & le miroir, au moyen d'un tuyau de la longueur néceſſaire pour que le miroir ſe trouve au-delà de l'obſtacle qui couvre le ſpectateur. Et pour plus de commodité, il propoſe de placer un autre miroir plan *fg* à l'autre bout du tuyau, pour réfléchir les rayons au travers d'un trou *kl* fait dans le côté de ce tuyau, ſuivant une direction *ao*, parallele aux rayons incidens *Qc*, & telle que les rayons aillent dans le même ſens qu'ils ſont venus de l'objet ſur le premier miroir; & il met un oculaire concave dans le trou dont il eſt queſtion. Par ce moyen, l'objet paraîtra toujours droit, & amplifié préciſément autant que ſi les deux miroirs étaient ôtés & que le même oculaire fût placé dans l'axe du tuyau. Car prenez *ci*

égale à *cb* & *ah* égale à *ab* dans les rayons *Qc*, *oa* prolongés au-delà des miroirs *de*, *fg* ; & ſuppoſant que des rayons viennent des deux côtés de l'objectif & paſſent par ſon centre *b*, ils divergeront, après avoir été réfléchis par les miroirs, des points *h*, *i* (*Art.* 23). Que deux de ces rayons rencontrent l'objet, l'un en *P*, l'autre en *R*; l'angle *PiR* ou *die* étant égal à *dbe* ou *fbg* ou *fhg*, ſi l'oculaire était ôté, l'objet paraîtrait ſous le même angle *fhg* ou *khl* ſous lequel on le verrait à la vue ſimple, l'œil étant en *i*; mais les rayons réfléchis *fk*, *gl* font, après avoir été rompus par l'oculaire *kl*, ſuivant *km* & *ln*, le même angle qu'ils feraient ſi, le miroir *fg* étant ôté, ils avaient été rompus par le même oculaire placé dans l'axe du tuyau, à la même diſtance de *b* qu'il eſt maintenant de *h*: & en traçant un rayon oblique *Rebfkm*, il eſt évident que l'objet paraît droit & dans ſa vraie ſituation.

931. La partie *ab* de l'inſtrument ne doit pas être d'une longueur conſidérable ; car alors il aura peu de champ, & par conſéquent on ne trouvera l'objet qu'avec peine. C'eſt pour cette raiſon que je préſume que l'Auteur recommande d'y adapter un tuyau plus long. Dans l'inſtrument qu'il fit conſtruire, ce dernier tuyau avait 22 pouces de long, tandis que le premier n'en avait que 8.

CHAPITRE IX.

Deſcription de différentes Chambres obſcures; & de leur uſage dans la Peinture.

932. J'AI expliqué, dans l'Article 67.e, l'expérience célebre dans laquelle une lentille étant placée au volet d'une fenêtre d'une chambre bien fermée & bien obſcure, les objets extérieurs vont ſe peindre ſur un papier blanc ; & j'ai fait voir comment les images renverſées peuvent être vues droites, en les faiſant tomber par réflexion ſur un plan horiſontal. Pour pouvoir diriger commodément l'axe de la lentille vers un objet quelconque, on la met ordinairement dans un grand trou cylin-

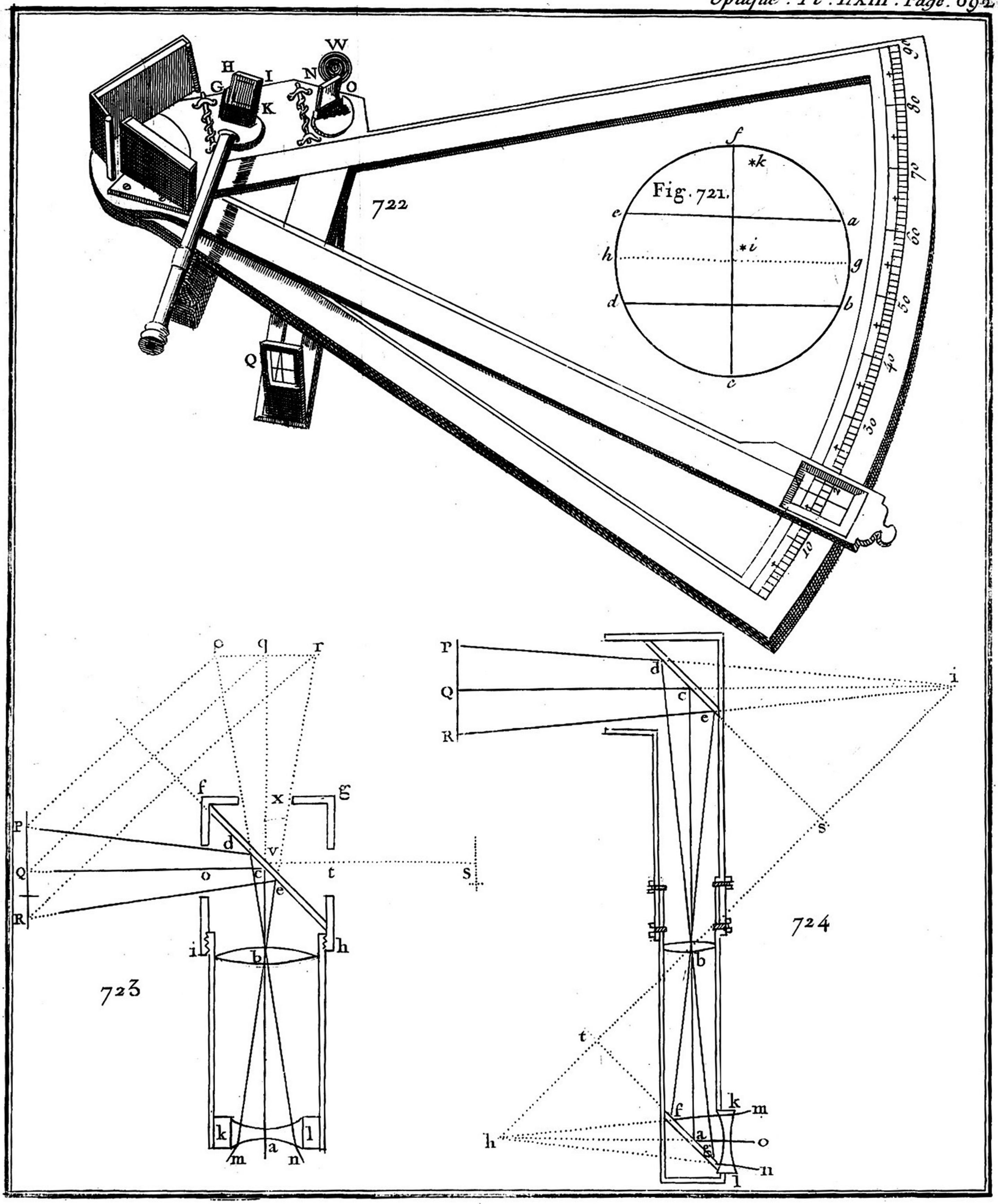


Fig. 721.
722
723
724
H
I
G
K
W
N
O
Q
f
k
e
a
h
i
g
d
b
c
10
30
40
50
60
70
80
90
o
q
r
x
P
Q
R
v
t
s
m
n
l

drique, qui traverſe une boule de bois, laquelle ſe meut avec facilité ſur ſon centre, dans une portion de ſphere creuſe, ayant la forme d'une zone, faite de bois & attachée au volet de la fenêtre: cette zone eſt compoſée de deux autres égales entr'elles, dont l'une eſt viſſée à l'autre, après que la boule y eſt entrée; la concavité de ce tronc de ſphere empêche la lumière de paſſer entre lui & la boule. Les images des objets ſeront d'autant plus grandes que la lentille eſt d'un plus long foyer, & auront d'autant plus d'éclat qu'elle a plus d'ouverture. La lentille étant d'un foyer de 8 ou 10 pieds, il eſt à propos de recevoir les images ſur un grand écran couvert d'une toile ou d'un papier blanc; il faut faire porter cet écran ſur des roulettes, pour pouvoir le placer avec facilité à la diſtance convenable de la lentille.

933. Je n'ai vu nulle part de lentilles de cette eſpece plus larges qu'à Londres chez M.r Scarlet, où examinant cette expérience, je remarquai des circonſtances qui me ſurprirent fort: les images de ceux qui paſſaient dans la rue avaient, outre leur mouvement progreſſif, un mouvement d'ondulation ſemblable à celui d'une perſonne portée dans une chaiſe, mais plus vif & plus ſenſible. Ceci ne peut venir probablement que d'une ondulation réelle dans le mouvement progreſſif d'une perſonne qui marche; car je doute qu'on puiſſe marcher librement entre deux planches paralleles, dont la ſupérieure ne ferait que de peu de choſe plus haute que la tête, en ſe tenant de bout; & ſi on ne le peut, il s'agirait de ſavoir ſi l'ondulation de la tête comparée à la planche ſupérieure ne ferait point ſenſible aux yeux d'un ſpectateur. Si cela eſt, cela ſera plus ſenſible dans l'image tracée ſur l'écran, à proportion que l'image eſt plus proche de l'œil que de la lentille. Car ſi l'on place l'œil à côté de la lentille, regardant d'abord l'image, & enſuite la perſonne, leurs mouvemens apparens feraient égaux, parce que les rayons ſe croiſent au centre de la lentille. Or, l'image d'une planche au-deſſus de la tête de celui qui eſt repréſenté, tracée ſur l'écran, eſt inutile, puiſqu'on voit à la fois les parties fixes de l'écran & l'image tracée deſſus, & que ces parties ſuffiſent pour diſtinguer ſon mouvement. Si ces images tracées ſur l'écran ſont vues par la réflexion d'un miroir tenu d'une main preſqu'horiſontalement, enſorte que

les rayons venant de l'image puissent être réfléchis en haut à l'œil, ceux qui sont dans la rue paraîtront dans leur situation naturelle & sans que leur tête ait aucun mouvement d'ondulation ; ce qui ne permet plus de douter que la cause à laquelle j'ai attribué le phénomene, ne soit la vraie. Car dans la supposition présente ils ne paraissent point comme des peintures plates sur l'écran, mais ils paraissent marcher dans leur situation naturelle sur un terrein horisontal, l'écran se remarquant alors à peine, & non pas comme lorsqu'on le regarde directement ou sans miroir.

934. Pour avoir la représentation d'un objet en traçant les contours de l'image qu'en donne la lentille, on place en dehors l'objet à une distance convenable, & on en reçoit l'image sur une feuille de papier ou sur un grand verre plan, qui n'est poli que d'un côté. Ce verre étant placé verticalement, le côté poli tourné vers la fenêtre, il est facile de tracer avec un crayon noir les contours des images. Alors appliquant une feuille de papier très-fin sur le verre, les traits du crayon paraîtront au travers, en le tenant contre la lumière ; ainsi on pourra tracer l'image sur le papier. Le moyen le plus facile de rendre distincte l'image peinte sur le verre, lorsqu'il est placé, c'est de mettre la lentille dans un tuyau qui entre dans un autre fixé au volet de la fenêtre, & ait la liberté de s'y mouvoir.

935. Mais pour n'avoir point la peine de tracer deux images, voici comme on peut s'y prendre. Ayant étendu le papier sur lequel on veut représenter l'objet, sur une planche unie, il faut le mettre sur une petite table bien solide, & placer cette table au-dessous de la lentille qui est au volet de la fenêtre, & au-dessus de la table on fixe & on incline, de la maniere suivante, Fig. 725. un miroir, pour réfléchir l'image sur le papier : *ab* & *cd* sont deux planches fixées perpendiculairement sur la table, à droite & à gauche du papier ; *ef* est une troisieme planche de la longueur de l'intervalle entre les premieres, garnie à chaque bout d'une cheville ronde. Lorsque cette planche est posée sur le derriere du miroir & vissée dans sa bordure, on la place au haut des deux planches *ab* & *cd*, en introduisant les chevilles dans deux fentes qui y sont pratiquées ; & par le moyen de deux écrous dans lesquels les chevilles entrent à vis, on peut arrêter le miroir dans une situation convenable, pour faire tomber l'image

directement sur le papier qui est au-dessous ; & alors on peut la rendre distincte, en retirant ou en enfonçant le tuyau qui porte la lentille.

936. La Chambre obscure portative qu'on vend communément chez les Faiseurs d'instrumens d'Optique, n'a pas besoin d'une longue description : voici en quoi consiste sa théorie. Les rayons qui viennent de l'objet *PQR*, vont, après avoir été rompus par la lentille *E*, pour former une image *pqr* ; mais étant reçus, avant qu'ils l'ayent formée, sur un miroir *ABC*, qui les réfléchit en haut, ils vont en former une autre $p'q'r'$ égale à celle-là, sur un verre plan, disposé horisontalement, dont le côté non poli est tourné en haut ; on trace sur ce verre avec un crayon noir, l'image qui y est peinte ; & le spectateur faisant face à l'objet, cette image lui paraît droite. La Figure représente une section de la machine faite par l'axe du tuyau qui porte la lentille, par le milieu de la boîte où est le miroir & par celui de ce miroir. La section du côté opposé au tuyau n'est point représentée ici, ce côté étant mobile & s'ouvrant comme une porte ; le verre sur lequel l'objet est représenté, entre à coulisse dans les côtés de la boîte ; & lorsqu'on l'ôte, on le met dans un tiroir *ef* placé au fond de la boîte : on peut aussi ôter le miroir *ABC* qui entre à coulisse dans les côtés de cette boîte, & le mettre dans le même tiroir. Le tuyau carré de bois est composé de trois parties ; celles qui sont intérieures, qui portent la lentille, se tirent ou s'enfoncent pour rendre les images distinctes. Les parties *gh* & *ik* étant retenues ensemble & à la boîte avec de petits veroux, peuvent être séparées & être mises dans la boîte ; alors fermant le couvercle *at* & le côté mobile du bout de la boîte, la machine devient très-commode à porter. Le couvercle dont la section est *at*, a deux panneaux qui s'ouvrent à angles droits & qui s'appuyent sur les bords de la boîte, pour jetter de l'ombre sur l'image tracée sur le verre. Fig. 72.

937. Voici une autre Chambre obscure portative, exécutée par M.r Scarlet, faite pour dessiner des objets. Au haut d'une boîte carrée *abcdef*, précisément au milieu, est placé de bout un tuyau *g*, qui a la forme d'un tronc de pyramide carrée, dans lequel entre par le bout d'en haut un tuyau *h* court & carré, por- Fig. 72.

tant à son extrémité supérieure un large objectif *o*; la distance focale de ce verre est un peu moindre que la hauteur la plus grande à laquelle il peut être élevé au-dessus du fond de la boîte, où doivent tomber les images des objets, qu'il produit. Au haut de ce tuyau, à l'un des bords, est attaché un couvercle, qui porte intérieurement un miroir plan *i*, & est mobile; par ce moyen on peut donner au miroir l'inclinaison nécessaire pour réfléchir les rayons qui viennent de l'objet, en bas, directement au travers de l'objectif, sur le papier qui est au fond de la boîte, où l'objet sera représenté distinctement, lorsque l'objectif aura été placé à une hauteur convenable. La boîte étant bien fermée & bien obscure, on voit cette image au travers d'un petit trou *k* fait au bord supérieur de la boîte, qui retombe en talut sur le côté opposé à l'objet, où l'on se met pour tracer l'image, en passant la main & le crayon par une ouverture *l* pratiquée dans ce côté ou plutôt dans une piece *mn* qui y entre à coulisse.

CHAPITRE X.

Description de la Lanterne Magique.

938. VOici en peu de mots en quoi consiste cette machine:
Fig. 728. *ABCD* est une lanterne, au côté de laquelle joint un tuyau *bnkclm* composé de deux parties, dont l'une *nklm* entre dans l'autre où elle glisse, ensorte que le tuyau entier est susceptible de s'allonger ou de se racourcir. Il y a à l'extrémité du tuyau *nklm* un verre convexe *kl*; en *dc* est une petite piece pour porter un objet *de* peint sur un morceau de verre mince (que l'on appelle à cause de cela *Porte-objets*) avec des couleurs bien transparentes; on place le verre de manière que l'objet soit dans une situation renversée : *bhc* est un verre très-convexe, placé à l'autre bout du tuyau, pour rassembler la lumière de la flamme *a* & la faire tomber plus dense sur l'objet *de* représenté sur le verre. Il faut bien observer que le verre *bhc* ne sert que pour illuminer fortement la peinture *de*, & ne contribue en rien à la représentation; c'est à cause de cela que dans

dans quelques-unes de ces lanternes, on trouve, au lieu du verre *bhc*, un miroir concave placé de maniere qu'il rassemble la lumiere de la flamme *a* sur la peinture *de*; quelquefois on emploie à la fois le verre & le miroir.

939. Disons actuellement un mot de la théorie de cette machine. Nous devons d'abord prévenir que l'objet *de* est placé dans une situation renversée, un peu plus loin du verre *kl* que son foyer; & alors il est évident que ce verre produira une image distincte *fg* de l'objet sur la muraille opposée *FH* que nous supposons blanche, & que cette image sera droite. Car la lanterne *ABCD* renfermant toute la lumiere, la chambre entiere *EFGH* est parfaitement obscure; ensorte que l'apparence produite par la lanterne magique revient absolument à ce que nous avons dit concernant la représentation des objets extérieurs, dans une chambre obscure, produite par un verre convexe: & nous pouvons observer ici que si on raccourcit le tuyau, & qu'ainsi le verre *kl* soit rapproché de l'objet *de*, l'image *fg* deviendra plus large & tombera plus loin du verre *kl*; que si au contraire on allonge le tuyau, & que par conséquent l'on éloigne davantage le verre *kl* de l'objet *de*, l'image *fg* deviendra plus petite & plus proche de ce verre.

M.[r] s'Gravesande donne la description suivante d'une autre lanterne magique (*Phys. Elem. Mathem. Tom. II*).

940. Dans une boîte longue environ d'un pied & demi, large & haute de quatorze pouces, est placé un miroir concave *S*, de huit pouces de largeur, faisant partie d'une sphere de dix-huit pouces de diametre: ce miroir est posé sur un support, qui se meut entre des regles, suivant la longueur de la boîte. Il y a de plus dans cette boîte une lampe *L*, portée sur un pied fait en bois, lequel se meut suivant la longueur de la boîte, entre des regles placées contre ses côtés. Le tuyau de la lampe est élevé de maniere que le centre de la flamme réponde au centre de la surface du miroir; cette flamme est composée de quatre autres, qui en se touchant mutuellement, forment une flamme carrée dont le côté passe deux pouces. Il y a dans le dessus de la boîte une ouverture oblongue qui se ferme avec un couvercle mobile entre deux regles; par cette ouverture passe un tuyau *C* qui s'éleve au-dessus de

la boîte à la hauteur d'environ un pied & demi. La partie qui s'éleve ainsi au-dessus de la boîte, a été omise dans la Figure. Le tuyau se meut avec le couvercle, l'ouverture dont on vient de parler demeurant fermée ; il se dispose de manière qu'il réponde à la lampe. Le côté de la boîte qui est vis-à-vis le miroir, est percé d'un trou rond de cinq pouces de diametre, dans lequel est placé un verre convexe *V* de même diametre; ce verre est également convexe des deux côtés, & le rayon de ses surfaces est de six pouces; son axe étant prolongé jusqu'au miroir, lui est perpendiculaire & le rencontre à son centre ; il est aussi perpendiculaire au plan de la flamme, par le milieu duquel il passe. Ce trou se ferme & se rouvre au moyen d'un plan mobile dans une coulisse, lequel se meut au moyen d'un cylindre dont on voit une partie en *E* hors la boîte. A ce trou, répond extérieurement à la boîte, un tuyau *T* de six pouces environ de longueur & de diametre, à l'extrémité duquel est un anneau, dans lequel se meut un second tuyau *t*, de 4 pouces environ de diametre & long de 5 à 6 pouces. Ce dernier tuyau contient deux lentilles ; la premiere, à l'extrémité qui entre dans le tuyau *T* : cette lentille a la même convexité que le verre *V*, & est de trois pouces & demi de diametre. La seconde est éloignée de la premiere de 3 pouces ; elle est moins convexe ; les rayons de ses surfaces sont de deux pieds. Entre ces lentilles, à la distance d'un pouce de la seconde, est placé un anneau de bois qui ferme le tuyau, à cela près d'une petite ouverture circulaire faite au milieu, dont le diametre est d'un pouce & un quart.

941. Les objets qu'on veut représenter se peignent sur un verre plan & mince, lequel doit se mouvoir en dehors de la boîte vis-à-vis le verre *V*, entre ce verre & le tuyau *T*, la peinture qui est dessus étant dans une situation renversée. Si ces verres sont circulaires, ils peuvent avoir 5 pouces de diametre ; pour les mouvoir facilement, on les assujettit dans un morceau de planche : on en peut mettre trois dans le même. On peint aussi des figures sur des verres oblongs, que l'on assujettit de même dans des morceaux de planche ; on fait glisser successivement ces figures devant le verre *V*.

942. Cette boîte est portée sur un pied formant une espece

de chassis par le moyen duquel on la place à la hauteur qu'on veut. Des especes de regles de bois tiennent à la boîte & se meuvent dans des coulisses pratiquées dans les deux côtés du pied : on fait regner une fente dans chacune de ces regles; & on place la boîte à la hauteur qu'on desire, par le moyen des vis fixées dans le pied & mobiles dans ces fentes. On dispose toute la machine à la distance de 15, 20 ou 30 pieds d'un plan blanc, d'une toile, par exemple; cette distance doit être différente suivant la grandeur de ce plan; car elle peut être égale à la longueur du plan & même un peu plus grande. Il faut mettre la boîte à une hauteur telle que les verres appliqués au côté de cette boîte se trouvent placés exactement vis-à-vis le milieu de la toile. Ayant allumé la lampe, on ferme la boîte, & alors les figures peintes sur le verre sont représentées sur le plan *. En enfonçant ou retirant le tuyau qui contient les deux lentilles, on trouve la situation qu'il doit avoir pour que la représentation soit distincte. Il faut actuellement expliquer d'une manière plus particuliere la disposition des parties de la machine qui servent immédiatement à produire cette apparence.

943. Ces parties sont représentées séparément dans la Figure 730 : *SS* est le miroir; *ll* la flamme, laquelle est composée de quatre autres placées dans la ligne *ll*; *VV* le verre *V* de la

* 1029. Au lieu de la flamme *ll* (*Fig.* 730), le P. Kircher, Inventeur de cette machine, employait la lumière du soleil en la faisant tomber sur la figure peinte *OO*. Comme on ne peut pas toujours faire tomber directement les rayons du soleil sur l'objet *OO*, & qu'on est obligé de l'y faire tomber par réflexion, au moyen d'un miroir placé en dehors d'une fenêtre, il faut, pour que cette lumière se distribue plus également sur l'objet *OO*, mettre devant l'objet un papier enduit d'huile de thérébentine, à la place du verre convexe *V* qui doit être supprimé, ainsi que la lampe & le miroir concave. On peut de cette manière représenter en plein jour, dans une chambre obscure, sur la muraille, les figures *OO* qui paraissent alors beaucoup plus belles que si on employait la lumière d'une lampe ou celle d'une chandelle.

1030. On a imaginé, comme le rapporte M.r Musschenbroek dans ses Essais de Physique, de rendre mobile quelqu'une des parties de ces figures, ensorte que celles qui sont représentées sur la toile paraissent avoir de l'action & du mouvement, & semblent animées. Il en décrit plusieurs dont l'une représente un moulin dont les ailes tournent, une autre représente un homme portant un verre à sa bouche, une 3.e une femme qui fait la révérence, &c. Ces petites manœuvres s'exécutent, comme on peut le voir dans l'Ouvrage cité, par le moyen de deux morceaux de verre, dont l'un, sur lequel est peinte une partie de la figure, est enchassé dans un morceau de planche percé d'un trou; & l'autre placé par dessus & sur lequel est peinte la partie mobile, se met en mouvement par le moyen d'un cordon ou d'une petite regle qui glisse dans une coulisse pratiquée dans l'épaisseur de la planche.

Figure 729 ; *OO* la figure peinte ſur le verre plan ; *aa* la grande lentille ; *dd* celle qui eſt moins convexe ; *bb* l'anneau ou diaphragme ſitué entre les lentilles ; *f* ſon ouverture. Toutes ces parties étant diſpoſées, comme on l'a expliqué, & comme on le voit dans cette Figure, les rayons qui viennent d'un point de la peinture *OO*, deviennent moins divergens en paſſant au travers de la lentille *aa*, & parviennent à la lentille *dd*, comme s'ils partaient d'un point plus éloigné ; ils ſortent de cette lentille convergens & ſont réunis ſur la ſurface de la toile où ils forment l'image du point de la figure peinte ſur le verre, d'où ils ſont partis. Cette figure eſt illuminée par les rayons qui viennent de la flamme *ll* & par ceux qui ſont réfléchis par le miroir *SS*.

944. Il eſt néceſſaire pour la perfection de cette machine, 1°. que la figure *OO* ſoit illuminée autant qu'il eſt poſſible. 2°. qu'elle ſoit illuminée également par-tout. 3°. que toute la lumière par laquelle chaque point de la figure eſt illuminé, parvienne au travers des lentilles *aa* & *dd* à la toile & ſerve à former la repréſentation. 4°. enfin qu'il n'y ait point d'autre lumière que celle qui ſort de la boîte, de peur qu'une lumière étrangere ne rende la repréſentation moins vive. La première de ces quatre choſes dépend de la grandeur de la flamme & de celle du miroir ainſi que de ſa concavité. Plus le miroir eſt concave, plus il en faut approcher la flamme, & alors les rayons ſont interceptés & réfléchis en plus grand nombre. Il faut prendre garde cependant que le miroir, qu'on peut très-bien faire de verre, ne s'échauffe trop. Pour que la figure peinte ſur le verre ſoit illuminée le plus qu'il eſt poſſible, & par-tout également, il faut placer la flamme & le miroir de manière que l'image renverſée de la flamme tombe juſtement ſur la figure même. Or, comme l'image de la flamme peut être augmentée ou diminuée, il faut diſpoſer le miroir & la flamme de manière que l'image de la flamme couvre la figure dans ſon entier & ne la déborde point : car alors la figure eſt illuminée par la lumière réfléchie autant qu'il eſt poſſible, & tous ſes points ſont également éclairés ; la lumiere directe qui tombe ſur tous ces points eſt auſſi ſenſiblement égale ; en approchant la flamme, on augmenterait à la vérité cette lumière, mais on

diminuerait la lumière réfléchie, & la diminution de celle-ci ſerait plus grande que l'augmentation de l'autre.

945. Le verre VV ſert à courber la lumière par laquelle la peinture OO eſt illuminée, avant qu'elle tombe deſſus; cette inflexion fait que toute la lumière parvient à la lentille aa, & ſert à la repréſentation de la peinture ſur la toile. Toute la lumière qui eſt utile pour cette repréſentation, paſſe par l'ouverture f; & les rayons qui viennent des différens points de la peinture s'y coupent mutuellement; enſorte que la figure peinte ſur le verre, qui eſt miſe dans une ſituation renverſée, eſt repréſentée droite ſur la toile : tous les rayons qui ne ſervent point à former la repréſentation, ſont interceptés par le diaphragme bb, de peur qu'ils n'entrent dans la chambre & que la peinture ne ſoit moins vive. Ce diaphragme intercepte auſſi les rayons par leſquels un point eſt plus illuminé qu'un autre, en conſéquence de quoi la lumière qui, par ce qu'on a dit, eſt aſſez égale, l'eſt encore davantage. Il faut avoir ſoin de placer le diaphragme bb exactement à l'interſection des rayons, ſinon il nuira beaucoup.

CHAPITRE XI.

Du Méchaniſme de différens Microſcopes ; & de quelques obſervations faites avec cet Inſtrument.

946. AYant conſidéré la théorie des microſcopes ſimples & doubles, dans les Articles 118, 127, 129, 655, 670, 680, 685, &c. & dans les Notes qui appartiennent à ces Articles, je vais donner ici la deſcription de pluſieurs inventions ingénieuſes pour placer les objets à la diſtance où ils doivent être des verres, & les éclairer convenablement. Mais je vais d'abord montrer la manière de faire les petits globules de verre pour les microſcopes ſimples.

947. M.r Buterfield dit qu'il a eſſayé pluſieurs manières de faire des globules de verre de la groſſeur d'une tête de groſſe épingle & de plus petits encore, ſoit en ſe ſervant de la flamme d'une chandelle ou de celle d'une bougie; mais que la flamme la

meilleure, pour les avoir clairs & ſans taches, était celle d'une lampe, faite avec de l'eſprit de vin rectifié : au lieu d'une mêche de coton il ſe ſervait d'un fil d'argent très-fin, plié en pluſieurs doubles comme un écheveau de fil. Ayant enſuite réduit en poudre de beau verre & l'avoir bien lavé, il en prenait un peu ſur la pointe d'une aiguille d'argent, mouillée avec la ſalive, le mettait dans la flamme, & l'y tenait en tournant toujours juſqu'à ce qu'il fût fondu & tout-à-fait rond, & auſſitôt le retirait dans la crainte de le brûler s'il l'y laiſſait plus longtems. L'art conſiſte à donner au globule une rondeur exacte, ce qui ne peut s'acquérir que par l'expérience. Lorſqu'il avait fait de cette manière un grand nombre de globules, il les nettoyait en les frottant ſur un cuir ſouple & mol. Enſuite il prenait pluſieurs petites plaques minces de cuivre, deux fois plus longues que larges, il les pliait en carré, les perçait d'un petit trou au milieu, & ayant ôté la bavure des bords de ces trous, avec une pierre à aiguiſer, & noirci l'intérieur des deux parties de la plaque, avec la fumée d'une chandelle, il plaçait un globule entre les deux trous & attachait enſemble les deux parties de la plaque avec deux ou trois petites vis. Alors il faiſait l'eſſai de ces microſcopes, voyait combien ils amplifiaient les petits objets, & gardait les meilleurs.

948. Le Docteur Hook avait coutume de prendre un morceau de verre fort clair, de l'allonger en forme de fils au moyen d'une lampe ; il mettait enſuite ces fils dans la flamme & les y tenait juſqu'à ce qu'en ſe repliant ſur eux-mêmes à meſure qu'ils ſe fondaient, il ſe formaſſent en globules, leſquels demeuraient ſuſpendus à l'extrémité de la partie des fils qui n'était point fondue. Ayant enſuite fixé les globules avec de la cire, au bout d'un bâton, par l'endroit oppoſé à celui où était le fil, il ôtait le reſtant du fil, en frottant ſur une pierre à aiguiſer, & poliſſait cet endroit ſur une plaque unie de métal, avec un peu de potée.

949. Mr. Gray nous apprend que faute d'une lampe à eſprit de vin, il mettait une petite partie de verre, environ de la groſſeur du globule qu'il voulait avoir, ſur le bout d'un charbon; & par le ſecours d'un chalumeau & de la flamme d'une bougie, il fondait bientôt ce verre & le convertiſſait en globule.

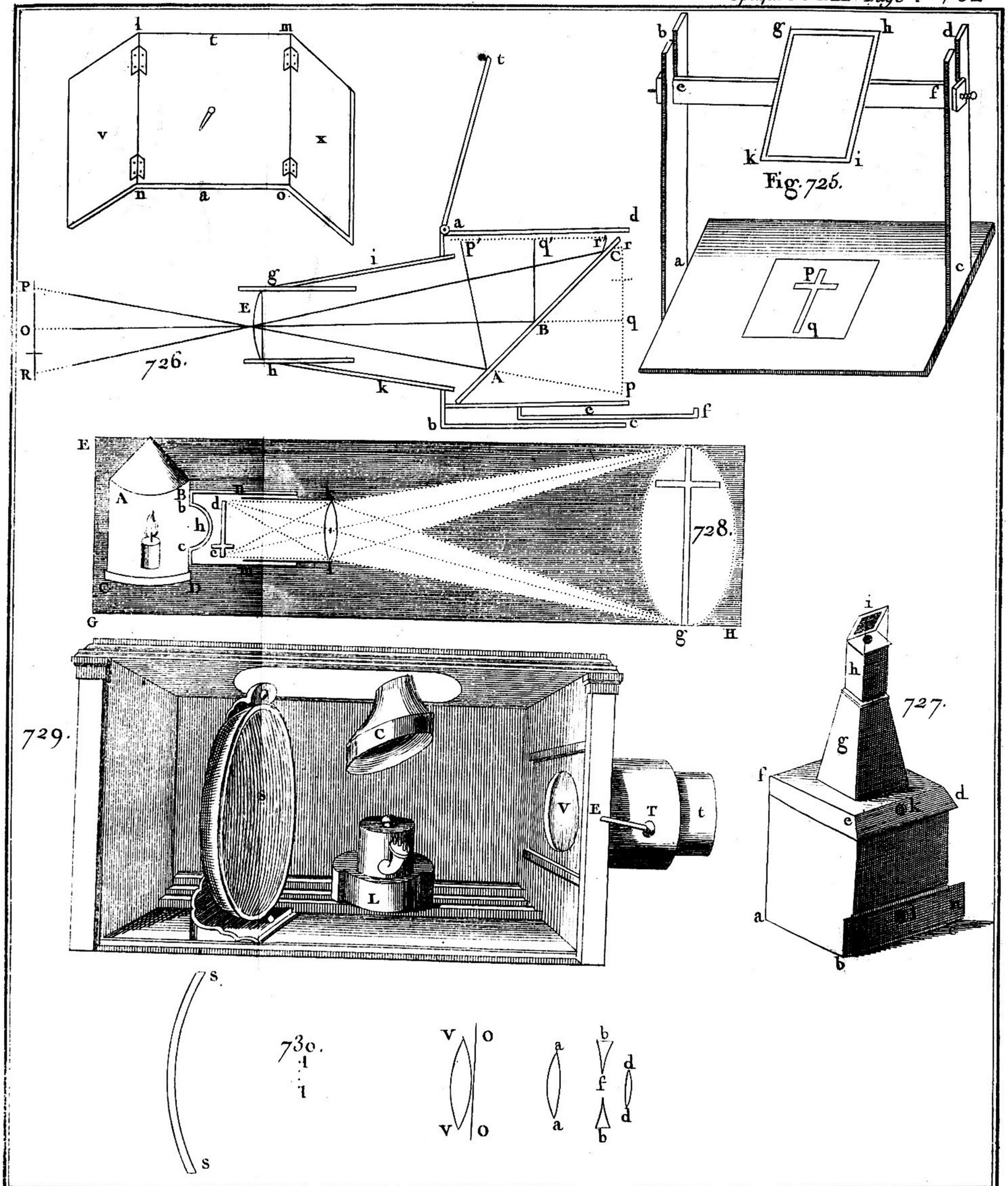


Fig. 725.
726.
727.
728.
729.
730.

Les globules qu'il formait de cette manière étaient tous clairs, les plus petits étaient très-ronds; mais les plus gros étaient un peu applatis du côté qui reposait sur le charbon, & de plus avaient ce côté-là un peu raboteux. Il avait coutume à cause de cela de les frotter & de les polir sur une plaque de cuivre, jusqu'à ce qu'il les eût réduits à des demi-spheres. Mais il trouva que les petits globules ronds, outre qu'ils grossissaient davantage, faisaient voir les objets plus distinctement que les demi-spheres.

950. Ces expériences lui en firent faire une autre qui est très-curieuse. Ayant remarqué, dit-il, quelques parties irrégulieres dans l'intérieur des globules de verre, & trouvant qu'elles paraissaient distinctes & prodigieusement amplifiées, lorsque je les tenais contre mon œil, j'en conclus que si je mettais contre mon œil un petit globule d'eau dans lequel il y aurait quelque particule opaque ou moins transparente que l'eau, je pourrais la voir distinctement. Je pris donc sur une épingle une petite quantité d'eau, que je savais contenir quelques animaux extrêmement petits, & je la mis sur le bout d'un morceau de fil de laiton, d'un dixieme de pouce de diametre environ, ensorte qu'elle y formât un peu plus d'une demi-sphere. Tenant ensuite le fil droit, je l'appliquai à mon œil; & m'étant placé à une distance convenable de la lumière, je vis ces petits animaux avec quelques autres petites parties irrégulieres, comme je l'avais prévu, mais prodigieusement amplifiés. Car on les voyait aussi gros qu'un pois ordinaire & sous la même forme, tandis qu'on les distinguait avec peine avec mon microscope de verre. On ne peut pas les bien voir de jour, à moins que l'appartement ne soit bien fermé & bien obscur; on les voit très-distinctement à la lumière d'une bougie, & très-bien aussi au clair de la pleine lune.

951. M.[r] Gray explique de la manière suivante la raison de cet effet. Soit le cercle *DBBD* représentant une sphere d'eau; Fig. 731
A un objet placé à son foyer, envoyant un cone de rayons, dont deux *AB*, *AB* sont rompus en entrant dans l'eau en *B* & en *B*, suivant *BD*, *BD*, & le sont ensuite de nouveau, à leur sortie en *D*, *D*, suivant *DE*, *DE* paralleles à l'axe de la sphere *AFCG*. Imaginons maintenant que les rayons *BD*, *BD* soient venus de quelque point *F* d'un objet placé dans la

ſphere d'eau, & ayent été réfléchis par la ſurface intérieure de cette ſphere, en B, B : CBD étant l'angle de réflexion, ſi l'on fait l'angle CBF égal à cet angle, le point F ſera l'endroit d'où, ſi un objet envoie un cone de rayons, deux de ces rayons, tels que FB, FB, ſeront réfléchis ſuivant les lignes BD, BD; & rencontrant enſuite en D, D, le côté oppoſé du globule, ils ſeront rompus ſuivant DE, DE, comme auparavant : & par conſéquent on verra diſtinctement par leur moyen, ſoit que l'objet ſoit placé en F dans la ſphere, ſi l'on conſidere la ſurface intérieure de cette ſphere comme un miroir concave, ſoit qu'il ſoit placé en A hors la ſphere.

952. Cette explication de M.r Gray peut ſervir, en la portant un peu plus loin, à faire voir la raiſon pour laquelle les animaux paraiſſent ſi prodigieuſement grands, ſuivant la deſcription qu'il en donne. Or, je dis que les animaux plongés dans le globule d'eau ſont amplifiés trois fois & un tiers de plus en diametre, que s'ils étaient placés hors du globule, à ſon foyer; & l'on conviendra que cet accroiſſement du pouvoir amplifiant des plus petits globules eſt très-conſidérable. Pour démontrer cela, ſoient
Fig. 732. les perpendiculaires Aa, Ff au diametre HFI, coupées par un autre diametre quelconque hfi, l'une en a, l'autre en f; les objets inégaux Aa, Ff, dont le premier eſt vu par réfraction & le dernier par réflexion, paraîtront ſous le même angle HCh, & par conſéquent de la même grandeur. Ainſi un objet placé en F paraîtra plus gros qu'en A dans le rapport de CA à CF (*Art.* 222). Imaginons que les rayons ED, GH aillent du côté de l'objet, qu'après la premiere réfraction ils concourent en K & après la ſeconde en A, qui ſera le milieu de IK (*Art.* 227). Coupant donc CI en deux également en T, nous avons $CA : CT :: 2CA$ ou $HK : HC$, c'eſt-à-dire, comme le ſinus m d'incidence eſt à la différence $m - n$ des ſinus (*Art* 224); d'où nous avons $TA : TC :: n : m - n$. Ainſi $CA = \frac{m}{m-n} CT$ & $TA = \frac{n}{m-n} CT$. Maintenant K étant le point de concours des rayons qui tombent, comme BD, ſur la ſurface BI, on aura leur foyer F, après la réflexion, en prenant $TF : TI$ ou $TC :: TC : TK$, qui devient $CF : CT :: CK : TK$, c'eſt-à-dire, $:: 2TA : 2TA - TC$

::

$:: \frac{2n}{m-n} TC : \frac{2n}{m-n} TC - TC :: 2n : 3n - m$. Ainsi $CF = \frac{2n}{3n-m} CT$, & $CA : CF :: \frac{m}{m-n} : \frac{2n}{3n-m}$. Le rapport de m à n étant égal, dans l'eau, à celui de 4 à 3, nous avons donc $CA : CF :: 10 : 3 :: 3\frac{1}{3} : 1$; ce que nous voulions prouver.

953. Si le globule était de verre, on aurait $m : n :: 3 : 2$, & par conséquent $CA : CF :: 2\frac{1}{4} : 1$; d'où l'on voit combien de petites parties placées au dedans de ce globule, sont plus amplifiées que si elles étaient placées au dehors, à son foyer.

954. Il suit delà que les animaux plongés dans un globule d'eau sont plus amplifiés, dans le rapport de $2\frac{1}{2}$ à 1, que si on les voyait au travers d'un globule de verre de même grosseur. Car dans le verre $CA = 3\,CT$, & dans l'eau $CF = \frac{6}{5} CT$. Donc $CA : CF :: 2\frac{1}{2} : 1$.

955. Il s'ensuit encore que des animaux plongés dans un globule d'eau paraissent de la même grandeur qu'ils paraîtraient au travers d'un globule de verre, dont le diametre serait les $\frac{2}{5}$ de celui du globule d'eau. Car supposant CA ou $3\,CT$ dans le verre, égale à CF ou $\frac{6}{5} CT$ dans un globule d'eau plus gros; nous avons CT dans le globule de verre, est à CT dans le globule d'eau, comme $\frac{6}{5}$ est à 3, ou comme $\frac{2}{5}$ est à 1.

956. M.[r] Gray dit que ces petits animaux paraîtront plus distinctement, si prenant une goutte d'eau sur la pointe d'une épingle, on la met dans un trou rond d'un diametre un peu plus petit qu'un vingtieme de pouce, fait dans une plaque de cuivre épaisse d'environ un dixieme de pouce, observant de le remplir de manière qu'il y ait des deux côtés du trou près d'une demi-sphere d'eau. Supposons maintenant que l'axe de ce cylindre d'eau soit terminé par des surfaces sphériques égales, & soit exactement égal aux trois diametres de la sphere de ces surfaces; je trouve que les petits animaux vus par la réflexion de la surface la plus éloignée, paraîtront précisément sous un diametre double de celui sous lequel on les verrait s'ils

étaient placés au foyer d'une de ces spheres d'eau, & qu'on les regardât au travers comme dans les microscopes ordinaires.

957. Les observations que M.r Gray a faites sur ces petits animaux, étant très-curieuses, nous croyons devoir les rapporter ici. Ces animaux ont la forme de globules & ne sont gueres moins transparens que l'eau dans laquelle ils nagent. Ils ont quelquefois deux taches noires diamétralement opposées; mais on les apperçoit rarement. Quelquefois il y a deux des ces insectes attachés ensemble; l'endroit où ils sont joints est opaque; peut-être sont-ils alors dans l'acte de la génération. Ils ont un double mouvement, l'un progressif, rapide & régulier, & en même tems ils en ont un de révolution autour de leur axe, lequel est perpendiculaire au diametre qui joint les taches noires; mais on ne voit celui-ci que quand ils se meuvent lentement. Ils sont d'une petitesse presque incroyable. M.r Leeuwenhoek est assez modéré dans son calcul, lorsqu'il nous dit (*Trans. Phil. N°. 213. pag. 198*), qu'il a vu des insectes, dans l'eau, si petits que 30000 pourraient à peine égaler en grosseur un grain de sable un peu gros. Mais je m'imagine qu'il criera au paradoxe, quand on lui dira qu'il peut les voir en appliquant tout simplement l'œil contre une goutte d'eau qui en contient. J'ai examiné plusieurs fluides transparens, comme de l'eau, du vin, de l'eau-de-vie, du vinaigre, de la bierre, de la salive, &c. & je ne me rappelle pas d'avoir trouvé aucune de ces liqueurs, sans plus ou moins de ces insectes. Mais je n'en ai point vu beaucoup en mouvement, excepté dans l'eau ordinaire qu'on a laissé reposer pendant plus ou moins de tems, comme M.r Leeuwenhoek l'a observé; quoique je ne me souvienne pas qu'il les ait remarqué dans l'eau avant qu'ils vinssent à s'agiter. Il y en a un si grand nombre dans les rivieres, après que l'eau a été troublée par la pluie, que l'eau paraît tenir en grande partie son opacité & sa blancheur de ces globules. Il s'en trouve dans l'eau de pluie aussi-tôt qu'elle tombe; l'eau de neige en contient davantage. Il y en a aussi dans la rosée qu'on voit sur les carreaux des fenêtres; ils paraissent être de la même gravité spécifique que l'eau dans laquelle ils nagent; ceux qui sont morts demeurant indifféremment dans tous les endroits du fluide. De plusieurs milliers que j'ai vus, je n'ai pu discerner au-

cune différence fenfible dans leurs diametres ; ils paraiffent de groffeurs égales dans l'eau qui a été bouillie ; ils confervent leur forme & quelquefois ils revivent.

958. J'ai vu, ajoûte M.r Gray, par ce moyen, une autre efpece d'infectes, mais on n'en trouve point fouvent, du moins cet hiver-ci. Ils font beaucoup plus longs que les premiers & peuvent prendre plufieurs formes. Ils font elliptiques pour la plupart; mais quelquefois ils deviennent prefque globulaires; & d'autre fois ils s'allongent au point d'être deux ou trois fois plus longs que larges. Ils tournent quelquefois fur eux-mêmes, en marchant, foit fur leurs axes ou fur leurs diametres; & ils font compofés de parties opaques & de parties tranfparentes.

959. Le même Auteur donne encore la defcription d'un autre microfcope d'eau de fon invention. *AB* eft une piece en cuivre qui peut avoir un feizieme de pouce d'épaiffeur; en *A* eft un petit trou de près d'un trentieme de pouce de diametre, fait dans le milieu d'une cavité fphérique d'environ un huitieme de pouce de diametre, & profonde d'un peu plus de la moitié de l'épaiffeur de la piece *AB*. De l'autre côté de cette piece, & précifément à l'oppofite de la cavité dont nous parlons, il y en a une autre qui eft fphérique auffi, de la moitié de la largeur de la premiere & affez profonde pour que la circonférence du petit trou foit prefque tranchante. On prend de l'eau fur la pointe d'une épingle ou d'une aiguille, & on la place dans ces cavités de maniere qu'elle forme une lentille d'eau convexe des deux côtés, laquelle aura fes courbures inégales, parce que les cavités font de différens diametres. Je préfere cette forme, parce que je trouve que l'on voit l'objet plus diftinctement avec cette lentille, qu'avec toute autre lentille d'eau plane-convexe, ou également convexe des deux côtés, formée fur les furfaces planes d'une plaque de métal. *CDE* eft la piece fur laquelle on place l'objet; fi c'eft de l'eau ou quelqu'autre liqueur, on la met dans le trou *C*; fi l'objet eft un folide, on le fixe à la pointe *F*. Cette piece eft fixée à la piece *AB* par la vis *E*; elle eft courbée en cet endroit afin que fa partie fupérieure *CF* puiffe refter à quelque diftance de la piece *AB*. Elle tourne autour de la vis *E*, pour pouvoir mettre le trou *C* ou la pointe *F* devant le microfcope

Fig

A, & amener l'objet à son foyer & l'y fixer. Il y a une autre vis d'environ un demi-pouce de long, qui passe au travers d'une plaque ronde & de la piece *AB*; cette vis & cette plaque tiennent à la piece *CE* en *D*, où est une fente un peu plus large que le diametre de la vis, laquelle est nécessaire pour pouvoir mettre le trou *C* ou la pointe *F*, suivant la nature de l'objet, au foyer de la lentille d'eau qui est en *A*. Car en tournant la vis *G*, on approche ou l'on éloigne la piece *CE* de ce foyer; on parviendra encore plus promptement à mettre l'objet au foyer si, en tournant la vis d'une main, on tient de l'autre le microscope par l'extrémité *B*, & qu'on regarde au travers de la lentille d'eau jusqu'à ce qu'on voye l'objet très-distinctement. Pour former la piece *CE*, il faut prendre une plaque de cuivre mince & bien battue, afin que par son ressort elle puisse mieux suivre le mouvement de la vis. Si le trou *C* fait dans la piece *CE* est rempli d'eau, sans qu'elle soit de forme sphérique, tous les objets qui y seront renfermés seront vus plus distinctement.

960. Le trou *B* est fait pour voir des animaux dans l'eau par la réflexion de sa surface postérieure, comme on l'a décrit ci-dessus.

Fig. 734 & 735. 961. Passons à la description d'un autre microscope, qui est de M.r Wilson. Ce microscope est composé de deux tuyaux dont l'un entre dans l'autre. Le premier *D* est formé extérieurement en vis & est d'une longueur un peu moindre que la distance focale d'un verre convexe *C* placé au bout de ce tuyau. Le second *AABB* est ouvert des deux côtés pour pouvoir approcher l'objet du microscope. Dans ce tuyau est contenu un ressort spiral formé d'un fil de laiton, dont une extrémité tient au bout *AA* de ce tuyau, opposé à celui par lequel entre le premier *D*; ce ressort porte contre deux plaques de cuivre minces & mobiles *E*, *F*, pour les presser l'une contre l'autre, & retenir par ce moyen l'objet dans sa situation, après l'avoir placé de la maniere qu'on dira plus bas, entre les plaques, & l'avoir approché convenablement de la lentille du microscope, par le secours du tuyau *D*. Il y a au bout *AA* du tuyau extérieur, percé d'une ouverture formant un écrou, une piece *M* dont une partie est formée en vis & qui entre par-là dans le tuyau; au sommet de cette partie est une petite cavité où se logent les lentilles qui appartiennent au microſcope. Ces lentilles ſont au nombre de 9, dont 8 ſont enchaſſées dans de l'yvoire de la maniére qu'on le voit repréſenté en *M*. Elles ſont diſtinguées par des numéros. Celle qui amplifie davantage, eſt marquée N.° 1; celle qui amplifie le plus aprés celle-là, a le N.° 2, & ainſi de ſuite. La 9.^{e} lentille n'eſt point marquée, mais elle eſt enchaſſée dans une eſpece de petit baril d'yvoire, comme on le voit en *b*. En *ee* eſt une regle d'yvoire, dans laquelle il y a trois trous ronds *f*, *f*, *f*, où l'on met trois objets & même plus, renfermés entre deux verres minces ou talcs arrêtés par des anneaux de cuivre, quand on veut ſe ſervir des lentilles qui groſſiſſent le plus. On peut avoir huit de ces regles & même autant que l'on voudra.

962. Voici comme on ſe ſert de cet inſtrument. Ayant ôté le manche *W* de l'inſtrument de la Figure 735, taraudé par le bout, & l'ayant appliqué au microſcope par le moyen de la vis *S*, prenez une de vos regles d'yvoire *ee*, & introduiſez-la entre les deux plaques minces de cuivre *E*, *F* (dont celle de deſſus a une cavité cylindrique plus ou moins grande), de manière que l'objet ſoit bien au milieu du microſcope, obſervant de mettre le côté de la regle *ee* où ſont les anneaux de cuivre, le plus loin du bout *AA* de l'inſtrument; mettez enſuite dans l'endroit de la piece *M* deſtiné à recevoir les lentilles, les 3^{e}, 4^{e}, 5^{e}, 6^{e} ou 7^{e}, & placez cette piece au bout *AA* de l'inſtrument, où elle doit être. Cela étant fait, appliquez l'inſtrument contre votre œil par cet endroit-là; & pendant que vous regardez l'objet au travers de votre lentille, tournez le tuyau *D* pour approcher ou éloigner l'objet juſqu'à ce que vous le voyiez clairement & diſtinctement; ſi vous vous ſervez de lentilles qui groſſiſſent beaucoup, comme alors vous ne pouvez voir qu'une partie de l'objet, par exemple, les jambes & les pattes d'une puce, prenez, pendant que vous regardez une partie de l'objet, le bout de la regle *ee*, où il eſt, & faites-le marcher doucement; vous pourrez voir de cette manière ſucceſſivement tout l'objet, ou telle partie qu'il vous plaira; & ſi cette partie n'eſt pas à la diſtance convenable pour le bien voir, vous pourrez toujours l'y mettre par le ſecours du tuyau *D*.

963. On peut de cette manière voir tous les objets tranſparens, comme les liquides, les ſels; de petits inſectes, comme

des puces, des mites, &c. Quand les objets ſont vivans, il faut, de peur de les tuer ou de les bleſſer, avoir ſoin, après les avoir placés entre les verres ou talcs, leſquels doivent être un peu concaves, de ne pas preſſer les anneaux qui arrêtent ces talcs; ſi les objets ſont des pouſſieres ou des liquides, une petite goutte de liquide ou un peu de pouſſiere mis ſur le verre *ff* & appliqué au microſcope de la manière qu'on a vu, ſe verra très-aiſément.

964. Quant aux premiere, ſeconde & troiſieme lentilles du microſcope, qui ſont diſtinguées par une croix ſur l'yvoire où elles ſont enchaſſées, on ne doit s'en ſervir qu'avec les regles qui ont la même marque, dans leſquelles les objets ſont renfermés entre deux talcs bien minces; parce que l'épaiſſeur des verres dans les autres regles empêchent l'objet d'approcher de ces fortes lentilles autant qu'il eſt néceſſaire. Quant à la manière de s'en ſervir, elle eſt la même que pour les autres. Il n'y a que cette ſeule choſe à obſerver, c'eſt d'avoir ſoin, quand on ôte ou que l'on met la regle *ee*, où eſt l'objet, ou qu'on la meut pour paſſer d'un objet à un autre, de ne point la laiſſer frotter contre la lentille; ce qu'on évite en déviſſant un peu le tuyau *D*, quand on met ou qu'on ôte la regle, ou qu'on veut paſſer d'un objet à l'autre.

965. Pour voir la circulation du ſang aux extrémités des arteres & des veines, dans les parties tranſparentes des queues de poiſſon, &c., il y a deux tuyaux de verre, l'un plus grand & l'autre plus petit, comme on le voit repréſenté en *gg*, dans leſquels on met le poiſſon : lorſqu'on veut ſe ſervir de ces tuyaux, il faut tourner le tuyau *D* dans le ſens qui tend à le faire ſortir, juſqu'à ce que le tuyau *gg* puiſſe être reçu avec facilité dans le creux *G* que laiſſent entr'elles les deux plaques de cuivre *E*, *F*. On met enſuite la queue du poiſſon vis-à-vis la lentille du microſcope, & par le ſecours du tuyau *D*, on l'amene à la diſtance où l'on peut voir aiſément le ſang circuler.

966. On ne peut pas voir auſſi bien la circulation avec les premiere, deuxieme & troiſieme lentilles, parce que l'épaiſſeur du tuyau de verre, dans lequel eſt le poiſſon, empêche de mettre l'objet au foyer de la lentille.

967. L'autre inſtrument (*Fig.* 735) eſt fait de cuivre ou de

tombac. Il a différentes charnieres *P*, *P*, *P*, pour tourner aisément de tous côtés, & de petites pinces *G*, *G* pour saisir les objets, lesquelles s'ouvrent en *K*, en pressant ensemble les têtes des chevilles *I*, *I*. A l'autre bout de ces pinces *G*, *G* est vissée une piece *H* ronde & de bois noir, dans laquelle est enchassé un morceau d'yvoire pour placer des objets opaques dessus, suivant la différence de leur couleur. Il y a à l'extrémité *L* une vis qu'on fait entrer dans le petit baril d'yvoire, dans lequel le verre *b* est enchassé. Quand on se sert des autres verres, il y a un anneau de cuivre *R* qui se visse à la même extrémité *L*, dans lequel on peut insérer tous les autres verres *M*. Ainsi lorsque quelqu'objet est saisi entre les extrémités de la pince *K*, ou posé sur l'autre bout *H*, on peut facilement le mettre à la vraie distance de celui des verres *M* qu'on voudra, par le secours des charnieres *P*, *P*, *P*, & par le moyen de la vis *C* & de l'écrou *D*, qui étant réglés par un ressort *N*, ameneront l'objet exactement à la distance où il doit être pour qu'on le voye distinctement.

968. Comme la lentille enchassée dans le petit baril *b*, est celle qui amplifie le moins, on ne s'en sert, soit avec l'instrument qui vient d'être décrit, soit en le tenant dans la main, que pour les plus grands objets, comme des mouches & insectes ordinaires, &c. en se souvenant de mettre le trou *b* contre l'œil.

969. Il faut prendre garde, pendant qu'on regarde les objets, que quelqu'obstacle n'empêche la lumière de tomber dessus, particulierement lorsque les objets qu'on regarde sont opaques; car on ne peut rien voir avec les meilleurs verres, à moins que l'objet ne soit à une distance convenable & ne soit éclairé suffisamment. La meilleure lumière pour les regles dont on a parlé, où l'objet est renfermé entre deux verres, est, lorsqu'il fait beau, la lumière du ciel directe ou réfléchie par un miroir, ou la lumière du soleil réfléchie par quelque chose de blanc. La lumière d'une bougie est bonne aussi pour voir des objets très-petits. Le verre convexe *C* ne sert qu'à rendre la lumière plus dense, lorsqu'elle vient à tomber sur l'objet, après avoir passé par un trou médiocre fait dans la plaque *F*.

970. Venons actuellement aux microscopes doubles. Celui que nous allons décrire est de Marshal. Ce microscope est composé

Fig. 736. de trois verres. L'oculaire eſt en *W*; l'objectif en *C*; le verre du milieu en *A*1; *B* eſt un couvercle pour garantir de la pouſſiere l'oculaire *W*; *X* eſt la place de l'œil; *W* une vis où eſt l'oculaire; *A*1 une autre vis dans laquelle eſt le verre du milieu; *A*2 l'endroit juſqu'où va le tuyau intérieur; *Z* la baſe ſur laquelle le microſcope eſt porté ſolidement; *T* un petit tiroir, qui appartient à cette baſe, dans lequel eſt un eſpace ſéparé, diviſé en ſix parties faites pour contenir autant d'objectifs de différentes ſpheres, placés dans de petites boîtes qui ſe viſſent en *C* & ſont marquées 1, 2, 3, 4, 5, 6; ces petits eſpaces ſont auſſi marqués 1, 2, 3, &c.; l'autre partie du tiroir ſert pour mettre une plaque *a* ſur laquelle ſe met l'objet; de petites pinces *b* pour ſaiſir ou pour arranger l'objet convenablement; & une autre plaque *d* blanche d'un côté & noire de l'autre, pour mettre les objets, les noirs ſur le côté qui eſt blanc & les blancs ſur celui qui eſt noir. *L* eſt une boule de cuivre logée dans une portion de ſphere creuſe *M*, au moyen de laquelle le microſcope ſe met dans la poſition que demande la lumière. *KO* eſt une tige de cuivre carrée, dans la direction de laquelle le microſcope monte & deſcend par le moyen de la boîte *E* à laquelle tient le bras *D* qui porte le microſcope. *G* eſt une autre boîte de cuivre qui monte & deſcend le long de la tige *KO*; cette boîte a une petite vis *H* avec laquelle on l'arrête ſur cette tige à telle hauteur qu'on veut. *I* eſt une eſpece de roſette, au centre de laquelle eſt un écrou dans lequel entre la vis *F* qui eſt fixée à la boîte *E*; en tournant cette roſette (ayant auparavant fixé la boîte *G* à la tige avec la vis *H*), on fait monter ou deſcendre le microſcope le long de la tige, & on l'approche ou on l'éloigne de l'objet *Pc*; &, ce qui eſt auſſi d'un très-grand avantage, l'axe du microſcope répond toujours au point de l'objet auquel il répondait d'abord, enſorte que l'on n'a point ici, comme dans d'autres inſtrumens, l'inconvénient de perdre de vue l'objet, en élevant ou abaiſſant le verre *C*. *PQ* eſt une plaque de verre ſur laquelle on met des objets, fixée dans un chaſſis de cuivre porté par un bras *NN* qui tient à la tige par le moyen de la noix *O*. Dans le bras *NN* eſt une fente par laquelle on le met ou on l'ôte aiſément de la tige, & on le fixe à telle diſtance qu'on veut. *P* eſt

P eſt un petit poiſſon placé ſur la plaque de verre, pour voir la circulation du ſang à l'extrémité de la queue, en *c*. *R* eſt un verre convexe qui ſert à raſſembler la lumière d'une bougie *S* placée par terre, ſur cet endroit *c* de la queue de ce poiſſon, (le microſcope étant poſé ſur le bord d'une table) pour voir mieux la circulation du ſang. *V* eſt un couvercle de plomb qui ſe met ſur le poiſſon pour l'empêcher de s'enfuir & d'écarter la queue de la lumière. 1, 2, 3, 4, 5, 6 ſont des marques ſur la tige *KO*, qui montrent les diſtances de l'objet auxquelles les objectifs doivent être placés, ſuivant leur force amplificative plus ou moins grande. Ainſi, ſi on veut ſe ſervir de l'objectif 5 ou 6, dont chacun fait voir la circulation du ſang, il faut fixer le bord ſupérieur de la boîte *E* à la marque 5 ou 6 de la tige; & alors il s'en faudra peu que le microſcope ne ſoit exactement à la diſtance de l'objet où il doit être; enſorte que par un petit tour ou deux de la roſette *I*, d'un ſens ou de l'autre, vous l'aurez bien-tôt placé comme il doit être pour votre œil.

971. On peut examiner fort commodément les liqueurs avec ce microſcope; car ſi l'on met une petite goutte de quelque liqueur que ce ſoit ſur la plaque de verre, préciſément au milieu de la lumière *c*, les parties de cette liqueur deviendront très-viſibles, & s'il s'y trouve de petits animaux, on les appercevra. On peut voir de cette manière les anguilles qui ſont dans le vinaigre, les petits animaux que contient l'eau où l'on a jetté du poivre, ou celle dans laquelle on a fait infuſer du blé, de l'orge &c., les anguilles & autres petits animaux qui ſe trouvent dans l'eau troublée, auſſi parfaitement qu'avec quelque microſcope que ce ſoit.

972. Le Docteur Hook dit dans la Préface de ſa Micrographie, que dans la plupart de ſes obſervations, il ſe ſervait d'un double microſcope, dont il conſervait le verre du milieu lorſqu'il voulait voir à la fois une grande partie d'un objet, & l'ôtait lorſqu'il voulait examiner avec plus de ſoin les petites parties des objets : car moins il y a de réfractions, plus l'objet paraît avec éclat. Il dit relativement à cela, qu'on voit les objets plus diſtinctement & qu'ils paraiſſent plus amplifiés au travers d'un globule de verre préparé comme ci-deſſus (*Art.* 947), qu'au travers d'un microſcope double; cependant il ſe ſervait rarement d'un microſcope ſimple, à cauſe de la difficulté de placer les objets auſſi près du globule qu'ils doivent être.

973. Comme l'ouverture de l'objectif d'un microscope double doit être très-petite pour que l'objet soit représenté distinctement, & par conséquent ne peut recevoir que peu de la lumière de cet objet, le moyen de remédier à cet inconvénient est d'éclairer l'objet autant qu'il est possible. Le Docteur Hook choisissait une chambre qui n'avait qu'une fenêtre située au midi ; à la distance de 3 ou 4 pieds de cette fenêtre, il plaçait son microscope double sur une table, & avec un globe de verre plein d'eau, ou avec une lentille plane convexe épaisse, il rassemblait la lumière sur l'objet ; ou, lorsque le soleil paraissait, il mettait un morceau de papier huilé fort près de l'objet, & avec un très-grand verre ardent, il faisait tomber les rayons du soleil sur ce papier, afin qu'il y eût beaucoup de lumière transmise au travers de ce papier à l'objet ; mais le papier étant sujet à s'enflammer lorsque le foyer des rayons tombait dessus, il lui substituait quelquefois un morceau de verre plan qui n'était qu'adouci, lequel étant échauffé par degrés, supportait une chaleur beaucoup plus grande que le papier huilé, & par conséquent transmettait plus de lumière à l'objet. Il dit que par ce moyen la lumière du soleil était distribuée plus également sur la surface de l'objet, que si elle y était parvenue directement ; parce qu'alors n'ayant qu'une seule direction, elle serait réfléchie trop fortement par quelque partie de l'objet, & pourrait empêcher de voir le reste qui serait dans l'ombre. La nuit, il éclairait son objet avec la lumière d'une lampe, qu'il rompait auparavant en la faisant passer au travers d'un globe plein d'eau ou de saumure qui rompt plus que l'eau, & ensuite d'une lentille plane convexe au moyen de laquelle il la rassemblait sur l'objet dans un plus petit espace. Il plaçait du côté de la lampe opposé à celui où était le globe, un miroir concave pour réfléchir une partie des rayons sur ce globe. Je ne conçois pas pourquoi M.r Hook prescrit toujours une lentille plane convexe ; car il est évident qu'une lentille convexe des deux côtés rassemblera un pinceau de rayons dans un espace beaucoup plus petit qu'une lentille plane convexe de la même sphere, parce que son foyer principal est deux fois plus près de la lentille. Mais après tout, quoiqu'il soit très-avantageux d'éclairer d'autant plus l'objet, qu'on veut l'amplifier davantage, en se servant de petits objectifs, il observe que malgré la grande lumière, on commence, passé

un certain degré d'amplification, à retrouver de l'obſcurité.

974. M.r Leewenhoek au contraire ne s'eſt preſque jamais ſervi que de microſcopes ſimples dans toutes ſes obſervations. Ces microſcopes étaient compoſés d'une petite lentille convexe des deux côtés, miſe entre deux plaques d'argent percées d'un petit trou. Toutes ces lentilles faiſaient voir l'objet très-clairement & très-diſtinctement; ce qu'on doit attribuer au ſoin extrême avec lequel il choiſiſſait le verre dont il les formait, & à l'exactitude avec laquelle il leur donnait la figure; à quoi l'on doit ajoûter qu'après en avoir travaillé pluſieurs, il ne réſervait que ceux qui lui paraiſſaient excellens. Comme c'étaient tous verres travaillés, ils ne groſſiſſaient pas autant que ces petits globules dont on fait ſouvent des microſcopes, & auxquels il les préférait, parce qu'amplifiant moins ils faiſaient voir l'objet plus clairement. Nous ne devons pas non plus laiſſer ignorer qu'une choſe qui a beaucoup contribué à ſes ſuccès, eſt l'art infini avec lequel il ſavait préparer les objets pour pouvoir découvrir ce qu'il y avait en eux de plus caché.

975. Si l'on eſt curieux de deſſiner avec exactitude les objets vus avec des microſcopes doubles, on peut s'aider d'une eſpece de treillis formé de fil d'argent très-fin, placé dans le plan de l'image formée par l'objectif, ou de petits carrés tracés avec le diamant ſur un verre plan; car on n'aura qu'à tracer les parties de l'objet qu'on voit dans les carrés du treillis, dans les carrés correſpondans d'un treillis ſemblable formé ſur le papier. Cela peut être utile encore dans les recherches philoſophiques, pour connaître les meſures exactes des différens vaiſſeaux & autres parties des ſubſtances animales & végétales; on peut auſſi, comme M.r Baltazar l'a obſervé dans ſon Traité ſur les Micrometres, obtenir très-exactement ces meſures avec un micrometre de la même forme que ceux qu'on emploie dans les lunettes; car ouvrant les fils d'un micrometre juſqu'à ce qu'ils comprennent exactement un objet d'une longueur connue, par exemple, d'un dixieme de pouce, & obſervant le nombre de révolutions dans cette ouverture, on peut trouver, par une regle de Trois, le diametre de tout autre objet, qui répond à un nombre connu de révolutions.

976. M.r Jurin nous donne dans ſes Diſſertations Phyſico-mathématiques un moyen exact & prompt de faire la même choſe

ſans micrometre. Il faiſait pluſieurs tours avec un fil d'argent très-fin ſur une aiguille ou ſur quelqu'autre corps ſemblable, de manière que les révolutions du fil ſe touchaient exactement; pour s'en aſſurer, ils les examinait avec un microſcope très-attentivement. Enſuite il prenait avec un compas l'intervalle entre les deux révolutions extrêmes, & appliquait cette ouverture du compas ſur une échelle de dixme d'un pouce diviſé en cent parties; & diviſant cette meſure par le nombre des tours du fil, il parvenait à connaître l'épaiſſeur de ce fil. Il le coupait enſuite en très-petits morceaux, puis, ſi l'objet était opaque, il les jettait deſſus, & s'il était tranſparent, il les mettait deſſous; enſuite il comparait à la vue les parties de l'objet avec l'épaiſſeur des fils qui leur étaient contigus.

977. Par cette méthode, il obſerva que quatre globules de ſang humain étaient à peu près égaux à un de ces fils, qu'il avait trouvé de $\frac{1}{485}$ de pouce, enſorte que le diametre d'un de ces globules était de $\frac{1}{1940}$ de pouce; ce qui a été auſſi confirmé par les obſervations de M.r Leeuwenhoek ſur le ſang humain, qu'il fit avec un morceau du même fil que lui envoya le Docteur Jurin (*Tranſ. Philoſ. N°. 377*).

978. On doit encore à M.r Jurin deux autres obſervations faites avec le microſcope, par leſquelles il détruit l'erreur où l'on était que les globules du ſang ſont plus légers que le *ſerum*; ce qui avait fait croire que ces globules contenaient de l'air ou quelque fluide élaſtique. J'ai mis ſouvent, dit M.r Jurin, devant un microſcope, ſur un verre net, une goutte de *ſerum*, dans lequel j'avais fondu un peu de ſang, & j'ai obſervé que lorſque je tenais le verre dans une ſituation perpendiculaire, les globules de ſang deſcendaient au fond de la goutte, & qu'en renverſant le verre, ils deſcendaient de nouveau au travers du *ſerum* juſqu'au fond. Cela m'a réuſſi également en mettant un peu de *ſerum* & de ſang dans un tuyau capillaire; & M.r Leeuwenhoek a auſſi obſervé la même choſe. Ainſi il n'eſt nullement probable que les globules de ſang ſoient de petits globes remplis d'air ou de quelqu'autre fluide plus léger que le *ſerum*; & l'expérience ſuivante va faire voir qu'ils ne ſont point remplis d'aucune eſpece de fluide élaſtique. J'ai fondu dans un peu de *ſerum* du ſang humain, n'en mettant qu'autant qu'il en fallait pour que

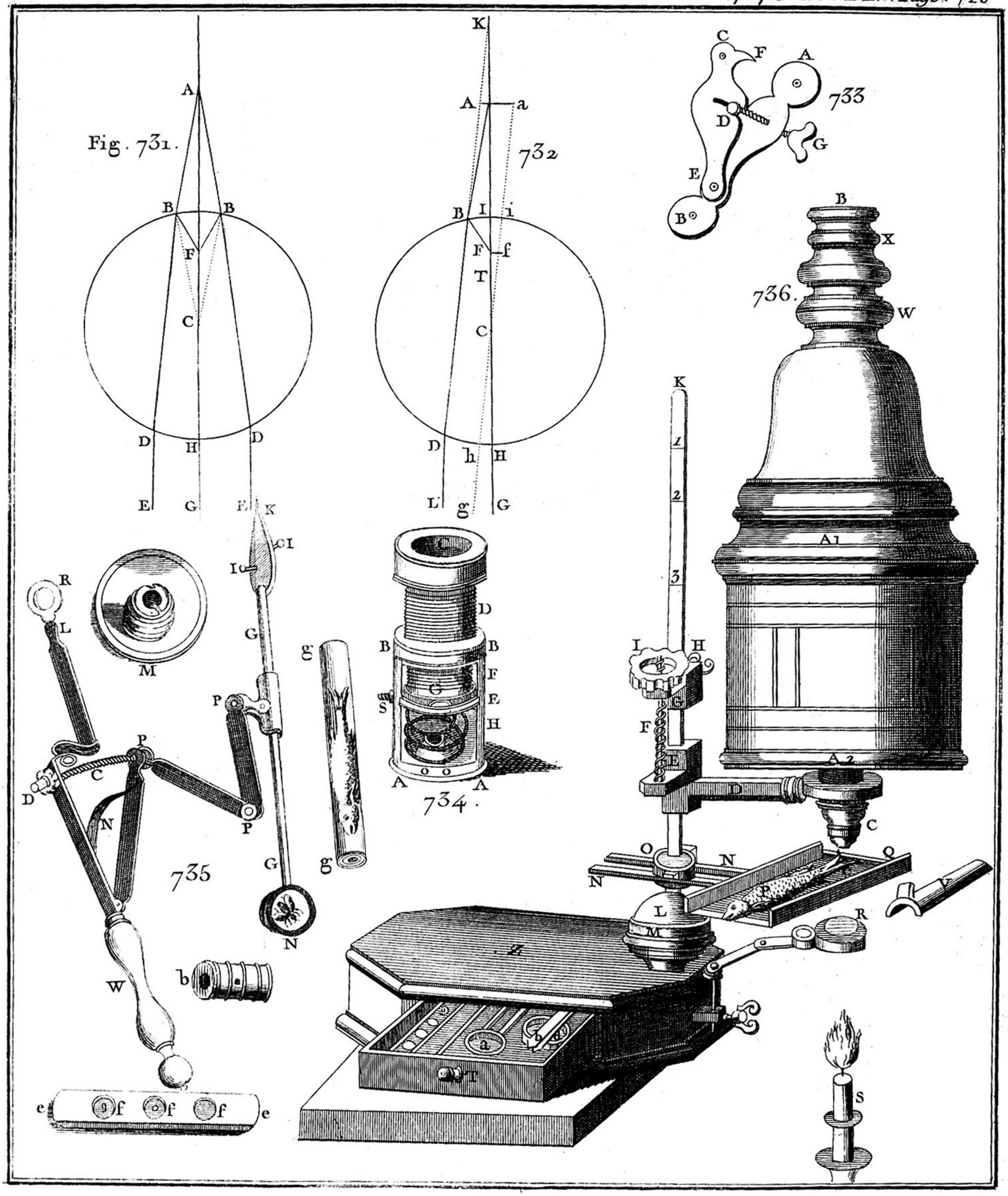


Fig. 731.
732
733
734.
735
736.

les globules ne fussent pas assez près les uns des autres pour empêcher de les voir distinctement; puis ayant mis une goutte de cette liqueur dans un tuyau de verre mince, j'ai ajusté le tuyau à la machine pneumatique & j'ai mis un microscope à côté, ensorte que je pouvais voir les globules de sang au travers du tuyau. Après cela, j'ai fait pomper l'air du tuyau, ayant pendant tout le tems l'œil fixé sur les globules, pour voir s'ils se dilataient à mesure qu'on pompait l'air; mais je n'ai pu appercevoir le moindre changement; ils me parurent dans le vuide exactement de la même grosseur qu'auparavant; au lieu que s'ils avaient été remplis d'un fluide élastique, ou ils auraient crevé, ou ils se seraient dilatés jusqu'à devenir 70 ou 80 fois plus gros qu'ils n'étaient. Ayant ensuite tourné la clef & laissé rentrer l'air dans le tuyau, les globules de sang demeurerent de la même grosseur que dans le vuide.

979. Nous mettrons fin à ce Chapitre par la description d'un microscope double exécuté par M.rs Culpeper & Scarlet, dans lequel les objets sont illuminés par réflexion. Le tuyau *ab* de ce microscope qui entre & glisse dans l'autre tuyau *cd*, contient tous les verres. L'oculaire est en *aa*, le verre du milieu en *bb*, l'objectif est placé dans une petite boîte *e* qui se visse au bout du tuyau plus étroit *fg*, lequel est fixé à la base du tuyau intérieur & passe librement par un trou pratiqué dans la base du tuyau extérieur. Les petites boîtes qui contiennent les différens verres objectifs, sont marquées 1, 2, 3, 4, &c., & sur la convexité du tuyau intérieur sont tracés des cercles marqués 1, 2, 3, &c. & ainsi numérotés pour faire coïncider avec l'extrémité *cc* du tuyau *cd*, celui qui est marqué du même nombre que l'objectif qu'on emploie alors. Mais si l'on ne voit pas encore l'objet distinctement, il faut dévisser par degrés la petite boîte *e* pour rapprocher le verre de l'objet qui est placé au dessous. On reconnaît les verres qui amplifient davantage à leur ouverture qui est plus petite que celle des autres. Fig. 7

980. La base *dd* du tuyau extérieur est portée sur trois pieds de cuivre fixés à la base *h*. Il y a un peu au-dessous de l'objectif *f*, une plaque circulaire *ikl* située entre ces trois pieds, laquelle a trois entailles chacune en demi-cercle, pour les recevoir, & est portée sur trois anneaux qui les entourent. Il y a trois petits cercles *mn* percés d'un trou au milieu, qu'il faut

placer ſur le trou k fait au milieu de la plaque ikl; & alors on peut mettre la regle d'yvoire o entre les deux cercles les plus élevés, leſquels ſont preſſés l'un contre l'autre par un reſſort formé en ſpirale placé entre les deux cercles inférieurs; les deux cercles extrêmes ſont retenus enſemble par trois petits montans qui paſſent par trois trous dans la circonférence du cercle du milieu. Pour voir la circulation du ſang, il y a une petite piece p finiſſant par un bouton, fixée au-deſſous d'une eſpece de cadre portant un large verre plan qr; on la paſſe par une petite fente i faite dans la plaque ikl, ſous laquelle eſt une petite plaque de cuivre s que l'on pouſſe en haut juſqu'à ce qu'elle ait reçu, dans une petite ouverture qui y eſt faite, la piece p; ayant enſuite placé le poiſſon ſur le verre & mis deſſus le couvercle t, on peut aiſément en conduire la queue ſous l'objectif, en tournant le verre pq ſur la petite piece s, ou en le pouſſant ou le tirant le long de la fente i. La plaque circulaire vx ſur laquelle on met les objets, a auſſi à ſon centre une petite piece ſemblable à la piece s, qu'on paſſe de même par la fente i; enſorte que l'on peut voir ſucceſſivement les différens objets mis entre deux talcs placés dans des trous faits tout autour de la plaque, en la tournant ſur ſon centre.

981. On éclaire très-bien, dans ce microſcope, tous les objets tranſparens, ſoit avec la lumière d'une bougie ou celle du jour réfléchie en haut par un miroir concave yz placé dans un cadre ſur le centre h de la baſe. Pendant qu'on eſt à examiner l'objet avec le microſcope, il faut tourner ce miroir ſur l'axe yz, pour trouver la poſition dans laquelle il réfléchit le plus de lumière ſur l'objet au travers du trou k; ce qui arrive lorſqu'il réfléchit les rayons très-obliquement. Si les objets ſont opaques, on les met ſur une plaque d'ébene ou d'yvoire dans le trou k ſur la plaque ikl, & on les éclaire avec la lumière d'une bougie tranſmiſe au travers d'une lentille $a'b'$ convexe des deux côtés, en mettant dans le trou l de la plaque ikl le pied c' de la chape $a'b'c'$ dans laquelle tourne le cadre $a'b'$ où eſt enchaſſée la lentille. La bougie doit être placée dans une ligne tirée de l'objet par le milieu de la lentille, à une diſtance telle que la lumière occupe le plus petit eſpace poſſible ſur la plaque où eſt l'objet. Il y a peu à gagner dans le jour à faire paſſer la lumière du ciel au travers de cette lentille.

982. N'ayant point d'appareil convenable pour un microſcope catoptrique, je fis les épreuves dont j'ai parlé dans l'Article 701, avec celui-ci. Ayant ôté le miroir concave avec ſon cadre *yz*, & ayant cimenté le derriere d'un miroir concave de métal *AB* au haut d'un petit cylindre de bois *C* d'environ un pouce de long, je mis ce cylindre dans un tuyau de cuivre creux *D* dont les côtés étaient fendus ſuivant leur longueur, pour faire reſſort contre le cylindre *C* & le ſupporter par-là à une hauteur donnée. Je viſſai enſuite le fond de ce tuyau au centre de la baſe *h* du pied de l'inſtrument, au moyen d'une vis qui paſſait par deſſous. Je plaçai mon objet au-deſſus du trou *k* ſur le verre plan *rq*; je l'illuminai, la nuit, avec la lumière d'une bougie, rompue par la lentille *a'b'* : ayant enſuite ôté l'objectif & le verre du milieu *bb*, je trouvai la diſtance de l'oculaire *aa* au miroir, en tirant ou enfonçant le tuyau qui le contient, ou en inſérant un tuyau plus long. Je crois que les expériences auraient mieux réuſſi, ſi j'avais entouré le miroir de métal d'un tuyau large & noirci intérieurement, qui ſe fût étendu depuis la baſe *h* juſqu'au trou *k* de la plaque *ikl*, pour empêcher qu'il ne tombât d'autre lumière ſur le miroir que celle qui venait de l'objet même. Fig. :

1031. M.r Lieberkuhn, de l'Académie de Berlin, a inventé une autre eſpece de microſcope pour les objets tranſparens ou du moins qui ne ſont pas trop opaques, auquel il a donné le nom de *Microſcope Solaire*, parce qu'il ne peut ſervir qu'avec la lumière du ſoleil. C'eſt, comme on l'a déja remarqué, une eſpece de lanterne magique éclairée par la lumière du ſoleil. Il n'en differe qu'en ce que ce n'eſt point un objet peint ſur un verre, qui eſt repréſenté, mais un objet réel placé entre deux talcs ou ſur un ſeul, & qu'au lieu de deux lentilles placées au-delà du porte-objet, il n'y en a qu'une d'un foyer plus court. Pour en faire uſage, on l'applique, comme on dira plus bas, au volet d'une fenêtre expoſée aux rayons du ſoleil, la chambre étant bien fermée & bien obſcure.

1032. Voici de quelles parties cet inſtrument eſt compoſé. *H* (*Fig.* 739) eſt un miroir plus long que large, enchaſſé dans un cadre de cuivre, qui s'avance en dehors de la fenêtre quand le microſcope eſt appliqué au volet, pour recevoir les rayons du ſoleil & les réfléchir dans l'intérieur de l'inſtrument. *FG* eſt une plaque carrée de cuivre qui s'attache par deux vis au volet de la fenêtre, dans lequel eſt pratiquée une ouverture pour pouvoir paſſer le miroir. Dans le milieu de cette plaque eſt une roue dentée cachée par un anneau de cuivre placé au-deſſus, qui ſe meut par le moyen d'un pignon *E* ſitué à un des angles de la plaque. Dans le trou qui occupe le centre de cette roue ou de la plaque, eſt fixée extérieurement, c'eſt-à-dire du côté du miroir, une lentille convexe d'environ 8 à 10 pouces de foyer. Sur le devant de la plaque & immédiatement ſur le trou dont nous parlons, eſt viſſé un tuyau *C*, dans lequel gliſſe un autre tuyau *B*. Au bout *A* de ce dernier tuyau on viſſe un microſcope ſimple, tel que celui de Wilſon. Il eſt preſque ſuperflu de dire qu'on le viſſe par le bout qui porte le verre qui ſert à raſſembler la lumière ſur l'objet, & que de plus on ôte ce verre.

1033. Pour ſe ſervir de cet inſtrument,

il faut choisir une chambre qui ait une fenêtre exposée aux rayons du soleil, bien fermer cette chambre & faire au volet de la fenêtre un trou par lequel on puisse passer le miroir. Après l'y avoir passé, on visse la plaque *FG* solidement au volet & on tourne ensuite le pignon qui fait marcher la roue avec le miroir, pour disposer le miroir par rapport au soleil, de manière que les rayons tombent sur le verre convexe & pénétrent dans l'instrument. Il faut avoir soin que le faisceau de rayons solaires tombe perpendiculairement sur le verre convexe. Afin de pouvoir donner au miroir la position nécessaire pour qu'il réfléchisse les rayons suivant cette direction, il y a de l'autre côté de la plaque une petite roue & une vis sans fin qui servent à faire monter & descendre ce miroir jusqu'à ce qu'il parvienne dans cette position. On visse ensuite au bout *A* du tuyau mobile *B*, le microscope simple privé de la piece qui en porte la lentille, & l'on met entre les deux plaques du microscope la regle où sont les objets qu'on se propose d'examiner. Puis on enfonce ou l'on tire le tuyau mobile *B*, jusqu'à ce qu'on ait fait parvenir l'objet que porte la regle, à une petite distance du foyer du verre convexe où la lumière est fort dense & par conséquent très-vive. Enfin, on applique au bout du microscope simple la piece qui porte la lentille, & en tournant le tuyau extérieur de ce microscope, on approche la lentille de l'objet, autant qu'il est nécessaire pour que l'image qu'elle produit sur un écran couvert d'une feuille de papier blanc placé vis-à-vis, soit très-distincte & très-grande : plus elle est reçue loin du microscope, plus elle est grande; & ce qui surprend d'abord, c'est qu'à quelque distance que ce soit, (pourvu cependant qu'elle ne soit pas excessive), cette image est toujours distincte. Au lieu de la recevoir sur un écran, on est souvent obligé, à cause de son extrême grandeur, de la recevoir sur une toile qu'il faut avoir soin de prendre bien blanche.

1034. Cet instrument a l'avantage de représenter les objets beaucoup plus grands qu'aucun autre. Les images qu'il produit sont d'une grandeur difficile à croire : l'image de l'écaille d'une sole est de 12 ou 15 pieds de long & de 7 à 8 de large, une puce écrasée est représentée grosse comme un mouton, un cheveu paraît gros comme un ballet, &c. Aussi a-t-on déja remarqué que cet instrument peut nous faire découvrir dans les objets qui ne sont pas trop opaques, beaucoup de choses que les autres nous laisseraient toujours ignorer. Il a encore d'autres avantages qui lui sont particuliers; les yeux les plus faibles peuvent s'en servir sans la moindre fatigue ; plusieurs personnes peuvent observer, en même tems, le même objet, en examiner toutes les parties, & s'entretenir de ce qu'elles ont sous les yeux : ce qui les met en état de se faire bien entendre & de trouver la vérité ; au lieu que dans les autres microscopes, on est obligé de regarder, par un [illegible] trou, l'un après l'autre & souvent de voir un objet qui n'est pas dans le même jour ni dans la même position. Il est encore d'un grand secours pour ceux qui ne savent pas dessiner, & qui desireraient prendre la figure exacte d'un objet; car ils n'ont qu'à attacher un papier sur l'écran & tracer sur ce papier la figure qui y est représentée, avec une plume ou un crayon. (*Voyez l'Encyclopédie d'où ces dernieres remarques sont tirées*).

1035. M.r Lieberkuhn a aussi inventé un microscope pour les objets opaques. On a dû voir dans ce Chapitre combien il est difficile de les éclairer, même assez faiblement, ensorte qu'il n'a pas été possible jusqu'à cet ingénieux Académicien, de faire d'observations exactes sur ces objets. Le moyen qu'il a imaginé pour les éclairer parfaitement est aussi simple que sûr. Il consiste à mettre la lentille au centre d'un miroir concave d'argent parfaitement poli, lequel est percé pour la recevoir ; la lumière venant à tomber sur ce miroir, il est clair qu'il ne peut manquer de réfléchir sur l'objet une lumière directe & forte, & donner par conséquent la facilité de l'examiner avec toute l'exactitude possible.

1036. On emploie quatre miroirs concaves pareils à celui dont nous parlons & de différentes spheres ; ils sont destinés à recevoir quatre lentilles de différentes forces, pour observer les différens objets.

Fin du troisieme & dernier Livre.

ADDITIONS.

ADDITIONS.

Sur une difficulté concernant le mouvement rectiligne de la lumière.

1. QUand on considere qu'il n'y a point d'astre qui n'envoie des rayons de lumière à tous les autres, que l'univers est rempli d'une multitude de spheres de rayons dont les corps célestes sont les centres, qu'il n'y a pas de point sensible de l'horison qui n'envoie des rayons à tous les autres points, &c., il est presqu'impossible de concevoir comment la lumière ne se forme pas obstacle à elle-même dans les espaces immenses qu'elle traverse & conserve son mouvement rectiligne dans toutes les directions possibles sans jamais être détournée ; cela est si peu concevable que plusieurs l'ont crue incorporelle, & que tous ceux qui ont bien pesé la difficulté, ont vu la nécessité de lui attribuer une subtilité incomparablement plus grande que celle des parties de quelque corps que ce soit.

2. Ceux qui pensent que la lumière est l'effet d'un mouvement d'oscillation dans un milieu subtil & élastique qui remplit l'univers, peuvent écarter la difficulté, en supposant les particules de ce milieu d'une petitesse suffisante ; puisque nous voyons par expérience que le son se propage dans l'air suivant toutes sortes de directions sans se nuire sensiblement. Mais cette hypothese sur la lumière n'étant pas la plus plausible, voyons dit M.r Melwill, auquel on doit ces réflexions, s'il ne serait point possible de résoudre la difficulté dans la supposition plus vraisemblable, que la lumière consiste dans une émission réelle des particules du corps lumineux, qu'il lance sans cesse de tous côtés & avec beaucoup de force.

3. Il faut d'abord remarquer que, quoique la subtilité des particules de la lumière puisse suffire seule pour expliquer son passage dans toutes les directions imaginables au travers des corps transparens & denses, elle ne suffit pas de même pour expliquer comment elle peut passer facilement au travers d'autre lumière également subtile ; il faut supposer de plus qu'elle est extrêmement rare lors même qu'elle est la plus dense, c'est-à-dire, que les demi-diametres de deux corpuscules lumineux les plus proches dans le même ou dans différens rayons, sont incomparablement plus petits que la distance à laquelle ils sont l'un de l'autre, aussi-tôt après leur émission.

4. Considérons un peu le chemin d'une particule de lumière qui vient d'une des étoiles fixes les plus éloignées, par exemple, de la petite étoile nommée *le Cavalier*, qui est dans la queue de la grande Ourse. Les particules par lesquelles nous voyons cette étoile, traversent d'abord tout l'espace qui l'environne, dans lequel il peut y avoir des planettes, & qui par conséquent, au cas que cela soit, doit être rempli d'autant de spheres de lumière. Il faut ensuite que ces particules passent au travers du torrent de lumière qui vient de l'étoile de la seconde grandeur que nous voyons auprès, & qu'après elles traversent tout l'espace qui environne le soleil, lequel est rempli de la lumière de cet astre, & de toutes les spheres de lumière réfléchie par les cometes, les planettes & leurs satellites. Ajoûtez à cela que dans chaque point sensible de leur trajet depuis l'étoile jusqu'à notre œil, elles ont à passer au travers de rayons de lumière qui viennent suivant toutes sortes de directions de chaque étoile, & que cependant elles ne doivent jamais avoir rencontré une seule particule de lumière, car autrement elles n'auraient pu parvenir à notre œil dans leur véritable direction. D'après cette réflexion on juge déja que la lumière doit être beaucoup plus rare & plus subtile qu'on ne le suppose ordinairement : mais allons un peu plus loin.

5. Un corps qui se meut parmi d'autres corps de même grandeur qui se meuvent aussi, est d'autant moins exposé à les rencontrer, que ces corps sont plus petits par rapport à l'espace dans lequel ils se meuvent. Il faut donc supposer, comme on l'a déja insinué, que la distance des particules de lumière les plus proches l'une de l'autre, qui se meuvent suivant la même ligne ou suivant des lignes différentes, doit excéder leur diametre, un nombre de fois incomparablement plus grand que nos nombres ordinaires, pour qu'une particule puisse passer dans chaque point sensible de son trajet; & que pour qu'elle puisse franchir librement l'espace compris depuis les étoiles fixes les plus éloignées, cet excès doit être encore multiplié par un nombre immense; que de plus cet excès ainsi augmenté doit être élevé à une puissance dont l'exposant est un nombre égal au nombre de toutes les étoiles fixes, des planettes & des cometes. En réfléchissant un peu à la ténuité presqu'infinie & à l'extrême rareté des corpuscules lumineux, qui résultent de ces considérations, on conçoit moins difficilement comment il se peut que la lumière ne soit point détournée en traversant des espaces immenses où se croise en tous sens d'autre lumière.

6. Quelques-uns ont cru que si les particules de lumière se repoussaient mutuellement, cela empêcherait qu'elles ne se troublent dans leurs mouvemens; mais la plus légere réflexion suffit pour voir le contraire. Car quoique par ce moyen ces particules pussent éviter de se rencontrer, elles ne manqueraient pas de se détourner les unes les autres de leur route rectiligne aussi-tôt qu'elles viendraient à se trouver à portée de leur pouvoir mutuel.

Sur l'espace que l'œil peut embrasser, &c.

7. Tout ce qu'on peut voir d'un seul coup d'œil doit être compris dans un angle plus petit qu'un droit. Car soit l'œil placé en O (*Fig. 740*) directement au-dessus de l'extrémité A de l'espace AB qui s'étend à l'infini vers B, ensorte que le rayon qui vient de A à l'œil soit perpendiculaire à AB; prenons un intervalle quelconque AD & menons la ligne OD: il est clair que l'angle A étant droit, l'angle AOD est nécessairement plus petit qu'un droit. Donc l'espace que l'œil peut embrasser est compris dans un angle moindre qu'un angle droit.

8. Un objet qui se meut avec quelque vîtesse que ce soit, paraît immobile si l'espace qu'il parcourt dans une seconde est imperceptible à la distance où l'œil est placé; & comme les astres, en tournant autour de la terre, n'ont aucun mouvement sensible, quoiqu'à chaque seconde de tems ils décrivent des espaces qui font dans notre œil un angle de 15 secondes, il s'ensuit qu'un espace parcouru par un corps, est imperceptible, & que par conséquent ce corps paraît en repos, si l'angle que cet espace soutend à notre œil n'est que de 15 secondes.

9. Le mouvement d'un objet n'est donc pas sensible, si l'espace qu'il parcourt dans une seconde est à la distance de cet objet à l'œil comme 1 est à 1200; car cet espace ne fait à l'œil qu'un angle de 17′ 11″.

Sur les degrés de lumière du soleil & des planettes.

10. Ce qu'on va voir est extrait de la Dissertation de M.r Euler sur ce sujet citée (*Note 81*); n'ayant fait que rapporter en cet endroit le résultat qu'avait donné pour la lumière de la lune l'application que ce grand Géometre fait de la solution générale du Problême où il détermine le degré d'éclat d'un corps céleste quelconque, à la détermination de la lumière de cette planette, nous croyons devoir insérer ici la solution dont nous parlons. On observera que quoique M.r Euler fasse consister la lumière dans un mouvement de vibration communiqué à l'éther par le corps lumineux, &c., les solutions seront également vraies dans le systême qui en fait une émanation réelle du corps lumineux.

Commençons par quelques observations générales.

11. Si l'on veut juger de la lumière d'un objet qui nous éclaire, il faut considérer cet objet même comme étant la source de la lumière que nous recevons, & avoir égard à notre situation par rapport à lui.

12. En considérant l'objet même d'où viennent les rayons de lumière, il y en

a de deux especes : les corps lumineux par eux-mêmes, c'est-à-dire, qui par une force qui leur est propre, lancent des rayons, comme le soleil, les étoiles, &c., composent la 1re ; la 2.e comprend les corps opaques qui ne sont visibles qu'autant qu'éclairés par quelque lumière, ils sont mis dans un état semblable à celui des corps lumineux par eux-mêmes, & deviennent propres à produire d'eux-mêmes des rayons de lumière qui les rendent visibles, tels sont les planettes, les cometes & tous les corps opaques terrestres.

13. Mais pour qu'un corps produise des rayons de lumière, il faut que les plus petites parties de sa surface soient dans un mouvement de vibration extrêmement rapide, qui se communiquant à l'éther, y produit ce qu'on nomme *rayons de lumière.* Et plus le mouvement de vibration dont les particules de la surface d'un corps sont agitées, aura de force & de rapidité, plus les rayons en auront aussi, & plus par conséquent elles auront d'éclat. Mais il est probable que toutes ne sont pas également susceptibles de s'animer du même mouvement de vibration ou qu'elles n'ont pas le même éclat, il est même possible qu'il y en ait qui n'en ayent point du tout. Pour avoir l'éclat d'une portion quelconque de la surface d'un corps, il faut donc composer ensemble tous les divers degrés d'éclat de ses particules; cette somme forme ce que M.r Euler nomme *l'éclat du corps lumineux.*

14. Outre l'éclat du corps lumineux, qualité qui lui est intrinséque, il faut avoir égard à la grandeur de la surface du corps, ou du moins à sa partie qui envoie des rayons sur un point proposé. Car puisque de chaque point de cette surface il émane des rayons, la quantité des rayons qui frapperont quelqu'endroit, dépendra nonseulement de l'éclat du corps lumineux, mais aussi de l'étendue de la surface ou du nombre des points lumineux qui y lancent des rayons. L'obliquité de la surface ne diminue point son effet, puisque chaque point d'une surface lumineuse est supposé envoyer des rayons de tous côtés également.

15. Enfin, pour déterminer la force de la lumière qui tombe en quelqu'endroit, il faut encore avoir égard à la distance du corps lumineux; puisque l'intensité de la lumière diminue, comme nous l'avons vu (*Art. 58*) en raison inverse du carré des distances.

16. M.r Euler se bornant à considérer l'éclat des seuls corps lumineux sphériques, commence par chercher le degré d'illumination que peut recevoir d'un corps semblable un point qui en est à une distance quelconque. Soit $HADB$ (*Fig. 741*) le corps lumineux & P le point qui en est éclairé, dont la distance PC au centre de ce corps soit représentée par a. Soit CA ou CB le rayon de ce corps $= b$, & E l'éclat d'un de ses élémens. Si l'on mene les tangentes PA, PB, elles détermineront la portion ADB de la surface qui éclaire le point P. Soit $PCA = PCB = p$, dont le complément CPA ou CPB marque le demi-diametre du corps lumineux vu de P. Supposant donc le demi-diametre apparent CPA ou $CPB = q$, on aura $p = 90° - q$.

17. Ff étant un élément de l'arc ADB, cherchons l'illumination que reçoit le point P de l'élément annulaire de la surface rayonnante, produit par la révolution de Ff autour de l'axe PD. Supposons l'angle DCF ou $DCG = r$; l'élément $Ff = bdr$; le demi-diametre EF de l'anneau $= b$ fin. r; & supposant le rapport du diametre à la circonférence représenté par celui de 1 à c, la surface de l'élément annulaire engendré par Ff, sera $= 2cb$ fin. $r \times bdr = 2cbbdr$ fin. r. De plus, la distance PF de P à chaque point de l'anneau, $= \sqrt{(aa + bb - 2ab \text{ cof. } r)}$. Mais la force de la lumière qui éclaire ce point P, est proportionnelle à l'éclat E d'un élément quelconque de l'anneau, à la surface de cet anneau & au carré de la distance, pris réciproquement; elle sera donc exprimée par $\dfrac{E.\, 2cbbdr \text{ fin. } r}{aa+bb-2ab \text{ cof. } r}$.

L'intégrale de cette différencielle prise de manière qu'elle s'évanouisse en faisant l'angle $r = 0$, exprimera l'illumination que le point P reçoit de la surface du segment sphérique engendré par ED. Or, cette intégrale est $\dfrac{cbE}{a} L. \dfrac{aa+bb-2ab \text{ cof. } r}{aa+bb-2ab}$, laquelle devient, en mettant p à la place de r,

$\frac{cbE}{a} L. \frac{aa + bb - 2ab \text{ cof. } p}{aa + bb - 2ab}$, & exprime alors l'illumination entiere que le point P reçoit du globe lumineux $ABDH$. Cof. p étant $=$ fin. q, cette expreffion devient $\frac{cbE}{a} L. \frac{aa + bb - 2ab \text{ fin. } q}{aa + bb - 2ab}$.

18. Si l'angle q eft fort petit, & la diftance a fort grande, par rapport à b, on aura $\frac{aa + bb - 2ab \text{ fin. } q}{aa + bb - 2ab} = 1 + \frac{2ab(1 - \text{fin. } q)}{aa + bb - 2ab} = 1 + \frac{2b}{a}$, à peu près, dont le logarithme $= \frac{2b}{a}$. L'illumination du point P fera donc $= \frac{2cbb}{aa} E = 2cE$ fin. q^2, à caufe que fin. $q = \frac{b}{a}$.

19. Si l'on met $\frac{b}{a}$ à la place de fin. q, dans l'expreffion générale de l'illumination, elle fe change en celle-ci $\frac{cbE}{a} L. \frac{a+b}{a-b} = \frac{cbE}{a} L. \frac{PH}{PD}$.

20. Comme la furface illuminée a toujours quelqu'étendue, quelque petite qu'elle foit, il ne fuffit pas, dit M.r Euler, de confidérer la quantité de rayons qui tombent fur un de ces points; il faut avoir égard de plus à l'obliquité de leur incidence. Car plus la furface reçoit les rayons obliquement, plus la quantité de rayons qui tombent au même endroit eft petite; enforte qu'il faut diminuer la force de l'illumination exprimée par la formule précédente, dans le rapport du finus total au finus d'incidence.

21. Soit donc Pp (*Fig.* 741) la furface qu'illumine le corps fphérique $ADEH$; fuppofons-la perpendiculaire à l'axe CP, enforte que les rayons partis de l'anneau engendré par le petit arc Ff la rencontrent fous l'angle $FPp = PFE$, dont le finus eft $= \frac{PE}{PF} = \frac{a - b \text{ cof. } r}{\sqrt{(aa + bb - 2ab \text{ cof. } r)}}$.

L'illumination occafionnée par les rayons qui viennent de l'anneau engendré par Ff, fera $= \frac{2cEbbdr \text{ fin. } r(a - b \text{ cof. } r)}{(aa + bb - 2ab \text{ cof. } r)^{\frac{3}{2}}}$. Faifant cof. $r = u$, on a $du = -dr$ fin. r, & l'expreffion précédente deviendra $\frac{-2cEbbdu(a - bu)}{(aa + bb - 2abu)^{\frac{3}{2}}}$, dont l'intégrale eft $\frac{2cEbb}{aa} \times \left(\frac{b - au}{\sqrt{(aa + bb - 2abu)}} + C\right)$ ou $\frac{2cEbb}{aa} \times \left(\frac{b - a \text{ cof. } r}{\sqrt{(aa + bb - 2ab \text{ cof. } r)}} + C\right)$. Cette expreffion devant être nulle quand $r = 0$, la valeur de la conftante doit être $\frac{a - b}{\sqrt{(aa + bb - 2ab)}} = 1$. Pour avoir l'illumination totale, il faut mettre p à la place de r; & comme cof. $p = \frac{b}{a}$, $b - a$ cof. p fera $= 0$, enforte que l'illumination cherchée fera $\frac{2cEbb}{aa} = 2cE$ fin. q^2; expreffion qui convient avec celle qui a été trouvée ci-deffus, fi l'on fuppofe l'angle q très-petit. On voit donc qu'en général la force avec laquelle une furface expofée directement à un globe lumineux en eft éclairée, eft toujours en raifon compofée de l'éclat de ce corps & du carré de fon demi-diametre apparent.

22. Repréfentant donc par E l'éclat d'un corps célefte quelconque, qu'on peut toujours regarder comme fphérique, le degré d'illumination d'une furface qui en reçoit directement les rayons, fera proportionnelle à E fin. q^2, fuppofant que l'angle fous lequel le demi-diametre de ce corps eft vu de cette furface, foit $= q$. Et fi cette furface au lieu de recevoir directement les rayons, les reçoit fous un angle quelconque t, le degré d'illumination fera comme E fin. q^2 fin. t. Car le demi-diametre apparent q pouvant être fuppofé fort petit, tous les rayons qui tombent fur la furface Pp, y feront inclinés à peu près fous le même angle t.

23. Venons à préfent à la détermination de l'éclat dont une planette doit briller par la lumiere qu'elle reçoit du foleil, & voyons comment M.r Euler réfoud ce Problême. Or, fuivant l'hypothefe que ce grand

Géometre a adoptée sur la manière dont nous voyons les corps opaques, il est clair que le Problême se réduit à déterminer quel sera le mouvement de vibration que les rayons du soleil peuvent imprimer aux particules de la surface de la planette, en les frappant.

24. Quoique l'on ne puisse douter que ces particules ne sont pas toutes de même nature, & que par conséquent elles ne sont pas également susceptibles de s'animer du mouvement de vibration que les rayons du soleil tendent à leur donner, Mr. Euler les suppose cependant telles, pour rendre le cas le plus général qu'il est possible, c'est-à-dire, qu'il suppose que toutes peuvent produire des rayons blancs, ou que toutes ces particules sont blanches. Il sera facile de diminuer quelque chose de l'éclat que l'on trouvera, en considération de celles de ces particules qui sont noires ou colorées.

25. Soit donc Pp (*Fig.* 741) une particule blanche de la surface d'une planette, sur laquelle tombe directement un cone de rayons APB. Supposons cette particule parfaitement libre d'obéir aux impressions de ces rayons. D'abord il est clair que cette particule ne saurait prendre un mouvement de vibration tel qu'elle puisse produire des rayons de lumière aussi forts que ceux dont elle est frappée. Car si cela arrivait, comme alors elle lancerait de toutes parts des rayons de la force de ceux du cone APB, l'effet serait beaucoup plus grand que la cause, & cela, dans le rapport de ce cone à la capacité d'une sphere dont le rayon serait AP. De plus, son éclat serait égal à celui du corps $ADBH$ qui l'illumine, ce qui est absurde. Mais si elle était frappée de tous côtés par des rayons égaux à ceux du cone APB, le mouvement de vibration qu'elle en recevrait pourrait être aussi fort que celui des particules du corps $ADBH$, & par conséquent son éclat pourrait alors être égal à celui de ce corps. D'où il suit que n'étant frappée que par le cone de rayons APB, son éclat doit être plus petit que celui du corps lumineux dans le rapport du cone APB à la sphere dont le rayon est PA, ou du sinus verse de la moitié de l'angle APB au diametre ou au double du sinus total. Supposant donc l'angle APC ou le demi-diametre apparent du corps lumineux $= q$, & son éclat $= E$, l'éclat de la particule Pp sera $= E \times \frac{\text{sin. verse } q}{2} = E \times \frac{1 - \text{cos. } q}{2} = E \text{ sin. } \frac{1}{2} q^2$.

26. Ayant supposé que le cone de rayons tombe directement sur la particule Pp, il n'y a que les endroits des planettes qui ont le soleil à leur zenith, dont l'éclat soit $E \text{ sin. } \frac{1}{2} q^2$. Quant aux autres qui reçoivent obliquement les rayons du soleil, leur éclat est moindre dans la raison du sinus de cette obliquité; ensorte que ceux qui ont le soleil à leur horison, n'en doivent point avoir du tout. Si donc l'on veut considérer tous les points de la surface d'une planette, comme s'ils avaient tous le même éclat, il est évident qu'il faut prendre un milieu entre le plus grand degré d'éclat & celui qui est infiniment petit ou nul, & que par conséquent cet éclat sera exprimé par $\frac{1}{2} E \text{ sin. } \frac{1}{2} q^2$. Il est vrai cependant, comme l'observe M.r Euler, que cet éclat doit être un peu plus grand, parce que la surface de la planette n'est pas polie, comme cette détermination la suppose, mais est couverte d'éminences de toute espece qui peuvent recevoir les rayons plus directement, sans compter que la surface illuminée est par cette raison plus grande qu'elle n'a été supposée dans le calcul.

27. Le degré d'éclat de chaque partie éclairée de la surface d'une planette, exprimé par $\frac{1}{2} E \text{ sin. } \frac{1}{2} q^2$, est bien celui avec lequel cette partie peut frapper nos yeux, quand nous voyons dans son entier la moitié éclairée de la planette; mais si nous n'en voyons qu'une portion, comme quand la lune est loin de ses oppositions, son éclat est nécessairement moindre. Cherchons quel est le degré d'éclat de cette portion elle-même.

28. Soient les centres du soleil S (*Fig.* 742) & de la terre T dans le plan de la Figure, ainsi que le centre de la planette dont on veut trouver l'éclat de la partie éclairée que nous voyons. Soit cette planette représentée par le cercle $ADBH$, dont le rayon $CD = b$ soit le demi-diametre. Supposant que la distance du soleil à cette planette puisse être regardée comme

infinie par rapport au diametre de cette planette, il y aura la moitié de cette planette d'éclairée, laquelle sera séparée de l'autre moitié par un plan perpendiculaire à celui de la figure & au cours des rayons; ce plan est représenté par AB menée perpendiculairement à SC. Or, l'on voit que le point D de la planette est celui qui doit avoir le plus d'éclat, & que par conséquent son éclat est $= E$ sin. $\frac{1}{2} q^2$, en nommant E l'éclat du soleil, & q le demi-diametre apparent de cet astre vu de la planette.

29. Soit pour abréger E sin. $\frac{1}{2} q^2 = e$. Pour trouver l'éclat de tel autre point F que l'on voudra de la surface éclairée, il ne s'agit que de diminuer l'éclat e dans le rapport du sinus total au sinus d'incidence; ainsi abaissant de F une perpendiculaire sur SC, comme l'angle CFP est égal à l'angle d'incidence, l'éclat cherché de F sera e sin. $CFP = \frac{e.CP}{b}$, & cet éclat sera aussi celui de tous les points qui se trouvent dans la circonférence du cercle engendré par le point F en tournant autour de CD. Si la distance de la terre T à la planette peut aussi être regardée comme infinie, le plan perpendiculaire à CT & au plan de la figure, & qui la rencontre suivant le diametre MN, séparera de la moitié éclairée de la planette la partie que nous en pouvons voir. C'est donc de cette partie dont il s'agit de déterminer l'éclat ou la somme des différens degrés d'éclat de ses élémens.

30. Soit l'angle BCM ou son égal TCH que la ligne tirée de la terre au centre de la planette fait avec celle qui passe par ce même centre & celui du soleil, $= s$, & $CQ = x$; on aura $CP = x$ sin. s, & $PQ = x$ cos. s; & l'éclat de l'élément Ff sera $= \frac{e\,x \text{ sin. } s}{b}$. Si l'on conçoit que cet élément tourne autour de DC jusqu'à ce qu'il rencontre le plan représenté par MN, au-dessus & au-dessous du plan de la figure, il décrira au-dessus ou au-dessous de ce plan un arc dont le cosinus sera $\frac{PQ}{PF} = \frac{x \text{ cos. } s}{\sqrt{(bb - xx \text{ sin. } s^2)}}$. Si donc on nomme t l'angle dont le cosinus est $\frac{x \text{ cos. } s}{\sqrt{(bb - xx \text{ sin. } s^2)}}$, la portion visible de la circonférence décrite par la révolution du point M, sera $2\,t.\,PF$, & par conséquent la partie visible de l'anneau engendré par l'élément Ff sera $= 2\,t.\,PF.\,Ff$, & son éclat sera exprimé par $2\,t.\,PF.\,Ff.\,\frac{e\,x \text{ sin. } s}{b}$. Mais $PF.\,Ff = b \times$ la différence de $PC = b\,dx$ sin. s; cet éclat sera donc $= 2\,e\,t\,x\,dx$ sin. s^2, dont il faut prendre l'intégrale de manière qu'elle s'évanouisse en faisant $x = 0$ & en faisant $x = b$, & alors cette intégrale exprimera l'éclat cherché de la portion de la planette qu'on peut voir de la terre.

31. Nommons T cet éclat; on aura $T = 2e$ sin. $s^2.\int t\,x\,dx = e\,t\,x\,x$ sin. $s^2 - e$ sin. $s^2 \int x\,x\,dt$, qui se réduit à $- e$ sin. $s^2 \int x\,x\,dt$, lorsque $x = b$, parce que la partie intégrée $e\,t\,x\,x$ sin. s^2 qui s'évanouit en faisant $x = 0$, s'évanouit aussi en faisant $x = b$, l'angle t devenant alors nul. Mais à cause que cos. $t = \frac{x \text{ cos. } s}{\sqrt{(bb - xx \text{ sin. } s^2)}}$, & que sin. $t = \frac{\sqrt{(bb - xx)}}{\sqrt{(bb - xx \text{ sin. } s^2)}}$, on a $- dt = \frac{bb\,dx \text{ cos. } s}{(bb - xx \text{ sin. } s^2)\sqrt{(bb - xx)}}$; on aura donc $T = e\,bb$ sin. s^2 cos. $s \int \frac{xx\,dx}{(bb - xx \text{ sin. } s^2)\sqrt{(bb - xx)}}$, ou en faisant $x = by$, $T = e\,bb$ sin. s^2 cos. $s \int \frac{yy\,dy}{(1 - yy \text{ sin. } s^2)\sqrt{(1 - yy)}}$, dans laquelle il faut mettre $y = 1$, après l'avoir intégrée de manière qu'elle s'évanouisse en faisant $y = 0$.

32. Faisons $\int \frac{yy\,dy}{(1 - yy \text{ sin. } s^2)\sqrt{(1 - yy)}} = Y$, nous aurons, après avoir réduit $\frac{yy}{1 - yy \text{ sin. } s^2}$ en suite, $Y = \ldots$

$$\int \frac{yy\,dy}{\sqrt{(1 - yy)}} + \text{sin. } s^2 \int \frac{y^4 dy}{\sqrt{(1 - yy)}} + \text{sin. } s^4 \int \frac{y^6 by}{\sqrt{(1 - yy)}} + \text{sin. } s^6 \int \frac{y^8 dy}{\sqrt{(1 - yy)}} + \&c.$$

Pour avoir ces différens termes, remarquons que l'intégration de chacun d'eux dépend de celle du précédent, ensorte qu'on se trouve forcé de remonter à celle de $\frac{dy}{\sqrt{(1-yy)}}$. Mais on sait que $\int\frac{dy}{\sqrt{(1-yy)}}$ exprime un arc de cercle dont le sinus est y & le rayon 1, & que cette expression devient, dans la supposition de $y=1$, celle du quart de la circonférence. Supposant donc le rapport du diametre à la circonférence exprimé par celui de 1 à c, nous avons pour le cas de $y=1$, $\int\frac{dy}{\sqrt{(1-yy)}}=\frac{1}{2}c$.

Pour voir bien clairement que lorsqu'on a une des intégrales de la suite égale à Y, on a aussi-tôt la suivante, considérons-en une quelconque $\int\frac{y^m dy}{\sqrt{(1-yy)}}$, la suivante sera $\int\frac{y^{m+2}dy}{\sqrt{(1-yy)}}$. Prenons la quantité $y^{m+1}\sqrt{(1-yy)}$ & différencions-la, nous aurons . . . . $\frac{(m+1)y^m dy-(m+2)y^{m+2}dy}{\sqrt{(1-yy)}}$; donc nous aurons $(m+1)\int\frac{y^m dy}{\sqrt{(1-yy)}}-(m+2)\int\frac{y^{m+2}dy}{\sqrt{(1-yy)}}=y^{m+1}\sqrt{(1-yy)}$ & par conséquent . . . $\int\frac{y^{m+2}dy}{\sqrt{(1-yy)}}=\frac{m+1}{m+2}\int\frac{y^m dy}{\sqrt{(1-yy)}}-\frac{1}{m+2}y^{m+1}\sqrt{(1-yy)}$, ensorte qu'on aura l'intégrale de $\frac{y^{m+2}dy}{\sqrt{(1-yy)}}$ aussi-tôt qu'on aura celle de $\frac{y^m dy}{\sqrt{(1-yy)}}$.

Mais n'ayant besoin de ces intégrales que pour le cas où $y=1$, & la quantité $\frac{1}{m+2}y^{m+1}\sqrt{(1-yy)}$ devenant nulle, dans cette supposition, $\int\frac{y^{m+2}dy}{\sqrt{(1-yy)}}$ est alors $=\frac{m+1}{m+2}\int\frac{y^m dy}{\sqrt{(1-yy)}}$). Faisant présentement m égal successivement à 0, 2, 4, 6, &c., ce qui va nous donner les différens termes que nous avons à intégrer, on va voir comment, ayant $\int\frac{dy}{\sqrt{(1-yy)}}$ qui, dans la supposition présente, $=\frac{1}{2}c$, on a aussi-tôt leurs intégrales: m étant $=0$, on a $\int\frac{y^2dy}{\sqrt{(1-yy)}}=\frac{1}{2}\int\frac{dy}{\sqrt{(1-yy)}}=\frac{1}{2}\times\frac{c}{2}$; m étant $=2$, on a $\int\frac{y^4dy}{\sqrt{(1-yy)}}=\frac{3}{4}\int\frac{y^2dy}{\sqrt{(1-yy)}}=\frac{1.3}{2.4}\times\frac{c}{2}$; m étant $=4$, on a $\int\frac{y^6dy}{\sqrt{(1-yy)}}=\frac{5}{6}\int\frac{y^4dy}{\sqrt{(1-yy)}}=\frac{1.3.5}{2.4.6}\times\frac{c}{2}$; m étant $=6$, on a $\int\frac{y^8dy}{\sqrt{(1-yy)}}=\frac{7}{8}\int\frac{y^6dy}{\sqrt{(1-yy)}}=\frac{1.3.5.7}{2.4.6.8}\times\frac{c}{2}$; & ainsi de suite.

Nous aurons donc $Y=\frac{c}{2}\times(\frac{1}{2}+\frac{1.3}{2.4}\text{ fin. }s^2+\frac{1.3.5}{2.4.6}\text{ fin. }s^4+\frac{1.3.5.7}{2.4.6.8}\text{ fin. }s^6+$ &c.). Or la somme de cette suite est $\frac{1-\text{cof. }s}{\text{fin. }s^2.\text{ cof. }s}$; ensorte que $Y=\frac{c}{2}\times\frac{1-\text{cof. }s}{\text{fin. }s^2\text{ cof. }s}$ & par conséquent l'éclat T de la partie éclairée de la planette que l'on voit de la terre, $=\frac{1}{2}cebb(1-\text{cof. }s)=cebb\text{ fin. }\frac{1}{2}s^2=cEbb\text{ fin. }\frac{1}{2}q^2\text{ fin. }\frac{1}{2}s^2$, en remettant pour E sa valeur $E\text{ fin. }\frac{1}{2}q^2$. Si donc on nomme m le demi-diametre apparent de la planette vue de la terre, la force de sa lumière sur la terre $=cE$ fin. m^2 fin. $\frac{1}{2}q^2$. fin. $\frac{1}{2}s^2$. Mais on a vu ci-devant que nommant n le demi-diametre apparent du soleil vu de la terre, la lumière de cet astre $=2cE$ fin. n^2. Ainsi on peut comparer la lumière des planettes, quelle que soit leur situation par rapport à la terre, avec la lumière du soleil.

33. Si la planette est située par rapport à nous de manière que nous en voyons la moitié éclairée, comme alors l'angle s est égal à deux droits & que par conséquent $\sin. \frac{1}{2} s^2 = 1$, la lumière de cette planette est $= cE \sin. m^2 \sin. \frac{1}{2} q^2$. Supposant donc que N représente la lumière du soleil, nous aurons $\frac{N \sin. m^2 \sin. \frac{1}{2} q^2}{2 \sin. n^2}$ pour celle de la planette lorsqu'elle est dans son opposition, & $\frac{N \sin. m^2 \sin. \frac{1}{2} q^2 \sin. \frac{1}{2} s^2}{2 \sin. n^2}$ pour celle dont elle brille dans telle de ses situation qu'on voudra par rapport à la terre.

34. Supposons donc, ajoûte M.r Euler, le soleil en S (*Fig.* 743), la planette en P & la terre en T, ensorte que s exprime l'angle TPp; & remarquons que $n : q :: \frac{1}{ST} : \frac{1}{SP}$ & que par conséquent $n : \frac{1}{2} q :: 2SP : ST$, d'où l'on tirera, en mettant les sinus des angles n & $\frac{1}{2} q$ à la place de ces angles, ce qui est permis à cause que ces angles sont fort petits, $\frac{\sin. \frac{1}{2} q^2}{\sin. n} = \frac{ST^2}{4SP^2}$; & supposant que le véritable demi-diametre de la planette soit $= b$, on aura $\sin. m = \frac{b}{PT}$. La lumière de la planette sera donc $= \frac{Nbb.TS^2}{8PT^2.PS^2} \times \sin. \frac{1}{2} TPp^2 = \ldots \frac{Nbb.TS^2}{16PT^2.PS^2} \times (1 + \text{cos}. SPT)$.

35. Cos. SPT étant $= \frac{PS^2 + PT^2 - ST^2}{2PT.PS}$, l'expression précédente peut se changer en celle-ci $\frac{Nbb.TS^2[(PS+PT)^2 - TS^2]}{32PT^3.PS^3}$; ensorte que la lumière d'une planette dans ses diverses situations par rapport à la terre, est comme $\frac{(PS+PT)^2 - TS^2}{PT^3.PS^3}$, puisque $N \times TS^2$ est constant.

36. Après avoir trouvé les formules précédentes, Mr. Euler en fait l'application à la lune, & suppose d'abord cette planette dans son plein, afin de s'assurer de la bonté de ces formules, en comparant le résultat qu'elles donnent, avec celui que Mr. Bouguer a trouvé par ses expériences. Il est évident que dans cette application on peut supposer $n = q$, & que par conséquent la lumière de la pleine lune sera exprimée par $\frac{1}{8} L \sin. m^2$, m marquant le demi-diametre apparent de la lune. La grandeur moyenne de ce demi-diametre étant d'environ 15′ 35″, la lumière de la lune sera donc $\frac{N}{374000}$, c'est-à-dire, que la lumière de la pleine lune est 374000 fois plus petite que celle du soleil. Ce qui s'accorde assez bien avec les expériences de Mr. Bouguer par lesquelles il trouve, comme nous l'avons vu (*Notes 79 & 80*), que la lumière de la lune est environ 300000 fois plus petite que celle du soleil.

37. Mr. Euler observe avec raison, qu'il est assez étonnant que le calcul donne la lumière de la pleine lune plus petite que Mr. Bouguer ne l'a trouvée par ses expériences, sur-tout après avoir supposé toutes les parties de sa surface parfaitement susceptibles d'obéir aux impressions des rayons du soleil; ce qui n'est cependant pas puisqu'il y a de grandes portions de la surface de cette planette qui n'obéissent que peu à ces impressions, ensorte que la lumière de la lune devrait être encore plus faible que le calcul ne la donne. Mais aussi il faut considérer, dit Mr. Euler, qu'il y a par toute la surface de la lune de grandes & hautes montagnes qui en rendent la surface lumineuse, beaucoup plus grande qu'elle n'a été supposée, ce qui doit être cause que la lumière de la lune est plus forte que le calcul ne la donne.

38. Supposant la lumière de la pleine lune $= \frac{N}{300000}$, rapport qui ne diffère gueres de celui que le calcul à donné, il est facile de connaître la force de sa lumière dans ses différentes phases. Car il est facile de voir que la lumière de la lune dans son plein est à celle dont elle frappe nos yeux dans quelque phase que ce soit, comme 2 est à 1 + cos. SPT, c'est-à-dire comme son diametre est à la largeur de cette phase; car 1 + cos. SPT est proportionnel à cette largeur.

Delà

Delà on trouve que la lumière de la lune en quadrature eſt $= \frac{N}{60000}$.

39. Après s'être aſſuré de la bonté de ces formules par la comparaiſon du réſultat qu'elles donnent pour la lumière de la pleine lune, avec celui que Mr. Bouguer a déduit de ſes expériences, Mr. Euler les applique à la détermination de la lumière des planettes principales. Voyons ce qu'elles donnent pour Jupiter. Le diametre de cette planette eſt à celui du ſoleil comme 1077 à 10000. Nommant donc b le véritable demi-diametre de Jupiter, & le demi-diametre apparent du ſoleil étant de 16′ 2″ dans ſa moyenne diſtance, le demi-diametre apparent de Jupiter, ſi nous voyons cette planette à la même diſtance que le ſoleil, ſerait $\frac{b}{TS} = 0,1077$ ſin. $16' 2'' = 94''$, & par conſéquent $b = TS$. Sin. $94'' = 0,0004557 \times TS$, & $bb = \frac{TS^2}{4814000}$. La lumière de Jupiter ſera donc $= \frac{N}{77033600} \times \frac{TS^4}{PT^2.PS^2}(1 + \text{coſ.}\ SPT)$. Mais ſuppoſant la diſtance moyenne du ſoleil à la terre de 1000 parties, la moyenne diſtance de Jupiter au ſoleil en contient 5201, enſorte que $TS = 1000$ & $PS = 5201$. Si donc l'on veut avoir la lumière de Jupiter dans ſon oppoſition au ſoleil, comme $PT = 4201$ & que coſ. $SPT = 1$, on trouvera que cette lumière eſt $= \frac{N}{18372500000}$ & par conſéquent environ 49000 fois plus petite que celle de la pleine lune.

40. Si on cherche la lumière de Saturne, on la trouvera beaucoup plus petite qu'elle n'eſt réellement, parce que la lumière de ſon anneau doit l'augmenter conſidérablement. Quant à la lumière de Mars, on la trouvera plus grande qu'elle n'eſt en effet, parce que cette planette ne paraît pas parfaitement ſenſible aux impreſſions de la lumière; ce que l'on reconnaît à ſa couleur ſombre & rougeâtre.

41. A l'égard des planettes inférieures, comme nous voyons dans leur conjonction ſupérieure leur moitié éclairée toute entiere, on pourrait croire d'abord que c'eſt dans cette poſition que leur lumière eſt la plus grande; mais on doit faire attention qu'alors leur diſtance eſt ſi grande, qu'elle peut être cauſe que la force de leur lumière par rapport à la terre, diminue dans un plus grand rapport que la quantité de cette lumière n'augmente, enſorte que leur éclat eſt moindre, lorſqu'elles ſont dans leur conjonction ſupérieure, que lorſqu'elles ſont en quelqu'autre point de leur orbite, quoique nous ne voyons alors qu'une partie de leur ſurface illuminée. Or, on trouvera le point de leur orbite où leur lumière eſt la plus grande, en rendant la formule $\frac{(PS + PT)^2 - TS^2}{PT^3.PS^3}$ un *maximum*. Suppoſons que les orbites de la planette & de la terre ſoient circulaires, & ſoient $SP = f$, $ST = g$, & $PT = z$; pour trouver la valeur la plus grande de $\frac{(f+z)^2 - gg}{f^3 z^3}$, on n'aura qu'à prendre la différence de cette quantité & l'égaler à *zero*; & delà on tirera $z^2 + 4fz + 3ff = 3gg$ ou $z = -2f + \sqrt{(3gg + ff)}$. z étant connue, on n'aura plus qu'à ſubſtituer ſa valeur dans la formule générale pour la lumière des planettes (*Note 35*), & on aura celle qui exprime la lumière la plus grande des planettes inférieures. Cette formule ſe ſimplifiera pour le cas préſent en ſubſtituant pour gg ſa valeur tirée de l'équation $z^2 + 4fz + 3ff = 3gg$; car alors $\frac{(f+z)^2 - gg}{f^3 z^3}$ deviendra $\frac{2(f+z)}{2f^3 z^2}$, & par conſéquent la formule générale (*Note 35*) deviendra $= \frac{Nbbgg(f+z)}{48f^3z^2}$.

42. Mr. Euler fait ſur cette ſolution une obſervation importante que voici; c'eſt que pour qu'elle ſoit poſſible, il faut non-ſeulement que z ſoit poſitive, ce qui arrive dans le cas dont il s'agit, où f eſt plus petite que g, mais encore que $f + g$ ſoit plus grande que z, ou que $g + 3f$ ſoit plus grande que $\sqrt{(3gg + ff)}$, ou $f > \frac{1}{4}g$; enſorte que pour que la ſolution ait lieu, il faut que f ſoit contenue entre

g & $\frac{1}{4}g$, ou que SP ſoit plus petite que TS & plus grande que $\frac{1}{4}TS$. Si $f = g$, z devient $= 0$, ce qui marque la conjonction intérieure; ſi $f > g$, ce qui eſt le cas des planettes ſupérieures, leur lumière eſt la plus grande lorſqu'elles ſont dans leur oppoſition; ſi $f = \frac{1}{4}g$, ou que $g = 4f$, on a alors $z = g + f$, & dans ce cas la lumière de la planette eſt la plus grande, lorſque cette planette eſt dans ſa conjonction ſupérieure. Il en eſt de même ſi $f < \frac{1}{4}g$.

43. Appliquons la formule précédente à la détermination de la plus grande lumière de Vénus. Le diametre de cette planette étant à celui du ſoleil, comme 10, 75 à 1000, on aura $\frac{b}{TS} = 0,01075$ ſin. $16'\ 2'' = 10''\frac{1}{3}$; donc $b = TS$ ſin. $10''\frac{1}{3} = 0,0000501 \times TS$, & $bb = \frac{TS^2}{398,400000}$. Mais la moyenne diſtance de Vénus au ſoleil eſt de 7233 parties dont la diſtance moyenne du ſoleil à la terre en contient 10000; donc puiſque nous avons $g = TS = 10000$ & $f = PS = 7233$, nous aurons $z = 4304$ & par conſéquent la lumière la plus grande exprimée par $\frac{N}{1,123,000000} \times \frac{g^4(f+z)}{f^3zz}$, deviendra $= \frac{N}{111,700000}$; ainſi la lumière de Vénus, lorſqu'elle eſt la plus grande, eſt environ 3107 fois plus petite que celle de la pleine lune.

44. Cherchons à préſent quel eſt le point de ſon orbite où Vénus a l'éclat que nous venons de trouver. Pour parvenir à le connaître, il eſt clair qu'il ne s'agit que de calculer l'angle STP. Mais on a ſin. $\frac{1}{2}STP = \sqrt{\frac{(f+g-z)(f-g+z)}{4gz}}$; on trouvera donc que cet angle STP eſt de 39° 44', enſorte que Vénus eſt la plus brillante avant & après ſa conjonction ſupérieure, lorſque ſon élongation au ſoleil eſt de 39° 44'. Si on calcule l'angle au ſoleil TSP, on le trouvera de 22° 21'; ainſi l'angle STP ſera de 117° 55', ce qui nous apprend que quand Vénus a plus d'éclat, elle eſt plus proche de nous que dans ſes plus grandes élongations au ſoleil.

45. Il eſt très-remarquable que lorſque Vénus eſt la plus brillante, nous ne voyons gueres que le quart de la partie éclairée; car la largeur de la partie illuminée qu'on apperçoit eſt au diametre entier comme le ſinus verſe de l'angle STP ou de ſon ſupplément 62° 5' eſt au double du ſinus total, & par conſéquent comme 266 eſt à 1000, c'eſt-à-dire, preſque comme 1 eſt à 4.

Sur le lieu apparent.

46. Nous avons dit (*Note 215*) que ſi le principe des anciens avait lieu dans les miroirs convexes, l'image de l'objet paraîtrait quelquefois hors du miroir; cela arriverait dans le cas où l'angle au centre du miroir compris entre la perpendiculaire menée de l'objet ſur le miroir & la cathete d'incidence, ſerait plus grand que le double du complément de l'angle d'incidence, & par conſéquent lorſque le rayon réfléchi ſerait très-oblique: ce qu'on peut prouver ainſi. P (*Fig. 744*) étant ſuppoſé l'objet; PB la perpendiculaire menée de cet objet ſur le miroir convexe AB; A le point d'incidence; AD la cathete; AE le rayon réfléchi, qui étant prolongé, coupe PC en p; ſoit l'angle BCA plus grand que le double du complément PAF de l'angle d'incidence. Les trois angles du triangle CAp valent enſemble le double de l'angle d'incidence PAD & de ſon complément PAF. Mais par la ſuppoſition, l'angle ACp eſt plus grand que le double de l'angle PAF. Donc $CAp + ApC$ forme une ſomme plus petite que $2\,CAp$; donc ApC eſt plus petit que CAp; donc Cp eſt plus grand que AC; donc enfin le point p qui, ſuivant le principe des anciens, eſt l'image de l'objet P, ſe trouve hors du miroir.

47. Il ne s'agirait plus actuellement que de pouvoir s'aſſurer ſi cela peut effectivement arriver. le P. Dechales, après avoir fait tous ſes efforts pour voir hors d'un miroir convexe ſphérique l'image d'un objet, n'oſe aſſurer l'avoir vu. M.r Wolff prétend avoir été plus heureux: voici par quel moyen il dit y avoir réuſſi. Il prit un fil d'argent auquel il donna la forme d'une équerre ABC (*Fig. 747*), & il la préſenta au miroir, de manière que ſon côté AB fût très-oblique par rapport à la ſurface du miroir. Ayant placé l'œil à

l'opposite, il apperçut, dit-il, très-clairement l'image du fil BA contigue à ce fil, quoique le fil BA ne touchât pas le miroir.

48. Si l'expérience réussit aussi parfaitement que le dit M.r Wolff, ce qui aurait un extrême besoin d'être confirmé, il faut avouer qu'on aurait quelque lieu de présumer un peu mieux du principe des anciens qu'on ne l'a fait; il faut même convenir que cette expérience qui fait tant en sa faveur, est absolument contraire au principe de Barow Car suivant ce principe, l'image ne peut jamais être hors du miroir, puisqu'elle est au point de concours des rayons réfléchis, & que ce point est nécessairement au dedans du miroir.

Sur les réfractions.

49. M.r Bouguer ayant fait quelque séjour sur Chimboraco, haute montagne du Pérou, eut occasion d'observer un phénomene bien singulier, dont nous ne devons pas oublier de faire mention. L'extrême élévation de ce poste lui permettant de découvrir le Soleil non-seulement à l'horison, mais encore plus d'un degré au-dessous, il fut extrêmement surpris de voir que la réfraction qui, lorsque le soleil était à l'horison, n'avait été observée que de 19 minutes & demie environ, se trouvait de 24′ 20″ lorsque le soleil était immédiatement au-dessous; après quoi elle augmentait régulierement. Elle se trouva de 30′ 1″ lorsque le soleil parut abaissé de 1°, & de 34′ 47″ lorsque il le parut de 1° 17′.

50. Quelque singuliere que paraisse cette augmentation subite de la réfraction astronomique, par le passage du soleil dans la moitié inférieure du ciel, M.r Bouguer n'eut pas besoin d'y penser beaucoup pour en découvrir la cause. Supposons, dit ce grand Géometre la dépression apparente d'un degré, & soit BD (*Fig. 745*) une partie de la circonférence de la terre dont C soit le centre; A le sommet d'une montagne fort élevée; $SMLGA$ la route d'un rayon de lumière parti de l'astre S qu'on voit au-dessous de l'horison AH, & qui frappe l'œil de l'Observateur comme s'il venait suivant la droite FA. L'angle qui mesure l'abaissement apparent est HAF, & l'angle qui mesure l'abaissement réel, est HAS que forme l'horisontale AH & une droite SA tirée de l'astre à l'œil, laquelle se confond sensiblement avec SM que le rayon décrit depuis l'astre jusqu'à son entrée dans l'atmosphere.

51. La partie la plus basse AGL de la courbe que le rayon décrit, est égale de part & d'autre du point G qui est le plus voisin de la terre; & il est clair que si le point L est celui des points de cette courbe qui est à la même distance de la terre que le point A, cette courbe fait en L avec sa tangente en ce point, un angle égal à celui qu'elle fait en A, avec sa tangente AF. D'où il suit que si l'observateur, au lieu d'être situé en A, était placé en L, l'astre S au lieu de paraitre un degré au-dessous de l'horison, paraitrait un degré au-dessus; & la courbure LM du rayon ou l'angle KNS formé par la direction de ce rayon en L avec celle qu'il a en M au haut de l'atmosphere, serait la réfraction astronomique qui appartiendrait à un degré de hauteur apparente. M.r Bouguer trouva cette réfraction sur Chimboraco de 13′ 54″.

52. Quant à la courbure que le rayon souffre en parvenant de L en A, qui est exprimée par l'angle LEF formé par les deux tangentes aux points A & L de la courbe décrite par ce rayon, elle est plus considérable que l'autre, car elle se trouve de 16′ 7″.

53. On voit donc, dit M.r Bouguer, que la réfraction astronomique pour un degré de dépression apparente doit être plus grande que la réfraction astronomique pour un degré de hauteur aussi apparente de toute la courbure ou de toute la réfraction que souffre le rayon dans le trajet qu'il fait de L en A, en s'approchant de la terre depuis L jusqu'en G & en s'élevant ensuite insensiblement depuis G jusqu'en A. M.r Bouguer nomme *réfraction terrestre*, cette réfraction que le rayon souffre en parvenant de L jusqu'en A. Lors donc qu'on est sur un lieu assez élevé pour appercevoir un astre au-dessous de l'horison, la réfraction astronomique, pour cet abaissement apparent, est toujours formée de deux parties, de la réfraction astronomique qui appartient à la hauteur apparente égale à l'abaissement, & de la réfraction terrestre que souffre le rayon en parvenant presque horisontale-

ment à l'œil, depuis le point de la courbe qu'il décrit, qui est élevé au-dessus du niveau de la mer de la même quantité que le lieu sur lequel on est monté. (*Mémoires de l'Acad. des Sien. Ann.* 1749).

Sur des couleurs produites par des lumières faibles.

54. M.r l'Abbé Mazeas, ayant placé une bougie à six pieds de distance d'une muraille très-blanche sur laquelle tombait la lumière de la lune, remarqua quelque chose de fort singulier. Ces deux lumières tombant sur un corps opaque éloigné de ce mur d'environ un pied, l'ombre que formait ce corps, en interceptant la lumière de la lune, donnait du rouge, & celle qu'il formait en interceptant la lumière de la bougie, donnait du bleu. Ces deux lumières faisaient entr'elles un angle de 45°, ensorte que la premiere de ces ombres devait être éclairée par la lumière de la bougie, & la seconde par celle de la lune.

55. Mr. l'Abbé Mazeas attribue ce phénomene à la diffraction. Selon lui, les couleurs que donnent ici les lumières faibles de la lune & de la bougie, sont dûes à l'action du corps sur ces lumières, qui les décompose quand elles viennent à passer près de sa surface, ensorte que des différentes especes de rayons contenues dans l'une de ses lumières, il n'en tombe qu'une seule dans l'espace qu'occupe l'ombre que ce corps forme en interceptant l'autre lumière.

56. Selon Mr. l'Abbé Mazeas, c'est encore à la même cause qu'il faut attribuer les ombres colorées des corps, au lever & au coucher du soleil, observées par Mr. de Buffon, aussi bien que les couleurs observées par Mr. Halley à différentes profondeurs de la mer (*Mém. de l'Acad. de Berlin Ann.* 1752).

Sur les forces qu'exercent les particules des corps diaphanes sur la lumière.

57. Mr. Newton détermine, dans le II Livre de son Optique, partie III, la force qu'exercent sur la lumière les particules de plusieurs corps. On peut de même déterminer la force des particules de tels autres corps qu'on voudra, pourvu qu'on connaisse la réfraction de ces corps. Nous nous proposons ici de montrer comment on y parvient; mais cette détermination supposant celle de la force des corps mêmes, commençons auparavant par celle-ci.

58. On voit d'abord que cherchant la force que les corps entiers exercent sur la lumière, il faut la considérer comme passant du vuide dans les corps; car si elle passe d'un corps dans un autre, on ne peut découvrir que la différence des forces de ces corps. On ignore si les espaces dans lesquels l'attraction a lieu sont égaux ou non; on ignore également si l'action qui est différente à diverses distances de la surface du corps, change suivant les mêmes loix dans les espaces d'attraction de tous les corps. Au reste comme nous ne découvrons que les effets entiers, c'est-à-dire, les seuls changemens qui ont lieu en traversant l'espace entier d'attraction, nous pouvons raisonner comme si l'action changeait par-tout suivant les mêmes loix; & il est évident qu'en comparant ces effets, on peut aussi regarder tous les espaces d'attraction comme égaux. Mais si les forces des corps sur la lumière suivent effectivement les mêmes loix, ces forces sont entr'elles comme elles seraient, si elles agissaient uniformément dans toute l'étendue des espaces; ensorte que ce que l'on peut établir au sujet de forces accélératrices quelconques qui augmentent uniformément les vitesses & agissent dans des espaces égaux, doit convenir entierement aux forces dont il s'agit.

59. Concevons deux corps dont l'un descend verticalement par AB (*Fig.* 746) & l'autre le long du plan incliné AD. Ces corps sont uniformément accélérés, mais ils sont poussés par des forces différentes. Supposons que le premier étant parvenu en B, continue de descendre par l'espace BC, d'un mouvement accéléré, & avec la vitesse acquise en tombant de la hauteur AB; & supposons que le second soit parvenu en D, se meuve avec la vitesse acquise le long de AD, & soit accéléré en parcourant l'espace DE égal à BC. Il s'agit de trouver les forces qui agissent sur ces corps, au moyen

de leurs vîtesses données qui sont respectivement comme les racines de *AB*, *AC*, *AD*, *AE*.

Soient tirées les horisontales *Dd*, *Ee*. La force accélératrice suivant *AB* est à la force accélératrice suivant *AD*, comme *AD* est à *Ad* ou comme *AE* est à *Ae* ou comme *DE* ou *BC* est à *de*. Les vîtesses qu'aurait le premier corps en *d* & en *e*, sont égales à celles du second en *D* & en *E* respectivement. Donc les quatre vîtesses données sont celles qu'acquérerait le premier corps en tombant par *AB*, *AC*, *Ad*, *Ae*; & les carrés de ces vîtesses sont dans le rapport de ces espaces. Ainsi *BC* est à *de*, c'est-à-dire, la force qui accélere le premier corps, est à celle qui accélere le second, comme la différence des carrés des vîtesses du premier corps est à la différence des carrés des vitesses du second.

60. Si on fait l'application de cela à la lumière, on aura cette régle générale : *la force qui accélere la lumière pendant qu'elle passe d'un milieu dans un autre, est à celle qui l'accélere dans un autre passage, comme la différence des carrés de ses vîtesses, avant & après être entrée dans le premier milieu, est à une semblable différence avant & après son entrée dans le second.*

61. Nous avons vu (*Note 452.*) que dans le passage d'un milieu dans un autre, la vîtesse de la lumière dans le premier est à sa vîtesse dans le second, comme le sinus de réfraction est au sinus d'incidence; d'où l'on voit que connaissant le rapport de réfraction en passant d'un milieu dans un autre, on a aussi-tôt le rapport des vîtesses dans ces milieux. Ainsi la vîtesse de la lumière dans l'air, est à sa vîtesse dans l'eau, comme 3 est à 4; sa vîtesse dans l'air est à sa vîtesse dans le verre comme 11 est à 17, en supposant le rapport de réfraction, en passant de l'air dans le verre, égal à celui de 17 à 11. De même le rapport de réfraction, en passant de l'air dans l'esprit de térébentine, étant égal à celui de 25 à 17, la vîtesse de la lumière dans l'air est à sa vîtesse dans l'esprit de térébentine comme 17 est à 25. Delà on déduit que les vîtesses de la lumière dans l'air, l'eau, le verre & l'esprit de térébentine, sont entr'elles comme 1000, 1333, 1547 & 1470. La vîtesse de la lumière dans l'air differe peu de sa vîtesse dans le vuide, & à moins qu'on ne se serve de plus grands nombres, on ne peut en exprimer la différence; ainsi nous pouvons supposer que la vîtesse de la lumière dans le vuide est aussi 1000.

62. Donc si l'on veut avoir les forces de l'eau du verre, & de l'esprit de térébentine sur la lumière, on n'aura qu'à retrancher conformément à la régle donnée ci-dessus, le carré de 1000, qui exprime la vitesse de la lumière dans le vuide, des carrés de 1333, 1547 & 1470 qui expriment ses vitesses dans ces corps, & l'on trouvera que les forces de ces corps sont entr'elles comme 778, 1163 & 1388.

63. Sachant actuellement trouver les forces des corps sur la lumière, il est facile de découvrir celles de leurs particules; car les forces des corps étant en raison composée des forces de ces particules & de leur densité, il est clair qu'il faut diviser les forces des corps par leur densité, pour avoir celles de leurs particules; ainsi ayant trouvé que les forces de l'eau, du verre & de l'esprit de térébentine sur la lumière, sont entr'elles comme 778, 1163 & 1388, on n'aura qu'à les diviser par les densités de ces corps qui sont comme 40, 35 & 103, & on aura les forces des particules comme 195, 333 & 135.

64. La force qui accélere la lumière dans le passage d'un milieu moins réfringent dans un autre qui l'est davantage, retarde son mouvement quand elle passe au contraire de celui-ci dans le premier; d'où il suit que ce qu'on a dit de l'accélération de la lumière, peut s'appliquer, *mutatis mutandis*, au retardement qu'elle éprouve quand elle passe d'un milieu plus réfringent dans un qui l'est moins (s'Gravesande *Phys. Elem. Math.*).

Sur les miroirs plans.

65. Les miroirs plans sont faits d'ordinaire d'une glace dont la surface postérieure est étamée, & alors il y a une observation importante à faire ; c'est que ces miroirs présentent deux images, l'une

antérieure & faible, l'autre poſtérieure & plus vive. Cet effet provient de ce que les rayons que l'objet envoie ſur la glace, ne parviennent pas tous à la ſurface étamée, & que pluſieurs ſont arrêtés & réfléchis par la ſurface antérieure. Cette derniere ſurface doit donc former auſſi une image de l'objet, mais néceſſairement beaucoup moins vive que celle qui eſt produite par la ſurface étamée.

66. Cette image eſt antérieure parce que l'objet étant moins éloigné de la premiere ſurface du miroir, qui produit cette image, que de la ſurface étamee, cette image qui eſt à une diſtance de cette premiere ſurface égale à celle de l'objet, doit néceſſairement être moins éloignée que l'autre, qui, comme il eſt aiſé de le voir, doit être placée plus loin du double de l'épaiſſeur de la glace.

67. Quoique nous ne parlions que de deux images, il n'eſt pas moins certain qu'il y en a encore d'autres mais extrêmement faibles, & qui d'ailleurs ſe confondent avec celle qui eſt produite par la ſurface étamée. Car les rayons réfléchis par cette ſurface ne ſortent pas tous de la glace ; pluſieurs ſont arrêtés & réfléchis en dedans par la ſurface antérieure ; ainſi ces rayons forcés de revenir ſur la ſurface étamée, ſouffrent une nouvelle réflexion, en conſéquence de laquelle ceux de ces rayons qui traverſent la premiere ſurface, forment une nouvelle image, mais extrêmement faible ; les autres qui ne paſſent point, & ſont encore réfléchis en dedans de la glace, vont encore rencontrer la ſurface étamée ; & ceux d'entr'eux qui ſortent, après y avoir été réfléchis, produiſent une nouvelle image, & ainſi des autres. D'où l'on voit qu'il y aura une ſuite d'images qui iront toujours en s'affaibliſſant.

Sur les miroirs plans combinés.

68. Si deux miroirs plans XY (*Fig. 748*) & XZ ſont entr'eux un angle quelconque X, l'œil O placé dans cet angle, verra l'image d'un objet A placé dans le même angle, repétée autant de fois qu'on pourra amener de cathetes propres à déterminer les lieux des images, & terminées hors de l'angle YXZ.

Soit menée de A, la cathete AB ſur le miroir XZ, laquelle ſoit prolongée juſqu'à ce que $BC = AB$; de C ſoit menée la cathete CD, ſur le ſecond miroir XY, la prolongeant d'une quantité DE égale à elle-même ; ſoit menée enſuite de E, la cathete EF, ſur le premier miroir YZ, la prolongeant d'une quantité $FG = FE$; de G ſoit menée ſur le miroir XY, la cathete GH, la prolongeant juſqu'à ce que $HI = HG$; & ſoit enfin menée de I la cathete IK, ſur le miroir XZ, la prolongeant d'une quantité KI égale à elle-même : les cathetes AC, CE, EG & GI étant terminées hors de l'angle des miroirs, l'œil O verra quatre images de l'objet A, en C, E, G & I.

Les triangles rectangles ABT, CBT étant égaux, l'angle $ATB = BTC = OTV$; par conſéquent le rayon AT eſt réfléchi en O ; donc l'œil O voit une image de l'objet A en C. De même il eſt clair que le rayon qui tombe en V, eſt réfléchi ſuivant VR, & qu'enſuite il eſt réfléchi ſuivant RO ; l'œil O verra donc, par le rayon OR, une autre image de l'objet A, en E. Il n'eſt pas moins évident qu'il en verra une troiſieme en G, par le rayon réfléchi OS, & une quatrieme en I par le rayon réfléchi QO ; mais il n'en verra point en L.

69. Il eſt clair que ſi de A on mene ſur le miroir XY, la cathete Aa, & qu'après l'avoir prolongée juſqu'à ce que $ab = Aa$, on mene du point b une cathete ſur le miroir XY, qu'on prolonge auſſi d'une quantité égale à elle-même & ainſi de ſuite, préciſement comme ci-deſſus, on aura de même le nombre d'images que l'œil O peut voir, en ſuppoſant la premiere cathete tirée ſur le miroir XY. Ainſi l'on aura le nombre total des images que l'œil O peut voir dans les deux miroirs.

70. Il eſt évident que la premiere image eſt vue par une réflexion, la ſeconde par deux réflexions, la troiſieme par trois, &c., & que la diſtance de chaque image à l'œil eſt égale au chemin que le rayon a fait pour parvenir à l'œil : ainſi $OC = AT + TO$; $OE = AV + VR + RO$; $OG = Am + mn + nS + SO$, &c. D'où il ſuit que la lumière fai-

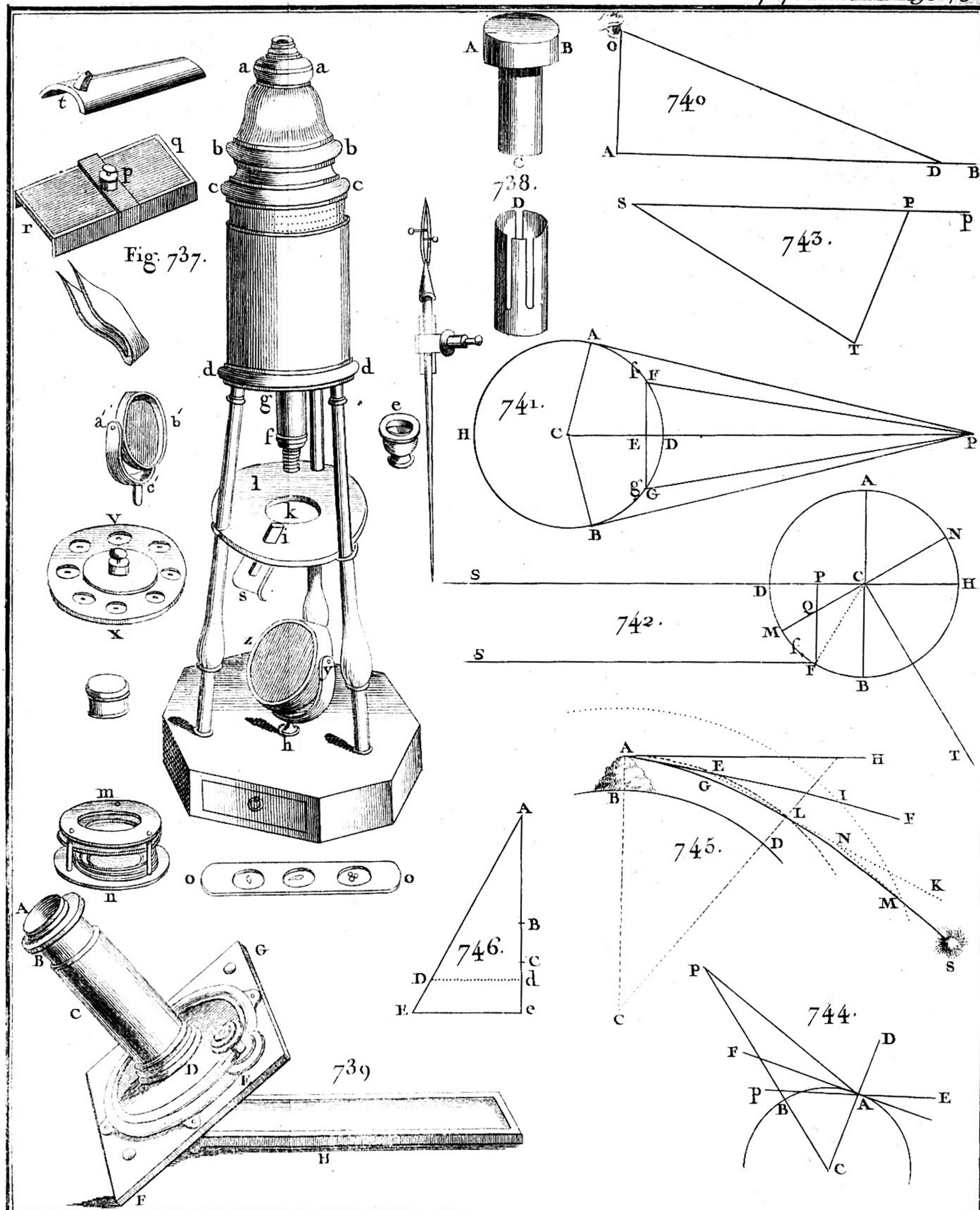


Fig. 737.
738.
739
740
741.
742.
743.
744.
745.
746.

fant une perte à chaque réflexion & devenant plus rare à proportion qu'elle s'éloigne de l'objet, la premiere image est plus vive que la 2ᵉ, celle-ci plus que la 3ᵉ, & ainsi de suite.

71. On voit encore que comme les rayons qui tombent sur le miroir XY, viennent de la droite de l'objet, & ceux qui tombent sur le miroir XZ, viennent de la gauche, les images produites par les premiers représentent la droite de l'objet, & celles qui sont produites par les derniers représentent la gauche; ensorte que si quelqu'un se regarde lui-même, il se verra par devant & par derriere.

72. Il n'est pas moins évident que plus l'angle formé par les miroirs est petit, plus on voit d'images: car il est visible que le nombre des cathetes qui se terminent hors de l'angle, est d'autant plus grand que cet angle est plus petit. Si donc on ouvre cet angle, le nombre des images diminue à mesure; on les voit s'en approcher, puis se confondre & se cacher ensuite derriere. On trouve facilement que quand cet angle est de 60°, on en voit au plus cinq; que quand il est de 70°, on en voit quatre & même cinq; que quand il est droit on peut en voir trois.

73. Si ayant placé les miroirs dans une situation verticale, on diminue l'angle qu'ils font, ou qu'on s'en éloigne un peu, ou qu'on s'approche de l'angle, jusqu'à ce que les images voisines de cet angle se confondent, & que, si l'on veut, elles ne paraissent plus dans leur entier, on conçoit facilement qu'on verra alors des images monstrueuses & difformes.

74. Si deux miroirs plans, au lieu de faire un angle entr'eux, sont paralleles, tels que les miroirs BC & DE (*Fig. 749*), & qu'un objet A soit placé entre les miroirs, l'œil O verra deux suites d'images, qui s'étendent à l'infini.

Soit menée KH perpendiculaire au miroir ED, laquelle le sera aussi au miroir CB; soit fait $DF = DA$, & soit porté de D en H, & delà à l'infini, le double de l'intervalle BD des deux miroirs, ainsi que de A en G, & delà à l'infini. Pareillement soit fait $BI = BA$, & soit aussi porté le double de BD, de B en K & delà à l'infini, ainsi que de A en L, & ensuite à l'infini. Je dis que l'on verra dans le miroir ED une image de l'objet A, en F, par une simple réflexion, une autre en G par deux réflexions, une troisieme en H par trois réflexions, & ainsi de suite; & que l'on verra pareillement dans l'autre miroir une image en I, par une seule réflexion, une autre en L par une double réflexion, une troisieme en K par trois réflexions. Je dis de plus que les images dont la distance se détermine du lieu de l'objet A, représenteront la partie postérieure de l'objet, & que celles qui sont déterminées des points D & B, où les miroirs sont coupés par la ligne KH, représenteront la partie antérieure de l'objet, c'est-à-dire celle qui est exposée au miroir.

AD étant $= DF$, & les angles en D étant droits, l'angle $AMD = DMF$ $=$ par conséquent OMS. Ainsi MO est le rayon réfléchi qui répond au rayon incident AM; l'œil voit donc l'objet A en F, par une simple réflexion, & la partie qu'il voit est celle qui est exposée au miroir, parce que c'est de cette partie que vient le rayon AM.

Soit menée de G en O, la droite OG, laquelle coupe en P le miroir; soit ensuite menée de I en P la droite IP, & soient joints les points N & A par une droite NA. BA étant $= BI$, & les angles en B étant droits, le rayon AN est réfléchi suivant NP. Et comme ID $= DG$, ce qui est aisé à voir, il est clair que le rayon réfléchi NP l'est ensuite suivant PO; l'objet A est donc vu en G par une double réflexion en N & en P, & il est évident que la partie de l'objet qu'on voit, est celle qui est du côté opposé à celui où est le miroir DE; parce que c'est delà que vient le rayon AN.

Soit menée de H en O, la droite HO qui coupe le miroir en S, & soient menées de L en S la droite LS, & de R en F la droite RF; soient joints les points A & Q par la droite QA. Il est clair que le rayon AQ est réfléchi suivant QR; que comme $BL = BE$, il sera réfléchi ensuite suivant RS; & que DL étant $= DH$, il sera réfléchi ensuite suivant SO. Ainsi l'œil O voit en H l'objet A par trois réflexions en Q, R, S, & la partie qu'il voit est celle qui est exposée au miroir ED.

On prouvera de même qu'on doit voir l'objet A, dans l'un & l'autre miroir, dans une infinité d'autres points que l'on déterminera de la même manière.

75. On remarquera cependant que quoiqu'on doive voir une infinité d'images, on n'en voit réellement qu'un certain nombre, parce que la lumière s'affaiblit continuellement par les réflexions qu'elle souffre. C'est à cause de cet affaiblissement que les images les plus éloignées sont plus obscures & plus faibles que celles qui sont plus proches, puisque ce sont celles qu'on voit par un plus grand nombre de réflexions. *Wolf Catoptr.*

La position des foyers correspondans étant donnée, déterminer la forme d'une lentille simple dont l'aberration soit nulle, lorsque le Problême est possible.

Ceci n'est que le développement & la suite de l'Art. 511. Liv. II.

76. Pour parvenir à déterminer cette forme, retranchons l'une de l'autre les équations de l'Art. 504 pour les rayons b & c des surfaces de la lentille, lesquelles sont $\frac{1}{b} = \frac{p}{a} + \frac{q}{f'} + \frac{x}{R}$, $\frac{1}{c} = \frac{p}{f'} + \frac{q}{a} - \frac{x}{R}$, ce qui donnera $\frac{c-b}{bc} + (q - p)\frac{f'-a}{af'} = \frac{2x}{R}$. Mais $(p+q)$ $\frac{cb}{b+c}$, $\frac{af'}{f'+a}$, R, (*Art.* 505 & 507) sont des quantités égales; multipliant donc le premier terme de l'équation précédente par la première, le 2.^{e} par la 2.^{e} & le 3.^{e} par la 3.^{e}, nous aurons cette autre équation $(p+q)\frac{c-b}{c+b} + (q-p)\frac{f'-a}{f'+a} = 2x$, ou $(p+q)z + (q-p)y = 2x$, en faisant $\frac{c-b}{c+b} = z$, & $\frac{f'-a}{f'+a} = y$. Mais $\frac{f'-a}{f'+a} = y$ donne $\frac{4af'}{(f'+a)^2} = 1 - yy$, ou $\frac{R}{f'+a} = \frac{1-yy}{4}$. Ainsi l'aberration étant nulle, nous avons, par l'Article 511, $x = \frac{1}{g}\sqrt{(-\frac{R}{a+f'} - h)} = \frac{1}{g}\sqrt{(\frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{4} - h)}$, $= \frac{1}{2(1+2m)}\sqrt{(yy - \frac{1+2m}{(1-m)^2})}$, en remettant à la place de g & de h leurs valeurs (*Art.* 508). Substituant cette valeur de x & restituant celles de p & de q (*Art.* 507) dans l'équation $(p+q)z + (q-p)y = 2x$, nous aurons l'équation, entre z & y, $\frac{m}{1-m}z + \frac{2(1+m)}{1+2m}y = \pm\frac{1}{1+2m}\sqrt{(yy - \frac{1+2m}{(1-m)^2})}$. Or, la position des foyers correspondans détermine y; cette équation donne donc la valeur de z, laquelle détermine la forme de la lentille qui est sans aberration; les rayons b & c étant exprimés par ces équations, $b = \frac{1-m}{m} \times \frac{2R}{1+z}$, $c = \frac{1-m}{m} \times \frac{2R}{1-z}$.

Mais la forme de la lentille étant donnée, on peut aussi connaître dans quelle position des foyers correspondans son aberration sera nulle. Car reprenant l'équation précédente entre z & y, la réduisant & l'ordonnant par rapport à y, elle devient $\frac{1-m}{m}y + \frac{2(1+m)}{3+2m}z = \pm\frac{1}{3+2m}\sqrt{(zz - \frac{3+2m}{m^2})}$, laquelle fait connaître y, z étant connue, c'est-à-dire, la forme de la lentille étant donnée. Or, y détermine la position cherchée des foyers correspondans où la lentille est sans aberration. Car les équations qui donnent les distances de ces foyers à la lentille, sont $a = \frac{2R}{1+y}$ & $f' = \frac{2R}{1-y}$.

77. Quand nous disons dans le premier

cas

cas que l'équation entre z & y donne z, aussi-tôt qu'on a y, & dans le second, qu'elle donne y lorsqu'on connaît z, nous sousentendons toujours que yy dans le premier cas n'est pas moindre que $\frac{1+2m}{(1-m)^2}$, & dans le second que $\frac{3+2m}{m^2}$ ne surpasse pas zz. Car il est clair que si la position des foyers correspondans est telle que y^2 ou $\left(\frac{f'-a}{f'+a}\right)^2$ soit moindre que $\frac{1+2m}{(1-m)^2}$, il n'y aura aucune forme de lentille qui soit alors sans aberration; & si la forme de la lentille est telle que z^2 ou $\left(\frac{c-b}{c+b}\right)^2$ soit plus petite que $\frac{3+2m}{m^2}$, il n'y aura point de position des foyers correspondans dans laquelle l'aberration de la lentille soit nulle. Mais si z^2 & y^2 ne sont pas moindres que $\frac{3+2m}{m^2}$ & $\frac{1+2m}{(1-m)^2}$ respectivement, on aura deux solutions du Problême, en prenant la quantité radicale positivement ou négativement. Mais dans les limites mêmes de y^2 & de z^2, c'est-à-dire, lorsque $y^2 = \frac{1+2m}{(1-m)^2}$ ou que $z^2 = \frac{3+2m}{m^2}$, les deux solutions n'en font plus qu'une.

78. Le rapport de réfraction dans le verre étant égal à celui de 31 à 20, la plus petite valeur possible de y, quand l'aberration est nulle, c'est-à-dire, $\frac{\sqrt{(1+2m)}}{1-m}$ sera $= \pm 4,26498$; l'équation qui donne la valeur de z correspondant à la supposition de y la plus petite possible, est $z = -\frac{2(1-m^2)}{m(1+2m)}y$; on aura donc $z = \mp 3,36994$. Si on prend la valeur négative de y & par conséquent la valeur positive de z, les rayons des surfaces de la lentille & la position des foyers correspondans, pour le cas présent, seront $b = \frac{R}{3,90207}$, $c = -\frac{R}{2,15450}$, $a = -\frac{R}{1,63249}$, $f' = \frac{R}{2,63249}$. Si l'on prend la valeur positive de y & par conséquent la valeur négative de z, on aura une autre forme de lentille & une autre position de foyers correspondans.

79. La plus petite valeur possible de z, quand l'aberration est nulle, est $\frac{\sqrt{(3+2m)}}{m}$; d'où l'on trouve $z = \pm 3,21053$. La valeur de y correspondant à la plus petite valeur de z, est exprimée par l'équation $y = -\frac{2m(1+m)}{(1-m)(3+2m)}z$. Ainsi faisant le calcul, on trouve $y = \mp 4,47675$. Si l'on prend les signes supérieurs, on aura $b = \frac{R}{3,81957}$, $c = -\frac{R}{2,00189}$, $a = -\frac{R}{1,73858}$ & $f' = \frac{R}{2,73838}$. Si l'on prend les signes inférieurs, on aura une autre forme de lentille avec une autre position de foyers correspondans.

80. Il suit de ce qu'on vient de dire que pour qu'une lentille de verre concave ou convexe puisse être sans aberration, il faut qu'elle forme un ménisque, & que le rayon de la surface la plus courbe ne soit pas au rayon de celle qui l'est le moins, dans un rapport plus petit que celui de 200189 à 389157 ou de 11 à 21.

81. On en déduit aussi que, l'aberration étant nulle, les deux foyers correspondans sont toujours du même côté de la lentille, & que la distance du foyer le plus proche de la lentille ne peut pas avoir un rapport plus petit à celle du plus éloigné que celui de 173858 à 273838 ou de 33 à 52, à peu près. (*Klingenstierna, Dissertation sur la perfection des lunettes*).

Sur l'Article 895.

82. Suivant Mr. Molineux, l'angle que fait la route que suit un rayon réfléchi par une partie irréguliere d'une surface, avec celle qu'il devrait suivre, est environ cinq à six fois plus grand qu'il ne ferait si ce même rayon était rompu par la même surface. Soit *A C* (*Fig. 750*) la surface

réguliere, E son centre, $QGRCFS$ son axe, QA un rayon incident, EA la cathete d'incidence, Aq la route du rayon réfléchi régulierement, & AF celle qu'il suit après une réfraction réguliere. Imaginons un changement tel dans la particule de la surface en A, que AG lui devienne perpendiculaire; & soient AR & AS la réflexion & la réfraction irrégulieres du même rayon QA, faisant les angles qAR & FAS avec Aq & AF. Soient prolongées FA vers f & SA vers s. La réflexion nous donne l'angle $QAq = 2\,QAE$ & $QAR = 2\,QAG$, & par conséquent leur différence $qAR = 2\,EAG$. De même, dans les réfractions qui se font en s'écartant de la perpendiculaire, & qui sont petites, l'angle $QAf = \frac{1}{2}\,QAE$ & $QAs = \frac{1}{2}\,QAG$, à peu près (le rapport des sinus étant égal à celui de 3 à 2), & par conséquent leur différence fAs ou $FAS = \frac{1}{2}\,EAG$. Ainsi la premiere différence qAR est à la derniere FAS, comme 4 est à 1. Mais dans les réfractions vers la perpendiculaire, ce rapport est égal à celui de 6 à 1.

83. Delà si l'angle EAG, qui mesure l'irrégularité de la particule en A, est le même dans différentes surfaces, l'aberration du rayon dans l'image au foyer d'un télescope, sera à l'aberration semblable dans une lunette, dans la raison composée de leurs distances focales & de 5 à 1.

Comparaison de différens moyens d'illuminer les objets qu'on veut voir au microscope, le porte-objet de la Lanterne Magique, &c.

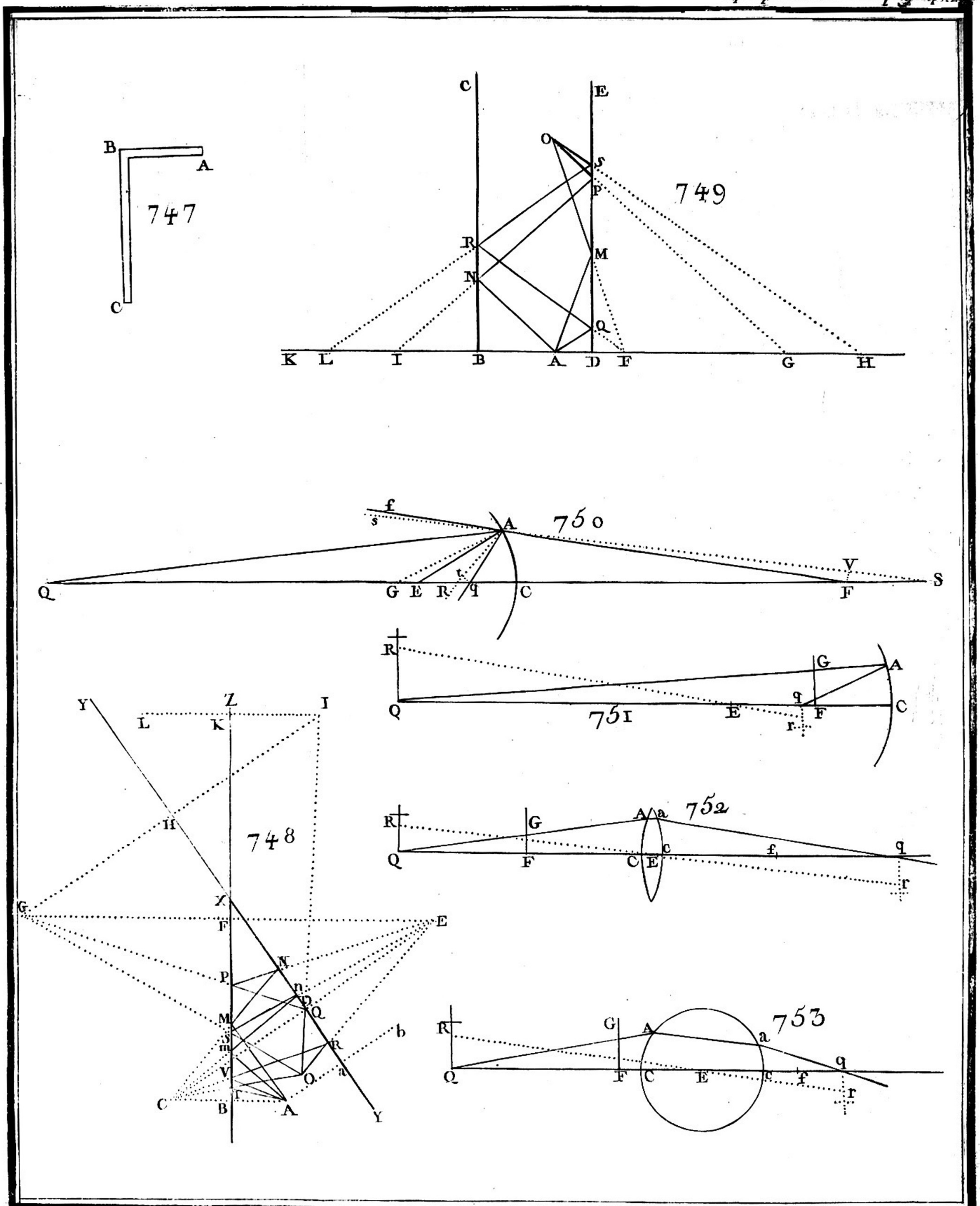
84. Soit qr (*Fig.* 751, 752 & 753) l'image d'un objet lumineux QR, formée par réflexion sur un miroir concave, ou par réfraction au travers d'une lentille convexe ou sphere AC, dont le centre est E, le foyer principal F, l'axe $QEFC$ & la moitié de l'ouverture AC; & soit une perpendiculaire FG à l'axe coupant le rayon extrême QA, en G. Je dis que l'éclat de l'image qr sera à très-peu près comme FG^2 directement & comme FE^2 réciproquement.

Car, abstraction faite des petites portes que fait la lumière dans ses réflexions ou réfractions, la quantité de lumière rassemblée au point q est à très-peu près comme $\frac{AC^2}{CQ^2}$ (*Art.* 58), & par conséquent la quantité de lumière dans l'aire de l'image entiere qr, est comme $\frac{AC^2}{CQ^2} \times QR^2$ ou $\frac{FG^2}{FQ^2} \times QR^2$. Mais l'aire de l'image est comme $qr = \frac{Eq^2}{EQ^2} \times QR^2 = \frac{FE^2}{FQ^2} \times QR^2$, parce que dans le miroir nous avons $Fq : FE :: FE : FQ$ (*Art.* 207.), & par conséquent $Eq : EQ :: FE : FQ$; & dans la lentille & dans la sphere nous avons $Qq : QE :: QE : QF$ (*Art.* 239), & conséquemment $Eq : EQ :: FE : FQ$. Ainsi l'éclat de l'image, ou la densité des rayons dans l'aire de cette image, étant connue directement comme leur quantité & réciproquement comme l'aire, cet éclat ou cette densité est comme $\frac{FG^2}{FE^2}$, à très-peu près; rapport qui sera d'autant plus exact que l'ouverture sera plus petite & l'objet plus éloigné.

85. Dans un miroir donné, ou dans une lentille ou sphere donnée, l'éclat de l'image d'un objet est comme FG^2, & ainsi croît continuellement avec la distance de l'objet lumineux au foyer F.

86. Si l'objet lumineux est très-éloigné, & que les ouvertures de différens miroirs, lentilles ou spheres, soient égales, les degrés d'éclat des différentes images sont réciproquement comme les carrés de leurs distances focales respectives, à très-peu près.

87. Donc si les différentes ouvertures sont des portions égales de spheres égales, les degrés d'éclat des images formées par un miroir concave, un verre convexe des deux côtés, une sphere de verre & un verre plan convexe, sont respectivement comme les carrés de la progression harmonique décroissante, 12, 6, 4, 3; parce que les distances focales respectives sont $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{4}$ du diametre de la sphere donnée, par les Articles 205, 235, 237; & que faisant servir ces termes de


747
749
750
751
752
753
748

diviseurs à l'unité, ils deviennent ceux d'une progression harmonique.

88. Le miroir concave a donc bien de l'avantage sur une sphere ou une lentille, pour éclairer les objets qu'on veut voir au microscope ; il l'emporte aussi quant au pouvoir de brûler ce qu'on expose à son foyer ; mais il ne possede pas cet avantage à un si haut degré.

FIN.

FAUTES A CORRIGER.

Comme dans les fautes qui se sont glissées dans l'Ouvrage, il y en a quelques-unes qui intéressent le sens du discours, nous prions de vouloir bien les corriger avant de le lire.

DANS LE TEXTE.

Art. 25, *lig.* 4, P R, *lisez*, P, R.
Art. 26, *lig.* 8, C Q ; mais (Art. 10 & 19), *lisez*, C Q (Art. 10 & 19) ; mais
Art. 27, *lig.* 2, du point T, *ajoûtez*, ou tendent vers ce point. *Lig.* 14, rayons incidens, *ajoûtez*, ou vers lequel ils tendent.
Art. 31, *lig. dern.* concoureraient, *lisez*, concourraient.
Art. 34, *lig.* 2, du point T, *ajoûtez*, ou tendent vers ce point.
Art. 45, *lig.* 18, retranche des *lisez* retranche, des.
Art. 46, *lig* 1, faisceau considérable, *lisez*, large faisceau.
Art. 49, *lig.* 2, sur la surface d'un verre, *ajoûtez*, ou vers lesquels tendent des rayons qui tombent sur cette surface; *lig.* 12, parti de R, *ajoûtez*, ou dirigé en R; *même lig. supprimez la virgule après* B. *Lig.* 15, vient de R, *lisez*, appartient à R. *Lig.* 19, viennent de R, *ajoûtez*, ou qui tendent vers R.
Art. 51, *lig.* 1, si le point radieux Q, *lisez*, si le point Q d'où partent ou vers lequel tendent les rayons incidens.
Art. 52, *lig.* 5, concoureraient, *lisez*, concourraient.
Art. 61, *lig.* 2, d'eau ou de verre, *ajoûtez*, voici comme on peut s'y prendre. Supposons la sphere d'eau (le procédé est le même pour celle de verre).
Art. 86, *lig.* 14, de l'œil, *lisez*, de cet organe.
Art. 97, *lig.* 16, 8^{e}, *lisez*, 6^{e}.
Art. 104, *lig.* 3, est mesurée, *lisez*, est une quantité d'étendue visible mesurée.
Art. 128, *lig.* 4, divergeans, *lisez*, divergens.
Art. 129, *lig.* 2, est plus ou moins claire, *lisez*, a plus ou moins d'éclat.
Pag. 216, avant XIII^{e} expérience, *mettez*, 185.
Art. 206, *lig.* 1, rayonnant, les rayons qu'il envoie, *lisez*, d'où partent ou vers lequel tendent des rayons qui tombent; *lig.* 2, se réfléchiront, *lisez*, ces rayons se réfléchiront.
Art. 207, *lig.* 6, du point Q, *ajoûtez*, ou vers lequel ils tendent; *même lig.* réfléchi,

lisez, réfléchis. *Lig.* 8, le rayon réfléchi ou son prolongement, *lisez*, le rayon réfléchi prolongé s'il est nécessaire. *Lig.* 10, A q ou son prolongement, *lisez*, A q prolongé ou non prolongé.

Art. 211, *lig.* 10, incidens dans un, *lisez*, incidens, dans un. *Lig.* 11, éloignés du, *lisez*, éloignés, du.

Chap. V. *lig. dern. du titre*, lunettes, *lisez*, télescopes.

Art. 337, *lig.* 6, $\frac{Pp}{PL}$, *lisez*, $\frac{Pp}{Pl}$; *lig.* 7, e'X z, *lisez*, e'X x.

Art. 365, *lig.* 36, B b, +, *suprimez* la virgule.

Art. 376, *lig.* 2 & 3, augmente, *lisez*, croît; *lig.* 16, petites augmentations ou diminutions simultanées, *lisez*, petits accroissemens ou décroissemens simultanés.

Art. 377, *lig.* 4, petites augmentations ou diminutions, *lisez*, petits accroissemens ou décroissemens.

Art. 433, *lig.* 5, A H, *lisez*, B H; *lig.* 12 & 13, la petite augmentation correspondante, *lisez*, le petit accroissement correspondant; *à la marge*, fig. 546, *mettez*, 545.

Chap. X. *lig.* 7, nous croyons &c. *lisez*, cependant, tant pour que l'on ait ici rassemblées sous les yeux toutes les formules nécessaires, que pour en faire connaître de nouvelles, nous croyons devoir commencer par donner les suivantes.

Art. 479, *lig.* 3, Q R, *lisez*, R S.

Art. 491, *lig.* 3, $\frac{1}{R'''}$, *lisez*, $\frac{1}{R''}$.

Pag. 418, *lig. dern.* 501, *lisez*, 499.

Art. 505, *lig.* 8, $\frac{m}{b}$, *lisez*, $\frac{m}{c}$.

Art. 613, *lig.* 4, $\frac{1}{2}$ h du, *lisez*, $\frac{1}{2}$ h, du.

Art. 620, *lig.* 1, l'épaisseur D de la, *lisez*, l'épaisseur D & la.

Art. 708, *par-tout où vous trouverez* diminutions, *lisez*, décroissemens.

Art. 751, *lig.* 4 & 5, augmentera ... diminuera, *lisez*, croîtra ... décroîtra; *lig.* 14, petits, & par, *lisez*, petits; & par.

Pag. 593, *lig.* 2, la chutes, *lisez*, la chute.

Art. 828, *lig.* 6, en tournant, *lisez*, alternativement.

Art. 878, *lig.* 12, une espece de diaphragme, *lisez*, un cercle; *lig.* 14, diaphragme, *lisez*, cercle.

Art. 970, *lig.* 17, tuyau extérieur, *lisez*, tuyau intérieur; *lig.* 28, cette roue I, *lisez*, cette rosette.

Art. 977, *lig.* 2, couvraient ordinairement, *lisez*, étaient à peu près égaux à

DANS LES NOTES.

Dans la Note au bas de la page 17, *lig.* 2 & 3, les rayons, *ajoûtez*, ou vers lequel ils tendent.

Note 51, *lig.* 19, 373, *lisez*, 331.

Note 94, *lig.* 11, avec un bec de, *lis.* avec le bec d'une.

Note 96, à la marge, *ajoûtez* Fig. 190 *

Note 110, *lig* 9, divergeans, *lis.* divergens.

Note 113, *lig.* 1, Présentement, *lis.* Or.

Note 114, *lig. dern.* Chap. VII. *lis.* Chap. IX.

Note 221, *lig.* 3, nous instruit souvent aussi peu, *lis.* sert souvent aussi peu à nous faire juger. *Lig.* 5 & 6, qui ne doit rien nous appendre du tout, *lis.* qui ne peut nullement y servir.

FAUTES A CORRIGER.

Note 258, *lig.* 1, ces conséquences, *lis.* ces conclusions; *lig.* 8, n'est introduite ici que pour pouvoir, *lis.* est introduite ici non comme affectant les sens, mais seulement l'entendement, pour
Note 259, *lig.* 19, conséquence, *lis.* conclusion.
Note 272, *lig.* 11, 389^e^, *lis.* 346^e^.
Note 298, *lig. dern.* considérable, *ajoûtez*, vu d'assez près.
Note 347, le foyer Q, *lis.* le point Q.
Note 608, *lig. dern.* O'P Q Z, *lis.* Z'P Q Z.
Pag. 523, 524 & 525, *à commencer depuis Théorême II, par-tout où vous trouverez* ouverture, *lis.* trou.
Note 772, *lig.* 8, librement contre, *lis.* librement, contre.
Note 777, *lig.* 28 & 29, est interceptée, *lis.* en intercepte.
Note 886, *lig.* 8, en dehors & également, *lis.* en dehors, paralleles à l'horison & également; *lig.* 31, pointes coïncident, *lis.* pointes apparentes coïncident.
Note 934, *lig.* 4, trace, *lis.* trouve.
Note 938, *lig.* 22 & 23, BHC de la planche verticale à, *lis.* BHC, de la planche verticale, à.
Note 1010, *lig.* 10, Borelli, *lis.* Pierre Borel, de l'Académie des Sciences.
Note 1034, *lig.* 8, cheveux, *lis.* cheveu; *lig.* 24, un autre trou, *supprimez* autre.
Note 41, *dans les Additions*, *lig.* 36, *mettez* f *dans le dénominateur de la quantité qui s'y trouve, avant l'exposant* ^{3}.

DANS LES FIGURES.

Fig. 414, *mettez* F *à la place de* Q *à l'extrémité de la perpendiculaire qui tombe du point* G *sur* QE.
Fig. 416, *mettez l'*i *au point d'intersection de la perpendiculaire* ke *& de la ligne* qH.
Fig. 559, *mettez* q *à la place de* g *à l'extrémité de la petite ligne* pg.

Quoique j'aye fait corriger le plus exactement qu'il m'a été possible toutes les fautes qu'il y avait dans les Planches, je ne doute pas qu'il n'en soit encore resté. Il n'est pas croyable avec quelle négligence ces Planches (à l'exception des vingt-cinq premieres qui ont été faites sous mes yeux) ont été gravées, quoique par un Artiste de réputation: au reste, on ne s'en appercevra que trop. Mais ce qui frapera le plus, c'est que cet Artiste ait poussé la négligence au point de graver plusieurs de ces Planches, renversées & par conséquent toutes les Figures, ensorte que ce qui doit être à gauche se trouve à droite & réciproquement.

FIN DES CORRECTIONS.

APPROBATION.

J'AI examiné par ordre de Monſeigneur le Vice-Chancelier, une Traduction Manuſcrite de l'Optique de Smith; cet Ouvrage dans ſa Langue originale a mérité l'Approbation des Savans; la Traduction en Français par M. ***, très-verſé dans ces matières, ne peut manquer d'en être auſſi bien accueillie, & je n'y ai rien trouvé d'ailleurs qui doive en empêcher la publication. A Paris ce 28 Novembre 1766.

Signé DE PARCIEUX.

PRIVILÉGE DU ROI.

LOUIS, PAR LA GRACE DE DIEU, ROI DE FRANCE ET DE NAVARRE, A nos amés & féaux Conſeillers les Gens tenant nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes ordinaires de notre Hôtel, Grand Conſeil, prévôt de Paris, Baillifs, Sénéchaux, leurs Lieutenans Civils, & autres nos Juſticiers qu'il appartiendra : SALUT. Notre amé le Sr. ROMAIN MALASSIS, Imprimeur de la Marine à Breſt, Nous a fait expoſer qu'il deſireroit imprimer & donner au Public, un Ouvrage qui a pour titre : *Traité d'Optique par M. Smith, auquel on a joint toutes les nouvelles découvertes qui ont été faites ſur cette Science, par M**** s'il Nous plaiſoit lui accorder nos Lettres de Privilége pour ce néceſſaires. A CES CAUSES, voulant favorablement traiter l'Expoſant, Nous lui avons permis & permettons par ces Préſentes, d'imprimer ledit Ouvrage, autant de fois que bon lui ſemblera, de le vendre, faire vendre & débiter par-tout notre Royaume, pendant le tems de ſix années conſécutives, à compter du jour de la date des Préſentes. Faiſons défenſes à tous Imprimeurs, Libraires, & autres perſonnes de quelque qualité & condition qu'elles ſoient, d'en introduire d'impreſſion étrangere dans aucun lieu de notre obéiſſance, comme auſſi d'imprimer, faire imprimer, vendre, faire vendre, débiter ni contrefaire ledit Ouvrage, ni d'en faire aucun extrait, ſous quelque prétexte que ce puiſſe être, ſans la permiſſion expreſſe & par écrit dudit Expoſant ou de ceux qui auront droit de lui; à peine de confiſcation des Exemplaires contrefaits, de trois mille livres d'amende contre chacun des contrevenans, dont un tiers à Nous, un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, & l'autre tiers audit Expoſant, ou à celui qui aura droit de lui, & de tous dépens, dommages & intérêts. A la charge que ces Préſentes ſeront enrégiſtrées tout au long ſur le Regiſtre de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, dans trois mois de la date d'icelles; que l'impreſſion dudit Ouvrage ſera faite dans notre Royaume, & non ailleurs, en bon papier & beaux caracteres, conformément aux Réglemens de la Librairie, & notamment à celui du 10 Avril 1725, à peine de déchéance du préſent Privilége; qu'avant de l'expoſer en vente, le Manuſcrit qui aura ſervi de copie à l'impreſſion dudit Ouvrage, ſera remis dans le même état où l'Approbation y aura été donnée ès mains de notre très-cher & féal Chevalier Chancelier de France, le Sieur de la Moignon, & qu'il en ſera remis enſuite deux Exemplaires dans notre Bibliothèque publique, un dans celle de notre Château du Louvre, un dans celle dudit Sieur de la Moignon, & un dans celle de notre très-cher & féal Chevalier Vice-Chancelier & Garde des Sceaux de France, le Sieur de Maupeou, le tout à peine de nullité des Préſentes; du contenu deſquelles vous mandons & enjoignons de faire jouir ledit Expoſant ou ſes ayant cauſe, pleinement & paiſiblement, ſans ſouffrir qu'il leur ſoit fait aucun trouble ou empêchement. VOULONS que la copie des Préſentes qui ſera imprimée tout au long au commencement ou à la fin dudit Ouvrage, ſoit tenue pour duement ſignifiée, & qu'aux copies collationnées par l'un de nos amés & féaux Conſeillers Secrétaires, foi ſoit ajoûtée comme à l'Original. Commandons au premier notre Huiſſier ou Sergent ſur ce requis, de faire pour l'exécution d'icelles tous actes requis & néceſſaires, ſans demander autre permiſſion, & nonobſtant clameur de Haro, Chartre Normande & Lettres à ce contraires : CAR tel eſt notre plaiſir. DONNÉ à Paris le vingt-unieme jour du mois de Janvier, l'an de grace mil ſept cent ſoixante-ſept, & de notre Regne le cinquante-deuxieme. Par le Roi en ſon Conſeil.

Signé LE BEGUE.

Regiſtré ſur le Regiſtre XVII de la Chambre Royale & Syndicale des Libraires & Imprimeurs de Paris, N°. 905, F°. 89, conformément au Réglement de 1723. A Paris ce 30 Janvier 1767. DESPILLY, Adjoint.