N° D'ORDRE
412.

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS

POUR

LE DOCTORAT ÈS SCIENCES MATHÉMATIQUES,

PAR M. J. PERROTIN,
Aide-Astronome à l'Observatoire de Toulouse.

1^re THÈSE. — THÉORIE DE VESTA.

2^e THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le 6 Février 1879, devant la Commission d'Examen.

MM. PUISEUX, *Président.*
O. BONNET, TISSERAND, *Examinateurs.*

PARIS,
GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE
DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE, DU BUREAU DES LONGITUDES,
SUCCESSEUR DE MALLET-BACHELIER,
Quai des Augustins, 55.

1879

ACADÉMIE DE PARIS.

FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS.

	MM.	
DOYEN	MILNE EDWARDS, Professeur.	Zoologie, Anatomie, Physiologie comparée.
PROFESSEURS HONORAIRES	DUMAS.	
	PASTEUR.	
PROFESSEURS	CHASLES	Géométrie supérieure.
	P. DESAINS	Physique.
	LIOUVILLE	Mécanique rationnelle.
	PUISEUX	Astronomie.
	HÉBERT	Géologie.
	DUCHARTRE	Botanique.
	JAMIN	Physique.
	SERRET	Calcul différentiel et intégral.
	H. Ste-CLAIRE DEVILLE	Chimie.
	DE LACAZE-DUTHIERS	Zoologie, Anatomie, Physiologie comparée.
	BERT	Physiologie.
	HERMITE	Algèbre supérieure.
	BRIOT	Calcul des probabilités, Physique mathématique.
	BOUQUET	Mécanique physique et expérimentale.
	TROOST	Chimie.
	WURTZ	Chimie organique.
	FRIEDEL	Minéralogie.
	O. BONNET	Astronomie.
AGRÉGÉS	BERTRAND	Sciences mathématiques.
	J. VIEILLE	Sciences mathématiques.
	PELIGOT	Sciences physiques.
SECRÉTAIRE	PHILIPPON.	

4903 PARIS. — IMPRIMERIE DE GAUTHIER-VILLARS, SUCCESSEUR DE MALLET-BACHELIER, Quai des Augustins, 55.

PREMIÈRE THÈSE.

THÉORIE DE VESTA.

PRÉLIMINAIRES.

La planète Vesta est la plus belle du groupe des petites planètes; elle apparaît, au moment de l'opposition, et dans des conditions favorables, comme une étoile de 6^e grandeur. L'histoire de sa découverte est liée à celles de Cérès, Pallas et Junon.

Le premier jour de ce siècle, Piazzi, le célèbre astronome de Palerme, trouva Cérès en revoyant les étoiles de son catalogue; l'année suivante, le 28 mars 1802, en étudiant la constellation de la Vierge, dans laquelle était la nouvelle planète, Olbers découvrit Pallas, si curieuse par sa grande inclinaison. Ces deux planètes se trouvaient à peu près à la même distance du Soleil, et cette circonstance, rapprochée de la petitesse de leurs masses, suggéra à Olbers une idée ingénieuse, qui devait être le point de départ de découvertes nouvelles : cet astronome pensait que ces deux petits corps n'étaient que les fragments d'une grosse planète qui faisait sa révolution dans le même temps, et qu'une cause accidentelle avait fait éclater en plusieurs morceaux qui avaient continué à se mouvoir avec des vitesses et à des distances à peu près égales, mais avec des inclinaisons différentes. En admettant la vérité de cette hypothèse, les autres morceaux de la planète primitive devaient forcément passer, à chacune de leurs révolutions, par deux points déterminés du ciel, communs à toutes les orbites; et ces deux points, faciles à connaître par l'intersection des orbites de Cérès et Pallas, étaient placés, l'un dans la constellation de la Vierge, l'autre dans celle de la Baleine. Convaincu de la justesse de son idée, Olbers surveilla ces deux parties du ciel, comme un défilé où il lui semblait que devaient passer tous les débris de la grosse planète. La découverte de Junon, le 1er septembre 1804, dans la Baleine, par Harding, qui avait entrepris de faire une carte du zodiaque des deux nouvelles planètes, et cette circonstance heureuse que les orbites des trois petites planètes se coupaient presque suivant la même droite, confirmèrent Olbers dans sa manière de voir; et lui-même se vit enfin récompensé de tous ses efforts par la découverte de Vesta, le 29 mars 1807.

A partir de cette époque, un intervalle de trente-huit années devait s'écouler, pendant lequel on n'eut à enregistrer aucune découverte nouvelle; mais, depuis, les découvertes des petites planètes se sont rapidement succédé, et les idées qu'Olbers avait émises sur leur origine ont dû être abandonnées.

Burckhardt, un des premiers, calcula les éléments de Vesta. Après en avoir publié plusieurs systèmes, au fur et à mesure des observations nouvelles, il appliqua les formules de la *Mécanique céleste* au calcul des perturbations, mais en se bornant aux premières puissances des masses et aux troisièmes puissances des excentricités et des inclinaisons. Le même travail fut repris, quelques années plus tard, par Daussy, qui s'en tint à la même approximation, mais construisit, en outre, des tables de la planète.

La comparaison de ses nombres avec ceux de Burckhardt est contenue dans la *Connaissance des Temps* pour l'année 1818. Longtemps après, Damoiseau devait entreprendre un travail analogue pour Cérès et Junon, mais en allant jusqu'aux termes du cinquième ordre pour les excentricités et les inclinaisons. La *Connaissance des Temps* pour 1846 a publié ce travail.

Gauss, qui avait donné à la nouvelle planète le nom de Vesta, calcula, lui aussi, de nombreux systèmes d'éléments, ainsi qu'on le voit dans le sixième volume de ses Œuvres. La grande lumière de Vesta lui avait fait espérer qu'elle avait pu être observée anciennement comme étoile fixe, et il avait cru la reconnaître dans une étoile disparue du catalogue de Flamsteed; mais cet espoir dut être abandonné devant l'incertitude du moyen mouvement de la planète. En même temps, de Zach signalait plusieurs étoiles non retrouvées du catalogue zodiacal de Lacaille; mais Delambre objecta que les calculs de ce catalogue avaient été faits après la mort du célèbre astronome, qu'il s'y était glissé de nombreuses erreurs, ainsi qu'il avait pu s'en assurer lui-même, et que l'on retrouverait toutes les étoiles de Lacaille quand elles auraient été mieux calculées. Enfin, Burckhardt a vainement cherché une étoile observée par Lemonnier le 12 juin 1743, et il a calculé que la planète devait, ce jour-là, occuper à peu près cette position du ciel. Malheureusement, ce n'est qu'une observation isolée, et Burckhardt remarque d'ailleurs que, si l'on admet une erreur de 1 degré dans la déclinaison, genre d'erreur que l'on voit souvent dans les catalogues, on retrouve l'étoile à sa place et à l'endroit même où elle a été observée les jours suivants.

Quoi qu'il en soit, Vesta a été régulièrement observée depuis l'époque de sa découverte, en particulier aux instruments méridiens de Paris et de Greenwich, et la longue série d'observations dont on dispose dès maintenant sera une base sûre pour l'établissement de la théorie.

Avant de donner une analyse sommaire de notre travail, nous devons dire que M. Leveau, de l'Observatoire de Paris, poursuit le même but que nous par une voie différente : cet astronome a entrepris de faire la théorie de Vesta par les méthodes d'Hansen, et les premiers résultats de ses recherches, relatifs aux termes du premier ordre des masses, ont été publiés dans les *Comptes rendus* du 18 février 1878.

De notre côté, nous nous sommes proposé de résoudre la même question en appliquant les méthodes employées par Le Verrier pour les grosses planètes, plus spécialement celles suivies dans les tomes X et suivants des *Annales de l'Observatoire*, dans les théories de Jupiter et Saturne, et avec lesquelles la théorie de Vesta offre de nombreux points de ressemblance, tout en présentant par elle-même des particularités et des difficultés qui lui sont propres. En prenant pour modèle le travail de Le Verrier, nous n'avons fait, d'ailleurs, que nous inspirer des paroles suivantes de l'illustre astronome, rapportées au commencement du tome X, à propos des théories de Jupiter et Saturne :

« .... Les jeunes astronomes trouveront dans cet exposé un guide propre à les diriger dans les travaux analogues qu'ils voudraient entreprendre. Pour que ce but spécial soit plus sérieusement rempli, nous ne profiterons pas de diverses simplifications particulières à la théorie de

Jupiter et de Saturne, mais qui auraient l'inconvénient d'ôter aux formules leur généralité. »

Nous avons dû, avant tout, déterminer les éléments moyens de la planète. Nous y sommes parvenu, par la méthode des approximations successives, en calculant, au moyen d'éléments osculateurs bien connus, les valeurs provisoires des perturbations périodiques et en les retranchant de ces éléments, puis en calculant de nouveau les mêmes perturbations avec les éléments approchés, et ainsi de suite. Appliquée dans toute sa rigueur, une pareille marche entraînerait un travail considérable, eu égard au nombre de transcendantes de Laplace qu'il faudrait calculer dans les opérations successives. En réalité, nous avons calculé, une fois pour toutes, les constantes nécessaires avec un demi-grand axe déterminé, et, dès lors, les approximations n'ont plus porté que sur les autres éléments. Dans la suite, nous avons dû tenir compte de l'erreur du demi-grand axe employé dans les valeurs définitives des perturbations; nous l'avons fait à l'aide d'expressions différentielles très-simples, faciles à former : le plus fort terme de correction n'a pas dépassé $0'',08$ pour le coefficient de la plus grande inégalité périodique.

Cela fait, et après détermination du moyen mouvement et du demi-grand axe par deux observations extrêmes prises dans certaines conditions, nous nous sommes mis en mesure d'obtenir les expressions générales des perturbations des éléments.

Nous donnons, dans la Section I, les valeurs des masses et des éléments des planètes, ainsi que les quantités qui déterminent les positions relatives de Vesta par rapport à chacune d'elles.

La Section II comprend les fonctions perturbatrices, développées suivant les cosinus des multiples des longitudes moyennes, et ordonnées par rapport aux puissances croissantes des excentricités et des inclinaisons. Ce développement contient près de 600 termes pour Jupiter seul; on a eu égard, dans le cas de cette planète, aux puissances du cinquième ordre de ces quantités.

La Section III donne les termes périodiques du premier ordre des éléments, et, bien que le calcul ait été fait avec les valeurs des éléments pour 1850, l'expression est générale, les éléments, qui varient avec le temps, ayant été laissés à l'état d'indéterminées : ce but a été atteint pour les excentricités et les inclinaisons, en affectant chaque coefficient de facteurs qui permettent de tenir compte d'une manière commode de la variation séculaire de chacun de ces éléments.

Le terme le plus fort, dû à l'action de Jupiter, dépasse 6′ pour la longitude moyenne. Mars donne un coefficient de près de 10″, à cause de la commensurabilité des moyens mouvements.

La Section IV est consacrée aux variations séculaires des éléments; nous donnons, en premier lieu, et pour trois époques équidistantes, les valeurs séculaires des éléments, en comprenant dans ces expressions les termes qui sont du second ordre par rapport aux masses.

En second lieu, nous faisons une étude analytique complète des inégalités séculaires, à l'aide de la méthode de Lagrange, et cette étude intéressante nous a conduit au résultat suivant :

Les moyens mouvements du périhélie et du nœud sont égaux et de sens contraires.

Nous avons abordé ensuite, dans les Sections V et VI, la partie la plus délicate de ce travail, celle qui est relative aux termes du second ordre par rapport aux masses. La discussion complète, croyons-nous, à laquelle nous nous sommes livré à cet égard nous fait espérer qu'il n'a été négligé aucun terme important ou que nous les avons signalés tous.

Nous nous occupons, tout d'abord, de l'influence des termes séculaires du premier ordre des éléments de Vesta et de Jupiter, puis, successivement, des termes du second ordre provenant des inégalités périodiques du premier ordre de Vesta par Jupiter et de Jupiter par Saturne. Les termes qui tiennent à la variation des éléments de Jupiter sont les plus importants : l'un d'eux est d'environ 50″ pour la longitude moyenne; il suffit de citer un pareil terme pour montrer combien serait illusoire une théorie qui s'en tiendrait, en ce qui regarde les masses, à une première approximation.

Dans un paragraphe spécial, nous traitons de l'influence de la grande inégalité de Jupiter et de Saturne, et nous faisons voir que le calcul des termes du second ordre auxquels elle donne naissance se réduit au calcul d'un petit nombre de termes de correction, quand on a eu soin de calculer les termes du premier ordre avec les éléments de Jupiter affectés de la grande inégalité.

La Section VI est relative à la grande inégalité du second ordre dépendant de deux fois la longitude moyenne de Saturne, plus neuf fois la longitude de Jupiter, moins trois fois la longitude de Vesta. Le diviseur qui lui correspond dans l'intégration n'est que de 63″,75, l'année julienne étant prise pour unité; il en résulte l'existence d'un grand nombre de termes sensibles dans la longitude moyenne, bien que d'ordre élevé.

Une expression rigoureuse des termes de cette inégalité ne pourrait s'obtenir que si l'on connaissait, au préalable, le développement analytique de la fonction perturbatrice jusqu'aux termes du neuvième ordre inclusivement, par rapport aux excentricités et aux inclinaisons; cette recherche constituerait à elle seule un travail considérable et plein de difficultés. Nous nous sommes borné ici aux termes qui dépendent du septième ordre, dont nous avons donné une expression analytique, et aux termes du huitième ordre, que nous avons obtenus par interpolation. La méthode dont nous avons fait usage pour calculer cette dernière partie est la méthode d'interpolation de Cauchy, telle qu'elle est exposée par M. Puiseux dans la première Section d'un Mémoire inséré dans le tome VII des *Annales de l'Observatoire;* dans la deuxième Section, M. Puiseux étend la méthode au calcul du terme qui provient de la seconde partie de la fonction perturbatrice; la troisième Section est relative à la portion de l'inégalité de la longitude moyenne dans laquelle le diviseur ne rentre qu'au premier degré; la quatrième Section contient des applications au calcul d'inégalités à longue période et du premier ordre de Pallas et de Victoria.

Les formules de la première Section et les considérations renfermées dans la troisième Section nous ont permis d'obtenir une valeur suffisamment approchée du coefficient de l'inégalité du second ordre que nous cherchions. Le calcul a été fait avec les valeurs des éléments pour 1850,0. En toute rigueur, il nous aurait fallu calculer ce coefficient pour trois époques équidistantes, afin de pouvoir l'obtenir, à un moment donné, par interpolation; mais l'approximation à laquelle nous avons dû nous borner dans le calcul de ce terme rend cette opération tout à fait superflue.

SECTION I.

§ I. — *Masses des planètes. Éléments des orbites.*

En prenant pour unité la masse du Soleil, on a adopté, pour les valeurs des masses des planètes perturbatrices, les nombres suivants :

Vénus.........	$\frac{1}{412\,150}$	Jupiter........	$\frac{1}{1050}$
La Terre.......	$\frac{1}{324\,439}$	Saturne.......	$\frac{1}{3512}$
Mars..........	$\frac{1}{2\,812\,526}$	Uranus........	$\frac{1}{24\,000}$

La masse inconnue de Vesta, d'ailleurs insensible, a été faite égale à zéro.

Les moyens mouvements sidéraux, en une année julienne de $365^j,25$, et les demi-grands axes conclus ont reçu les valeurs suivantes :

Vénus..........	2 106 641″,49	0,723 3322
La Terre........	1 295 977,38	1,000 0000
Mars............	689 050,68	1,523 691
Vesta...........	357 079,66	2,361 680
Jupiter..........	109 256,719	5,202 798
Saturne.........	43 996,127	9,538 852
Uranus..........	15 425,64	19,182 639

Voici les expressions des autres éléments, variables avec le temps, rapportés au midi moyen du 1^{er} janvier 1850, à l'écliptique et à l'équinoxe moyens de cette époque :

	Longitude moyenne.	Excentricité.	Périhélie.	Inclinaison.	Longitude du nœud.
Vénus.......	245°.33′.14″,4	0,006 8334	129°.23′.56″,0	3°.23′.30″,75	75°.19′. 4″,1
La Terre.....	100.46.36,1	0,016 7705	100.21.40,0		
Mars........	83.40.50,6	0,093 2616	333.17.50,5	1.51. 5,08	48.22.44,7
Vesta........	114.24.33,2	0,088 8641	250.24.10,2	7. 8. 6,60	103.22.24,8
Jupiter......	160. 1.10,3	0,048 2519	11.54.58,4	1.18.41,37	98.56.17,0
Saturne......	14.52.28,3	0,056 0717	90. 6.56,7	2.29.39,80	112.20.53,0
Uranus......	28.26.41,5	0,046 5775	168.16.45,0	0.46.29,91	73.14.14,3

Les éléments et les masses des planètes perturbatrices ont été tirés des

Annales de l'Observatoire; les éléments de Vesta ont été calculés, par approximations successives, en retranchant les perturbations périodiques des éléments des valeurs des éléments osculateurs donnés par le *Nautical Almanac* de 1860. Il faut, toutefois, en excepter le moyen mouvement et le demi-grand axe conclu, que l'on a déduits d'observations faites en 1807 et 1876, à peu près dans la même portion de l'orbite, de telle sorte que la différence de correction de la longitude, aux deux époques, provient en majeure partie de l'erreur du moyen mouvement.

Dans les calculs préliminaires, qui avaient pour but de déterminer une valeur approchée des éléments moyens de Vesta, nous avons pris, pour le calcul des constantes, une valeur du demi-grand axe différente de celle adoptée en dernier lieu. Nous n'avons pas jugé qu'il fût utile de calculer de nouveau ces constantes; nous tiendrons compte, dans la suite, des corrections qui peuvent en résulter pour les perturbations.

La valeur admise, à l'origine, pour le demi-grand axe de Vesta était 2,361484.

Nota. — D'une manière générale, les lettres m, n, a désigneront la masse, le moyen mouvement sidéral annuel et le demi-grand axe, e et ϖ l'excentricité et la longitude du périhélie, φ et θ l'inclinaison et la longitude du nœud ascendant, la lettre ε servira à représenter la longitude moyenne de l'époque, l la longitude moyenne à un moment quelconque.

Dans le cas de deux planètes, ces lettres seront accentuées pour la planète la plus éloignée du Soleil; s'il y en a un plus grand nombre, les accents se multiplieront dans l'ordre des plus grandes distances du Soleil. De cette manière, les lettres relatives à Vesta recevront un accent dans le cas d'une planète perturbatrice inférieure; elles n'auront pas d'accent dans le cas d'une planète perturbatrice supérieure.

Les mêmes conventions s'appliqueront aux lettres qui seront introduites ultérieurement.

§ II. — *Intersection et inclinaison mutuelle des orbites.*

Posons

$$p = \operatorname{tang}\varphi \sin\theta, \quad p' = \operatorname{tang}\varphi' \sin\theta',$$
$$q = \operatorname{tang}\varphi \cos\theta, \quad q' = \operatorname{tang}\varphi' \cos\theta';$$

appelons τ la longitude du nœud ascendant de m sur m', comptée dans l'orbite de m; τ' la longitude du nœud descendant de m' sur m, comptée dans l'orbite de m'; et soit γ l'inclinaison mutuelle des orbites.

Les valeurs de τ, τ' et γ sont données par les formules suivantes :

$$\frac{\sin\gamma\sin\tau}{\cos\varphi\cos\varphi'} = p - p' + 2\sin^2\frac{\varphi}{2}\,\frac{\tang\varphi'}{\cos\varphi}\sin(\theta - \theta')\cos\theta,$$

$$\frac{\sin\gamma\cos\tau}{\cos\varphi\cos\varphi'} = q - q' - 2\sin^2\frac{\varphi}{2}\,\frac{\tang\varphi'}{\cos\varphi}\sin(\theta - \theta')\sin\theta,$$

$$\frac{\sin\gamma\sin\tau'}{\cos\varphi\cos\varphi'} = p - p' + 2\sin^2\frac{\varphi'}{2}\,\frac{\tang\varphi}{\cos\varphi'}\sin(\theta - \theta')\cos\theta',$$

$$\frac{\sin\gamma\cos\tau'}{\cos\varphi\cos\varphi'} = q - q' - 2\sin^2\frac{\varphi'}{2}\,\frac{\tang\varphi}{\cos\varphi'}\sin(\theta - \theta')\sin\theta'.$$

Dans certains cas, il sera suffisant d'employer les formules approchées

$$\sin\gamma\sin\tau = p - p',$$
$$\sin\gamma\cos\tau = q - q'.$$

L'application de ces formules nous a donné, d'abord pour Vesta et Jupiter, et aux trois époques

	1800.	1850.	1900.
γ..........	5°.49'.34",4	5°.49'.44",6	5°.49'.55",2
τ..........	104.14.26,0	104.22.20,0	104.30.15,2
τ'.........	104.14. 1,7	104.21.57,3	104.29.54,1
$\tau' - \tau$......	− 24,3	− 22,7	− 21,1

puis pour Vesta et les autres planètes, en faisant $\tau = \tau'$ dans le cas de Vénus et Uranus, et seulement pour l'époque moyenne 1850 :

	Vénus.	Mars.	Saturne.	Uranus.
γ........	4°.28'.32"	6°.15'.33"	4°.41'.17"	6°.31'.42"
τ........	304.18.12	297.19.35	98.36.31	106.47.53
τ'........		297.25.15	98.37.59	
$\tau' - \tau$....		+ 5.40	+ 1.28	

en observant que, dans le cas de la Terre, on a rigoureusement

$$\gamma = \varphi', \quad \tau = \tau' = \theta' + 180^\circ.$$

SECTION II.

FONCTIONS PERTURBATRICES.

Soient r et r' les rayons vecteurs des deux planètes m et m', s le cosinus de l'angle qu'ils comprennent, $R_{(0,1)}$ et $R_{(1,0)}$ les fonctions perturbatrices qui correspondent aux actions de m' sur m et de m sur m'; on a

$$R_{(0,1)} = (r^2 + r'^2 - 2rr's)^{-\frac{1}{2}} - \frac{rs}{r'^2},$$

$$R_{(1,0)} = (r^2 + r'^2 - 2rr's)^{-\frac{1}{2}} - \frac{r's}{r^2}.$$

Ces deux fonctions ont une partie commune, l'inverse de la distance des deux planètes; on la désigne par la lettre R_1.

Il nous faut, avant tout, obtenir les fonctions de ce genre pour Vesta et les diverses planètes perturbatrices.

Dans le Chapitre IV, Tome I^er des *Annales*, on trouve l'expression analytique de R_1 dépendant des cosinus des multiples des longitudes moyennes, et ordonnée suivant les puissances croissantes des excentricités et de l'inclinaison mutuelle; ce développement est poussé jusqu'aux termes du septième ordre de ces quantités. La mise en nombre se fait commodément à l'aide de Tables données dans l'addition II du même Volume, et ces mêmes Tables contiennent les expressions qu'il faut ajouter à R_1 pour avoir soit $R_{(0,1)}$, soit $R_{(1,0)}$.

Nous avons été dispensé d'avoir recours au développement général en nous servant de la fonction perturbatrice donnée par le Tome X, en vue des théories de Jupiter et Saturne, où elle se trouve sous une forme générale plus commode; il nous a suffi de compléter ce développement dans le cas de Jupiter et Vesta.

Posons maintenant

$$(a^2 + a'^2 - 2aa'\cos\psi)^{-\frac{1}{2}} = \tfrac{1}{2}\Sigma A^{(i)}\cos i\psi,$$

$$aa'(a^2 + a'^2 - 2aa'\cos\psi)^{-\frac{3}{2}} = \tfrac{1}{2}\Sigma B^{(i)}\cos i\psi,$$

$$a^2a^2(a'^2 + a'^2 - 2aa'\cos\psi)^{-\frac{5}{2}} = \tfrac{1}{2}\Sigma C^{(i)}\cos i\psi,$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots,$$

le signe Σ s'étendant à toutes les valeurs entières positives et négatives de i, et les coefficients étant tels que, pour des valeurs de i égales et de signes contraires, ils prennent respectivement des valeurs égales.

Les coefficients de la fonction perturbatrice dépendent des coefficients $A^{(i)}$, $B^{(i)}$, $C^{(i)}$, ... et de leurs dérivées, prises par rapport à α, lesquels se calculent à l'aide des coefficients et des dérivées des coefficients du développement

$$(1 + \alpha^2 - 2\alpha\cos\psi)^{-s} = \tfrac{1}{2}\mathfrak{b}^{(0)} + \mathfrak{b}^{(1)}\cos\psi + \ldots + \mathfrak{b}^{(i)}\cos i\psi + \ldots,$$

dans lequel i doit recevoir toutes les valeurs positives et entières, et s les valeurs $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{2}$, ...; enfin, où l'on a fait

$$\alpha = \frac{a}{a'}.$$

Le tableau complet des formules à employer dans ces opérations diverses est donné dans le Tome X, Section II du Chapitre XVIII. Nous avons fait usage de ces formules, ainsi que des développements en séries contenus dans le Tome II, dans les additions au Chapitre V.

Le nombre des transcendantes à calculer est considérable dans le cas de Jupiter; les premières ont été calculées au moyen des séries, les autres en ont été déduites par les relations connues; les dernières obtenues ont été vérifiées par un calcul direct.

Nous nous bornerons ici à donner les fonctions perturbatrices sous la forme où elles rentrent dans les formules : une première colonne contiendra les coefficients de $a'R_{(0,1)}$ ou $a'R_{(1,0)}$, suivant qu'il s'agira d'une planète supérieure ou inférieure; une seconde colonne,

$$a'a\frac{dR_{(0,1)}}{da} \quad \text{ou} \quad a'a'\frac{dR_{(1,0)}}{da'}.$$

Les facteurs communs aux nombres des deux colonnes ne seront écrits qu'une seule fois.

Nous poserons

$$\lambda = l + \tau' - \tau, \quad \eta = \sin\frac{\gamma}{2},$$
$$\omega = \varpi + \tau' - \tau.$$

Enfin, les coefficients seront représentés par leurs logarithmes.

Partie séculaire.

ACTION DE VÉNUS.

$a'R_1$.		$a'a'\dfrac{dR_1}{da'}$.
$+\ 0,010\ 72$		$-\ 0,032\ 280$
$+\ \bar{2},627$	$(e^2 + e'^2)$	$-\ \bar{1},156$
$-\ \bar{2},505$	$ee'\cos(\varpi' - \omega)$	$+\ \bar{1},148$
$-\ \bar{1},229$	η^2	$+\ \bar{1},607$

ACTION DE LA TERRE.

$a'R_1$.		$a'a'\dfrac{dR_1}{da'}$.
$+\ 0,021\ 19$		$-\ 0,065\ 128$
$+\ \bar{2},989$	$(e^2 + e'^2)$	$-\ \bar{1},572$
$-\ \bar{1},004$	$ee'\cos(\varpi' - \omega)$	$+\ \bar{1},683$
$-\ \bar{1},591$	η^2	$+\ 0,171$
$+\ \bar{1},264$	e'^4	
$-\ 0,098$	$e'^2\eta^2$	

ACTION DE MARS.

$a'R_1$.		$a'a'\dfrac{dR_1}{da'}$.
$+\ 0,056\ 49$		$-\ 0,181\ 219$
$+\ \bar{1},636\ 45$	$(e^2 + e'^2)$	$-\ 0,394\ 5$
$-\ \bar{1},817\ 11$	$ee'\cos(\varpi' - \omega)$	$+\ 0,635\ 3$
$-\ 0,238\ 51$	η^2	$+\ 0,996\ 5$
$+\ 0,597$	$e^2e'^2$	
$+\ 0,221$	e'^4	
$-\ 1,199$	$(e^2\eta^2 + e'^2\eta^2)$	
$+\ 1,175$	η^4	
$-\ 1,468$	$ee'\eta^2\cos(\varpi - \omega)$	
$-\ 1,177$	$ee'\eta^2\cos(\varpi' + \omega - 2\tau')$	

ACTION DE JUPITER.

$a'R_1$.		$a'a\dfrac{dR_1}{da}$.
$+\ 0,024\ 6856$		$+\ \bar{1},125\ 0402$
$+\ \bar{1},076\ 6542$	$(e^2 + e'^2)$	$+\ \bar{1},551\ 1536$
$-\ \bar{1},119\ 4047$	$ee'\cos(\varpi' - \omega)$	$-\ \bar{1},712\ 8224$
$-\ \bar{1},678\ 7144$	η^2	$-\ 0,153\ 2138$
$+\ \bar{2},519\ 80$	e^4	$+\ \bar{1},323\ 99$
$+\ \bar{1},631\ 95$	$e^2e'^2$	$+\ 0,306\ 16$
$+\ \bar{1},381\ 66$	e'^4	$+\ \bar{1},990\ 74$
$-\ 0,234\ 01$	$e^2\eta^2$	$-\ 0,908\ 22$
$-\ 0,234\ 01$	$e'^2\eta^2$	$-\ 0,908\ 22$
$+\ 0,168\ 90$	η^4	$-\ 0,868\ 30$
$-\ \bar{1},356\ 32$	$e^3e'\cos(\varpi' - \omega)$	$-\ 0,105\ 47$
$-\ \bar{1},714\ 47$	$ee'^3\cos(\varpi' - \omega)$	$-\ 0,410\ 04$

$a'R_1$.	$a'a\dfrac{dR_1}{da}$.

ACTION DE JUPITER (SUITE).

$+\ 0,434\ 25\ ee'\eta^2\cos(\varpi'-\omega)$	$+\ 1,156\ 80$
$+\ \bar{1},096\ 11\ e^2e'^2\cos(2\varpi'-2\omega)$	$+\ \bar{1},872\ 2$
$+\ 0,284\ 75\ e^2\eta^2\cos(2\omega-2\tau')$	$+\ 0,893\ 8$
$-\ 0,153\ 76\ ee'\eta^2\cos(\varpi'+\omega-2\tau')$	$-\ 0,871\ 2$
$+\ \bar{1},422\ 89\ e'^2\eta^2\cos(2\varpi'-2\tau')$	$+\ 0,227\ 0$
$-\ 0,241\ 4\ e^4\eta^2$	
$-\ 1,152\ 6\ e^2e'^2\eta^2$	
$+\ 1,125\ 6\ e^2\eta^4$	
$+\ 1,125\ 6\ e'^2\eta^4$	
$+\ 0,980\ 6\ e^3e'\eta^2$	
$-\ 1,385\ 5\ ee'\eta^4\cos(\varpi'-\omega)$	
$+\ 1,094\ 8\ e^2e'^2\eta^2\cos(2\omega-2\tau')$	
$-\ 1,161\ 8\ e^2\eta^4\cos(2\omega-2\tau')$	
$-\ 0,689,7\ e^3e'\eta^2\cos(\varpi'+\omega-2\tau')$	
$+\ 1,232\ 0\ ee'\eta^4\cos(\varpi'+\omega-2\tau')$	
$-\ 0,654,0\ e^3e'\eta^2\cos(-\varpi'+3\omega-2\tau')$	

ACTION DE SATURNE.

$+\ 0,006\ 84$	$+\ \bar{2},517\ 209$
$+\ \bar{2},412\ 98\ (e^2+e'^2)$	$+\ \bar{2},764\ 47$
$-\ \bar{2},201\ 20\ ee'\cos(\varpi'-\omega)$	$-\ \bar{2},710\ 33$
$-\ \bar{1},015\ 04\ \eta^2$	$-\ \bar{1},366\ 35$
$+\ \bar{2},703\ 7\ e^2e'^2$	
$-\ \bar{1},305\ 7\ e^2\eta^2$	
$-\ \bar{1},305\ 7\ e'^2\eta^2$	
$+\ \bar{1},320\ 1\ ee'\eta^2\cos(\varpi'-\omega)$	
$+\ \bar{1},469\ 8\ e^2\eta^2\cos(2\omega-2\tau')$	

ACTION D'URANUS.

$+\ 0,001\ 7$	$+\ \bar{3},887\ 05$
$+\ \bar{3},767\ (e^2+e'^2)$	$+\ \bar{2},079$
$-\ \bar{3},176\ ee'\cos(\varpi'-\omega)$	$-\ \bar{3},398$
$-\ \bar{2},369\ \eta^2$	$-\ \bar{2},682$

Partie périodique.

$a'R_{(1,0)}$.	$a'a'\dfrac{dR_{(1,0)}}{da'}$.

ACTION DE VÉNUS.

$-\ 1,015\cos(l'-\lambda)$	$-\ 1,054$
$+\ \bar{2},863\cos(2l'-2\lambda)$	$+\ \bar{1},354$

$a' R_{(1,0)}$.	$a' a' \dfrac{d R_{(1,0)}}{d a'}$.

ACTION DE VÉNUS (SUITE).

$- \bar{1},689\; e \cos(l' - \omega)$	$+ 0,018$
$- \bar{1},347\; e \cos(2l' - \lambda - \omega)$	$+ \bar{1},842$
$+ 0,032\; e' \cos(l' - \varpi')$	$- 0,096$
$+ 0,670\; e' \cos(2l' - \lambda - \varpi')$	$- 0,826$
$+ \bar{1},413\; e' \cos(3l' - 2\lambda - \varpi')$	$- \bar{1},907$

ACTION DE LA TERRE.

$- 0,709 \cos(l' - \lambda)$	$- 0,817$
$+ \bar{1},164 \cos(2l' - 2\lambda)$	$- \bar{1},667$
$- \bar{1},857 \cos(l' - \omega)$	$+ 0,215$
$- \bar{1},654 \cos(2l' - \lambda - \omega)$	$+ 0,166$
$+ 0,065 \cos(l' - \varpi')$	$- 0,191$
$- 0,265 \cos(2l' - \lambda - \varpi')$	$- 0,692$
$+ \bar{1},719 \cos(3l' - 2\lambda - \varpi')$	$- 0,229$

ACTION DE MARS.

$- 0,209 \cos(l' - \lambda)$	$- 0,640$
$+ \bar{1},589\ 1 \cos(2l' - 2\lambda)$	$- 0,140\ 4$
$+ \bar{1},325 \cos(3l' - 3\lambda)$	$- \bar{1},987$
$+ \bar{1},080 \cos(4l' - 4\lambda)$	$- \bar{1},829$
$- 0,137\; e \cos(l' - \omega)$	$+ 0,608$
$- 0,104\ 85\; e \cos(2l' - \lambda - \omega)$	$+ 0,688\ 7$
$- 0,006\; e \cos(3l' - 2\lambda - \omega)$	$+ 0,686$
$- \bar{1},879\; e \cos(4l' - 3\lambda - \omega)$	$+ 0,641$
$- \bar{1},739\; e \cos(5l' - 4\lambda - \omega)$	$+ 0,569$
$+ 0,580\; e' \cos(\lambda - \varpi')$	
$+ 0,181\; e' \cos(l' - \varpi')$	$- 0,512$
$+ \bar{1},750\ 1\; e' \cos(2l' - \lambda - \varpi')$	$- 0,794\ 9$
$+ 0,166\; e' \cos(3l' - 2\lambda - \varpi')$	$- 0,746$
$+ 0,049\; e' \cos(4l' - 3\lambda - \varpi')$	$- 0,728$
$+ \bar{1},913\; e' \cos(5l' - 4\lambda - \varpi')$	$- 0,673$
$+ 0,281\; e^2 \cos(4l' - 2\lambda - 2\omega)$	$- 1,062$
$+ \bar{1},980\; \eta^2 \cos(4l' - 2\lambda - 2\tau')$	$- 0,855$
$- 0,737\ 8\; ee' \cos(4l' - 2\lambda - \varpi' - \omega)$	$+ 1,441\ 5$
$- 0,717\; ee' \cos(5l' - 3\lambda - \varpi' - \omega)$	$+ 1,493$
$+ 0,587\; e'^2 \cos(4l' - 2\lambda - 2\varpi')$	$- 1,197\ 2$
$+ 0,576\ 7\; e'^2 \cos(5l' - 3\lambda - 2\varpi')$	$- 1,274$

$a'\mathrm{R}_{(0,1)}$.		$a'a\dfrac{d\mathrm{R}_{(0,1)}}{da}$.

ACTION DE JUPITER.

Termes de degré 0. Termes de même forme du 2e degré.

$-\ \bar{2},606\ 28$	$\cos(l'-\lambda)$	$+\ \bar{1},126\ 35$
$+\ \bar{1},230\ 19$	$\cos(2l'-2\lambda)$	$-\ \bar{1},574\ 75$
$+\ \bar{2},810\ 10$	$\cos(3l'-3\lambda)$	$+\ \bar{1},318\ 26$
$+\ \bar{2},410\ 36$	$\cos(4l'-4\lambda)$	$+\ \bar{1},036\ 63$
$+\ \bar{2},022\ 43$	$\cos(5l'-5\lambda)$	$+\ \bar{2},741\ 3$
$-\ \bar{3},642\ 2$	$\cos(6l'-6\lambda)$	$-\ \bar{2},437\ 2$
$+\ \bar{3},267\ 4$	$\cos(7l'-7\lambda)$	$+\ \bar{2},127\ 2$
$-\ \bar{4},896\ 5$	$\cos(8l'-8\lambda)$	$-\ \bar{3},813$
$-\ \bar{4},529$	$\cos(9l'-9\lambda)$	
$+\ \bar{1},047\ 08$	$e^2\cos(l'-\lambda)$	$+\ \bar{1},652\ 56$
$-\ \bar{1},551\ 5$	$e^2\cos(2l'-2\lambda)$	$-\ \bar{1},780\ 4$
$-\ \bar{1},547\ 4$	$e^2\cos(3l'-3\lambda)$	$-\ 0,018\ 9$
$-\ \bar{1},424$	$e^2\cos(4l'-4\lambda)$	$-\ 0,033$
$-\ \bar{1},245$	$e^2\cos(5l'-5\lambda)$	$-\ \bar{1},953$
$-\ \bar{1},032$	$e^2\cos(6l'-6\lambda)$	$-\ \bar{1},821$
$-\ \bar{2},798$	$e^2\cos(7l'-7\lambda)$	$-\ \bar{1},653$
$-\ \bar{2},548$	$e^2\cos(8l'-8\lambda)$	$-\ \bar{1},460$
$+\ \bar{1},047\ 08$	$e'^2\cos(l'-\lambda)$	$+\ \bar{1},652\ 56$
$-\ \bar{1},551\ 5$	$e'^2\cos(2l'-2\lambda)$	$-\ \bar{1},780\ 4$
$-\ \bar{1},547\ 4$	$e'^2\cos(3l'-3\lambda)$	$-\ 0,018\ 9$
$-\ \bar{1},424$	$e'^2\cos(4l'-4\lambda)$	$-\ 0,033$
$-\ \bar{1},245$	$e'^2\cos(5l'-5\lambda)$	$-\ \bar{1},953$
$-\ \bar{1},032$	$e'^2\cos(6l'-6\lambda)$	$-\ \bar{1},821$
$-\ \bar{2},798$	$e'^2\cos(7l'-7\lambda)$	$-\ \bar{1},653$
$-\ \bar{2},548$	$e'^2\cos(8l'-8\lambda)$	$-\ \bar{1},460$
$+\ \bar{2},507\ 1$	$ee'\cos(-7l'+7\lambda-\varpi'+\omega)$	$-\ \bar{1},419\ 5$
$+\ \bar{2},750\ 8$	$ee'\cos(-6l'+6\lambda-\varpi'+\omega)$	$+\ \bar{1},605\ 1$
$+\ \bar{2},975\ 9$	$ee'\cos(-5l'+5\lambda-\varpi'+\omega)$	$+\ \bar{1},763\ 1$
$+\ \bar{1},174\ 6$	$ee'\cos(-4l'+4\lambda-\varpi'+\omega)$	$+\ \bar{1},881\ 1$
$+\ \bar{1},331\ 0$	$ee'\cos(-3l'+3\lambda-\varpi'+\omega)$	$+\ \bar{1},935\ 0$
$+\ \bar{1},408\ 0$	$ee'\cos(-2l'+2\lambda-\varpi'+\omega)$	$+\ \bar{1},864\ 7$
$+\ \bar{1},269\ 84$	$ee'\cos(-l'+\lambda-\varpi'+\omega)$	$+\ \bar{1},357\ 07$
$-\ \bar{1},377\ 68$	$ee'\cos(l'-\lambda-\varpi'+\omega)$	$-\ \bar{1},852\ 18$
$-\ \bar{2},960\ 26$	$ee'\cos(2l'-2\lambda-\varpi'+\omega)$	$-\ \bar{1},582\ 56$
$+\ \bar{1},720\ 93$	$ee'\cos(3l'-3\lambda-\varpi'+\omega)$	$+\ \bar{1},990\ 69$
$+\ \bar{1},652\ 80$	$ee'\cos(4l'-4\lambda-\varpi'+\omega)$	$-\ 0,132\ 47$
$+\ \bar{1},501\ 3$	$ee'\cos(5l'-5\lambda-\varpi'+\omega)$	$+\ 0,112\ 6$
$+\ \bar{1},305\ 6$	$ee'\cos(6l'-6\lambda-\varpi'+\omega)$	$+\ 0,015\ 4$
$+\ \bar{1},082\ 5$	$ee'\cos(7l'-7\lambda-\varpi'+\omega)$	$+\ \bar{1},871\ 4$
$+\ \bar{2},840\ 7$	$ee'\cos(8l'-8\lambda-\varpi'+\omega)$	$+\ \bar{1},696\ 0$
$+\ \bar{2},584\ 9$	$ee'\cos(9l'-9\lambda-\varpi'+\omega)$	$+\ \bar{1},497\ 9$

ACTION DE JUPITER (SUITE).

$a'R_{(0,1)}$.		$a'a\dfrac{dR_{(0,1)}}{da}$.
$-\,\bar{1},753\ 56$	$\eta^2 \cos(l''-\lambda)$	$-\,0,342\ 11$
$-\,\bar{1},788\ 62$	$\eta^2 \cos(2l''-2\lambda)$	$-\,0,321\ 14$
$-\,\bar{1},522\ 23$	$\eta^2 \cos(3l''-3\lambda)$	$-\,0,158\ 52$
$-\,\bar{1},235\ 36$	$\eta^2 \cos(4l''-4\lambda)$	$-\,\bar{1},958\ 26$
$-\,\bar{2},936\ 75$	$\eta^2 \cos(5l''-5\lambda)$	$-\,\bar{1},732\ 94$
$-\,\bar{2},630\ 50$	$\eta^2 \cos(6l''-6\lambda)$	

Termes du 1er degré. Termes de même forme et du 3e degré.

$+\,\bar{3},170$	$e \cos(-9l''+10\lambda-\omega)$	
$+\,\bar{3},485$	$e \cos(-8l''+9\lambda-\omega)$	$+\,\bar{2},397\ 4$
$+\,\bar{3},796$	$e \cos(-7l''+8\lambda-\omega)$	$+\,\bar{2},650\ 8$
$+\,\bar{2},101\ 7$	$e \cos(-6l''+7\lambda-\omega)$	$+\,\bar{2},889\ 6$
$+\,\bar{2},399\ 55$	$e \cos(-5l''+6\lambda-\omega)$	$+\,\bar{1},108\ 15$
$+\,\bar{2},685\ 74$	$e \cos(-4l''+5\lambda-\omega)$	$+\,\bar{1},296\ 28$
$+\,\bar{2},952\ 75$	$e \cos(-3l''+4\lambda-\omega)$	$+\,\bar{1},433\ 45$
$+\,\bar{1},181\ 80$	$e \cos(-2l''+3\lambda-\omega)$	$+\,\bar{1},465\ 31$
$-\,\bar{2},423\ 13$	$e \cos(-l''+2\lambda-\omega)$	$-\,\bar{1},012\ 96$
$-\,\bar{1},125\ 04$	$e \cos(+\lambda-\omega)$	$-\,\bar{1},536\ 37$
$-\,\bar{1},030\ 49$	$e \cos(l''-\omega)$	$-\,\bar{1},568\ 86$
$-\,\bar{1},722\ 31$	$e \cos(2l''-\lambda-\omega)$	$-\,0,082\ 98$
$-\,\bar{1},473\ 91$	$e \cos(3l''-2\lambda-\omega)$	$-\,\bar{1},990\ 01$
$-\,\bar{1},196\ 73$	$e \cos(4l''-3\lambda-\omega)$	$-\,\bar{1},827\ 74$
$-\,\bar{2},904\ 21$	$e \cos(5l''-4\lambda-\omega)$	$-\,\bar{1},626\ 20$
$-\,\bar{2},602\ 11$	$e \cos(6l''-5\lambda-\omega)$	$-\,\bar{1},399\ 41$
$-\,\bar{2},293\ 54$	$e \cos(7l''-6\lambda-\omega)$	$-\,\bar{1},155\ 0$
$-\,\bar{3},980\ 1$	$e \cos(8l''-7\lambda-\omega)$	$-\,\bar{2},897\ 6$
$-\,\bar{3},663\ 2$	$e \cos(9l''-8\lambda-\omega)$	
$-\,\bar{2},922$	$e^3 \cos(-8l''+9\lambda-\omega)$	
$-\,\bar{1},125$	$e^3 \cos(-7l''+8\lambda-\omega)$	$-\,\bar{1},977$
$-\,\bar{1},306$	$e^3 \cos(-6l''+7\lambda-\omega)$	$-\,0,090$
$-\,\bar{1},459$	$e^3 \cos(-5l''+6\lambda-\omega)$	$-\,0,162$
$-\,\bar{1},569$	$e^3 \cos(-4l''+5\lambda-\omega)$	$-\,0,173$
$-\,\bar{1},614$	$e^3 \cos(-3l''+4\lambda-\omega)$	$-\,0,086$
$-\,\bar{1},540$	$e^3 \cos(-2l''+3\lambda-\omega)$	$-\,\bar{1},819$
$+\,\bar{2},351$	$e^3 \cos(-l''+2\lambda-\omega)$	$+\,\bar{2},005$
$-\,\bar{2},622$	$e^3 \cos(+\lambda-\omega)$	$-\,\bar{1},448$
$-\,\bar{1},111$	$e^3 \cos(l''-\omega)$	$-\,\bar{1},766$
$+\,\bar{1},228$	$e^3 \cos(2l''-\lambda-\omega)$	$+\,\bar{2},656$
$+\,\bar{1},664$	$e^3 \cos(3l''-2\lambda-\omega)$	$+\,0,106$
$+\,\bar{1},744$	$e^3 \cos(4l''-3\lambda-\omega)$	$+\,0,347$
$+\,\bar{1},700$	$e^3 \cos(5l''-4\lambda-\omega)$	$+\,0,407$
$+\,\bar{1},590$	$e^3 \cos(6l''-5\lambda-\omega)$	$+\,0,378$
$+\,\bar{1},438$	$e^3 \cos(7l''-6\lambda-\omega)$	$+\,0,294$
$+\,\bar{1},257$	$e^3 \cos(8l''-7\lambda-\omega)$	$+\,0,170$

ACTION DE JUPITER (suite).

$a'R_{(0,1)}$		$a'a\dfrac{dR_{(0,1)}}{da}$
$-\ \bar{1},633$	$ee'^2\cos(-5l'+6\lambda-\omega)$	$-\ 0,339$
$-\ \bar{1},719$	$ee'^2\cos(-4l'+5\lambda-\omega)$	$-\ 0,328$
$-\ \bar{1},729$	$ee'^2\cos(-3l'+4\lambda-\omega)$	$-\ 0,218$
$-\ \bar{1},613$	$ee'^2\cos(-2l'+3\lambda-\omega)$	$-\ \bar{1},981$
$-\ \bar{1},054$	$ee'^2\cos(-l'+2\lambda-\omega)$	$-\ \bar{1},777$
$-\ \bar{1},551$	$ee'^2\cos(+\lambda-\omega)$	$-\ 0,133$
$-\ \bar{1},526$	$ee'^2\cos(l'-\omega)$	$-\ 0,175$
$+\ 0,005\ 9$	$ee'^2\cos(2l'-\lambda-\omega)$	$+\ 0,163\ 1$
$+\ 0,198\ 8$	$ee'^2\cos(3l'-2\lambda-\omega)$	$+\ 0,664\ 1$
$+\ 0,204\ 7$	$ee'^2\cos(4l'-3\lambda-\omega)$	$+\ 0,813\ 0$
$+\ 0,123$	$ee'^2\cos(5l'-4\lambda-\omega)$	$+\ 0,832$
$+\ \bar{1},990$	$ee'^2\cos(6l'-5\lambda-\omega)$	$+\ 0,779$
$+\ \bar{1},823$	$ee'^2\cos(7l'-6\lambda-\omega)$	$+\ 0,678$
$-\ \bar{1},368$	$e\eta'^2\cos(-4l'+5\lambda-\omega)$	$-\ \bar{1},994$
$-\ \bar{1},444$	$e\eta'^2\cos(-3l'+4\lambda-\omega)$	$-\ \bar{1},853$
$-\ \bar{1},260$	$e\eta'^2\cos(-2l'+3\lambda-\omega)$	$+\ \bar{1},511$
$+\ \bar{1},726$	$e\eta'^2\cos(-l'+2\lambda-\omega)$	$+\ 0,432$
$+\ 0,153\ 2$	$e\eta'^2\cos(+\lambda-\omega)$	$+\ 0,735\ 0$
$+\ 0,221\ 7$	$e\eta'^2\cos(l'-\omega)$	$+\ 0,851\ 4$
$+\ 0,357\ 3$	$e\eta'^2\cos(2l'-\lambda-\omega)$	$+\ 0,939\ 7$
$+\ 0,235\ 2$	$e\eta'^2\cos(3l'-2\lambda-\omega)$	$-\ 0,899\ 2$
$+\ 0,057\ 6$	$e\eta'^2\cos(4l'-3\lambda-\omega)$	$+\ 0,797\ 9$
$+\ \bar{1},847$	$e\eta'^2\cos(5l'-4\lambda-\omega)$	$+\ 0,655$
$+\ \bar{1},614$	$e\eta'^2\cos(6l'-5\lambda-\omega)$	$+\ 0,482$
$-\ \bar{3},425$	$e'\cos(-7l'+8\lambda-\varpi')$	$-\ \bar{2},337$
$-\ \bar{3},727$	$e'\cos(-6l'+7\lambda-\varpi')$	$-\ \bar{2},580$
$-\ \bar{2},018\ 9$	$e'\cos(-5l'+6\lambda-\varpi')$	$-\ \bar{2},805\ 3$
$-\ \bar{2},297\ 3$	$e'\cos(-4l'+5\lambda-\varpi')$	$-\ \bar{1},003\ 1$
$-\ \bar{2},551\ 91$	$e'\cos(-3l'+4\lambda-\varpi')$	$-\ \bar{1},156\ 63$
$-\ \bar{2},758\ 93$	$e'\cos(-2l'+3\lambda-\varpi')$	$-\ \bar{1},223\ 37$
$-\ \bar{2},826\ 31$	$e'\cos(-l'+2\lambda-\varpi')$	$-\ \bar{1},017\ 60$
$+\ \bar{2},669\ 20$	$e'\cos(+\lambda-\varpi')$	$+\ \bar{1},230\ 23$
$+\ 0,076\ 22$	$e'\cos(l'-\varpi')$	$+\ \bar{1},678\ 72$
$+\ \bar{1},105\ 41$	$e'\cos(2l'-\lambda-\varpi')$	$+\ \bar{1},640\ 93$
$+\ \bar{1},787\ 15$	$e'\cos(3l'-2\lambda-\varpi')$	$-\ 0,145\ 62$
$+\ \bar{1},518\ 61$	$e'\cos(4l'-3\lambda-\varpi')$	$+\ 0,033\ 95$
$+\ \bar{1},230\ 86$	$e'\cos(5l'-4\lambda-\varpi')$	$+\ \bar{1},861\ 51$
$+\ \bar{2},931\ 82$	$e'\cos(6l'-5\lambda-\varpi')$	$-\ \bar{1},653\ 62$
$+\ \bar{2},625\ 30$	$e'\cos(7l'-6\lambda-\varpi')$	$+\ \bar{1},422\ 48$
$+\ \bar{2},313\ 5$	$e'\cos(8l'-7\lambda-\varpi')$	$+\ \bar{1},174\ 9$
$+\ \bar{3},997\ 7$	$e'\cos(9l'-8\lambda-\varpi')$	$+\ \bar{2},915\ 1$
$+\ \bar{1},418$	$e^2e'\cos(-5l+6\lambda-\varpi')$	$-\ 0,202$
$+\ \bar{1},534$	$e^2e'\cos(-4l+5\lambda-\varpi')$	$+\ 0,239$

ACTION DE JUPITER (SUITE).

$a'\mathrm{R}_{(0,1)}$		$a'a\dfrac{d\mathrm{R}_{(0,1)}}{da}$
$+\bar{1},592$	$e^2e'\cos(-3l'+4\lambda-\varpi')$	$+0,201$
$+\bar{1},555\,7$	$e^2e'\cos(-2l'+3\lambda-\varpi')$	$+0,053\,3$
$+\bar{1},366\,4$	$e^2e'\cos(-l'+2\lambda-\varpi')$	$+\bar{1},816\,5$
$+\bar{1},227\,7$	$e^2e'\cos(+\lambda-\varpi')$	$+\bar{1},915\,7$
$+\bar{1},676\,7$	$e^2e'\cos(l'-\varpi')$	$+0,234\,0$
$+\bar{1},593\,1$	$e^2e'\cos(2l'-\lambda-\varpi')$	$+0,236\,1$
$-0,076\,2$	$e^2e'\cos(3l'-2\lambda-\varpi')$	$-0,244\,8$
$-0,244\,7$	$e^2e'\cos(4l'-3\lambda-\varpi')$	$-0,710\,7$
$-0,239\,3$	$e^2e'\cos(5l'-4\lambda-\varpi')$	$-0,847\,6$
$-0,151\,1$	$e^2e'\cos(6l'-5\lambda-\varpi')$	$-0,860\,3$
$-0,013\,4$	$e^2e'\cos(7l'-6\lambda-\varpi')$	$-0,802\,5$
$-\bar{1},843$	$e^2e'\cos(8l'-7\lambda-\varpi')$	$-0,698$
$-\bar{1},648$	$e^2e'\cos(9l'-8\lambda-\varpi')$	$-0,561$
$+\bar{2},821$	$e'^3\cos(-l'+2\lambda-\varpi')$	$+\bar{1},527$
$+\bar{1},209$	$e'^3\cos(+\lambda-\varpi')$	$+\bar{1},853$
$+\bar{1},318$	$e'^3\cos(l'-\varpi')$	$+0,062$
$+\bar{1},297$	$e'^3\cos(2l'-\lambda-\varpi')$	$+\bar{1},955$
$-0,057$	$e'^3\cos(3l'-2\lambda-\varpi')$	$-0,307$
$-0,121$	$e'^3\cos(4l'-3\lambda-\varpi')$	$-0,599$
$-0,070$	$e'^3\cos(5l'-4\lambda-\varpi')$	$-0,682$
$-\bar{1},955$	$e'^3\cos(6l'-5\lambda-\varpi')$	$-0,666$
$-\bar{1},800$	$e'^3\cos(7l'-6\lambda-\varpi')$	$-0,589$
$+\bar{1},169$	$e'\eta^2\cos(-3l'+4\lambda-\varpi')$	
$+\bar{1},048$	$e'\eta^2\cos(-2l'+3\lambda-\varpi')$	
$-\bar{1},098$	$e'\eta^2\cos(-l'+2\lambda-\varpi')$	$-0,137$
$-\bar{1},911\,6$	$e'\eta^2\cos(+\lambda-\varpi')$	$-0,580$
$-0,278\,81$	$e'\eta^2\cos(l'-\varpi')$	$-0,836\,1$
$-0,289\,98$	$e'\eta^2\cos(2l'-\lambda-\varpi')$	$-0,913\,9$
$-0,412\,3$	$e'\eta^2\cos(3l'-2\lambda-\varpi')$	$-0,989\,1$
$-0,275\,4$	$e'\eta^2\cos(4l'-3\lambda-\varpi')$	$-0,937\,0$
$-0,089$	$e'\eta^2\cos(5l'-4\lambda-\varpi')$	$-0,828$
$-\bar{1},873$	$e'\eta^2\cos(6l'-5\lambda-\varpi')$	$-0,680$
$+\bar{1},183$	$e^2e'\cos(-8l'+9\lambda+\varpi'-2\omega)$	$+0,035$
$+\bar{1},373$	$e^2e'\cos(-7l'+8\lambda+\varpi'-2\omega)$	$+0,158$
$+\bar{1},537$	$e^2e'\cos(-6l'+7\lambda+\varpi'-2\omega)$	$+0,242$
$+\bar{1},666$	$e^2e'\cos(-5l'+6\lambda+\varpi'-2\omega)$	$+0,272$
$+\bar{1},739$	$e^2e'\cos(-4l'+5\lambda+\varpi'-2\omega)$	$+0,215$
$+\bar{1},718$	$e^2e'\cos(-3l'+4\lambda+\varpi'-2\omega)$	$+0,004$
$-\bar{2},536$	$e^2e'\cos(-2l'+3\lambda+\varpi'-2\omega)$	$-\bar{2},831$
$-\bar{3},032$	$e^2e'\cos(-l'+2\lambda+\varpi'-2\omega)$	$+\bar{1},163$
$+\bar{1},008$	$e^2e'\cos(+\lambda+\varpi'-2\omega)$	$+\bar{1},677$
$-\bar{1},079\,8$	$e^2e'\cos(l'+\varpi'-2\omega)$	$+\bar{2},343$

ACTION DE JUPITER (SUITE).

$a'R_{(0,1)}$.		$a'a\dfrac{dR_{(0,1)}}{da}$.
$-\ \bar{1},598\,2$	$e^2e'\cos(2l'-\lambda+\varpi'-2\omega)$	$-\ 0,036\,5$
$-\ \bar{1},699\,7$	$e^2e'\cos(3l'-2\lambda+\varpi'-2\omega)$	$-\ 0,301\,9$
$-\ \bar{1},666\,6$	$e^2e'\cos(4l'-3\lambda+\varpi'-2\omega)$	$-\ 0,373\,6$
$-\ \bar{1},563$	$e^2e'\cos(5l'-4\lambda+\varpi'-2\omega)$	$-\ 0,351$
$-\ \bar{1},415$	$e^2e'\cos(6l'-5\lambda+\varpi'-2\omega)$	$-\ 0,271$
$-\ \bar{1},238$	$e^2e'\cos(7l'-6\lambda+\varpi'-2\omega)$	$-\ 0,150$
$-\ \bar{1},038$	$e^2e'\cos(8l'-7\lambda+\varpi'-2\omega)$	
$-\ \bar{2},752$	$ee'^2\cos(-l'+2\lambda-2\varpi'+\omega)$	$-\ \bar{1},410$
$-\ \bar{2},875$	$ee'^2\cos(+\lambda-2\varpi'+\omega)$	$-\ \bar{1},610$
$-\ \bar{1},318\,6$	$ee'^2\cos(l'-2\varpi'+\omega)$	$-\ \bar{1},948\,3$
$-\ \bar{1},619\,6$	$ee'^2\cos(2l'-\lambda-2\varpi'+\omega)$	$-\ 0,143\,2$
$-\ \bar{1},360\,2$	$ee'^2\cos(3l'-2\lambda-2\varpi'+\omega)$	$-\ 0,011\,0$
$+\ 0,099\,9$	$ee'^2\cos(4l'-3\lambda-2\varpi'+\omega)$	$+\ 0,350\,0$
$+\ 0,155\,2$	$ee'^2\cos(5l'-4\lambda-2\varpi'+\omega)$	$+\ 0,633\,0$
$+\ 0,097$	$ee'^2\cos(6l'-5\lambda-2\varpi'+\omega)$	$+\ 0,709$
$+\ \bar{1},978$	$ee'^2\cos(7l'-6\lambda-2\varpi'+\omega)$	$+\ 0,689$
$+\ \bar{1},820$	$ee'^2\cos(8l'-7\lambda-2\varpi'+\omega)$	$+\ 0,610$
		$+\ 0,49$
$-\ \bar{1},512$	$e\eta^2\cos(-4l'+5\lambda+\omega-2\tau')$	$-\ 0,356$
$-\ \bar{1},742$	$e\eta^2\cos(-3l'+4\lambda+\omega-2\tau')$	$-\ 0,521$
$-\ \bar{1},947\,2$	$e\eta^2\cos(-2l'+3\lambda+\omega-2\tau')$	$-\ 0,651\,8$
$-\ 0,116\,0$	$e\eta^2\cos(-l'+2\lambda+\omega-2\tau')$	$-\ 0,734\,9$
$-\ 0,221\,7$	$e\eta^2\cos(+\lambda+\omega-2\tau')$	$-\ 0,745\,3$
$-\ \bar{1},947\,8$	$e\eta^2\cos(l'+\omega-2\tau')$	$-\ 0,572\,5$
$-\ \bar{1},852\,2$	$e\eta^2\cos(2l'-\lambda+\omega-2\tau')$	$-\ 0,434\,0$
$-\ \bar{1},403$	$e\eta^2\cos(3l'-2\lambda+\omega-2\tau')$	$-\ 0,114$
$-\ \bar{2},786$	$e\eta^2\cos(4l'-3\lambda+\omega-2\tau')$	$-\ \bar{1},657$
$+\ \bar{3},661$	$e\eta^2\cos(5l'-4\lambda+\omega-2\tau')$	$-\ \bar{2},700$
$+\ \bar{2},296$	$e\eta^2\cos(6l'-5\lambda+\omega-2\tau')$	
$+\ \bar{2},260$	$e\eta^2\cos(7l'-6\lambda+\omega-2\tau')$	
$+\ \bar{1},437$	$e'\eta^2\cos(-5l'+6\lambda+\varpi'-2\tau')$	$+\ 0,282$
$+\ \bar{1},651$	$e'\eta^2\cos(-4l'+5\lambda+\varpi'-2\tau')$	$+\ 0,432$
$+\ \bar{1},832$	$e'\eta^2\cos(-3l'+4\lambda+\varpi'-2\tau')$	$+\ 0,541$
$+\ \bar{1},960$	$e'\eta^2\cos(-2l'+3\lambda+\varpi'-2\tau')$	$+\ 0,589$
$+\ \bar{1},978$	$e'\eta^2\cos(-l'+2\lambda+\varpi'-2\tau')$	$+\ 0,535$
$+\ \bar{1},936$	$e'\eta^2\cos(+\lambda+\varpi'-2\tau')$	$+\ 0,298$
$-\ \bar{3},634$	$e'\eta^2\cos(l'+\varpi'-2\tau')$	$+\ \bar{1},765$
$-\ \bar{1},152$	$e'\eta^2\cos(2l'-\lambda+\varpi'-2\tau')$	$-\ \bar{1},394$
$-\ \bar{1},161$	$e'\eta^2\cos(3l'-2\lambda+\varpi'-2\tau')$	$-\ \bar{1},743$
$-\ \bar{1},037$	$e'\eta^2\cos(4l'-3\lambda+\varpi'-2\tau')$	$-\ \bar{1},750$

$a'\mathrm{R}_{(0,1)}$. $a'a\dfrac{d\mathrm{R}_{(0,1)}}{da}$.

ACTION DE JUPITER (SUITE).

Termes du 2e degré. Termes de même forme et du 4e degré.

$+\ \bar{3},874$	$e^2\cos(-8l'+10\lambda-2\omega)$	
$+\ \bar{2},139$	$e^2\cos(-7l'+9\lambda-2\omega)$	
$+\ \bar{2},393\ 0$	$e^2\cos(-6l'+8\lambda-2\omega)$	$+\ \bar{1},177\ 5$
$+\ \bar{2},632\ 5$	$e^2\cos(-5l'+7\lambda-2\omega)$	$+\ \bar{1},336\ 9$
$+\ \bar{2},851\ 6$	$e^2\cos(-4l'+6\lambda-2\omega)$	$+\ \bar{1},457\ 4$
$+\ \bar{1},040\ 5$	$e^2\cos(-3l'+5\lambda-2\omega)$	$+\ \bar{1},517\ 0$
$+\ \bar{1},177\ 6$	$e^2\cos(-2l'+4\lambda-2\omega)$	$+\ \bar{1},466\ 2$
$+\ \bar{2},093\ 7$	$e^2\cos(-l'+3\lambda-2\omega)$	$-\ \bar{2},499\ 2$
$-\ \bar{2},148\ 0$	$e^2\cos(+2\lambda-2\omega)$	$+\ \bar{2},075\ 8$
$+\ \bar{2},850\ 5$	$e^2\cos(l'+\lambda-2\omega)$	$+\ \bar{1},439\ 0$
$+\ \bar{1},678\ 53$	$e^2\cos(2l'-2\omega)$	$+\ 0,075\ 80$
$+\ \bar{1},691\ 85$	$e^2\cos(3l'-\lambda-2\omega)$	$+\ 0,221\ 78$
$+\ \bar{1},577\ 06$	$e^2\cos(4l'-2\lambda-2\omega)$	$+\ 0,215\ 28$
$+\ \bar{1},402\ 53$	$e^2\cos(5l'-3\lambda-2\omega)$	$+\ 0,128\ 94$
$+\ \bar{1},193\ 16$	$e^2\cos(6l'-4\lambda-2\omega)$	$+\ \bar{1},993\ 4$
$-\ \bar{2},961\ 0$	$e^2\cos(7l'-5\lambda-2\omega)$	$+\ \bar{1},824\ 6$
$+\ \bar{2},712\ 5$	$e^2\cos(8l'-6\lambda-2\omega)$	$+\ \bar{1},631\ 6$
$+\ \bar{2},920$	$e^4\cos(2l'-2\omega)$	$+\ \bar{1},696$
$-\ \bar{1},254\ 0$	$e^4\cos(3l'-\lambda-2\omega)$	$-\ \bar{1},468\ 1$
$-\ \bar{1},719\ 2$	$e^4\cos(4l'-2\lambda-2\omega)$	$-\ 0,302\ 4$
$-\ \bar{1},865\ 7$	$e^4\cos(5l'-3\lambda-2\omega)$	$-\ 0,568\ 7$
$-\ \bar{1},885$	$e^4\cos(6l'-4\lambda-2\omega)$	$-\ 0,673$
$-\ \bar{1},832$	$e^4\cos(7l'-5\lambda-2\omega)$	$-\ 0,687$
$-\ \bar{1},732$	$e^4\cos(8l'-6\lambda-2\omega)$	
$+\ \bar{1},483$	$e^2e'^2\cos(l'+\lambda-2\omega)$	$+\ 0,219$
$-\ \bar{1},849$	$e^2e'^2\cos(2l'-2\omega)$	$-\ \bar{1},401$
$-\ 0,392\ 89$	$e^2e'^2\cos(3l'-\lambda-2\omega)$	$-\ 0,842\ 06$
$-\ 0,575\ 3$	$e^2e'^2\cos(4l'-2\lambda-2\omega)$	$-\ 1,182\ 5$
$-\ 0,616\ 4$	$e^2e'^2\cos(5l'-3\lambda-2\omega)$	$-\ 1,326\ 6$
$0,578$	$e^2e'^2\cos(6l'-4\lambda-2\omega)$	$-\ 1,368$
$-\ 0,488$	$e^2e'^2\cos(7l'-5\lambda-2\omega)$	$-\ 1,345$
$-\ \bar{1},464$	$e^2\eta^2\cos(+2\lambda-2\omega)$	$-\ 0,425$
$-\ 0,155$	$e^2\eta^2\cos(l'+\lambda-2\omega)$	$-\ 0,872$
$-\ 0,462\ 2$	$e^2\eta^2\cos(2l'-2\omega)$	$-\ 1,123\ 2$
$-\ 0,531\ 01$	$e^2\eta^2\cos(3l'-\lambda-2\omega)$	$-\ 1,235\ 22$
$-\ 0,489\ 0$	$e^2\eta^2\cos(4l'-2\lambda-2\omega)$	$-\ 1,253\ 01$
$-\ 0,382$	$e^2\eta^2\cos(5l'-3\lambda-2\omega)$	$-\ 1,206$
$-\ 0,234$	$e^2\eta^2\cos(6l'-4\lambda-2\omega)$	$-\ 1,113$
$-\ \bar{2},018$	$ee'\cos(-7l'+9\lambda-\varpi'-\omega)$	
$-\ \bar{2},262$	$ee'\cos(-6l'+8\lambda-\varpi'-\omega)$	$-\ \bar{1},113$

$a'\mathrm{R}_{(0,1)}$.		$a'a\dfrac{d\mathrm{R}_{(0,1)}}{da}$.

ACTION DE JUPITER (SUITE).

$-\ \bar{2},488$	$ee'\cos(-\ 5l'+7\lambda-\varpi'-\omega)$	$-\ \bar{1},272$
$-\ \bar{2},688\ 2$	$ee'\cos(-\ 4l'+6\lambda-\varpi'-\omega)$	$-\ \bar{1},392\ 3$
$-\ \bar{2},850\ 3$	$ee'\cos(-\ 3l'+5\lambda-\varpi'-\omega)$	$-\ \bar{1},457\ 1$
$-\ \bar{2},947\ 3$	$ee'\cos(-\ 2l'+4\lambda-\varpi'-\omega)$	$-\ \bar{1},433\ 2$
$-\ \bar{2},913\ 8$	$ee'\cos(-\ l'+3\lambda-\varpi'-\omega)$	$-\ \bar{1},276\ 4$
$-\ \bar{2},582\ 8$	$ee'\cos(\ +2\lambda-\varpi'-\omega)$	$-\ \bar{1},246\ 4$
$-\ \bar{1},377\ 7$	$ee'\cos(\ l'+\lambda-\varpi'-\omega)$	$-\ \bar{1},852\ 2$
$-\ \bar{1},539\ 32$	$ee'\cos(\ 2l'\ -\omega'-\omega)$	$-\ 0,099\ 45$
$-\ 0,284\ 27$	$ee'\cos(\ 3l'-\lambda-\varpi'-\omega)$	$-\ 0,664\ 14$
$-\ 0,184\ 94$	$ee'\cos(\ 4l'-2\lambda-\varpi'-\omega)$	$-\ 0,710\ 22$
$-\ 0,018\ 75$	$ee'\cos(\ 5l'-3\lambda-\varpi'-\omega)$	$-\ 0,655\ 10$
$-\ \bar{1},814\ 63$	$ee'\cos(\ 6l'-4\lambda-\varpi'-\omega)$	$-\ 0,540\ 10$
$-\ \bar{1},585\ 98$	$ee'\cos(\ 7l'-5\lambda-\varpi'-\omega)$	$-\ 0,385\ 7$
$-\ \bar{1},340\ 2$	$ee'\cos(\ 8l'-6\lambda-\varpi'-\omega)$	$-\ 0,203\ 5$
$-\ \bar{1},081\ 7$	$ee'\cos(\ 9l'-7\lambda-\varpi'-\omega)$	$-\ 0,000\ 6$
$-\ \bar{2},814$	$ee'\cos(\ 10l'-8\lambda-\varpi'-\omega)$	
$-\ \bar{1},207$	$e^3e'\cos(\ l'+\lambda-\varpi'-\omega)$	$-\ 0,033$
$-\ \bar{1},686\ 0$	$e^3e'\cos(\ 2l'\ -\varpi'-\omega)$	$-\ 0,388$
$+\ \bar{1},648\ 39$	$e^3e'\cos(\ 3l'-\lambda-\varpi'-\omega)$	$-\ \bar{1},907\ 3$
$+\ 0,353$	$e^3e'\cos(\ 4l'-2\lambda-\varpi'-\omega)$	$+\ 0,771$
$+\ 0,557$	$e^3e'\cos(\ 5l'-3\lambda-\varpi'-\omega)$	$+\ 1,157$
$+\ 0,606$	$e^3e'\cos(\ 6l'-4\lambda-\varpi'-\omega)$	$+\ 1,313$
$+\ 0,571$	$e^3e'\cos(\ 7l'-5\lambda-\varpi'-\omega)$	$+\ 1,360$
$+\ 0,483$	$e^3e'\cos(\ 8l'-6\lambda-\varpi'-\omega)$	$+\ 1,339$
$+\ 0,357$	$e^3e'\cos(\ 9l'-7\lambda-\varpi'-\omega)$	$+\ 1,271$
$+\ 0,204$	$e^3e'\cos(10l'-8\lambda-\varpi'-\omega)$	
$-\ \bar{1},812$	$ee'^3\cos(2l'\ -\varpi'-\omega)$	$-\ 0,520$
$+\ 0,517\ 72$	$ee'^3\cos(3l'-\lambda-\varpi'-\omega)$	$+\ 0,708\ 6$
$+\ 0,775$	$ee'^3\cos(4l'-2\lambda-\varpi'-\omega)$	$+\ 1,248$
$+\ 0,851$	$ee'^3\cos(5l'-3\lambda-\varpi'-\omega)$	$+\ 1,464$
$+\ 0,834$	$ee'^3\cos(6l'-4\lambda-\varpi'-\omega)$	$+\ 1,546$
$+\ 0,758$	$ee'^3\cos(7l'-5\lambda-\varpi'-\omega)$	$+\ 1,549$
$+\ 0,641$	$ee'^3\cos(8l'-6\lambda-\varpi'-\omega)$	
$+\ 0,535$	$ee'\eta^2\cos(\ l'+\lambda-\varpi'-\omega)$	$+\ 1,209$
$+\ 0,781\ 8$	$ee'\eta^2\cos(2l'\ -\varpi'-\omega)$	$+\ 1,455\ 7$
$+\ 1,001\ 89$	$ee'\eta^2\cos(3l'-\lambda-\varpi'-\omega)$	$+\ 1,632\ 69$
$+\ 0,999\ 1$	$ee'\eta^2\cos(4l'-2\lambda-\varpi'-\omega)$	$+\ 1,691\ 6$
$+\ 0,918$	$ee'\eta^2\cos(5l'-3\lambda-\varpi'-\omega)$	$+\ 1,676$
$+\ 0,787$	$ee'\eta^2\cos(6l'-4\lambda-\varpi'-\omega)$	$+\ 1,607$
$+\ 0,622$	$ee'\eta^2\cos(7l'-5\lambda-\varpi'-\omega)$	$+\ 1,499$
$+\ \bar{2},046$	$e'^2\cos(-l'+3\lambda-2\varpi')$	$+\ \bar{2},666$
$+\ \bar{2},216$	$e'^2\cos(\ +2\lambda-2\varpi')$	$+\ \bar{2},926$

ACTION DE JUPITER (suite).

$a'R_{(0,1)}$.		$a'a\dfrac{dR_{(0,1)}}{da}$.
$+\ \bar{2},850$	$e'^2\cos(l'+\lambda-2\varpi')$	$+\ \bar{1},439$
$+\ 0,117\ 7$	$e'^2\cos(2l'-2\varpi')$	$+\ \bar{1},920\ 6$
$+\ \bar{1},470\ 58$	$e'^2\cos(3l'-\lambda-2\varpi')$	$+\ 0,020\ 94$
$+\ 0,185\ 32$	$e'^2\cos(4l'-2\lambda-2\varpi')$	$+\ 0,557\ 72$
$+\ 0,029\ 91$	$e'^2\cos(5l'-3\lambda-2\varpi')$	$+\ 0,552\ 53$
$+\ \bar{1},832\ 1$	$e'^2\cos(6l'-4\lambda-2\varpi')$	$+\ 0,467\ 22$
$+\ \bar{1},607\ 6$	$e'^2\cos(7l'-5\lambda-2\varpi')$	$+\ 0,332\ 45$
$+\ \bar{1},364\ 8$	$e'^2\cos(8l'-6\lambda-2\varpi')$	$+\ 0,164\ 1$
$+\ \bar{1},108\ 6$	$e'^2\cos(9l'-7\lambda-2\varpi')$	$+\ \bar{1},971\ 6$
$+\ \bar{2},842$	$e'^2\cos(10l'-8\lambda-2\varpi')$	
$+\ \bar{1},483$	$e^2e'^2\cos(l'+\lambda-2\varpi')$	
$+\ \bar{1},956$	$e^2e'^2\cos(2l'-2\varpi')$	$+\ 0,573$
$+\ 0,001\ 9$	$e^2e'^2\cos(3l'-\lambda-2\varpi')$	$+\ 0,678\ 0$
$-\ 0,437$	$e^2e'^2\cos(4l'-2\lambda-2\varpi')$	$-\ 0,500$
$-\ 0,744$	$e^2e'^2\cos(5l'-3\lambda-2\varpi')$	$-\ 1,202$
$-\ 0,835$	$e^2e'^2\cos(6l'-4\lambda-2\varpi')$	$-\ 1,442$
$-\ 0,823$	$e^2e'^2\cos(7l'-5\lambda-2\varpi')$	$-\ 1,533$
$-\ 0,751$	$e^2e'^2\cos(8l'-6\lambda-2\varpi')$	$-\ 1,541$
$-\ 0,636$	$e^2e'^2\cos(9l'-7\lambda-2\varpi')$	$-\ 1,493$
$-\ \bar{1},086$	$e'^4\cos(2l'-2\varpi')$	$+\ 0,264$
$+\ \bar{1},470$	$e'^4\cos(3l'-\lambda-2\varpi')$	$+\ 0,197$
$-\ 0,469$	$e'^4\cos(4l'-2\lambda-2\varpi')$	$-\ 0,736$
$-\ 0,155$	$e'^2\eta^2\cos(l'+\lambda-2\varpi')$	$-\ 0,872$
$-\ 0,558$	$e'^2\eta^2\cos(2l'-2\varpi')$	$-\ 1,175$
$-\ 0,690\ 56$	$e'^2\eta^2\cos(3l'-\lambda-2\varpi')$	$-\ 1,346\ 43$
$-\ 0,872\ 3$	$e'^2\eta^2\cos(4l'-2\lambda-2\varpi')$	$-\ 1,487\ 0$
$-\ 0,829$	$e'^2\eta^2\cos(5l'-3\lambda-2\varpi')$	$-\ 1,514$
$-\ 0,723$	$e'^2\eta^2\cos(6l'-4\lambda-2\varpi')$	$-\ 1,477$
$-\ \bar{2},416$	$e^3e'\cos(l'+\lambda+\varpi'-3\omega)$	
$+\ \bar{2},744$	$e^3e'\cos(2l'+\varpi'-3\omega)$	$+\ \bar{1},723$
$-\ \bar{1},746\ 2$	$e^3e'\cos(3l'-\lambda+\varpi'-3\omega)$	$+\ 0,343\ 1$
$-\ \bar{1},878\ 1$	$e^3e'\cos(4l'-2\lambda+\varpi'-3\omega)$	$+\ 0,586$
$-\ \bar{1},892$	$e^3e'\cos(5l'-3\lambda+\varpi'-3\omega)$	$+\ 0,682$
$-\ \bar{1},837$	$e^3e'\cos(6l'-4\lambda+\varpi'-3\omega)$	
$-\ \bar{1},520$	$ee'^3\cos(2l'-3\varpi'+\omega)$	$-\ 0,183$
$-\ \bar{1},849\ 9$	$ee'^3\cos(3l'-\lambda-3\varpi'+\omega)$	$-\ 0,416\ 1$
$-\ \bar{1},701$	$ee'^3\cos(4l'-2\lambda-3\varpi'+\omega)$	$-\ 0,378$
$+\ 0,408$	$ee'^3\cos(5l'-3\lambda-3\varpi'+\omega)$	
$+\ \bar{2},842$	$\eta^2\cos(-3l'+5\lambda-2\tau')$	$+\ \bar{1},611$
$+\ \bar{1},138\ 0$	$\eta^2\cos(-2l'+4\lambda-2\tau')$	$+\ \bar{1},827\ 2$

ACTION DE JUPITER (SUITE).

$a'R_{(0,1)}$		$a'a\dfrac{dR_{(0,1)}}{da}$
$+\ \bar{1},420\ 4$	$\eta^2 \cos(-\ l' + 3\lambda - 2\tau')$	$+\ 0,013\ 8$
$+\ \bar{1},678\ 72$	$\eta^2 \cos(+ 2\lambda - 2\tau')$	$+\ 0,153\ 21$
$+\ \bar{1},482\ 42$	$\eta^2 \cos(l' + \lambda - 2\tau')$	$+\ 0,066\ 76$
$+\ \bar{1},678\ 71$	$\eta^2 \cos(2l' - 2\tau')$	$+\ 0,153\ 21$
$+\ \bar{1},420\ 43$	$\eta^2 \cos(3l' - \lambda - 2\tau')$	$+\ 0,013\ 85$
$+\ \bar{1},138\ 04$	$\eta^2 \cos(4l' - 2\lambda - 2\tau')$	$+\ \bar{1},827\ 23$
$+\ \bar{2},842\ 3$	$\eta^2 \cos(5l' - 3\lambda - 2\tau')$	$+\ \bar{1},610\ 8$
$+\ \bar{2},538$	$\eta^2 \cos(6l' - 4\lambda - 2\tau')$	$+\ \bar{1},374$
$+\ \bar{2},228$	$\eta^2 \cos(7l' - 5\lambda - 2\tau')$	$+\ \bar{1},122$
$+\ \bar{3},913$	$\eta^2 \cos(8l' - 6\lambda - \bar{2}\tau')$	$+\ \bar{2},860$
$+\ 0,097$	$e^2\eta^2 \cos(l' + \lambda - 2\tau')$	
$+\ 0,234\ 0$	$e^2\eta^2 \cos(2l' - 2\tau')$	$+\ 0,908$
$+\ 0,065\ 03$	$e^2\eta^2 \cos(3l' - \lambda - 2\tau')$	$+\ 0,806$
$+\ \bar{1},714$	$e^2\eta^2 \cos(4l' - 2\lambda - 2\tau')$	$+\ 0,557$
$-\ \bar{1},290$	$e'^2\eta^2 \cos(2l' - 2\tau')$	
$-\ \bar{1},975\ 3$	$e'^2\eta^2 \cos(3l' - \lambda - 2\tau')$	$-\ 0,269$
$-\ 0,054$	$e'^2\eta^2 \cos(4l' - 2\lambda - 2\tau')$	
$-\ 0,279$	$\eta^4 \cos(l' + \lambda - 2\tau')$	
$-\ 0,257\ 2$	$\eta^4 \cos(2l' - 2\tau')$	$-\ 0,972$
$-\ 0,137\ 7$	$\eta^4 \cos(3l' - \lambda - 2\tau')$	$-\ 0,894\ 6$
$-\ \bar{1},963$	$\eta^4 \cos(4l' - 2\lambda - 2\tau')$	$-\ 0,773$

Termes du troisième degré. Termes de même forme et du cinquième degré.

$+\ \bar{1},116$	$e^3 \cos(-3l' + 6\lambda - 3\omega)$	$+\ \bar{1},47$
$+\ \bar{1},194$	$e^3 \cos(-2l' + 5\lambda - 3\omega)$	
$-\ \bar{3},985$	$e^3 \cos(-\ l' + 4\lambda - 3\omega)$	
$-\ \bar{2},021$	$e^3 \cos(+ 3\lambda - 3\omega)$	
$-\ \bar{3},128$	$e^3 \cos(l' + 2\lambda - 3\omega)$	
$-\ \bar{2},960$	$e^3 \cos(2l + \lambda - 3\omega)$	$-\ \bar{1},513$
$-\ \bar{1},520\ 7$	$e^3 \cos(3l' - 3\omega)$	$-\ 0,081$
$-\ \bar{1},644\ 51$	$e^3 \cos(4l' - \lambda - 3\omega)$	$-\ 0,295\ 03$
$-\ \bar{1},623\ 87$	$e^3 \cos(5l' - 2\lambda - 3\omega)$	$-\ 0,356\ 9$
$-\ \bar{1},528\ 2$	$e^3 \cos(6l' - 3\lambda - 3\omega)$	$-\ 0,332\ 6$
$-\ \bar{1},386\ 1$	$e^3 \cos(7l' - 4\lambda - 3\omega)$	$-\ 0,252\ 5$
$-\ \bar{1},212\ 3$	$e^3 \cos(8l' - 5\lambda - 3\omega)$	$-\ 0,133\ 4$
$-\ \bar{3},032$	$e^2e' \cos(l' + 2\lambda - \varpi' - 2\omega)$	
$+\ \bar{1},386\ 9$	$e^2e' \cos(2l' + \lambda - \varpi' - 2\omega)$	$+\ 0,011$
$+\ 0,252\ 34$	$e^2e' \cos(3l' - \varpi' - 2\omega)$	$+\ 0,679\ 86$
$+\ 0,407\ 35$	$e^2e' \cos(4l' - \lambda - \varpi' - 2\omega)$	$+\ 0,949\ 91$

$a'\mathrm{R}_{(0,1)}$.		$a'a\dfrac{d\mathrm{R}_{(0,1)}}{da}$.

ACTION DE JUPITER (SUITE).

$+\ 0{,}401\ 43$	$e^2e'\cos(5l'-2\lambda-\varpi'-2\omega)$	$+\ 1{,}046\ 5$
$+\ 0{,}314\ 39$	$e^2e'\cos(6l'-3\lambda-\varpi'-2\omega)$	$+\ 1{,}045\ 0$
$+\ 0{,}178\ 0$	$e^2e'\cos(7l'-4\lambda-\varpi'-2\omega)$	$+\ 0{,}981\ 2$
$+\ 0{,}008\ 3$	$e^2e'\cos(8l'-5\lambda-\varpi'-2\omega)$	$+\ 0{,}874\ 0$
$+\ \bar{1}{,}814\ 6$	$e^2e'\cos(9l'-6\lambda-\varpi'-2\omega)$	$+\ 0{,}735\ 2$
$-\ \bar{2}{,}823$	$ee'^2\cos(l'+2\lambda-2\varpi'-\omega)$	$-\ \bar{1}{,}529$
$-\ \bar{1}{,}620$	$ee'^2\cos(2l'+\lambda-2\varpi'-\omega)$	$-\ 0{,}143$
$-\ \bar{1}{,}913\ 9$	$ee'^2\cos(3l'-2\varpi'-\omega)$	$-\ 0{,}494\ 8$
$-\ 0{,}687\ 56$	$ee'^2\cos(4l'-\lambda-2\varpi'-\omega)$	$-\ 1{,}086\ 65$
$-\ 0{,}698\ 83$	$ee'^2\cos(5l'-2\lambda-2\varpi'-\omega)$	$-\ 1{,}233\ 46$
$-\ 0{,}621\ 55$	$ee'^2\cos(6l'-3\lambda-2\varpi'-\omega)$	$-\ 1{,}263\ 37$
$-\ 0{,}491\ 5$	$ee'^2\cos(7l'-4\lambda-2\varpi'-\omega)$	$-\ 1{,}220\ 5$
$-\ 0{,}326\ 2$	$ee'^2\cos(8l'-5\lambda-2\varpi'-\omega)$	$-\ 1{,}128\ 5$
$-\ 0{,}135\ 8$	$ee'^2\cos(9l'-6\lambda-2\varpi'-\omega)$	$-\ 1{,}001\ 0$
$+\ \bar{1}{,}035$	$e'^3\cos(2l'+\lambda-3\varpi')$	$+\ \bar{1}{,}649$
$+\ 0{,}209$	$e'^3\cos(3l'-3\varpi')$	$+\ 0{,}151$
$+\ \bar{1}{,}778\ 6$	$e'^3\cos(4l'-\lambda-3\varpi')$	$+\ 0{,}343\ 5$
$+\ 0{,}514\ 45$	$e'^3\cos(5l'-2\lambda-3\varpi')$	$+\ 0{,}900\ 94$
$+\ 0{,}449\ 0$	$e'^3\cos(6l'-3\lambda-3\varpi')$	$+\ 0{,}979\ 0$
$+\ 0{,}326\ 1$	$e'^3\cos(7l'-4\lambda-3\varpi')$	$+\ 0{,}965\ 8$
$+\ 0{,}166$	$e'^3\cos(8l'-5\lambda-3\varpi')$	$+\ 0{,}894$
$+\ \bar{1}{,}979$	$e'^3\cos(9l'-6\lambda-3\varpi')$	$+\ 0{,}781$
$+\ \bar{1}{,}772$	$e'^3\cos(10l'-7\lambda-3\varpi')$	
$+\ \bar{1}{,}330$	$e\eta^2\cos(-2l'+5\lambda-\omega-2\tau')$	$+\ \bar{1}{,}949$
$+\ \bar{1}{,}437$	$e\eta^2\cos(-l'+4\lambda-\omega-2\tau')$	$+\ \bar{1}{,}883$
$+\ \bar{1}{,}385$	$e\eta^2\cos(+3\lambda-\omega-2\tau')$	$+\ \bar{1}{,}113$
$-\ \bar{1}{,}446$	$e\eta^2\cos(l'+2\lambda-\omega-2\tau')$	$-\ 0{,}141$
$-\ \bar{1}{,}852\ 2$	$e\eta^2\cos(2l'+\lambda-\omega-2\tau')$	$-\ 0{,}434\ 0$
$-\ \bar{1}{,}891\ 8$	$e\eta^2\cos(3l'-\omega-2\tau')$	$-\ 0{,}527\ 1$
$-\ \bar{1}{,}785\ 85$	$e\eta^2\cos(4l'-\lambda-\omega-2\tau')$	$-\ 0{,}497\ 13$
$-\ \bar{1}{,}615\ 6$	$e\eta^2\cos(5l'-2\lambda-\omega-2\tau')$	$-\ 0{,}397\ 8$
$-\ \bar{1}{,}409$	$e\eta^2\cos(6l'-3\lambda-\omega-2\tau')$	$-\ 0{,}254$
$-\ \bar{1}{,}178$	$e\eta^2\cos(7l'-4\lambda-\omega-2\tau')$	$-\ 0{,}079$
$-\ \bar{2}{,}931$	$e\eta^2\cos(8l'-5\lambda-\omega-2\tau')$	$-\ \bar{1}{,}882$
$+\ \bar{1}{,}113$	$e'\eta^2\cos(-l'+4\lambda-\varpi'-2\tau')$	
$+\ \bar{1}{,}585$	$e'\eta^2\cos(+3\lambda-\varpi'-2\tau')$	$+\ 0{,}259$
$+\ \bar{1}{,}978$	$e'\eta^2\cos(l'+2\lambda-\varpi'-2\tau')$	$+\ 0{,}535$
$+\ 0{,}016\ 5$	$e'\eta^2\cos(2l'+\lambda-\varpi'-2\tau')$	$+\ 0{,}643\ 8$
$+\ 0{,}279\ 8$	$e'\eta^2\cos(3l'-\varpi'-2\tau')$	$+\ 0{,}797\ 9$
$+\ 0{,}157\ 67$	$e'\eta^2\cos(4l'-\lambda-\varpi'-2\tau')$	$+\ 0{,}774\ 29$
$+\ \bar{1}{,}979\ 7$	$e'\eta^2\cos(5l'-2\lambda-\varpi'-2\tau')$	$+\ 0{,}683\ 08$

$a'\mathrm{R}_{(0,1)}$.		$a'a\dfrac{d\mathrm{R}_{(0,1)}}{da}$.

ACTION DE JUPITER (SUITE).

$+\bar{1},7683$	$e'\eta^2\cos(6l'-3\lambda-\varpi'-2\tau')$	$+0,5464$
$+\bar{1},535$	$e'\eta^2\cos(7l'-4\lambda-\varpi'-2\tau')$	$+0,378$
$+\bar{1},286$	$e'\eta^2\cos(8l'-5\lambda-\varpi'-2\tau')$	$+0,185$
$+0,160$	$e^3e'^2\cos(3l'-3\omega)$	
$+0,624$	$e^3e'^2\cos(4l'-\lambda-3\omega)$	$+1,228$
$+0,830$	$e^3e'^2\cos(5l'-2\lambda-3\omega)$	
$+0,908$	$e^3e'^2\cos(6l'-3\lambda-3\omega)$	
$+0,635$	$e^3\eta^2\cos(4l'-\lambda-3\omega)$	$+1,433$
$+0,656$	$e^3\eta^2\cos(5l'-2\lambda-3\omega)$	$+1,501$
$+0,608$	$e^3\eta^2\cos(6l'-3\lambda-3\omega)$	
$-\bar{1},889$	$e^4e'\cos(4l'-\lambda-\varpi'-2\omega)$	
$-0,526$	$e^4e'\cos(5l'-2\lambda-\varpi'-2\omega)$	$-1,097$
$-0,770$	$e^4e'\cos(6l'-3\lambda-\varpi'-2\omega)$	$-1,472$
$-0,866$	$e^4e'\cos(7l'-4\lambda-\varpi'-2\omega)$	
$-0,877$	$e^4e'\cos(8l'-5\lambda-\varpi'-2\omega)$	
$-0,972$	$e^2e'^3\cos(4l'-\lambda-\varpi'-2\omega)$	$-1,431$
$-1,223$	$e^2e'^3\cos(5l'-2\lambda-\varpi'-2\omega)$	
$-1,328$	$e^2e'^3\cos(6l'-3\lambda-\varpi'-2\omega)$	
$-1,330$	$e^2e'\eta^2\cos(4l'-\lambda-\varpi'-2\omega)$	$-2,065$
$-1,359$	$e^2e'\eta^2\cos(5l'-2\lambda-\varpi'-2\omega)$	$-2,143$
$-1,382$	$e^2e'\eta^4\cos(6l'-3\lambda-\varpi'-2\omega)$	$-2,166$
$+0,841$	$e^3e'^2\cos(5l'-2\lambda-2\varpi'-\omega)$	$+1,226$
$+1,150$	$e^3e'^2\cos(6l'-3\lambda-2\varpi'-\omega)$	$+1,746$
$+1,276$	$e^3e'^2\cos(7l'-4\lambda-2\varpi'-\omega)$	$+1,985$
$+1,308$	$e^3e'^2\cos(8l'-5\lambda-2\varpi'-\omega)$	
$+1,481$	$ee'^2\eta^2\cos(4l'-\lambda-2\varpi'-\omega)$	$+2,152$
$+1,563$	$ee'^2\eta^2\cos(5l'-2\lambda-2\varpi'-\omega)$	$+2,282$
$+1,558$	$ee'^2\eta^2\cos(6l'-3\lambda-2\varpi'-\omega)$	$+2,334$
$-\bar{1},828$	$e^4e'\cos(4l'-\lambda+\varpi'-4\omega)$	$-0,535$
$-\bar{1},997$	$e^4e'\cos(5l'-2\lambda+\varpi'-4\omega)$	$-0,787$
$-0,148$	$e^3\eta^2\cos(4l'-\lambda-\omega-2\tau')$	$-1,004$
$+0,861$	$e^2e'\eta^2\cos(4l'-\lambda-\varpi'-2\tau')$	$+1,637$
$-0,977$	$ee'^2\eta^2\cos(4l'-\lambda-2\varpi'+\omega-2\tau')$	$-1,656$

$a'R_{(0,1)}$.		$a'a\dfrac{dR_{(0,1)}}{da}$.

ACTION DE JUPITER (SUITE).

Termes du quatrième degré.

$+\ \bar{2},828$	$e^4\cos(3l'+\lambda-4\omega)$	
$+\ \bar{1},392$	$e^4\cos(4l'-4\omega)$	$+\ 0,068$
$+\ \bar{1},590\ 6$	$e^4\cos(5l'-\lambda-4\omega)$	$+\ 0,334\ 9$
$+\ \bar{1},641\ 1$	$e^4\cos(6l'-2\lambda-4\omega)$	$+\ 0,451\ 8$
$+\ \bar{1},608\ 6$	$e^4\cos(7l'-3\lambda-4\omega)$	$+\ 0,479\ 0$
$+\ \bar{1},522$	$e^4\cos(8l'-4\lambda-4\omega)$	$+\ 0,446$
$+\ \bar{1},399$	$e^4\cos(9l'-5\lambda-4\omega)$	
$-\ \bar{1},592$	$e^3e'\cos(3l'+\lambda-\varpi'-3\omega)$	
$-\ 0,246$	$e^3e'\cos(4l'-\varpi'-3\omega)$	$-\ 0,826$
$-\ 0,472\ 9$	$e^3e'\cos(5l'-\lambda-\varpi'-3\omega)$	$-\ 1,132\ 8$
$-\ 0,537\ 91$	$e^3e'\cos(6l'-2\lambda-\varpi'-3\omega)$	$-\ 1,276\ 40$
$-\ 0,514\ 4$	$e^3e'\cos(7l'-3\lambda-\varpi'-3\omega)$	$-\ 1,322\ 3$
$-\ 0,434$	$e^3e'\cos(8l'-4\lambda-\varpi'-3\omega)$	$-\ 1,303$
$-\ 0,315$	$e^3e'\cos(9l'-5\lambda-\varpi'-3\omega)$	$-\ 1,238$
$-\ 0,167$	$e^3e'\cos(10l'-6\lambda-\varpi'-3\omega)$	
$+\ \bar{1},787$	$e^2e'^2\cos(3l'+\lambda-2\varpi'-2\omega)$	
$+\ 0,667\ 7$	$e^2e'^2\cos(4l'-2\varpi'-2\omega)$	$+\ 1,125\ 0$
$+\ 0,925\ 8$	$e^2e'^2\cos(5l'-\lambda-2\varpi'-2\omega)$	$+\ 1,481\ 3$
$+\ 1,006\ 63$	$e^2e'^2\cos(6l'-2\lambda-2\varpi'-2\omega)$	$+\ 1,658\ 70$
$+\ 0,992\ 7$	$e^2e'^2\cos(7l'-3\lambda-2\varpi'-2\omega)$	$+\ 1,727\ 8$
$+\ 0,919\ 2$	$e^2e'^2\cos(8l'-4\lambda-2\varpi'-2\omega)$	$+\ 1,725\ 4$
$+\ 0,804\ 7$	$e^2e'^2\cos(9l'-5\lambda-2\varpi'-2\omega)$	$+\ 1,672\ 5$
$+\ 0,660$	$e^2e'^2\cos(10l'-6\lambda-2\varpi'-2\omega)$	$+\ 1,582$
$+\ 0,492$	$e^2e'^2\cos(11l'-7\lambda-2\varpi'-2\omega)$	
$-\ 0,231$	$ee'^3\cos(4l'-3\varpi'-\omega)$	$-\ 0,832$
$-\ 1,022\ 0$	$ee'^3\cos(5l'-\lambda-3\varpi'-\omega)$	$-\ 1,440\ 5$
$-\ 1,120\ 55$	$ee'^3\cos(6l'-2\lambda-3\varpi'-\omega)$	$-\ 1,664\ 78$
$-\ 1,117\ 2$	$ee'^3\cos(7l'-3\lambda-3\varpi'-\omega)$	$-\ 1,764\ 6$
$-\ 1,051$	$ee'^3\cos(8l'-4\lambda-3\varpi'-\omega)$	$-\ 1,783$
$-\ 0,941$	$ee'^3\cos(9l'-5\lambda-3\varpi'-\omega)$	$-\ 1,746$
$-\ 0,800$	$ee'^3\cos(10l'-6\lambda-3\varpi'-\omega)$	$-\ 1,667$
$+\ 0,054$	$e'^4\cos(5l'-\lambda-4\varpi')$	
$+\ 0,804\ 6$	$e'^4\cos(6l'-2\lambda-4\varpi')$	$+\ 1,205\ 4$
$+\ 0,813$	$e'^4\cos(7l'-3\lambda-4\varpi')$	$+\ 1,351$
$+\ 0,755$	$e'^4\cos(8l'-4\lambda-4\varpi')$	$+\ 1,399$
$+\ \bar{1},832$	$e^2\eta^2\cos(3l'+\lambda-2\omega-2\tau')$	
$+\ \bar{1},988$	$e^2\eta^2\cos(4l'-2\omega-2\tau')$	$+\ 0,736$
$+\ \bar{1},982$	$e^2\eta^2\cos(5l'-\lambda-2\omega-2\tau')$	$+\ 0,785$

$a'\mathrm{R}_{(0,1)}$.		$a'a\dfrac{d\mathrm{R}_{(0,1)}}{da}$.

ACTION DE JUPITER (SUITE).

$+\ \bar{1},895\,6$	$e^2\eta^2\cos(6l'-2\lambda-2\omega-2\tau')$	$+\ 0,753$
$+\ \bar{1},759$	$e^2\eta^2\cos(7l'-3\lambda-2\omega-2\tau')$	$+\ 0,669$
$-\ 0,497$	$ee'\eta^2\cos(3l'+\lambda-\omega-\varpi'-2\tau')$	$-\ 1,131$
$-\ 0,645$	$ee'\eta^2\cos(4l'-\omega-\varpi'-2\tau')$	$-\ 1,309$
$-\ 0,635\,4$	$ee'\eta^2\cos(5l'-\lambda-\omega-\varpi'-2\tau')$	$-\ 1,364$
$-\ 0,546\,55$	$ee'\eta^2\cos(6l'-2\lambda-\omega-\varpi'-2\tau')$	$-\ 1,340$
$-\ 0,409$	$ee'\eta^2\cos(7l'-3\lambda-\omega-\varpi'-2\tau')$	$-\ 1,262$
$-\ 0,238$	$ee'\eta^2\cos(8l'-4\lambda-\omega-\varpi'-2\tau')$	$-\ 1,145$
$+\ 0,438$	$e'^2\eta^2\cos(3l'+\lambda-2\varpi'-2\tau')$	
$+\ 0,721$	$e'^2\eta^2\cos(4l'-2\varpi'-2\tau')$	$+\ 1,278$
$+\ 0,697\,4$	$e'^2\eta^2\cos(5l'-\lambda-2\varpi'-2\tau')$	$+\ 1,336$
$+\ 0,602\,0$	$e'^2\eta^2\cos(6l'-2\lambda-2\varpi'-2\tau')$	$+\ 1,320$
$+\ 0,461$	$e'^2\eta^2\cos(7l'-3\lambda-2\varpi'-2\tau')$	$+\ 1,249$
$+\ 0,288$	$e'^2\eta^2\cos(8l'-4\lambda-2\varpi'-2\tau')$	$+\ 1,138$
$+\ \bar{1},102$	$\eta^4\cos(6l'-2\lambda-4\tau')$	$+\ \bar{1},991$

Termes du cinquième degré.

$-\ \bar{1},534$	$e^5\cos(6l'-\lambda-5\omega)$	
$-\ \bar{1},641$	$e^5\cos(7l'-2\lambda-5\omega)$	$-\ 0,517$
$-\ \bar{1},661$	$e^5\cos(8l'-3\lambda-5\omega)$	$-\ 0,589$
$+\ 0,229$	$e^4e'\cos(5l'-\varpi'-4\omega)$	
$+\ 0,508$	$e^4e'\cos(6l'-\lambda-\varpi'-4\omega)$	$+\ 1,260$
$+\ 0,629$	$e^4e'\cos(7l'-2\lambda-\varpi'-4\omega)$	$+\ 1,445$
$+\ 0,658$	$e^4e'\cos(8l'-3\lambda-\varpi'-4\omega)$	$+\ 1,532$
$+\ 0,626$	$e^4e'\cos(9l'-4\lambda-\varpi'-4\omega)$	$+\ 1,552$
$+\ 0,551$	$e^4e'\cos(10l'-5\lambda-\varpi'-4\omega)$	
$-\ 0,775$	$e^3e'^2\cos(5l'-2\varpi'-3\omega)$	$-\ 1,374$
$-\ 1,082$	$e^3e'^2\cos(6l'-\lambda-2\varpi'-3\omega)$	$-\ 1,752$
$-\ 1,219$	$e^3e'^2\cos(7l'-2\lambda-2\varpi'-3\omega)$	$-\ 1,963$
$-\ 1,257$	$e^3e'^2\cos(8l'-3\lambda-2\varpi'-3\omega)$	$-\ 2,069$
$-\ 1,232$	$e^3e'^2\cos(9l'-4\lambda-2\varpi'-3\omega)$	$-\ 2,103$
$-\ 1,161$	$e^3e'^2\cos(10l'-5\lambda-2\varpi'-3\omega)$	$-\ 2,086$
$+\ 1,015$	$e^2e'^3\cos(5l'-3\varpi'-2\omega)$	$+\ 1,501$
$+\ 1,352$	$e^2e'^3\cos(6l'-\lambda-3\varpi'-2\omega)$	$+\ 1,921$
$+\ 1,505$	$e^2e'^3\cos(7l'-2\lambda-3\varpi'-2\omega)$	$+\ 2,164$
$+\ 1,554$	$e^2e'^3\cos(8l'-3\lambda-3\varpi'-2\omega)$	$+\ 2,293$
$+\ 1,535$	$e^2e'^3\cos(9l'-4\lambda-3\varpi'-2\omega)$	$+\ 2,344$
$+\ 1,470$	$e^2e'^3\cos(10l'-5\lambda-3\varpi'-2\omega)$	$+\ 2,340$

$a'\mathrm{R}_{(0,1)}$.	$a'a\dfrac{d\mathrm{R}_{(0,1)}}{da}$.

ACTION DE JUPITER (SUITE).

$-\ 1,317\ ee'^4 \cos(6l' - \lambda - 4\varpi' - \omega)$	$-\ 1,756$
$-\ 1,488\ ee'^4 \cos(7l' - 2\lambda - 4\varpi' - \omega)$	$-\ 2,042$
$-\ 1,548\ ee'^4 \cos(8l' - 3\lambda - 4\varpi' - \omega)$	$-\ 2,201$
$-\ 1,537\ ee'^4 \cos(9l' - 4\lambda - 4\varpi' - \omega)$	$-\ 2,273$
$+\ 1,070\ e'^5 \cos(7l' - 2\lambda - 5\varpi')$	$+\ 1,485$
$+\ 1,142\ e'^5 \cos(8l' - 3\lambda - 5\varpi')$	$+\ 1,687$
$+\ 1,139\ e'^5 \cos(9l' - 4\lambda - 5\varpi')$	$+\ 1,788$
$-\ 0,084\ e^3\eta^2 \cos(7l' - 2\lambda - 3\omega - 2\tau')$	$-\ 1,006$
$-\ 0,006\ e^3\eta^2 \cos(8l' - 3\lambda - 3\omega - 2\tau')$	
$+\ 0,900\ e^2e'\eta^2 \cos(7l' - 2\lambda - \varpi' - 2\omega - 2\tau')$	$+\ 1,768$
$+\ 0,822\ e^2e'\eta^2 \cos(8l' - 3\lambda - \varpi' - 2\omega - 2\tau')$	
$-\ 1,244\ ee'^2\eta^2 \cos(7l' - 2\lambda - 2\varpi' - \omega - 2\tau')$	$-\ 2,049$
$-\ 1,165\ ee'^2\eta^2 \cos(8l' - 3\lambda - 2\varpi' + \omega - 2\tau')$	
$+\ 1,117\ e'^3\eta^2 \cos(7l' - 2\lambda - 3\varpi' - 2\tau')$	$+\ 1,849$

Termes du septième degré, devant servir au calcul des termes de la grande inégalité, du second ordre.

$-\ \bar{1},710\ 40$	e^7	$\cos(10l' - 3\lambda - 7\omega)$	$-\ 0,733\ 66$
$+\ 0,846\ 37$	e^6e'	$\cos(10l' - 3\lambda - \varpi' - 6\omega)$	$+\ 1,826\ 71$
$-\ 1,613\ 46$	$e^5e'^2$	$\cos(10l' - 3\lambda - 2\varpi' - 5\omega)$	$-\ 2,546\ 36$
$+\ 2,124\ 38$	$e^4e'^3$	$\cos(10l' - 3\lambda - 3\varpi' - 4\omega)$	$+\ 3,004\ 12$
$-\ 2,412\ 54$	$e^3e'^4$	$\cos(10l' - 3\lambda - 4\varpi' - 3\omega)$	$-\ 3,231\ 78$
$+\ 2,477\ 89$	$e^2e'^5$	$\cos(10l' - 3\lambda - 5\varpi' - 2\omega)$	$+\ 3,226\ 92$
$-\ 2,286\ 99$	$e\ e'^6$	$\cos(10l' - 3\lambda - 6\varpi' - \omega)$	$-\ 2,952\ 32$
$+\ 1,726\ 73$	e'^7	$\cos(10l' - 3\lambda - 7\varpi')$	$+\ 2,288\ 64$
$-\ 0,332\ 51$	$e^5\eta^2$	$\cos(10l' - 3\lambda - 5\omega - 2\tau')$	$-\ 1,392\ 17$
$+\ 1,356\ 83$	$e^4e'\eta^2$	$\cos(10l' - 3\lambda - \varpi' - 4\omega - 2\tau')$	$+\ 2,377\ 60$
$-\ 1,985\ 37$	$e^3e'^2\eta^2$	$\cos(10l' - 3\lambda - 2\varpi' - 3\omega - 2\tau')$	$-\ 2,963\ 46$
$+\ 2,315\ 66$	$e^2e'^3\eta^2$	$\cos(10l' - 3\lambda - 3\varpi' - 2\omega - 2\tau')$	$+\ 3,246\ 37$
$-\ 2,348\ 56$	$e\ e'^4\eta^2$	$\cos(10l' - 3\lambda - 4\varpi' - \omega - 2\tau')$	$-\ 3,226\ 06$
$+\ 1,988\ 40$	$e'^3\eta^2$	$\cos(10l' - 3\lambda - 5\varpi' - 2\tau')$	$+\ 2,805\ 05$
$-\ 0,343\ 99$	$e^3\eta^4$	$\cos(10l - 3\lambda - 3\omega - 4\tau')$	$-\ 1,430\ 72$
$+\ 1,182\ 56$	$e^2e'\eta^4$	$\cos(10l' - 3\lambda - \varpi' - 2\omega - 4\tau')$	$+\ 2,232\ 52$
$-\ 1,549\ 67$	$ee'^2\eta^4$	$\cos(10l' - 3\lambda - 2\varpi' - \omega - 4\tau')$	$-\ 2,559\ 31$
$+\ 1,446\ 86$	$e'^3\eta^4$	$\cos(10l' - 3\lambda - 3\varpi' - 4\tau')$	$+\ 2,411\ 76$
$-\ \bar{1},674\ 40$	$e\eta^6$	$\cos(10l' - 3\lambda - \omega - 6\tau')$	$-\ 0,781\ 08$
$+\ 0,074\ 63$	$e'\eta^6$	$\cos(10l' - 3\lambda - \varpi' - 6\tau')$	$+\ 1,145\ 36$

ACTION DE SATURNE.

$a'\mathrm{R}_{(0,1)}$.		$a'a\dfrac{d\mathrm{R}_{(0,1)}}{da}$.
$+\bar{3},772\,2$	$\cos(l'-\lambda)$	$+\bar{2},260\,8$
$+\bar{2},673\,84$	$\cos(2l'-2\lambda)$	$+\bar{2},986\,46$
$+\bar{3},988\,9$	$\cos(3l'-3\lambda)$	$+\bar{2},474\,2$
$+\bar{3},324\,9$	$\cos(4l'-4\lambda)$	$+\bar{3},933\,3$
$+\bar{4},673$	$\cos(5l'-5\lambda)$	$+\bar{3},377$
$+\bar{2},112$	$e^2\cos(l'-\lambda)$	$+\bar{2},625$
$-\bar{1},055$	$e^2\cos(2l'-2\lambda)$	$-\bar{1},348$
$-\bar{2},758$	$e^2\cos(3l'-3\lambda)$	$-\bar{1},236$
$-\bar{2},360$	$e^2\cos(4l'-4\lambda)$	$-\bar{2},965$
$+\bar{2},629$	$ee'\cos(-2l'+2\lambda-\varpi'+\omega)$	$+\bar{1},105$
$+\bar{2},821$	$ee'\cos(-l'+\lambda-\varpi'+\omega)$	$+\bar{1},101$
$-\bar{2},714$	$ee'\cos(l'-\lambda-\varpi'+\omega)$	$-\bar{1},066$
$-\bar{3},999$	$ee'\cos(2l'-2\lambda-\varpi'+\omega)$	$-\bar{2},520$
$+\bar{1},206$	$ee'\cos(3l'-3\lambda-\varpi'+\omega)$	$+\bar{1},505$
$+\bar{2},856$	$ee'\cos(4l'-4\lambda-\varpi'+\omega)$	$+\bar{1},336$
$-\bar{2},842$	$\eta^2\cos(l'-\lambda)$	
$-\bar{1},052$	$\eta^2\cos(2l'-2\lambda)$	
$+\bar{3},619$	$e\cos(-4l'+5\lambda-\omega)$	
$+\bar{2},157$	$e\cos(-3l'+4\lambda-\omega)$	$+\bar{2},636$
$-\bar{2},662$	$e\cos(-2l'+3\lambda-\omega)$	$-\bar{2},962$
$-\bar{3},505$	$e\cos(-l'+2\lambda-\omega)$	$-\bar{2},015$
$-\bar{2},517$	$e\cos(+\lambda-\omega)$	$-\bar{2},849$
$-\bar{2},177$	$e\cos(l'-\omega)$	$-\bar{2},670$
$-\bar{1},154\,9$	$e\cos(2l'-\lambda-\omega)$	$-\bar{1},471\,5$
$-\bar{2},645$	$e\cos(3l'-2\lambda-\omega)$	$-\bar{1},132$
$-\bar{2},105$	$e\cos(4l'-3\lambda-\omega)$	$-\bar{2},715$
$-\bar{3},550$	$e\cos(5l'-4\lambda-\omega)$	$-\bar{2},255$
$-\bar{3},976$	$e'\cos(-2l'+3\lambda-\varpi')$	$-\bar{2},453$
$-\bar{2},349$	$e'\cos(-l'+2\lambda-\varpi')$	$-\bar{2},635$
$+\bar{3},789$	$e'\cos(+\lambda-\varpi')$	$+\bar{2},289$
$+0,020\,7$	$e'\cos(l'-\varpi')$	$+\bar{1},015\,0$
$+\bar{2},255\,1$	$e'\cos(2l'-\lambda-\varpi')$	$+\bar{2},748$
$+\bar{1},221$	$e'\cos(3l'-2\lambda-\varpi')$	$+\bar{1},537$
$+\bar{2},690$	$e'\cos(4l'-3\lambda-\varpi')$	$+\bar{1},177$
$+\bar{2},140$	$e'\cos(5l'-4\lambda-\varpi')$	$+\bar{2},749$
$+\bar{2},659$	$e^2\cos(-2l'+4\lambda-2\omega)$	
$-\bar{3},332$	$e^2\cos(-1l'+3\lambda-2\omega)$	
$-\bar{3},846$	$e^2\cos(+2\lambda-2\omega)$	

$a'\mathrm{R}_{(0,1)}$.	$a'a\dfrac{d\mathrm{R}_{(0,1)}}{da}$.
ACTION DE SATURNE (SUITE)	
$+\ \bar{3},939\ e^2 \cos(\ l' + \lambda - 2\omega)$	
$+\ \bar{1},085\ e^2 \cos(2l' \qquad - 2\omega)$	$+\ \bar{1},410$
$+\ \bar{2},849\ e^2 \cos(3l' - \lambda - 2\omega)$	$+\ \bar{1},339$
$+\ \bar{2},476\ e^2 \cos(4l' - 2\lambda - 2\omega)$	$+\ \bar{1},087$
$+\ \bar{2},041\ e^2 \cos(5l' - 3\lambda - 2\omega)$	
$-\ \bar{2},714\ ee' \cos(\ l' + \lambda - \varpi' - \omega)$	$-\ \bar{1},065$
$-\ \bar{2},662\ ee' \cos(2l' \qquad - \varpi' - \omega)$	$-\ \bar{1},161$
$-\ \bar{1},703\ ee' \cos(3l' - \lambda - \varpi' - \omega)$	$-\ 0,025$
$-\ \bar{1},347\ ee' \cos(4l' - 2\lambda - \varpi' - \omega)$	$-\ \bar{1},836$
$-\ \bar{2},920\ ee' \cos(5l' - 3\lambda - \varpi' - \omega)$	$-\ \bar{1},531$
$+\ 0,031\ e'^2 \cos(2l' \qquad - 2\varpi')$	$+\ \bar{1},209$
$+\ \bar{2},604\ e'^2 \cos(3l' - \lambda - 2\varpi')$	$+\ \bar{1},111$
$+\ \bar{1},610\ e'^2 \cos(4l' - 2\lambda - 2\varpi')$	$+\ \bar{1},929$
$+\ \bar{1},195\ e'^2 \cos(5l' - 3\lambda - 2\varpi')$	$+\ \bar{1},683$
$+\ \bar{2},735\ e'^2 \cos(6l' - 4\lambda - 2\varpi')$	$+\ \bar{1},346$
$+\ \bar{2},576\ \eta^2 \cos(\ l' + \lambda - 2\tau')$	$+\ \bar{1},082$
$+\ \bar{1},015\ \eta^2 \cos(2l' \qquad - 2\tau')$	$+\ \bar{1},366$
$+\ \bar{2},502\ \eta^2 \cos(3l' - \lambda - 2\tau')$	$+\ \bar{1},011$

Dérivées secondes des coefficients de la fonction perturbatrice pour le calcul des termes du second ordre de la longitude de l'époque (seuls termes sensibles dans le cas de l'action de Jupiter).

$$a'a^2\frac{d\mathrm{R}_{(0,1)}}{da^2}.$$

$+\ \bar{1},322\ 2$
$+\ 0,000\ 9\ e^2$
$+\ 0,000\ 9\ e'^2$
$-\ 0,259\ 4\ ee' \cos(\varpi' - \omega)$
$-\ 0,293\ 6\ e\ \cos(2l' - \lambda - \omega)$
$+\ 0,079\ 9\ e'\ \cos(2l' - \lambda - \varpi')$
$+\ 0,652\ 3\ e^2 \cos(3l' - \lambda - 2\omega)$
$-\ 0,930\ 0\ ee' \cos(3l' - \lambda - \varpi' - \omega)$
$+\ 0,491\ 5\ e'^2 \cos(3l' - \lambda - 2\varpi')$

SECTION III.

Les variations des éléments et la longitude moyenne de la planète m, soumise à l'action de la planète m', sont données par les expressions suivantes :

$$
(1)\quad \left\{
\begin{aligned}
&\frac{da}{dt} = +\frac{2m'}{\mu} a^2 n \frac{d\mathrm{R}_{(0,1)}}{d\varepsilon}, \quad l = \rho + \varepsilon, \quad \frac{d^2\rho}{dt^2} = -\frac{3m'}{\mu} an^2 \frac{d\mathrm{R}_{(0,1)}}{d\varepsilon},\\
&\frac{d\varepsilon}{dt} = -\frac{2m'}{\mu} an \left[a \frac{d\mathrm{R}_{(0,1)}}{da}\right] + \frac{m'}{\mu} an \cos\psi \operatorname{tang}\frac{\psi}{2} \frac{d\mathrm{R}_{(0,1)}}{de} + \frac{m'}{\mu} an \frac{\operatorname{tang}\frac{\varphi}{2}}{\cos\psi} \frac{d\mathrm{R}_{(0,1)}}{d\varphi},\\
&\frac{de}{dt} = -\frac{m'}{\mu} \frac{an}{\operatorname{tang}\psi} \frac{d\mathrm{R}_{(0,1)}}{d\varpi} - \frac{m'}{\mu} an \cos\psi \operatorname{tang}\frac{\psi}{2} \frac{d\mathrm{R}_{(0,1)}}{d\varepsilon},\\
&\frac{d\varpi}{dt} = +\frac{m'}{\mu} \frac{an}{\operatorname{tang}\psi} \frac{d\mathrm{R}_{(0,1)}}{de} + \frac{m'}{\mu} an \frac{\operatorname{tang}\frac{\varphi}{2}}{\cos\psi} \frac{d\mathrm{R}_{(0,1)}}{d\varphi},\\
&\frac{d\varphi}{dt} = -\frac{m'}{\mu} \frac{an}{\cos\psi \sin\varphi} \frac{d\mathrm{R}_{(0,1)}}{d\theta} - \frac{m'}{\mu} an \frac{\operatorname{tang}\frac{\varphi}{2}}{\cos\psi} \left[\frac{d\mathrm{R}_{(0,1)}}{d\varepsilon} + \frac{d\mathrm{R}_{(0,1)}}{d\varpi}\right],\\
&\frac{d\theta}{dt} = +\frac{m'}{\mu} \frac{an}{\cos\psi \sin\varphi} \frac{d\mathrm{R}_{(0,1)}}{d\varphi},
\end{aligned}
\right.
$$

dans lesquelles on a fait

$$e = \sin\psi, \quad e' = \sin\psi' \quad \text{et} \quad \mu = 1 + m.$$

$\left[a \frac{d\mathrm{R}_{(0,1)}}{da}\right]$ veut dire que, en prenant la dérivée par rapport à a, il ne faut pas tenir compte de la variation du coefficient n du temps dans la longitude moyenne.

A ces équations il convient de joindre les suivantes, qui expriment les variations de l'orbite de m, par rapport à l'orbite primitive de m' :

$$
\begin{aligned}
\frac{d\gamma}{dt} &= \cos(\tau - \theta) \frac{d\varphi}{dt} + \sin(\tau - \theta) \sin\varphi \frac{d\theta}{dt},\\
\sin\gamma \frac{d\tau'}{dt} &= -\sin(\tau - \theta) \frac{d\varphi}{dt} + \cos(\tau - \theta) \sin\varphi \frac{d\theta}{dt}.
\end{aligned}
$$

L'intégration de ces équations ne pouvant se faire rigoureusement, on procède par approximations successives : on suppose d'abord les éléments constants, et l'on intègre par rapport au temps t, contenu explicitement dans la longitude moyenne. Seulement, nous supposerons que les éléments reçoivent leurs valeurs séculaires à l'époque considérée.

Considérons le terme général de la partie périodique de la fonction perturbatrice, et soit

$$a' R_{(0,1)} = N e^h e'^{h'} \eta^f \cos(i' l' + i\lambda + k'\varpi' + k\varpi + u\tau').$$

Posons

$$B = \frac{m'\alpha}{\mu}, \quad \nu = \frac{n'}{n}, \quad D = i'l' + i\lambda + k'\varpi' + k\varpi + u\tau',$$

$$\mathfrak{L} = \frac{2iBa}{i'\nu + i} N e^h e'^{h'} \eta^f \cos D,$$

$$\Lambda = -\frac{3iB}{(i'\nu + i)^2} N e^h e'^{h'} \eta^f \sin D,$$

$$\mathcal{A} = -\frac{2B}{i'\nu + i} a \frac{dN}{da} e^h e'^{h'} \eta^f \sin D,$$

$$\mathfrak{P} = -\frac{kB\cos\psi}{i'\nu + i} N e^{h-1} e'^{h'} \eta^f \cos D,$$

$$\mathfrak{F} = +\frac{hB\cos\psi}{i'\nu + i} N e^{h-1} e'^{h'} \eta^f \sin D,$$

$$\mathfrak{G} = -\frac{uB}{2\cos\psi\cos\frac{\gamma}{2}} \frac{N}{i'\nu + i} e^h e'^{h'} \eta^{f-1} \cos D,$$

$$\mathcal{G} = +\frac{fB\cos\frac{\gamma}{2}}{2\cos\psi} \frac{N}{i'\nu + i} e^h e'^{h'} \eta^{f-1} \sin D.$$

Nous obtiendrons, pour les perturbations périodiques du premier ordre,

$$\delta a = \mathfrak{L},$$

$$\delta\rho = \Lambda,$$

$$\delta\varepsilon = \mathcal{A} + \operatorname{tang}\frac{\psi}{2}\mathfrak{F} + \operatorname{tang}\frac{\varphi}{2}\sin\varphi\,\delta\theta,$$

$$\delta e = \mathfrak{P} - \cos\psi\operatorname{tang}\frac{\psi}{2}\frac{\mathfrak{L}}{2a},$$

$$e\,\delta\varpi = \mathfrak{F} + e\operatorname{tang}\frac{\varphi}{2}\sin\varphi\,\delta\theta,$$

$$\delta\varphi = -\mathcal{G}\sin(\tau - \theta) + (\mathfrak{G} + V)\cos(\tau - \theta),$$

$$\sin\varphi\,\delta\theta = +\mathcal{G}\cos(\tau - \theta) + (\mathfrak{G} + V)\sin(\tau - \theta),$$

en faisant

$$V = -\frac{\operatorname{tang}\frac{\gamma}{2}}{2a\cos\psi}\mathfrak{L} + \frac{e\operatorname{tang}\frac{\gamma}{2}}{\cos^2\psi}\mathfrak{P}.$$

Les termes, qui sont de degré élevé dans ces expressions, ne sont sensibles que pour Jupiter; en les mettant en nombres pour 1850, on aura, dans ce cas,

$$\begin{aligned}
\delta a &= \mathfrak{L},\\
\delta l &= \Lambda + \mathcal{A} + 0{,}04452\,\mathfrak{F} + 0{,}06235 \sin\varphi\,\delta\theta,\\
\delta e &= \mathfrak{P} - 0{,}00939\,\mathfrak{L},\\
e\,\delta\varpi &= \mathfrak{F} + 0{,}00554 \sin\varphi\,\delta\theta,\\
\delta\varphi &= -\,\mathcal{G}\sin(\tau-\theta) + \mathfrak{T}\cos(\tau-\theta) + (0{,}00456\,\mathfrak{P} - 0{,}01082\,\mathfrak{L})\cos(\tau-\theta),\\
\sin\varphi\,\delta\theta &= +\,\mathcal{G}\cos(\tau-\theta) + \mathfrak{T}\sin(\tau-\theta) + (0{,}00456\,\mathfrak{P} - 0{,}01082\,\mathfrak{L})\sin(\tau-\theta).
\end{aligned}$$

Au lieu des valeurs de $\delta\varphi$ et $\sin\varphi\,\delta\theta$, nous donnerons

$$\delta'\gamma = \mathfrak{T} + \mathrm{V}, \quad \sin\gamma\,\delta'\tau = \mathcal{G},$$

en vue des termes possibles du second ordre, tenant à la variation de la longitude du nœud et de l'inclinaison.

Dans le cas de Saturne, les formules à employer sont les suivantes :

$$\begin{aligned}
\delta a &= \mathfrak{L}, & \delta l &= \Lambda + \mathcal{A},\\
\delta e &= \mathfrak{P}, & e\,\delta\varpi &= \mathfrak{F},\\
\delta'\gamma &= \mathfrak{T}, & \sin\gamma\,\delta'\tau &= \mathcal{G}.
\end{aligned}$$

Les perturbations des éléments de Vesta par les planètes inférieures se déduiront des équations analogues aux équations (1), qui donnent les variations des éléments de la planète m' par la planète m.

En n'ayant pas égard aux perturbations insensibles de l'inclinaison et de la longitude du nœud, et après avoir posé

$$a'\mathrm{R}_{(1,0)} = \mathrm{N}'e^h e'^{h'}\eta^f, \quad \mathrm{B}' = \frac{m\nu}{\mu},$$

$$\mathfrak{L}' = 2a'\mathrm{B}'\frac{i'\mathrm{N}'}{i'\nu + i}e^h e'^{h'}\eta^f\cos\mathrm{D},$$

$$\Lambda' = -3\mathrm{B}'\nu\frac{i'\mathrm{N}'}{(i'\nu + i)^2}e^h e'^{h'}\eta^f\sin\mathrm{D},$$

$$\mathcal{A}' = +\,2\,\mathrm{B}'\frac{\left(a\dfrac{d\mathrm{N}'}{da}+\mathrm{N}'\right)}{i'\nu+i}\,e^h e'^{h'}\eta^f \sin\mathrm{D},$$

$$\mathfrak{F}' = +\,\mathrm{B}'\cos\psi\,\frac{h'\mathrm{N}'}{i'\nu+i}\,e^h e'^{h'-1}\eta^f \sin\mathrm{D},$$

$$\mathfrak{L}' = -\,\mathrm{B}'\cos\psi\,\frac{h'\mathrm{N}'}{i'\nu+i}\,e^h e'^{h'-1}\eta^f \cos\mathrm{D},$$

il viendra, pour le calcul des perturbations dans ce cas, en négligeant les termes qui sont de degré élevé dans les équations différentielles,

$$\delta a' = \mathfrak{C}', \qquad \delta l' = \Lambda' + \mathcal{A}',$$
$$\delta e' = \mathfrak{L}', \quad e'\delta\varpi' = \mathfrak{F}'.$$

Nous allons donner les résultats obtenus par l'application de ces différentes formules aux perturbations de Vesta par Vénus, la Terre, Mars, Jupiter et Saturne : sur une même ligne horizontale, on trouvera l'argument du terme que l'on considère dans la fonction perturbatrice, puis les coefficients des perturbations des divers éléments, lesquels devront être multipliés, suivant les cas, par le sinus ou le cosinus de l'argument.

Ces coefficients ont été calculés avec les valeurs des excentricités et de l'inclinaison mutuelle à l'époque 1850. Nous conserverons à ces coefficients leur généralité, en les multipliant par des facteurs de la forme

$$\beta^{\mu}\beta'^{\mu'}\varkappa^{\mu''},$$

β, β' et $\varkappa$ étant les rapports des valeurs de e, e', η, à l'époque que l'on considère, aux valeurs de ces mêmes quantités, à l'époque 1850, et en supposant, de plus, que les autres éléments, qui sont variables avec le temps, reçoivent leurs valeurs séculaires. Les facteurs variables n'ont été écrits qu'une fois, dans chaque colonne, pour un même groupe. Les coefficients sont exprimés en secondes sexagésimales.

D	$\delta a'$	$\delta l'$	δe	$e\delta\varpi$	$\delta'\gamma$	$\sin\gamma\,\delta'\tau$
ACTION DE VÉNUS.						
$l'-\lambda$	$+\ 4'',99$	$-\ 1'',66$				
$2l'-2\lambda$	$-\ 0,03$	$-\ 0,02$				
$l'-\varpi'$	$+\ 0,23\,\beta'$	$-\ 0,03\,\beta'$	$+\ 0'',54$	$+\ 0'',54$		
$2l'-\lambda-\varpi'$	$+\ 0,50$	$+\ 0,04$	$+\ 0,60$	$+\ 0,60$		
ACTION DE LA TERRE.						
$l'-\lambda$	$+\ 5,85$	$-\ 1,76$				
$2l'-2\lambda$	$-\ 0,17$	$-\ 0,13$				
$l'-\varpi'$	$+\ 0,31\,\beta'$	$-\ 0,02\,\beta'$	$+\ 0,74$	$+\ 0,74$		
$2l'-\lambda-\varpi'$	$+\ 0,60$	$-\ 0,11$	$+\ 0,72$	$+\ 0,72$		
$3l'-2\lambda-\varpi'$	$-\ 0,10$	$-\ 0,06$	$-\ 0,08$	$-\ 0,08$		
ACTION DE MARS.						
$l'-\lambda$	$+\ 0,60$	$-\ 0,28$				
$2l'-2\lambda$	$-\ 0,15$	$-\ 0,16$				
$3l'-3\lambda$	$-\ 0,08$	$-\ 0,07$				
$4l'-4\lambda$		$-\ 0,03$				
$l'-\omega$		$-\ 0,03\,\beta$				
$2l'-\lambda-\omega$	$-\ 1,17\,\beta$	$+\ 9,62$				
$3l'-2\lambda-\omega$	$+\ 0,11$	$+\ 0,16$				
$4l'-3\lambda-\omega$		$+\ 0,05$				
$5l'-4\lambda-\omega$		$+\ 0,03$				
$l'-\varpi'$			$+\ 0,11$	$+\ 0,11$		
$2l'-\lambda-\varpi'$	$+\ 0,49\,\beta'$	$-\ 3,29\,\beta'$	$+\ 0,58$	$+\ 0,58$		
$3l'-2\lambda-\varpi'$	$-\ 0,16$	$-\ 0,20$	$-\ 0,12$	$-\ 0,12$		
$4l'-3\lambda-\varpi'$	$-\ 0,08$	$-\ 0,07$	$-\ 0,05$	$-\ 0,05$		
$5l'-4\lambda-\varpi'$		$-\ 0,03$	$-\ 0,02$	$-\ 0,02$		
$4l'-2\lambda-2\omega$	$+\ 0,16\,\beta^2$	$-\ 0,63\,\beta^2$				
$4l'-2\lambda-\varpi'-\omega$	$-\ 0,45\,\beta\beta'$	$+\ 1,78\,\beta\beta'$	$-\ 0,26\,\beta$	$-\ 0,26\,\beta$		
$5l'-3\lambda-\varpi'-\omega$	$+\ 0,09$	$+\ 0,12$	$+\ 0,05$	$+\ 0,05$		
$6l'-4\lambda-\varpi'-\omega$		$+\ 0,03$	$+\ 0,02$	$+\ 0,02$		
$3l'-\lambda-2\varpi'$			$+\ 0,03\,\beta'$	$+\ 0,03\,\beta'$		
$4l'-2\lambda-2\varpi'$	$+\ 0,30\,\beta'^2$	$-\ 1,23\,\beta'^2$	$+\ 0,36$	$+\ 0,36$		
$5l'-3\lambda-2\varpi'$	$-\ 0,07$	$-\ 0,08$	$-\ 0,06$	$-\ 0,06$		
$6l'-4\lambda-2\varpi'$		$-\ 0,02$	$-\ 0,03$	$-\ 0,03$		
$4l'-2\lambda-2\tau'$		$-\ 0,10\,\kappa^2$				

ACTION DE JUPITER.

D	δa	δl	δe	$e\delta\varpi$	$\delta'\gamma$	$\sin\gamma\,\delta'\tau$
$l' - \lambda$	+ 24″,51	+ 56″,80	− 0″,23 β		− 0″,26 κ	
$2l' - 2\lambda$	+ 103,10	+ 95,44	− 0,96		− 1,11	
$3l' - 3\lambda$	+ 39,18	+ 29,78	− 0,37		− 0,42	
$4l' - 4\lambda$	+ 15,61	+ 10,56	− 0,15		− 0,17	
$5l' - 5\lambda$	+ 6,39	+ 4,00	− 0,06		− 0,07	
$6l' - 6\lambda$	+ 2,66	+ 1,58	− 0,02		− 0,03	
$7l' - 7\lambda$	+ 1,12	+ 0,64			− 0,01	
$8l' - 8\lambda$	+ 0,48	+ 0,26				
$9l' - 9\lambda$	+ 0,20	+ 0,11				
$10l' - 10\lambda$	+ 0,09	+ 0,05				
$11l' - 11\lambda$		+ 0,02				
$l' - \lambda$	+ 0,53 β^2	+ 1,28 β^2		− 2″,53 β	+ 0,05 κ	
$2l' - 2\lambda$	− 1,70	− 1,21	− 0,02 β	+ 4,04	− 0,02	
$3l' - 3\lambda$	− 1,68	− 1,10	− 0,02	+ 2,67	− 0,02	
$4l' - 4\lambda$	− 1,27	− 0,77		+ 1,51	− 0,01	
$5l' - 5\lambda$	− 0,84	− 0,48		+ 0,80		
$6l' - 6\lambda$	− 0,51	− 0,28		+ 0,41		
$7l' - 7\lambda$	− 0,30	− 0,16		+ 0,20		
$8l' - 8\lambda$	− 0,17	− 0,09		+ 0,10		
$9l' - 9\lambda$	− 0,09	− 0,05		+ 0,05		
$10l' - 10\lambda$		− 0,02		+ 0,02		
$l' - \lambda$	+ 0,16 β'^2	+ 0,41 β'^2				
$2l' - 2\lambda$	− 0,50	− 0,41				
$3l' - 3\lambda$	− 0,50	− 0,36				
$4l' - 4\lambda$	− 0,37	− 0,25				
$5l' - 5\lambda$	− 0,25	− 0,15				
$6l' - 6\lambda$	− 0,15	− 0,09				
$7l' - 7\lambda$	− 0,09	− 0,05				
$8l' - 8\lambda$		− 0,02				
$-7l' + 7\lambda - \varpi' + \omega$	+ 0,08 $\beta\beta'$	− 0,05 $\beta\beta'$	− 0,03 β'	+ 0,03 β'		
$-6l' + 6\lambda - \varpi' + \omega$	+ 0,15	− 0,10	− 0,06	+ 0,06		
$-5l' + 5\lambda - \varpi' + \omega$	+ 0,25	− 0,18	− 0,12	+ 0,12		
$-4l' + 4\lambda - \varpi' + \omega$	+ 0,39	− 0,29	− 0,23	+ 0,23		
$-3l' + 3\lambda - \varpi' + \omega$	+ 0,56	− 0,47	− 0,44	+ 0,44		
$-2l' + 2\lambda - \varpi' + \omega$	+ 0,66	− 0,67	− 0,79	+ 0,79		
$-l' + \lambda - \varpi' + \omega$	+ 0,48	− 0,64	− 1,15	+ 1,15		
$+l' - \lambda - \varpi' + \omega$	− 0,62	− 1,29	− 1,47	+ 1,47		
$2l' - 2\lambda - \varpi' + \omega$	− 0,24	− 0,31	− 0,28	+ 0,28		
$3l' - 3\lambda - \varpi' + \omega$	+ 1,37	+ 0,73	+ 1,08	− 1,08		
$4l' - 4\lambda - \varpi' + \omega$	+ 1,17	+ 0,61	+ 0,70	− 0,70		
$5l' - 5\lambda - \varpi' + \omega$	+ 0,82	+ 0,42	+ 0,39	− 0,39		
$6l' - 6\lambda - \varpi' + \omega$	+ 0,52	+ 0,26	+ 0,21	− 0,21		
$7l' - 7\lambda - \varpi' + \omega$	+ 0,31	+ 0,16	+ 0,11	− 0,11		

ACTION DE JUPITER (SUITE).

D	δa	δl	δe	$e\delta\varpi$	$\delta'\gamma$	$\sin\gamma\,\delta'\tau$
$8l'-8\lambda-\varpi'+\omega$	+ 0″,18 ββ′	+ 0″,08 ββ′	+ 0″,05 β′	− 0″,05 β′		
$9l'-9\lambda-\varpi'+\omega$	+ 0,10	+ 0,05	+ 0,03	− 0,03		
$10l'-10\lambda-\varpi'+\omega$		+ 0,02	+ 0,01	− 0,01		
$l'-\lambda$	− 0,89 α²	− 2,04 α²				− 3″,71
$2l'-2\lambda$	− 0,96	− 1,01				− 2,01
$3l'-3\lambda$	− 0,52	− 0,43				− 0,73
$4l'-4\lambda$	− 0,27	− 0,20				+ 0,28
$5l'-5\lambda$	− 0,14	− 0,09				− 0,11
$6l'-6\lambda$	− 0,07	− 0,04				+ 0,05
$7l'-7\lambda$		− 0,02				− 0,02
$-9l'+10\lambda-\omega$	+ 0,08 β	− 0,04 β	+ 0,02	+ 0,02		
$-8l'+9\lambda-\omega$	+ 0,16	− 0,08	+ 0,04	+ 0,04		
$-7l'+8\lambda-\omega$	+ 0,32	− 0,16	+ 0,09	+ 0,09		
$-6l'+7\lambda-\omega$	+ 0,64	− 0,31	+ 0,21	+ 0,22		
$-5l'+6\lambda-\omega$	+ 1,26	− 0,61	+ 0,49	+ 0,50		
$-4l'+5\lambda-\omega$	+ 2,40	− 1,18	+ 1,12	+ 1,14	− 0,02	
$-3l'+4\lambda-\omega$	+ 4,35	− 2,17	+ 2,54	+ 2,58	− 0,03	
$-2l'+3\lambda-\omega$	+ 7,13	− 3,58	+ 5,58	+ 5,65	− 0,05	
$-l'+2\lambda-\omega$	− 1,17	+ 1,34	− 1,38	− 1,39	+ 0,01	
$+\lambda-\omega$	− 4,99	+ 8,09	− 11,79	− 11,84	0,00	
$l'-\omega$		+ 17,81	− 31,14	− 31,14	− 0,14	
$2l'-\lambda-\omega$	− 50,88	− 127,39	+ 121,26	+ 120,78	+ 1,10	
$3l'-2\lambda-\omega$	− 20,60	− 25,31	+ 24,63	+ 24,44	+ 0,33	
$4l'-3\lambda-\omega$	− 9,94	− 9,21	+ 7,96	+ 7,87	+ 0,14	
$5l'-4\lambda-\omega$	− 4,86	− 3,83	+ 2,93	+ 2,88	− 0,06	
$6l'-5\lambda-\omega$	− 2,36	− 1,68	+ 1,15	+ 1,12	+ 0,03	
$7l'-6\lambda-\omega$	− 1,14	− 0,75	+ 0,46	+ 0,45	+ 0,01	
$8l'-7\lambda-\omega$	− 0,55	− 0,34	+ 0,20	+ 0,19		
$9l'-8\lambda-\omega$	− 0,26	− 0,16	+ 0,08	+ 0,08		
$10l'-9\lambda-\omega$	− 0,13	− 0,07	+ 0,03	+ 0,03		
$11l'-10\lambda-\omega$		− 0,03				
$-8l'+9\lambda-\omega$			− 0,01 β²	− 0,03 β²		
$-7l'+8\lambda-\omega$		+ 0,02 β³	− 0,02	− 0,05		
$-6l'+7\lambda-\omega$	− 0,08 β³	+ 0,04	− 0,03	− 0,08		
$-5l'+6\lambda-\omega$	− 0,11	+ 0,05	− 0,05	− 0,14		
$-4l'+5\lambda-\omega$	− 0,14	+ 0,06	− 0,07	− 0,21		
$-3l'+4\lambda-\omega$	− 0,16	+ 0,07	− 0,09	− 0,28		
$-2l'+3\lambda-\omega$	− 0,13	+ 0,06	− 0,11	− 0,30		
$-l'+2\lambda-\omega$	+ 0,01	0,00	+ 0,01	+ 0,03		
$+\lambda-\omega$	− 0,01	+ 0,03	− 0,03	− 0,09		
$l'-\omega$		+ 0,20	− 0,30	− 0,90		
$2l'-\lambda-\omega$	+ 0,13	+ 0,18	− 0,30	− 0,90		

ACTION DE JUPITER (SUITE).

D	δa	δl	δe	$e\,\delta\varpi$	$\delta'\gamma$	$\sin\gamma\,\delta'\tau$
$3l'-2\lambda-\omega$	$+0'',25\,\beta^3$	$+0'',26\,\beta^3$	$-0'',30\,\beta^2$	$-0'',90\,\beta^2$		
$4l'-3\lambda-\omega$	$+0,28$	$+0,22$	$-0,22$	$-0,66$		
$5l'-4\lambda-\omega$	$+0,24$	$+0,17$	$-0,14$	$-0,43$		
$6l'-5\lambda-\omega$	$+0,18$	$+0,12$	$-0,09$	$-0,26$		
$7l'-6\lambda-\omega$	$+0,13$	$+0,08$	$-0,05$	$-0,15$		
$8l'-7\lambda-\omega$	$+0,08$	$+0,04$	$-0,03$	$-0,08$		
$-6l'+7\lambda-\omega$		$+0,01\,\beta\beta'^2$	$-0,01\,\beta'^2$	$-0,01\,\beta'^2$		
$-5l'+6\lambda-\omega$		$+0,02$	$-0,02$	$-0,02$		
$-4l'+5\lambda-\omega$		$+0,03$	$-0,03$	$-0,03$		
$-3l'+4\lambda-\omega$		$+0,03$	$-0,04$	$-0,04$		
$-2l'+3\lambda-\omega$		$+0,03$	$-0,04$	$-0,04$		
$-l'+2\lambda-\omega$		$+0,02$	$-0,01$	$-0,01$		
$+\lambda-\omega$		$+0,07$	$-0,07$	$-0,07$		
$l'-\omega$		$+0,17$	$-0,23$	$-0,23$		
$2l'-\lambda-\omega$	$+0,23\,\beta\beta'^2$	$+0,49$	$-0,54$	$-0,54$		
$3l'-2\lambda-\omega$	$+0,25$	$+0,30$	$-0,30$	$-0,30$		
$4l'-3\lambda-\omega$	$+0,24$	$+0,22$	$-0,19$	$-0,19$		
$5l'-4\lambda-\omega$	$+0,19$	$+0,16$	$-0,11$	$-0,11$		
$6l'-5\lambda-\omega$	$+0,13$	$+0,10$	$-0,06$	$-0,06$		
$7l'-6\lambda-\omega$	$+0,09$	$+0,06$	$-0,04$	$-0,04$		
$8l'-7\lambda-\omega$		$+0,04$				
$-4l'+5\lambda-\omega$			$-0,01\,\varkappa^2$	$-0,01\,\varkappa^2$		$-0'',02\,\beta\varkappa$
$-3l'+4\lambda-\omega$		$+0,02\,\beta\varkappa^2$	$-0,02$	$-0,02$		$-0,04$
$-2l'+3\lambda-\omega$		$0,00$	$-0,02$	$-0,02$		$-0,03$
$-l'+2\lambda-\omega$		$-0,09$	$+0,07$	$+0,07$		$+0,13$
$+\lambda-\omega$	$+0,14\,\beta\varkappa^2$	$-0,26$	$+0,33$	$+0,33$		$-0,57$
$l'-\omega$		$-0,76$	$+1,25$	$+1,25$		$+2,20$
$2l'-\lambda-\omega$	$+0,57$	$+1,64$	$-1,35$	$-1,35$		$-2,37$
$3l'-2\lambda-\omega$	$+0,31$	$+0,42$	$-0,36$	$-0,36$		$-0,64$
$4l'-3\lambda-\omega$	$+0,19$	$+0,16$	$-0,15$	$-0,15$		$-0,26$
$5l'-4\lambda-\omega$	$+0,11$	$+0,08$	$-0,07$	$-0,07$		$-0,12$
$6l'-5\lambda-\omega$		$+0,05$	$-0,03$	$-0,03$		$-0,05$
$-8l'+9\lambda-\varpi'$		$+0,02\,\beta'$				
$-7l'+8\lambda-\varpi'$		$+0,04$				
$-6l'+7\lambda-\varpi'$	$-0,15\,\beta'$	$+0,08$				
$-5l'+6\lambda-\varpi'$	$-0,29$	$+0,16$				
$-4l'+5\lambda-\varpi'$	$-0,53$	$+0,32$				
$-3l'+4\lambda-\varpi'$	$-0,94$	$+0,60$				
$-2l'+3\lambda-\varpi'$	$-1,47$	$+0,99$				
$-l'+2\lambda-\varpi$	$-1,61$	$+1,13$				
$+\lambda-\varpi'$	$+0,95$	$-2,07$				
$-\varpi'$		$-13,42$				

ACTION DE JUPITER (SUITE).

D	δa	δl	δe	$e\,\delta\varpi$	$\delta'\gamma$	$\sin\gamma\,\delta'\tau$
$2l'-\lambda-\varpi'$	$+\;6'',68\,\beta'$	$+\;20'',63\,\beta'$	$-\;0'',06$		$-\;0'',07$	
$3l'-2\lambda-\varpi'$	$+\;23,01$	$+\;24,63$	$-\;0,21$		$-\;0,24$	
$4l'-3\lambda-\varpi'$	$+\;11,33$	$+\;9,29$	$-\;0,11$		$-\;0,12$	
$5l'-4\lambda-\varpi'$	$+\;5,60$	$+\;3,97$	$-\;0,05$		$-\;0,06$	
$6l'-5\lambda-\varpi'$	$+\;2,75$	$+\;1,78$	$-\;0,03$		$-\;0,03$	
$7l'-6\lambda-\varpi'$	$+\;1,33$	$+\;0,81$				
$8l'-7\lambda-\varpi'$	$+\;0,64$	$+\;0,37$				
$9l'-8\lambda-\varpi'$	$+\;0,31$	$+\;0,17$				
$10l'-9\lambda-\varpi'$	$+\;0,15$	$+\;0,08$				
$11l'-10\lambda-\varpi'$		$+\;0,04$				
$12l'-11\lambda-\varpi'$		$+\;0,02$				
$-5l'+6\lambda-\varpi'$	$+\;0,06\,\beta^2\beta'$	$-\;0,03\,\beta^2\beta'$		$+\;0'',04\,\beta\beta'$		
$-4l'+5\lambda-\varpi'$	$+\;0,07$	$-\;0,04$		$+\;0,07$		
$-3l'+4\lambda-\varpi'$	$+\;0,08$	$-\;0,05$		$+\;0,10$		
$-2l'+3\lambda-\varpi'$	$+\;0,07$	$-\;0,05$		$+\;0,12$		
$-l'+2\lambda-\varpi'$	$+\;0,04$	$-\;0,04$		$+\;0,10$		
$+\lambda-\varpi'$	$+\;0,03$	$-\;0,07$		$+\;0,13$		
$l'-\varpi'$		$-\;0,33$		$+\;1,18$		
$2l'-\lambda-\varpi'$	$+\;0,16$	$+\;0,53$		$-\;0,77$		
$3l'-2\lambda-\varpi'$	$-\;0,35$	$-\;0,28$		$+\;0,84$		
$4l'-3\lambda-\varpi'$	$-\;0,47$	$-\;0,33$		$+\;0,76$		
$5l'-4\lambda-\varpi'$	$-\;0,45$	$-\;0,28$		$+\;0,53$		
$6l'-5\lambda-\varpi'$	$-\;0,36$	$-\;0,21$		$+\;0,34$		
$7l'-6\lambda-\varpi'$	$-\;0,26$	$-\;0,15$		$+\;0,20$		
$8l'-7\lambda-\varpi'$	$-\;0,17$	$-\;0,09$		$+\;0,12$		
$9l'-8\lambda-\varpi'$	$-\;0,11$	$-\;0,06$		$+\;0,06$		
$l'-\varpi'$		$-\;0,08\,\beta'^3$				
$2l'-\lambda-\varpi'$		$+\;0,09$				
$3l'-2\lambda-\varpi'$	$-\;0,10\,\beta'^3$	$-\;0,10$				
$4l'-3\lambda-\varpi'$	$-\;0,11$	$-\;0,08$				
$5l'-4\lambda-\varpi'$	$-\;0,09$	$-\;0,06$				
$6l'-5\lambda-\varpi'$	$-\;0,07$	$-\;0,04$				
$7l'-6\lambda-\varpi'$	$-\;0,05$	$-\;0,03$				
$-l'+2\lambda-\varpi'$		$+\;0,02\,\beta'\varkappa^2$				$-\;0,02\,\beta'\varkappa$
$+\lambda-\varpi'$	$-\;0,04\,\beta'\varkappa^2$	$+\;0,10$				$-\;0,18$
$l'-\varpi'$		$+\;0,41$				$-\;1,36$
$2l'-\lambda-\varpi'$	$-\;0,26$	$-\;0,85$				$+\;1,10$
$3l'-2\lambda-\varpi'$	$-\;0,25$	$-\;0,33$				$+\;0,52$
$4l'-3\lambda-\varpi'$	$-\;0,17$	$-\;0,16$				$+\;0,23$
$5l'-4\lambda-\varpi'$	$-\;0,10$	$-\;0,09$				$+\;0,11$
$6l'-5\lambda-\varpi'$	$-\;0,06$	$-\;0,05$				$-\;0,05$
$7l'-6\lambda-\varpi'$		$-\;0,03$				$+\;0,02$

ACTION DE JUPITER (SUITE).

D	δa	δl	δe	$e\delta\varpi$	$\delta'\gamma$	$\sin\gamma\,\delta'\tau$
$-8l'+9\lambda+\varpi'-2\omega$	$+0'',03\,\beta^2\beta'$	$-0'',01\,\beta^2\beta'$	$+0'',02\,\beta\beta'$	$+0'',02\,\beta\beta'$		
$-7l'+8\lambda+\varpi'-2\omega$	$+0,05$	$-0,02$	$+0,03$	$+0,03$		
$-6l'+7\lambda+\varpi'-2\omega$	$+0,07$	$-0,03$	$+0,05$	$+0,05$		
$-5l'+6\lambda+\varpi'-2\omega$	$+0,10$	$-0,04$	$+0,08$	$+0,08$		
$-4l'+5\lambda+\varpi'-2\omega$	$+0,12$	$-0,04$	$+0,11$	$+0,11$		
$-3l'+4\lambda+\varpi'-2\omega$	$+0,11$	$-0,04$	$+0,13$	$+0,13$		
$-2l'+3\lambda+\varpi'-2\omega$	$-0,01$	$0,00$	$-0,01$	$-0,01$		
$-l'+2\lambda+\varpi'-2\omega$	$0,00$	$-0,01$	$0,00$	$0,00$		
$+\lambda+\varpi'-2\omega$	$+0,02$	$-0,04$	$+0,08$	$+0,08$		
$l'+\varpi'-2\omega$		$0,00$	$-0,30$	$-0,30$		
$2l'-\lambda+\varpi'-2\omega$	$-0,16$	$-0,46$	$+0,78$	$+0,78$		
$3l'-2\lambda+\varpi'-2\omega$	$-0,15$	$-0,22$	$+0,35$	$+0,35$		
$4l'-3\lambda+\varpi'-2\omega$	$-0,13$	$-0,14$	$+0,20$	$+0,20$		
$5l'-4\lambda+\varpi'-2\omega$	$-0,09$	$-0,09$	$+0,11$	$+0,11$		
$6l'-5\lambda+\varpi'-2\omega$	$-0,07$	$-0,05$	$+0,06$	$+0,06$		
$7l'-6\lambda+\varpi'-2\omega$		$-0,03$	$+0,03$	$+0,03$		
$8l'-7\lambda+\varpi'-2\omega$			$+0,02$	$+0,02$		
$\lambda-2\varpi'+\omega$		$+0,02\,\beta\beta'^2$	$+0,02\,\beta\beta'$	$-0,02\,\beta\beta'$		
$l'-2\varpi'+\omega$		$+0,10$	$+0,14$	$-0,14$		
$2l'-\lambda-2\varpi'+\omega$	$-0,09\,\beta\beta'^2$	$-0,28$	$-0,22$	$+0,22$		
$3l'-2\lambda-2\varpi'+\omega$	$-0,04$	$-0,06$	$-0,04$	$+0,04$		
$4l'-3\lambda-2\varpi'+\omega$	$+0,18$	$+0,11$	$+0,15$	$-0,15$		
$5l'-4\lambda-2\varpi'+\omega$	$+0,20$	$+0,12$	$+0,12$	$-0,12$		
$6l'-5\lambda-2\varpi'+\omega$	$+0,17$	$+0,09$	$+0,08$	$-0,08$		
$7l'-6\lambda-2\varpi'+\omega$	$+0,13$	$+0,07$	$+0,05$	$-0,05$		
$8l'-7\lambda-2\varpi'+\varpi$	$+0,09$	$+0,05$	$+0,03$	$-0,03$		
$9l'-8\lambda-2\varpi'+\omega$		$+0,03$				
$-4l'+5\lambda+\omega-2\tau'$		$+0,03\,\beta\varkappa^2$	$+0,02\,\varkappa^2$	$-0,02\,\varkappa^2$	$-0'',04\,\beta\varkappa$	$-0'',04\,\beta\varkappa$
$-3l'+4\lambda+\omega-2\tau'$	$-0,07\,\beta\varkappa^2$	$+0,06$	$+0,04$	$-0,04$	$-0,07$	$-0,07$
$-2l'+3\lambda+\omega-2\tau'$	$-0,11$	$+0,09$	$+0,08$	$-0,08$	$-0,15$	$-0,15$
$-l'+2\lambda+\omega-2\tau'$	$-0,15$	$+0,16$	$+0,18$	$-0,18$	$-0,31$	$-0,31$
$+\lambda+\omega-2\tau'$	$-0,16$	$+0,27$	$+0,38$	$-0,38$	$-0,67$	$-0,67$
$l'+\omega-2\tau'$		$+0,40$	$+0,67$	$-0,67$	$-1,17$	$-1,17$
$2l'-\lambda+\omega-2\tau'$	$-0,18$	$-0,51$	$-0,42$	$+0,42$	$+0,74$	$+0,74$
$3l'-2\lambda+\omega-2\tau'$	$-0,05$	$-0,07$	$-0,05$	$+0,05$	$+0,09$	$+0,09$
$4l'-3\lambda+\omega-2\tau'$		$-0,01$	$-0,02$	$+0,02$	$+0,01$	$+0,01$
$-5l'+6\lambda+\varpi'-2\tau'$					$+0,01\,\beta'\varkappa$	$+0,01\,\beta'\varkappa$
$-4l'+5\lambda+\varpi'-2\tau'$		$-0,02\,\beta'\varkappa^2$			$+0,03$	$+0,03$
$-3l'+4\lambda+\varpi'-2\tau'$		$-0,03$			$+0,05$	$+0,05$
$-2l'+3\lambda+\varpi'-2\tau'$	$+0,06\,\beta'\varkappa^2$	$-0,05$			$+0,08$	$+0,08$
$-l'+2\lambda+\varpi'-2\tau'$	$+0,06$	$-0,07$			$+0,12$	$+0,12$
$+\lambda+\varpi-2\tau'$	$+0,02$	$-0,06$			$+0,09$	$+0,09$

ACTION DE JUPITER (SUITE).

D	δa	δl	δc	$e\delta\varpi$	$\delta'\gamma$	$\sin\gamma\,\delta'\tau$
$l' + \varpi' - 2\tau'$		$-\ 0'',04\,\beta'\varkappa^2$			$0'',00\,\beta'\varkappa$	$0'',00\,\beta'\varkappa$
$2l' - \lambda + \varpi' - 2\tau'$	$-\ 0'',02\,\beta'\varkappa^2$	$-\ 0,04$			$+\ 0,08$	$+\ 0,08$
$3l' - 2\lambda + \varpi' - 2\tau'$		$-\ 0,02$			$+\ 0,03$	$+\ 0,03$
$4l' - 3\lambda + \varpi' - 2\tau'$					$+\ 0,01$	$+\ 0,01$
$-\ 8l' + 10\lambda - 2\omega$			$+\ 0'',02\,\beta$	$+\ 0'',02\,\beta$		
$-\ 7l' + 9\lambda - 2\omega$	$+\ 0,06\,\beta^2$	$-\ 0,02\,\beta^2$	$+\ 0,03$	$+\ 0,03$		
$-\ 6l' + 8\lambda - 2\omega$	$+\ 0,11$	$-\ 0,04$	$+\ 0,06$	$+\ 0,06$		
$-\ 5l' + 7\lambda - 2\omega$	$+\ 0,18$	$-\ 0,07$	$+\ 0,12$	$+\ 0,12$		
$-\ 4l' + 6\lambda - 2\omega$	$+\ 0,30$	$-\ 0,11$	$+\ 0,23$	$+\ 0,23$		
$-\ 3l' + 5\lambda - 2\omega$	$+\ 0,45$	$-\ 0,15$	$+\ 0,42$	$+\ 0,42$		
$-\ 2l' + 4\lambda - 2\omega$	$+\ 0,59$	$-\ 0,20$	$+\ 0,71$	$+\ 0,70$		
$-\ l' + 3\lambda - 2\omega$	$-\ 0,05$	$+\ 0,02$	$-\ 0,07$	$-\ 0,07$		
$+\ 2\lambda - 2\omega$	$-\ 0,05$	$0,00$	$-\ 0,11$	$-\ 0,11$		
$l' + \lambda - 2\omega$	$+\ 0,18$	$-\ 0,34$	$+\ 0,86$	$+\ 0,86$		
$2l' - 2\omega$		$-\ 2,19$	$+\ 12,30$	$+\ 12,30$	$+\ 0,06$	
$3l' - \lambda - 2\omega$	$+\ 19,93$	$+\ 178,65$	$-\ 94,81$	$-\ 94,62$	$-\ 0,64$	
$4l' - 2\lambda - 2\omega$	$+\ 3,24$	$+\ 5,28$	$-\ 7,71$	$-\ 7,68$	$-\ 0,07$	
$5l' - 3\lambda - 2\omega$	$+\ 1,71$	$+\ 1,91$	$-\ 2,72$	$-\ 2,71$	$-\ 0,03$	
$6l' - 4\lambda - 2\omega$	$+\ 0,96$	$+\ 0,87$	$-\ 1,14$	$-\ 1,14$	$-\ 0,02$	
$7l' - 5\lambda - 2\omega$	$+\ 0,53$	$+\ 0,42$	$-\ 0,50$	$-\ 0,50$		
$8l' - 6\lambda - 2\omega$	$+\ 0,29$	$+\ 0,21$	$-\ 0,23$	$-\ 0,23$		
$9l' - 7\lambda - 2\omega$	$+\ 0,16$	$+\ 0,12$	$-\ 0,10$	$-\ 0,10$		
$10l' - 8\lambda - 2\omega$	$+\ 0,09$	$+\ 0,07$	$-\ 0,05$	$-\ 0,05$		
$11l' - 9\lambda - 2\omega$		$+\ 0,04$	$-\ 0,02$	$-\ 0,02$		
$2l' - 2\omega$		$-\ 0,01\,\beta^4$	$+\ 0,02\,\beta^3$	$+\ 0,03\,\beta^3$		
$3l' - \lambda - 2\omega$	$-\ 0,06\,\beta^4$	$-\ 0,47$	$+\ 0,27$	$+\ 0,54$		
$4l' - 2\lambda - 2\omega$	$-\ 0,04$	$-\ 0,06$	$+\ 0,08$	$+\ 0,17$		
$5l' - 3\lambda - 2\omega$	$-\ 0,04$	$-\ 0,04$	$+\ 0,06$	$+\ 0,12$		
$6l' - 4\lambda - 2\omega$	$-\ 0,04$	$-\ 0,04$	$+\ 0,04$	$+\ 0,09$		
$7l' - 5\lambda - 2\omega$		$-\ 0,03$	$+\ 0,03$	$+\ 0,06$		
$8l' - 6\lambda - 2\omega$		$-\ 0,02$	$+\ 0,02$	$+\ 0,04$		
$2l' - 2\omega$			$-\ 0,04\,\beta\beta'^2$	$-\ 0,04\,\beta\beta'^2$		
$3l' - \lambda - 2\omega$	$-\ 0,23\,\beta^2\beta'^2$	$-\ 2,03\,\beta^2\beta'^2$	$+\ 1,10$	$+\ 1,10$		
$4l' - 2\lambda - 2\omega$	$-\ 0,07$	$-\ 0,12$	$+\ 0,18$	$+\ 0,18$		
$5l' - 3\lambda - 2\omega$	$-\ 0,06$	$-\ 0,07$	$+\ 0,10$	$+\ 0,10$		
$6l' - 4\lambda - 2\omega$		$-\ 0,05$	$+\ 0,06$	$+\ 0,06$		
$7l' - 5\lambda - 2\omega$		$-\ 0,03$	$+\ 0,04$	$+\ 0,04$		
$8l' - 6\lambda - 2\omega$		$-\ 0,02$	$+\ 0,02$	$+\ 0,02$		
$l' + \lambda - 2\omega$		$+\ 0,01\,\beta^2\varkappa^2$	$-\ 0,04\,\beta\varkappa^2$	$-\ 0,04\,\beta\varkappa^2$		$-\ 0,04\,\beta^2\varkappa$
$2l' - 2\omega$		$+\ 0,06$	$-\ 0,19$	$-\ 0,19$		$-\ 0,17$
$3l' - \lambda - 2\omega$	$-\ 0,35\,\beta^2\varkappa^2$	$-\ 3,35$	$+\ 1,69$	$+\ 1,69$		$+\ 1,49$

ACTION DE JUPITER (suite).

D	δa	δl	δe	$e\,\delta\varpi$	$\delta'\gamma$	$\sin\gamma\,\delta'\tau$
$4l'-2\lambda-2\omega$	$-0'',07\,\beta^2\varkappa^2$	$-0'',12\,\beta^2\varkappa^2$	$+0'',16\,\beta\varkappa^2$	$+0'',16\,\beta\varkappa^2$		$+0'',14\,\beta^2\varkappa$
$5l'-3\lambda-2\omega$	$-0,04$	$-0,05$	$+0,07$	$+0,07$		$+0,06$
$6l'-4\lambda-2\omega$		$-0,03$	$+0,03$	$+0,03$		$+0,03$
$-5l'+7\lambda-\varpi'-\omega$	$-0,07\,\beta\beta'$	$+0,03\,\beta\beta'$	$-0,02\,\beta'$	$-0,02\,\beta'$		
$-4l'+6\lambda-\varpi'-\omega$	$-0,11$	$+0,05$	$-0,04$	$-0,04$		
$-3l'+5\lambda-\varpi'-\omega$	$-0,16$	$+0,07$	$-0,07$	$-0,07$		
$-2l'+4\lambda-\varpi'-\omega$	$-0,19$	$+0,09$	$-0,11$	$-0,11$		
$-l'+3\lambda-\varpi'-\omega$	$-0,17$	$+0,09$	$-0,13$	$-0,13$		
$+2\lambda-\varpi'-\omega$	$-0,07$	$+0,09$	$-0,08$	$-0,08$		
$l'+\lambda-\varpi'-\omega$	$-0,33$	$+0,54$	$-0,78$	$-0,78$		
$2l'-\varpi'-\omega$		$+1,46$	$-2,42$	$-2,42$	$-0,01$	
$3l'-\lambda-\varpi'-\omega$	$-42,33$	$-366,21$	$+100,89$	$+100,49$	$+0,91$	
$4l'-2\lambda-\varpi'-\omega$	$-7,12$	$-10,50$	$+8,52$	$+8,45$	$+0,12$	
$5l'-3\lambda-\varpi'-\omega$	$-3,84$	$-3,87$	$+3,08$	$+3,05$	$+0,06$	
$6l'-4\lambda-\varpi'-\omega$	$-2,18$	$-1,81$	$+1,31$	$+1,29$	$+0,03$	
$7l'-5\lambda-\varpi'-\omega$	$-1,22$	$-0,89$	$+0,59$	$+0,58$	$+0,02$	
$8l'-6\lambda-\varpi'-\omega$	$-0,67$	$-0,45$	$+0,27$	$+0,26$	$+0,01$	
$9l'-7\lambda-\varpi'-\omega$	$-0,36$	$-0,23$	$+0,12$	$+0,12$		
$10l'-8\lambda-\varpi'-\omega$	$-0,19$	$-0,12$	$+0,06$	$+0,06$		
$11l'-9\lambda-\varpi'-\omega$	$-0,10$	$-0,06$	$+0,03$	$+0,03$		
$12l'-10\lambda-\varpi'-\omega$		$-0,03$				
$l'+\lambda-\varpi'-\omega$				$-0,01\,\beta^2\beta'$		
$2l'-\varpi'-\omega$		$+0,02\,\beta^3\beta'$	$-0,03\,\beta^2\beta'$	$-0,08$		
$3l'-\lambda-\varpi'-\omega$	$+0,08\,\beta^3\beta'$	$+0,51$	$-0,18$	$-0,55$		
$4l'-2\lambda-\varpi'-\omega$	$+0,08$	$+0,10$	$-0,10$	$-0,29$		
$5l'-3\lambda-\varpi'-\omega$	$+0,10$	$+0,09$	$-0,08$	$-0,25$		
$6l'-4\lambda-\varpi'-\omega$	$+0,11$	$+0,08$	$-0,06$	$-0,19$		
$7l'-5\lambda-\varpi'-\omega$	$+0,09$	$+0,06$	$-0,04$	$-0,13$		
$8l'-6\lambda-\varpi'-\omega$	$+0,07$	$+0,05$	$-0,03$	$-0,09$		
$9l'-7\lambda-\varpi'-\omega$		$+0,03$	$-0,02$	$-0,05$		
$10l'-8\lambda-\varpi'-\omega$		$+0,02$	$-0,01$	$-0,03$		
$2l'-\varpi'-\omega$		$+0,01\,\beta\beta'^3$	$-0,01\,\beta'^3$	$-0,01\,\beta'^3$		
$3l'-\lambda-\varpi'-\omega$	$+0,17\,\beta\beta'^3$	$+1,38$	$-0,40$	$-0,40$		
$4l'-2\lambda-\varpi'-\omega$	$+0,06$	$+0,09$	$-0,08$	$-0,08$		
$5l'-3\lambda-\varpi'-\omega$	$+0,06$	$+0,06$	$-0,05$	$-0,05$		
$6l'-4\lambda-\varpi'-\omega$	$+0,05$	$+0,04$	$-0,03$	$-0,03$		
						$+0,01\,\beta\beta'\varkappa$
$l'+\lambda-\varpi'-\omega$		$-0,03\,\beta\beta'\varkappa^2$	$+0,03\,\beta'\varkappa^2$	$+0,03\,\beta'\varkappa^2$		$+0,05$
$2l'-\varpi'-\omega$		$-0,08$	$+0,11$	$+0,11$		$+0,19$
$3l'-\lambda-\varpi'-\omega$	$+0,57\,\beta\beta'\varkappa^2$	$+5,24$	$-1,35$	$-1,35$		$-2,38$
$4l'-2\lambda-\varpi'-\omega$	$+0,12$	$+0,20$	$-0,14$	$-0,14$		$-0,25$

ACTION DE JUPITER (SUITE).

D	δa	δl	δe	$e\delta\varpi$	$\delta'\gamma$	$\sin\gamma\,\delta'\tau$
$5l' - 3\lambda - \varpi' - \omega$	$+0'',08\,\beta\beta'\varkappa^2$	$+0'',09\,\beta\beta'\varkappa^2$	$-0'',06\,\beta'\varkappa^2$	$-0'',06\,\beta'\varkappa^2$		$-0'',11\,\beta\beta'\varkappa$
$6l' - 4\lambda - \varpi' - \omega$	$+0,05$	$+0,05$	$-0,03$	$-0,03$		$-0,06$
						$-0,03$
$2\lambda - 2\varpi'$		$-0,02\,\beta'^2$				
$l' + \lambda - 2\varpi'$	$+0,05\,\beta'^2$	$-0,11$				
$2l' - 2\varpi'$		$-0,57$				
$3l' - \lambda - 2\varpi'$	$+3,53$	$+32,62$				
$4l' - 2\lambda - 2\varpi'$	$+3,88$	$+5,10$				
$5l' - 3\lambda - 2\varpi'$	$+2,15$	$+1,94$				
$6l' - 4\lambda - 2\varpi'$	$+1,23$	$+0,91$				
$7l' - 5\lambda - 2\varpi'$	$+0,70$	$+0,47$				
$8l' - 6\lambda - 2\varpi'$	$+0,38$	$+0,24$				
$9l' - 7\lambda - 2\varpi'$	$+0,21$	$+0,13$				
$10l' - 8\lambda - 2\varpi'$	$+0,11$	$+0,07$				
$11l' - 9\lambda - 2\varpi'$		$+0,03$				
				$+0,01\,\beta\beta'^2$		
$2l' - 2\varpi'$		$-0,02\,\beta^2\beta'^2$		$+0,05$		
$3l' - \lambda - 2\varpi'$	$+0,09\,\beta^2\beta'^2$	$+0,90$		$-0,45$		
$4l' - 2\lambda - 2\varpi'$	$-0,05$	$-0,05$		$+0,13$		
$5l' - 3\lambda - 2\varpi'$	$-0,09$	$-0,07$		$+0,14$		
$6l' - 4\lambda - 2\varpi'$	$-0,10$	$-0,07$		$+0,12$		
$7l' - 5\lambda - 2\varpi'$	$-0,09$	$-0,06$		$+0,09$		
$8l' - 6\lambda - 2\varpi'$	$-0,07$	$-0,04$		$+0,06$		
$9l' - 7\lambda - 2\varpi'$		$-0,03$		$+0,04$		
				$+0,02$		
$3l' - \lambda - 2\varpi'$		$+0,08\,\beta'^4$				
$4l' - 2\lambda - 2\varpi'$		$-0,02$				
$2l' - 2\varpi'$		$+0,02\,\beta'^2\varkappa^2$		$-0,06\,\beta'^2\varkappa$		
$3l' - \lambda - 2\varpi'$	$-0,15\,\beta'^2\varkappa^2$	$-1,42$		$+0,63$		
$4l' - 2\lambda - 2\varpi'$		$-0,08$		$+0,10$		
$5l' - 3\lambda - 2\varpi'$		$-0,04$		$+0,05$		
$6l' - 4\lambda - 2\varpi'$		$-0,02$		$+0,03$		
$l' + \lambda - \varpi' + \omega - 2\tau'$		$+0,03\,\beta\beta'\varkappa^2$	$+0,03\,\beta'\varkappa^2$	$-0,03\,\beta'\varkappa^2$	$-0'',05\,\beta\beta'\varkappa$	$-0,05\,\beta\beta'\varkappa$
$2l' - \varpi' + \omega - 2\tau'$		$+0,05$	$+0,06$	$-0,06$	$-0,10$	$-0,10$
$3l' - \lambda - \varpi' + \omega - 2\tau'$	$-0,18\,\beta\beta'\varkappa^2$	$-1,70$	$-0,42$	$+0,42$	$+0,74$	$-0,74$
$4l' - 2\lambda - \varpi' + \omega - 2\tau'$		$-0,04$	$-0,02$	$+0,02$	$+0,04$	$-0,04$
$3l' - \lambda + \varpi' - \omega - 2\tau'$		$+0,30\,\beta\beta'\varkappa^2$	$-0,08\,\beta'\varkappa^2$	$-0,08\,\beta'\varkappa^2$	$-0,13\,\beta\beta'\varkappa$	$-0,13\,\beta\beta'\varkappa$
$2l' + \varpi' - 3\omega$		$-0,01\,\beta^3\beta'$	$+0,01\,\beta^2\beta'$	$+0,01\,\beta^2\beta'$		
$3l' - \lambda + \varpi' - 3\omega$	$+0,10\,\beta^3\beta'$	$+0,87$	$-0,69$	$-0,69$		
$4l' - 2\lambda + \varpi' - 3\omega$		$+0,05$	$-0,10$	$-0,10$		

ACTION DE JUPITER (SUITE).

D	δa	δl	δe	$e\delta\varpi$	$\delta'\gamma$	$\sin\gamma\,\delta'\tau$
$5l' - 3\lambda + \varpi' - 3\omega$		$+0'',03\,\beta^3\beta'$	$-0'',05\,\beta^2\beta'$	$-0'',05\,\beta^2\beta'$		
$6l' - 4\lambda + \varpi' - 3\omega$			$-0,03$	$-0,03$		
$7l' - 5\lambda + \varpi' - 3\omega$			$-0,02$	$-0,02$		
$2l' - 3\varpi' + \omega$			$+0,01\,\beta'^3$	$-0,01\,\beta'^3$		
$3l' - \lambda - 3\varpi' + \omega$		$-0,34\,\beta\beta'^3$	$-0,09$	$+0,09$		
$4l' - 2\lambda - 3\varpi' + \omega$		$-0,01$	$-0,01$	$+0,01$		
$5l' - 3\lambda - 3\varpi' + \omega$		$+0,01$	$+0,02$	$-0,02$		
$-4l' + 6\lambda - 2\tau'$		$-0,03\,\varkappa^2$			$+0'',03\,\varkappa$	$+0'',03\,\varkappa$
$-3l' + 5\lambda - 2\tau'$	$+0,09\,\varkappa^2$	$-0,06$			$+0,08$	$+0,08$
$-2l' + 4\lambda - 2\tau'$	$+0,18$	$-0,11$			$+0,18$	$+0,18$
$-l' + 3\lambda - 2\tau'$	$+0,32$	$-0,22$			$+0,44$	$+0,44$
$+2\lambda - 2\tau'$	$+0,52$	$-0,42$			$+1,08$	$+1,08$
$l' + \lambda - 2\tau'$	$+0,25$	$-0,47$			$+1,06$	$+1,06$
$2l' - 2\tau'$		$-0,85$			$+3,54$	$+3,54$
$3l' - \lambda - 2\tau'$	$+3,49$	$+31,91$		$-0,08$	$-14,62$	$-14,58$
$4l' - 2\lambda - 2\tau'$	$+0,39$	$+0,66$			$-0,80$	$-0,80$
$5l' - 3\lambda - 2\tau'$	$+0,16$	$+0,18$			$-0,22$	$-0,22$
$6l' - 4\lambda - 2\tau'$	$+0,07$	$+0,07$			$-0,07$	$-0,07$
$7l' - 5\lambda - 2\tau'$		$+0,03$			$-0,03$	$-0,03$
$8l' - 6\lambda - 2\tau'$					$-0,01$	$-0,01$
$l' + \lambda - 2\tau'$				$+0,04\,\beta\varkappa^2$	$+0,03\,\beta^2\varkappa$	$+0,03\,\beta^2\varkappa$
$2l' - 2\tau'$		$-0,04\,\beta^2\varkappa^2$		$+0,11$	$+0,10$	$+0,10$
$3l' - \lambda - 2\tau'$	$+0,12\,\beta^2\varkappa^2$	$+1,16$		$-0,58$	$-0,51$	$-0,50$
$4l' - 2\lambda - 2\tau'$		$+0,02$		$-0,03$	$-0,02$	$-0,02$
$3l' - \lambda - 2\tau'$	$-0,03\,\beta'^2\varkappa^2$	$-0,24\,\beta'^2\varkappa^2$			$+0,12\,\beta'^2\varkappa$	$+0,12\,\beta'^2\varkappa$
$4l' - 2\lambda - 2\tau'$		$-0,01$			$+0,02$	$+0,02$
$l' + \lambda - 2\tau'$					$-0,02\,\varkappa^3$	$-0,02\,\varkappa^3$
$2l' - 2\tau'$		$+0,02\,\varkappa^4$			$-0,04$	$-0,04$
$3l' - \lambda - 2\tau'$	$-0,05\,\varkappa^4$	$-0,45$			$+0,20$	$+0,20$
$4l' - 2\lambda - 2\tau'$		$-0,01$			$+0,01$	$+0,01$
$-3l' + 6\lambda - 3\omega$			$+0,05\,\beta^2$	$+0,05\,\beta^2$		
$-2l' + 5\lambda - 3\omega$			$+0,07$	$+0,07$		
$-l' + 4\lambda - 3\omega$			$-0,01$	$-0,01$		
$+3\lambda - 3\omega$			$-0,01$	$-0,01$		
$l' + 2\lambda - 3\omega$			$0,00$	$0,00$		
$2l' + \lambda - 3\omega$		$+0,03\,\beta^3$	$-0,12$	$-0,12$		
$3l' - 3\omega$		$+0,13$	$-0,76$	$-0,76$		
$4l' - \lambda - 3\omega$	$+0,58\,\beta^3$	$-0,54$	$-4,15$	$-4,15$		
$5l' - 2\lambda - 3\omega$	$-0,53$	$-1,23$	$+1,88$	$+1,88$		
$6l' - 3\lambda - 3\omega$	$-0,26$	$-0,33$	$+0,61$	$+0,61$		

ACTION DE JUPITER (SUITE).

D	δa	δl	δe	$e\delta\varpi$	$\delta'\gamma$	$\sin\gamma\,\delta'\tau$
$7l'-4\lambda-3\omega$	− 0″,15 β^3	− 0″,16 β^3	+ 0″,27 β^2	+ 0″,27 β^2		
$8l'-5\lambda-3\omega$	− 0,09	− 0,08	+ 0,13	+ 0,13		
$9l'-6\lambda-3\omega$		− 0,05	+ 0,07	+ 0,07		
$10l'-7\lambda-3\omega$		− 0,03	+ 0,03	+ 0,03		
$2l'+\lambda-\varpi'-2\omega$		− 0,05 $\beta^2\beta'$	+ 0,12 $\beta\beta'$	+ 0,12 $\beta\beta'$		
$3l'-\varpi'-2\omega$		− 0,29	+ 1,48	+ 1,48		
$4l'-\lambda-\varpi'-2\omega$	− 1,83 $\beta^2\beta'$	+ 2,88	+ 8,71	+ 8,69	+ 0,06	
$5l'-2\lambda-\varpi'-2\omega$	+ 1,71	+ 3,75	− 4,09	− 4,08	− 0,04	
$6l'-3\lambda-\varpi'-2\omega$	+ 0,85	+ 1,05	− 1,36	− 1,35	− 0,02	
$7l'-4\lambda-\varpi'-2\omega$	+ 0,52	+ 0,50	− 0,62	− 0,62	− 0,01	
$8l'-5\lambda-\varpi'-2\omega$	+ 0,32	+ 0,26	− 0,32	− 0,32		
$9l'-6\lambda-\varpi'-2\omega$	+ 0,19	+ 0,14	− 0,15	− 0,15		
$10l'-7\lambda-\varpi'-2\omega$	+ 0,11	+ 0,08	− 0,08	− 0,08		
$11l'-8\lambda-\varpi'-2\omega$		+ 0,05	− 0,04	− 0,04		
$12l'-9\lambda-\varpi'-2\omega$		+ 0,03	− 0,02	− 0,02		
$2l'+\lambda-2\varpi'-\omega$		+ 0,04 $\beta\beta'^2$	− 0,05 β'^2	− 0,05 β'^2		
$3l'-2\varpi'-\omega$		+ 0,12	− 0,19	− 0,19		
$4l'-\lambda-2\varpi'-\omega$	+ 1,90 $\beta\beta'^2$	− 3,57	− 4,51	− 4,50	− 0,04	
$5l'-2\lambda-2\varpi'-\omega$	− 1,85	− 3,75	+ 2,22	+ 2,20	+ 0,03	
$6l'-3\lambda-2\varpi'-\omega$	− 0,94	− 1,06	+ 0,75	+ 0,74	+ 0,01	
$7l'-4\lambda-2\varpi'-\omega$	− 0,58	− 0,50	+ 0,35	+ 0,35		
$8l'-5\lambda-2\varpi'-\omega$	− 0,36	− 0,28	+ 0,17	+ 0,17		
$9l'-6\lambda-2\varpi'-\omega$	− 0,22	− 0,15	+ 0,09	+ 0,09		
$10l'-7\lambda-2\varpi'-\omega$	− 0,14	− 0,09	+ 0,04	+ 0,04		
$11l'-8\lambda-2\varpi'-\omega$	− 0,08	− 0,05	+ 0,02	+ 0,02		
$12l'-9\lambda-2\varpi'-\omega$		− 0,03	+ 0,01	+ 0,01		
$2l'+\lambda-3\varpi'$		− 0,01 β'^3				
$3l'-3\varpi'$		− 0,03				
$4l'-\lambda-3\varpi'$	− 0,13 β'^3	+ 0,16				
$5l'-2\lambda-3\varpi'$	+ 0,66	+ 1,22				
$6l'-3\lambda-3\varpi'$	+ 0,34	+ 0,35				
$7l'-4\lambda-3\varpi'$	+ 0,22	+ 0,17				
$8l'-5\lambda-3\varpi'$	+ 0,14	+ 0,09				
$9l'-6\lambda-3\varpi'$	+ 0,08	+ 0,05				
$10l'-7\lambda-3\varpi'$		+ 0,03				
$11l'-8\lambda-3\varpi'$		+ 0,01				
$-2l'+5\lambda-\omega-2\tau'$			+ 0,01 $\varkappa^2$	+ 0,01 $\varkappa^2$	+ 0″,02 $\beta\varkappa$	+ 0″,02 $\beta\varkappa$
$-l'+4\lambda-\omega-2\tau'$			+ 0,02	+ 0,02	+ 0,03	+ 0,03
$+3\lambda-\omega-2\tau'$			+ 0,02	+ 0,02	+ 0,03	+ 0,03
$l'+2\lambda-\omega-2\tau'$		+ 0,03 $\beta\varkappa^2$	− 0,03	− 0,03	− 0,05	− 0,05

ACTION DE JUPITER (SUITE).

D	δa	δl	δe	$e\delta\varpi$	$\delta'\gamma$	$\sin\gamma\delta'\tau$
$2l'+\lambda-\omega-2\tau'$	$-0'',04\,\beta\varkappa^2$	$+0'',07\,\beta\varkappa^2$	$-0'',10\,\varkappa^2$	$-0'',10\,\varkappa^2$	$-0'',18\,\beta\varkappa$	$-0'',18\,\beta\varkappa$
$3l'-\omega-2\tau'$		$+0,15$	$-0,20$	$-0,20$	$-0,34$	$-0,34$
$4l'-\lambda-\omega-2\tau'$	$+0,26$	$-0,27$	$-0,63$	$-0,63$	$-1,10$	$-1,10$
$5l'-2\lambda-\omega-2\tau'$	$-0,17$	$-0,41$	$+0,20$	$+0,20$	$+0,35$	$+0,35$
$6l'-3\lambda-\omega-2\tau'$	$-0,06$	$-0,09$	$+0,05$	$+0,05$	$+0,09$	$+0,09$
$7l'-4\lambda-\omega-2\tau'$		$-0,04$	$+0,02$	$+0,02$	$+0,03$	$+0,03$
$8l'-5\lambda-\omega-2\tau'$					$+0,01$	$+0,01$
$l'+4\lambda-\varpi'-2\tau'$		$-0,01\,\beta'\varkappa^2$			$+0,01\,\beta'\varkappa$	$+0,01\,\beta'\varkappa$
$+3\lambda-\varpi'-2\tau'$		$-0,02$			$+0,03$	$+0,03$
$l'+2\lambda-\varpi'-2\tau'$		$-0,04$			$+0,09$	$+0,09$
$2l'+\lambda-\varpi'-2\tau'$		$-0,07$			$+0,14$	$+0,14$
$3l'-\varpi'-2\tau'$		$-0,12$			$+0,46$	$+0,46$
$4l'-\lambda-\varpi'-2\tau'$	$-0,34\,\beta'\varkappa^2$	$+0,45$			$+1,41$	$+1,41$
$5l'-2\lambda-\varpi'-2\tau'$	$+0,21$	$+0,49$			$-0,45$	$-0,45$
$6l'-3\lambda-\varpi'-2\tau'$	$+0,08$	$+0,10$			$-0,11$	$-0,11$
$7l'-4\lambda-\varpi'-2\tau'$		$+0,04$			$-0,04$	$-0,04$
$8l'-5\lambda-\varpi'-2\tau'$		$-0,02$			$-0,02$	$-0,02$
$4l'-\lambda-3\omega$		$+0,02\,\beta^3\beta'^2$	$+0,09\,\beta^2\beta'^2$	$+0,09\,\beta^2\beta'^2$		
$5l'-2\lambda-3\omega$		$+0,03$	$-0,07$	$-0,07$		
$6l'-3\lambda-3\omega$			$-0,03$	$-0,03$		
$4l'-\lambda-3\omega$			$+0,10\,\beta^2\varkappa^2$	$+0,10\,\beta^2\varkappa^2$		$+0,06\,\beta^3\varkappa$
$5l'-2\lambda-3\omega$		$+0,04\,\beta^3\varkappa^2$	$-0,05$	$-0,05$		$-0,03$
$6l'-3\lambda-3\omega$			$-0,02$	$-0,02$		$-0,01$
$4l'-\lambda-\varpi'-2\omega$		$-0,01\,\beta^4\beta'$	$-0,02\,\beta^3\beta'$	$+0,04\,\beta^3\beta'$		
$5l'-2\lambda-\varpi'-2\omega$		$-0,04$	$+0,04$	$+0,09$		
$6l'-3\lambda-\varpi'-2\omega$		$-0,02$	$+0,03$	$+0,06$		
$7l'-4\lambda-\varpi'-2\omega$			$+0,02$	$+0,05$		
$8l'-5\lambda-\varpi'-2\omega$			$+0,02$	$+0,04$		
$4l'-\lambda-\varpi'-2\omega$		$-0,03\,\beta^2\beta'^3$	$-0,07\,\beta\beta'^3$	$-0,07\,\beta\beta'^3$		
$5l'-2\lambda-\varpi'-2\omega$		$-0,04$	$+0,06$	$+0,06$		
$6l'-3\lambda-\varpi'-2\omega$			$+0,03$	$+0,03$		
$4l'-\lambda-\varpi'-2\omega$		$-0,04\,\beta^2\beta'\varkappa^2$	$-0,19\,\beta\beta'\varkappa^2$	$-0,19\,\beta\beta'\varkappa^2$		$-0,16\,\beta^2\beta'\varkappa$
$5l'-2\lambda-\varpi'-2\omega$		$-0,10$	$+0,10$	$+0,10$		$+0,08$
$6l'-3\lambda-\varpi'-2\omega$		$-0,04$	$+0,04$	$+0,04$		$+0,04$
$5l'-2\lambda-2\varpi'-\omega$		$+0,04\,\beta^3\beta'^2$	$-0,02\,\beta^2\beta'^2$	$-0,07\,\beta^2\beta'^2$		
$6l'-3\lambda-2\varpi'-\omega$		$+0,02$	$-0,02$	$-0,06$		
$7l'-4\lambda-2\varpi'-\omega$			$-0,02$	$-0,05$		
$8l'-5\lambda-2\varpi'-\omega$				$-0,04$		

D	δa	δl	δe	$e\delta\varpi$	$\delta'\gamma$	$\sin\gamma\,\delta'\tau$

ACTION DE JUPITER (SUITE).

D	δa	δl	δe	$e\delta\varpi$	$\delta'\gamma$	$\sin\gamma\,\delta'\tau$
$4l' - \lambda - 2\varpi' - \omega$		$+ 0'',03\,\beta\beta'^2\varkappa^2$	$+ 0'',07\,\beta'^2\varkappa^2$	$+ 0'',07\,\beta'^2\varkappa^2$		$+ 0'',13\,\beta\beta'^2\varkappa$
$5l' - 2\lambda - 2\varpi' - \omega$		+ 0,09	− 0,04	− 0,04		− 0,07
$6l' - 3\lambda - 2\varpi' - \omega$		+ 0,03	− 0,02	− 0,02		− 0,03
$4l' - \lambda + \varpi' - 4\omega$			$- 0,04\,\beta^3\beta'$	$- 0,04\,\beta^3\beta'$		
$5l' - 2\lambda + \varpi' - 4\omega$			+ 0,03	+ 0,03		
$4l' - \lambda - \omega - 2\tau'$				$- 0,03\,\beta^2\varkappa^2$		
$4l' - \lambda - \varpi' - 2\tau'$				$+ 0,06\,\beta\beta'\varkappa^2$	$+ 0'',06\,\beta^2\beta'\varkappa$	$+ 0,06\,\beta^2\beta'\varkappa$
$4l' - \lambda - 2\varpi' + \omega - 2\tau'$					$- 0,04\,\beta\beta'^2\varkappa$	$- 0,04\,\beta\beta'^2\varkappa$
$3l' + \lambda - 4\omega$			$+ 0,01\,\beta^3$	$+ 0,01\,\beta^3$		
$4l' - 4\omega$			+ 0,05	+ 0,05		
$5l' - \lambda - 4\omega$		− 0,01	+ 0,18	+ 0,18		
$6l' - 2\lambda - 4\omega$	$+ 0'',14\,\beta'^4$	$+ 0,70\,\beta'^4$	− 0,66	− 0,66		
$7l' - 3\lambda - 4\omega$	+ 0,04	+ 0,06	− 0,12	− 0,12		
$8l' - 4\lambda - 4\omega$		+ 0,03	− 0,05	− 0,05		
$9l' - 5\lambda - 4\omega$			− 0,03	− 0,03		
$10l' - 6\lambda - 4\omega$			− 0,02	− 0,02		
$3l' + \lambda - \varpi' - 3\omega$			$- 0,02\,\beta^2\beta'$	$- 0,02\,\beta^2\beta'$		
$4l' - \varpi' - 3\omega$		$+ 0,03\,\beta^3\beta'$	− 0,15	− 0,15		
$5l' - \lambda - \varpi' - 3\omega$	$+ 0,08\,\beta^3\beta'$	+ 0,03	− 0,57	− 0,57		
$6l' - 2\lambda - \varpi' - 3\omega$	− 0,60	− 2,92	+ 2,13	+ 2,13		
$7l' - 3\lambda - \varpi' - 3\omega$	− 0,16	− 0,25	+ 0,39	+ 0,39		
$8l' - 4\lambda - \varpi' - 3\omega$	− 0,10	− 0,11	+ 0,18	+ 0,18		
$9l' - 5\lambda - \varpi' - 3\omega$	− 0,07	− 0,06	+ 0,09	+ 0,09		
$10l' - 6\lambda - \varpi' - 3\omega$		− 0,03	+ 0,05	+ 0,05		
$11l' - 7\lambda - \varpi' - 3\omega$			+ 0,03	+ 0,03		
$3l' + \lambda - 2\varpi' - 2\omega$			$+ 0,01\,\beta\beta'^2$	$+ 0,01\,\beta\beta'^2$		
$4l' - 2\varpi' - 2\omega$		$- 0,03\,\beta^2\beta'^2$	+ 0,14	+ 0,14		
$5l' - \lambda - 2\varpi' - 2\omega$	$- 0,12\,\beta^2\beta'^2$	− 0,01	+ 0,58	+ 0,58		
$6l' - 2\lambda - 2\varpi' - 2\omega$	+ 0,96	+ 4,51	− 2,27	− 2,27		
$7l' - 3\lambda - 2\varpi' - 2\omega$	+ 0,26	+ 0,38	− 0,42	− 0,42		
$8l' - 4\lambda - 2\varpi' - 2\omega$	+ 0,16	+ 0,17	− 0,20	− 0,20		
$9l' - 5\lambda - 2\varpi' - 2\omega$	+ 0,11	+ 0,10	− 0,10	− 0,10		
$10l' - 6\lambda - 2\varpi' - 2\omega$	+ 0,07	+ 0,05	− 0,06	− 0,06		
$11l' - 7\lambda - 2\varpi' - 2\omega$		+ 0,03	− 0,03	− 0,03		
$12l' - 8\lambda - 2\varpi' - 2\omega$			− 0,02	− 0,02		
$4l' - 3\varpi' - \omega$		$+ 0,01\,\beta\beta'^3$	$- 0,01\,\beta'^3$	$- 0,01\,\beta'^3$		
$5l' - \lambda - 3\varpi' - \omega$	$+ 0,08\,\beta\beta'^3$	0,00	− 0,20	− 0,20		

ACTION DE JUPITER (SUITE).

D	δa	δl	δe	$e\delta\varpi$	$\delta'\gamma$	$\sin\gamma\delta'\tau$
$6l'-2\lambda-3\varpi'-\omega$	$-0'',68\,\beta\beta'^3$	$-3'',08\,\beta\beta'^3$	$+0'',80\,\beta'^3$	$+0'',80\,\beta'^3$		
$7l'-3\lambda-3\varpi'-\omega$	$-0,19$	$-0,26$	$+0,15$	$+0,15$		
$8l'-4\lambda-3\varpi'-\omega$	$-0,12$	$-0,12$	$+0,07$	$+0,07$		
$9l'-5\lambda-3\varpi'-\omega$	$-0,08$	$-0,06$	$+0,04$	$+0,04$		
$10l'-6\lambda-3\varpi'-\omega$	$-0,05$	$-0,04$	$+0,02$	$+0,02$		
$11l'-7\lambda-3\varpi'-\omega$		$-0,02$				
$5l'-\lambda-4\varpi'$		$0,00$				
$6l'-2\lambda-4\varpi'$	$+0,18\,\beta'^4$	$+0,78\,\beta'^4$				
$7l'-3\lambda-4\varpi'$	$+0,05$	$+0,06$				
$8l'-4\lambda-4\varpi'$		$+0,03$				
$3l'+\lambda-2\omega-2\tau'$			$+0,01\,\beta\varkappa^2$	$+0,01\,\beta\varkappa^2$	$+0,01\,\beta^2\varkappa$	$+0,01\,\beta^2\varkappa$
$4l'-2\omega-2\tau'$		$-0,02\,\beta^2\varkappa^2$	$+0,03$	$+0,03$	$+0,03$	$+0,03$
$5l'-\lambda-2\omega-2\tau'$		$-0,02$	$+0,07$	$+0,07$	$+0,06$	$+0,06$
$6l'-2\lambda-2\omega-2\tau'$	$+0,08\,\beta^2\varkappa^2$	$+0,42$	$-0,20$	$-0,20$	$-0,17$	$-0,17$
$7l'-3\lambda-2\omega-2\tau'$		$+0,03$	$-0,03$	$-0,03$	$-0,02$	$-0,02$
$3l'+\lambda-\omega-\varpi'-2\tau'$		$+0,01\,\beta\beta'\varkappa^2$	$-0,02\,\beta'\varkappa^2$	$-0,02\,\beta'\varkappa^2$	$-0,03\,\beta\beta'\varkappa$	$-0,03\,\beta\beta'\varkappa$
$4l'-\omega-\varpi'-2\tau'$		$+0,03$	$-0,04$	$-0,04$	$-0,07$	$-0,07$
$5l'-\lambda-\omega-\varpi'-2\tau'$	$+0,04\,\beta\beta'\varkappa^2$	$+0,03$	$-0,09$	$-0,09$	$-0,16$	$-0,16$
$6l'-2\lambda-\omega-\varpi'-2\tau'$	$-0,20$	$-1,00$	$+0,24$	$+0,24$	$+0,42$	$+0,42$
$7l'-3\lambda-\omega-\varpi'-2\tau'$	$-0,04$	$-0,07$	$+0,03$	$+0,03$	$+0,06$	$+0,06$
$8l'-4\lambda-\omega-\varpi'-2\tau'$		$-0,03$	$+0,01$	$+0,01$	$+0,02$	$+0,02$
$3l'+\lambda-2\varpi'-2\tau'$					$+0,02\,\beta'^2\varkappa$	$+0,02\,\beta'^2\varkappa$
$4l'-2\varpi'-2\tau'$		$-0,02\,\beta'^2\varkappa^2$			$+0,05$	$+0,05$
$5l'-\lambda-2\varpi'-2\tau'$		$-0,01$			$+0,10$	$+0,10$
$6l'-2\lambda-2\varpi'-2\tau'$	$+0,12\,\beta'^2\varkappa^2$	$+0,60$			$-0,26$	$-0,26$
$7l'-3\lambda-2\varpi'-2\tau'$		$+0,04$			$-0,04$	$-0,04$
$8l'-4\lambda-2\varpi'-2\tau'$		$+0,02$			$-0,01$	$-0,01$
$6l'-2\lambda-4\tau'$		$+0,02\,\varkappa^4$			$-0,02\,\varkappa^3$	$-0,02\,\varkappa^3$
$7l'-2\lambda-5\omega$		$-0,04\,\beta^5$	$-0,09\,\beta^4$	$-0,09\,\beta^4$		
$5l'-\varpi'-4\omega$			$+0,01\,\beta^3\beta'$	$+0,01\,\beta^3\beta'$		
$6l'-\lambda-\varpi'-4\omega$			$+0,05$	$+0,05$		
$7l'-2\lambda-\varpi'-4\omega$	$-0,08\,\beta^4\beta'$	$+0,25\,\beta^4\beta'$	$+0,36$	$+0,36$		
$8l'-3\lambda-\varpi'-4\omega$		$+0,07$	$-0,10$	$-0,10$		
$9l'-4\lambda-\varpi'-4\omega$		$+0,02$	$-0,04$	$-0,04$		
$10l'-5\lambda-\varpi'-4\omega$			$-0,02$	$-0,02$		
$5l'-3\varpi'-2\omega$			$+0,01\,\beta\beta'^3$	$+0,01\,\beta\beta'^3$		
$6l'-\lambda-3\varpi'-2\omega$		$-0,01\,\beta^2\beta'^3$	$+0,05$	$+0,05$		

ACTION DE JUPITER (SUITE).

D	δa	δl	δe	$e\delta\varpi$	$\delta'\gamma$	$\sin\gamma\,\delta'\tau$
$7l'-2\lambda-3\varpi'-2\omega$	$-0'',17\,\beta^2\beta'^3$	$+0'',61\,\beta^2\beta'^3$	$+0'',40\,\beta\beta'^3$	$+0'',40\,\beta\beta'^3$		
$8l'-3\lambda-3\varpi'-2\omega$	$+0,07$	$+0,13$	$-0,12$	$-0,12$		
$9l'-4\lambda-3\varpi'-2\omega$		$+0,05$	$-0,05$	$-0,05$		
$10l'-5\lambda-3\varpi'-2\omega$		$+0,03$	$-0,03$	$-0,03$		
$5l'-2\varpi'-3\omega$			$-0,02\,\beta^2\beta'^2$	$-0,02\,\beta^2\beta'^2$		
$6l'-\lambda-2\varpi'-3\omega$		$+0,02\,\beta^3\beta'^2$	$-0,07$	$-0,07$		
$7l'-2\lambda-2\varpi'-3\omega$	$+0,16\,\beta^3\beta'^2$	$-0,55$	$-0,57$	$-0,57$		
$8l'-3\lambda-2\varpi'-3\omega$	$-0,07$	$-0,13$	$+0,16$	$+0,16$		
$9l'-4\lambda-2\varpi'-3\omega$		$-0,05$	$+0,07$	$+0,07$		
$10l'-5\lambda-2\varpi'-3\omega$		$-0,03$	$+0,04$	$+0,04$		
$6l'-\lambda-4\varpi'-\omega$		$+0,01\,\beta\beta'^4$	$-0,01\,\beta'^4$	$-0,01\,\beta'^4$		
$7l'-2\lambda-4\varpi'-\omega$	$+0,09\,\beta\beta'^4$	$-0,33$	$-0,10$	$-0,10$		
$8l'-3\lambda-4\varpi'-\omega$		$-0,07$	$+0,03$	$+0,03$		
$9l'-4\lambda-4\varpi'-\omega$		$-0,02$	$+0,01$	$+0,01$		
$7l'-2\lambda-5\varpi'$		$+0,07\,\beta'^5$				
$7l'-2\lambda-3\omega-2\tau'$		$-0,04\,\beta^3\varkappa^2$	$-0,05\,\beta^2\varkappa^2$	$-0,05\,\beta^2\varkappa^2$	$-0'',03\,\beta^3\varkappa$	$-0'',03\,\beta^3\varkappa$
$7l'-2\lambda-\varpi'-2\omega-2\tau'$		$+0,14\,\beta^2\beta'\varkappa^2$	$+0,11\,\beta\beta'\varkappa^2$	$+0,11\,\beta\beta'\varkappa^2$	$+0,10\,\beta^2\beta'\varkappa$	$+0,10\,\beta^2\beta'\varkappa$
$7l'-2\lambda-2\varpi'-\omega-2\tau'$	$+0,06\,\beta\beta'^2\varkappa^2$	$-0,18\,\beta\beta'^2\varkappa^2$	$-0,07\,\beta'^2\varkappa^2$	$-0,07\,\beta'^2\varkappa^2$	$-0,12\,\beta\beta'^2\varkappa$	$-0,12\,\beta\beta'^2\varkappa$
$7l'-2\lambda-3\varpi'-2\tau'$		$+0,08\,\beta'^3\varkappa^2$			$+0,05\,\beta'^3\varkappa$	$+0,05\,\beta'^3\varkappa$

ACTION DE SATURNE.

D	δa	δl	δe	$e\delta\varpi$
$l'-\lambda$	$+0,46$	$+0,94$		
$2l'-2\lambda$	$+3,70$	$+2,95$		
$3l'-3\lambda$	$+0,76$	$+0,51$		
$4l'-4\lambda$	$+0,17$	$+0,10$		
$5l'-5\lambda$		$+0,02$		
$l'-\lambda$				$-0,04\,\beta$
$2l'-2\lambda$	$-0,07\,\beta^2$	$-0,05\,\beta^2$		$+0,17$
$3l'-3\lambda$				$+0,06$
$4l'-4\lambda$				$+0,02$
$-2l'+2\lambda-\varpi'+\omega$			$-0,02\,\beta'$	$+0,02\,\beta'$
$-l'+\lambda-\varpi'+\omega$		$-0,04\,\beta\beta'$	$-0,06$	$+0,06$
$l'-\lambda-\varpi'+\omega$		$-0,03$	$-0,05$	$+0,05$
$2l'-2\lambda-\varpi'+\omega$		$0,00$	$0,00$	$0,00$
$3l'-3\lambda-\varpi'+\omega$		$+0,03$	$+0,05$	$-0,05$
$4l'-4\lambda-\varpi'+\omega$			$+0,02$	$-0,02$

ACTION DE SATURNE (SUITE).

D	δa	δl	δe	$e\delta\varpi$	$\delta'\gamma$	$\sin\gamma\,\delta'\tau$
$l'-\lambda$						$+0'',05\,\varkappa$
$2l'-2\lambda$						$+0,04$
$-4l'+5\lambda-\omega$			$+0'',01$	$+0'',01$		
$-3l'+4\lambda-\omega$	$+0,10\,\beta$	$-0'',05\,\beta$	$+0,06$	$+0,06$		
$-2l'+3\lambda-\omega$	$+0,31$	$-0,14$	$+0,24$	$+0,24$		
$-l'+2\lambda-\omega$	$-0,02$	$+0,02$	$-0,02$	$-0,02$		
$+\lambda-\omega$	$-0,20$	$+0,29$	$-0,48$	$-0,48$		
$l'-\omega$		$+0,98$	$-1,77$	$-1,77$		
$2l'-\lambda-\omega$	$-1,16$	$-1,99$	$+2,75$	$+2,75$		
$3l'-2\lambda-\omega$	$-0,33$	$-0,32$	$+0,39$	$+0,39$		
$4l'-3\lambda-\omega$	$-0,09$	$-0,08$	$+0,07$	$+0,07$		
$5l'-4\lambda-\omega$		$-0,01$	$+0,02$	$+0,02$		
$-2l'+3\lambda-\varpi'$		$+0,03\,\beta'$				
$-l'+2\lambda-\varpi'$	$-0,09\,\beta'$	$+0,07$				
$+\lambda-\varpi'$	$+0,02$	$-0,05$				
$l'-\varpi'$		$-1,37$				
$2l'-\lambda-\varpi'$	$+0,09$	$+0,20$				
$3l'-2\lambda-\varpi'$	$+0,78$	$+0,65$				
$4l'-3\lambda-\varpi'$	$+0,23$	$+0,15$				
$5l'-4\lambda-\varpi'$	$+0,06$	$+0,04$				
$-2l'+4\lambda-2\omega$			$+0,03\,\beta$	$+0,03\,\beta$		
$-l'+3\lambda-2\omega$			$0,00$	$0,00$		
$+2\lambda-2\omega$			$-0,01$	$-0,01$		
$l'+\lambda-2\omega$			$+0,02$	$+0,02$		
$2l'-2\omega$		$-0,18\,\beta^2$	$+1,27$	$+1,27$		
$3l'-\lambda-2\omega$	$+0,06\,\beta^2$	$+0,13$	$-0,29$	$-0,29$		
$4l'-2\lambda-2\omega$		$+0,03$	$-0,05$	$-0,05$		
$5l'-3\lambda-2\omega$			$-0,01$	$-0,01$		
$l'+\lambda-\varpi'-\omega$		$+0,02\,\beta\beta'$	$-0,04\,\beta'$	$-0,04\,\beta'$		
$2l'-\varpi'-\omega$		$+0,08$	$-0,15$	$-0,15$		
$3l'-\lambda-\varpi'-\omega$	$-0,27\,\beta\beta'$	$-0,49$	$+0,65$	$+0,65$		
$4l'-2\lambda-\varpi'-\omega$	$-0,10$	$-0,10$	$+0,12$	$+0,12$		
$5l'-3\lambda-\varpi'-\omega$		$-0,03$	$+0,03$	$+0,03$		
$2l'-2\varpi'$		$-0,06\,\beta'^2$				
$3l'-\lambda-2\varpi'$		$+0,02$				
$4l'-2\lambda-2\varpi'$	$+0,12\,\beta'^2$	$+0,10$				
$5l'-3\lambda-2\varpi'$		$+0,03$				
$l'+\lambda-2\tau'$					$+0'',02\,\varkappa$	$+0,02\,\varkappa$
$2l'-2\tau'$					$+0,25$	$+0,25$
$3l'-\lambda-2\tau'$					$-0,03$	$-0,03$

SECTION IV.

§ I. — *Inégalités séculaires.*

Les termes séculaires, qui sont du premier ordre par rapport aux masses, proviennent uniquement de la partie de la fonction perturbatrice qui dépend de l'inverse de la distance des deux planètes; ils sont donnés par les termes d'ordre zéro, dans lesquels on a rendu nuls les coefficients du temps dans la longitude moyenne.

Les expressions différentielles des éléments sont les mêmes, dans ce cas, que celles données pour les inégalités périodiques, à cela près pourtant qu'il faut y faire $\frac{dR_1}{d\varepsilon}$ égal à zéro, ce qui montre que le demi-grand axe n'éprouve pas d'inégalité séculaire du premier ordre, par rapport aux masses. L'intégration des équations différentielles se fait tout de suite quand on suppose les éléments constants; nous les avons intégrées, dans cette hypothèse, mais en attribuant aux éléments leurs valeurs séculaires à l'époque considérée. Les expressions générales des différentielles des éléments, où l'on tient compte de leurs variations séculaires, sont compliquées; nous nous bornerons, ici, à donner les valeurs numériques de ces expressions différentielles pour trois époques équidistantes, 1800, 1850 et 1900, ainsi que les valeurs des éléments, aux mêmes époques, en vue de la comparaison à faire de la théorie avec les observations. Un pareil calcul ne peut se faire que par approximations successives, puisqu'il suppose que l'on connaît déjà une valeur au moins approchée des éléments aux époques que l'on considère. En réalité, nous n'avons procédé ainsi que dans le cas de Jupiter : aux coefficients différentiels ainsi obtenus, et provenant de l'action de cette planète, nous avons ajouté les coefficients des autres planètes, calculés pour 1850, et que nous avons regardés comme constants dans l'intervalle des époques extrêmes.

Voici quels sont les résultats obtenus :

	$\frac{de}{dt}$	$\frac{d\varpi}{dt}$	$\frac{d\varphi}{dt}$	$\frac{d\theta}{dt}$
1800.......	$+ 0'',6142$	$+ 43'',258$	$+ 0'',2223$	$- 32'',355$
1850.......	$+ 0,6210$	$+ 43,242$	$+ 0,2174$	$- 32,324$
1900.......	$+ 0,6280$	$+ 43,229$	$+ 0,2122$	$- 32,290$

Ces variations sont relatives à une origine et à un plan fixes. Le tableau suivant donne les valeurs elles-mêmes des éléments, rapportés à l'écliptique et à l'équinoxe moyens de l'époque :

ϖ	Δ	e	Δ	θ	Δ	φ	Δ
249°. 6′.14″,4		18298″,84		103°.10′.30″,3		7°.8′. 6″,01	
	+1°.17′.55″,8		+30″,71		+11′.54″,5		+2″,59
250.24.10,2		18329,55		103.22.24,8		7.8. 8,60	
	+1.17.54,9		+31,40		+11.57,9		+2,39
251.42. 5,1		18360,95		103.34.22,7		7.8.10,99	

Nota. — Dans les tableaux précédents, nous avons tenu compte des termes qui sont du second ordre par rapport aux masses, et dont nous parlerons plus loin.

Nous devons insister, d'une manière toute particulière, sur les variations séculaires de la longitude moyenne de l'époque. Suivant qu'il s'agira d'une planète plus éloignée ou plus rapprochée du Soleil que Vesta, nous aurons

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = -2\frac{m'\alpha n}{\mu}a'a\frac{dR_1}{da} + 2\sin^2\frac{\psi}{2}\frac{d\varpi}{dt} + 2\sin^2\frac{\varphi}{2}\frac{d\theta}{dt},$$

ou bien

$$\frac{d\varepsilon'}{dt} = -2\frac{mn'}{\mu'}a'a'\frac{dR_1}{da'} + 2\sin^2\frac{\psi'}{2}\frac{d\varpi'}{dt} + 2\sin^2\frac{\varphi'}{2}\frac{d\theta'}{dt}.$$

Le premier terme de chacune de ces expressions est de beaucoup le plus important; il nous a donné, pour les diverses planètes perturbatrices, les valeurs suivantes, dans lesquelles les coefficients sont représentés par leurs logarithmes.

	VÉNUS.	FACTEURS COMMUNS.	LA TERRE.	MARS.
$\frac{d\varepsilon}{dt} =$	$+\ 0{,}271\ 020$		$+\ 0{,}407\ 790$	$+\ \bar{1}{,}585\ 91$
	$+\ \bar{1}{,}395$	$(e^2+e'^2)$	$+\ \bar{1}{,}915$	$+\ \bar{1}{,}799\ 2$
	$-\ \bar{1}{,}386$	$ee'\cos(\varpi'-\omega)$	$-\ 0{,}025$	$-\ 0{,}040\ 0$
	$-\ \bar{1}{,}846$	$\varkappa^2$	$-\ 0{,}514$	$-\ 0{,}401\ 2$

JUPITER.		SATURNE.	URANUS.	NEPTUNE.
$-\ 1,614\ 6301$		$-\ 0,219\ 175$	$-\ \bar{2},450\ 9$	$-\ \bar{2},083\ 8$
$-\ 2,040\ 743$	$(e^2+e'^2)$	$-\ 0,466\ 44$	$-\ \bar{2},643$	
$+\ 2,202\ 412$	$ee'\cos(\varpi'-\omega)$	$+\ 0,412\ 30$	$+\ \bar{3},962$	
$+\ 2,642\ 804$	η^2	$+\ 1,068\ 32$	$+\ \bar{1},346$	
$-\ 1,813\ 58$	e^4			
$-\ 2,795\ 75$	$e^2e'^2$			
$-\ 2,480\ 33$	e'^4			
$+\ 3,397\ 81$	$e^2\eta^2$			
$+\ 3,397\ 81$	$e'^2\eta^2$			
$+\ 3,357\ 89$	η^4			
$+\ 2,595\ 06$	$e^3e'\ \cos(\varpi'-\omega)$			
$-\ 2,899\ 63$	$ee'^3\ \cos(\varpi'-\omega)$			
$-\ 3,646\ 4$	$ee'\eta^2\cos(\varpi'-\omega)$			
$-\ 2,361\ 8$	$e^2e'^2\ \cos(2\varpi'-2\omega)$			
$-\ 3,383\ 4$	$e^2\eta^2\ \cos(2\omega-2\tau')$			
$+\ 3,360\ 8$	$ee'\eta^2\cos(\varpi'+\omega-2\tau')$			
$-\ 2,716\ 6$	$e'^2\eta^2\cos(2\varpi'-2\tau')$			

Le premier terme de chacune de ces expressions ne dépend que des demi-grands axes; il est, par conséquent, constant. En réunissant en un seul tous les termes de ce genre, on voit que les diverses planètes diminuent annuellement le moyen mouvement de Vesta de

$$38'',062\,26.$$

D'autre part, la partie variable de ces expressions a donné, en y comprenant les termes de degré élevé dus à la variation du périhélie et du nœud, pour les trois époques

1800.	1850.	1900.
$-\ 0'',367\,94,$	$-\ 0'',368\,58,$	$-\ 0'',369\,20.$

Nous reporterons la partie commune à ces trois valeurs, $-\ 0'',367\,94$, sur la partie constante de $\frac{dz}{dt}$, de sorte que l'on aura

$$\frac{dz}{dt} = -\ 38'',430\,20;$$

et à cette valeur il faudra ajouter, suivant les époques,

1800.	1850.	1900.
0,	$-0,00064$,	$-0,00126$.

Pour mettre cette partie variable sous une forme commode, nous désignerons par $at+bt^2$ la correction qui en résulte dans la longitude moyenne, le temps t étant compté à partir de 1800, a et b étant deux constantes qui se déterminent en égalant la dérivée $a+2bt$ à ses valeurs en 1850 et 1900; nous aurons ainsi

$$\delta l = 0'',0 - 0,000\,02\,t - 0'',000\,0062\,t^2.$$

Cette détermination que nous venons de faire de la partie variable de la longitude de l'époque est suffisante pour la pratique de l'Astronomie. Toutefois, il peut être utile d'obtenir une expression qui, mise sous une forme plus rigoureuse, permette d'avoir une idée exacte de la manière dont elle varie; ceci va nous amener à rechercher les expressions générales de la variation séculaire des éléments : cette étude fait l'objet du paragraphe qui va suivre.

Mais, auparavant, observons que le moyen mouvement adopté dans la section I ayant été déduit directement des observations, le demi-grand axe conclu devra recevoir une correction, marquée par l'expression suivante :

$$\delta a = \frac{2}{3}\frac{\sigma}{n}a,$$

σ étant le coefficient de la première puissance du temps dans la longitude de l'époque. Dans le cas actuel, on a

$$\sigma = -38'',430\,20;$$

par suite,

$$\delta a = -0,000\,169$$

et

$$a = 2,361\,511.$$

Remarque. — Il est possible que, dans le calcul précédent, on ait négligé quelques termes de l'ordre du dernier chiffre conservé; mais, d'une part, ces termes auraient altéré d'une manière constante, pour les trois époques, la partie variable de la longitude de l'époque, ce qui n'aurait pas modifié l'expression de δl; et, d'autre part, ces termes sont d'un ordre trop élevé pour qu'ils soient sensibles dans la correction à faire subir au demi-grand axe.

§ II. — *Expressions générales des inégalités séculaires.*

Posons

$$h = e\sin\varpi,\quad h' = e'\sin\varpi',\quad h'' = e''\sin\varpi'',\quad \ldots,$$
$$l = e\cos\varpi,\quad l' = e'\cos\varpi',\quad l'' = e''\cos\varpi'',\quad \ldots.$$

On sait que, si l'on néglige les termes du troisième ordre des excentricités et des inclinaisons, on a

$$(2)\quad \left\{\begin{aligned}
\frac{dh}{dt} &= +[(0,1)+(0,2)+\ldots]\,l - \boxed{0,1}\,l' - \boxed{0,2}\,l'' - \ldots,\\
\frac{dl}{dt} &= -[(0,1)+(0,2)+\ldots]\,h + \boxed{0,1}\,h' + \boxed{0,2}\,h'' + \ldots,\\
\frac{dh'}{dt} &= +[(1,0)+(1,2)+\ldots]\,l' - \boxed{1,0}\,l - \boxed{1,2}\,l'' - \ldots,\\
\frac{dl'}{dt} &= -[(1,0)+(1,2)+\ldots]\,h' + \boxed{1,0}\,h + \boxed{1,2}\,h'' + \ldots,\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}\right.$$

$(0,1)$, $(0,2)$, ..., $\boxed{0,1}$, $\boxed{1,0}$, ... sont des quantités constantes (pendant des masses et des demi-grands axes; on trouve leurs expressio. dans la *Mécanique céleste*, Livre II, § 55.

Pour intégrer ces équations, on fait

$$h = N\sin(gt+b),\quad h' = N'\sin(gt+b),\quad h'' = N''\sin(gt+b),\quad \ldots,$$
$$l = N\cos(gt+b),\quad l' = N'\cos(gt+b),\quad l'' = N''\cos(gt+b),\quad \ldots;$$

on substitue dans les équations (2), et l'on obtient les relations suivantes :

$$(3)\quad \left\{\begin{aligned}
&[g-(0,1)-(0,2)-(0,3)-\ldots]N + \boxed{0,1}\,N' + \boxed{0,2}\,N'' + \ldots = 0,\\
&[g-(1,0)-(1,2)-(1,3)-\ldots]N' + \boxed{1,0}\,N + \boxed{1,2}\,N'' + \ldots = 0,\\
&[g-(2,0)-(2,1)-(2,3)-\ldots]N'' + \boxed{2,0}\,N + \boxed{2,1}\,N' + \ldots = 0,\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}\right.$$

Si i est le nombre de planètes, i sera le nombre des équations. L'élimination de $N, N', N'', \ldots$ conduira à une équation en g, numérique, de degré i, dont toutes les racines seront réelles et inégales; à chacune de ces racines répondra un système de valeurs des rapports des coefficients cherchés à l'un d'entre eux; on en déduira, pour les intégrales générales,

$$\begin{aligned}
h &= N \sin(gt+b) + N_1 \sin(g_1 t + b_1) + N_2 \sin(g_2 t + b_2) + \ldots,\\
l &= N \cos(gt+b) + N_1 \cos(g_1 t + b_1) + N_2 \cos(g_2 t + b_2) + \ldots,\\[4pt]
h' &= N' \sin(gt+b) + N'_1 \sin(g_1 t + b_1) + N'_2 \sin(g_2 t + b_2) + \ldots,\\
l' &= N' \cos(gt+b) + N'_1 \cos(g_1 t + b_1) + N'_2 \cos(g_2 t + b_2) + \ldots,\\[4pt]
h'' &= N'' \sin(gt+b) + N''_1 \sin(g_1 t + b_1) + N''_2 \sin(g_2 t + b_2) + \ldots,\\
l'' &= N'' \cos(gt+b) + N''_1 \cos(g_1 t + b_1) + N''_2 \cos(g_2 t + b_2) + \ldots,\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,
\end{aligned}$$

dans lesquelles il rentre i constantes arbitraires, que l'on déterminera en exprimant que les valeurs de h, l, h', l', h'', l'', ..., à l'origine du temps, satisfont aux intégrales générales.

Considérons, actuellement, un système formé par les planètes Uranus, Saturne, Jupiter et Vesta. Nous ne tiendrons pas compte de l'action des autres planètes, les résultats n'en devant pas être modifiés d'une manière sensible. Les indices 0, 1, 2, 3 sont relatifs à Vesta, Jupiter, Saturne et Uranus respectivement.

L'action de Vesta est nulle, sa masse étant négligeable; et, en effet, si l'on pose $m = 0$, ce qui revient à admettre que les coefficients $(1, 0), (2, 0), \ldots \boxed{1, 0}, \boxed{2, 0}, \ldots$ sont nuls, les équations qui donnent $\frac{dh'}{dt}, \frac{dl'}{dt}, \frac{dh''}{dt}, \ldots$ deviennent indépendantes de h et l; mais les deux premières continuent à dépendre de h', l', h'', l'', ... De cette manière, les équations qui donnent ces dernières quantités peuvent être résolues séparément : ce travail a été fait par Le Verrier, dans son Mémoire *Sur les inégalités séculaires des grosses planètes*, t. II, Chap. IX, où nous avons pris les expressions

$$\begin{aligned}
h' &= -0{,}01551 \sin A_1 + 0{,}04268 \sin A_2 + 0{,}00306 \sin A_3,\\
l' &= -0{,}01551 \cos A_1 + 0{,}04268 \cos A_2 + 0{,}00306 \cos A_3.
\end{aligned}$$

$$h'' = +0{,}048\,31 \sin A_1 + 0{,}033\,35 \sin A_2 + 0{,}002\,74 \sin A_3,$$
$$l'' = +0{,}048\,31 \cos A_1 + 0{,}033\,35 \cos A_2 + 0{,}002\,74 \cos A_3,$$

$$h''' = -0{,}001\,81 \sin A_1 - 0{,}047\,71 \sin A_2 + 0{,}030\,79 \sin A_3,$$
$$l''' = -0{,}001\,81 \cos A_1 - 0{,}047\,71 \cos A_2 + 0{,}030\,79 \cos A_3.$$

en posant

$$\begin{aligned} A_1 &= 126^\circ\,37'\;\;9'' + 22'',500\,09\,t,\\ A_2 &= \;\;25\;\;52\;\;23\;\; + \;\;3\;\;,780\,29\,t,\\ A_3 &= \;\;97\;\;50\;\;28\;\; + \;\;2\;\;,842\,23\,t, \end{aligned}$$

t étant compté à partir de 1800.

D'autre part, nous avons

$$\begin{aligned} (0,1) &= 36'',836\,66, & \boxed{0,1} &= 20'',312\,95.\\ (0,2) &= \;\;1,303\,11, & \boxed{0,2} &= \;\;0,399\,30,\\ (0,3) &= \;\;0,021\,43, & \boxed{0,3} &= \;\;0,003\,29. \end{aligned}$$

Substituant dans les deux premières équations (2), il viendra

$$\frac{dh}{dt} = +38'',161\,20\,l + 0'',295\,77 \cos A_1 - 0'',880\,10 \cos A_2 - 0'',063\,36 \cos A_3,$$
$$\frac{dl}{dt} = -38'',161\,20\,h - 0'',295\,77 \sin A_1 + 0'',880\,10 \sin A_2 + 0'',063\,36 \sin A_3;$$

d'où, par les procédés ordinaires d'intégration,

$$h = N \sin(gt + b) - 0{,}018\,89 \sin A_1 + 0{,}025\,60 \sin A_2 + 0{,}001\,80 \sin A_3,$$
$$l = N \cos(gt + b) - 0{,}018\,89 \cos A_1 + 0{,}025\,60 \cos A_2 + 0{,}001\,80 \cos A_3,$$

en faisant $g = +38'',161\,20$, N et b étant deux constantes arbitraires qui se déterminent au moyen des valeurs de h, l, à l'origine du temps; de telle sorte que l'on aura, en définitive,

$$h = +0{,}104\,04 \sin A - 0{,}018\,89 \sin A_1 + 0{,}025\,60 \sin A_2 + 0{,}001\,80 \sin A_3,$$
$$l = +0{,}104\,04 \cos A - 0{,}018\,89 \cos A_1 + 0{,}025\,60 \cos A_2 + 0{,}001\,80 \cos A_3,$$

où l'on a posé

$$A = 230^\circ\,50'\,27'' + 38'',161\,20\,t.$$

On voit que h et l contiennent un terme qui n'a pas de correspondant dans h', l', h'', l'', ... Cela devait être, *a priori*, et les équations (3), qui mettent ce fait en évidence, donnent aussi le moyen de former les valeurs de h et l. Ces équations constituent, en effet, en dehors de la première, un système entièrement indépendant, quand on y fait $m = 0$, et déterminent trois systèmes de valeurs de g, b, N, N', N'', N''', à l'aide des équations de condition, à l'origine du temps, et qui répondent aux actions mutuelles de Jupiter, Saturne et Uranus. En les substituant successivement dans la première équation, on aura les valeurs de N correspondantes. Mais, en outre, le système des équations (3) est satisfait, quand on y suppose

$$g = (0,1) + (0,2) + (0,3), \quad N' = 0, \quad N'' = 0, \quad N''' = 0;$$

de là le terme qui n'entrera que dans les valeurs de h et l, et, par suite, les expressions de ces quantités que nous retrouverions de cette manière.

Les conséquences de ce qui précède sont les suivantes :

En premier lieu, on sait que l'on a d'une manière générale

$$h^2 + l^2 = e^2 = N^2 + N_1^2 + \ldots + 2NN_1 \cos[(g_1 - g)t + (b_1 - b)] + \ldots;$$

et cette relation montre que e sera toujours inférieur à la somme $N + N_1 + \ldots$ des coefficients N, N_1, ..., pris avec le signe plus : dans le cas particulier de Vesta, e sera toujours plus petit que 0,150 33.

Notons, en passant, que la considération que l'on fait valoir, en général, pour établir que les excentricités des grosses planètes demeureront toujours faibles, et basée, d'une part, sur l'intégrale

$$e^2 m\sqrt{a} + e'^2 m'\sqrt{a'} + \ldots = \text{const.},$$

et, de l'autre, sur la petitesse actuelle de ces excentricités, est ici sans valeur, la masse m ayant elle-même une valeur très-faible.

En second lieu, on a encore

$$\frac{h}{l} = \operatorname{tang}\varpi = \frac{N\sin(gt+b) + N_1\sin(g_1 t + b_1) + \ldots}{N\cos(gt+b) + N_1\cos(g_1 t + b_1) + \ldots};$$

d'où

$$\operatorname{tang}(\varpi - gt - b) = \frac{N_1\sin[(g_1 - g)t + b_1 - b] + \ldots}{N + N_1\cos[(g_1 - g)t + b_1 - b] + \ldots}.$$

Posons

$$\varpi - gt - b = \psi, \quad \text{d'où} \quad \varpi = gt + b + \psi.$$

Si N l'emporte sur la somme de tous les autres coefficients, N_1, N_2, ..., pris avec le même signe, la tangente de ψ ne deviendra jamais infinie, ψ n'atteindra jamais un angle droit. Dans ce cas, gt sera le moyen mouvement du périhélie; ψ exprimera les inégalités de cet angle, et variera avec une extrême lenteur. Cette circonstance se produit, comme on voit, pour Vesta, et il importe d'observer que l'on a, dans ce cas,

$$g = +(0,1) + (0,2) + \ldots = +38''16120.$$

Arrivons maintenant à l'inclinaison et à la longitude du nœud. Posons

$$\begin{aligned} p &= \operatorname{tang}\varphi \sin\theta, & p' &= \operatorname{tang}\varphi' \sin\theta', \\ q &= \operatorname{tang}\varphi \cos\theta, & q' &= \operatorname{tang}\varphi' \cos\theta', & \ldots. \end{aligned}$$

En négligeant les termes du troisième degré, nous aurons

$$\begin{aligned} \frac{dp}{dt} &= -[(0,1) + \ldots]q + (0,1)q' + \ldots, \\ \frac{dq}{dt} &= +[(0,1) + \ldots]p - (0,1)p' - \ldots, \\ \frac{dp'}{dt} &= -[(1,0) + \ldots]q' + (1,0)q + \ldots, \\ \frac{dq'}{dt} &= +[(1,0) + \ldots]p' - (1,0)q - \ldots, \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}$$

Ces équations s'intègrent de la même manière que les précédentes, et nous avons, pour Jupiter, Saturne et Uranus (*Annales*, t. II, Chap. IX),

$$\begin{aligned} p' &= +0,02751 \sin B_1 - 0,00631 \sin B_2 + 0,00116 \sin B_3, \\ q' &= +0,02751 \cos B_1 - 0,00631 \cos B_2 + 0,00116 \cos B_3, \\ p'' &= +0,02751 \sin B_1 + 0,01580 \sin B_2 + 0,00093 \sin B_3, \\ q'' &= +0,02751 \cos B_1 + 0,01580 \cos B_2 + 0,00093 \cos B_3, \\ p''' &= +0,02751 \sin B_1 - 0,00070 \sin B_2 - 0,01760 \sin B_3, \\ q''' &= +0,02751 \cos B_1 - 0,00070 \cos B_2 - 0,01760 \cos B_3, \end{aligned}$$

où l'on a posé

$$\begin{aligned}
B_1 &= 106^\circ.10'.15'',\\
B_2 &= 126.\ \ 2.20 - 25'',952\,54\,t,\\
B_3 &= 135.\ \ 1.\ \ 7 - \ \ 3,106\,93\,t.
\end{aligned}$$

Substituant ces expressions dans les deux premières équations différentielles, ainsi que les valeurs déjà données des coefficients, il viendra, quand on aura intégré, et après détermination des deux constantes arbitraires au moyen des valeurs initiales de p et q,

$$\begin{aligned}
p &= +0,112\,73\sin B + 0,027\,51\sin B_1 - 0,017\,35\sin B_2 + 0,001\,24\sin B_3,\\
q &= +0,112\,73\cos B + 0,027\,51\cos B_1 - 0,017\,35\cos B_2 + 0,001\,24\cos B_3,
\end{aligned}$$

où l'on a fait

$$B = 105^\circ 32' 22'' - 38'',161\,20\,t.$$

Ici encore il y a un terme qui n'a pas de correspondant dans les expressions de h', l', h'', l'', ...; il répond à une valeur de g, égale et de signe contraire à celle qui avait donné un terme analogue pour l'excentricité et l'inclinaison; cette racine est, en effet, la suivante :

$$g = -[(0,1) + (0,2) + \ldots] = -38'',161\,20.$$

Ceci serait vrai, d'ailleurs, en supposant un nombre quelconque de planètes perturbatrices; c'est la conséquence de l'hypothèse $m = 0$.

Les expressions précédentes de p et q donnent, pour la limite supérieure de l'inclinaison de l'orbite de Vesta, par rapport à l'écliptique de 1800,

$$9^\circ 1' 29''.$$

Il en résulte, en outre, que, le premier terme étant supérieur à la somme de tous les autres pris avec le même signe, on aura encore ici, pour représenter la longitude du nœud, l'expression suivante :

$$\theta = gt + b' + \psi',$$

dans laquelle gt sera le moyen mouvement de la longitude, ψ' la partie variable, toujours inférieure à 90 degrés, qui se développera avec une extrême lenteur. Mais la valeur de g est égale et de signe contraire à celle qui correspond au périhélie; de là cette conséquence remarquable :

Les moyens mouvements du périhélie et du nœud sont égaux et de sens contraires.

Ceci suppose que les termes d'ordre supérieur, ceux du troisième en particulier, ne sont pas comparables aux termes de la première approximation; c'est ce qui pourrait avoir lieu si l'intégration amenait dans le calcul de ces termes de très-petits diviseurs. Nous nous sommes assuré qu'il n'existe pas de terme de ce genre pour Vesta, à l'aide des formules que donne Le Verrier pour le calcul des termes du troisième ordre des inégalités séculaires de Jupiter, Saturne et Uranus [1].

Remarque I. — L'existence de pareils diviseurs aurait pour effet d'augmenter les limites de l'excentricité ou de l'inclinaison. Dans son Mémoire, Le Verrier est amené à considérer le cas d'une petite masse placée entre le Soleil et Jupiter, et soumise à l'action de cette planète et de Saturne; il montre que, si l'on a la relation suivante :

$$(0,1)+(0,2)=(1,2)+(2,1) \text{ [2]},$$

l'inclinaison de l'orbite de la petite masse, par rapport à l'orbite de Jupiter, pourra devenir aussi grande que l'on voudra, à l'unique condition que l'on attribue à cette masse une valeur suffisamment faible.

Il est aisé de voir que cela revient à supposer l'existence d'un diviseur très-petit qui s'introduirait alors dès la première approximation. Nous avons, en effet, pour cette petite masse, Jupiter et Saturne, dans le cas des inclinaisons et des longitudes des nœuds,

$$\begin{gathered}
[g+(0,1)+(0,2)]\,N-(0,1)\,N'-(0,2)\,N''=0,\\
[g+(1,0)+(1,2)]\,N'-(1,0)\,N-(1,2)\,N''=0,\\
[g+(2,0)+(2,1)]\,N''-(2,0)\,N-(2,1)\,N'=0.
\end{gathered}$$

Considérons pour un moment la petite masse comme négligeable : les

---

[1] Tome II, Additions au Chapitre IX.

[2] Le demi-grand axe correspondant est $1{,}977$; Méduse est la petite planète qui satisfait le mieux à la relation : sa distance moyenne est $2{,}133$; son inclinaison est faible : $1^{\circ}6'$.

coefficients $(1,0)$ et $(2,0)$ deviennent nuls, et l'élimination de N', N'' entre les deux dernières équations donnera une équation en g du second degré, laquelle répond à l'action mutuelle de Jupiter et Saturne; celle de ces deux racines qui est différente de zéro a pour valeur

$$g = -(1,2) - (2,1).$$

Dans le cas d'une masse très-faible, mais qui n'est pas nulle, la racine g aura la valeur qui précède, aux quantités près de l'ordre de grandeur de la petite masse. A cette racine répondra un système de valeurs pour N' et N'', et la valeur correspondante de N s'en déduira, ainsi qu'on l'a vu, au moyen de la première équation, dans laquelle g, N' et N'' auront été remplacés par leurs valeurs. Mais alors, et à cause de la relation admise, le coefficient de N est une petite quantité qui est de l'ordre de la petite masse, et ce coefficient pourra être aussi petit que l'on voudra, pourvu que la masse soit elle-même suffisamment faible; de plus, ce coefficient est un diviseur qui sera introduit, par l'intégration, dès la première approximation. C'est ce que nous voulions montrer. Rien de semblable ne peut avoir lieu dans le cas de Vesta.

Remarque II. — La relation trouvée entre les moyens mouvements du périhélie et du nœud pourra exister pour un certain nombre de petites planètes, pour celles surtout dont l'excentricité et l'inclinaison seront considérables en même temps.

Remarque III. — La valeur de g, que l'on a obtenue pour ces moyens mouvements, diffère peu, en valeur absolue, du coefficient du temps t dans la longitude de l'époque; cette coïncidence tient à ce que la partie principale de g, $(0,1)$, provenant de Jupiter, est rigoureusement égale à la partie constante de $\frac{dz}{dt}$, qui répond à l'action de cette planète lorsque l'on a

$$a\frac{d^2 A^{(0)}}{da^2} = 2\frac{dA^{(0)}}{da},$$

$A^{(0)}$ étant l'une des transcendantes définies dans la Section II, et que cette relation est satisfaite d'une manière approchée pour Jupiter et Vesta.

§ III. — *Longitude moyenne de l'époque.*

Revenons à la partie variable de la longitude de l'époque. Les termes les plus importants sont les termes du second degré, dus à l'action de Jupiter. En nous bornant à cette partie, ce qui suffit pour le but à atteindre, nous aurons

$$\begin{aligned}\frac{d\varepsilon}{dt} = &- 2,040\,74\,(e^2 + e'^2)\\ &+ 2,202\,41\,ee'\cos(\varpi' - \omega)\\ &+ 2,642\,80\,\gamma^2,\end{aligned}$$

où les coefficients sont représentés par leurs logarithmes; mais l'on a

$$\begin{aligned} e^2 + e'^2 &= h^2 + l^2 + h'^2 + l'^2\\ ee'\cos(\varpi' - \omega) &= hh' + ll';\end{aligned}$$

D'autre part, de la relation

$$\cos\gamma = \cos\varphi\cos\varphi' + \sin\varphi\sin\varphi'\cos(\theta - \theta')$$

on déduira, en négligeant les termes qui sont du troisième ordre en p, p', q, q' dans $\cos\varphi$ et $\cos\varphi'$,

$$4\gamma^2 = (p - p')^2 + (q - q')^2.$$

Puis, substituant dans $\frac{d\varepsilon}{dt}$ et remplaçant p, q, p', q' par leurs valeurs numériques, il viendra enfin

$$\begin{aligned}\frac{d\varepsilon}{dt} = &+ 0'',102\,50\\ &+ 0,174\,55\cos(\mathrm{A} - \mathrm{A}_1) + 0'',059\,87\cos(\mathrm{A}_1 - \mathrm{A}_2)\\ &+ 0,122\,60\cos(\mathrm{A} - \mathrm{A}_2) + 0,004\,22\cos(\mathrm{A}_1 - \mathrm{A}_3)\\ &+ 0,009\,83\cos(\mathrm{A} - \mathrm{A}_3) - 0,014\,11\cos(\mathrm{A}_2 - \mathrm{A}_3)\\ &- 0,273\,34\cos(\mathrm{B} - \mathrm{B}_2),\end{aligned}$$

où les angles ont les valeurs que nous avons données plus haut.

Cette expression est actuellement négative, comme cela devait être, et sa valeur est $-0'',429$. Mais on voit qu'elle pourra être alternativement positive et négative, et que, par suite, la partie variable de la longitude de l'époque aura pour effet tantôt d'augmenter, tantôt de diminuer le moyen mouvement de Vesta, tandis que la partie constante le diminuera toujours.

SECTION V.

INÉGALITÉS DU SECOND ORDRE.

Nous avons intégré les équations différentielles qui expriment les variations des éléments en fonction de ces éléments et du temps, en considérant le temps seul comme variable. Faisons abstraction pour le moment, dans les coefficients, des facteurs β, β', $\varkappa$; les nombres obtenus ont été calculés avec les valeurs des éléments en 1850,0; ainsi considérés, ils constituent les termes du premier ordre par rapport aux masses. Nous allons maintenant supposer que, dans les équations différentielles, on augmente les éléments de leurs inégalités du premier ordre et rechercher les nouveaux termes qui en résulteront pour les perturbations, tout en nous bornant aux premières puissances des accroissements : nous obtiendrons ainsi les termes du second ordre par rapport aux masses.

Il suffira, dans cette étude, d'avoir égard à l'action de Jupiter et à celle de Saturne, et de déterminer les termes du second ordre qui proviennent, d'une part, de la variation des éléments de Vesta sous l'action de Jupiter, de l'autre, de la variation des éléments de cette dernière planète sous l'action de Saturne : les premiers dépendent de la seconde puissance de la masse de Jupiter, les seconds du produit des masses de Jupiter et de Saturne. Nous verrons que ceux-ci sont de beaucoup les plus considérables.

Nous désignerons le terme général de la fonction perturbatrice de la manière suivante :

$$\begin{aligned} a' R_{(0,1)} = {} & M e^h e'^{h'} \eta^f \cos \mathfrak{B} \\ & + N e^h e'^{h'} \eta^f \cos \mathfrak{A}, \end{aligned}$$

en faisant

$$\begin{aligned} \mathfrak{B} &= k'\varpi' + k\varpi + u\tau', \\ \mathfrak{A} &= i'l' + i\lambda + k'\varpi' + k\varpi + u\tau'. \end{aligned}$$

§ I. — *Influence des termes séculaires.*

Les inégalités séculaires du premier ordre de Vesta et de Jupiter sont de la forme suivante :

$$\begin{aligned} \partial_1 e &= bt, & e\,\partial_1 \varpi &= ct, \\ \partial_1 e' &= b't, & e'\,\partial_1 \varpi' &= c't, \\ \partial_1 \eta &= \xi t, & \eta\,\partial_1 \tau' &= \chi t, \end{aligned}$$

en négligeant un petit terme sans influence contenu dans la longitude moyenne λ et provenant de $\tau' - \tau$, et en considérant, d'ailleurs, qu'on a eu égard au terme de la longitude de l'époque proportionnel au temps dans le calcul des termes du premier ordre.

Occupons-nous d'abord du moyen mouvement; il est donné par l'équation différentielle

$$\frac{d^2 \rho}{dt^2} = -\frac{3m'}{\mu}\, an^2\, \frac{d\mathrm{R}_{(0,1)}}{d\varepsilon},$$

qui prend la forme suivante quand on y met, à la place de $\mathrm{R}_{(0,1)}$, la valeur générale donnée précédemment :

$$\frac{d^2 \rho}{dt^2} = \frac{3im'}{a^2 a'}\, \mathrm{N} e^h e'^{h'} \eta^f \sin \mathcal{A}.$$

Remplaçons les éléments par leurs valeurs en 1850, augmentées de leurs variations séculaires; il viendra, pour les termes du second ordre,

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \rho}{dt^2} = &+ \frac{3im'\alpha n^2}{\mu}\, \mathrm{N} e^h e'^{h'} \eta^f \left(\frac{h}{e}\, b + \frac{h'}{e'}\, b' + \frac{f}{\eta}\, \xi \right) t \sin \mathcal{A} \\ &+ \frac{3im'\alpha n^2}{\mu}\, \mathrm{N} e^h e'^{h'} \eta^f \left(\frac{k}{e}\, c + \frac{k'}{e'}\, c' + \frac{u}{\eta}\, \chi \right) t \cos \mathcal{A}, \end{aligned}$$

d'où, en intégrant deux fois,

$$\begin{aligned} \partial_2 \rho = &- \frac{3im'\alpha}{\mu}\, \frac{\mathrm{N} e^h e'^{h'} \eta^f}{(i'\nu + i)^2} \left(\frac{h}{e}\, b + \frac{h'}{e'}\, b' + \frac{b}{\eta}\, \xi \right) \left(t \sin \mathcal{A} + \frac{2}{i'n + in} \cos \mathcal{A} \right) \\ &- \frac{3im'\alpha}{\mu}\, \frac{\mathrm{N} e^h e'^{h'} \eta^f}{(i'\nu + i)^2} \left(\frac{k}{e}\, c + \frac{k'}{e'}\, c' + \frac{u}{\eta}\, \chi \right) \left(t \cos \mathcal{A} - \frac{2}{i'n + in} \sin \mathcal{A} \right). \end{aligned}$$

Mais les deux termes qui contiennent le temps en facteur expriment l'accroissement qu'éprouve le terme du premier ordre de la longitude moyenne

$$-\frac{3im'\alpha}{\mu}\frac{\mathrm{N}e^h e'^{h'}\eta^f}{(i'\nu+i)^2}$$

quand on y fait varier les éléments en vertu de leurs inégalités séculaires du premier ordre. Il n'y aura donc pas lieu de tenir compte de ces deux termes si l'on a calculé le terme du premier ordre au moyen des valeurs séculaires des éléments à l'époque que l'on considère, ainsi que nous supposons qu'on l'a fait; il suffira de calculer les deux termes qui restent, lesquels s'obtiendront en multipliant le terme du premier ordre par un facteur facile à former. On procédera de même pour les autres éléments. Dans le cas particulier de Vesta, ces termes de correction sont faibles; les seuls qui soient sensibles proviennent de la variation des périhélies et sont donnés par les formules suivantes, qu'il faut joindre à celles qui précèdent :

$$\begin{aligned}
\delta_2\varepsilon &= \frac{2m'\alpha}{\mu}a\frac{d\mathrm{N}}{da}\frac{e^h e'^{h'}\eta^f}{i'\nu+i}\left(\frac{k}{e}c+\frac{k'}{e'}c'\right)\frac{1}{i'n'+in}\sin\mathcal{A},\\
e\delta_2\varpi &= -\frac{m'\alpha h}{\mu}\frac{\mathrm{N}e^{h-1}e'^{h'}\eta^f}{i'\nu+i}\left(\frac{k}{e}c+\frac{k'}{e'}c'\right)\frac{1}{i'n'+in}\sin\mathcal{A},\\
\delta_2 e &= \frac{m'\alpha k}{\mu}\frac{\mathrm{N}e^{h-1}e'^{h'}\eta^f}{i'\nu+i}\left(\frac{k}{e}c+\frac{k'}{e'}c'\right)\frac{1}{i'n'+in}\cos\mathcal{A},
\end{aligned}$$

les inégalités du demi-grand axe étant insensibles.

L'application de ces formules nous a donné

$$\begin{aligned}
\delta_2\rho = {} & & & +0'',05\sin(2l'-\lambda-\omega)\\
& -0'',15\cos(3l'-\lambda-2\omega) & & -0,90\sin(3l'-\lambda-2\omega)\\
& +0,17\cos(3l'-\lambda-\varpi'-\omega) & & +1,11\sin(3l'-\lambda-\varpi'-\omega).
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta_2\varepsilon &= -0,08\sin(3l'-\lambda-2\omega)\\
&\quad +0,07\sin(3l'-\lambda-\varpi'-\omega)\\
e\delta_2\varpi &= +0,28\sin(3l'-\lambda-2\omega)\\
&\quad -0,17\sin(3l'-\lambda-\varpi'-\omega)\\
\delta_2 e &= +0,28\cos(3l'-\lambda-2\omega)\\
&\quad -0,17\cos(3l'-\lambda-\varpi'-\omega).
\end{aligned}$$

Nota. — Nous avons supprimé les facteurs β, β', $\varkappa$ dans les termes du second ordre qui sont de peu d'importance, afin de simplifier l'écriture; nous les rétablirons pour les termes les plus forts.

Nous n'avons considéré, jusqu'ici, que le second terme de la fonction perturbatrice; le premier, dans lequel le temps ne rentre pas explicitement, ne donne que des termes séculaires qui sont proportionnels au carré du temps. On verrait, comme précédemment, qu'il suffit, pour avoir égard aux termes de cette nature, de calculer les termes séculaires du premier ordre, en attribuant aux éléments leurs valeurs séculaires à l'époque. Les expressions données dans la Section IV ayant été calculées dans ces conditions, il n'y a pas lieu d'y revenir.

§ II. — *Influence des inégalités périodiques des éléments de Vesta.*

Les perturbations périodiques de Vesta, dues à l'action de Jupiter, ont la forme suivante :

$$(4)\qquad \left\{\begin{aligned} \delta_1 a &= \mathrm{A}\cos \mathrm{D},\\ \delta_1 \lambda &= \mathrm{L}\sin \mathrm{D},\\ \delta_1 e &= \mathrm{E}\cos \mathrm{D},\\ e\,\delta_1 \varpi &= \mathrm{P}\sin \mathrm{D}, \end{aligned}\right.$$

en négligeant les termes insensibles du second ordre qui proviennent de la variation de la longitude du nœud et de l'inclinaison. Les coefficients A, L, E, P ont été donnés dans la Section III; l'argument D dépend des longitudes moyennes de Jupiter et de Vesta.

L'équation différentielle du moyen mouvement

$$\frac{d^2\rho}{dt^2} = \frac{3im'}{a^2a'}\,\mathrm{N}e^h e'^{h'} \eta^f \sin \mathfrak{A}$$

donne pour les termes du second ordre

$$\frac{d^2\rho}{dt^2} = +\frac{3im'\alpha n^2}{2\mu}\,e^h e'^{h'} \eta^f \left[\left(-2\mathrm{N} + a\frac{d\mathrm{N}}{da}\right)\frac{\mathrm{A}}{a} + \frac{h}{e}\mathrm{EN} \pm \left(i\mathrm{L} + \frac{k}{e}\mathrm{P}\right)\mathrm{N}\right]\sin(\mathfrak{A} \pm \mathrm{D}),$$

et, après avoir intégré deux fois, par rapport au temps,

$$\delta_2\rho = -\frac{3im'\alpha n^2}{2\mu}\frac{e^h e'^{h'}\eta^f}{(i'n'+in\pm w)^2}\left[\left(-2N+a\frac{dN}{da}\right)\frac{A}{a}+\frac{h}{e}EN\pm\left(iL+\frac{k}{e}P\right)N\right]\sin(\mathcal{A}\pm D),$$

en désignant par w le coefficient du temps dans l'argument D. w et D se réduiront respectivement avec $i'n'+in$ et $\mathcal{A}$, de telle sorte que les termes du second ordre se présenteront sous la même forme que ceux du premier dans le cas dont nous nous occupons ; il en sera de même pour les autres éléments.

Nous obtiendrons de la même manière les termes périodiques du second ordre du demi-grand axe ; la formule qui les donne est la suivante :

$$\delta_2 a = \frac{im'\alpha n}{\mu}\frac{e^h e'^{h'}\eta^f}{i'n'+in\pm w}\left[\left(\frac{N}{2}+a\frac{dN}{da}\right)\frac{A}{a}+\frac{h}{e}EN\pm\left(iL+\frac{k}{e}P\right)N\right]\cos(\mathcal{A}\pm D).$$

Observons que la parenthèse ne diffère de celle du moyen mouvement que par le terme en NA. Si donc nous négligeons ce terme, qui est en général insensible dans le demi-grand axe, nous voyons que le coefficient de $\delta_2 a$ se déduit du coefficient de $\delta_2\rho$, en multipliant ce dernier par le facteur

$$-\frac{2}{3}a\frac{i'n'+in\pm w}{n}.$$

Les formules qui donnent les termes du second ordre des autres éléments se déduisent sans difficulté des formules (1), où l'on fait varier les éléments de Vesta en vertu des relations (4). En se bornant à la partie principale des équations différentielles, et faisant d'ailleurs $\cos\psi = 1$, il viendra

$$\delta_2\varepsilon = -\frac{m'\alpha n}{\mu}\frac{e^h e'^{h'}\eta^f}{i'n'+in\pm w}\left[\left(\frac{1}{2}a\frac{dN}{da}+a^2\frac{d^2N}{da^2}\right)\frac{A}{a}+\frac{h}{e}Ea\frac{dN}{da}\pm\left(iL+\frac{k}{e}P\right)a\frac{dN}{da}\right]\sin(\mathcal{A}\pm D),$$

$$e\delta_2\varpi = \frac{m'\alpha nh}{2\mu}\frac{e^{h-1}e'^{h'}\eta^f}{i'n'+in\pm w}\left[\left(-\frac{N}{2}+a\frac{dN}{da}\right)\frac{A}{a}+\frac{h-2}{e}EN\pm\left(iL+\frac{k}{e}P\right)N\right]\sin(\mathcal{A}\pm D),$$

$$\delta_2 e = -\frac{m'\alpha nk}{2\mu}\frac{e^{h-1}e'^{h'}\eta^f}{i'n'+in\pm w}\left[\left(-\frac{N}{2}+a\frac{dN}{da}\right)\frac{A}{a}+\frac{h-1}{e}EN\pm\left(iL+\frac{k}{e}P\right)N\right]\cos(\mathcal{A}\pm D).$$

Nous n'avons considéré, dans les expressions qui précèdent, que le second terme de $a'R_{(0,1)}$; elles s'appliquent au premier terme, pourvu que l'on fasse i et i' nuls et que l'on mette M à la place de N.

Voici le tableau des termes que nous avons obtenus; chacun d'eux est le résultat d'un grand nombre de combinaisons des termes de la fonction perturbatrice avec les termes périodiques. Nous avons adopté, pour le détail des calculs, la marche suivie dans le tome X des *Annales* (Section IX), dans la théorie de Jupiter et de Saturne.

	$\delta_2 a$	$\delta_2 \rho$	$\delta_2 \varepsilon$	$\delta_2 e$	$e\,\delta_2 \varpi$
$l' - \lambda$		$+0'',01$	$-0'',13$	$-0'',07$	$+0'',01$
$2l' - 2\lambda$	$+0'',16$	$+0,08$			
$\lambda - \omega$	$+0,12$	$-0,07$	$-0,02$	$+0,03$	
$l' - \omega$	$+0,18$	$-0,38$	$-0,21$	$-0,34$	$-0,05$
$2l' - \lambda - \omega$			$-0,07$	$+0,07$	$-0,02$
$\lambda - \varpi'$	$-0,09$	$-0,06$	$-0,05$	$-0,01$	$+0,05$
$l' - \varpi'$	$-0,22$	$+0,46$	$+0,25$	$+0,19$	$-0,17$
$2l' - \lambda - \varpi'$			$-0,10$	$-0,06$	$-0,03$
$2l' - 2\omega$				$+0,03$	$-0,05$
$3l' - \lambda - 2\omega$		$-0,28$	$-0,03$	$-0,01$	$+0,14$
$4l' - 2\lambda - 2\omega$				$-0,24$	$-0,50$
$5l' - 3\lambda - 2\omega$				$-0,06$	$-0,14$
$6l' - 4\lambda - 2\omega$				$-0,03$	$-0,06$
$l' + \lambda - \varpi' - \omega$	$-0,21$	$-0,10$			
$2l' - \varpi' - \omega$		$-0,05$		$+0,03$	$+0,08$
$3l' - \lambda - \varpi' - \omega$		$-0,16$	$+0,07$		
$4l' - 2\lambda - \varpi' - \omega$		$+0,01$			
$5l' - 3\lambda - \varpi' - \omega$	$+0,16$	$+0,07$			
$6l' - 4\lambda - \varpi' - \omega$	$+0,10$	$-0,03$			
$3l' - \lambda - 2\varpi'$		$+0,11$			
$3l' - 3\omega$				$-0,02$	$-0,06$
$4l' - \lambda - 3\omega$				$-0,14$	$-0,26$
$5l' - 2\lambda - 3\omega$				$-0,26$	$+0,56$
$6l' - 3\lambda - 3\omega$				$-0,06$	$+0,14$
$3l' - 2\omega - \varpi'$				$+0,05$	$+0,08$
$4l' - \lambda - 2\omega - \varpi'$				$+0,11$	$+0,21$
$5l' - 2\lambda - 2\omega - \varpi'$				$-0,24$	$-0,56$
$6l' - 3\lambda - 2\omega - \varpi'$				$-0,05$	$-0,14$
$6l' - 2\lambda - 4\omega$				$-0,06$	$-0,18$
$7l' - 3\lambda - 4\omega$				$-0,01$	$-0,03$

	$\delta_2 a$	$\delta_2 \rho$	$\delta_2 \varepsilon$	$\delta_2 e$	$e\delta_2 \varpi$
$6l' - 2\lambda - \varpi' - 3\omega$		$+0'',03$		$+0'',14$	$+0'',33$
$7l' - 3\lambda - \varpi' - 3\omega$				$+0,03$	$+0,07$
$6l' - 2\lambda - 2\varpi' - 2\omega$		$-0,07$		$-0,06$	$-0,18$
$7l' - 2\lambda - 2\varpi' - 3\omega$				$-0,02$	$-0,04$

Lorsque, dans les combinaisons des termes que nous venons de considérer pour le périhélie et l'excentricité, il s'en présente qui sont telles que l'on ait

$$i'n' + in \pm \omega = 0,$$

il faut s'arrêter aux dérivées, lesquelles ne contiennent plus le temps explicitement; l'intégration produit alors des inégalités du second ordre, qui sont proportionnelles à la première puissance du temps et de la forme

$$e\delta_2\varpi = e\frac{d\varpi}{dt}t,$$

$$\delta_2 e = \frac{de}{dt}t.$$

C'est ainsi que nous avons obtenu, pour Vesta, les termes

$$e\delta_2\varpi = -0'',0274t,$$
$$\delta_2 e = -0'',0419t,$$

dont nous avons d'ailleurs tenu compte dans les expressions séculaires des éléments que nous avons données dans la Section IV.

§ II. — *Influence des inégalités périodiques des éléments de Jupiter.*

Les variations périodiques du premier ordre des éléments de Jupiter sont de la forme suivante :

$$(5)\qquad \left\{\begin{aligned} \delta_1 a' &= A'\cos D',\\ \delta_1 l' &= L'\sin D',\\ \delta_1 e' &= E'\cos D',\\ e'\delta_1\varpi' &= P'\sin D'.\end{aligned}\right.$$

Nous n'aurons pas égard aux variations de l'inclinaison et du nœud, qui ne donnent naissance à aucun terme sensible du second ordre.

Les expressions précédentes sont données dans le Tome X des *Annales*, Section VI. L'angle D′ dépend des longitudes moyennes de Jupiter et de Saturne, de telle sorte que les termes du second ordre qui en résultent dépendront en général de trois arguments : les longitudes moyennes de Vesta, Jupiter et Saturne.

Nous consacrerons un article spécial à l'action de la grande inégalité de Jupiter et de Saturne ; nous ferons également une étude toute particulière de la grande inégalité du second ordre, qui répond à $2l'' + 9l' - 3l$.

Nous allons, en premier lieu, nous occuper des autres termes ; parmi eux, il conviendra de distinguer, à cause de son importance, celui qui a pour argument $-2l'' + 4l' - l$. Nous l'avons écrit sous la forme générale, qui permet de tenir compte de la variation séculaire des éléments dans l'expression de ce terme ; nous agirons de même pour les termes les plus forts.

Les formules suivantes se déduisent des équations différentielles (1), où l'on a d'ailleurs négligé les termes de degré élevé, et dans lesquelles on a fait varier les éléments de Jupiter en vertu de leurs inégalités périodiques (5) :

$$
(6)\quad \left\{
\begin{aligned}
\delta_2 \rho &= -\frac{3\, i m' \alpha n^2}{2\mu}\, \frac{e^h e'^{h'} \gamma^f}{(i'n' + in \pm \alpha')^2} \Bigg[-\left(\mathrm{N} + a\frac{d\mathrm{N}}{da}\right)\frac{\mathrm{A}'}{a'} + \frac{h'}{e'}\mathrm{E}'\mathrm{N} \\
&\qquad \pm \left(i'\mathrm{L}' + \frac{k'}{e'}\mathrm{P}'\right)\mathrm{N}\Bigg] \sin(\mathrm{A} \pm \mathrm{D}'), \\
\delta_2 \varepsilon &= -\frac{m'\alpha n}{\mu}\, \frac{e^h e'^{h'} \gamma^f}{i'n' + in \pm \alpha'} \Bigg[-\left(2a\frac{d\mathrm{N}}{da} + a^2\frac{d^2\mathrm{N}}{da^2}\right)\frac{\mathrm{A}'}{a'} + \frac{h'}{e'}\mathrm{E}' a\frac{d\mathrm{N}}{da} \\
&\qquad \pm \left(i'\mathrm{L}' + \frac{k'}{e'}\mathrm{P}'\right) a\frac{d\mathrm{N}}{da}\Bigg] \sin \mathrm{A}. \\
e\,\delta_2 \varpi &= \frac{m'\alpha n h}{2\mu}\, \frac{e^{h-1} e'^{h'} \gamma^f}{i'n' + in \pm \alpha'} \Bigg[-\left(\mathrm{N} + a\frac{d\mathrm{N}}{da}\right)\frac{\mathrm{A}'}{a'} + \frac{h'}{e'}\mathrm{E}'\mathrm{N} \\
&\qquad \pm \left(i'\mathrm{L}' + \frac{k'}{e'}\mathrm{P}'\right)\mathrm{N}\Bigg] \sin(\mathrm{A} \pm \mathrm{D}'), \\
\delta_2 e &= -\frac{m'\alpha n k}{2\mu}\, \frac{e^{h-1} e'^{h'} \gamma^f}{i'n' + in \pm \alpha'} \Bigg[-\left(\mathrm{N} + a\frac{d\mathrm{N}}{da}\right)\frac{\mathrm{A}'}{a'} + \frac{h'}{e'}\mathrm{E}'\mathrm{N} \\
&\qquad \pm \left(i'\mathrm{L}' + \frac{k'}{e'}\mathrm{P}'\right)\mathrm{N}\Bigg] \cos(\mathrm{A} \pm \mathrm{D}') ;
\end{aligned}
\right.
$$

α' est le coefficient du temps dans D′.

Nous n'avons considéré, dans ce qui précède, que le second terme de l'expression générale de la fonction perturbatrice; les mêmes formules peuvent s'appliquer au premier terme, à la condition que l'on fasse i et i' nuls et que l'on remplace N par M.

On aura enfin, mais ici rigoureusement, le coefficient de $\delta_2 a$ en multipliant le coefficient de $\delta_2 \rho$ par le facteur

$$-\frac{2}{3}a\,\frac{i'n'+in\pm\omega'}{n}.$$

Remarquons encore que, lorsque h et k seront égaux et de signes contraires, les coefficients de $e\delta_2\varpi$ et $\delta_2 e$ seront égaux et de même signe; c'est ce qui a lieu pour les termes que nous avons seulement à considérer.

Moyen mouvement $\delta_2\rho$.

Argument.	Coefficient du sinus.
$-\ l''+3l'-l-\varpi$	$+0'',17$
$-\ l''+4l'-2l-2\varpi$	$-0,04$
$-\ l''+4l'-2l-\varpi'-\varpi$	$+0,09$
$-2l''+3l'-2l-\varpi'$	$+0,04$
$-2l''+3l'-l$	$+0,22$
$-2l''+3l'-l+\varpi'-\varpi$	$-0,08$
$-2l''+4l'-l-\varpi$	$+13,47\,\beta$ $-4,53\,\beta\beta'^2$ $-58,62\,\beta$
$-2l''+4l'-l-\varpi'$	$-1,87\,\beta'$ $+0,38\,\beta'^3$ $+9,78\,\beta'$
$-2l''+4l'-l+\varpi'-2\tau'$	$+0,39\,\beta'\chi^2$
$-2l''+4l'-l+\varpi'-2\varpi$	$+2,35\,\beta^2\beta'$
$-2l''+4l'-l+\varpi''-2\varpi$	$-0,86\,\beta^2\beta''$ $-0,08$
$-2l''+4l'-l+\varpi''-\varpi'-\varpi$	$+2,17\,\beta\beta'\beta''$
$-2l''+4l'-l-\varpi''+\varpi'-\varpi$	$-0,25\,\beta\beta'\beta''$
$-2l''+4l'-2l$	$+0,17$
$-2l''+5l'-l-2\varpi$	$+0,05$

Argument.	Coefficient du sinus.
$-2l''+5l'-l-2\varpi'$	$-0'',09$
$-2l''+5l'-2l-\varpi$	$-0,10$
$-2l''+5l'-2l-\varpi'$	$+0,10$
$-2l''+5l'-3l$	$+0,06$
$-2l''+6l'-2l-2\varpi$	$+0,04$
$-2l''+6l'-2l-\varpi'-\varpi$	$-0,08$
$-2l''+6l'-2l-2\varpi'$	$+0,04$
$-2l''+7l'-2l-3\varpi$	$-0,10$
$-2l''+7l'-2l-2\varpi'-\varpi$	$-0,24$
$-2l''+7l'-2l-\varpi'-2\varpi$	$+0,24$
$-2l''+7l'-2l-3\varpi'$	$+0,11$
$3l''+2l'-l-3\varpi'-\varpi$	$-0,07$
$3l''+2l'-l-\varpi''-\varpi'-2\varpi$	$-0,22$
$3l''+2l'-l-\varpi''-2\varpi'-\varpi$	$+0,70\,\beta\beta'^2\beta''$ $-0,12$
$3l''+2l'-l-2\varpi''-2\varpi$	$+0,07$
$-3l''+4l'-l$	$+0,08$
$-3l''+4l'-l-\varpi+\varpi''$	$+0,38$
$-3l''+4l'-l-\varpi+\varpi'$	$+0,09$
$-3l''+5l'-l-\varpi$	$-0,08$
$-3l''+5l'-l+\varpi''-2\varpi$	$-0,03$
$-3l''+5l'-l+\varpi''-\varpi'-\varpi$	$+0,05$
$-3l''+11l'-3l-5\varpi$	$+0,10$
$-3l''+11l'-3l-\varpi'-4\varpi$	$-0,52\,\beta^4\beta'$
$-3l''+11l'-3l-2\varpi'-3\varpi$	$+1,08\,\beta^3\beta'^2$
$-3l''+11l'-3l-3\varpi'-2\varpi$	$-1,12\,\beta^2\beta'^3$
$-3l''+11l'-3l-4\varpi'-\varpi$	$+0,57\,\beta\beta'^4$

Moyen mouvement $\delta_2\rho$ (suite).

Argument.	Coefficient du sinus.	Argument.	Coefficient du sinus.
$-3l''+11l'-3l-5\varpi'$	$-0'',12$	$-6l''+9l'-2l+\varpi''-\varpi-\varpi'$	$-0'',29$
$-4l''+5l'-l$	$+0,21$	$-6l''+9l'-2l+\varpi''-2\varpi'$	$-0,17$
$-4l''+5l'-l+\varpi''-\varpi$	$-1,32\,\beta\beta''$	$-6l''+9l'-2l+2\varpi''-\varpi'-2\varpi$	$+0,10$
	$-0,20$	$-6l''+9l'-2l+2\varpi''-2\varpi'-\varpi$	$-0,10$
$-4l''+5l'-l+\varpi'-\varpi$	$+0,72\,\beta\beta'$	$-7l''+6l'-l+\varpi''+\varpi'$	$-0,02$
$-4l''+5l'-l+\varpi''-\varpi'$	$+0,48$	$-7l''+6l'-l+\varpi''+2\varpi'-\varpi$	$-0,20$
$-4l''+5l'-l+2\varpi''-2\varpi$	$-0,12$	$-7l''+6l'-l+2\varpi''+\varpi'-\varpi$	$+0,40$
$-4l''+5l'-l+\varpi''+\varpi'-2\varpi$	$+0,13$	$-7l''+6l'-l+3\varpi''-\varpi'$	$+0,05$
$-4l''+5l'-l+2\varpi''-\varpi'-\varpi$	$+0,13$	$-7l''+6l'-l+3\varpi''-\varpi$	$-0,30$
$-4l''+8l'-2l-2\varpi$	$-0,14$	$-8l''+13l'-3l-2\varpi$	$+0,26$
$-4l''+8l'-2l-\varpi'-\varpi$	$+0,14$	$-8l''+13l'-3l-\varpi'-\varpi$	$-0,71$
$-5l''+5l'-l+\varpi''$	$-0,06$	$-8l''+13l'-3l-2\varpi'$	$-0,45$
$-6l''+9l'-2l-\varpi$	$-0,73\,\beta$	$-8l''+13l'-3l+\varpi''-3\varpi$	$-0,07$
	$+0,54\,\beta\beta'^2$	$-8l''+13l'-3l+\varpi''-3\varpi'$	$+0,08$
	$-0,36$	$-8l''+13l'-3l+\varpi''-\varpi'-2\varpi$	$+0,27$
$-6l''+9l'-2l-\varpi'$	$+0,73\,\beta'$	$-8l''+13l'-3l+\varpi''-2\varpi'-\varpi$	$-0,27$
	$-0,11$	$-11l''+11l'-2l+2\varpi'$	$-0,25$
$-6l''+9l'-2l+\varpi'-2\varpi$	$-0,09$	$-11l''+11l'-2l+\varpi''+\varpi'$	$-0,22$
$-6l''+9l'-2l+\varpi''-2\varpi$	$+0,05$	$-11l''+11l'-2l+2\varpi''$	$+0,19$

Longitude de l'époque $\delta_2\varepsilon$.

$-2l''+4l'-l-\varpi$	$+0'',48\,\beta$	$-2l''+4l'-l+\varpi'-2\varpi$	$+0'',11$
	$-0,17\,\beta\beta'^2$	$-2l''+4l'-l+\varpi''-2\varpi$	$-0,04$
	$-2,11\,\beta$	$-2l''+4l'-l+\varpi''-\varpi'-\varpi$	$+0,06$
$-2l''+4l'-l-\varpi'$	$-0,11\,\beta'$	$-4l''+5l'-l+\varpi'-\varpi$	$-0,07$
	$+0,02$	$-4l''+5l'-l+\varpi''-\varpi$	$+0,14$
	$+0,53\,\beta'$		
$2l''-l'-\varpi$	$-0,09$		
$2l''-l'-\varpi'$	$+0,15$		

Excentricité et longitude du périhélie.

Les mêmes coefficients multiplient dans le premier cas le cosinus, dans le second le sinus de l'argument.

$2l'' - l' - \varpi$	$+0'',13$	$-6l'' + 9l' - 2l + \varpi'' - 2\varpi$	$+0'',03$
$-2l'' + 4l' - l - \varpi$	$\left\{\begin{array}{l} -1,14 \\ +4,95 \end{array}\right.$	$-6l'' + 9l' - 2l + \varpi'' - \varpi' - \varpi$	$-0,03$
$-2l'' + 4l' - l - 2\varpi + \varpi'$	$-0,37$	$-7l'' + 6l' - l + 2\varpi'' + \varpi' - \varpi$	$-0,05$
$-2l'' + 4l' - l + \varpi'' - 2\varpi$	$+0,15$	$-7l'' + 6l' - l + 3\varpi'' - \varpi$	$+0,04$
$-2l'' + 4l' - l + \varpi'' - \varpi' - \varpi$	$-0,15$		
$-4l'' + 5l' - l + \varpi' - \varpi$	$+0,16$		
$-4l'' + 5l' - l + \varpi'' - \varpi$	$-0,33$		

Demi-grand axe.

Argument.	Coefficient du cosinus.	Argument.	Coefficient du cosinus.
$-2l'' + 4l' - l - \varpi$	$\left\{\begin{array}{l} -2'',23\ \beta \\ +0,46 \end{array}\right.$	$-2l'' + 4l' - l + \varpi' - 2\varpi$	$+0'',08$
		$-2l'' + 4l' - l + \varpi'' - \varpi$	$+0,14$
$-2l'' + 4l' - l - \varpi'$	$+0,29$		

Nota. — Dans les termes du second ordre qui dépendent de trois arguments, nous avons remplacé λ par l et λ' par l', ce qui est d'une approximation suffisante.

§ III. — *Influence de la grande inégalité dépendant de* $5l'' - 2l'$.

Les termes qui précèdent tirent, pour la plupart, leur importance de la petitesse du dénominateur $i'n' + in \pm w'$ introduit par l'intégration; chacun d'eux est le résultat d'un petit nombre de combinaisons. Il n'en est plus de même, en général, dans le cas où l'on fait varier les éléments en vertu d'une inégalité à longue période. Les termes du second ordre qui en résultent ont de l'importance, à cause de la grandeur des variations du premier ordre, et leur nombre peut être considérable, le dénominateur $i'n' + in \pm w'$ ne devant plus être nécessairement petit pour que le terme qui lui correspond soit sensible. Mais, dans cette circonstance, w' est presque toujours petit devant les coefficients $i'n' + in$, et cette particularité dispense, comme on va le voir, du calcul d'un grand nombre de ces termes, en même temps qu'elle réduit le calcul des plus importants au calcul d'un petit nombre de termes de correction. Ces considérations s'appliquent aux inégalités du second ordre de Vesta, produites par les variations des éléments de Jupiter qui dépendent de la grande inégalité.

Reprenons les équations (6), qui donnent les termes du second ordre provenant de la variation des éléments de Jupiter, et considérons en premier lieu le moyen mouvement. Nous pouvons, pour simplifier, négliger les variations du demi-grand axe, dont l'action n'est pas comparable à celle des autres termes dans le cas d'une inégalité à longue période.

Posons

$$G = -\frac{3im'\alpha}{2\mu} e^h e'^{h'} \eta^f \frac{h'}{e'} E'N, \qquad H = -\frac{3im'\alpha}{2\mu} e^h e'^{h'} \eta^f \left(\frac{h'}{e'} P' + i'L'\right).$$

$$\nu = \frac{n'}{i'n' + in},$$

ν étant une petite quantité dont nous pourrons négliger les puissances supérieures à la première.

Le terme du moyen mouvement peut, dès lors, s'écrire

$$\delta_2\rho = \frac{G+H}{(i'\nu+i)^2}\,\frac{1}{(1+\nu)^2}\sin(\mathcal{A}+D') + \frac{G-H}{(i'\nu+i)^2}\,\frac{1}{(1-\nu)^2}\sin(\mathcal{A}-D'),$$

d'où l'on tire, en ne conservant que la première puissance de ν,

$$\begin{aligned}\delta_2\rho = {} & \frac{G+H}{(i'\nu+i)^2}\sin(\mathcal{A}+D') + \frac{G-H}{(i'\nu+i)^2}\sin(\mathcal{A}-D') \\ & - 4\nu\frac{G}{(i'\nu+i)^2}\cos\mathcal{A}\sin D' - 4\nu\frac{H}{(i'\nu+i)^2}\sin\mathcal{A}\cos D'.\end{aligned}$$

Or on verrait facilement que la première ligne de cette expression n'est autre chose que l'accroissement que subit le terme du premier ordre

$$\delta_1\rho = -\frac{3im'\alpha}{\mu}\,\frac{N}{(i'\nu+i)^2}\,e^h e'^{h'}\eta^f \sin\mathcal{A},$$

lorsque les éléments de Jupiter, que l'on fait varier, y sont augmentés de leurs inégalités du premier ordre. Par suite, si, comme nous le supposons, ce terme a été calculé avec les éléments de Jupiter affectés de la grande inégalité, il suffira, pour le terme du second ordre considéré, d'avoir seulement égard à la seconde ligne, laquelle, ayant υ en facteur, fournira des termes de correction en général de peu d'importance.

Nous admettrons que l'on ait agi de même pour ce qui regarde les autres éléments; il suffira, dans ces conditions, de calculer pour chacun d'eux les expressions suivantes :

$$\delta_2\varepsilon = -2\upsilon\frac{G}{i'\nu+i}\cos\mathcal{A}\sin D' - 2\upsilon\frac{H}{i'\nu+i}\sin\mathcal{A}\cos D',$$

$$e\delta_2\varpi = -2\upsilon\frac{G}{i'\nu+i}\cos\mathcal{A}\sin D' - 2\upsilon\frac{H}{i'\nu+i}\sin\mathcal{A}\cos D',$$

$$\delta_2 e = +2\upsilon\frac{G}{i'\nu+i}\sin\mathcal{A}\sin D' - 2\upsilon\frac{H}{i'\nu+i}\cos\mathcal{A}\cos D',$$

dans lesquelles G et H ont des valeurs faciles à déduire des formules (6), différentes d'ailleurs avec les éléments.

Telles sont les formules que nous allons appliquer; elles ne sont qu'un cas particulier de celles données par Le Verrier dans le Tome XIII des *Annales*, Chapitre XXIV.

Posons

$$\begin{aligned} D_1 &= 5l'' - 2l' - 3\varpi' \\ D_2 &= 5l'' - 2l' - 2\varpi' - \varpi'' \\ D_3 &= 5l'' - 2l' - \varpi' - 2\varpi'' \\ D_4 &= 5l'' - 2l' \qquad - 3\varpi''. \end{aligned}$$

Nous avons obtenu les expressions suivantes :

Moyen mouvement.

$$\begin{aligned} &- 0'',03 \sin(3l' - l - 2\varpi)\cos D_1 \\ &+ 0,18 \sin(3l' - l - 2\varpi)\cos D_2 \\ &- 0,34 \sin(3l' - l - 2\varpi)\cos D_3 \\ &+ 0,22 \sin(3l' - l - 2\varpi)\cos D_4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ 0,06 \cos(3l' - l - \varpi' - \varpi)\sin D_1 \\ &- 0,25 \cos(3l' - l - \varpi' - \varpi)\sin D_2 \\ &+ 0,24 \cos(3l' - l - \varpi' - \varpi)\sin D_3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ 0'',04 \cos(3l' - l - 2\varpi')\sin D_2 \\ &- 0,04 \cos(3l' - l - 2\varpi')\sin D_3 \\ &- 0,02 \sin(3l' - l - 2\varpi')\cos D_3 \\ &+ 0,04 \sin(3l' - l - 2\varpi')\cos D_4 \\ &+ 0,03 \sin(3l' - l - 2\tau')\cos D_3 \\ &- 0,06 \sin(3l' - l - 2\tau')\cos D_4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &- 0,13 \sin(3l' - l - \varpi' - \varpi)\cos D_2 \\ &+ 0,49 \sin(3l' - l - \varpi' - \varpi)\cos D_3 \\ &- 0,46 \sin(3l' - l - \varpi' - \varpi)\cos D_4 \end{aligned}$$

Périhélie.

$$+0,04\cos(3l'-l-\varpi'-\varpi)\sin D_2$$
$$-0,04\cos(3l'-l-\varpi'-\varpi)\sin D_3$$

$$-0'',06\sin(3l'-l-2\varpi)\cos D_2$$
$$+0,11\sin(3l'-l-2\varpi)\cos D_3$$
$$-0,07\sin(3l'-l-2\varpi)\cos D_4$$

$$-0,08\sin(3l'-l-\varpi'-\varpi)\cos D_3$$
$$+0,07\sin(3l'-l-\varpi'-\varpi)\cos D_4$$

Excentricité.

$$+0,04\sin(3l'-l-\varpi'-\varpi)\sin D_2$$
$$-0,04\sin(3l'-l-\varpi'-\varpi)\sin D_3$$

$$-0,06\cos(3l'-l-2\varpi)\cos D_2$$
$$+0,11\cos(3l'-l-2\varpi)\cos D_3$$
$$-0,07\cos(3l'-l-2\varpi)\cos D_4$$

$$-0,08\cos(3l'-l-\varpi'-\varpi)\cos D_3$$
$$+0,07\cos(3l'-l-\varpi'-\varpi)\cos D_4$$

La longitude de l'époque n'a pas de terme analogue qui soit sensible.

Enfin la grande inégalité produit encore d'autres inégalités périodiques du second ordre, qui résultent de la variation des éléments de Jupiter dans les termes de la fonction perturbatrice qui ne contiennent pas le temps explicitement. En appliquant les formules (6), modifiées ainsi qu'il a été dit à l'occasion, nous avons obtenu les résultats suivants :

Argument.	$\delta_2\varepsilon$ Coeff. du sinus.	$\delta_2 e$ Coeff. du cosinus.	$e\,\delta_2\varpi$ Coeff. du sinus.
$5l''-2l'-3\varpi'$	$+0'',26$		
$5l''-2l'-2\varpi'-\varpi''$	$-1,28\,\beta'^2\beta''$		$+0'',06$
$5l''-2l'-\varpi'-2\varpi''$	$+1,92\,\beta'\beta''^2$		$-0,12$
$5l''-2l'-3\varpi''$	$-0,88\,\beta''^3$		$+0,08$
$5l''-2l'-\varpi-2\varpi'$	$-0,19$	$+0'',27$	$+0,27$
$5l''-2l'-\varpi-\varpi'-\varpi''$	$+0,72\,\beta\beta'\beta''$	$-1,05\,\beta'\beta''+0'',06$	$-1,05\,\beta'\beta''-0'',06$
$5l''-2l'-\varpi-2\varpi''$	$-0,70\,\beta\beta''^2$	$+1,02\,\beta'^2-0,05$	$+1,02\,\beta''^2-0,05$

SECTION VI.

GRANDE INÉGALITÉ DÉPENDANT DE $2l'' + 9l' - 3l$.

Parmi les termes du second ordre que l'on rencontre dans la théorie de Vesta, provenant des inégalités de Jupiter par Saturne, le plus important est celui qui contient l'argument

$$2l'' + 9l' - 3l;$$

le diviseur correspondant est $+63'',75$. C'est, comme on le voit, une faible fraction du moyen mouvement; de là l'existence d'un certain nombre de termes à longue période, sensibles dans la longitude moyenne.

Le calcul de ces termes se simplifie par cette considération que l'on ne doit avoir égard, dans la fonction perturbatrice de Vesta par Jupiter, qu'aux termes qui contiennent $-3l$, et, dans les inégalités périodiques de Jupiter, qu'à ceux qui dépendent de $2l''$.

Les termes les plus considérables sont le résultat de la combinaison des inégalités en $2l'' - l'$ de Jupiter, avec les termes du septième ordre de la fonction perturbatrice ayant pour argument $10l' - 3l$. Nous avons, en outre, déterminé ceux qui proviennent des termes en $2l'' - 2l'$ de Jupiter, et des termes du huitième ordre de la fonction perturbatrice de la forme $11l' - 3l$.

§ I. — *Action des termes en $2l'' - l'$.*

Nous avons donné les termes du septième ordre de la fonction perturbatrice dépendant de $10l' - 3l$ dans la Section II de ce travail; les termes périodiques du premier ordre de Jupiter dont nous avons besoin ont été tirés du Tome X des *Annales*, Section VI. Les formules à employer pour obtenir les termes du second ordre sont toujours les formules (6) de la Section qui précède, mais où l'on devra prendre seulement le signe $+$, lequel répond à la grande inégalité. Remarquons d'ailleurs que, pour chaque terme de la partie de la fonction perturbatrice que nous considérons, l'exposant h' de e' est égal et de signe contraire au coefficient k' de ϖ', et qu'en outre les coefficients E′ et P′ de $\delta_1 e'$ et $e'\delta_1\varpi'$ sont égaux et de même signe; que, par suite, les variations du demi-grand axe et de la longitude donneront seules des inégalités du second ordre, les termes provenant des variations de l'excentricité et du périhélie se détruisant deux à deux. Il n'en serait plus ainsi pour les termes d'ordre plus élevé de 2 unités.

Longitude moyenne.

Argument.	Coefficient du sinus.	Argument.	Coefficient du sinus.
$+2l''+9l'-3l-\varpi'-7\varpi$	$+1'',56$	$+2l''+9l'-3l-\varpi''-7\varpi$	-0.64
$+2l''+9l'-3l-2\varpi'-6\varpi$	$-11,73$	$+2l''+9l'-3l-\varpi''-\varpi'-6\varpi$	$+4.75$
$+2l''+9l'-3l-3\varpi'-5\varpi$	$+37,67$	$+2l''+9l'-3l-\varpi''-2\varpi'-5\varpi$	-15.25
$+2l''+9l'-3l-4\varpi'-4\varpi$	$-67,06$	$+2l''+9l'-3l-\varpi''-3\varpi'-4\varpi$	$+27,10$
$+2l''+9l'-3l-5\varpi'-3\varpi$	$+71,45$	$+2l''+9l'-3l-\varpi''-4\varpi'-3\varpi$	$-28,85$
$+2l''+9l'-3l-6\varpi'-2\varpi$	$-45,58$	$+2l''+9l'-3l-\varpi''-5\varpi'-2\varpi$	$+18.37$
$+2l''+9l'-3l-7\varpi'-\varpi$	$+15,55$	$+2l''+9l'-3l-\varpi''-6\varpi'-\varpi$	-6.49
$+2l''+9l'-3l-8\varpi'$	$-2,48$	$+2l''+9l'-3l-\varpi''-7\varpi'$	$+1.00$
$+2l''+9l'-3l-\varpi'-5\varpi-2\tau'$	$+2,12$	$+2l''+9l'-3l-\varpi''-5\varpi-2\tau'$	-0.86
$+2l''+9l'-3l-2\varpi'-4\varpi-2\tau'$	$-12,31$	$+2l''+9l'-3l-\varpi''-\varpi'-4\varpi-2\tau'$	$-5,00$
$+2l''+9l'-3l-3\varpi'-3\varpi-2\tau'$	$+28,73$	$+2l''+9l'-3l-\varpi''-2\varpi'-3\varpi-2\tau'$	$-11,65$
$+2l''+9l'-3l-4\varpi'-2\varpi-2\tau'$	$-33,74$	$+2l''+9l'-3l-\varpi''-3\varpi'-2\varpi-2\tau'$	$+13,66$
$+2l''+9l'-3l-5\varpi'-\varpi-2\tau'$	$+19,98$	$+2l''+9l'-3l-\varpi''-4\varpi'-\varpi-2\tau'$	$-8,08$
$+2l''+9l'-3l-6\varpi'-2\tau'$	$-4,79$	$+2l''+9l'-3l-\varpi''-5\varpi'-2\tau'$	$-1,93$
$+2l''+9l'-3l-\varpi'-3\varpi-4\tau'$	$+0,70$	$+2l''+9l'-3l-\varpi''-3\varpi-4\tau'$	$-0,29$
$+2l''+9l'-3l-2\varpi'-2\varpi-4\tau'$	$-2,67$	$+2l''+9l'-3l-\varpi''-\varpi'-2\varpi-4\tau'$	$-1,08$
$+2l''+9l'-3l-3\varpi'-\varpi-4\tau'$	$+3,42$	$+2l''+9l'-3l-\varpi''-2\varpi'-\varpi-4\tau'$	$-1,39$
$+2l''+9l'-3l-4\varpi'-4\tau'$	$-1,41$	$+2l''+9l'-3l-\varpi''-3\varpi'-4\tau'$	$+0,60$
$+2l''+9l'-3l-\varpi'-\varpi-6\tau'$	$+0,05$	$+2l''+9l'-3l-\varpi''-6\tau'$	$-0,02$
$+2l''+9l'-3l-2\varpi'-6\tau'$	$-0,07$	$+2l''+9l'-3l-\varpi''-\varpi'-6\tau'$	$-0,03$

Nota. — Pour que l'expression précédente conserve toute sa généralité, il faut que chacun des termes qui la composent soit multiplié par un facteur de la forme

$$\beta^{n}\beta'^{n'}\beta''^{n''}\varkappa^{p},$$

β, β', β'' et $\varkappa$ ayant la signification que l'on sait, n, n', n'' et p étant respectivement égaux aux coefficients de ϖ, ϖ', ϖ'', τ' pris positivement.

§ II ([1]). — *Action des termes en* $2l'' - 2l'$.

La difficulté d'obtenir une expression analytique des termes de la fonction perturbatrice qui sont du huitième ordre, par rapport aux excentricités et aux inclinaisons, étant très-grande, nous avons dû procéder par interpolation pour obtenir cette seconde partie de la grande inégalité, d'ailleurs bien moins importante que la première. Nous avons eu recours, à cet effet, à la méthode de Cauchy, telle qu'elle est exposée dans le Mémoire de M. Puiseux ([2]).

Soient T et T' les anomalies moyennes de Vesta et de Jupiter. Si nous supposons que la première partie de la fonction perturbatrice $\frac{1}{r}$, la seule que nous ayons à considérer ici, soit développée suivant les puissances de $e^{T\sqrt{-1}}$ et $e^{T'\sqrt{-1}}$, la méthode de Cauchy permet d'obtenir dans ce développement le coefficient de

$$e^{\pm(n'T'-nT)\sqrt{-1}};$$

$\mathfrak{M}e^{\pm\Omega\sqrt{-1}}$ désignant ce coefficient, le terme de la fonction perturbatrice qui correspond à l'argument $n'T' - nT$ sera le suivant :

$$R_1 = 2\mathfrak{M}\cos(n'T' - nT + \Omega).$$

Donnons d'abord, d'après le Mémoire de M. Puiseux, les formules qui permettent de calculer $\mathfrak{M}$ et Ω.

Appelons ψ et ψ' les anomalies excentriques de Vesta et Jupiter, a et a', ε et ε' leurs demi-grands axes et leurs excentricités, τ et τ' les distances angulaires des deux périhélies à l'intersection des plans des orbites, I l'inclinaison mutuelle de ces plans. Comme on le voit, $a' > a$ et les lettres accentuées sont relatives à la planète la plus éloignée du Soleil. Nous aurons

$$\frac{1}{2}(M+N) = \cos^2\frac{1}{2}\cos(\tau-\tau'),\quad \frac{1}{2}(M-N) = \sin^2\frac{1}{2}\cos(\tau+\tau'),$$
$$\frac{1}{2}(P+Q) = -\sin^2\frac{1}{2}\sin(\tau+\tau'),\quad \frac{1}{2}(P-Q) = -\cos^2\frac{1}{2}\sin(\tau-\tau'),$$

---

[1] Les notations adoptées dans ce paragraphe sont celles du Mémoire de M. Puiseux.

[2] *Voir* les préliminaires du présent travail.

$$i = \frac{1}{2}a^2\varepsilon'^2,\quad i' = \frac{1}{2}a'^2\varepsilon'^2,\quad f = -2\mathrm{M}aa',\quad g = -2\mathrm{N}aa'\sqrt{1-\varepsilon^2}\sqrt{1-\varepsilon'^2},$$

$$h = -2\mathrm{P}aa'\sqrt{1-\varepsilon^2},\quad h' = -2\mathrm{Q}aa'\sqrt{1-\varepsilon'^2},\quad b = a^2 + a'^2 + i + i' + f\varepsilon\varepsilon',$$

$$c = -2a^2\varepsilon - f\varepsilon',\quad c' = -2a'^2\varepsilon' - f\varepsilon,\quad d = -h\varepsilon',\quad d' = -h'\varepsilon;$$

ensuite

$$a\varepsilon - a'\varepsilon'\cos(\tau - \tau') = \mathrm{A}\cos\alpha,\quad a'\varepsilon'\sin(\tau - \tau') = \mathrm{A}\sin\alpha,$$

$$\mathrm{a}'_1 = \frac{a}{a'}\left(1 + \frac{\mathrm{A}}{a}\right),\quad \mathrm{b}'_1 = \frac{i'}{2aa'\left(1 + \frac{\mathrm{A}}{a}\right)},\quad \Theta = \mathrm{a}'^{n}_1\sqrt{\frac{2\mathrm{a}'_1\mathrm{b}'_1}{\pi n' i'(1 - \mathrm{a}'^2_1)}}\left(1 + \frac{n'\varepsilon'}{2\mathrm{a}'_1}\right);$$

d'où

$$p > \log\frac{\Theta(1+\varepsilon)}{\mathfrak{M}\,\delta}.$$

Cette dernière formule, dans laquelle $\mathfrak{M}$ est le module des logarithmes vulgaires, indiquera par la limite inférieure de p les Tables de logarithmes dont on devra se servir pour que $\mathfrak{M}$ soit calculé avec une erreur moindre que δ.

Nous aurons ensuite, pour savoir en combien de parties il faut diviser la circonférence,

$$a'\varepsilon' - a\varepsilon\cos(\tau - \tau') = \mathrm{A}\cos\alpha',\quad -a\varepsilon\sin(\tau - \tau') = \mathrm{A}\sin\alpha',$$

$$\mathrm{a}_1 = \frac{a}{a'}\left(1 + \frac{\mathrm{A}}{a'}\right),\quad \mathrm{b}_1 = \frac{i}{2aa'\left(1 - \frac{\mathrm{A}}{a'}\right)},\quad \varphi_1 = \alpha' - \tau + \tau',$$

$$\mathrm{A} = \sqrt{\frac{2\mathrm{a}_1\mathrm{b}_1}{i\pi(1 - \mathrm{a}_1^2)}}\,e^{-\left(\frac{n+1}{2}\mathrm{a}_1^{-1} - \frac{n-1}{2}\mathrm{a}_1\right)\varepsilon\cos\varphi},$$

$$u\log\frac{1}{\mathrm{a}_1} + \frac{1}{2}\log u = \log\frac{\mathrm{A}}{\delta};$$

et cette dernière équation donnera un nombre u qui sera tel, qu'il suffira de prendre, pour le nombre k de divisions de la circonférence, un entier qui soit supérieur à $n + u$.

Cela fait, pour les k valeurs

$$0,\quad \frac{2\pi}{k},\quad 2\frac{2\pi}{k},\quad \ldots,\quad (k-1)\frac{2\pi}{k}$$

de ψ, on calculera les expressions suivantes :

$$
\begin{aligned}
T &= \psi - \varepsilon \sin\psi, \\
H &= b + c\cos\psi + d\sin\psi + i\cos 2\psi, \\
K\cos\omega &= f\cos\psi + h\sin\psi + c', \\
K\sin\omega &= g\sin\psi + h'\cos\psi + d',
\end{aligned}
$$

$$
\mathfrak{P} = \frac{H^2}{3i'^2} - \frac{K^2}{4i'^2} + 1, \qquad \mathfrak{Q} = \frac{H}{3i'}\left(\frac{2H^2}{9i'^2} - \frac{K^2}{4i'^2}\right) + \frac{K^2\cos 2\omega}{4i'^2} - \frac{2H}{3i'},
$$

$$
\mathfrak{R} = 2\left(\frac{\mathfrak{P}}{3}\right)^{\frac{1}{2}}, \qquad \cos\nu = \frac{3\mathfrak{Q}}{\mathfrak{P}\mathfrak{R}}.
$$

Nous en déduirons

$$
\frac{H}{3i'} + \mathfrak{R}\cos\frac{\nu}{3}, \quad \frac{H}{3i'} + \mathfrak{R}\cos\frac{2\pi + \nu}{3}, \quad \frac{H}{3i'} + \mathfrak{R}\cos\frac{2\pi - \nu}{3}.
$$

Deux de ces trois derniers nombres surpasseront l'unité. Soient y_2 le plus grand, y_3 le plus petit. Nous calculerons a′ et b′ par les formules

$$
a'b' = \frac{1}{2y_2} + \frac{1}{8y_2^3} + \frac{1}{16y_2^5} + \ldots, \qquad \frac{b'}{a'} = \frac{1}{2y_3} + \frac{1}{8y_3^3} + \frac{1}{16y_3^5} + \ldots;
$$

puis φ' au moyen des deux suivantes :

$$
\cos\varphi' = -\frac{K}{i'}\,\frac{\cos\omega}{a' + \frac{1}{a'} + b' + \frac{1}{b'}}, \qquad \sin\varphi' = -\frac{K}{i'}\,\frac{\sin\omega}{b' + \frac{1}{b'} - a' - \frac{1}{a'}}.
$$

Puis, employant la méthode abrégée, ce qui est ici bien suffisant, nous calculerons v et V par les relations

$$
v = \frac{648\,000}{\pi}\left(\frac{2n'-1}{4}a'^{-1} - \frac{2n'+1}{4}a'\right)\varepsilon'\sin\varphi' - n\varphi',
$$

$$
V = \frac{1.3\ldots(2n'-1)}{2.4\ldots 2n'}\sqrt{\frac{2a'b'}{i'}}\,\frac{a'^{n'}}{\sqrt{1-a'^2}}\,e^{\left(\frac{2n'-1}{4}a'^{-1} - \frac{2n'+1}{4}a'\right)\varepsilon'\cos\varphi' - \frac{1}{4n'}\frac{a'^2}{1-a'^2}}(1 - \varepsilon\cos\psi),
$$

le premier de ces nombres exprimé en secondes d'arc. Enfin nous aurons

$\mathfrak{M}$ et Ω par les équations

$$\mathfrak{M}\cos\Omega = \frac{1}{k} S_k V \cos(v + nT),$$

$$\mathfrak{M}\sin\Omega = \frac{1}{k} S_k V \sin(v + nT),$$

S_k désignant une somme s'étendant aux k valeurs de ψ.

Telles sont les formules qui donnent $\mathfrak{M}$ et Ω; elles suffisent pour le calcul d'une inégalité du premier ordre. Pour le calcul du terme du second ordre que nous avons en vue, il nous faudra avoir, en outre, une valeur approchée des quantités

$$\frac{d\mathfrak{M}}{da'} \quad \text{et} \quad \frac{d\Omega}{da'},$$

que nous déterminerons en négligeant les termes qui sont de l'ordre de grandeur de ε, ε' et I^2. Dans cette hypothèse, nous voyons, en nous reportant à la Section I du Mémoire de M. Puiseux, que l'on a

$$\mathrm{a}' = \frac{a}{a'}, \quad \varphi' = \psi + \tau - \tau',$$

d'où l'on tire

$$\frac{d\mathrm{a}'}{da'} = -\frac{\mathrm{a}'}{a'} \quad \text{et} \quad \frac{d\varphi'}{da'} = 0;$$

d'autre part,

$$\mathrm{b}' = \frac{i'}{\mathrm{K}} = \frac{a'\varepsilon'^2}{4a} \quad \text{et} \quad \mathrm{a}'\mathrm{b}' = \frac{\varepsilon'^2}{4}.$$

d'où, par conséquent,

$$\frac{d(\mathrm{a}'\mathrm{b}')}{da'} = 0.$$

Reprenons actuellement la valeur de V et prenons-en la dérivée par rapport à a', en ne tenant pas compte des quantités qui sont de l'ordre des excentricités, et en négligeant, pour cette raison, le terme qui a en facteur $\frac{1}{(n')}$, n' étant un grand nombre; il viendra

$$\frac{dV}{da'} = -\frac{V}{a'} n' \left(1 + \frac{1}{n'} \frac{1}{1 - \mathrm{a}'^2}\right),$$

et ensuite, après développement du second membre, par rapport à a'^2 et au même degré d'approximation,

$$\frac{dV}{da'} = -\frac{n'+1}{a'}V.$$

Passons à la dérivée de V; le terme de degré le plus élevé qu'elle contient a pour expression

$$\frac{2n'-1}{4a}\varepsilon'\sin\varphi'.$$

Ce terme rentre comme facteur de V dans les dérivées, par rapport à a', de $\mathfrak{M}\cos\Omega$ et $\mathfrak{M}\sin\Omega$; mais il est négligeable devant $\frac{n'+1}{a'}$. On peut donc poser, dans les limites admises,

$$\frac{d\mathrm{v}}{da'} = 0.$$

D'après ce qui précède, on aura

$$\frac{d(\mathfrak{M}\cos\Omega)}{da'} = \frac{1}{k}\mathrm{S}_k\frac{dV}{da'}\cos(\mathrm{v}+n\mathrm{T}) = -\frac{n'+1}{a'}\frac{1}{k}\mathrm{S}_k V\cos(\mathrm{v}+n\mathrm{T}) = -\frac{n'+1}{a'}\mathfrak{M}\cos\Omega,$$

$$\frac{d(\mathfrak{M}\sin\Omega)}{da'} = \frac{1}{k}\mathrm{S}_k\frac{dV}{da'}\sin(\mathrm{v}+n\mathrm{T}) = -\frac{n'+1}{a'}\frac{1}{k}\mathrm{S}_k V\sin(\mathrm{v}+n\mathrm{T}) = -\frac{n'+1}{a'}\mathfrak{M}\sin\Omega;$$

d'où l'on tire, par addition, les premiers membres de ces deux équations ayant été développés au préalable, et après multiplication, soit par $\cos\Omega$ et $\sin\Omega$, soit par $-\sin\Omega$ et $\cos\Omega$,

$$(7)\qquad \frac{d\mathfrak{M}}{da'} = -\frac{n'+1}{a'}\mathfrak{M}, \qquad \frac{d\Omega}{da'} = 0.$$

On aurait pu obtenir ce résultat d'une autre manière, en considérant que $\mathfrak{M}$ et Ω sont homogènes et respectivement de degré -1 et 0, par rapport aux demi-grands axes a et a', de sorte que l'on a

$$a\frac{d\mathfrak{M}}{da} + a'\frac{d\mathfrak{M}}{da'} = -\mathfrak{M}, \qquad a\frac{d\Omega}{da} + a'\frac{d\Omega}{da'} = 0;$$

mais, d'après la Section III du Mémoire déjà cité, dans le cas de $a' > a$, et en s'en tenant au degré d'approximation convenu,

$$\frac{d\mathfrak{M}}{da} = \frac{n'}{a}\mathfrak{M}, \quad \frac{d\Omega}{da} = 0;$$

de là, par conséquent, les valeurs déjà trouvées pour $\frac{d\mathfrak{M}}{da'}$ et $\frac{d\Omega}{da'}$.

Ces formules établies, considérons l'équation différentielle du moyen mouvement

$$\frac{d^2\rho}{dt^2} = -3m'a\mu^2\frac{dR_1}{dT},$$

la lettre μ désignant ici le moyen mouvement, et en faisant d'ailleurs $m = 0$: il viendra, en remplaçant R_1 par sa valeur,

$$R_1 = 2\mathfrak{M}\cos(n'T' - nT + \Omega),$$

$$\frac{d^2\rho}{dt^2} = -6nm'a\mu^2\mathfrak{M}\sin(n'T' - nT + \Omega).$$

Faisons varier, dans cette expression, le demi-grand axe et la longitude moyenne de Jupiter en vertu de leurs inégalités du premier ordre

$$\mathrm{A}'\cos\mathrm{D}', \quad \mathrm{L}'\sin\mathrm{D}';$$

il n'y aura pas lieu de faire varier l'excentricité et le périhélie, les termes qui ont cette origine dans l'inégalité que nous avons à considérer étant négligeables devant les autres. Il viendra pour les termes du second ordre, en ayant égard aux relations (7) que nous venons d'établir,

$$\frac{d^2\rho}{dt^2} = -3nm'a\mu^2\left(-\frac{n'+1}{a'}\mathrm{A}'\mathfrak{M} \pm n'\mathrm{L}'\mathfrak{M}\right)\sin(n'T' - nT + \Omega \pm \mathrm{D}'),$$

et ensuite, après intégration,

$$\delta_2\rho = +3nm'a\frac{\mu^2}{(n'\mu' - n\mu \pm \varpi')^2}\left(-\frac{n'+1}{a'}\mathrm{A}'\mathfrak{M} \pm n'\mathrm{L}'\mathfrak{M}\right)\sin(n'T' - nT + \Omega \pm \mathrm{D}')$$

ϖ' étant le coefficient du temps dans D'.

L'inégalité que nous cherchons étant donnée par le signe +, posons

$$\Upsilon = 3nm'a\frac{\mu^2}{(n'\mu' - n\mu + \varpi')^2}\left(-\frac{n'+1}{a'}\mathrm{A}' - n'\mathrm{L}'\right):$$

nous aurons enfin, pour la valeur de cette inégalité,

$$\delta_2 \rho = \Upsilon \mathfrak{M} \sin(n'T' - nT + \Omega + D').$$

Il ne nous reste plus maintenant qu'à donner le résultat des calculs, en observant que l'on a, d'après la Section VI du tome X des *Annales*,

$$A' = +143'',71, \quad L' = +66'',99, \quad D' = 2l'' - 2l',$$

l' et l'' étant toujours les longitudes de Jupiter et de Saturne, et en faisant ensuite

$$n' = 11, \quad n = 3.$$

Nous avons d'abord trouvé

$\log \Upsilon = 8,4107\,6$	$I = 5^\circ 49' 44'',56$	$\tau = 146^\circ 1' 50'',25$	$\tau' = 267^\circ 33' 0'',18$
$\log i = \overline{2},342\,8648$	$\log i' = \overline{2},498\,4718$	$\log f = +1,106\,4087$	$\log g = +1,106\,7377$
$\log h = -1,317\,2537$	$\log h' = +1,320\,5944$	$b = 32,754\,94$	$\log c = -0,206\,2239$
$\log d = +0,000\,7677$	$\log c' = -0,573\,7569$	$\log d' = -0,269\,3208;$	

et ensuite

$$\log \Theta = \overline{5},741.$$

Posons $\Upsilon \varepsilon = \sigma$, σ étant l'erreur commise sur le coefficient de l'inégalité. Si dans l'équation

$$p = \log \frac{\Upsilon \Theta (1 + \varepsilon)}{\mathfrak{M}} - \log \sigma$$

on fait $p = 7$, il viendra

$$\log \sigma = \overline{3},551, \quad \sigma = 0,004,$$

ce qui montre que l'emploi des Tables à 7 décimales sera plus que suffisant.

D'autre part, si dans l'équation

$$(k-3) \log \frac{1}{a'} + \frac{1}{2} \log(k-3) = \log \frac{A}{\varepsilon} = \log \Upsilon A - \log \sigma$$

on fait $k = 30$, on aura

$$\log \sigma = \overline{1},173, \quad \sigma = 0'',149;$$

d'où il suit qu'en divisant la circonférence en 30 parties égales l'erreur sur le coefficient sera inférieure à $0'',2$, ce qui suffit ici.

Nous donnons, à la fin de ce travail, les valeurs de $\log a'$, $\log b'$ et φ', ainsi que celles de $V\cos(v+3T)$ et $V\sin(v+3T)$, multipliées par 10^5 pour simplifier l'écriture. Nous en avons déduit, pour $\log \mathfrak{M}$ et Ω, les valeurs suivantes :

$$\log \mathfrak{M} = 8,39370, \quad \Omega = 28^\circ 26' 14''.$$

et enfin, pour l'inégalité cherchée, en remplaçant T' et T par leurs expressions en fonction de la longitude moyenne :

$$\delta_2 \rho = +6'',37 \sin(2l''' + 9l'' - 3l - 11\varpi' + 3\varpi + 28^\circ 26' 14'').$$

Ce n'est là, d'ailleurs, qu'une valeur approchée, le coefficient obtenu pouvant être en erreur d'environ $\pm 0'',5$.

Ajoutons que le plus léger changement apporté à la valeur actuelle du moyen mouvement aura pour effet de modifier d'une manière notable tous les coefficients de la grande inégalité.

Grande inégalité, Section I, § II.

ψ	$\log a'$	$\log b'$	φ'	$10^5 V\cos(v+3T)$	$10^5 V\sin(v+3T)$
0	$\bar{1}$,592 0658	$\bar{3}$,173 1261	244°.50′.59″,95	− 0,069 539	+ 0,044 447
12	$\bar{1}$,605 4248	$\bar{3}$,159 9330	258.19. 7,04	+ 0,114 703	+ 0,065 649
24	$\bar{1}$,620 1085	$\bar{3}$,145 3481	271.18.59,91	+ 0,037 405	− 0,214 805
36	$\bar{1}$,635 2113	$\bar{3}$,130 2549	283.51.46,03	− 0,359 207	+ 0,017 390
48	$\bar{1}$,650 0460	$\bar{3}$,115 3315	295.59.40,68	+ 0,089 608	+ 0,573 630
60	$\bar{1}$,664 1168	$\bar{3}$,101 0819	307.45.25,10	+ 0,892 964	− 0,144 989
72	$\bar{1}$,677 0646	$\bar{3}$,087 8855	319.11.48,16	− 0,107 643	− 1,343 815
84	$\bar{1}$,688 6626	$\bar{3}$,076 0098	330.21.23,77	− 1,906 070	− 0,144 825
96	$\bar{1}$,698 7365	$\bar{3}$,065 6724	341.16.39,37	− 0,746 441	+ 2,459 474
108	$\bar{1}$,707 1586	$\bar{3}$,057 0470	351.59.51,79	+ 2,760 621	+ 1,752 271
120	$\bar{1}$,713 8095	$\bar{3}$,050 2876	2.33.11,97	+ 3,021 777	− 2,508 588
132	$\bar{1}$,718 5776	$\bar{3}$,045 5263	12.58.50,10	− 1,522 720	− 4,175 185
144	$\bar{1}$,721 3375	$\bar{3}$,042 8899	23.19. 0,34	− 4,724 616	− 0,062 913
156	$\bar{1}$,721 9576	$\bar{3}$,042 4886	33.36. 5,33	− 1,765 929	+ 4,360 885
168	$\bar{1}$,720 3077	$\bar{3}$,044 4141	43.52.40,24	+ 3,192 024	+ 2,988 114
180	$\bar{1}$,716 2707	$\bar{3}$,048 7349	54.11.36,24	+ 3,373 701	− 1,703 936
192	$\bar{1}$,709 7676	$\bar{3}$,055 4813	64.36. 3,66	− 0,377 035	− 3,007 426
204	$\bar{1}$,700 7788	$\bar{3}$,064 6337	75. 9.34,56	− 2,234 927	− 0,279 010

ψ	$\log a'$	$\log b'$	φ'	$10^5 V \cos(v+3T)$	$10^5 V \sin(v+3T)$
216	$\bar{1}$,689 3737	$\bar{3}$,076 1003	85°.56′. 3″,97	− 0,506 982	+ 1,467 659
228	$\bar{1}$,675 7416	$\bar{3}$,089 6896	96.59.45,69	+ 0,894 881	+ 0,441 669
240	$\bar{1}$,660 2226	$\bar{3}$,105 0774	108.25.15,12	+ 0,279 740	− 0,534 926
252	$\bar{1}$,643 3530	$\bar{3}$,121 7580	120.17. 6,73	− 0,324 062	− 0,130 404
264	$\bar{1}$,625 9039	$\bar{3}$,138 9978	132.39.31,20	− 0,028 082	+ 0,196 216
276	$\bar{1}$,608 9100	$\bar{3}$,155 8013	145.35.26,13	+ 0,110 575	− 0,028 537
288	$\bar{1}$,593 6452	$\bar{3}$,170 9273	159. 5.23,70	− 0,050 262	− 0,048 482
300	$\bar{1}$,581 5024	$\bar{3}$,183 0054	173. 6.11,28	− 0,003 647	+ 0,047 497
312	$\bar{1}$,573 7394	$\bar{3}$,190 7889	187.29.58,54	+ 0,028 624	− 0,024 863
324	$\bar{1}$,571 1430	$\bar{3}$,193 4850	202. 4.54,76	− 0,036 161	− 0,000 760
336	$\bar{1}$,573 8069	$\bar{3}$,190 9849	216.37.30,20	+ 0,029 403	+ 0,029 077
348	$\bar{1}$,581 1309	$\bar{3}$,183 8603	230.55.40,35	+ 0,002 604	− 0,055 142

Vu et approuvé :

Paris, le 26 octobre 1878.

Le Doyen de la Faculté des Sciences,

MILNE EDWARDS.

Permis d'imprimer :

Le 27 octobre 1878.

Le Recteur de l'Académie de Paris,

A. MOURIER.

SECONDE THÈSE.

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Application de la méthode de la variation des constantes arbitraires aux problèmes de Mécanique dans lesquels intervient une force perturbatrice.

Vu et approuvé :

Paris, le 26 octobre 1878.

LE DOYEN DE LA FACULTÉ DES SCIENCES.

MILNE EDWARDS.

Permis d'imprimer :

Le 27 octobre 1878.

LE VICE-RECTEUR DE L'ACADÉMIE DE PARIS,

A. MOURIER.

4903 Paris. — Imprimerie de GAUTHIER-VILLARS, quai des Augustins, 55.