ACADÉMIE DE PARIS.

FACULTÉ DES SCIENCES.

PROGRAMME

D'UNE

THÈSE

SUR LA DISTRIBUTION DE L'ÉLECTRICITÉ

A LA SURFACE DES CORPS,

PRÉSENTÉE

PAR J. BERTRAND.

PARIS,

IMPRIMERIE DE BACHELIER,

RUE DU JARDINET, N° 12, DERRIÈRE L'ÉCOLE DE MÉDECINE.

1839

PROGRAMME

D'UNE

THÈSE

SUR LA DISTRIBUTION DE L'ÉLECTRICITÉ A LA SURFACE DES CORPS.

Distribution de l'électricité à la surface des corps.

En admettant l'hypothèse de deux fluides dont chacun repousse ses propres molécules et attire celles de l'autre, suivant la loi découverte expérimentalement par Coulomb, le problème suivant est susceptible d'une solution analytique complète.

Des corps de formes quelconques sur lesquels on a préalablement introduit des quantités données d'électricité sont mis en présence. Quelle sera la loi de distribution du fluide?

Quoique la solution générale présente des difficultés insurmontables et qu'on ne soit parvenu à traiter ce problème que dans quelques cas particuliers, les résultats du calcul ont trouvé néanmoins des vérifications expérimentales assez nombreuses pour qu'on ne puisse plus conserver de doutes sur la vérité de l'hypothèse qui lui sert de base; en sorte que l'on peut accorder toute confiance aux indications de la théorie lors même qu'elles n'auraient pas encore été vérifiées par l'expérience.

J'essaierai dans ce programme de présenter une analyse succincte des principaux résultats auxquels ont été conduits les géomètres qui se sont occupés de cette théorie.

On voit facilement que pour qu'une certaine quantité d'électricité libre soit en équilibre, à la surface, ou même dans l'intérieur de plusieurs corps conducteurs en présence, il est nécessaire que la résultante des actions de toutes les molécules libres, sur un point quelconque de l'intérieur de l'un de ces corps, soit égale à zéro, et par conséquent, que la fonction qui représente la somme des masses des molécules divisées par leurs distances à un point quelconque, conserve constamment la même valeur, lorsque ce point est situé dans l'intérieur d'un même corps électrisé.

Il résulte de cette condition que l'électricité libre doit se porter à la surface des corps, car sans cela la fonction V satisferait pour les points électrisés de l'intérieur, à l'équation

$$\frac{d^2V}{dx^2}+\frac{d^2V}{dy^2}+\frac{d^2V}{dz^2}=-4\pi\rho,$$

et ne pourrait par conséquent pas être constante. L'électricité ne peut donc s'accumuler qu'aux points sur lesquels l'atmosphère peut agir.

Ce théorème, que l'on prend ordinairement comme résultat de l'expérience, ramène à deux le nombre des variables indépendantes qui doivent entrer dans l'expression de la densité électrique. Lorsque l'on aura cette densité, les formules de l'attraction des sphéroïdes donneront l'action sur un point extérieur.

Dans le cas particulier où le point attiré se trouve à la surface de l'un des corps électrisés, l'action est, d'après un théorème démontré synthétiquement par Laplace, normale à la surface de la couche et proportionnelle à son épaisseur en ce point. M. Poisson a rendu ce théorème plus général, en considérant une couche quelconque non assujétie à n'exercer aucune action sur les points de son intérieur; il démontre alors, que c'est la différence entre les composantes normales sur un point de la surface interne et de la surface externe qui est proportionnelle à l'épaisseur.

On prouve facilement, par un raisonnement semblable à celui qu'emploient ces géomètres, que lorsque plusieurs corps électrisés sont en ce contact, il n'y a jamais d'électricité aux points où ils se touchent. Ce théorème avait été démontré par M. Poisson, dans le cas de deux sphères ; je crois que l'on n'avait pas encore remarqué sa généralité.

M. Poisson donne, dans son premier Mémoire, la marche à suivre, pour développer en série dans chaque cas particulier, l'épaisseur électrique et la fonction V dont les dérivées déterminent l'action sur les points extérieurs. Il a appliqué cette méthode au cas d'un sphéroïde peu différent d'une sphère.

Les autres cas qui ont été résolus sont : celui d'une sphère, d'un ellipsoïde et de deux sphères en présence.

Sphère. — L'électricité peut évidemment rester en équilibre à la surface d'une sphère lorsqu'elle y forme une couche homogène. Et comme dans ce cas on peut démontrer qu'il n'y a qu'un état possible, c'est celui-là qui doit avoir lieu. La vérification expérimentale de cette solution peut servir à démontrer, *à posteriori*, la loi de Coulomb ; car on sait que cette loi est la seule qui permette à une couche homogène de n'exercer aucune action sur les points de son intérieur. Il y a plus, si l'on suppose toute autre loi, l'électricité ne pourra plus former de couche infiniment mince à la surface de la sphère. En effet, supposons qu'un certain état où l'épaisseur serait représentée en chaque point par une fonction $\varphi(\theta, \psi)$, des coordonnées angulaires par rapport à des axes passant par le centre, puisse assurer l'équilibre, il est évident qu'en prenant pour épaisseur la même fonction, des coordonnées angulaires par rapport à d'autres axes quelconques passant également par le centre, on formera d'autres états d'équilibre, car cela revient à donner un mouvement commun à tous les points du système. Le nombre de ces états est infini, et en prenant pour chaque point la moyenne des épaisseurs qu'il a dans chacun d'eux, on en formera un qui sera homogène ; et comme ce dernier ne peut exister, le premier était également impossible. Il serait facile de rendre cette démonstration parfaitement rigoureuse. M. Liouville a prouvé analytiquement le même théorème dans son cours au Collége de France.

Ellipsoïde.—D'après un théorème connu, une couche comprise entre deux ellipsoïdes homothétiques satisfait à la condition d'équilibre. En admettant que cette solution soit la seule possible, on trouvera l'action sur un point extérieur au moyen de l'élégant théorème de M. Chasles.

Cas de deux sphères en présence. — La solution de cette question est différente, selon que les deux sphères sont ou non en contact. Le premier cas ne peut pas, comme on pourrait d'abord le penser, se déduire du second en supposant nulle la distance des deux sphères, car il présente la condition particulière de permettre à l'électricité un libre passage d'un corps à l'autre. Il faudrait pour que cette condition n'influât pas, introduire primitivement sur les sphères les quantités d'électricité qu'elles doivent garder. M. Poisson a en effet retrouvé de cette manière les formules qu'il avait d'abord obtenues directement.

On doit se proposer de calculer l'épaisseur en un point quelconque, et l'action sur un point extérieur. M. Poisson a montré comment ces fonctions peuvent s'obtenir dans les deux cas, au moyen d'une même troisième dont il ramène la connaissance au cas où l'on attribue une valeur particulière à l'une des variables. Elle se détermine alors sous forme d'une intégrale définie dans le premier cas, et d'une série convergente dans le second. (Cette série peut du reste se ramener aux quadratures.)

Les principaux résultats de cette analyse sont exposés dans tous les traités de physique.

1°. Quand deux sphères électrisées se touchent, l'épaisseur électrique est toujours nulle au point de contact ;

2°. A partir du point de contact, l'épaisseur croît lentement (sa première dérivée est nulle); lorsqu'elle devient sensible elle est plus grande sur la sphère du plus grand rayon, mais ensuite elle croît plus rapidement sur la petite, en sorte qu'elle y est toujours plus grande à une demi-circonférence de distance du point de contact;

3°. L'épaisseur moyenne est toujours plus grande sur la petite sphère : le rapport de ces épaisseurs tend vers une limite égale à $\frac{\pi^2}{6}$;

4°. Lorsqu'on écarte les deux sphères de manière à ce qu'elles restent soumises à leur influence mutuelle, leur électricité étant d'abord positive par exemple, la petite sphère prend l'électricité négative au point le plus voisin de la grande et à une certaine distance autour de ce point; elle continue à être électrisée négativement dans cette partie, à mesure qu'on l'éloigne, mais de moins en moins; à une certaine distance, l'électricité négative disparaît, et au-delà les deux sphères sont électrisées positivement sur toute leur surface.

Tous ces résultats sont pleinement confirmés par l'expérience.

M. Vernier a montré comment la méthode de M. Poisson s'applique avec quelques modifications au cas de trois sphères qui se touchent; mais les formules auxquelles on est conduit sont si compliquées qu'il serait difficile d'en déduire une discussion complète de la question.

Vu et approuvé par le doyen de la Faculté des Sciences,

16 mars 1839,

Baron THENARD

Permis d'imprimer,

l'Inspecteur général des études, chargé de l'administration de l'Académie de Paris,

ROUSSELLE.