TRAITÉ

DE

GEOMETRIE.

Par SEB. LE CLERC.

A PARIS, Don Goff

Chez JEAN JOMBERT, prés des Auguſtins, à l'Image Noſtre-Dame.

M. DC. XC.

AVEC PRIVILEGE DU ROY.

CE Traité de Geometrie est divisé en dix Chapitres.

Le I. contient les Définitions.

Le II. établit des principes que j'appelle Notions, & qui sont des veritez évidemment connuës par elles-mêmes, ou par des démonstrations incontestables.

Le III. donne la pratique des Lignes & des Angles, & fait décrire les figures des Plans.

Le IV. enseigne à transfigurer ces mêmes Plans, c'est à dire, à leur donner de nouvelles figures, sans en diminuer ou augmenter le contenu.

Le V. apprend à les diviser.

Le VI. montre comment il les faut assembler, & comment on peut les augmenter ou diminuer de grandeur, selon quelque quantité proposée.

Le VII. enseigne à les mesurer.

Le VIII. contient la Trigonometrie ou la doctrine des Triangles par le calcul.

Le IX. traite des Solides, & particulierement de leur Toisé.

Le X. enfin, donne la pratique pour le Terrain, où l'on voit comme on leve les Plans, comme on les trace, & comme on mesure les dimentions inaccessibles.

EXTRAIT DU PRIVILEGE DU ROY.

PAr Grace & Privilege du Roy, donné à Verſailles le 26. Juillet 1688. & ſigné par le Roy en ſon Conſeil, LE PETIT ; Il eſt permis au Sieur Sebaſtien le Clerc, Déſignateur & Graveur ordinaire du Roy, de faire imprimer, vendre, & diſtribuer par tel Imprimeur ou Libraire qu'il voudra choiſir, un Livre par luy composé, intitulé *Traité de Geometrie*, pendant le temps & eſpace de ſix années entieres & conſecutives, à compter du jour que ledit Livre ſera achevé d'imprimer pour la premiere fois ; Avec deffences à toutes perſonnes, de quelque qualité & condition qu'elles ſoient, de contrefaire ou faire contrefaire ledit Livre, à peine de deux mille livres d'amende, confiſcation des exemplaires contrefaits, & de tous dépens, dommages & intereſts, ainſi qu'il eſt plus au long contenu audit Privilege.

Regiſtré ſur le Livre de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, le 19. Février 1689. à la charge que le débit dudit Livre ſera fait par un Imprimeur ou Libraire, ſuivant l'Edit, Statuts, & Reglemens.

J. B. COIGNARD, Sindic.

Et ledit Sieur le Clerc a cedé ſon droit du preſent Privilege à Jean Jombert, Marchand Libraire à Paris, pour en joüir ſuivant l'accord fait entr'eux.

Achevé d'imprimer pour la premiere fois le 20. Avril 1690.

TRAITE

TRAITÉ DE GEOMETRIE.

CHAPITRE PREMIER.

DEFINITIONS.

1. *De la Geometrie.*

LA Geometrie eſt une partie des Mathematiques qui a pour objet la quantité qu'on nomme continuë, & qui eſt étenduë ou en longueur ſeulement, ou en longueur & largeur, ou en longueur, largeur & profondeur ; ces trois eſpeces de quantité ayant pour termes, des points, des lignes & des ſurfaces.

2. *Du Point.*

Le Point eſt ce qui n'a aucune partie.

3. *De la Ligne.*

La Ligne eſt une longueur ſans largeur.

4. *De la Ligne droite.*

La Ligne droite eſt celle qui eſt également compriſe entre ſes extremitez, *ou bien*, c'eſt la plus courte qu'on puiſſe mener d'un point à un autre.

5. *De la Ligne courbe.*

La Ligne courbe eſt inégalement compriſe entre ſes extremitez.

6. *Des Lignes paralleles.*

Deux Lignes ſont paralleles, lorſqu'elles s'accompagnent en égale diſtance.

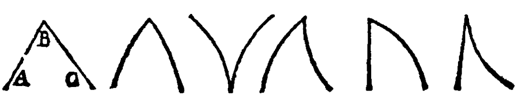
7. *De l'Angle lineal.*

L'Angle lineal eſt l'ouverture de deux lignes qui ſe joignent à un point en s'inclinant l'une vers l'autre, & (*en ce cas*) les lignes ſont appellées jambes.

Ainſi, les lignes A B. C B. ſont les jambes de l'Angle A B C.

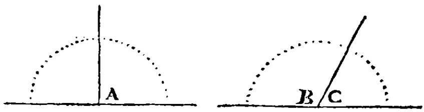
8. *De l'Angle rectiligne, courbeligne & mixtiligne.*

L'Angle eſt nommé rectiligne ſi les lignes qui le font ſont droites, courbeligne, ſi elles ſont courbes, & mixtiligne, ſi une des lignes eſt droite & l'autre courbe.



9. *De l'Angle Droit, Aigu & Obtus.*

Si une ligne droite rencontrant une autre ligne droite, fait des angles égaux de part & d'autre, ces angles ſont droits, mais ſi elle les fait inégaux, le plus ouvert eſt obtus, & le moins ouvert eſt aigu.

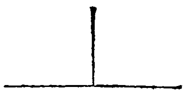


A. Angle droit.
B. Angle obtus.
C. Angle aigu.

Il faut obſerver que l'égalité des angles ne s'entend pas de l'égalité des lignes mais de leurs ouvertures, & que le plus grand angle eſt celuy qui eſt le plus ouvert & au contraire, & que deux angles ſont égaux s'ils ſont ouverts également quoy que leurs jambes ſoient inégales.

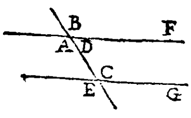
10. *De la Perpendiculaire.*

La Perpendiculaire eſt une ligne droite qui tombe ou qui s'éleve ſur une autre ligne droite faiſant des angles droits.



11. *De l'Angle alterne, opposé, & de même part.*

Une ligne droite comme B E coupant les paralleles B F, E G, l'angle A eſt alterne au regard de l'angle C, au regard de l'angle B, il eſt opposé au ſommet, mais il eſt de même part que l'angle E, & les angles A, D, B ſont de ſuite.

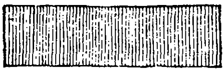


12. *De la Surface.*

La Surface ou Superficie eſt une quantité étenduë en longueur & largeur ſans épaiſſeur ou profondeur.

13. *De la Surface plane.*

La Surface plane ou plate & qu'on appelle Plan, eſt celle qui eſt également étenduë entre ſes extremitez, & ſur laquelle une ligne droite peut eſtre tirée en tous ſens.



14. *De la Surface courbe.*

La Surface courbe eſt appellée convexe ſi elle eſt relevée, & concave ſi elle eſt creuſe & enfoncée.

A. Surface convexe.
B. Surface concave.

15. *De l'aſſiette des Plans.*

Un Plan eſt horiſontal & de niveau s'il eſt couché comme le deſſus d'une eau calme, vertical & à plomb s'il eſt dreſſé comme un mur élevé bien droit, ſinon il eſt incliné, penché & en talu.

16. *Du Terme.*

Le Terme eſt l'extremité d'une quantité.

Le Point eſt un terme de la ligne, & la ligne eſt un terme de la ſurface comme la ſurface eſt un terme du corps. La ligne commence à un point, finit à un autre; Et la ſurface eſt terminée ou d'une ſeule ligne ou de pluſieurs, de même que le corps eſt terminé ou d'une ſeule ſurface ou de pluſieurs.

18. *De la Figure.*

La figure d'un Plan, eſt la modification de ſes termes ou extremitez.

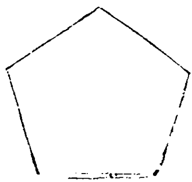
19. *De la Figure rectiligne.*

La figure rectiligne eſt composée de lignes droites qu'on nomme côtez.

20. *Des Poligones.*

Toutes figures Planes & rectilignes ſont nommées d'un nom general, Poligone, mais chacune en particulier a un nom propre tiré du nombre de ſes termes. *On appelle*

Triangle ou Trigone, la figure de 3. côtez.
Quadrilatere ou Tetragone celle de 4.
Pentagone celle de 5.
Exagone celle 6.
Eptagone celle de 7.
Octogone celle de 8.
Encagone celle de 9.
Decagone celle de 10.
Ondecagone celle d'11.
Dodecagone celle de 12.



Vn Triangle ſe diſtingue d'un autre par la difference de ſes angles ou de ſes côtez.

21. *Du Triangle rectangle.*

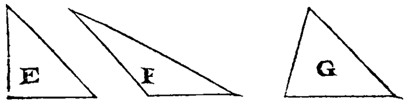
Le Triangle rectangle eſt celuy qui a un angle droit.

22. *Du Triangle ambligone.*

Le Triangle ambligone ou obtus-angle eſt celuy qui a un angle obtus.

23. *Du Triangle oxigone.*

Le Triangle oxigone a les trois angles aigus.



24. *Du Triangle équilateral.*

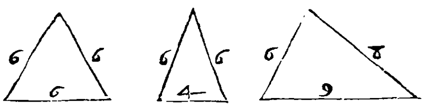
Le Triangle équilateral a ſes trois côtez égaux.

25. *Du Triangle iſocele.*

Le Triangle iſocele a ſeulement deux côtez égaux.

26. *Du Triangle ſcalene.*

Le Triangle ſcalene a ſes trois côtez inégaux.



Les Figures de quatre côtez reçoivent auſſi des denominations particulieres de la qualité de leurs angles & du rapport de leurs côtez.

27. *Du Quarré.*

Le Quarré eſt une figure de quatre côtez égaux & de quatre angles droits.

28. *Du Rectangle.*

Le Rectangle ou quarré long a ſes angles droits & ſeulement ſes côtez oppoſez égaux.

O. Quarré.
P. Rectangle.

29. *Du Parallelogramme.*

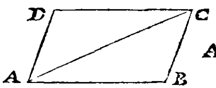
Le Parallelogramme a ſes côtez oppoſez paralleles.

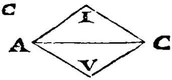
30. *Du Rhombe.*

Le Rhombe ou Lozange eſt un parallelogramme qui a ſes quatre côtez égaux, mais ſeulement les angles oppoſez égaux, deux étant obtus & les deux autres aigus.

31. *De la Diagonale.*

La ligne A C. menée d'un angle à ſon oppoſé eſt appellée Diagonale.



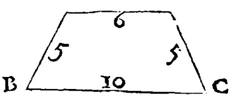


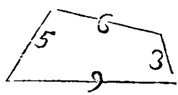
32. *Du Trapeze regulier.*

Le Trapeze regulier a deux côtez égaux & les deux autres inégaux mais paralleles. L'irregulier a ſes quatre côtez inégaux.

33. *De la Baſe.*

La Baſe eſt particulierement le côté ſur lequel la figure ſe repoſe, *comme le côté B C.*





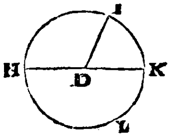
34. *Du Cercle.*

Le Cercle eſt un Plan terminé d'une ſeule ligne appellée Circonference, laquelle eſt par tout également éloignée d'un point qui en fait le milieu, & qu'on nomme Centre.

Par Cercle on entend aussi quelquefois la seule Circonference suivant l'usage du vulgaire.

35. *Du Diametre & du Rayon.*

Toutes lignes droites qui passent par le centre du Cercle & qui se terminent à la Circonference, sont nommées Diametres & leurs moitiées Rayons ou Demidiametres.



H I K. Circonference.
D. Centre.
H K. Diametre.
D I. Rayon.

36. *Des Degrez, Minutes, secondes, &c.*

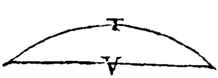
La Circonference du Cercle se divise ordinairement en 360 parties égales ou degrez, & *par consequent*, la demicirconference en 180, & le quart en 90. Chaque degré se soûdivise en 60 minutes, chaque minute en 60 secondes, & chaque seconde en 60 tierces, &c.

37. *De l'Arc.*

L'Arc est une partie de la Circonference d'un Cercle.

38. *De la Corde.*

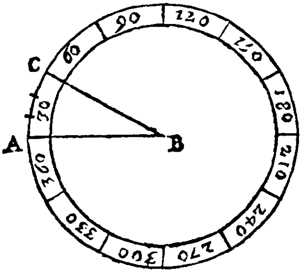
La Corde est une ligne droite qui joint un Arc par ses extremitez.



T. Arc.
V. Corde.

39. *De la mesure de l'Arc & de l'Angle.*

Les degrez & leurs parties sont la mesure de l'Arc, & l'Arc est la mesure de l'Angle.



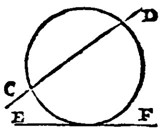
Par exemple, supposé que le point B soit le Centre du Cercle A C D. on jugera de la grandeur de l'Arc A C. par le nombre des degrez & des minutes qu'il contient, comme on jugera de l'ouverture de l'Angle A B C. par la grandeur de l'Arc A C.

40. *De la ligne Tangente.*

La ligne Tangente est celle qui touche un Cercle sans le couper, & sans le pouvoir couper ou traverser même estant continuée.

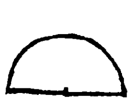
41. *De la Secante.*

La Ligne Secante, croise, coupe & traverse le Cercle.



42. *Du Demy cercle.*

Le Demy cercle est terminé par le diametre & la demicirconference.

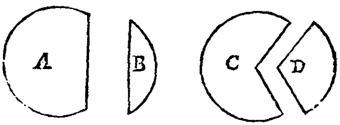


43. *De la Portion de Cercle.*

Si on coupe un Cercle en deux inégalement par une ligne droite, les parties ſont appellées Portions ou Segments.

44. *Du Secteur.*

Que ſi un Cercle eſt coupé en deux inégalement par deux rayons, les parties ſont dites Secteurs.



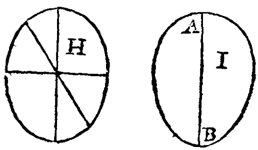
A. Grande portion.
B. Petite portion.
C. Grand Secteur.
D. Petit Secteur.

45. *De l'Ovale.*

L'Ovale eſt un Plan borné d'une ſeule ligne courbe qui ſe décrit de pluſieurs centres & que tous les diametres diviſent en deux également.

46. *De l'Elipſe.*

L'Elipſe eſt auſſi un plan terminé d'une ligne courbe, mais en figure d'œuf, & qu'un ſeul diametre diviſe en deux parties égales.



H. Ovale.
I. Elipſe.

47. *De la figure reguliere.*

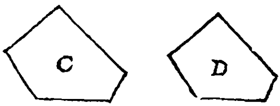
La figure Reguliere a ſes parties oppoſées ſemblables & égales.

48. *De l'Irreguliere.*

La figure irreguliere eſt compoſée d'angles & de côtez inégaux.

49. *De la figure Equiangle.*

La figure Equiangle a tous ſes angles égaux, & deux figures ſont équiangles, ſi les angles de l'une (quoy qu'inégaux entr'eux) ſont égaux aux angles de l'autre.



La figure C eſt équiangle à la figure D.

50. *De la figure Equilaterale.*

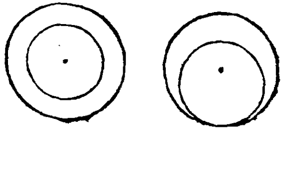
La figure Equilaterale a tous ſes côtez égaux.

51. *Des figures Concentriques.*

Les figures Concentriques ſont celles qui ont un même centre.

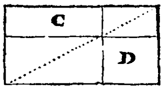
52. *Des Excentriques.*

Les Excentriques dépendent de pluſieurs centres.



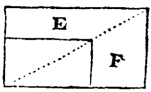
53. *Des Suplements.*

Quand un parallelogramme eſt diviſé en quatre autres par un point de ſa diagonale, les deux C, & D, que la diagonale ne coupe pas, ſont appellez Suplements ou Complements.



54. *Du Gnomon.*

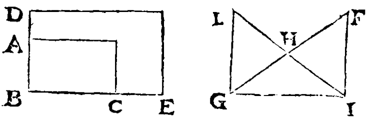
Gnomon eſt la difference de deux Rectangles, *ou bien*, c'eſt l'excez d'un Rectangle par deſſus un autre Rectangle, les deux Rectangles ayant un angle commun & une même diagonale.



E F. Gnomon, ou Equiere.

55. *Des parties communes.*

Une partie eſt commune lors qu'elle appartient à pluſieurs quantitez.



Par exemple, on dit que l'angle A B C qui appartient au rectangle D E, comme au rectangle A C, eſt commun : & que le triangle G H I eſt commun aux deux triangles G I L, G I F, parce qu'il fait partie de l'un comme il fait partie de l'autre. Ce triangle G H I peut auſſi eſtre appellé commun de ce qu'il eſt joint au triangle G H L, de même qu'au triangle H I F.

56. *De la grandeur d'une quantité.*

Une quantité eſt dite grande ou petite par la comparaiſon qu'on en fait avec une autre de même eſpece.

57. *De la Raison de deux quantitez.*

Quand on compare deux quantitez entr'elles, ce que l'une est à l'égard de l'autre est appellé Raison.

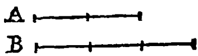
Par exemple, comparant une ligne de deux pieds à une de 3. on dit que la raison de l'une à l'autre est de 2 à 3. Ou que la premiere est à la deuxiéme en raison de 3 à 4. si la premiere est de trois pieds & la deuxiéme de quatre.

58. *Des Termes de la raison.*

Les Termes de la Raison sont les quantitez comparées.

59. *Des Termes antecedents & consequents.*

Comparant la ligne A à la ligne B, la ligne A est le terme antecedent & la ligne B le terme consequent.



60. *Des Raisons semblables & égales.*

Deux Raisons sont semblables & égales, lors que les termes de la premiere sont entr'eux comme les termes de la seconde.

La raison d'A à B est semblable & égale à celle de C à D, parce que comme 2 est moitié de 4, 3 est moitié de 6.

A, B. C, D.
2, 4. 3, 6.

61. *Des Termes proportionnels.*

Si deux raisons sont semblables, leurs termes sont proportionnels.

Par exemple, 4 estant deux tiers de 6, comme 2 sont deux tiers de 3, nous disons que les quatre termes ou quantitez 2, 3. 4, 6, sont proportionnels.

62. *De la Proportion.*

La Proportion eſt un rapport de Raiſons.

63. *Des Termes de la Proportion.*

La proportion ne peut avoir moins de trois termes.

Lorſque la Proportion n'a que trois termes, celuy du milieu eſt pris pour deux, comme ſi on dit qu'A eſt à B, comme B à C. 2 à 4, comme 4 à 8.

A, B, C.
2, 4, 8.

64. *Des Termes moyens & extremes.*

Dans la Proportion de trois termes, celuy du milieu eſt appellé moyen & les deux autres extremes.

65. *Des Termes en proportion continuée.*

Les Termes ſont continuellement proportionnels, lors que ceux du milieu ſont pris pour antecedents & pour conſequents.

Comme ſi on dit qu'A eſt à B, comme B à C, & B à C, comme C à D.

A, B, C, D.
2, 4, 8, 16.

66. *De la Raiſon doublée & triplée.*

Lors que quatre termes ſont continuellement proportionnels le premier eſt en raiſon doublée avec le troiſiéme, & en raiſon triplée avec le quatriéme.

C'eſt à dire que la raiſon d'A à C, eſt doublée de celle d'A à B, & que celle d'A à D eſt triplée de la même raiſon d'A à B.

A, B, C, D.
1, 3, 9, 27.

67. *De la Raiſon converſe.*

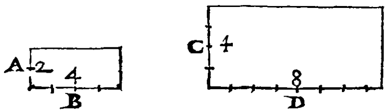
La Raiſon converſe, eſt une comparaiſon du conſequent à l'antecedent.

Comme ſi la raiſon d'A à B, eſtant la même que de C à D, on infere que B eſt à A, comme D à C.

A, B ; C, D.
2, 4 ; 4, 8.

68. *De la Raiſon alterne.*

La raiſon alterne ou par échange eſt celle où la comparaiſon ſe fait du conſequent au conſequent de même que de l'antecedent à l'antecedent.



Comme ſi A eſtant à C, comme B à D ; on conclud qu'A eſt à B, comme C à D.

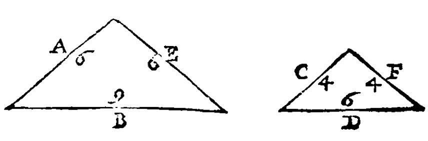
69. *De la proportion d'égalité.*

La Proportion d'égalité eſt un rapport des termes extremes d'une ſuite de raiſons, *ou bien*, c'eſt un rapport de raiſons qui reſulte de quelque cercle de raiſons ſemblables.

Comme ſi aprés avoir comparé G à H, comme I à K ; & I à K comme L à M ; & L à M, comme N à O ; on conclud, donc N eſt à O, comme G à H.

G H. I K. L M. N O. G 2, H 4.
2 4. 3 6. 4 8. 5 10. I 3, K 6. N 5, O 10.
L 4, M 8.

Ou bien ſi y ayant même raiſon d'A à B, que de C à D ; & de B à E, que de D à F ; on tire cette conſequence, donc A eſt à E, comme C à F.



70. *De la Proportion de composition.*

La proportion de composition est celle où nous comparons plusieurs termes pris ensemble à plusieurs autres aussi pris ensemble de même qu'un seul à un seul, *ou bien*, celle où la comparaison se fait de plusieurs termes à un seul comme de plusieurs autres à un seul.

Comme si A estant à C de même que B à D, & B à D comme E à F; nous tirons cette consequence que les trois termes A, B, E, pris ensemble, sont aux trois termes C, D, F, aussi pris ensemble, comme le seul E au seul F.

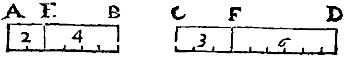
Ou que les trois termes A, B, E pris ensemble, sont au seul E, comme les trois termes C, D, F, pris aussi ensemble sont au seul F.

A, 6.	C, 4.
B, 9.	D, 6.
E, 3.	F, 2.
18.	12.

71. *De la Proportion de division.*

La Proportion de division est quand dans une raison ainsi que dans une autre, l'excez de l'antecedent par dessus le consequent, est comparé au même consequent.

Comme si AB estant à BE en même raison que CD à DF, on conclud que AE est à BE, comme CF à DF.



72. *Des figures semblables.*

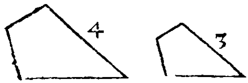
Deux figures sont semblables quand elles ont les angles égaux & les côtez proportionnels.

C'est à dire que deux figures sont semblables (quoy qu'inégales) si les angles de l'une estant égaux aux angles de l'autre, leurs côtez sont en mêmes raisons.

73.

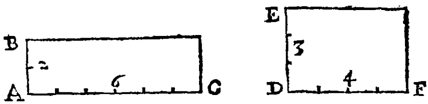
73. *Des termes Homologues.*

Dans les figures ſemblables, les côtez ſemblables ſont dits homologues. *Comme les côtez 3 & 4.*



74. *Des termes reciproques.*

Deux figures ont leurs côtez reciproques, ſi leurs côtez ſont proportionnels dans un ordre alternatif, *c'eſt à dire*, ſi les comparant alternativement l'un à l'autre, l'antecedent de la premiere raiſon, & le conſequent de la ſeconde, ſe trouvent dans une même figure.



Par exemple, ſi A B eſt à D F, comme D E à A C; ou ſi A B eſt à D E, comme D F à A C : ces deux rectangles B C, E F, ſont dits avoir ls côtez reciproques.

75. *Des plans égaux.*

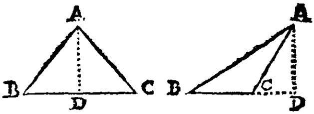
Les Plans égaux contiennent également & peuvent eſtre ſemblables & diſſemblables.

76. *De la convenance des plans.*

On dit que deux plans conviennent, lors qu'étans poſez l'un ſur l'autre, ils ne ſe ſurpaſſent en aucun endroit, les extremitez de l'un, ſe trouvant préciſement ſur les extremitez de l'autre.

77. *De la hauteur des Plans.*

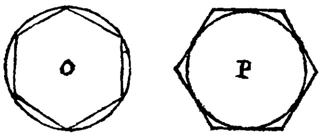
La hauteur d'un plan, eſt la perpendiculaire abaiſſée du ſommet à la baſe.



Ainſi la perpendiculaire AD eſt la hauteur du triangle ABC.

78. *Des figures inſcrites & circonſcrites au cercle.*

Une figure rectiligne eſt inſcrite dans un cercle, ſi elle le touche de tous ſes angles; mais elle eſt circonſcrite, lors que tous ſes côtez joignent & touchent le cercle autour duquel elle eſt décrite.



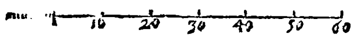
O. Figure inſcrite.
P. Figure circonſcrite.

79. *De l'Aire d'une figure.*

L'aire d'une figure eſt toute l'étenduë compriſe entre ſes termes.

80. *De l'Echelle.*

L'Echelle eſt une ligne droite, diviſée en pluſieurs petites parties égales, qu'on fait valoir certaines meſures, comme des pieds; des toiſes; des perches; &c.

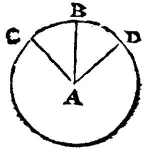


CHAPITRE SECOND.

NOTIONS.

I.

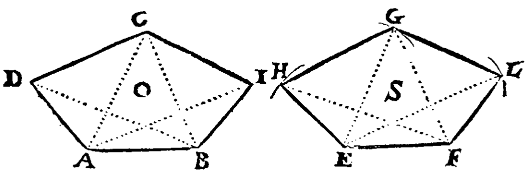
LEs Rayons d'un Cercle ſont égaux, de même que des lignes droites ſont égales, lors qu'on les a coupées d'une même ouverture de compas.



2.

Les Plans qui conviennent entr'eux, ſont égaux & ſemblables.

Par exemple, on conclura naturellement que les plans O, S, ſont égaux & ſemblables s'ils conviennent entr'eux; c'eſt à dire, ſi eſtant poſez l'un ſur l'autre, ils ſe trouvent avoir une même étenduë, par l'égalité de toutes leurs parties.



3.

Les Quantitez qui ſont égales à une même, ſont égales entr'elles.

Les quantitez A & C qui ſont égales à la quantité B, ſont égales entr'elles.

A.	B.	C.
8.	8.	8.

4.

Si on ajoûte des quantitez égales, à d'autres quantitez égales; celles qui en seront composées seront aussi égales.

Les quantitez égales A, jointes aux égales B, produisent les égales C.

A.	4.	4.	4.
B.	3.	3.	3.
C.	7.	7.	7.

5.

Si de plusieurs quantitez égales, on ôte des quantitez égales, celles qui resteront seront aussi égales.

Ostant les quantitez égales B, des égales A, restent les égales C.

A.	6,	6,	6.
B.	2,	2,	2.
C.	4,	4,	4.

6.

Les quantitez qui sont moitiées, double ou triples d'une même, ou de plusieurs égales, sont égales: *ou bien*, Des quantitez sont égales, si elles sont en même raison avec une même, ou avec plusieurs égales: Et une même ou plusieurs égales, sont en raison pareille avec des quantitez égales.

Par exemple, les nombres B, C, qui sont chacun double du nombre A, sont égaux, 4 estant égal à 4: De plus le nombre A est au nombre B comme au nombre C, puisqu'il est soudouble de l'un, comme il est soudouble de l'autre.

A, A, B, C.

2, 2, 4, 4.

7.

Des quantitez ſont égales, lorſqu'elles en ſont d'égales avec une même.

Le nombre A vaut dix avec le nombre B de même qu'avec le nombre C, parce que les nombres B & C, ſont égaux.

B	A	C
8.	2.	8.

8.

La Proportion converſe.

Si quatre quantitez ſont proportionnelles, la premiere étant à la ſeconde, comme la troiſiéme à la quatriéme; il y aura même raiſon de la ſeconde à la premiere, que de la quatriéme à la troiſiéme.

La premiere quantité A eſt moitié de la ſeconde B comme la troiſiéme C, eſt moitié de la quatriéme D: auſſi la ſeconde eſt double de la premiere, comme la quatriéme eſt double de la troiſiéme.

A,	B.	C,	D.
2,	4.	3,	6.

9.

La Proportion alterne.

Si quatre quantitez de même eſpece ſont proportionnelles, elles le ſeront encore eſtant priſes alternativement.

C'eſt à dire, s'il y a même raiſon de la premiere quantité, à la deuxiéme, que de la troiſiéme à la quatriéme; il y aura auſſi même raiſon de la premiere à la troiſiéme, que de la deuxiéme à la quatriéme; ce qui eſt évident, car A, eſtant deux tiers de B, & C deux tiers de D; A eſt double de C, comme B eſt double de D.

A,	B;	C,	D.
8,	12;	4,	6.

10.

La Proportion d'égalité.

Six quantitez estant proportionnelles, tellement que la premiere soit à la deuxiéme, comme la troisiéme à la quatriéme ; & la troisiéme à la quatriéme comme la cinquiéme à la sixiéme : la premiere sera à la deuxiéme, comme la cinquiéme à la sixiéme. *ou bien.* Si trois quantitez sont entr'elles ainsi que trois autres, la premiere sera à la troisiéme, comme la quatriéme à la sixiéme.

1. Comme A à B, C à D ; & C à D comme E à F : aussi A à B, 2 à 4, comme E à F, 5 à 10.

2. Les quantitez G, H, I, sont entr'elles comme les quantitez K, L, M ; & comme G à I, 1 à 3 ; K à M, 2 à 6. puis que 1 est le tiers de 3, comme 2 est le tiers de 6.

A, B ; C, D ; E, F.	G H I K L M
2, 4 ; 3, 6 ; 5, 10.	1 2 3 2 4 6

11.

La Proportion de composition.

Si plusieurs quantitez ou termes sont proportionnels, un antecedent sera à son consequent ; comme tous les antecedents pris ensemble, à tous les consequents aussi pris ensemble. Et un antecedent sera à tous les antecedens pris ensemble, comme son consequent, à tous les consequents aussi pris ensemble.

1. Les termes 3, 9 ; 2, 6 ; 1, 3 ; sont proportionnels, aussi comme l'antecedent A est au consequent B, 3 à 9 ; les trois antecedents A C E pris ensemble, sont aux trois consequents B D F, aussi pris ensemble ; 6 estant le tiers de 18, comme 3 est le tiers de 9.

2. L'antecedent E est aux trois antecedents A C E, 1 à 6 ;

comme le consequent F, aux trois consequents B D F, 3 à 18 : un estant six fois en six, comme 3 est six fois en 18.

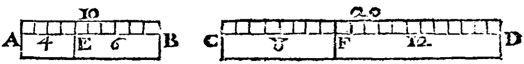
A, 3	B, 9
C, 2	D, 6
E, 1	F, 3
6	18

12.

La Proportion de Division.

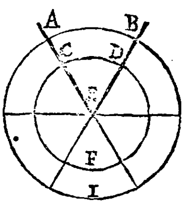
Les quantitez qui sont proportionnelles estant composées, le sont encore estant divisées.

La raison de A B à B E, 10 à 6, est pareille à celle de C D à D F, 20 à 12 ; Aussi y a-t'il même raison d'A E à B E, 4 à 6, que de C F à D F, 8 à 12.



13.

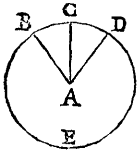
Les Arcs qui mesurent un même angle, ou des angles égaux, sont en même raison avec leurs cercles ; & contiennent même nombre de degrez.



Supposé les angles égaux A E B, C E D, posez l'un sur l'autre, comme n'en faisant qu'un seul : les cercles A B I, C D F estant décrits du point E, il est évident que si par exemple *l'arc A B est de 60 degrez, sixiéme partie de 360, & que le reste du cercle soit divisé de 60 en 60 degrez, par des lignes menées au centre E ; le petit cercle sera divisé comme le grand en six parties égales : & que comme l'arc A B qui mesure l'angle A E B, sera la sixiéme partie de son cercle A B I, l'arc C D qui mesure l'angle C E D sera aussi de 60 degrez sixiéme partie de son cercle C D F.*

14.

Dans les angles égaux, les arcs décrits d'une même ouverture de compas, font égaux : & fi les arcs font égaux, les angles le font auffi.

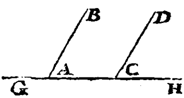


Si par exemple, les angles B A C, C A D font égaux, ils font mefurez par des arcs B C, C D, qui ont même raifon avec leur cercle ; de forte que fi l'arc B C eft de 40 degrez ; C D eft auffi de 40 degrez (fuivant la precedente) & ces degrez eftant les parties égales d'un même cercle B D E, l'arc B C eft égal à l'arc C D.

De plus il s'enfuit avec évidence, que ces arcs eftant égaux les angles B A C, C A D qui en font mefurez font auffi égaux.

15.

Lors que deux lignes droites & paralleles fe terminent fur une autre ligne droite, les angles qu'elles font de même part font égaux.



On connoift naturellement que les lignes A B, C D, eftant paralleles, elles font inclinées l'une comme l'autre fur la ligne G H; & que les angles qu'elles font de même part, par exemple les angles A & C, font égaux ; & que fi ces angles eftoient inégaux, les lignes A B, C D feroient inclinées diverfement & ne feroient pas paralleles. Il s'enfuit que

16.

Les lignes qui tombent fur une autre faifant les angles de même part égaux, font paralleles.

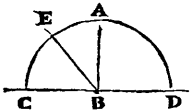
17.

Deux coftez d'un triangle pris enfemble, font toûjours plus grands que le troifiéme.

Le plus court paffage d'un point à un autre, eft la ligne droite ; ainfi les côtez A C, C B qui font un angle, font plus grands pris enfemble, que la feule bafe A B.

18.

Une ligne qui tombe ſur une autre fait avec elle deux angles, leſquels pris enſemble, valent deux droits, *c'eſt à dire*, 180 degrez.

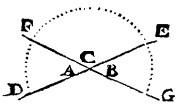


1. Si la ligne AB eſt perpendiculaire ſur CD, les deux angles CBA, ABD, ſont droits (par la 10 du 1.)

2. Suppoſé la ligne BE, les deux angles CBE, EBD, qui ont un demi cercle pour meſure, c'eſt à dire 180 degrez (ſuivant la 36 du 1,) ſont égaux pris enſemble aux deux angles droits CBA, ABD, qui ſont meſurez par les mêmes 180 degrez.

19.

Quand deux lignes droites ſe coupent, les angles oppoſez au ſommet ſont égaux.

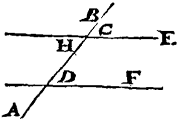


Les lignes DE, FG ſe coupent, je fais donc voir que les angles A & B, oppoſez au ſommet ſont égaux.

L'angle C vaut deux angles droits avec l'angle A comme avec l'angle B (ſuivant la precedente) donc les angles A, & B ſon égaux (ſuivant la 7.)

20.

Une ligne droite qui coupe deux paralleles, fait les angles alternes égaux.



La ligne AB coupant les paralleles HE, DF, nous diſons que les angles alternes D, H ſont égaux.

L'angle C eſt égal à l'angle D (par la 15.) il eſt auſſi égal à l'angle H ſon oppoſé au ſommet (par la precedente) Donc (par la 3) l'angle D eſt égal à l'angle H ſon alterne.

De cette notion ſe conclud la ſuivante.

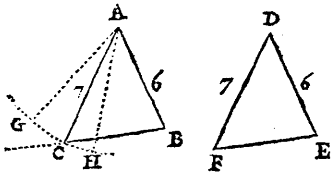
21.

Deux lignes droites ſont paralleles, ſi une troisiéme venant à les traverser fait les angles alternes égaux.

22.

S'il se trouve dans un triangle, un angle & deux côtez égaux à un angle & deux côtez pris en même ordre dans un autre triangle, les deux triangles sont égaux & semblables ; c'est à dire que les côtez & les angles de l'un, sont égaux aux côtez & aux angles de l'autre.

Premierement, que les côtez A B, A C du triangle A B C soient égaux aux côtez D E, D F du triangle D E F, & que l'angle C A B soit aussi égal à l'angle D, je dis que les deux triangles sont égaux & semblables.



Si l'angle D estoit posé sur l'angle C A B qui luy est égal, les jambes D E, D F tomberoient sur leurs égales A B, A C, & la base E F se trouveroit sur la base B C, ainsi les deux triangles A B C, D E F, conviendroient entr'eux. Donc ils sont égaux & semblables, (suivant la 2.)

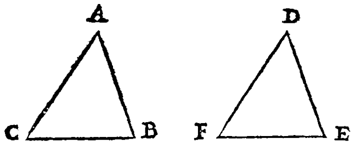
2. Supposé les côtez A B, A C égaux aux côtez D E, D F, & l'angle B égal à l'angle E, je dis encore, que les deux triangles sont égaux & semblables. Que l'arc G H soit décrit du point A & de l'intervale A C, ou D F son égal.

Si l'angle E estoit posé sur l'angle B, les lignes A B, D E estant égales, le point D, seroit sur le point A, & la ligne D F tomberoit précisement sur son égale A C, car plus haut comme en A G elle ne joindroit pas la base B C, ou en seroit coupée si elle se trouvoit plus bas comme en A H : ainsi les trois points D, E, F se trouveroient sur les trois points A B C. Donc les deux triangles sont égaux & semblables.

23.

Deux triangles qui ont les côtez égaux, sont équiangles, semblables & égaux.

Que les côtez du triangle A B C soient égaux aux côtez du *triangle DEF, je dis premierement que les deux triangles ont aussi les angles égaux, c'est à dire que les angles de l'un sont égaux aux angles de l'autre, & je le démontre.*



Si on suppose seulement les côtez AB, AC égaux aux côtez DE, DF; mais l'angle A égal à l'angle D; il s'ensuivra par la precedente que la base BC sera égale à la base EF: Or les bases BC, EF, sont établies égales; Donc les angles A & D sont égaux. Et la même démonstration se fera des autres angles.

2. Ces triangles ayant leurs côtez & leurs angles égaux, ils conviendront en toutes leurs parties si on les pose l'un sur l'autre; Donc ils sont équiangles, égaux & semblables.

De cette notion on tire la suivante.

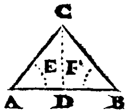
24.

Dans les triangles égaux & semblables, les angles égaux sont opposez aux côtez égaux.

25.

Dans le triangle isocele, les angles opposez aux côtez égaux, sont égaux.

Le triangle ABC est isocele, j'ay donc à faire voir que les angles A & B, opposez aux côtez égaux AC, BC, sont égaux.



Que la base AB soit divisée en deux également par la ligne DC les deux triangles E, F, seront équiangles (par la 23) car les côtez de l'un seront égaux aux côtez de l'autre. Donc (par la precedente) les angles A & B opposez au côté commun DC, sont égaux.

D'où il s'ensuit que

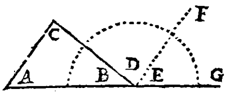
26.

Si deux lignes AC, BC, s'inclinent l'une vers l'autre par des angles égaux sur une troisiéme, elles font un triangle isocele.

27.

Le côté prolongé d'un triangle, fait un angle exterieur qui est égal aux deux interieurs opposez.

Que la base A B du triangle A B C soit prolongée vers G, je dis que l'angle C B G qu'on appelle exterieur, est égal aux deux interieurs opposez A & C.



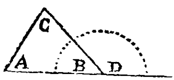
J'ay tiré E F parallele à A C, ainsi l'angle E est égal à l'angle A, (par la 15) & (par la 20) l'angle D, l'est à son alterne C. Donc le seul C B G est égal aux interieurs opposez A & C. Il s'ensuit que

28.

L'angle exterieur d'un triangle, est toûjours plus grand que l'un ou l'autre des interieurs opposez.

29.

Les trois angles d'un triangle valent deux angles droits ou 180 degrez.



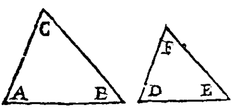
Les angles A & C pris ensemble sont égaux à l'angle exterieur D, (par la 27,) les angles B, D, valent deux angles droits ou 180. degrez (par la 18:) Donc les angles B, A, C, valent aussi deux angles droits ou 180 degrez.
Il s'ensuit que

30.

1. Les trois angles d'un triangle valent autant pris ensemble, que les trois angles d'un autre triangle.

31.

2. Si deux triangles ont deux angles égaux, ils sont équiangles.



C'est à dire par exemple, que si les angles A & B du triangle A B C sont égaux aux angles D & E du triangle D E F, l'angle C est aussi égal à l'angle F.

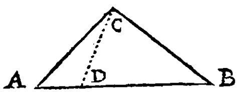
32.

3. Si un triangle a un angle droit ou obtus, les deux autres sont aigus.

33.

Le plus grand angle d'un triangle, est opposé au plus grand côté.

Le côté AB du triangle ABC, estant plus grand que le côté BC, je fais voir que l'angle ACB, est plus grand que l'angle A.

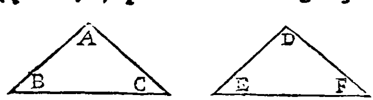


J'ay coupé BD égale au côté BC, ainsi le triangle BCD, est isocele, & les angles C, D, sont égaux (par la 25.) Or l'angle D qui est exterieur eu égard au triangle ADC, est plus grand que son opposé interieur A, (par la 28) & l'angle C qui est égal à l'angle D, ne fait que partie de l'angle ACB. Donc l'angle ACB est plus grand que l'angle A.

34.

Un triangle qui a un côté & deux angles égaux à ceux d'un autre, luy est égal en toutes ses parties.

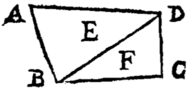
Premierement, supposé qu'on trouve dans le triangle A, les angles B, C egaux aux angles E, F, du triangle D; on conclud (par la 31) que les deux triangles sont équiangles.



2. Si l'un des côtez, par exemple la base BC, est égale à la base EF, il est évident que les deux triangles conviendront ensemble estant posés l'un sur l'autre; car supposé la base BC sur la base EF, les côtez AB, AC, se trouveront aussi sur les côtez DE, DF; autrement les triangles ne seroient pas équiangles. Donc le triangle A est en toutes ses parties, égal au triangle D (suivant la 2.)

35.

Dans une figure de quatre côtez, les quatre angles pris ensemble, sont égaux à quatre droits.

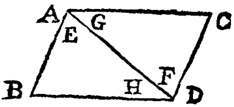


Supposé la diagonale B D, les angles du quadrilatere A C, sont composez de ceux des triangles E, F, lesquels pris ensemble valent quatre droits (par la 29.)

36.

Les lignes qui en conjoignent deux autres égales & paralleles, sont égales & paralleles, faisant ensemble un parallelogramme.

Par exemple, que les lignes A B, C D soient égales & paralleles, je trouve qu'A C, B D qui les conjoignent, sont aussi égales & paralleles.



1. Supposé la ligne A D les angles alternes E, F, sont égaux (par la 20.) & les jambes de l'angle E estant égales à celle de l'angle F, les triangles A C D, A B D sont égaux & semblables (par la 22.) Les lignes A C, B D sont donc égales, par la 24.

2. Puisque les triangles A C D, A B D, sont semblables, ils ont (suivant la 24) les angles G, H, égaux; lesquels estant alternes, A C, B D sont paralleles (par la 21) & le plan A B C D est un parallelograme (suivant la 29. du 1.)

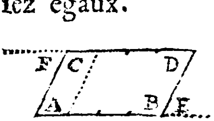
Il s'ensuit que

37.

Un parallelogramme est coupé en deux également par sa diagonale.

38.

Un parallelogramme a ses angles & ses côtez opposez égaux.



Je dis que les angles opposez A, D; B, C; du parallelogramme A D sont égaux: comme aussi ses côtez opposez A B, C D; A C, B D. Que le côté C D, soit prolongé vers F, & A B vers E.

1. Les lignes A B, C D, A C, B D estant paralleles, l'angle E est égal à son alterne D (par la 20.) il est aussi égal à l'angle A qui est de même part (par la 15.) Donc, (par la 3) les angles A, D, sont egaux. De plus, l'angle D est egal à l'angle de même *part F; comme à l'angle E son alterne; ainsi les angles E, F, sont égaux : les angles C, F valent deux angles droits, de même que les deux angles B, E, (par la 18;) Donc (par la 5) les angles opposez, B, C, sont aussi égaux.*

2. Si la ligne A C couloit d'une même ouverture d'angles entre les paralleles C D, A B; il est évident que le point A, n'arriveroit pas plustost sur le point B, que toute la ligne A C, se trouveroit sur sa parallele B D; & que le point C, auroit fait autant de chemin dans la ligne C D, que le point A, en auroit fait dans la ligne A B. Donc les lignes A B, C D sont égales, & (par la 36) A C, B D, le sont aussi. Il s'ensuit que

39.

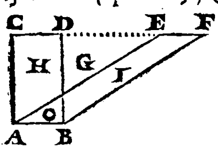
Un plan de quatre angles est parallelogramme si ses côtez opposez sont égaux.

40.

Les Parallelogrammes qui sont sur une même base, & entre les mêmes paralleles, sont égaux.

Les parallelogrammes B C, A F, sont sur une même base A B, & entre les mêmes paralleles A B, C F; j'ay donc à faire voir qu'ils sont égaux.

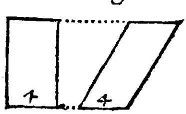
Dans les parallelogrammes, les costez opposez sont égaux (suivant la 38) ainsi les lignes A C, A E sont égales aux lignes B D, B F; & A B l'est à C D, de même qu'à E F; de plus C D, l'est à E F (par la 3) & C E à D F (par la 4.)



Les lignes A C C E, A E, estant donc égales aux lignes B D, D F, F B; les triangles A C E, B D F, sont égaux (par la 23) desquels si on ôte le commun G, le quadrilatere H, restera égal au quadrilatere I (par la 5;) Mais si à ces quadrilateres on redonne le petit triangle O, le parallelogramme A B C D; sera égal au parallelogramme A B E F. De cette notion on conclud la suivante.

41.

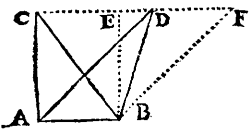
Les Parallelogrammes de même hauteur, faits sur des bases égales, sont égaux.



42.

Les triangles décrits ſur une même baſe, & entre les mêmes paralleles, ſont égaux.

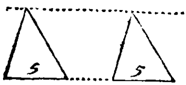
Les triangles A B C, A B D, ſont ſur une même baſe A B, & ſe terminent entre les mêmes paralleles C F, A B; Ainſi il faut prouver leur égalité; Pour cela, qu'on ſuppoſe BE parallele à A C, & B F parallele à A D.



Les parallelogrammes A B C E, A B D F, ſont égaux (par la 40) les triangles propoſez A B C. A B D, ſont leurs moitiés (ſuivant la 37.) Donc ils ſont égaux (par la 6.) De plus il eſt évident que

43.

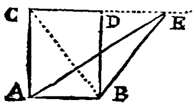
Les triangles de même hauteur faits ſur des baſes égales ſont égaux.



44.

Si un parallelogramme & un triangle ſont ſur une même baſe & entre mêmes paralleles, le parallelogramme eſt double du triangle.

Par exemple, que les lignes A B, C E, ſoient paralleles, nous diſons que le parallelogramme A B C D. eſt double du triangle A B E. Tirez la diagonale B C ou la ſuppoſez.



Les triangles A B C, A B E ſont égaux (par la 42) le parallelogramme A B C D eſt double du triangle A B C (par la 37.) Donc il eſt double de ſon égal A B E.

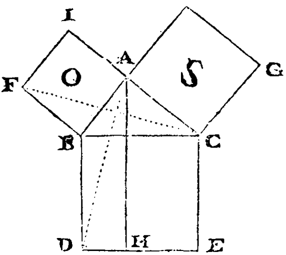
45.

Au triangle rectangle, le quarré du côté oppoſé à l'angle droit, eſt égal aux quarrez des deux autres côtez.

Et

Et la perpendiculaire abaissée de l'angle droit coupe le quarré opposé, en deux rectangles qui sont entr'eux comme les deux autres quarrez, chaque rectangle estant égal à son quarré.

L'angle B A C estant droit, on dit que le quarré B E est égal aux deux quarrez O, S; & supposé la perpendiculaire A H, je prouve premierement que le rectangle B H est égal au quarré O. Tirez les lignes C F, A D.



Les triangles B F C, B D A sont égaux (par la 22) ils ont les côtez F B, B C; A B, B D égaux; comme aussi leurs angles F B C, A B D; lesquels sont chacun composez d'un angle droit & du commun A B C.

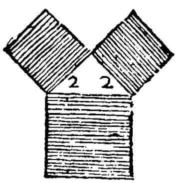
Le quarré O, est double du triangle B F C, & le rectangle B H est double du triangle BAD (par la precedente.) Donc le quarré O, est égal au rectangle B H (par la 6.)

On fera voir de même, que le quarré S, est égal au rectangle C H. Donc le quarré D C est égal aux deux O, S, & ces deux quarrez sont entr'eux comme les deux rectangles B H, G H.

Il s'ensuit que

46.

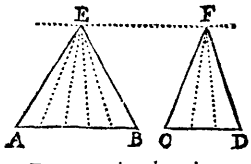
Si un triangle rectangle est isocele, le quarré du côté opposé à l'angle droit, est double de chacun des quarrez faits sur les côtez égaux.



47.

Les triangles de hauteurs égales, sont entr eux comme leurs bases.

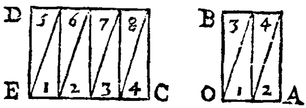
Supposé E F parallele à A D, on dit que le triangle A B E, est au triangle C D F, comme la base A B est à la base C D : c'est à dire, que si par exemple, la base A B est double ou triple de la base C D, le triangle A B E, est double ou triple du triangle C D F.



Supposé que la base A B soit de 5 pieds, la base C D de 3, & que de ces parties on ait mené des lignes aux angles E, F ; ces lignes diviseront les triangles proposez en huit petits triangles qui seront égaux (suivant la 43.) Le premier A B E en contiendra cinq, & le deuxiéme C D F trois ; donc les triangles A B E, C D F, sont entr'eux, en raison de 5 à 3, comme leurs bases A B, C D.

48.

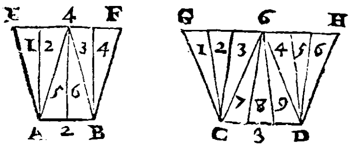
Les parallelogrammes de même hauteur, sont en même raison que leurs bases.



Le parallelogramme C D, composé de huit triangles égaux, est double du parallelogramme A B, composé de quatre ; comme la base C E, de quatre parties égales, est double de la base A O de 2.

49.

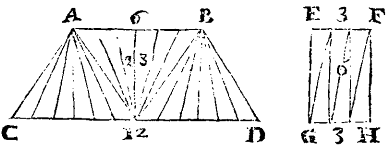
Les trapezes de hauteurs égales, sont entr'eux comme leurs bases, quand leurs bases sont en même raison, que les côtez paralleles qui leurs sont opposez.



Les bases A B, C D sont entr'elles comme leurs côtez opposez paralleles E F, G H ; car comme 4 à 6, 2 à 3 : aussi le premier trapeze de six triangles, est au deuxiéme de neuf, comme la base A B, à la base C D, 2 à 3 ; six estant deux tiers de neuf, comme deux sont deux tiers de trois.

50.

Les trapezes de même hauteur, dont les bases se trouvent paralleles à leurs côtez opposez, sont entr'eux comme les sommes de leurs côtez paralleles.

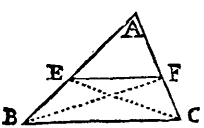


La somme des côtez paralleles AB, CD, est 18, celle des côtez paralleles EF, GH, est 6; & comme 18 est triple de 6, aussi le trapeze AD composé de 18 triangles, est triple du trapeze EF, composé de 6.

51.

Si dans un triangle, une ligne est parallele à un des côtez, elle divise les deux autres proportionnellement.

Que la ligne EF, soit parallele au côté BC, on prouve que le côté AB, est coupé en E; comme le côté AC, l'est en F; c'est à dire, que la raison d'AE, à EB, est semblable à celle d'AF, à FC. Supposé les lignes CE, BF.



Les triangles EFB, EFC, sont égaux (par la 4.,) & (par la 47,) Comme AE est à BE, le triangle AEF est au triangle BEF ou CEF, o. égal; de plus, comme le triangle AEF au triangle CEF, AF est à FC. Donc (par la 10) c'est à dire par la proportion d'egalité, il y a même raison d'AE à EB, que d'AF à FC.

Il s'ensuit que

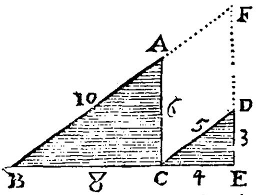
52.

La ligne qui divise proportionnellement deux côtez d'un triangle, est parallele au troisiéme.

53.

Les triangles équiangles, ont les côtez proportionnels.

Si les triangles A B C, D C E sont équiangles, ils ont les côtez proportionnels; c'est à dire, que les côtez du premier sont entr'eux, comme les côtez du deuxiéme, je le démontre.



Que les bases B C, C E ne fassent qu'une ligne droite; les angles A B C, D C E estant égaux, de même que les angles A C B, D E C; les côtez A B, C D, sont paralleles; comme aussi les côtez A C, D E: (par la 16) & B A, E D, estant prolongez en F; A C D F est un parallelogramme qui a les côtez A F, F D, égaux à leurs opposez C D, C A, (par la 38.) Cela établi, venons à nostre démonstration.

1. Dans le triangle B E F, C D est parallele à BF. Donc (par la 51) il y a même raison de D E à D F ou C A son égale, que de C E, à C B: & par échange (c'est à dire par la 9) D E est à C E, comme A C à B C.

2. La ligne A C est parallele à E F; ainsi, il y a même raison d'A B, à A F, ou C D son égale; que de C B à C E: & par échange B A est à BC, comme C D à C E.

Et enfin par égalité (c'est à dire par la 10) A B est à A C, comme D C à D E: Donc les triangles équiangles ont les côtez proportionnels. Il s'ensuit que

54.

Les triangles qui ont les côtez proportionnels, sont équiangles. *De plus*

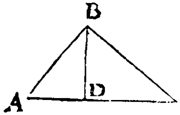
55.

Les triangles qui ont les angles égaux, ou les côtez proportionnels, sont semblables.

56.

Le triangle rectangle se divise en deux autres qui luy ſont ſemblables, par la perpendiculaire tirée de l'angle droit ſur le côté oppoſé.

Suppoſé que la ligne B D tirée de l'angle droit A B C, ſoit perpendiculaire au côté oppoſé A C, je prouve que les triangles A B D, B C D ſont ſemblables au triangle rectangle A B C.



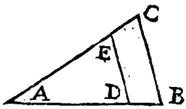
1. Les triangles A B C, A B D ont l'angle A commun, & leurs angles A B C, A D B ſont droits : donc (par la 31) ils ſont équiangles & ſemblables (par la 55.)

2. Les triangles A B C, B C D, ſont auſſi ſemblables par la même raiſon, ils ont l'angle C commun, & chacun un angle droit.

57.

Deux triangles ſont ſemblables quand ils ont un angle commun, & les côtez oppoſez à cet angle, paralleles.

Que D E, ſoit parallele à B C, je dis que les triangles A D E, A B C ſont ſemblables.

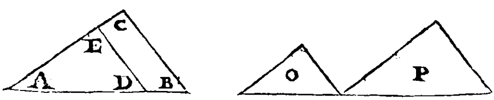


Puiſque les lignes B C, D E ſont paralleles, l'angle D eſt égal à l'angle B; l'angle E, l'eſt à l'angle C, (par la 15) l'angle A eſt commun; ainſi les triangles A B C, A D E ont les angles égaux, & ſont ſemblables (par la 55)

58.

Deux triangles qui ont un angle égal, & les côtez de cet angle proportionnels, ſont ſemblables.

Si A B eſt à A D, comme A C à A E, les triangles A B C, A D E ſont ſemblables, je le prouve.



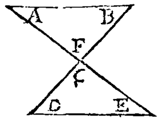
Par la diviſion de raiſon (c'eſt à dire par la 12) A D eſt à D B, ainſi qu'A E à E C; Donc D E eſt parallele à B C (ſuivant la 52) & les triangles ſont ſemblables (par la precedente.)

La même choſe doit s'entendre des triangles ſeparez O, & P.

59.

Deux lignes qui ſe croiſent entre deux paralleles, font deux triangles ſemblables ; & ſi une des croiſées eſt coupée en deux également par l'autre, ou que les deux paralleles ſoient égales, les triangles ſont ſemblables & égaux.

1 *Les lignes A E, B D ſe coupant entre les paralleles A B, D E; je dis que les triangles A B F, C D E, ſont ſemblables.*



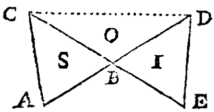
Les angles oppoſez C, F, ſont égaux (par la 19) les alternes A, E, le ſont auſſi, de même que les alternes B, D; (par la 20) Donc (par la 55) les triangles ABF, CDE ſont ſemblables.

2 *Si A E eſt coupée en deux également par BD, ou B D par A E, ou qu'A B ſoit égale à ſa parallele D E; les deux triangles ſont ſemblables & égaux (par la 34.)*

60.

Si deux triangles égaux, ont un angle égal; les côtez qui font cet angle ſont reciproques.

Les triangles S, I, eſtant égaux ; & leurs angles au point B égaux ; on prouve qu'A B, baſe du premier triangle, eſt à D B côté du ſecond, comme B E baſe du ſecond, eſt à B C côté du premier Que A D, C E ſoient deux lignes droites, & qu'elles faſſent avec la ligne C D, le triangle O.



Puis que les triangles S, I, ſont égaux, ils ont même raiſon au triangle O, c'eſt à dire qu'il y a même raiſon du triangle S au triangle O, que du triangle I, au même triangle O; & ces triangles eſtant entr'eux comme leurs baſes (ſuivant la 47,) A B, baſe du triangle S, eſt à B D, baſe du triangl. O; comme BE, baſe du triangle I, eſt à BC, baſe du même triangle O Donc les triangles propoſez S, I, ont les côtez reciproques (ſuivant la 75 du 1.) Il s'enſuit que

61.

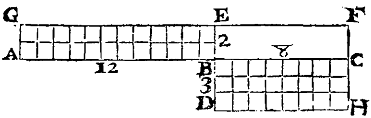
Deux triangles ſont égaux, s'ils ont un angle égal, & les côtez de cet angle, reciproques.

62.

Quatre lignes eſtant proportionnelles, le rectangle compris ſous les extrémes, eſt égal au rectangle compris ſous les moyennes.

Qu'A B ſoit à B C, comme B D à B E; le rectangle A E compris ſous les extrémes A B, B E; eſt égal au rectangle B H, compris ſous les moyennes B C, BD : je la fais voir.

Que les lignes A B C faſſent une ligne droite, de même que les lignes D B E; & que B F ſoit un rectangle produit par la continuité des lignes G E, H C.



Il y a même raiſon du rectangle A E au rectangle B F; que de la baſe A B à la baſe B C; Et du rectangle B H au rectangle B F, que de la baſe B D à la baſe B E (par la 48.) La raiſon de la baſe A B à la baſe B C, 12 à 8; eſt comme celle de la baſe B D à la baſe B E, 3 à 2: Ainſi, il y a même raiſon du rectangle A E au rectangle B F, que du rectangle B H, au même rectangle B F. Donc (par la 6) les rectangles A E, B H ſont égaux. Auſſi contiennent-ils chacun vingt-quatre petits quarrez égaux.

63.

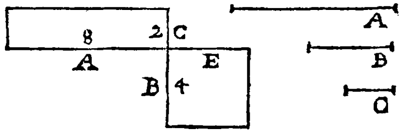
Les rectangles égaux, ont les côtez reciproques.

Les rectangles A E, D C ſont égaux, nous l'avons prouvé; & comme A B à B C, 12 à 8; B D à B E, 3 à 2; ou ce qui eſt la même choſe, comme A B à B D, 12 à 3; B C à B E, 8 à 2: ainſi l'antecedent de la premiere raiſon, & le conſequent de la ſeconde, ſe trouvent dans le premier rectangle A E: Donc les rectangles égaux A E, B H ont les côtez reciproques (ſuivant la 74 du 1.)

64.

Trois lignes eſtant proportionnelles, le rectangle compris ſous les extrémes, eſt égal au quarré fait ſur la moyenne. Et ſi le quarré eſt égal au rectangle, les lignes sont proportionnelles.

1, Que les lignes A, B, C, soient proportionnelles, le rectangle BC, compris sous les extrémes A, C; est égal au quarré BE fait sur la moyenne B, je le prouve.



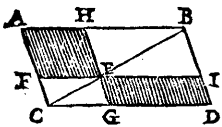
Comme A à B ou E son égale, ainsi B à C: Donc (par la 62) le rectangle AC est égal au quarré BE.

2. Le quarré & le rectangle estant égaux, ils ont les côtez reciproques (par la 63.) Ainsi comme A à E ou B son égale, B à C.

65.

Les complements ou supplemens d'un parallelogramme sont égaux.

Que les supplemens FH, GI, soient égaux, je le démontre.



Les trois parallelogrammes AD, HI, FG, sont coupez chacun en deux triangles égaux par la diagonale BC (suivant la 37.) Donc si des triangles égaux ABC, BCD, on soustrait les égaux BHE, BIE; CEF, CEG: Les supplemens FH, GI, resteront égaux (par la 5.)

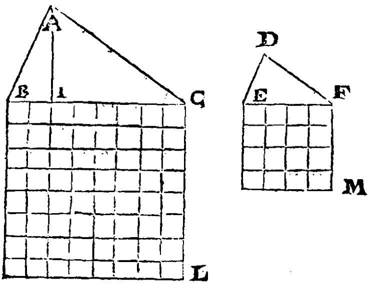
66.

Les triangles semblables sont en raison doublée, ou ce qui est la méme chose, ils sont entr'eux comme les quarrez de leurs côtez homologues.

Supposé les triangles semblables ABC, DEF, on dit qu'ils sont en raison doublée de leurs côtez homologues BC, EF; de sorte que si une ligne GH est à EF, comme EF à BC; ABC sera au triangle DEF, comme la base BC, à la troisiéme proportionnelle GH. Que BI soit coupée égale à GH.

Les angles B, E, sont égaux, puisque les triangles ABC, DEF sont semblables; & AB est à DE comme BC à EF (par la 53.) De plus, comme BC à EF, EF à GH ou BI son égale;

ainsi, comme A B à D E, E F à B I (par la 10.) Les triangles A B I, D E F ont donc les côtez reciproques autour des angles égaux B, E; & (par la 61) ils sont egaux. Mais le triangle A B C a même raison à A B I, que B C à B I ou G H son égale (par la 47.) Donc A B C est à A B I ou D E F son égal, comme B C à G H; de sorte que si B C estoit double, moitié ou triple de G H; le triangle A B C seroit double, moitié, ou triple du triangle D E F: B C est quadruple de G H, donc A B C est quadruple du triangle D E F, de même que le quarré B L est quadruple du quarré E M.

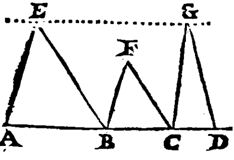


Les 16 petits quarrez égaux compris dans le quarré E M, & le 64 compris dans le quarré B L; font voir que le quarré B L est quadruple du quarré E M, 16 estant le quart de 64.

67.

Si trois triangles ont leurs bases proportionnelles, & que le premier & le troisiéme soient de même hauteur; le deuxiéme sera égal au dernier s'il est semblable au premier: mais au contraire, s'il est semblable au dernier, il sera égal au premier.

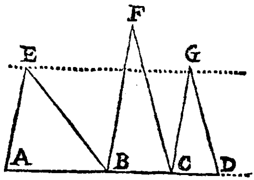
Supposé les trois bases proportionnelles A B C D, & les triangles A B E, C D G de même hauteur; je dis premierement que le triangle F construit sur la moyenne, est égal au triangle G, parce qu'il est semblable au triangle E.



Puis que les triangles A B E, B C F sont semblables, ils sont en raison doublée de leurs bases, c'est à dire, qu'il y a même raison du trian-

gle A B E au triangle B C F, que de la base A B à la troisiéme proportionnelle C D (suivant la precedente.) Or il y a même raison du triangle A B E au triangle C D G, que de la base A B à la base C D (par la 47.) Ainsi le triangle A B E, a même raison au triangle B C F, qu'au triangle C D G. Donc (par la 6) les triangles B C F, C D G sont égaux.

Secondement je prouve que le triangle F, qui est semblable au triangle G, est égal au triangle E.

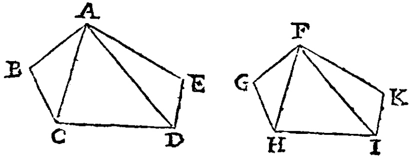


Le triangle C D G est à son semblable B C F, comme sa base C D à la troisiéme proportionnelle A B; & comme C D à A B, le triangle C D G au triangle A B E (suivant la 47.) Donc le triangle G a même raison au triangle F, qu'au triangle E; Donc les triangles A B E, B C F sont égaux.

68.

Les Poligones semblables, se divisent en des triangles semblables.

Que les poligones B E, G K soient semblables, je dis que les triangles de l'un, sont semblables aux triangles de l'autre.

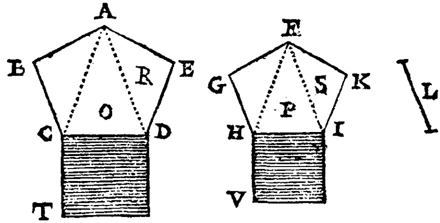


Les poligones estant semblables, les angles B, G sont égaux, & A B est à B C, comme F G à G H (suivant la 72 du 1.) Donc les triangles A B C, F G H sont semblables (par la 58) & A C est à C B comme F H à G H. De plus comme B C, à C D, G H à H I; donc par égalité, comme A C à C D, F H à H I; & les angles égaux B C A, G H F, estant soustraits des égaux B C D, G H I; les angles A C D, F H I, restent égaux. Donc les triangles A C D, F H I sont encore semblables, (par la même 58.) Et par consequent, comme A D à D C, F I à I H; mais comme C D à D E, H I à I K; donc par égalité *comme AD à DE, FI à IK; & les angles ADE, FIK estant égaux, puisqu'ils restent des égaux CDE, HIK, desquels sont soustraits les égaux ADC, FIH; les triangles ADE, FIK sont aussi semblables.*

69.

Les poligones semblables sont en raison doublée, ou ce qui est le même, il sont entr'eux comme les quarrez de leurs côtez homologues.

Les Poligones ABCDE, FGHIK sont semblables, il faut donc prouver qu'il sont en raison doublée de leurs côtez homologues, par exemple de leurs bases CD, HI. Que la ligne L, soit à IF, comme IF à DA.



Les triangles O, R, sont semblables aux triangles P, S (par la precedente.) Les triangles R, S, estant semblables, ils sont en raison doublée de leurs côtez homologues; c'est à dire, que le triangle R est au triangle S, comme son côté AD est à la troisiéme proportionnelle L (par la 66.) Par la même raison le triangle O est au triangle P; comme le même côté AD est à la même troisiéme proportionnelle L. Il y a donc même raison du triangle R au triangle S, que du triangle O au triangle P; & en composant, comme le triangle O est au triangle P, les deux triangles OR, c'est à dire, le quadrilatere ACDE, est aux deux triangles P, S, c'est à dire au quadrilatere FHIK (par la 11.)

La même demonstration se fera des quadrilateres ABCD, FGHI, & enfin (par la même 11) on conclura que les poligones BE, GK, sont entr'eux comme les triangles O, P, lesquels estant en raison doublée de leurs bases CD, HI; les poligones BE, GK, sont aussi en raison doublée des mêmes bases.

De plus les quarrez DT, IV, sont entr'eux comme les trian-

gles O, P, (par la 66.) Donc les poligones BE, GK qui sont entr'eux comme ces triangles, sont entr'eux comme les quarrez.

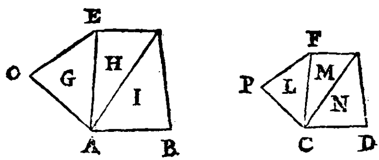
70.

Les parties d'un poligone sont entr'elles, comme les parties d'un autre poligone semblable.

Les poligones BO, DP sont semblables, je dis donc que les triangles G, H, I, du premier sont entr'eux comme sont les triangles du deuxiéme, L, M, N.

Puisque les poligones sont semblables, leurs triangles sont aussi semblables; ainsi les triangles G, L, sont en raison doublée de leurs côtez homologues AE, CF (suivant la 66:) les triangles H, M, sont aussi en raison doublée des mêmes côtez AE, CF; Donc il y a même raison du triangle G au triangle L, que du triangle H au triangle M; & (par échange) le triangle G est au triangle H, comme le triange L au triangle M. Par la même raison le triangle H, est au triangle I, comme le triangle M au triangle N.

De plus (par égalité) G est à I, comme L à N; & (en composant) comme le triangle G est au quadrilatere HI, le triangle L est au quadrilatere MN.

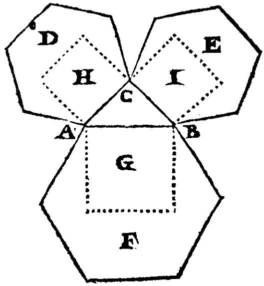


71.

Si on décrit des poligones semblables sur les côtez d'un triangle rectangle le plus grand, *c'est à dire*, celuy qui aura pour base le côté opposé à l'angle droit sera égal aux deux autres.

L'angle C, du triangle ABC est droit, ainsi j'ay à prouver que le poligone F, est égal aux deux poligones D, E, qui luy sont semblables.

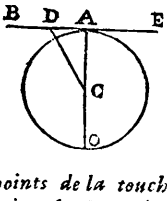
Les poligones semblables D, E, F, sont entr'eux comme les quarrez de leurs bases ou côtez homologues AB, BC, CA, *(par la 69) le plus grand quarré G, est égal aux deux petits H, I (par la 45.) Donc le plus grand poligone F, est égal aux deux petits D, E.*



72.

Une ligne droite touche un cercle & ne le coupe pas, si elle est perpendiculaire à l'extremité du diametre.

La droite A B estant perpendiculaire à l'extremité du diamettre A O, il est évident qu'elle touche le cercle, mais qu'elle ne le coupe pas, même estant continuée vers E, c'est ce qu'il faut faire voir; & pour cela qu'on prenne dans cette ligne A B, un point comme on voudra, par exemple, le point D, & qu'on tire au centre la ligne droite C D.



Puisque l'angle B A C est droit, l'angle A D C sera aigu (par la 32) & la ligne C D opposée à l'angle droit, sera plus grande que le rayon A C opposé à l'angle aigu, (par la 33) Donc le point D a esté pris hors le cercle (suivant la 1.) Or la même demonstration se fera de tous autres points de la touchante B E, si prés qu'on le puisse prendre du point A : Donc la droite B E, n'entre pas dans le cercle. De plus il s'ensuit que

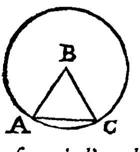
73.

Le cercle n'est touché d'une ligne droite qu'à un seul point, & la perpendiculaire tirée de ce point passe par le centre du cercle.

74.

Le rayon diviſe la circonference du cercle en ſix parties égales, chacune de 60 degrez.

Que la ligne A C ſoit tirée égale au rayon B C, je dis que l'arc A C, ſera la ſixiéme partie de la circonference du cercle : c'eſt à dire qu'il ſera de 60 degrez, ſixiéme partie de 360.



Suppoſé le rayon A B. *Le triangle A B C eſt équilatral, & ſes trois angles qui pris enſemble valent* 180 *degrez (ſuivant la* 29) *ſont chacun de* 60 : *Donc l'arc A C qui eſt la meſure de l'angle B, eſt de* 60 *degrez.*

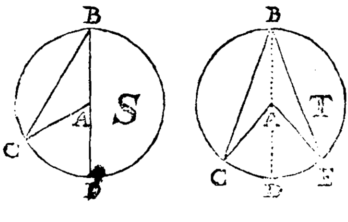
75.

L'angle du centre eſt double d'un angle de la circonference qui a le même arc pour baſe.

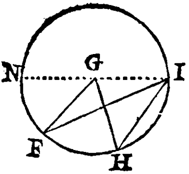
1. *Dans le cercle S, l'angle du centre C A D, & l'angle C B D de la circonference, ont un même arc C D pour baſe; j'ay donc à prouver que le premier eſt double du deuxiéme.*

Les droites A B, A C ſont égales, ainſi le triangle A B C eſt iſocele, & ces angles B, C, ſont égaux (par la 25) l'angle A eſt égal aux deux B & C (par la 27.) Donc il eſt double du ſeul B.

2. *Dans le cercle T, l'angle C A E eſt encore double de l'angle C B E, car ſuppoſé la ligne B A D traverſant le centre A, l'angle C A D eſt double de C B D, & D A E l'eſt de l'angle D B E, par le cas precedent.*



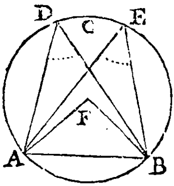
Enfin l'angle du centre F G H eſt auſſi double de l'angle



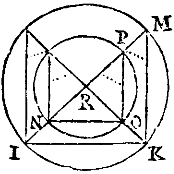
F I H , qui eſt à la circonference , car ſuppoſé la ligne I G N , l'angle N G H ſera double de l'angle N I H ; & l'angle N G F le ſera de l'angle N I F ; (par le premier cas) ſi donc vous ôtez l'angle N G F de l'angle N G H , & l'angle N I F de l'angle N I H ; reſtera l'angle F G H double de l'angle F I H.

76.

Les angles qui ſont dans un même ſegment de cercle, ou dans des ſegments égaux ou ſemblables, ſont égaux.



Les angles A D B , A E B compris dans le même ſegment A C B ſont chacun moitié de l'angle du centre A F B , (par la precedente.) Donc ils ſont égaux (par la 6.) Et la même choſe eſt évidente à l'égard des angles qui ſont dans des ſegments égaux.

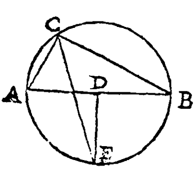


Mais ſuppoſé les deux cercles concentriques I K M , N O P ; les arcs N O , I K ; eſtans compris dans l'angle commun I R K, le premier eſt à ſon cercle, ce que le deuxiéme eſt au ſien ; (par la 13.) Ainſi les ſegments décrits ſur les deux cordes I K , N O ſont ſemblables quoy qu'inégaux.

Or, que les angles qui ſont dans le grand ſegment I M K , comme ceux qui ſont dans le petit N P O , ſoient égaux ; il eſt évident (par la 6) puiſque chacun de ces angles , eſt moitié de l'angle R qui eſt au centre.

77.

L'angle inſcrit dans le demicercle eſt droit.

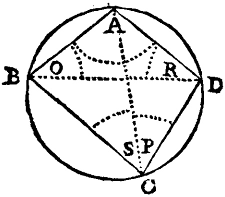


L'angle A C B eſt dans un demi cercle , je dis donc qu'il eſt droit & je le prouve. Que la ligne D E ſoit abaiſſée perpendiculairement du centre D , les angles au point D ſeront droits.

L'angle droit A D E eſt double de l'angle A E C ; l'angle droit B D E , eſt auſſi *double de l'angle BCE (par la 75.) Donc les angles ACE, BCE sont chacun demi droit, & l'angle ACB qui en est composé est droit.*

78.

Un quadrilatere inscrit dans un cercle, a ses angles opposez égaux à deux droits.

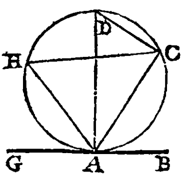


Que les angles opposez BAD, BCD du quadrilatere ABCD soient égaux à deux droits, Voicy comme on le démontre.

Supposé les lignes droites AC, BD, l'angle P est égal à l'angle O; & l'angle S, l'est à l'angle R (par la 76.) L'angle BAD, vaut deux angles droits avec les angles O, R (par la 29.) Donc il vaut deux angles droits avec leurs égaux S, P, ou le seul BCD.

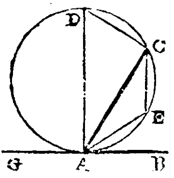
79.

La tangente & la secante font au point de l'attouchement, des angles égaux à ceux des segments alternes.



1. Que la ligne GB, touche le cercle au point A, on prouve que l'angle BAC fait de la touchante AB & de la secante AC, est égal à l'angle du segment alterne AHC. Supposé le diametre AD, il sera perpendiculaire à la touchante AB (suivant la 73.)

L'angle ACD est droit, (par la 77) & l'angle DAC qui avec l'angle D vaut un droit (par la 29,) vaut aussi un droit avec l'angle BAC; puisque AD est perpendiculaire sur AB: Donc l'angle BAC est égal à l'angle D (suivant la 7,) & par consequent à l'angle H qui est égal à l'angle D (par la 76.)



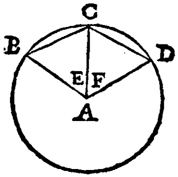
2. Ie prouve que l'angle GAC, est aussi égal à l'angle du segment alterne AEC.

L'angle D avec l'angle E, vaut deux angles droits (par la 78) de même que l'angle BAC avec l'angle CAG (par la 18.) Les angles ADC, BAC, sont égaux, nous venons de le prouver: donc les angles GAC, AEC, le sont aussi. 80.

80.

Les arcs égaux, ont des cordes égales.

Les arcs B C, C D, sont supposez égaux, je dis donc que leurs cordes qui sont les droites B C, C D sont égales. Soit tiré du centre A les rayons A B, A C, A D.

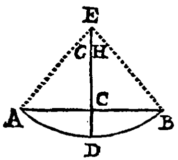


Puis que les arcs B C, C D sont égaux, les angles E, F, faits au centre du cercle sont égaux (par la 14.) Les rayons A B, A C, A D sont aussi égaux; Donc les triangles A B C, A C D ont les côtez égaux (par la 22) & (par la 24.) Les cordes B C, C D, sont égales, ce qui estoit à prouver.

81.

Le rayon qui coupe une corde en deux également, coupe l'arc de même.

Si le point E estant le centre de l'arc A D B, le rayon D E coupe la corde A B en deux parties égales; je dis qu'il coupe aussi l'arc en deux également en D, & je le fais voir.



Supposé les rayons A E, B E, les côtez du triangle A C E, sont égaux aux côtez du triangle B C E; Les triangles A C E, B C E, sont donc semblables (par la 23) & ont les angles G, H, égaux (par la 24.) Donc les arcs A D, B D qui sont leurs mesures sont égaux.

Il s'ensuit aussi que

82.

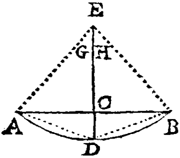
La ligne qui coupe en deux également l'arc & sa corde, est un rayon du cercle.

83.

La perpendiculaire qui coupe une corde en deux également, passe par le centre de l'arc.

Si la perpendiculaire C E coupe la corde A B en deux parties *égales, je dis qu'elle passe par le centre de l'arc AB.* Tirez les droites AD, BD.

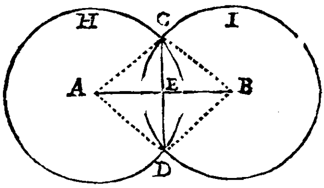
Les lignes AC, CB, estant égales; CD commune; les angles au point C, droits; les triangles ACD, BCD, sont égaux & semblables (par la 22,) ainsi les cordes AD, BD sont égales, & ont leurs arcs égaux (par la 80.) Donc l'arc ADB est coupé en deux parties égales, de même que sa corde AB, & la perpendiculaire DE passe par le centre de l'arc (suivant la 82.)



84.

Si deux cercles égaux se croisent, la ligne droite menée par les points communs de leurs circonferences, coupera en deux également & par des angles droits, la droite menée d'un centre à l'autre.

Que les points A, B, soient les centres des cercles égaux H, I; je prouve que la droite CD, coupe la droite AB en deux parties égales & à angles égaux.



Les triangles ACD, BCD, ont les côtez AC, AD, BC, BD, égaux, & CD commun; donc ils sont semblables (par la 23) & leurs angles ACD, BCD, sont égaux (par la 24.) De plus les rayons AC, CB estant égaux, & la ligne CE commune aux angles égaux ACE, BCE; les triangles ACE, BCE sont aussi égaux en toutes leurs parties (par la 22.) Donc AE, EB sont égales; & les angles en E sont égaux (par la 24) & droits (par la 9 du 1.)

Pour venir à la pratique, il faut d'abord avoir une Regle, un Compas, & un Rapporteur, qui est un demicercle de cuivre ou de corne, divisé en 180 degrez.

CHAPITRE TROISIE'ME.

PRATIQUE,
Des Lignes, des Angles, & des Figures.

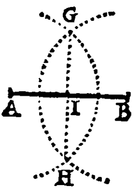
PROPOSITION I.

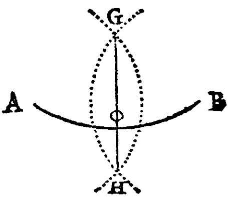
Couper une ligne droite en deux parties égales.

La ligne AB est proposée pour estre coupée.

DEs points A & B comme de deux centres, & d'une même ouverture de compas, décrivez des arcs qui se coupent.

Par leurs coupes G, H, menez une ligne droite, elle coupera la donnée en deux parties égales. (*suivant la* 84 *du* 2.)





PROP. II.

Couper un Arc en deux également.

L'Arc AOB est proposé.

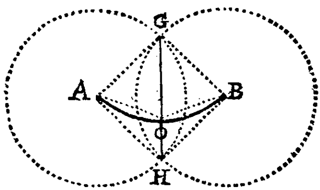
DEs points A & B, & d'une même ouverture de compas, décrivez deux arcs qui se coupent, & par leurs coupes G, H, menez la droite GH, elle coupera l'arc proposé en deux également en O.

Que la droite GH coupe l'arc AB en deux également en O.

je le prouve. Tirez les droites AG, BG, BH, AH, AO, BO.

Les triangles GAH, GBH, ont le côté GH commun, & les côtez AG, BG; AH, BH, égaux; (par la 1. du 2) ainsi ces deux triangles sont semblables (par la 23 du 2;) & (par la 24 du 2) leurs angles au point G sont égaux.

Or les lignes AG, BG, estant égales, les angles AGO, BGO égaux, & la droite GO commune; les triangles AGO, BGO sont aussi égaux & semblables (par la 22 du 2.) Donc les cordes AO, BO, sont égales, & (par la 80 du 2) les arcs AO, BO, sont égaux. Ce qui estoit à prouver.



PROP. III.

Couper un angle rectiligne en deux également.

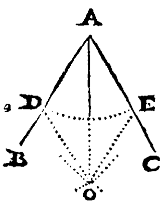
L'Angle BAC est proposé.

DU point A, pris comme centre, décrivez à volonté l'arc DE.

Des points D, E, & d'une même ouverture de compas, décrivez les petits arcs qui se coupent en O.

Menez la ligne AO, elle coupera l'angle en deux également.

Tirez les lignes DO, EO.



Les lignes AD, AE sont égales; DO, EO, le sont aussi (par la 1 du 2.) AO est commune aux deux triangles ADO, AEO; & (par la 23 du 2,) ces triangles sont semblables. (Par la 24 du 2,) leurs angles au point A, opposez aux côtez égaux DO, EO, sont égaux. Donc l'angle proposé est coupé en deux également.

PROP. IV.

D'un point donné dans une ligne droite, élever une perpendiculaire.

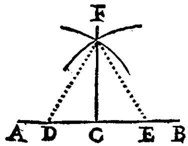
On veut élever au point C, une ligne perpendiculaire sur A B.

POsez une des pointes du compas en C, & de l'autre coupez comme il vous plaira, les parties égales C D, C E.

Des points D, E, faites la section F, je veux dire, de ces points D E, comme de deux centres & d'une même ouverture de compas, décrivez les arcs qui se coupent en F.

Menez C F, elle sera perpendiculaire sur A B.

Tirez D F, E F.



Les lignes C D, C E, sont égales; DF, E F, le sont aussi; C F, est commun; donc (par la 23 du 2,) les triangles C D F, C E F, sont semblables, & ont les angles au point C égaux & droits (par la 9 du 1.) Donc (suivant la 10 du 1) la ligne C F est perpendiculaire.

PROP. V.

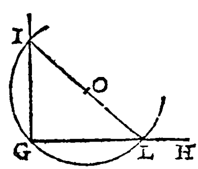
Elever une perpendiculaire à l'extremité d'une ligne.

La ligne droite G H estant proposée, on veut élever une perpendiculaire à son extrémité G.

MArquez à volonté un point O, au dessus de G H,

De ce point, & de l'intervale O G, faites le demi cercle I G L.

Menez L O I, puis la requise G I.



L'angle I G L est décrit dans le demicercle I G L, donc il est droit (par la 77 du 2.)

PROP. VI.

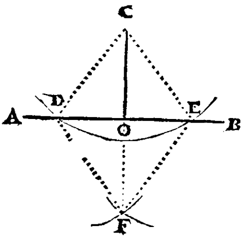
Abaiffer une perpendiculaire fur une ligne droite.

On veut abaiffer du point C, une perpendiculaire fur la droite A B.

METtez une des pointes du compas au point C, & de l'autre décrivez un arc qui coupe la ligne A B, *par exemple*, en D, E.

De ces points D, E, faites la fection F.

Menez la requife C O, vers le point F.



Suppofé les lignes C D, C E, DF, E F, O F. Les triangles C D F, C E F font équiangles (par la 23 du 2,) & les angles au point C, font égaux (par la 24 du 2.) De plus les triangles O C D, O C E font auffi équiangles eftant fembla-bles (par la 22 du 2;) car les lignes C D, C E, font égales; C O, eft commune, & les angles au point C font égaux. Donc (par la 24 du 2) les angles C O D, C O E font égaux & droits, & la ligne C O eft perpendiculaire. (fuivant la 10 du 1.)

PROP. VII.

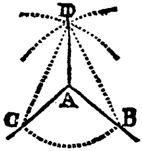
Elever fur un angle rectiligne, une ligne droite qui faffe des angles égaux de part & d'autre.

L'angle A eft propofé.

DU point A, décrivez comme il vous plaira, l'arc B C.

Des points B, C, faites la fection D.

Tirez la demandée A D.



Les triangles A C D, A B D font équiangles (par la 23 du 2,) Donc les angles C A D, B A D font égaux.

PROP. VIII.

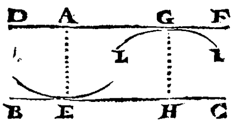
Par un point proposé, mener une ligne parallele à une autre.

On veut mener par le point A, une ligne qui soit parallele à la ligne B C.

DU point A, prenez avec le compas, la distance A E, en décrivant un arc qui rase la ligne BC.

De la même ouverture de compas & d'un autre point comme H pris à volonté dans la ligne B C, décrivez l'arc L I.

Menez la demandée D F, de maniere que passant par le point proposé A, elle touche l'arc I L sans le couper.



Que la ligne D F soit parallele à la ligne B C, il est évident (par la 1 du 2.)

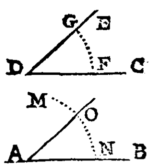
PROP. IX.

Faire un angle égal à un autre.

On veut faire sur la ligne A B, & au point A, un angle égal à l'angle C D E.

DE l'angle D, décrivez à la premiere ouverture de compas, l'arc F G.

De la même ouverture de compas, & du point A, décrivez aussi l'arc N M.



Coupez l'arc N O égal à l'arc F G.

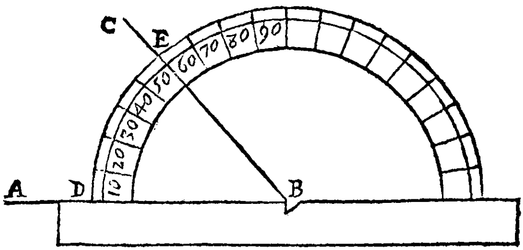
Menez A O, & l'angle B A O sera égal au proposé C D E (*suivant la 14 du 2.*)

PROP. X.

Trouver la valeur d'un angle, par le moyen d'un Rapporteur ou demi cercle.

L'angle A B C est proposé à mesurer.

APpliquez sur A B, la regle du Rapporteur, en sorte que le centre du demicercle se trouve précisément sur la pointede l'angle B, & le nombre des degrez qui se trouveront compris dans l'arc D E, sera la valeur de l'angle A B C.



PROP. XI.

Faire un angle de tel nombre de degrez qu'on voudra, *par exemple*,

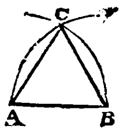
Soit proposé de faire un angle de 50 degrez sur A B, & au point B.

APpliquez le Rapporteur ou demicercle, comme je viens de dire dans la Proposition precedente, & à 50 degrez, à compter du point D, marquez le point E; puis menez B E. qui fera l'angle demandé A B C.

PROP. XII.

Décrire un triangle équilateral ſur une baſe donnée.

On propoſe pour baſe la ligne A B.



DEs points A & B, décrivez les arcs A C, B C.

Menez les droites A C, B C, & vous aurez le requis. (*par la* 1. *du* 2.)

PROP. XIII.

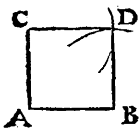
Conſtruire un quarré ſur une baſe donnée.

On propoſe pour baſe la ligne A B.

ELevez la perpendiculaire A C (*par la* 5,) & la coupez égale à A B.

Des points B & C, & de l'intervale A B, faites la ſection D.

Menez les lignes C D, B D, & vous aurez un quarré.



Les quatre côtez ont eſté coupez égaux, & ils ſont paralleles (*par la* 39 *du* 2.) *L'angle A eſt fait droit, & ſon oppoſé D l'eſt auſſi* (*par la* 38 *du* 2.) *De même, les angles B, C, ſont égaux & droits, les quatre angles A, B, C, D, valant quatre droits* (*par la* 35 *du* 2.) *Donc* (*ſuivant la* 27 *du* 1) *C B eſt un quarré parfait.*

PROP. XIV.

Inſcrire un triangle équilateral dans un cercle.

Le cercle A F eſt propoſé.

DU point A, pris à volonté dans la circonference, & de l'intervale du rayon A B, décrivez l'arc C B D.

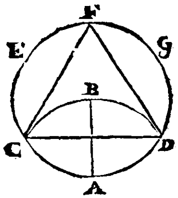
Menez la droite CD, elle ſera la baſe du triangle demandé.

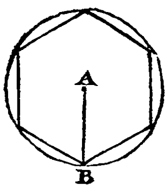
L'arc A C eſt une ſixiéme partie de la circonference (ſuivant la 74 du 2,) & le double C A D en eſt le tiers.

PROP. XV.

Inſcrire un Exagone regulier.

PRenez le demi diamettre A B, il diviſera la circonference du cercle en ſix parties égales (*ſuivant la 74. du 2.*)





PROP. XVI.

Inſcrire un Quarré.

TIrez par le centre O, le diametre B D.

Des points B, D, décrivez deux arcs F G, E H, qui ſe coupent.

Par leurs coupes ou ſections, menez la droite A C, qui paſſera par le centre O en faiſant quatre angle droits avec le diamettre B D, (*ſuivant la 84 du 2.*)

Décrivez le quarré A B C D, il aura les quatre côtez égaux, & les quatre angles droits.

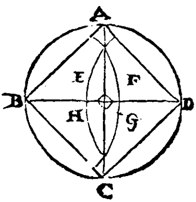
Les arcs A B, B C, C D, D A, ſont égaux (ſuivant la 14 du 2;) ainſi (par la 80 du 2) le quarré a ſes quatre côtez égaux; & ſes quatre angles ſont droits (par la 77 du 2.)

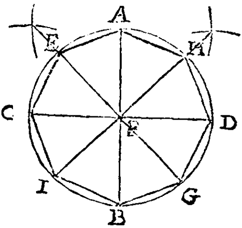
PROP. XVII.

Inscrire un octogone regulier.

TIrez les diametres AB, CD, coupant le cercle en quatre parties égales (*par la precedente.*) Coupez chaque quart de cercle en deux également (*par la* 2,) & tirez les côtez de l'octogone AEC, &c.

L'égalité des côtez est évidente (*par la* 80 *du* 2) *& celle des angles* (*par la* 76 *du même* 2.)



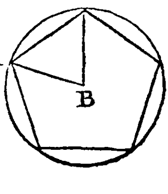


PROP. XVIII.

Inscrire tel Poligone regulier qu'on voudra, par le moyen du Rapporteur.

On veut inscrire un Pentagone dans le cercle ABC.

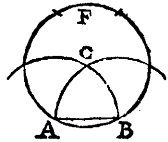
DIvisez le nombre des degrez du cercle entier par le nombre des côtez du poligone, c'est à dire, divisez 360 par 5, & le quotien 72, sera l'angle du centre ABC que vous ferez (*par la* 11) pour avoir un arc dont la corde AC, soit un des côtez du Pentagone demandé.



PROP. XIX.

Construire un Exagone regulier sur une base donnée.

La base AB est donnée.



DEs points A, B, décrivez les arcs B C, A C.

Du point C, faites le cercle A B F, il contiendra six fois A B (*suivant la* 74. *du* 2.)

PROP. XX.

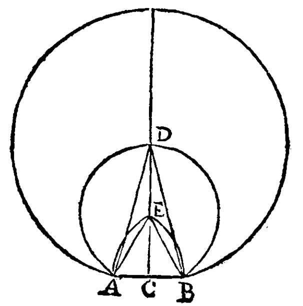
Décrire un Dodecagone regulier dont un des côtez est proposé.

La droite AB est le côté proposé.

DU milieu d'A B, élevez la perpendiculaire C D (*par la* 4.)

Du point B, décrivez l'arc A E, & du point E l'arc A D.

Le point D sera le centre du Dodecagone.



L'angle ADB est moitié de l'angle AEB (par la 75 *du* 2.) *AEB est l'angle du centre d'un Exagone (par la precedente.) Donc l'angle ADB est l'angle du centre d'un Dodecagone ; car l'angle AEB estant de* 60 *degrez, l'angle ADB est de* 30 ; *& douze fois* 30, *font* 360, *valeur de toute la circonference du cercle.*

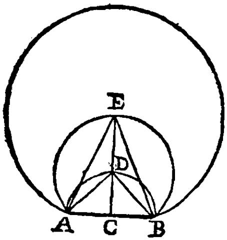
PROP. XXI.

Sur une base donnée décrire un Octogone.

La base A B est donnée.

Coupez A B en deux au point C (*par la* 1.) Elevez la perpendiculaire C E (*par la* 4.) Du point C, décrivez le demicercle A D B.

Du point D, décrivez le cercle A E B, & du point E, le cercle demandé qui contiendra huit fois A B.



L'angle A D B est droit (par la 77 du 2) & l'angle A E B est demi-droit (suivant la 75 du 2.) L'angle droit vaut 90 degrez (suivant la 18 du 2;) & le demi droit 45, qui est la valeur de l'angle au centre d'un Octogone, huit fois 45 faisant 360.

PROP. XXII.

Sur une base donnée décrire tel Poligone regulier qu'on voudra.

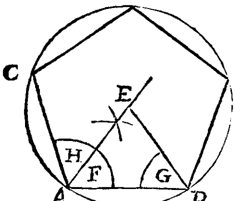
On veut faire un Pentagone regulier sur la base A B.

Divisez 360, par le nombre des côtez du Poligone à faire, c'est à dire par 5; & le quotien 72 sera la valeur de l'angle, au centre d'un Pentagone, (*suivant la* 18.)

Tirez ce nombre 72 de 180, restera 108 pour angle de la figure B A C, que vous ferez par la Pratique 11.

Coupez cet angle B A C en deux, par la ligne A E (*prop.* 3.)

Faites l'angle ABE égal à l'angle BAE (*par l. 9,*) & le point E sera le centre du cercle dans lequel vous ferez le Pentagone demandé.



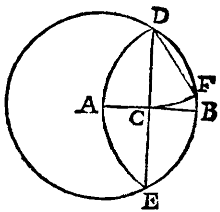
Les angles F, G, sont faits égaux : donc (par la 26 du 2) les lignes AE, BE sont égales; & le cercle décrit du point E, & de l'intervale EA, passe par le point B. Cela connu, je n'ay qu'à faire voir comme l'angle AEB est de 72. degrez.

L'angle G qui est égal à l'angle F, est aussi égal à l'angle H; Les deux angles H, F, ou le seul CAB a esté fait de 108 *degrez; ainsi les deux F, G, valent* 108 *degrez; lesquels soustraits de* 180 *que valent tous les trois angles du triangle ABE, (par la 29 du 2) reste 72 pour l'angle AEB.*

PROP. XXIII.

Inscrire un Eptagone dans un cercle.

Le cercle BDE est proposé.



MEnez le rayon AB, & du point B, décrivez l'arc DAE.

Tirez la droite DE, & sa moitié CD ou son égale DF, sera à peu prés la longueur d'un des côtez de l'Eptagone.

Nous voirons cette Proposition & les deux suivantes au Chapitre 8.

PROP. XXIV.

Inscrire un Eneagone.

MEnez le rayon AB.

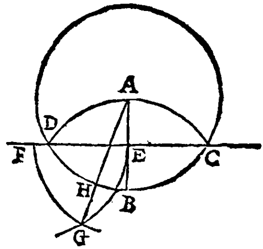
De l'extremité B, & de l'intervale BA, décrivez l'arc DAC.

Tirez la droite C D, & la prolongez vers F.

Coupez E F égale à A B.

Du point E, décrivez l'arc F G, & du point F, l'arc E G.

Menez A G, & l'arc D H, sera à peu prés la neuviéme partie de la circonference du cercle.



PROP. XXV.

Sur une base donnée, décrire un Eneagone regulier.

La ligne A B est une base proposée.

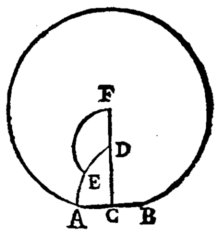
COupez A B en deux également au point C.

Elevez la perpendiculaire C F.

Du point B, décrivez l'arc A D.

Coupez l'arc A D en deux parties égales en E.

Du point D, décrivez l'arc E F; & le point F, sera à peu prés le centre de l'Eneagone.



PROP. XXVI.

Décrire un Triangle semblable & égal à un autre.

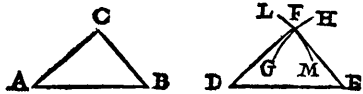
On veut faire un triangle égal & semblable au triangle A B C.

TIrez D E, égale à la base A B.

Du point D, & de l'intervale A C, décrivez l'arc L M.

Du point E, & de l'intervale BC, décrivez l'arc GH.

De la ſection F, menez les lignes DF, EF, & vous aurez le requis (*par la 23 du 2*)



PROP. XXVII.

Décrire ſur une baſe donnée, un triangle ſemblable à un autre.

On propoſe à faire ſur AB, un triangle ſemblable au triangle CDE.

Faites l'angle A égal à l'angle C, & l'angle B égal à l'angle D (*par la 9.*) Le troiſiéme F ſera égal au troiſiéme E (*par la 31 du 2,*) & (*par la 55 du 2*) les deux triangles ſeront ſemblables.

PROP. XXVIII.

Décrire une figure rectiligne égale & ſemblable à une autre.

On veut faire une figure comme la propoſée O.

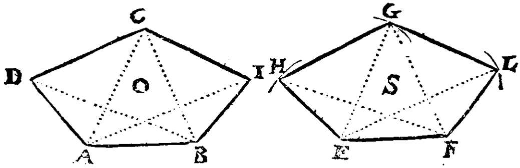
Tirez EF égale à la baſe AB.

Faites le triangle EFH ſemblable au triangle ABD (*par la 26.*)

Faites

Faites de même, le triangle E F G, semblable au triangle A B C, & tirez G H.

Enfin, faites le triangle E F L semblable au triangle A B I, & ayant tiré G L, la figure S, sera égale & semblable à la figure O.



Les triangles E F H, E F G, sont faits égaux & semblables aux triangles A B D, A B C; ainsi ôtant des angles égaux D A B, H E F, les égaux B A C, F E G; les angles D A C, H E G, restent égaux; & puisque les côtez A D, A C sont égaux aux côtez E H, E G, les triangles A D C, E H G sont aussi égaux & semblables (par la 22 du 2.)

Par la même raison les triangles A C I, B I C, sont égaux & semblables aux triangles E G L, F L G. Donc les figures O, S sont égales & semblables, (par la 68 du 2.)

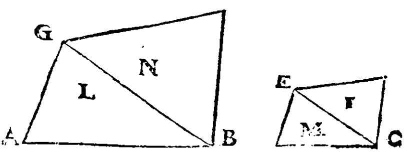
PROP. XXIX.

Décrire sur une base donnée, une figure semblable à une autre.

On veut faire sur A B une figure semblable à la figure M I.

Menez la diagonale C E, & faites sur la base A B, le triangle L semblable au triangle M (*par la 27.*)

Faites aussi sur B G, le triangle N, semblable au triangle I. Et le quadrilatere L N sera semblable au quadrilatere M I (*par la 68 du 2.*)



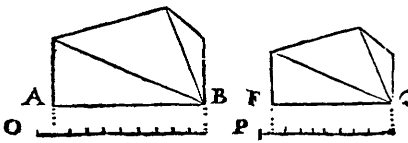
E

PROP. XXX.

Conſtruire une figure ſemblable à une autre, par le moyen d'une échelle.

On veut faire avec l'échelle O, une figure ſemblable à la figure F C, qui a eſté meſurée par l'échelle P.

LA baſe F C contient 9 parties de ſon échelle P. Prenez auſſi 9 parties ſur l'échelle O, & les donnez à la baſe A B, ainſi du reſte (*ſuivant la* 28.)



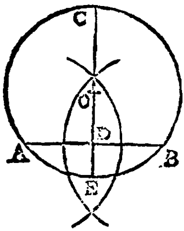
PROP. XXXI.

Trouver le centre d'un cercle.

On propoſe de trouver le centre du cercle A B C.

TIrez comme il vous plaira la droite A B, & la coupez en deux également par la perpendiculaire C E (*ſuivant la* 1.)

Coupez C E auſſi en deux parties égales, & le milieu O, ſera le centre du cercle.



La perpendiculaire C E paſſe par le centre du cercle (ſuivant la 83 du 2,) & le centre ne peut eſtre ailleurs qu'au point O, milieu de cette ligne.

PROP. XXXII.

Achever un cercle commencé dont on n'a pas le centre.

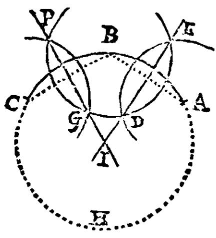
L'arc ABC est le commencement d'un cercle qu'il faut achever.

POsez dans l'arc proposé, trois points comme il vous plaira, par exemple, les points A, B, C.

Des points A & B, & d'une même ouverture de compas, décrivez les arcs qui se coupent en D, E, & menez la droite DE.

Décrivez deux autres arcs des points B & C; & par leurs sections P, G, menez la droite PG.

Du point I où se coupent les droites PG, DE, & de l'intervale IA, achevez le cercle commencé.

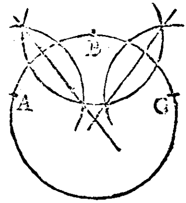


Supposé les droites AB, BC, elles sont coupées chacune en deux également & à angles droits par les droites PI, EI (suivant la 84 du 2;) ces lignes PI, EI passent chacune par le centre de l'arc ABC (par la 83 du 2.) Donc le centre est au point commun I, & l'arc AHC qui en est décrit, fait un cercle parfait avec l'arc ABC.

PROP. XXXIII.

Trouver le milieu de trois points, ou décrire un cercle par trois points qui ne soient pas dans une ligne droite.

Les points A, B, C, sont proposez, par lesquels une ligne droite ne peut estre menée.

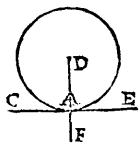


CHerchez le centre de ces points par la precedente.

PROP. XXXIV.

Mener une ligne droite qui touche un cercle par un point donné.

On propose de tirer par le point A, une ligne qui touche le cercle sans le couper.



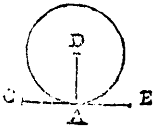
DU centre du cercle, menez D F par le point A.

Elevez la perpendiculaire A E, sur D F, elle sera la touchante demandée, (*suivant la 72 du 2*)

PROP. XXXV.

Trouver le point où un cercle est touché d'une ligne droite.

On cherche le point où la droite C E, touche le cercle qui est dessus.



DU centre du cercle D, abaissez sur C E, la perpendiculaire D A (*par la 6*;) & le point A sera le demandé. (*Voyez la 73. du 2.*)

PROP. XXXVI.

Décrire sur une ligne droite, un segment de cercle capable d'un angle égal à un angle donné.

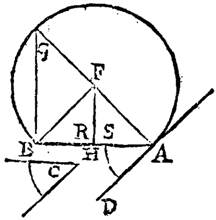
On veut décrire sur la droite, A B, un segment de cercle qui puisse comprendre un angle égal à l'angle C.

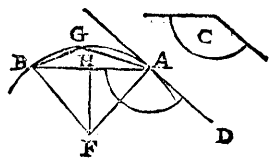
Faites l'angle B A D égal à l'angle C. (*prop. 9.*)

Elevez sur A D, la perpendiculaire A G. (*prop. 4, ou 5*)

Coupez A B en deux, & du milieu H, élevez la perpendiculaire H F.

Du point F, décrivez l'arc A G B, & menez B G. Je dis que l'angle G, compris dans le segment A B G est égal au donné C. *Tirez B F.*





Premierement, les triangles H B F, H A F, ont le côté F H commun; les bases B H, H A, égales & les angles d'entre deux égaux puisqu'ils sont droits: donc (par la 22 du 2) F A, F B, sont égales; le cercle décrit du point F, & de l'intervale F A passe par le point B, & le segment A G B est décrit sur A B.

2. La ligne A D touche le cercle au point A (par la 73 du 2;) & (suivant la 79 du 2) l'angle G est égal à l'angle B A D, & par consequent à l'angle C.

PROP. XXXVII.

Décrire ſur une ligne, un Poligone regulier dont l'angle du centre eſt donné.

L'angle C, eſt l'angle du centre d'un Pentagone qu'on veut faire ſur la ligne A B.

FAites l'angle A B D, égal au donné C (*prop.* 9.)

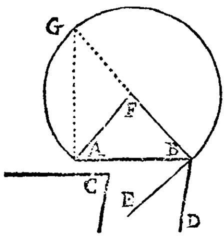
Coupez cet angle en deux par la ligne B E (*prop.* 3.)

Elevez ſur B E, la perpendiculaire B F (*prop.* 5.)

Faites l'angle A égal à l'angle B.

Du Point F, décrivez le cercle A B G, il contiendra cinq fois la ligne A B.

Pour le prouver je n'ay qu'à faire voir que l'angle du centre A F B eſt égal au propoſé C.



Suppoſé l'angle G, il eſt moitié de l'angle F, (par la 75 du 2.) L'angle A B E eſt auſſi moitié de l'angle A B D par la conſtruction; ces angles G, & A B E ſont égaux (par la 79. du 2.) Donc l'angle F, eſt égal à l'angle A B D, & par conſequent à l'angle C, auquel A B D eſt fait égal.

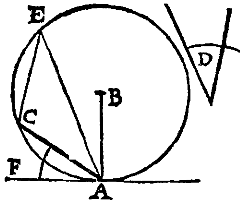
PROP. XXXVIII.

Couper d'un cercle, un ſegment capable d'un angle égal à un angle donné.

On veut couper du cercle E, un ſegment capable d'un angle égal à l'angle D.

TIrez le rayon A B, & la perpendiculaire A F.

Faites l'angle F A C égal à l'angle D, & le ſegment A E C ſera le demandé.



Ayant pris un point à volonté dans l'arc A E C, par exemple le point E, si vous faites l'angle A E C, il sera égal à l'angle C A F. (suivant la 79 du 2) & par consequent au donné D.

PROP. XXXIX.

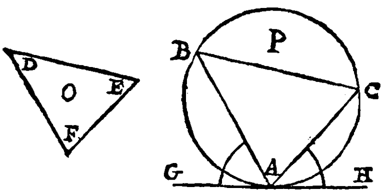
Inscrire dans un cercle, un triangle semblable à un autre.

On propose d'inscrire dans le cercle P, un triangle semblable au triangle O.

PAr un point comme A, menez la touchante G H (*prop.* 34.)

Faites l'angle G A B égal à l'angle E, & l'angle H A C égal à l'angle D.

Tirez la droite B C, & le triangle A B C sera semblable au triangle O.



L'angle C est égal à l'angle B A G ou E; l'angle B l'est à l'angle C A H ou D, (par la 79 du 2.) Et l'angle A l'est à l'angle F (par la 31 du 2.) Donc le triangle inscrit est semblable au proposé O (par la 55 du 2.)

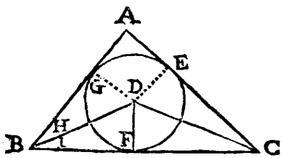
PROP. XL.

Inſcrire un cercle dans un triangle.

Le triangle ABC eſt propoſé.

COupez les angles ABC, ACB chacun en deux également tirant les lignes BD, CD, (*prop.* 3.)

De la ſection D, abaiſſez la perpendiculaire DF (*prop.* 6.) elle ſera le rayon du cercle. *Tirez DG, perpendiculaire ſur AB, & DE perpendiculaire ſur AC.*



Dans les triangles BDG, BDF, les angles G, F, ſont égaux puiſqu'ils ſont droits; les angles H, I ſont auſſi égaux, l'angle GBF eſtant coupé en deux également; le côté BD eſt commun: Donc (par la 34 du 2.) ces triangles ſont égaux en toutes leurs parties, & DG eſt égal à DF (par la 24 du 2)

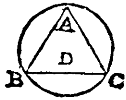
Par la même raiſon DE eſt égal à DF: Donc le cercle décrit du point D, & de l'intervale DF, paſſe par les points G, E, & touche les trois côtez du triangle ſans les couper (par la 72 du 2.)

PROP. XLI.

Décrire un cercle autour d'un triangle.

Le triangle D eſt propoſé.

CHerchez le centre des trois points A, B, C. (*prop.* 33.)



PROP. XLII.

Décrire autour d'un cercle, un triangle semblable à un triangle donné.

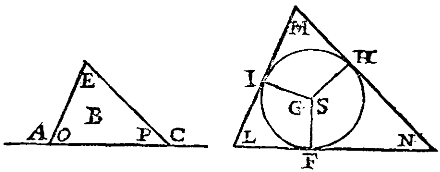
On propose de faire autour du cercle FIH, un triangle semblable au triangle B.

Continuez la base AC de part & d'autre.

Menez le rayon GF, & faites l'angle S égal à l'angle C.

Faites aussi l'angle G égal à l'angle A.

Menez par les points F, I, H, les tangentes LM, MN, LN, (*prop.* 34.) elles feront le triangle demandé.



Les angles du quadrilatere F S H N sont égaux à quatre droits (par la 35 du 2) les angles S F N, S H N, sont faits droits; donc les opposez S, N, pris ensemble valent deux droits.

Les angles P, C, sont aussi égaux à deux droits (par la 18 du 2) & l'angle S est fait égal à l'angle C. Donc l'angle N est égal à l'angle P.

Par la même raison, l'angle L est égal à l'angle O; & l'angle M l'est à l'angle E, (par la 31 du 2.) Donc (par la 55 du 2) le triangle L M N est semblable au triangle B.

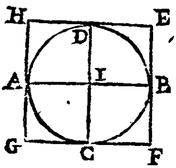
PROP. XLIII.

Autour d'un cercle circonscrire un quarré.

Le cercle A B C est proposé.

Tirez les diametres AB, CD, se coupant à angles droits.

Par les points A, B, C, D, menez HE, GF, EF, GH, paralleles aux diametres AB, CD, (*prop.* 8,) & vous aurez le quarré demandé ayant ses côtez égaux, ses angles droits, & touchant de ses quatre côtez, le cercle donné sans le couper en aucun endroit.



Les côtez EH, GF, sont égaux au diametre AB; EF, GH, le sont au diamettre CD, (par la 38 du 2,) les diametres sont égaux: donc les quatre côtez du quarré sont égaux.

Les angles au centre I sont droits, & leurs opposez E, F, G, H, le sont aussi (par la 38 du 2.)

L'angle HDI est droit comme son alterne I (par la 20 du 2.) Donc EH touche le cercle sans le couper (suivant la 72 du 2.) La même demonstration se fera des autres côtez.

PROP. XLIV.

Autour d'un cercle circonscrire un Poligone regulier.

On propose de faire un Pentagone regulier autour du cercle ABD.

DEcrivez dans le cercle un Pentagone ACD, (*prop.* 18.)

Coupez AB en deux tirant le rayon FH.

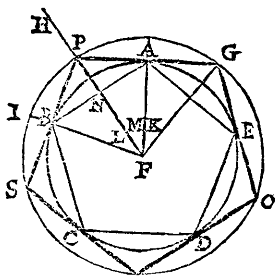
Menez AP perpendiculaire sur AF (*prop.* 5.)

Décrivez le cercle POS, & continuez PA jusqu'en G.

La droite PG sera un des côtez du Pentagone demandé.

Les triangles NAF, NBF, ont leurs côtez égaux, ainsi ils sont semblables (par la 23 du 2,) & leurs angles L, M, sont égaux (par la 24 du 2.)

Dans les triangles AFP, AFG, les angles au point A sont droits, le côté AF est commun, & les côtez FP, FG,



ſont coupez égaux ; Donc A P, A G, le ſont auſſi (par la 22 du 2.) & l'angle K eſt égal à l'angle M, & par conſequent à l'angle L.

Les trois angles au centre F eſtant égaux, l'angle P F G composé de deux eſt égal à l'angle B F A auſſi composé de deux ; & l'arc P G eſt la cinquiéme partie de ſon cercle, comme l'arc A B eſt la cinquiéme partie du ſien (par la 13 du 2 ;) le reſte eſt évident.

PROP. XLV.

Diviſer une ligne droite en tant de parties égales qu'on voudra.

On veut diviſer la ligne A B en trois parties égales.

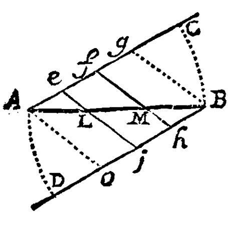
DU point A, décrivez l'arc B C, de telle grandeur qu'il vous plaira.

Du point B, décrivez auſſi l'arc A D, & le coupez égal à l'arc B C.

Du point A, & de la premiere ouverture de compas, portez ſur A C, trois parties égales A e f g.

De la même ouverture de compas & du point B, portez auſſi ſur B D les trois parties B h j o.

Menez les lignes f h, e j, elles diviſeront A B comme il eſt demandé.



Nous avons fait les angles alternes C A B, D B A, égaux, ainſi (par la 21 du 2) les lignes A C, B D ſont paralleles ; A e, O j, ſont donc égales & paralleles ; & A O, e j, qui les conjoignent ſont auſſi paralleles (ſuivant la 36 du 2.) La même demonſtration ſe fera des lignes e j, f h, g B.

Les lignes Bg, Mf, Le, estant paralleles, AB est divisée comme Ag, (suivant la 51 du 2,) les parties d'Ag, sont coupées égales. Donc les parties d'AB, le sont aussi.

PROP. XLVI.

Autre maniere de diviser une ligne.

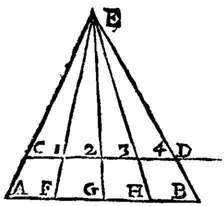
On veut diviser AB en quatre parties égales.

MEnez la ligne CD parallele à AB.

Du point C, & à la premiere ouverture de compas, portez sur CD, quatre parties égales 1, 2, 3, 4.

Tirez AC, BD, & les continuez jusqu'à leur rencontre en E.

Menez du point E, des lignes par les divisions 1, 2, 3, elles diviseront AB, en quatre parties égales.



Les lignes CD, AB, estant paralleles, les triangles CDE, ABE, sont semblables (par la 57 du 2) & sont divisez l'un comme l'autre par des triangles semblables (suivant la même 57) les bases des triangles sur CD, sont coupées égales: Donc (suivant la 70 du 2) les bases des triangles sur AB sont aussi égales: Donc AB est divisée comme CD en quatre parties égales.

PROP. XLVII.

Faire diverses Echelles semblables sur des longueurs inégales.

On veut faire trois Echelles chacune de soixante parties égales, la premiere de la longueur D, la deuxiéme de la longueur E, & la troisiéme de la longueur G.

TIrez une ligne AO de telle longueur qu'il vous plaira.

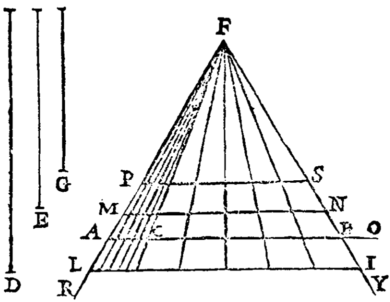
Portez ſur cette ligne A O, & à la premiere ouverture de compas, dix petites parties égales A C.

Portez A C, ſix fois ſur la même ligne A O, & ſur ces ſix parties A B, faites le triangle équilateral A B F (*prop.* 12.)

Prolongez F A vers R, & F B, vers Y.

Menez du point F, des lignes par toutes les diviſions d'A B.

Enfin, coupez F L, F I, égales à D; F M, F N, égales à E; F P, F S égales à G; & les lignes L I, M N, P S ſeront les échelles demandées.



Le triangle A B F eſt fait équilateral, & le triangle L I F, luy eſt ſemblable (par la 58 du 2.) Donc comme A B eſt égal à A F, auſſi L I eſt égale à L F ou D : & cette ligne L I eſt diviſée comme A B, (ſuivant la precedente) ainſi des autres.

PROP. XLVIII.

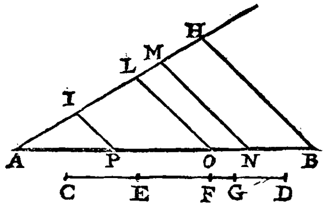
Diviſer une ligne en pluſieurs parties qui ſoient entr'elles, comme les parties d'une autre ligne, *par exemple*,

On veut diviſer A B en quatre parties qui ſoient entr'elles comme les quatre parties de la ligne C D.

MEnez comme vous voudrez la ligne A H, faiſant un angle avec A B.

Coupez les parties AILMH, égales aux parties CEFGD.

Tirez BH, ses paralleles MN, LO, IP, & AB sera divisée comme AH ou CD son égale (*suivant la 51 du 2.*)



PROP. XLIX.

A deux lignes données, trouver une troisiéme proportionnelle.

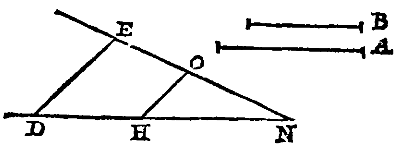
On demande une ligne qui soit à la ligne B, comme la ligne B, est à la ligne A.

FAites comme il vous plaira, l'angle DNE.

Coupez NH égale à la ligne A, & NO égale à la ligne B.

Coupez encore DH égale à NO, & menez DE parallele à HO.

La ligne EO sera la troisiéme demandée.



Les lignes DE, HO estant paralleles, il y a même raison d'NH à DH, ou d'A à B leurs égales; que d'NO ou B son égale à OE. (par la 51 du 2.)

PROP. L.

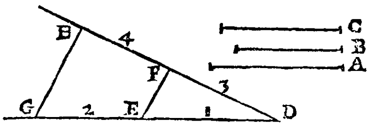
A trois lignes données trouver une quatriéme proportionnelle.

On propose les lignes A, B, C, ausquelles il faut trouver une quatriéme proportionnelle.

Faites à volonté l'angle GDH.

Coupez DE égale à A, EG égale à B, & DF égale à C.

Menez GH, parallele à EF, & FH sera la demandée.



Il y a même raison de DE ou A son égale, à EG ou B son égale, que de DF ou son égale C à FH. (suivant la 51 du 2.)

PROP. LI.

Trouver une moyenne proportionnelle.

On veut avoir une moyenne proportionnelle entre les lignes A & B.

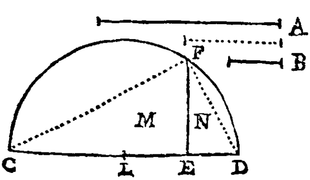
Tirez une ligne droite CD.

Coupez CE, ED, égales aux donnée A & B.

Divisez CD en deux également en L.

De ce point L, décrivez le demicercle CFD.

La perpendiculaire EF sera la moyenne demandée. *Tirez CF, DF.*



L'angle CFD est droit (par la 77 du 2;) & (par la 56 du 2) les triangles M, N, sont équiangles; ainsi, dans le premier triangle, le moyen côté CE est au petit EF, comme dans le second trian-

gle, le moyen côté E F est au petit E D (par la 53 du 2.) la ligne E F est donc moyenne proportionnelle entre les extrémes C E; E D ou leurs égales A, B.

PROP. LII.

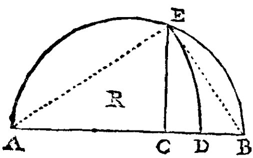
Autre maniere de trouver une moyenne proportionnelle.

On demande une ligne moyenne entre les extrémes A B, A C.

DEcrivez le demicercle A E B.

Elevez la perpendiculaire C E.

La ligne A E ou son égale A D sera moyenne proportionnelle entre les proposées A B, A C.



Le triangle A B E est rectangle (par la 77 du 2.) Et le triangle A C E, luy est semblable (par la 56 du 2,) A C est donc à A E, dans le triangle R, comme A E à A B dans le triangle A E B (par la 53 du 2;) ainsi, comme A C à A E, A E ou son égale A D à A B.

PROP. LIII.

D'une ligne donnée, couper une partie qui soit moyenne proportionnelle entre le reste & une autre ligne.

On veut couper de la ligne A C, une partie C I, qui soit moyenne entre le reste A I, & la ligne C B.

DEcrivez sur la droite A C B le demicercle A D B.

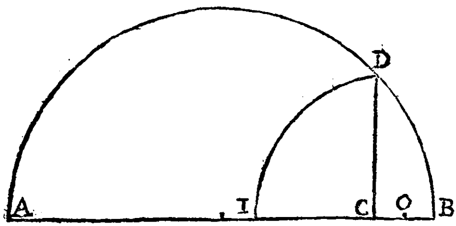
Elevez la perpendiculaire C D.

Coupez B C en deux au point O.

De ce point O, décrivez l'arc D I.

La ligne C I sera moyenne proportionnelle entre A I & C B.

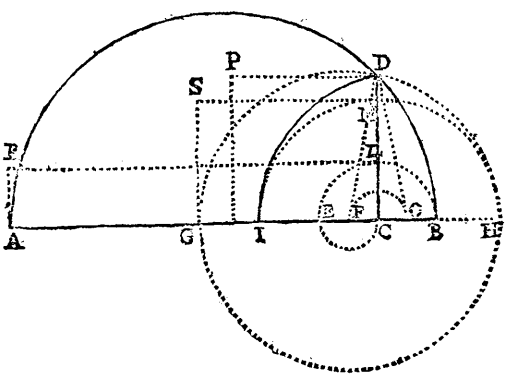
Coupez



Coupez CF, CE, *égales à* CO, CB; CH *à* CI; & FG *à* FH; *puis faites les rectangles* ACLR, GCMS, & *le quarré* CP.

La ligne FH, *est égale à* OI, & OI *est coupée égale à* OD, *ainsi* FH *est aussi égale à* FD; & *le cercle décrit du centre* F, & *de l'intervalle* FH, *passe par le point* D.

La ligne CD *est moyenne proportionnelle entre* AC & CB, *de même qu'entre* GC & CH, (*par la* 51) *ainsi le quarré* CP *est égal au rectangle* CS *compris sous les extrémes* GC, CH; *de même qu'au rectangle* CR *compris sous les extrémes* AC, CL. (*par la* 64 *du* 2.) *Donc* (*par la* 3 *du* 2) *les rectangles* CS, CR *sont égaux* : & AC *est à* CM *ou son égale* CI, *comme* CG *à* CL *ou* CE *son égale* (*par la* 63 *du* 2.) *De plus* AI *est à* IC, *comme* GE *à* EC *ou son égale* CB (*par la* 12 *du* 2.) *Or* GE *est égale à* IC, *car* IC, *l'est à* CH, *comme* CH *l'est à* EG; *Donc comme* AI *à* IC, IG *à* CB.



PROP. LIV.

Trouver deux lignes moyennes entre deux autres proposées, tellement que les quatre soient en proportion continuée.

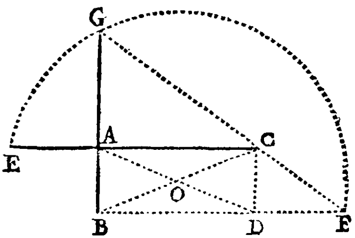
On veut trouver deux moyennes proportionnelles entre les lignes A C, A B.

FAites le rectangle A B C D, & continuez A C vers E, A B vers G, & B D vers F.

Tirez les diagonales A D, B C.

Du point O décrivez le demicercle E G F, de maniere qu'une ligne droite menée par les sections G, F, touche l'angle C.

Les lignes A G, A E, seront les moyennes demandées.



Tirez les lignes O E, O F, E G, B E.

Les triangles rectangles A B D, B D C ont les côtez A B, C D égaux & une même base B D; donc ils sont semblables (par la 22 du 2;) & l'angle O B D est égal à l'angle O D B (par la 24 du 2.) Donc (par la 26 du 2) le triangle B D O, est isocele & ses côtez B O, D O sont égaux.

Par la même raison les triangles A B C, A B D sont encore semblables; leurs angles A B C, B A D sont égaux; le triangle A B O, est isocele; & B O est égale à A O de même qu'à D O.

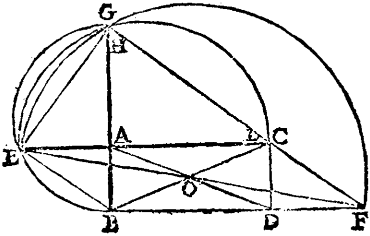
Les lignes A O, D O sont donc égales; O E, O F, le sont aussi étant des rayons du cercle E G F; & la diagonale A D tombant sur les paralleles E C, B F, fait les angles alternes E A O, O D F égaux (par la 20 du 2.) Donc (par la 22 du 2) les triangles O A E, O D F sont égaux & semblables, & leurs angles au point O, estant égaux, O E, O F (par la 19 du 2) ne font qu'une ligne droite qui est le diametre du demicercle E G F.

L'angle E G F est droit (par la 77 du 2;) & si vous décrivez un demicercle sur C E, il passera par le point G; Donc les triangles A C G, A G E sont équiangles (suivant la 56 du 2,) & (par la 51) la perpendiculaire A G est moyenne proportionnelle entre les lignes A C, A E.

Les lignes D C, D F qui sont paralleles aux lignes A G, A C font les angles D C F, D F C égaux aux angles A G C, A C G (par la 15 du 2;) ainsi le triangle D C F est semblable au triangle A C G (par la 31 du 2.)

Les triangles O A E, O D F sont prouvez égaux & semblables; donc A E, D F, sont égales; A B, D C, le sont aussi (par la 38 du 2; (& les angles E A B, C D F, estant droits, le triangle E A B est semblable au triangle C D F (par la 22 du 2) & par consequent aux triangles G A C, E A G, ceux-cy ayant esté prouvez semblables au triangle C D F.

L'angle B E G est donc droit, car il est composé des angles B E A, A E G égaux aux angles E G A, A G C qui font l'angle droit E G C. Donc la ligne A E est moyenne entre A B, & A G; de même qu'A G l'est entre A E, & A C, (par la 51.) Donc comme A B, à A E; A E, à A G; & A G, à A C.



PROP. LV.

Décrire une Ovale ſur une longueur donnée.

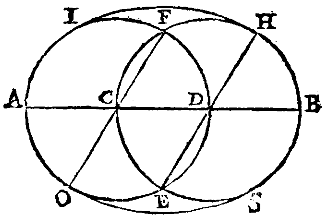
La ligne AB eſt la longueur d'une Ovale à faire.

DIviſez AB en trois parties égales ACDB.

Des points C, D, décrivez les cercles AID, CHB.

Menez les droites FCO, EDH.

Du point E, décrivez l'arc HI, & l'arc OS du point F.



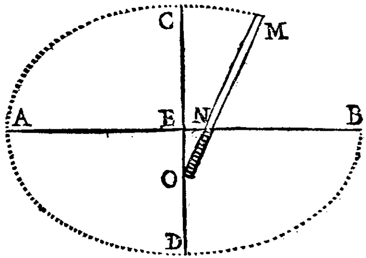
PROP. LVI.

Décrire une Ovale ſur une longueur & une largeur donnée.

On veut faire une Ovale qui ait pour diametres les lignes AB, CD qui ſe coupent également l'une l'autre & à angles égaux.

AYez une Regle MO égale au grand rayon AE, ſur laquelle marquez la longueur MN, égale au petit rayon CE.

Conduiſez cette regle ſur les diametres AB, CD, tellement que le point N coulant ſur AB, l'extremité O, n'abandonne point CD, & l'extremité M, décrira l'ovale demandée.



PROP. LVII.

Trouver le grand & le petit diametre d'une Ovale.

L'Ovale AB, CD est proposée.

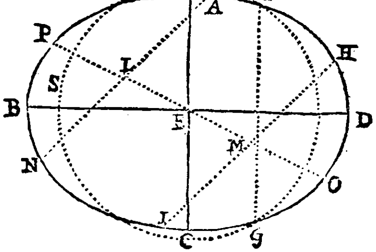
MEnez comme il vous plaira les deux paralleles NA, IH.

Coupez ces paralleles chacune en deux, & par leurs coupes L, M, tirez la droite PO.

Divisez aussi la droite PO, en deux au point E.

Du point E, décrivez à volonté, le cercle SGF, coupant la circonference de l'ovale en quatre points.

Menez FG, & sa parallele TEC, qui sera le petit diametre, puis tirez le grand diametre BED, coupant le petit par des angles droits.



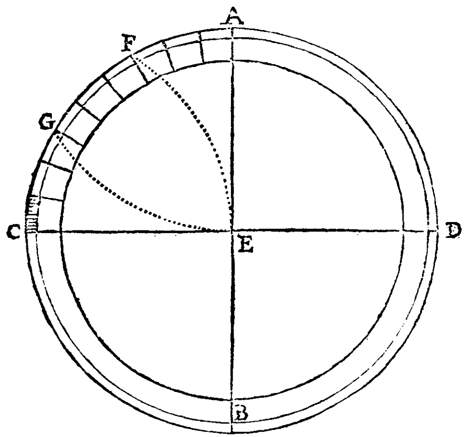
PROP. LVIII.

Diviſer la circonference d'un Cercle en 360 degrez.

Le Cercle A eſt propoſé.

MEnez les diametres AB, CD ſe coupant à angles droits en E, & la circonference ſe trouvera diviſée en quatre parties égales, valant chacune 90 degrez.

Des points A & C, décrivez les arcs EG, EF, qui diviſeront le quart de cercle AC, en trois parties chacune de 30. degrez.



Le quart de cercle AC eſtant de 90 degrez, & les arcs AG, CF, chacun de 60 (ſuivant la 74 du 2;) il s'enſuit que les ſupplements CG, AF, ſont chacun de 30; Or deux fois 30, ſouſtraits de 90, reſte auſſi 30 pour l'arc GF.

Diviſez ces trois arcs égaux CGFA, chacun en trois, puis chaque partie en dix, & ainſi des trois autres quarts de circonference.

PROP. LIX.

Diviſer le contour d'un plan en pluſieurs parties égales.

On propoſe de diviſer le contour du plan H, en huit parties égales.

PRolongez la baſe A B de part & d'autre.

Prolongez auſſi A F vers N, B C vers L, & C D vers M.

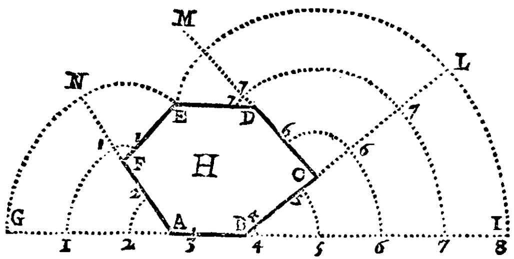
Coupez F N égale à F E, & A G égale à A N.

Coupez de même D M, égale à D E; C L égale à C M; B I égale à B L; & la ligne G I ſera égale au contour du plan.

Diviſez G I en huit parties égales, 1, 2, 3, &c.

Du point A, décrivez les arcs 1 1, 2 2, parallelcs à l'arc G N, & du point F, l'arc 1 1 parallele à l'arc N E, ainſi du reſte.

Les points 1, 2, 3, &c. qui ſe trouveront dans les côtez du plan, feront la diviſion demandée.



PROP. LX.

Trouver une ligne droite égale à une courbe.

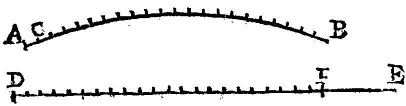
On veut avoir une ligne droite égale à la courbe A B.

TIrez la ligne droite & indéterminée D E.

Prenez de la propoſée A B, une partie A C, ſi petite que la courbure de la ligne y ſoit imperceptible.

Portez cette petite partie ſur A B, autant de fois qu'elle y pourra eſtre compriſe, par exemple 22. fois.

Portez autant de ces petites parties ſur D E, leſquelles ſe terminant en F, vous aurez la droite D F, aſſez préciſément égale à la courbe A B.

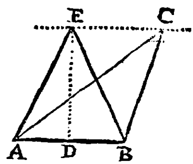


CHAPITRE QUATRIE'ME.

Reduction ou Transfiguration des Plans.

PROPOSITION I.

D'un triangle scalene A B C, faire un triangle isocele, ou ce qui est même chose, décrire un triangle isocele égal au scalene proposé.



COupez la base A B en deux également en D.

Elevez la perpendiculaire D E.

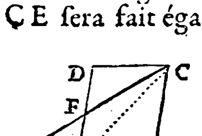
Menez C E, parallele à la base A B.

Tirez E A, E B, vous aurez le triangle isocelle A B E pour le proposé A B C; *suivant la 42 du 2.*)

PROP. II.

Réduire en triangle, le parallelogramme B D.

COntinuez A B, & coupez A E égale à A B. Menez C E, & le parallelogramme sera réduit en triangle, ou pour mieux dire le triangle B C E sera fait égal au parallelogramme B D.



Le parallelogramme B D est coupé en deux triangles égaux par la diagonale A C (suivant la 37 du 2,) le triangle A E C est égal au triangle A B C (par la 43 du 2;) Donc il est aussi égal au triangle A C D: & ôtant le commun A C F, reste le triangle A E F égal au retranché C D F. Donc le triangle B C E est égal au parallelogramme B D.

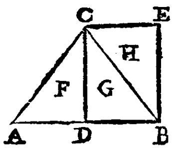
PROP. III.

Réduire le triangle A B C en parallelogramme.

COupez la baſe A B en deux également en D. Menez C D, & ſa parallele B E.

Tirez encore C E parallele à A B.

Le parallelogramme D E, ſera égal au triangle A B C.



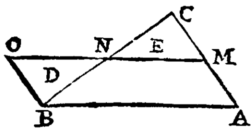
Le triangle G eſt égal au triangle F (par la 43 du 2;) il eſt auſſi égal au triangle H (par la 37 du 2.) Donc les triangles F, H, ſont égaux (par la 3 du 2,) & mettant le triangle H pour ſon égal F, le parallelogramme D E eſt égal au triangle A B C.

PROP. IV.

Faire un parallelogramme du triangle A B C, ſans changer l'angle A.

COupez A C en deux également en M. Tirez M O parallele à A B & B O parallele à A C.

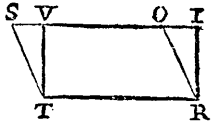
Le parallelogramme A O ſera égal au triangle A B C.



Les lignes A M, M C, ſont coupées égales: B O eſt égale à A M (par la 38 du 2:) donc B O, M C, ſont auſſi égales, & eſtant paralleles, le triangle D eſt égal au triangle E (par la 59 du 2.) Donc le parallelogramme A O eſt égal au triangle A B C.

PROP. V.

Faire un rectangle du parallelogramme STRO.



ELevez TV perpendiculaire sur TR.

Coupez VI égale à TR, & le rectangle IVTR sera égal au parallelogramme OSTR (*par la 40 du 2.*)

PROP. VI.

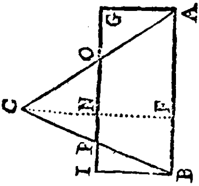
Décrire un Rectangle égal au triangle ABC.

ABaissez la perpendiculaire CF, & la coupez en deux au point N.

Menez par le point N, la ligne GI parallele à AB.

Coupez NG égale à FA, & NI égale à FB.

Menez BI, AG, & ABIG sera le rectangle demandé égal au triangle donné.



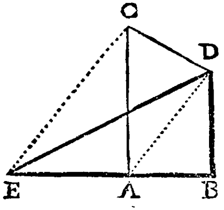
La ligne NG est coupée égale à sa parallele FA; & (par la 36 du 2) AG est égale & parallele à NF comme aussi à son égale NC. Donc (par la 59 du 2) le triangle AGO, est égal au triangle CNO. Par la même raison, le triangle BIP est égal au triangle CPN.

Les lignes IG, AB estant égales & paralleles, BI, AG sont aussi paralleles (par la 36 du 2) & le parallelogramme ABIG est rectangle, car les angles au point F estant droits, leurs opposez I, G sont droits, & les opposez à ceux-cy, GAB, ABI le sont aussi (par la 38 du 2.)

PROP. VII.

Réduire en triangle, le quadrilatere A B C D.

PRolongez la base A B vers E.
Menez A D, sa parallele C E & la ligne D E.
Le quadrilatere sera reduit en triangle B D E.

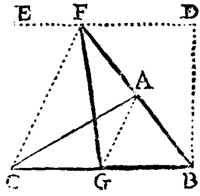


Les triangles A D C, A D E ont une même base A D, & sont entre les mêmes paralleles A D, C E; donc ils sont égaux (par la 42 du 2) & leur ajoûtant le triangle commun A B D, le triangle B D E est égal au quadrilatere A B C D (suivant la 4 du 2.)

PROP. VIII.

Donner au triangle A B C, la hauteur B D.

MEnez D E parallele à la base B C.
Continuez un des côtez comme A B, jusqu'en F.
Tirez C F, sa parallele A G, & la ligne F G.
Si vous mettez le triangle A G F, pour A G C qui luy est égal (*par la 42 du 2,*) le triangle B G F sera égal au donné A B C, & de la hauteur proposée B D.



PROP. IX.

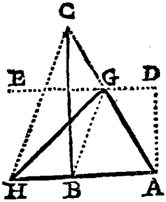
Abaisser le triangle A B C à la hauteur A D.

MEnez D E, parallele à A B.
De l'une des sections comme G, tirez B G.

Continuez la base A B vers H.

Menez C H parallele à B G.

Tirez G H, & mettez le triangle B G H pour son égal B G C.



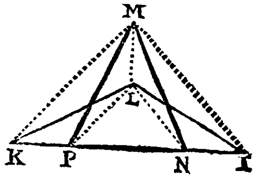
PROP. X.

Hausser le triangle I K L, jusqu'au point M.

MEnez les lignes L M, M K, M I.

Tirez L P parallele à K M, puis menez P M.

Conduisez aussi L N parallele à M I, & menez M N.



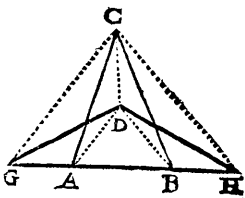
Si vous donnez le triangle P L M, pour son égal P L K, & N L M pour son égal N L I; le triangle M N P, sera égal au proposé I K L.

PROP. XI.

A B C est un autre triangle qu'on veut abaisser au point D.

MEnez D A, D B, D C, & continuez la base A B de part & d'autre.

Menez C H parallele à D B, & C G parallele à D A.



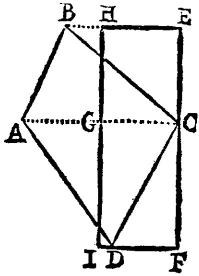
Tirez D H, D G & le triangle B D H estant mis pour son égal B D C, & A D G pour son égal A D C, le triangle D G H sera égal au proposé A B C.

PROP. XII.

Réduire le quadrilatere A B C D en parallogramme rectangle.

TIrez A C, & ses paralleles B E, D F.

Coupez A C en deux également en G, par la perpendiculaire H I (*prop.* 1. *du* 3.)



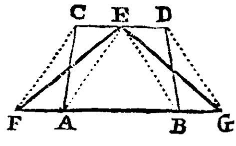
Menez par le point C, E F paralleles à I H, & le rectangle E F I H, sera égal au quadrilatere proposé.

Le rectangle G E, est égal au triangle A C B, & le rectangle G F, l'est au triangle A C D (par la 3.)

PROP. XIII.

Réduire le trapeze A B C D à un triangle qui ait son angle superieur en E.

COntinuez la base A B de part & d'autre.



Menez D G parallele à E B, & C F parallele à A E.

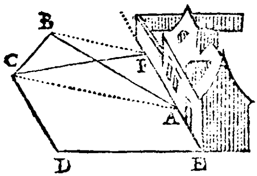
Tirez E F, E G, & les triangles A E F, B E G estant mis pour leurs égaux A E C, B E D, le triangle E F G sera égal au trapeze proposé.

PROP. XIV.

Faire du Pentagone A B C D E un quadrilatere C D E F.

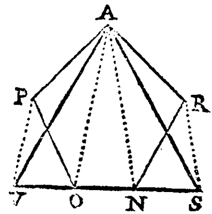
MEnez A C, sa parallele B F, & la ligne C F.

Mettez le triangle A C F pour ſon égal A C B & le quadrilatere D E F C ſera égal au pentagone A B C D E.



PROP. XV.

Réduire en triangle le Pentagone A P O N R.



PRolongez la baſe N O, de part & d'autre.

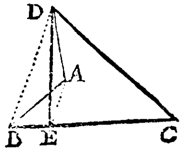
Tirez A O, ſa parallele P V, & la ligne A V.

Tirez auſſi A N, ſa parallele R S, & la ligne A S.

Mettez A O V pour ſon égal A O P, & A N S pour ſon égal A N R. Le triangle A V S ſera égal au Pentagone.

PROP. XVI.

Réduire en triangle le quadrilatere A B C D qui a un angle rentrant B A D.



MEnez B D, ſa parallele A E, & la ligne D E.

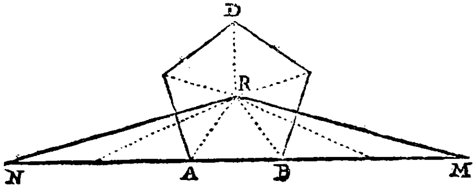
Donnez le triangle A E D pour ſon égal A E B; & vous aurez le triangle C D E, pour le quadrilatere propoſé.

PROP. XVII.

Décrire un triangle égal au Pentagone regulier A B D.

POrtez sur la base prolongée N M, cinq fois la longueur de la base A B, c'est à dire, coupez N M égale aux cinq côtez du Pentagone.

Du centre R, menez R N, R M, & le triangle M R N sera égal au Pentagone.



Le triangle A B R est la cinquiéme partie du pentagone, comme il est la cinquiéme partie du triangle N M R (par la 43 du 2.) Dont (suivant la 6 du 2) le triangle N M R est égal au pentagone.

PROP. XVIII.

Réduire le Pentagone A D, en triangle sur le côté AB.

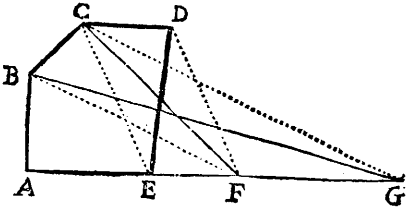
COntinuez la base A E vers G.

Menez C E, sa parallele D F, & la ligne C F.

Mettez le triangle C E F pour son égal C D E, & & le quadrilatere A B C F sera égal au pentagone.

Tirez B F, sa parallele C G, & la ligne B G.

Mettez le triangle B F G pour son égal B F C, & le triangle A B G sera égal au quadrilatere A B C F.

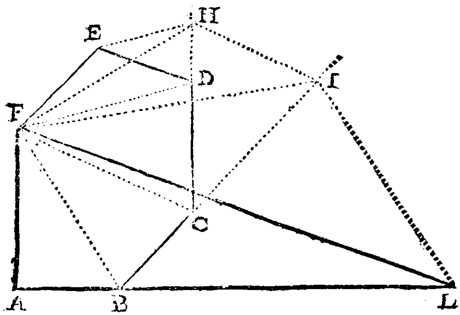


PROP. XIX.

Réduire l'Exagone ABE en triangle AFL.

PRolongez CD vers H, BC vers I, & AB vers L.

Menez DF, sa parallele EH; CF, sa parallele HI; BF, sa parallele IL, & la ligne FL qui fera le triangle ALF égal à l'Exagone proposé.



Supposé les lignes FH, FI. Les triangles FDH, FDE, sont égaux; & le Pentagone ABCDF leur estant commun, le pentagone FHCBA, est égal à l'exagone ABCDEF.

De même. Les triangles FCI, FCH, sont égaux; & le quadrilatere ABCF, leur estant commun; le quadrilatere ABIF, est égal au Pentagone ABCHF.

Enfin, les triangles FBL, FBI, sont égaux; ABF leur est commun: Donc le triangle AFL est égal au quadrilatere FABI, & par consequent à l'exagone proposé ABE.

PROP. XX.

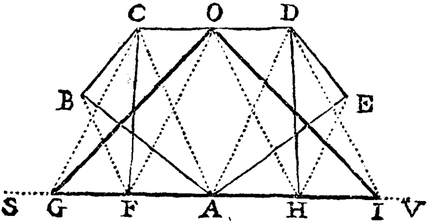
Du Pentagone ABCDE, faire un triangle qui ait son angle superieur en O, & sa base dans la ligne SV.

TIrez AC, sa parallele BF, & la ligne CF.

Tirez de même AD, sa parallele EH, & la ligne DH.

Mettez le triangle A D H pour son égal A D E, & A C F, pour son égal A C B; le trapeze C D F H sera égal au Pentagone.

Réduisez ce trapeze en triangle O G I (*par la 13.*)

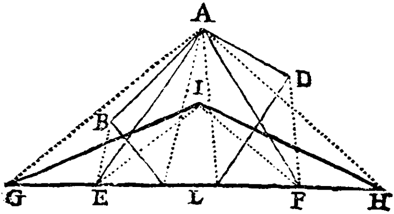


PROP. XXI.

Du Pentagone A B L D, faire un triangle de la hauteur I L.

REduisez le Pentagone en triangle A E F, (*par la 15.*)

Abaissez ce triangle A E F, à la hauteur I G H (*par la 11.*)

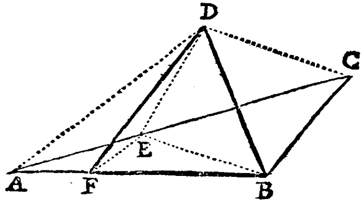


PROP. XXII.

Décrire sur la ligne B D, & sur l'angle A B D, un triangle égal au triangle A B C.

MEnez C D, sa parallele B E, la ligne D E, & mettez le triangle B E D pour son égal B E C.

Tirez AD, sa parallele EF, la ligne DF; & ayant mis le triangle EFD, pour son égal EFA; le triangle BDF, sera égal au proposé ABC.

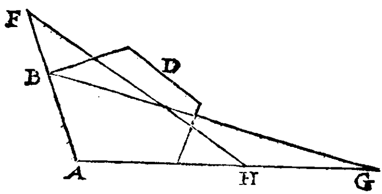


PROP. XXIII.

Décrire sur la ligne A F, un triangle égal au Pentagone A B D.

REduisez le Pentagone en triangle ABG, (*par la* 18.)

Faites le triangle AHF égal au triangle ABG (*par la* 8.)



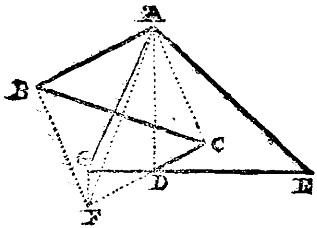
PROP. XXIV.

Réduire en triangle le Plan A B C D E, qui a un angle rentrant.

COntinuez CD vers F, & ED vers G.

Menez AC, sa parallele BF, la ligne AF; & le triangle ACF, sera égal au triangle ACB.

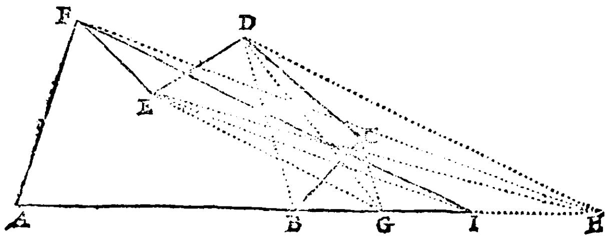
Menez A D, sa parallele F G, la ligne A G; puis mettant le triangle A D G pour son égal A D F, le triangle A E G sera égal au plan proposé.



PROP. XXV.

Réduire en triangle, le Plan A B C D E F.

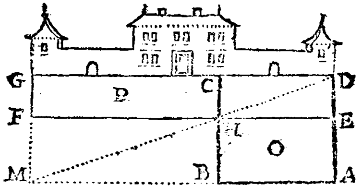
MEnez B D, sa parallele C G, la ligne D G. Mettez le triangle B D G pour son égal B D C. Menez E G, sa parallele D H, & la ligne E H. Mettez le triangle E G H pour son égal E G D. Menez enfin F H, sa parallele E I, & la ligne F I; puis mettez le triangle E I F pour son égal E I H, & le plan proposé sera réduit en triangle A I F.



PROP. XXVI.

Alonger le parallelogramme AC, sur la longueur DG.

MEnez GM parallele au côté CB.
Prolongez AB jusqu'en M, & tirez DM.
Menez par le point H, EF, parallele à DG.
Le parallelogramme EG sera égal au proposé.

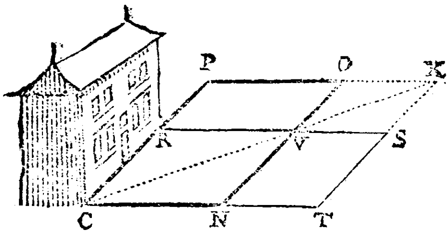


Le supplément ajoûté P, est égal au retranché O. (par la 65 du 2.)

PROP. XXVII.

Réduire le Parallelogramme CNOP à la largeur CR.

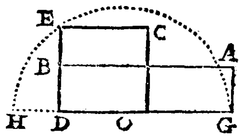
MEnez RVS parallele à CN.
Continuez PO vers X, & CN vers T.
Tirez par le point V, la diagonale CX.
Menez XT parallele à ON, & vous aurez le parallelogramme CRST, pour le proposé NP.



Le supplément ajoûté TV, est égal au retranché VP, (par la 65 du 2.)

PROP. XXVIII.

Décrire un quarré égal au rectangle B G.



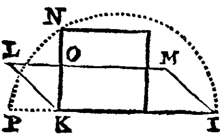
CONTINUEZ G D vers H, & B D vers E.

Coupez D H, égale à D B.

Coupez G H, en deux également en O.

Du point O, décrivez le demicercle H E G, & le quarré D C que vous ferez sur D E, sera égal au rectangle B G.

D E est moyenne proportionnelle entre D G & D H ou D B son égale (par la 51 du 3.) Donc (suivant la 64 du 2) le quarré C D est égal au rectangle proposé.



Pour faire un quarré égal au parallelogramme I K L M qui n'est pas rectangle, la moyenne proportionnelle K N, doit estre prise entre K I & K P, égale à la perpendiculaire K O, de même que si le parallelogramme proposé estoit rectangle. (Voyez la 40 du 2.)

PROP. XXIX.

Réduire le plan A B C D E, entre les deux paralleles B F, A D.

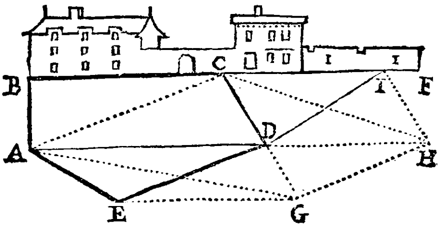
PROLONGEZ C D vers G, & A D vers H.

Menez E G parallele à A D, G H parallele à A C, & H I parallele à C D.

Tirez D I & le triangle C D I sera égal au triangle retranché A D E.

Les triangles A C H, A C G, sont égaux (par la 42 du 2,)

& ôtant le commun A C D, les triangles C D H, A D G, restent égaux ; C D I est égal à C D H, & A D E l'est à A D G (par la même 42.) Donc C D I est égal à A D E.



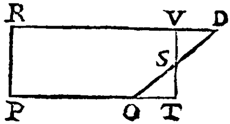
PROP. XXX.

Réduire en parallelogramme le quadrilatere D O P R qui a déja les costez D R, P O paralleles.

COupez O D en deux également en S.

Menez T S V parallele à P R, & continuez P O jusqu'en T.

Mettez le triangle O T S pour S V D qui luy est égal, (*suivant la 59 du 2,*) & vous aurez le parallelogramme R T pour le quadrilatere proposé.



PROP. XXXI.

Décrire un triangle équilateral, égal au scalene A B C.

FAites sous la base A B, le triangle équilateral A B D (*prop. 12 du 3.*)

Prolongez le côté B D vers E.

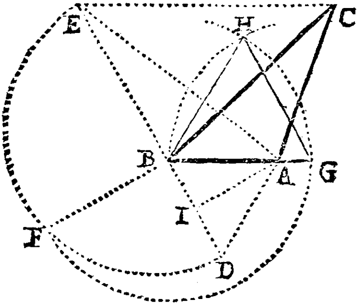
Menez C E parallele à A B, & supposé la ligne A E, le triangle A B E sera égal au triangle A B C, (*suivant la 42 du 2.*)

Décrivez sur D E, le demicercle D F E.

Elevez BF, moyenne proportionnelle entre les extrémes BE, BD (*prop.* 51 *du* 3.)

Du point B, décrivez l'arc FGH, & du point G, l'arc BH.

Menez les droites GH, BH, je dis que le triangle équilateral BGH est égal au scalene ABC.



Les lignes BE, BF, BD, sont proportionnelles; les triangles BEA, BDA faits sur les extrêmes BE, BD, sont de même hauteur AI; BG est égale à la moyenne BF, & le triangle BGH est fait semblable à ABD: Donc (par la 67 du 2) il est égal au triangle BEA, & par consequent au proposé ABC.

PROP. XXXII.

Du triangle ABC, faire un triangle semblable au proposé O.

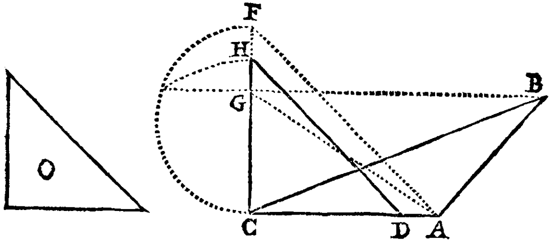
Faites le triangle ACF semblable au triangle O (*prop.* 27 *du* 3.)

Menez BG parallele à AC.

Prenez CH moyenne proportionnelle entre CF, & CG, (*prop.* 52 *du* 3.)

Menez HD parallele à AF, & le triangle CDH sera semblable au triangle O, & égal au triangle ABC.

Les lignes C F, C H, C G sont proportionnelles (par la construction.) Les triangles A C F, A C G, sont de même hauteur C A; & ont pour bases les extrêmes C F, C G: le triangle C D H fait sur la moyenne G H, est semblable à A C F ou O (par la 57 du 2;) & (par la 67 du 2) il est égal à A C G, & par consequent au proposé A B C.



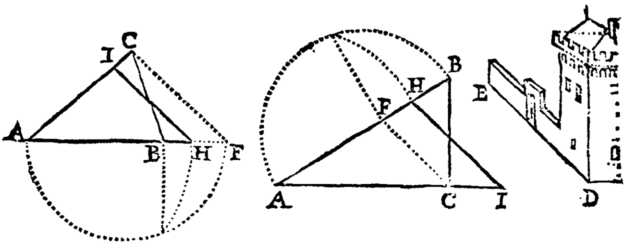
PROP. XXXIII.

Tirer une ligne parallele à D E qui fasse avec l'angle A, un triangle égal au triangle A B C.

Menez C F parallele à D E, & prolongez A B vers F.

Coupez A H moyenne proportionnelle entre les extrémes A B, A F, (*par la 52 du 3.*)

Menez H I parallele à D E ou C F, & le triangle A I H sera égal au triangle A B C.



Les triangles A F C, A B C, faits sur les extrémes A F, A B, sont de même hauteur C; le triangle A H I décrit sur la moyenne A H, est semblable au triangle A F C (par la 57 du 2.) Donc (par la 67 du 2) il est égal au triangle A B C.

PROP. XXXIV.

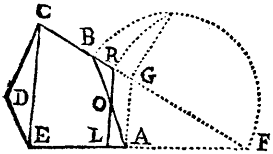
On demande que le costé A B du Pentagone A B D soit parallele à C E.

PRolongez les côtez E A, C B en F.

Menez A G parallele à C E.

Coupez F R moyenne proportionnelle entre F G, F B (*prop. 52 du 3.*)

Tirez le côté demandé R L, parallele à A G.



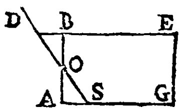
Les triangles A B F, F L R sont égaux (par la precedente,) & ôtant le quadrilatere commun A O R F, le triangle ajoûté O B R, reste égal au retranché O L A.

PROP. XXXV.

Le parallelogramme A B E G estant proposé, diriger son costé A B vers le point D.

COupez A B en deux également en O.

Tirez du point proposé D, la ligne D O S & vous aurez le requis, le triangle ajoûté O B D estant égal au retranché O A S (*par la 59 du 2.*)



PROP. XXXVI.

Diriger le costé A B du triangle A B C, vers le point D.

PRolongez B C de part & d'autre.

Menez D E F perpendiculaire sur B C.

Coupez E F égale à D E.

Tirez F G parallele à B C.

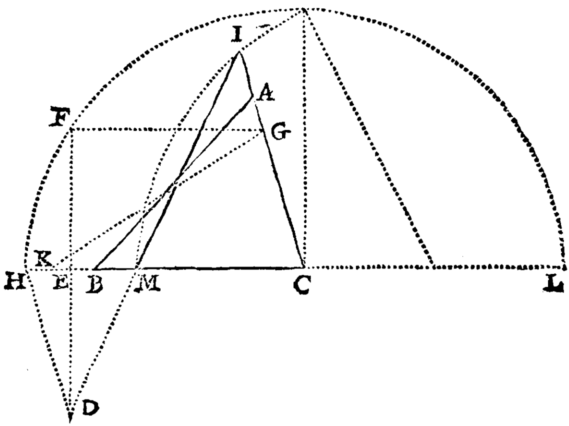
Faites sur C G, le triangle C G K égal au triangle A B C (*prop.* 9.)

Menez D H parallele à A C.

Coupez C L égale à C K.

Retranchez de la ligne C H, la partie C M, moyenne proportionnelle entre le reste M H, & C L, (*par la* 53 *du* 3.)

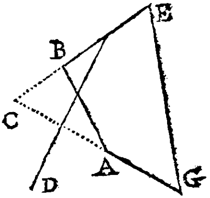
Menez la ligne demandée D M I, & vous aurez le triangle C M I pour le proposé A B C.



Les lignes H M, M C, C L ou C K son égale, sont coupées proportionnelles ; les triangles D H M, C G K faits sur les extrêmes H M, C K, sont de même hauteur ; car les perpendiculaires D E, E F ont esté coupées égales : & puisque D H est menée parallele à C I, le triangle C I M décrit sur la moyenne C M, est semblable à D H M (par la 59 du 2.) Donc (par la 67. du 2) C I M est égal à C G K, & par consequent au proposé A B C auquel C G K a esté fait égal.

PROP. XXXVII.

Diriger vers le point D, le costé A B, du plan A B G.



PRolongez les côtez E B, G A, jusqu'à leur rencontre C.

Du triangle A B C, dirigez le côté A B vers D (*par la precedente.*)

PROP. XXXVIII.

Décrire un Exagone regulier égal au triangle A B C.

DEcrivez de telle grandeur qu'il vous plaira, l'exagone regulier D.

Faites sur A B, le triangle A B E semblable au triangle D, de maniere que l'angle A E B, soit celuy du centre.

Prolongez B E de part & d'autre.

Menez C F parallele à A B, & tirez A F. Le triangle A B F sera égal au triangle donné A B C (*par la 42 du 2.*)

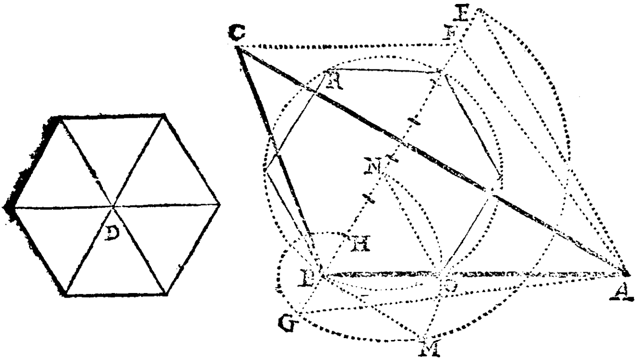
Divisez B F en six parties égales, c'est à dire, en autant de parties que la figure doit avoir de côtez.

Coupez B G égale à la sixiéme B H.

Cherchez B M moyenne proportionnelle entre B E & B G (*prop. 51 du 3.*)

Du point B, décrivez l'arc M N, & du point N, le cercle B O R, l'exagone décrit dans ce cercle sera égal au triangle proposé.

Les lignes B E, B M, B G sont proportionnelles; les triangles B E A, B G A fait sur les extrémes B E, B G sont de même haut sur A N; le triangle B O N fait sur B N, égale à la moyenne B M, est semblable au triangle B A E; Donc il est *gal au triangle BAG: Le triangle BGA vaut une sixiéme partie du triangle ABF, & le triangle BON est une sixiéme partie de l'exagone BOR; Donc l'exagone BOR est égal au triangle ABF, & par consequent au triangle proposé ABC.*



PROP. XXXIX.

Décrire un pentagone regulier, égal à l'irregulier ABD.

REduisez le Pentagone irregulier en triangle BCF (*prop.* 18 *ou* 19.)

Faites comme il vous plaira le Pentagone regulier G.

Faites le triangle BFH, équiangle au triangle G (*prop.* 27 *du* 3,) en sorte que l'angle H, soit l'angle du centre comme est l'angle G.

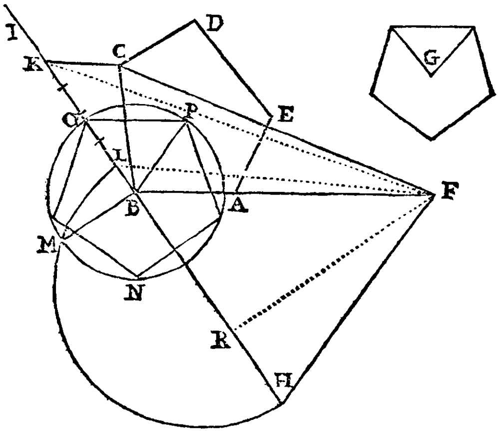
Prolongez HB vers I, & menez CK parallele à BF. La ligne FK estant tirée, BFK sera égal au triangle BFC (*par la* 42 *du* 2.)

Divisez BK en cinq parties égales, c'est à dire, en autant de parties qu'un Pentagone a de côtez.

Tirez BM, moyenne proportionnelle entre BH & la cinquiéme partie BL (*prop.* 51 *du* 3.)

Menez BP, parallele à FH, l'angle OBP sera égal à l'angle du centre H ou G son égal (*par la* 15 *du* 2.)

Du point B & de l'intervale BM, décrivez le cercle MOP, & dans ce cercle faites le Pentagone demandé OPN, dont OP sera un des côtez.



Le rayon BO est coupé égale à la moyenne BM, ainsi HB, BO, BL, sont proportionnelles.

Les triangles HBF, BLF, décrits sur les extrémes HB, BL, sont de même hauteur RF; le triangle BOP décrit sur la moyenne BO, est semblable à HBF (par la 58 du 2.) Donc il est égal à BLF (par la 67 du 2.)

Le triangle BLF est la cinquiéme partie du triangle BKF, ou du Pentagone ABD son égal: donc BOP qui est égal à BLF, est la cinquiéme partie du Pentagone irregulier ABCD, de même qu'il est la cinquiéme partie du Pentagone regulier OPN: Donc (par la 6 du 2) le Pentagone regulier est égal à l'irregulier.

PROP. XL.

Le triangle ABC, est donné pour en faire un Poligone semblable au Poligone DG.

FAites le triangle ABL semblable au triangle FGH (*par la 27 du 3.*)

Menez CK parallele à AB.

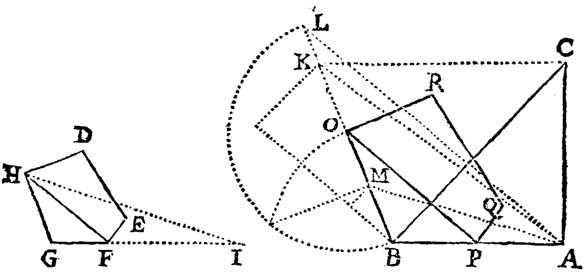
Réduisez le plan GD, en triangle GHI (*par la 18 ou 19.*)

Coupez la ligne BK en M, comme GI l'est en F (*par la 48 du 3.*)

Coupez BO moyenne proportionnelle entre BL & BM (*par la 52 du 3.*)

Tirez OP parallele à AL, le triangle OBP sera semblable au triangle ABL, (*par la 57 du 2,*) & par consequent au triangle GHF.

Faites sur OP, le quadrilatere OPQR semblable au quadrilatere HFDE (*par la 29 du 3.*) Il est évident que le plan BR sera semblable au proposé GD (*par la 68 du 2;*) mais qu'il soit égal au triangle ABC, c'est ce qu'il faut démontrer.



La ligne BO est coupée moyenne proportionnelle entre les extrémes BL, BM; les triangles ABM, ABL, faits sur les extrémes BL, BM, sont de même hauteur BA; le triangle BOP fait sur la moyenne BO, est semblable au triangle ABL: Donc il est égal au triangle ABM (par la 67 du 2.)

Le triangle ABK (suivant la 47 du 2) est au triangle ABM ou son égal BOP, comme le triangle GHI est au triangle FGH, puisque BK a esté coupée en M, comme GI, l'est en F.

Le triangle GHF est au plan GD, comme le triangle BOP au plan BR (suivant la 70 du 2;) car les plans GD, BR sont semblables: le triangle GHI a esté fait égal au plan GD, Donc le triangle ABK ou ABC son égal, est égal au plan BPQRO.

PROP. XLI.

Décrire une figure semblable à la figure HK, qui contienne autant d'aire que la figure CE.

REduisez la figure CE, en triangle DLM (*par la* 15.)

Reduisez aussi la figure HK, en triangle IOS.

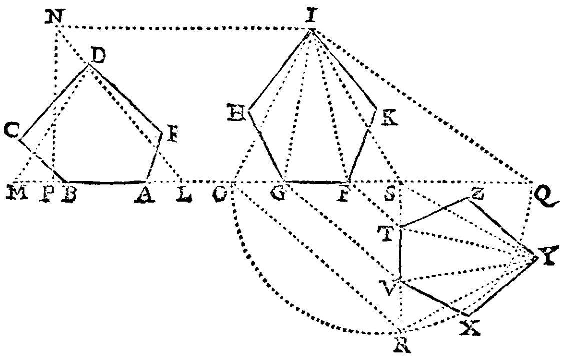
Du triangle DLM, faites le triangle NLP de la hauteur du triangle IOS (*par la* 8.)

Prolongez OS vers Q, & coupez SQ, égale à PL base du triangle NPL.

Tirez SR moyenne proportionnelle entre les bases QS, SO (*par la* 51 *du* 3.)

Menez OR & ses paralleles FT, GV. La base SR sera divisée en T, V; comme SO, l'est en F, G (*par la* 51 *du* 2.)

Faites le triangle SRY semblable au triangle OSI, & la figure demandée ZX semblable à la figure HK (*par la* 29 *du* 3.)



Les lignes OS, SR, SQ, sont proportionnelles; ainsi le triangle SRY qui est fait semblable à IOS, est égal à ISQ (par la 67 du 2.)

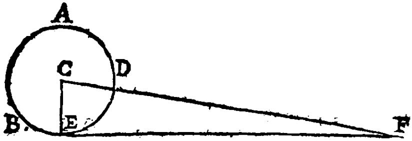
Le triangle SRY & le Pentagone XZ, pris ensemble sont faits

faits semblables au triangle I O S & au Pentagone H K aussi pris ensemble comme ne faisant qu'une même figure ; & (par la 70 du 2) le Pentagone X Z est au triangle S R Y, comme le Pentagone H K est au triangle O S I : le Pentagone H K est égal au triangle I O S : donc le Pentagone X Z est aussi égal au triangle S R Y, & par consequent au triangle I Q S, lequel estant fait égal au plan C E, le plan C E & le Pentagone X Z sont égaux.

PROP. XLII.

Décrire un triangle égal au cercle A B D.

TIrez le rayon C E, & la tangente E F, égale à la circonference du cercle (*par la 60 du 3.*)



L'experience nous apprend qu'on ne sçauroit tirer une ligne tangente, qu'elle ne paroisse à la veuë couler l'espace de quelques degrez dans la circonference du cercle. Nous pouvons donc bien prendre sans aucune erreur sensible, des petites parties de circonference pour des lignes droites. Cela supposé, venons à nostre preuve.

La tangente E F, est coupée d'autant de petites parties égales, qu'il s'en est trouvé à la premiere petite ouverture de compas, dans la circonference du cercle (suivant la 60 du 3 ;) Ainsi si on faisoit sur chacune de ces petites parties égales, tant de la tangente que de la circonference, des triangles qui eussent leurs sommets au centre C, ils seroient tous égaux (par la 43 du 2 ;) & si, par exemple le cercle contenoit 400 de ces petits triangles, le triangle C E F en contiendroit autant. Donc (suivant la 75 du 1) le triangle est égal au cercle.

PROP. XLIII.

Autre maniere de décrire un triangle égal à un cercle.

INſcrivez le triangle équilateral A B C, & l'Eneagone regulier A E D.

Prolongez les côtez B C, D E, de part & d'autre.

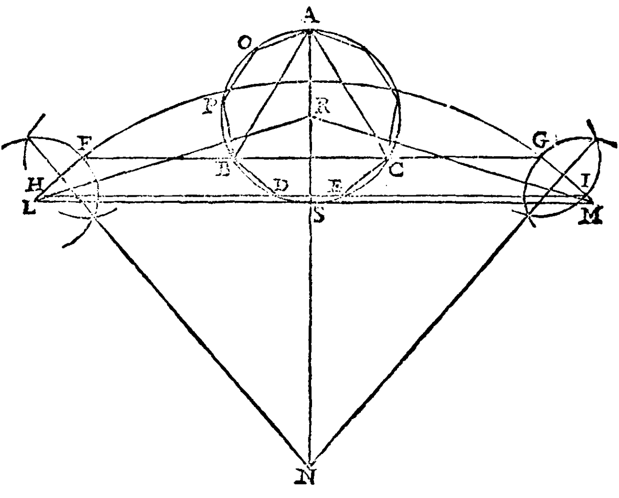
Coupez B F égale à B A, & C G égal à C A.

Coupez auſſi D H égale aux quatre côtez D B P O A, & E I égale à D H, afin que H I ſoit égale aux 9 côtez de l'eneagone, comme F G l'eſt aux trois côtez du triangle équilateral.

Tirez le diametre A S, & le continuez vers N.

Décrivez un arc par les points H F, G I (*prop.* 33 *du* 3.)

Menez la parallele ou tangente L S M, elle ſera gale à la circonference du cercle A B C.



Si vous prenez une petite partie (suivant la 60 du 3,) elle se trouvera autant de fois dans la circonference du cercle que dans la tangente L M.

Menez du centre R, les lignes R L, R M, & le triangle L M R sera le demandé (*suivant la precedente.*)

PROP. XLIV.

Réduire en cercle le triangle A B C.

COupez la base A B en deux également au point D.

Elevez la perpendiculaire D E.

Menez C F parallele à la base A B.

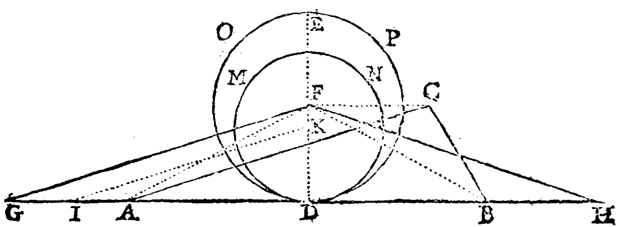
Du point F, décrivez le cercle D O P.

Réduisez ce cercle en triangle F G H (*par la precedente.*)

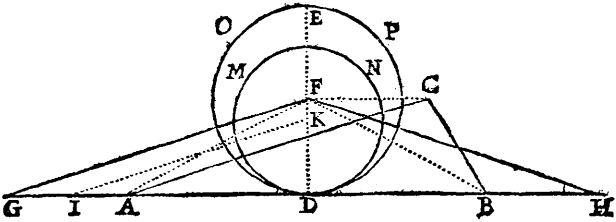
Coupez D I moyenne proportionnelle entre D A, & D G (*par la 52 du 3.*)

Menez I K parallele à G F.

Du point K décrivez le cercle D M N, il sera égal au triangle A B C. *Tirez A F, B F.*



Les triangles D G F, D I K, sont semblables (par la 57 du 2;) ainsi ils sont en raison doublée de leurs côtez ou perpendiculaires D F, D K (par la 66 du 2.) Les cercles D O P, D M N, sont aussi en raison doublée des mêmes perpendiculaires, lesquelles sont leurs rayons ou demi diametres. Donc comme le triangle D F G, est au triangle D I K, le cercle D O P est au *cercle D M N ; & par échange, comme le triangle D F G est au cercle D O P, le triangle D I K est au cercle D M N : le cercle D O P est double du triangle D F G ; donc le cercle D M N est aussi double du triangle D K I, lequel est fait égal au triangle A D F (suivant la 33.) Le triangle A B F est double du triangle A F D, donc le cercle D N M est égal au triangle A B F & par consequent au donné A B C, ces triangles A B F ; A B C, estant égaux (par la 42 du 2.)*



PROP. XLV.

Décrire sur la ligne droite G F, une ovale égale au cercle A B C.

Que le centre du cercle proposé soit dans le milieu de la ligne G F.

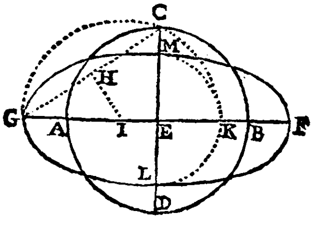
De ce point E, élevez la perpendiculaire E C.

Tirez C G & la coupez en deux également en H.

Tirez sur C G, la perpendiculaire H I.

Du point I, décrivez le demicercle M K L.

Les droites G F, L M, seront les deux diametres sur lesquels vous ferez l'ovale demandée (*par la 56 du 3.*)



Les demidiametres GE, EC, EM ou son égale EK sont proportionnels (suivant la 51 du 3;) ainsi les diametres GF, CD, LM, le sont aussi.

Or si on suppose comme il est évident, qu'il y a même raison du cercle CD, à l'ovale; qu'il y auroit d'un quarré fait sur le diametre de ce cercle CD, au rectangle compris sous le grand & petit diametre de l'ovale; on doit conclure que le cercle CD est égal à l'ovale; de même que le quarré seroit égal au rectangle. (suivant la 64 du 2.)

PROP. XLVI.

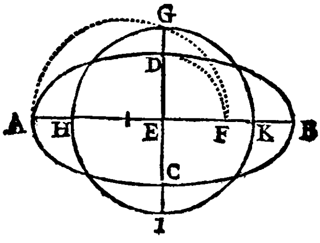
Décrire un cercle égal à l'Ovale ABCD.

Tirez les diametres AB, CD, se coupant à angles droits en E (*par la 57 du 3*)

Coupez EG moyenne proportionnelle entre les diametres AE, & DE ou EF son égale (*par la 51 du 3.*)

Du centre E, décrivez le cercle demandé GHIK.

La demonstration est l'inverse de la precedente.



Chapitre Cinquiéme.

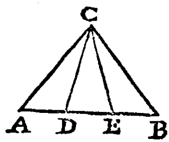
Division des Plans.

PROPOSITION I.

Partager le triangle A B C en trois parties égales, par des lignes tirées de l'angle C.

DIvisez la base A B en trois parties égales A D E B.

Menez les lignes C D, C E, elles feront le partage demandé *(suivant la 43 du 2.)*

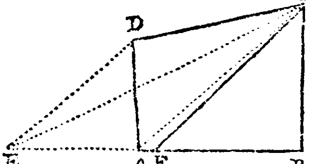


PROP. II.

Partager le quadrilatere B D en deux également, par une ligne tirée de l'angle C.

REduisez le quadrilatere en triangle B C E *(par la 7 du 4.)*

Divisez la base B E en deux au point F, & la ligne C F fera le partage demandé.



Le triangle B C E est fait égal au quadrilatere proposé ; B C F est moitié du triangle B C E, donc il est moitié du quadrilatere BD.

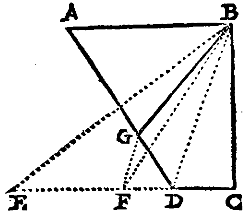
PROP. III.

Partager le quadrilatere AC en deux, par une ligne menée de l'angle B.

REduisez le quadrilatere en triangle BCE.

Coupez ce triangle BCE en deux également par la ligne BF.

Menez BD, sa parallele FG & la ligne BG, qui fera le partage du quadrilatere.



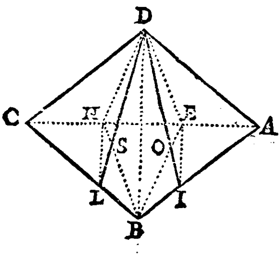
Donnant le triangle BDG, pour son égal BDF, le quadrilatere GBCD est égal au triangle BCF.

PROP. IV.

Diviser le quadrilatere AC en trois également, par des lignes menées de l'angle D.

TIrez AC & la divisez en trois parties égales AEHC; *c'est à dire*, divisez cette ligne en autant de parties qu'il faut partager le quadrilatere.

Menez BD, ses paralleles EI, HL, & les lignes DI, DL qui feront le partage demandé.



Les lignes DE, DH; BE, BH; divisent les triangles ACD, ACB, chacun en trois triangles égaux (par la 43 du 2,) & (par la 4 du 2) les quadrilateres ABED, EDHB, HDCB, sont égaux; & valent chacun un tiers du quadrilatere ABCD.

La ligne EI a esté menée parallele à BD, ainsi les triangles EID, EIB qui ont une même base EI sont égaux; desquels le commun EIO estant ôté, reste DEO égal à BIO:

& donnant l'un pour l'autre, A I D est égal au quadrilatere A B E D.

De même, mettant le triangle D H S pour son égal B L S, le triangle C D L, est égal au quadrilatere B C D H.

Enfin puisque le triangle B L S, est égal au triangle D H S; & le triangle B I O, au triangle D E O; le quadrilatere B I D L est aussi égal au quadrilatere E D H B.

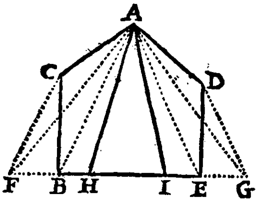
PROP. V.

Conduire de l'angle A, des lignes qui partagent le Pentagone C D en trois parties égales.

REduisez le Pentagone en triangle A F G (*par la 15 du 4.*)

Divisez la base F G en trois parties égales F H I G.

Menez de l'angle A, les lignes demandées A H, A I.



Le triangle A F G est fait égal au Pentagone C D; & les lignes A H, A I, le partagent en trois triangles égaux: Donc le triangle commun A I H est le tiers du pentagone C D, comme il est le tiers du triangle A F G.

Les triangles A B C, A B F, sont égaux (par la 42 du 2,) & leur ajoûtant le commun A B H, le quadrilatere A C B H est égal au triangle A F H.

Par la même raison le quadrilatere A I E D, est égal au triangle A I G.

PROP. VI.

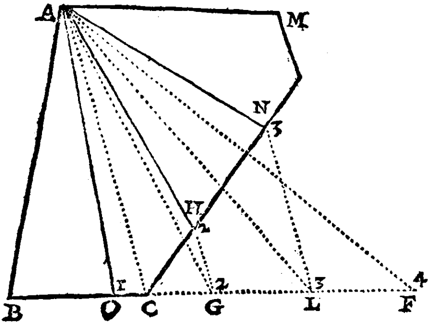
Diviser le Pentagone B M en quatre parties égales, par des lignes tirées du point A.

REduisez le Pentagone donné en triangle A B F (*par la 19 du 4*)

Divisez la base B F, en quatre parties égales 1, 2, 3, 4.

Menez A C, & ses paralleles 22, 33.

Des points 1, 2, 3, qui se rencontrent dans les côtez de la figure, tirez des lignes à l'angle A, elles feront le partage demandé.



1. Le triangle A B O estant une quatriéme partie du triangle A B F qui est fait égal au Pentagone B M, il est aussi une quatriéme partie du même Pentagone.

2. Supposé la ligne A G, les triangles A C H, A C G, sont égaux (par la 42 du 2;) & le triangle commun A B C leur estant ajoûté, le quadrilatere A B C H est égal au triangle A B G; Donc le quadrilatere A B C H, contient la moitié du Pentagone B M, comme le triangle A B G contient la moitié du triangle A B F.

Enfin les triangles A C L, A C N, sont égaux, le triangle A B C leur est commun, Donc le quadrilatere A B C N, est égal au triangle A B L: ce triangle contient trois quarts du triangle A B F, Donc le quadrilatere A B C N, contient trois quarts du Pentagone proposé.

PROP. VII.

Diviser le Plan B C en six parties égales, par des lignes menées à l'angle A.

REduisez ce plan en triangle A B I *(par la 19 du 4.)*

Divisez la base B I en six parties égales, 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Continuez G H vers N, G F vers Q, F E vers P.

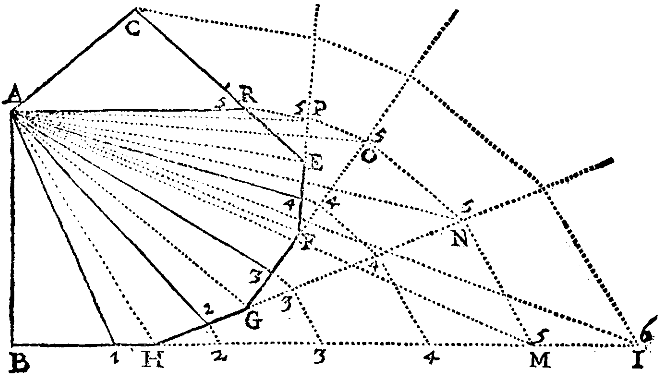
Menez A H & ses paralleles 2 2, 3 3, 4 4, 5 5.

Tirez A G, & ses paralleles 3 3, 4 4, 5 5.

Menez A F, & ses paralleles 4 4, 5 5.

Menez aussi A E, & sa parallele 5 5.

Si des points 1, 2, 3, 4, 5, qui se rencontrent dans les côtez du plan, vous menez des lignes au point A, elles feront la division requise.



Supposé les lignes A M, A N, A O, A P. Les lignes A H, M N estant paralleles, le triangle A H N est égal à A H M (par la 42 du 2.)

Par la même raison A G O, est égal à A G N; A F P, l'est à A F O; & A E R à A E P: ainsi la ligne A R coupe du plan proposé, la partie A B H G F E R, égale au triangle A B M.

Le triangle A B I est fait égal au plan proposé; donc le triangle A R C est égal au triangle A I M (par la 5 du 2.)

Le triangle A I M est la sixiéme partie du triangle A B I, Donc A R C est la sixiéme partie du plan proposé.

Les autres divisions se prouveront de même, ou par la precedente.

PROP. VIII.

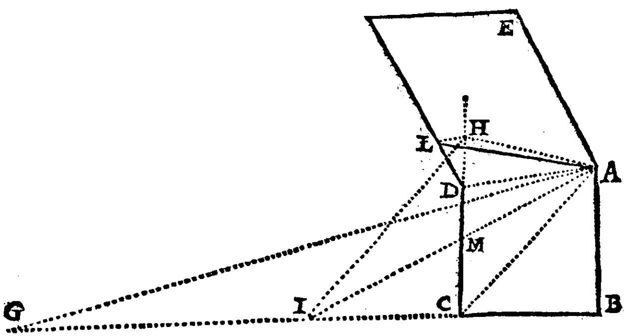
Tirer de l'angle A, une ligne qui partage le plan BCE en deux également.

REduisez le plan CBE en triangle ABG.
Coupez BG en deux parties égales au point I: Le triangle ABI vaudra la moitié du plan proposé.

Prolongez CD vers H.

Menez AC, sa parallele IH, la ligne AH & donnez le triangle ACH pour son égal ACI.

Tirez AD, sa parallele HL, & le triangle ADL estant mis pour son égal ADH, la ligne AL fera le partage demandé.



PROP. IX.

Diviser le Plan BE, en deux également par une ligne menée de l'angle A.

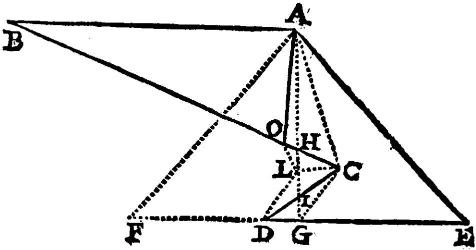
REduisez ce plan en triangle AEF (*par la 24 du 4.*)

Coupez la base EF en deux au point G, & menez AG.

Si le triangle A G E estoit entierement dans le plan proposé B E, le partage seroit fait ; mais la partie C I H en estant dehors, il faut la faire rentrer comme s'ensuit.

Menez C G, sa parallele D L, la ligne L C; puis donnez le triangle I D G, pour son égal I C L.

Tirez encore A C, sa parallele L O, puis donnez le triangle A O H pour son égal C H L, & la ligne A O fera le partage demandé.



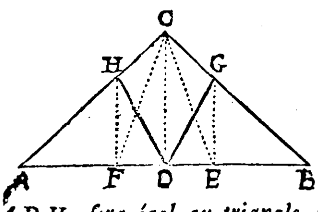
PROP. X.

Diviser le triangle A B C en trois parties égales, par des lignes conduites au point D.

DIvisez la base A B en trois parties égales A F E B.

Menez C D, & ses paralleles E G, F H.

Tirez les lignes D G, D H, elles feront le partage du triangle.



Supposé les lignes C E, C F, elles divisent le triangle A B C en trois triangles égaux.

Mettez le triangle E G D pour son égal E G C ; B D G sera égal au triangle B C E.

Par la même raison A D H, sera égal au triangle A C F, & D G C H, à C E F.

PROP. XI.

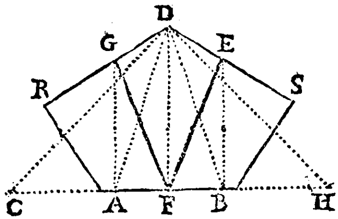
Diviser le Pentagone R S en trois parties égales, par des lignes tirées du point F.

REduisez ce Pentagone en triangle D C H (*par la 15 du 4.*)

Coupez C H en trois parties égales C A B H.

Menez D F, & ses paralleles A G, B E.

Tirez les lignes F G, F E, elles feront le partage du Pentagone (*suivant la precedente.*)



PROP. XII.

Tirer du point G, une ligne qui divise le plan A C F en deux également.

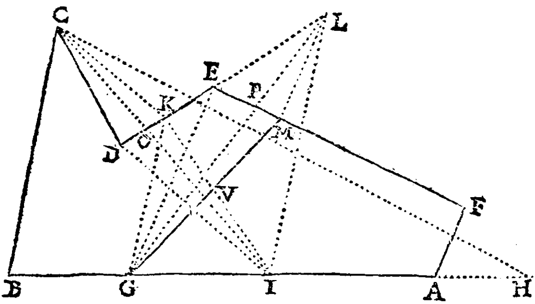
REduisez le plan proposé en triangle B C H (*par la 25 du 4.*)

Divisez la base B H en deux au point I, & le triangle B C I sera moitié du triangle B C H.

Menez D I, sa parallele C K & la ligne I K, qui divisera le plan A C en deux également : car mettant le triangle D I K pour son égal D I C, la partie IKDCBI sera égale au triangle BCI.

Tirez GK, sa parallele IL & la ligne GL; puis donnez le triangle GKL pour son égal GKI.

Tirez GE, sa parallele LM, & la ligne GM; qui fera le partage demandé, en donnant le triangle GEM pour son égal GEL.



PROP. XIII.

Partager le Pentagone ABO en trois parties égales par des lignes tirées du point F, ensorte que la ligne AF, fasse une des divisions.

REduisez le Pentagone en triangle FGH (*par la 21 du 4.*)

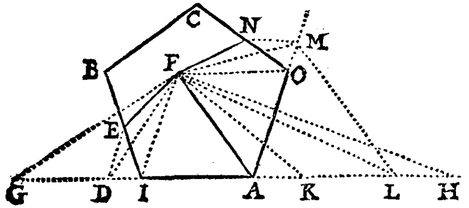
Coupez AD, égale à HK tierce partie de la base GH; & le triangle ADF, vaudra un tiers du triangle FGH.

Menez FI, sa parallele DE, la ligne EF; & le triangle FIE estant mis pour son égal FID, le quadrilatere AFEI, sera un tiers du Pentagone.

Coupez AL égale à AD, & le triangle ALF sera égal au triangle ADF, tiers du triangle FGH.

Continuez AO vers M: menez LM parallele à AF: & supposé la ligne FM, le triangle AFM sera égal au triangle AFL.

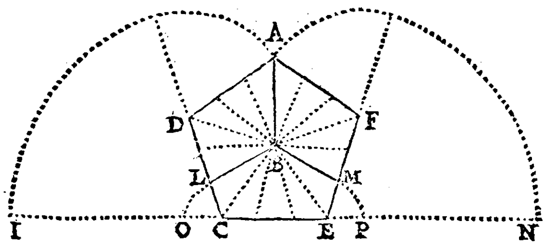
Tirez F O, ſa parallele M N, la ligne F N, & donnant le triangle F O N, pour F O M ſon égal; le quadrilatere A F N O, ſera égal au triangle A F L.



PROP. XIV.

Partager en trois parties égales le Pentagone regulier A C E, par des lignes tirées du centre B.

Diviſez le contour du Pentagone en trois parties égales aux points A, L, M, (*par la 59 du 5.*) De ces points A, L, M, menez des lignes au centre B, elles feront le partage demandé.

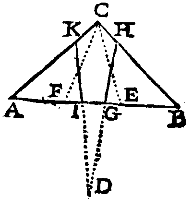


Que chaque côté du Pentagone ſoit diviſé en trois parties égales; & que de chacune de ces parties on mene des lignes au centre B: le Poligone ſera diviſé en 15 petits triangles, qui eſtant tous de même hauteur ſeront égaux. Or il eſt évident que les lignes B A, B L, B M, comprennent entr'elles, trois parties qui renfermeront chacune cinq de ces petits triangles; Donc ces trois parties ſont égales (ſuivant la 75 du 1.)

PROP. XV.

Diviser le triangle A B C en trois parties égales, par des lignes menées au point D, pris hors le triangle.

Divisez le triangle proposé en trois parties égales par les lignes C E, C F, (*suivant la* 1.)



Dirigez C E, côté du triangle B C E vers D, (*par la* 36 *du* 4,) & vous aurez le triangle B G H pour le triangle B C E.

Dirigez de même C F, côté du triangle A C F, vers le point D, & vous aurez A I K pour A C F ; & G I K C H, pour C E F.

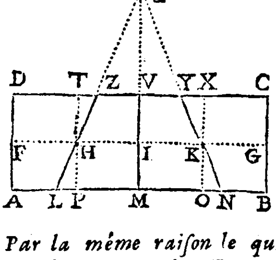
PROP. XVI.

Diviser le Parallelogramme B D en quatre parties égales, par des lignes conduites au point E.

Coupez les côtez A D, B C, chacun en deux également aux points F, G.

Menez F G, & la coupez en quatre parties égales F H I K G.

Tirez les lignes E K N, E I M, E H L ; elles feront la division du parallelogramme.



Supposé les lignes T P, V M, X O, paralleles à A D ; elles divisent le parallelogramme B D en quatre autres parallelogrammes égaux B X, O V, M T, P D (par la 41 *du* 2,) *& mettant le triangle K X Y pour K N O qui luy est égal (par la* 59 *du* 2,) *le quadrilatere B C Y N est égal au parallelogramme B C X O.*

Par la même raison le quadrilatere M N Y V est égal au parallelogramme M O X V, & ainsi des autres.

PROP.

PROP. XVII.

Mener du point F, des lignes qui partagent le Pentagone A B D en trois parties égales.

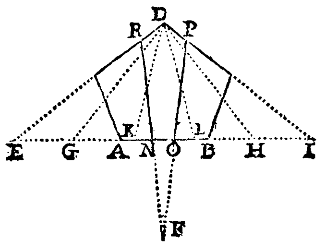
REduisez le Pentagone en triangle D G H (*par la 15 du 4.*)

Divisez la base G H en trois aux points K, L, & menez D L, D K, lesquelles diviseront le Pentagone en trois parties égales (*suivant la 5.*)

Continuez les côtez A B, D C en I.

Dirigez D L côté du triangle D L I vers le point F (*par la 36 du 4,*) c'est à dire, faites du triangle D L I, le triangle P O I ayant le côté P O, dirigé vers F.

Faites de même le triangle A N R, égal au triangle D E K.



PROP. XVIII.

Partager en trois également le triangle A B C, par des lignes tirées aux points D, E, pris dans la base A B qui en est coupée en trois parties inégales.

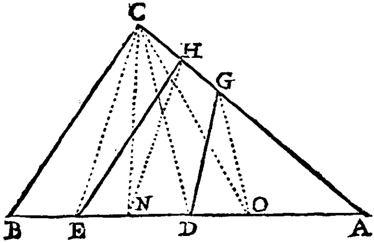
DIvisez A B en trois parties égales aux points N, O, & les lignes C O, C N, diviseront le triangle A B C en trois triangles égaux C B N, C N O, C O A.

Tirez C D, ſa parallele O G, & la ligne D G.

Mettez le triangle G O D pour ſon égal G O C, & A D G ſera égal au triangle A C O.

Menez C E, ſa parallele N H, & la ligne E H.

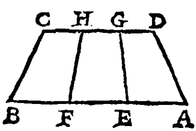
Mettez le triangle N H E pour ſon égal N H C; le triangle A E H, ſera égal aux deux triangles A O C, O N C, c'eſt à dire au ſeul A N C: & le quadrilatere B C H E le ſera au troiſiéme triangle B C N (*ſuivant la 5 du 2.*)



PROP. XIX.

Le trapeze A C ayant les côtez oppoſez A B, C D paralleles, eſt donné pour eſtre partagé en trois également par les points E, F, qui diviſent la baſe A B en trois parties égales.

DIviſez C D comme A B, c'eſt à dire en trois parties égales, puis menez les lignes F H, E G, qui feront le partage demandé (*par la 49 du 2.*)



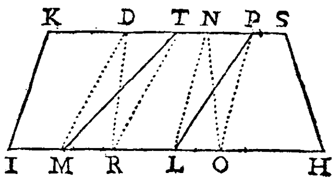
PROP. XX.

Le trapeze HK, a les costez IH, KS, paralleles; & on veut le partager en trois parties égales par les points L, M, qui divisent inégalement la base HI.

Coupez les côtez paralleles HI, KS, chacun en trois également aux points D, N; RO; & les lignes DR, NO, diviseront le trapeze proposé en trois quadrilateres égaux IKDR, RDNO, ONSH (*par la precedente.*)

Menez DM, sa parallele RT, & donnant le triangle DMT pour son égal DMR, la ligne MT coupera le quadrilatere IMTK égal au quadrilatere IRDK.

Menez LN, sa parallele OP, la ligne LP, qui coupera le quadrilatere ILPK, égal au quadrilatere IONK: & LPSH restera égal au quadrilatere ONSH (*suivant la 5 du 2.*)



PROP. XXI.

Des points D & C, pris comme on voudra dans la base AI, partager le quadrilatere AB en trois parties égales.

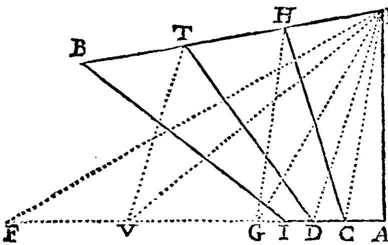
Reduisez le quadrilatere proposé en triangle AEF (*par la 7 du 4.*)

Coupez la baſe A F en trois parties égales F V G A : les lignes E G, E V diviſeront le triangle A E F en trois triangles égaux.

Menez C E, ſa parallele G H, la ligne C H; & le triangle C E H eſtant mis pour ſon égal C E G, le quadrilatere A C H E ſera égal au triangle A G E.

Tirez D E, ſa parallele V T, la ligne D T.

Donnez le triangle D E T pour ſon égal D E V, le quadrilatere A D T E, ſera égal au triangle A E V: Et le quadrilatere D I B T, le ſera au triangle E F V (*par la 5 du 2.*)



PROP. XXII.

Diviſer du point D, le plan B V en deux parties qui ſoient entr'elles cemme les deux parties de la ligne R S.

Eduiſez le plan B V, en triangle B C K (*par la 19 du 4.*)

Coupez B K en M, comme R S eſt coupée en E (*par la 48 du 3.*)

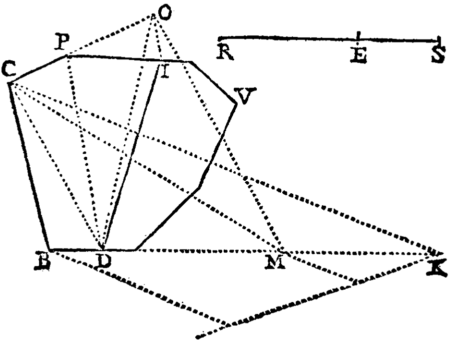
Tirez C M, & les triangles B C M, M C K, ſeront entr'eux comme leurs baſes; c'eſt à dire comme les parties de la ligne R S. (*ſuivant la 74 du 2.*)

Continuez le côté C P, vers O.

Menez C D, ſa parallele M O, la ligne D O,

& mettez le triangle C D O pour ſon égal C D M.

Menez D P, ſa parallele O I, & la ligne D I qui ſera le partage demandé : car le triangle D P I eſtant donné pour ſon égal D P O, la partie B I ſera égale au triangle B C M ; & la partie D V le ſera au triangle M C K (*par la 5 du 2.*)



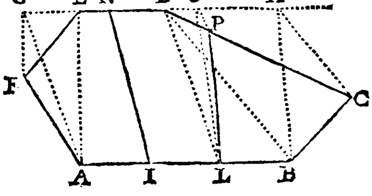
PROP. XXIII.

Partager le plan C F, en trois parties égales ſur les trois parties égales A I L B.

PRolongez de part & d'autre le côté D E, qui eſt parallele à la baſe A B.

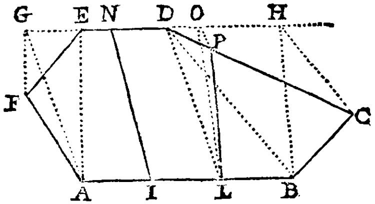
Réduiſez le plan C F en quadrilatere G A B H.

Diviſez G H, en trois parties égales G N O H.



Menez des lignes IN, LO, qui diviseront le quadrilatere ABGH en trois quadrilateres égaux, GAIN, NILO, OLBH (*suivant la 49 du 2.*)

Menez DL, sa parallele OP, & les lignes IN, LP, feront le partage demandé.



Le trapeze EAIN estant commun aux deux triangles égaux AEG, AEF; la premiere partie AINEF, est égale au quadrilatere AING.

De même. Le trapeze ILDN estant joint aux deux triangles égaux LDP, LDO; la seconde partie ILPDN est égale au quadrilatere ILON. & (par la 5 du 2,) la troisiéme partie LBCP, est égale au quadrilatere LBHO.

PROP. XXIV.

Partager le plan CF, en deux parties qui soient entr'elles comme les parties AN, NB, de la base AB.

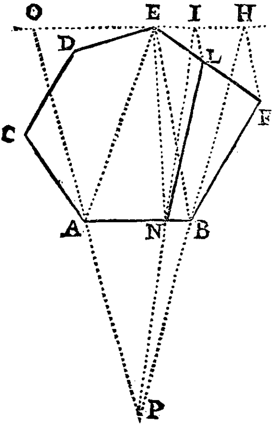
Menez par le point E, la ligne OH, parallele à AB.

Réduisez le plan proposé CF en trapeze ABHO.

Prolongez HB, OA, jusqu'à leur rencontre en P.

Du point P, menez PNI, qui divisera OH en I, comme AB l'est en N, *suivant la 46 du 3:*) & les quadrilateres ANIO, BNIH, feront entre eux comme leurs bases AN, BN, *suivant la 49 du 2.*)

Tirez EN, sa parallele IL puis LN, qui fera le partage demandé.



Si on ajoûte aux triangles égaux BEH, BEF, le commun BEN; les quadrilateres BNEH, BNEF, seront égaux: desquels ôtant les triangles égaux ENI, ENL, sçavoir ENI, du quadrilatere BNEH; & ENL du quadrilatere BNEF; le quadrilatere BNLF, restera égal au quadrilatere BNIH: Et le pldn prposé CF, estant égal au trapeze ABOH; sa partie NLC, restera aussi égale au quadrilatere ANIO. Donc la ligne NL partage le plan CF, comme NI partage le trapeze ABOH, sçavoir en deux parties qui sont entr'elles, comme leurs bases AN, BN.

PROP. XXV.

Partager le triangle ABC en trois parties égales, par des lignes paralleles au costé AC.

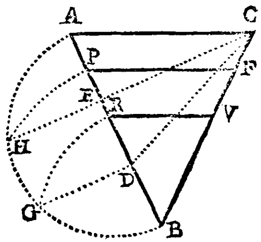
Divisez AB, en trois parties égales AEDB, & les lignes CE, CD, diviseront le triangle ABC en trois triangles égaux.

Décrivez le demicercle AGB.

Elevez les perpendiculaires EH, DG.

Du point B, décrivez les arcs HP, CR.

Menez les paralleles demandées, PF, RV.

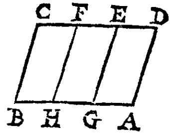


Le triangle ABC est divisé en trois triangles égaux par les lignes CE, CD; le triangle BPF est égal à BCE; & BRV, l'est à BCD; (par la 33 du 4.)

PROP. XXVI.

Partager le parallelogramme AC en trois parties égales, par des lignes paralleles aux costez AD, BC.

COupez les côtez CD, AB, chacun en trois parties égales aux points E, F; G, H.



Menez les lignes EG, FH, elles feront le partage demandé (*suivant la 41 du 2.*)

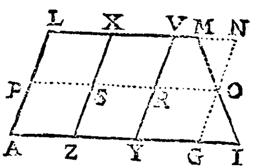
PROP. XXVII.

Diviser le trapeze regulier AIML, en trois parties égales par des lignes ou coupures paralleles au costé AL.

DIvisez les côtez AL, IM, chacun en deux également, aux points OP.

Menez OP & la coupez en trois parties égales, P, S, R, O.

Tirez par les points S, R, les paralleles demandées XZ, VY.



Supposé la ligne NOG parallele à VY. Les parallelogrammes AX, ZV, YN, sont égaux (par la 41 du 2.) Le triangle GIO est égal au triangle MNO (par la 59 du 2;) ainsi mettant l'un pour l'autre, le trapeze IYVM, est égal au parallelogramme NVYG.

PROP. XXVIII.

Diviser le quadrilatere ABCD en deux parties égales, par une ligne parallele au costé BD.

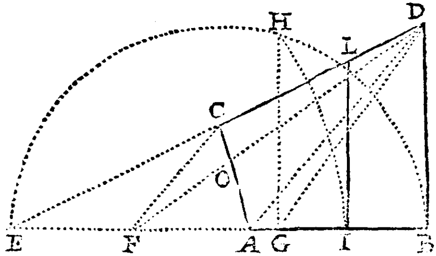
Continuez les côtez AB, CD, jusqu'en E.

Reduisez le quadrilatere proposé en triangle BDF (*par la* 7 *du* 4.)

Coupez la base BF en deux également en G.

Coupez EI, moyenne proportionnelle entre EG, EB (*par la* 52 *du* 3.)

Menez IL parallele à BD, elle coupera le quadrilatere proposé en deux également.



Les triangles ADF, ADC sont égaux; desquels si on retranche le commun ADO, les triangles DOC, AFO restent égaux : & joignant à ces triangles égaux le quadrilatere CEFO; le triangle ACE, est égal au triangle DEF (par la 4 du 2.)

Les lignes EG, EI, EB, sont proportionnelles; & les triangles EGD, EBD, sont de hauteur égale : donc le triangle ILE qui est semblable au triangle BED (suivant la 57 du 2) est égal au triangle DEG (par la 67 du 2.)

Or ôtant de ces triangles égaux EGD, EIL; les égaux, sçavoir DEF, du triangle EGD; & ACE du triangle EIL: reste ACLI, égal à DFG, moitié du triangle BDF; lequel est fait égal au quadrilatere BC. Donc, &c.

PROP. XXIX.

Partager le quadrilatere AC en deux également, par une ligne qui soit parallele au costé BC.

REduisez le quadrilatere proposé en triangle ADF.

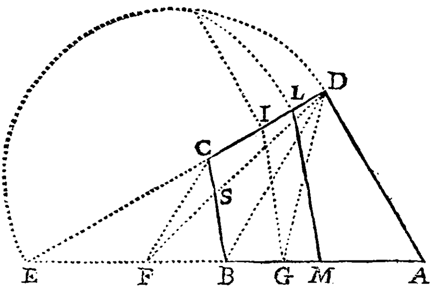
Divisez AF en deux parties égales au point G, & menez DG.

Prolongez les côtez AB, DC, en E.

Menez GI parallele à BC.

Coupez EL, moyenne proportionnelle entre EI, ED (*par la 52 du 3.*)

Menez la demandée LM parallele à BC.



Les triangles DEG, IEG, eu égard à leurs bases DE, EI; sont de même hauteur. Le triangle ELM est semblable à GEI: donc il est égal à DEG (par la 67 du 2.)

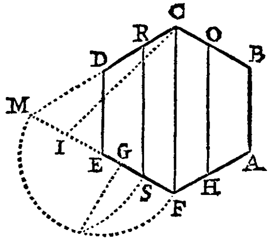
Le triangle BDF est fait égal au triangle BDC; donc SCD, BFS sont égaux: ausquels le quadrilatere CEFS estant joint, DEF est égal à BCE: Et retranchant DEF, de DEG; & BCE de ELM; reste BCLM égal au triangle DFG.

Le triangle AFD est fait égal au quadrilatere AC; DFG est moitié d'AFD: Donc BCLM qui est égal à DFG, est moitié du quadrilatere AC.

PROP. XXX.

Partager l'Exagone regulier A D en quatre parties égales par des lignes paralleles à la diagonale C F.

DIvisez les trapezes ABCF, CDEF, chacun en deux parties égales (*par la* 28.)

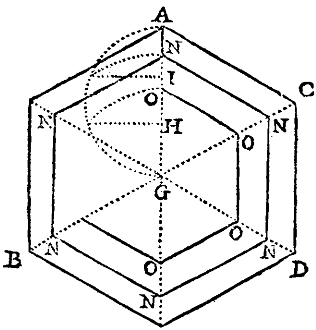


PROP. XXXI.

Partager l'Exagone ABD, en trois parties égales qui soient concentriques.

DU centre G, menez des rayons à tous les angles de l'exagone.

Coupez un de ces rayons, par exemple AG, en trois parties égales AIHG.

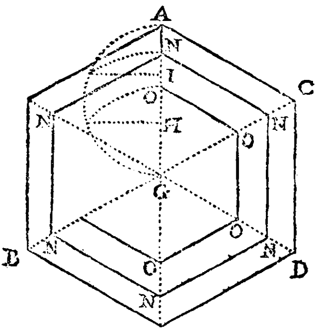


Coupez NG, moyenne proportionnelle entre GA, & GI.

Coupez aussi GO, moyenne proportionnelle entre GA & GH (*par la 52 du 3.*)

Menez de rayon en rayon, les paralleles NNN, OOO, qui feront le partage demandé.

Les paralleles NN, OO, divisent le triangle AGC; en trois parties égales (par la 25:) & les autres triangles sont divisez de même (suivant la 51 du 2.) Donc (par la 4 du 2) l'Exagone est partagé en trois parties égales.



PROP. XXXII.

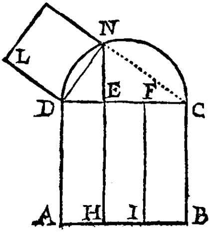
Du quarré AC, en faire trois qui soient égaux entr'eux.

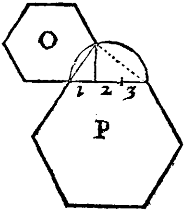
Divisez CD en trois parties égales DEFC.

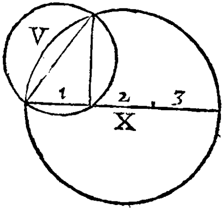
Décrivez le demicercle DNC.

De la premiere division E, élevez la perpendiculaire EN; & le quarré de DN sera égal au rectangle AE (*par la 45 du 2;*) lequel rectangle faisant un tiers du quarré AC, trois quarrez comme LN, seront égaux pris ensemble au même quarré AC.

La même chose doit s'entendre de tous autres plans (*suivant la 71 du 2:*) ainsi l'Exagone O, vaut un tiers de l'Exagone P ; & le cercle X est triple du cercle V.







PROP. XXXIII.

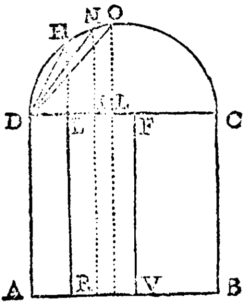
Du quarré A C, en faire trois autres qui soient entr'eux comme les rectangles A E, R F, V C.

DEcrivez le demicercle D O C.

Elevez la perpendiculaire E H, & D H sera le côté d'un quarré égal au premier rectangle (*suivant la precedente.*)

Coupez D I, égale à E F ; & supposé la perpendiculaire I N, la ligne D N sera le côté d'un quarré égal au rectangle R F.

Coupez *de même*, D L égale à C F. Elevez la perpendiculaire L O, & D O sera le côté d'un quarré égal au troisiéme rectangle C V.



Chapitre Sixie'me.

Comme on peut assembler les Plans, les retrancher les uns des autres, & les aggrandir ou diminuer selon quelque quantité proposée.

PROPOSITION I.

Décrire un triangle égal aux trois plans A, B, C.

Menez FL parallele à la ligne DM.

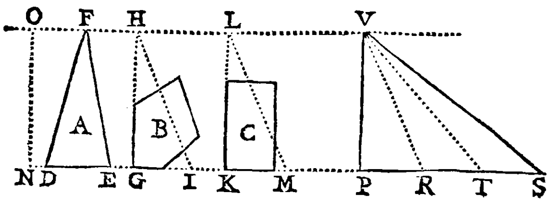
Faites le triangle GHI, égal au plan B (*par la 23 du 4.*)

Faites aussi le triangle KLM égal au plan C.

Tirez PS; & coupez PR, RT, TS, égales aux bases DE, GI, KM.

Elevez la perpendiculaire PV égale à la perpendiculaire NO.

Tirez SV, & le triangle PSV sera égal aux trois plans proposez.



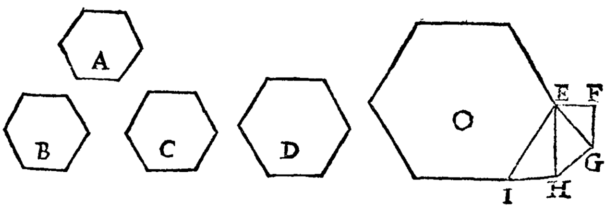
PROP. II.

Assembler plusieurs plans rectilignes & semblables A, B, C, D; en un seul qui leur soit aussi semblable.

Tirez E F égale à la base du premier plan A. Abaissez la perpendiculaire F G égale à la base du deuxiéme plan B, & la ligne E G sera le côté d'un semblable plan, égal aux deux A & B, (*suivant la 71 du 2.*)

Elevez sur E G, la perpendiculaire G H, égale à la base du troisiéme plan C, & E H, sera le côté d'un plan égal aux trois A, B, C.

Elevez enfin sur E H, la perpendiculaire H I, & E I sera le côté du Poligone ou plan demandé O.



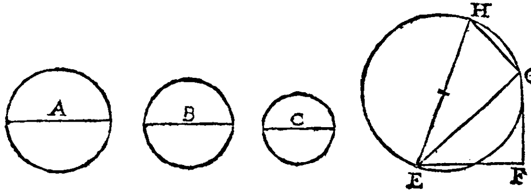
PROP. III.

Décrire un cercle égal aux trois cercles A, B, C.

Tirez la ligne EF, égale au diametre A. Elevez la perpendiculaire F G, égale au diametre B, puis menez E G.

Elevez GH perpendiculaire ſur EG, & la coupez égale au diametre C.

Le cercle décrit ſur le diametre EH ſera égal aux trois propoſez (*ſuivant la precedente.*)



PROP. IV.

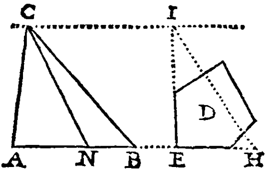
Retrancher du triangle ABC, une partie égale au Pentagone D.

MEnez CI parallele à la baſe AH.

Réduiſez le Pentagone D en triangle EHI (*par la 23 du 4.*)

Coupez AN égale à la baſe EH & menez CN.

Le triangle ACN ſera la partie retranchée égale au Pentagone D.



PROP. V.

Oſter du Plan AEB, une partie égale au triangle AFG.

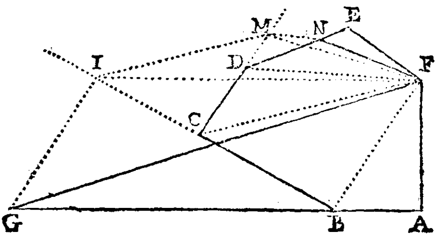
COntinuez le côté CB vers I, & CD vers M.

Menez BF, ſa parallele GI, la ligne FI, & le

& le triangle FBI sera égal au triangle FBG.

Tirez CF, sa parallele IM, la ligne FM, & le triangle FCM, sera égal au triangle FCI.

Menez enfin DF, sa parallele MN ; & mettant le triangle FDN, pour son égal FDM ; la ligne FN retranchera la partie demandée AN égale au triangle AFG.

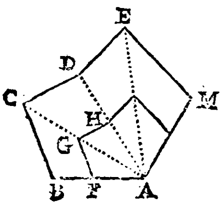


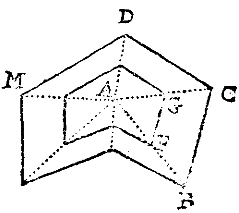
PROP. VI.

Réduire une figure en petit.

On veut décrire sur la base AF, une figure comme la proposée BM.

DU point A, tirez les rayons AE, AD, AC. Menez FG parallele à BC ; GH parallele à CD, &c. (*Voyez la 57 du 2.*)





PROP. VII.

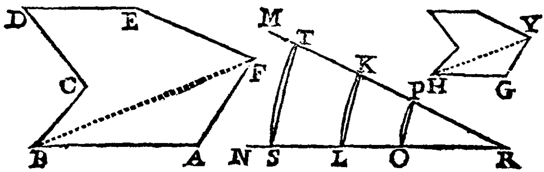
Décrire sur la base G H, une figure semblable à la figure A D.

FAites un triangle isocele L R K ayant les côtez R L, R K, égaux à la base A B; & L K égal à la base G H.

Prolongez les côtez égaux R L, R K.

De l'angle R & de l'intervale A F, décrivez O P, & la corde O P sera la longueur du côté G Y.

Du point R & de l'intervale B F, décrivez S T; & la corde S T, sera la longueur de la soustendante H Y: ainsi du reste.



Les triangles R O P, R L K, R S T, sont semblables (par la 58 du 2.) Ainsi, comme R L à L K; ou leurs égales, A B à G H; R O à O P ou leurs égales A F à G Y: Et comme R O à O P ou leurs égales, A F à G Y; R S à S T, ou leurs égales B F à H Y. Donc les triangles A B F, G H Y sont semblables (suivant la 55 du 2.)

Il faut observer qu'encore que cette pratique soit particulierement pour reduire une figure de grand en petit sur une base proposée, neanmoins elle peut aussi servir à reduire une figure de petit en grand, pourvû que la base proposée n'aille pas au delà du double de son homologue.

PROP. VIII.

Décrire un Poligone semblable au Poligone AH, mais plus petit de moitié, c'est à dire, contenant la moitié moins d'aire.

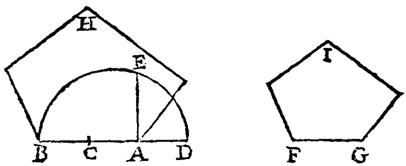
COupez A B en deux au point C.

Continuez AB, & coupez AD égale à AC.

Elevez AE moyenne proportionnelle entre AD & AB. *(par la 51 du 3.)*

Tirez la base FG égale à la moyenne AE.

Faites le Poligone demandé FGI *(par la precedente.)*



Les Poligones H, I, estant semblables, ils sont en raison doublée de leurs côtez homologues AB, FG; c'est à dire, que le Poligone H est au Poligone I, comme la base AB à la troisiéme proportionnelle AD (par la 69 du 2:) AB est double de AD, donc le Poligone H est double du poligone I; ou ce qui est même chose, le Poligone I, est moitié du Poligone H.

PROP. IX.

Diminuer le quarré B D de la valeur du plan E.

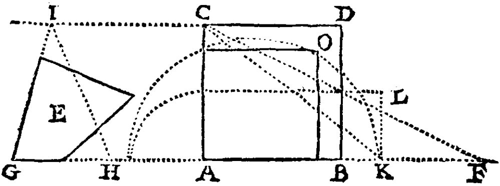
REduisez le quarré proposé en triangle ACF *(par la 2 du 4.)*

Réduisez aussi le plan E en triangle GHI de la hauteur du triangle ACF (*par la 23 du 4.*)

Coupez la base FK égale à la base GH, & tirez CK qui donnera le triangle CFK égal au plan E.

Du triangle restant ACK, faites le parallelogramme AL (*par la 6 du 4.*)

Du parallelogramme AL, faites le quarré AO (*par la 28 du 4,*) & le gnomon COB retranché du quarré AD sera égal au plan E.



PROP. X.

Retrancher du Pentagone irregulier ABD, un autre Pentagone semblable, la difference des deux restant égale au plan G.

FAites le triangle BCF, égal au Pentagone ABD (*par la 19 du 4.*)

Faites aussi le triangle FCK égal au plan G (*par la 23 du 4.*)

Coupez BO, moyenne proportionnelle entre BK & BF (*par la 52 du 3.*)

Menez ON, parallele à CF.

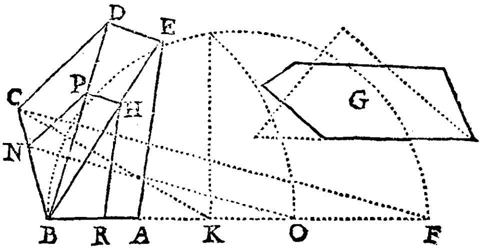
Décrivez sur BN un Pentagone NR semblable au proposé AC (*par la 6,*) & la difference des deux Pentagones sera égale au plan G.

Les bases BF, BO, BK sont proportionnelles: ainsi le triangle BNO semblable au triangle BCF (par la 57 du 2,) est égal au triangle BCK) par la 67 du 2.)

Les triangles semblables BNO, BCF sont en raison dou-

blée de leurs côtez homologues RN, BC; & les Pentagones semblables RNH, ACE, sont aussi en raison doublée des mêmes côtez BN, BC (suivant la 69 du 2.) Donc comme le triangle BCF est au triangle BNO, le Pentagone ACE est au Pentagone RNH; & par échange, le triangle BNO est au Pentagone RNH, comme le triangle BCF est au Pentagone ACE. Le triangle BCF est fait égal au Pentagone ACE, donc le triangle BNO est égal au Pentagone RNH.

Le triangle BNO est prouvé égal au triangle BCK; donc le pentagone RNH est égal au triangle BCK. Et puisque le triangle BCF est égal au Pentagone ACE, la difference des deux pentagones est égale au triangle KCF, lequel est fait égal au plan G.



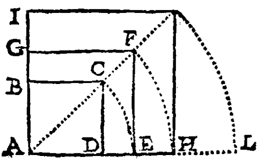
PROP. XI.

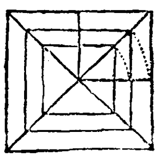
Réduire une figure en grand.

Doubler & quadrupler le quarré BD.

PRolongez AD, AC, AB; & du point A, décrivez l'arc CE.

Faites le quarré EG, il sera double du quarré D.



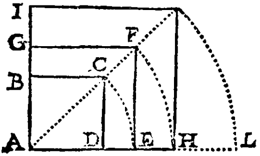


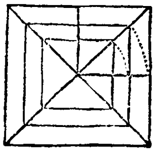
Du point A décrivez encore l'arc FH, le quarré HI sera double du quarré GE, & quadruple du proposé BD.

L'angle D, estant droit & les côtez AD, DC égaux; le quarré de AC ou d'AE son égal, c'est à dire EG; est double du quarré BD (par la 46 du 2.)

Par la même raison, le quarré HI est double du quarré EG, & par consequent quadruple du quarré BD.

Que si on faisoit un quarré sur la base AL, il seroit double du quarré HI, quadruple du quarré GE, & octuple du quarré BD.





PROP. XII.

Doubler, tripler & quadrupler le Plan BC.

PRolongez AB vers M, & tirez les rayons ADN, ACE.

Abaissez la perpendiculaire BR égale à AB.

Du point A, décrivez l'arc RH.

Faites sur AH, le pentagone HK, semblable au proposé (*par la 6.*)

Tirez RV parallele à BG, & coupez RS égale à BH.

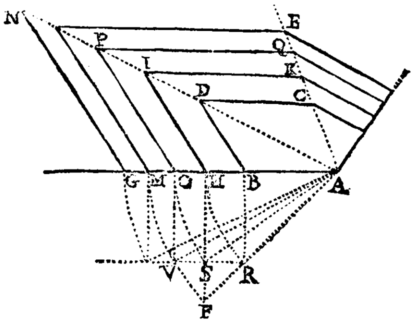
Du point A, décrivez l'arc SO.

Faites sur AO, le pentagone OQ, &c.

Les lignes AB, BR sont égales, & font un angle droit. Donc le pentagone fait sur AR ou AH son égale, est double du pentagone BC (suivant la 71 du 2.)

La ligne HS est égale à la base AB, & AH est la base d'un pentagone double: AS ou son égale AO est la base d'un *pentagone égal aux deux pentagones B C, H K, (par la 71 du 2;) Donc le pentagone O Q, est triple du proposé B C.*

Par la même raison, le pentagone M E est quadruple, & celuy qui sera fait sur la base A G sera quintuple.



PROP. XIII.

Multiplier le cercle B C D autant qu'on voudra.

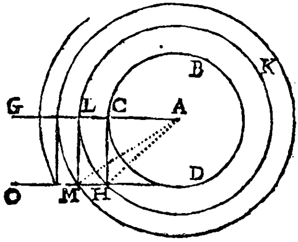
Continuez le rayon A C hors le cercle.

Abaissez la perpendiculaire C H, égale à A C.

Du centre A, décrivez le cercle H L K, il sera double du donné B C D (*par la precedente.*)

Menez H O parallele à C G, puis coupez H M égale à C L.

Du centre A, décrivez le cercle M, il sera triple du proposé, & le suivant sera quadruple.



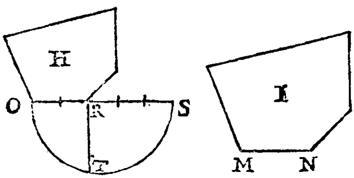
PROP. XIV.

Décrire un Poligone qui soit au Poligone H, en raison de 3 à 2.

COupez la base OR en deux parties égales, & en donnez trois à RS.

Trouvez RT, moyenne proportionnelle entre OR, & RS.

Tirez MN égale à RT, elle sera la base du Poligone demandé (*Voyez la* 8.)



PROP. XV.

Décrire sur la base EF, une figure semblable à la figure AC.

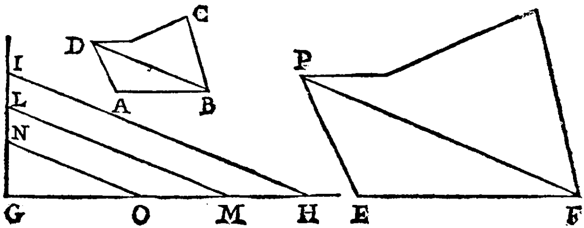
FAites comme il vous plaira l'angle IGH.

Coupez GL égale à la base AB, GM égale à la base EF, puis tirez LM.

Coupez GN égale à AD, menez NO parallele à LM, & GO sera la longueur du côté EP.

Ayant aussi coupé GI égale à BD, & mené la parallele IH; GH sera la longueur de la soustendante FP. Ainsi du reste.

Les lignes IH, LM, NO estant paralleles; GH est coupée en O, M, comme GI est coupée en NL: ainsi les lignes GN, GL, GI; qui sont coupées égales aux trois côtez du triangle ABD, sont entr'elles comme les lignes GO, GM, *GH ; ausquelles les côtez du triangle EFP sont coupez egaux. Donc le triangle EFP a ses côtez proportionnels à ceux du triangle ADB : & par consequent les deux triangles EFP, ABD sont semblables.*



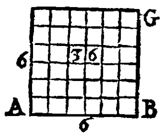
CHAPITRE SEPTIÉME.

Du Toisé des Plans.

DAns ce Chapitre, l'on enseigne à mesurer les Plans ; & la mesure qu'on y employe, est la Toise.

La Toise a six pieds de Roy de longueur, le Pied de Roy 12 pouces, & le pouce 12 lignes.

Lorsque la toise est multipliée par elle même, elle produit une toise quarrée.



On voit que le quarré AG qui contient 36 petites superficies quarrées, est le produit de la ligne AB multipliée par elle-même ; ou par son égale BG ; c'est à dire 6 par 6 : & que si AB estoit de 12 parties égales, le quarré AG, comprendroit 144 petits quarrez égaux qui seroient le produit de 12, multipliez par 12. Ainsi

La toise quarrée a 36 pieds quarrez ; le pied quarré 144 pouces quarrez ; & le pouce quarré, 144 lignes quarrées.

Les grands terrains se mesurent par Perches & par Arpents ; & alors cette partie de la Geometrie est appellée Arpentage.

La Perche est plus ou moins grande selon les lieux. Dans la Prevosté de Paris elle est de trois toises, & dix perches sont l'arpent.

La perche quarrée contient 9 toises quarrées, & l'arpent quarré, 100 perches quarrées.

OBSERVATIONS.

Des toiſes multipliées par des toiſes, produiſent des toiſes quarrées.

Des pieds multipliez par des pieds, produiſent des pieds quarrez: & la même choſe doit s'entendre des pouces & des lignes.

Des toiſes multipliées par des pieds, produiſent des pieds courant ſur toiſes: c'eſt à dire, des rectangles qui ont une toiſe de longueur & un pied de largeur.

Des toiſes multipliées par des pouces, produiſent des pouces courant ſur toiſes, c'eſt à dire, des rectangles d'une toiſe de longueur & d'un pouce de largeur. Comme des toiſes multipliées par des lignes produiſent des rectangles d'une toiſe de longueur & d'une ligne de largeur.

Des pieds multipliez par des pouces, produiſent des pouces ſur pieds: c'eſt à dire, des rectangles d'un pied de longueur, & d'un pouce de largeur.

Des pieds multipliez par des lignes, produiſent des lignes ſur pieds, qui ſont des rectangles d'un pied de longueur & d'une ligne de largeur.

Des pouces multipliez par des lignes, produiſent des lignes ſur pouces, qui ſont des rectangles d'un pouce de longueur, & d'une ligne de largeur.

Six pieds ſur toiſe font une toiſe quarrée.

Douze pouces ſur toiſe font un pied ſur toiſe.

Douze lignes ſur toiſe font un pouce ſur toiſe.

Douze pouces ſur pied font un pied quarré.

Douze lignes ſur pied font un pouce ſur pied.

Douze lignes ſur pouce font un pouce quarré.

Six pieds quarrez font un pied ſur toiſe.

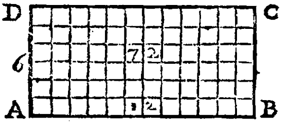
Douces pouces quarrez font un pouce ſur pied.

Douze lignes quarrées font une ligne ſur pouce.

PROPOSITION I.

Meſurer l'aire du rectangle A C.

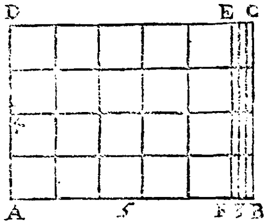
TOiſez la longueur A B & la largeur A D, & ſuppoſé que l'une ſe trouve eſtre de 12 toiſes & l'autre de 6. Multipliez 12 par 6, le produit 72 toiſes quarrées, ſera l'aire du rectangle.



$$\begin{array}{r} 12 \\ 6 \\ \hline 72 \end{array}$$

Si A B eſt trouvée valoir 5 toiſes, 3 pieds; & B C 4 toiſes.

Multipliez les toiſes par les toiſes, 4 par 5; puis les 4 toiſes par les 3 pieds: & vous aurez de produit 20 toiſes quarrées, & 12 pieds ſur toiſes qui feront encore 2 toiſes quarrées. Ainſi le rectangle A C, ſera de 22 toiſes quarrées.



toiſes.	pieds.
5 ——	3
4 ——	0
20 ——	12
toiſes quarrées.	pieds ſur toiſes.

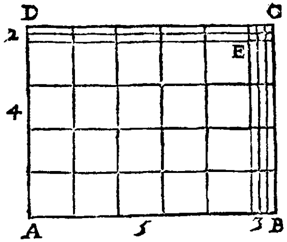
Mais ſi A B eſtoit de 5 toiſes, 3 pieds; & B C de 4 toiſes, 2 pieds: il faudroit multiplier les 5 toiſes par les 4, qui produiroient 20 toiſes quarrées.

Multiplier les 5 toiſes, par les 2 pieds; comme auſſi les 4 toiſes, par les 3 pieds; qui produiroient 22 pieds ſur toiſes.

Multiplier les pieds par les pieds, 2 par 3; qui produiroient encore 6 pieds quarrez; c'eſt à dire, un pied ſur toiſe : lequel eſtant joint aux 22, feroit 23.

De ces 23, en tirer 18; c'eſt à dire, trois toiſes quarrées pour les joindre aux autres 20 : & le rectangle A C, ſe trouveroit contenir 23 toiſes quarrées, & 5 pieds ſur toiſes; ou 30 pieds quarrez.

La diviſion de ces plans rectangles, ſert de demonſtration : par exemple on voit icy les 20 toiſes quarrées dans le rectangle A E : Les 22 pieds ſur toiſes, dans les rectangles D E, B E : & les 6 pieds quarrez, dans le rectangle C E.



toiſes. 5 — 3. pieds.

4 — 2.

toiſes quarrées. 20 — 10. pieds courants ſur toiſes.

12.

6 pieds quarrez.

toiſes quarrées. 23 — 5 pieds ſur toiſes.

Que ſi enfin le rectangle A R avoit les côtez O A, A K chacun de 2 toiſes, 2 pieds & 3 pouces; il faudroit multiplier les deux toiſes A D par les deux toiſes A C, qui produiroient 4 toiſes quarrées pour le quarré A B.

Multiplier les 2 toiſes A D par les 2 pieds C F, de même que les 2 toiſes A C par les 2 pieds D H; qui produiroient 8 pieds ſur toiſes : c'eſt à dire une toiſe quarrée & 2 pieds ſur toiſes, pour les deux rectangles B F, B H.

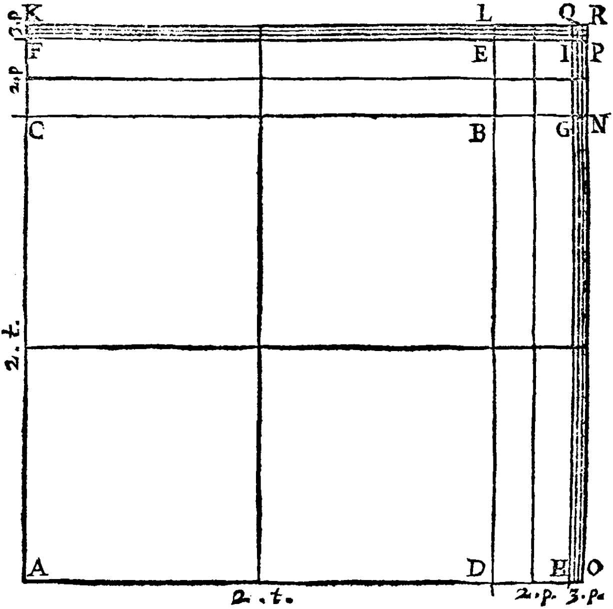
Multiplier les deux pieds D H, par les deux pieds C F; qui produiroient quatre pieds quarrez pour le contenu du rectangle E G.

Multiplier les deux toises AD, par les 3 pouces FK; de même que les deux toises AC par les 3 pouces HO, qui produiroient 12 pouces sur toises: c'est à dire, un pied sur toise, pour les deux rectangles EK, GO.

Multiplier les deux pieds DH par les 3 pouces FK, & les deux pieds CF, par les trois pouces HO; qui produiroient 12 pouces courant sur pieds: c'est à dire, un pied quarré pour le contenu des deux rectangles IL, IN.

Multiplier enfin, les 3 pouces HO, par les 3 pouces FK; qui produiroient 9 pouces quarrez pour le contenu du petit quarré IR. Et l'addition de tous ces produits estant faite, on trouveroit que le quarré AR contiendroit 5 toises, 23 pieds, & 9 pouces quarrez.

AD 2 toises, DH 2 pieds, HO 3 pouces.
AC 2 toises, CF 2 pieds, FK 3 pouces.

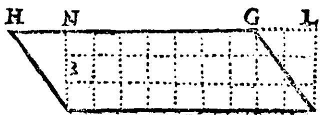


Pour éviter toutes ces differentes multiplications de toises par pieds, & par pouces, qui effectivement sont fort embarassantes : on pourroit réduire les 2 toises AD & les 2 pieds DH en pouces ; tout le côté AO se trouveroit avoir 171 pouces : & AK luy estant égal, il n'y auroit qu'à multiplier 171 par 171 ; le produit seroit 29241 pouces quarrez : desquels ayant tiré les pieds, & des pieds les toises ; on trouveroit comme cy-dessus, 5 toises, 23 pieds, & 9 pouces quarrez, pour le contenu du rectangle AR.

PROP. II.

Trouver l'aire du Parallelogramme EFGH.

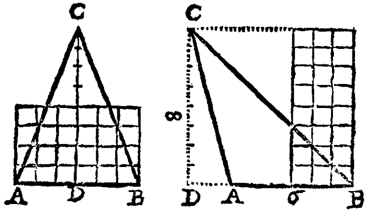
MUltipliez la base EF, par la perpendiculaire EN ; 9 par 3, & le produit 27 qui sera l'aire du parallelogramme EFLN, (*suivant la premiere*) sera aussi l'aire du parallelogramme proposé, (*suivant la* 40 *du* 2.)



PROP. III.

Trouver l'aire du triangle ABC.

MUltipliez la base AB par la moitié de la perpendiculaire CD ; c'est à dire, 6 par 4 : ou la perpendiculaire par la moitié de la base, 8 par 3; & le produit 24 sera l'aire du triangle (*suivant la 3 & 6 du 4.*)



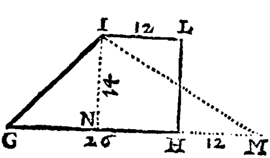
PROP. IV.

Trouver l'aire du quadrilatere G L, dont les côtez G H, I L sont paralleles.

MEsurez les côtez paralleles I L, G H, la perpendiculaire N I; & suppose qu'I L se trouve estre de 12 toises, G H de 26, N I de 14.

Joignez les 12 toises du côté I L, aux 26 de la base G H, comme si vous aviez à réduire le quadrilatere en triangle G I M; (*suivant la 2 du 4.*)

Multipliez la base G M, par la moitié de la perpendiculaire N I; c'est à dire 38 par 7; & le produit 266 toises quarrées sera l'aire du triangle I G M (*suivant la 3.*) & *par consequent* du quadrilatere proposé qui luy est égal.



PROP.

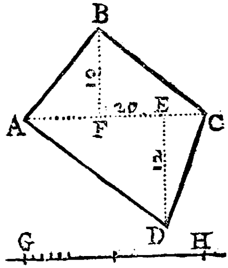
PROP. V.

Trouver l'aire du quadrilatere ABCD.

MEſurez la diagonale AC, les perpendiculaires DE, BF, & ſuppoſé que ces lignes ſe trouvent être, la premiere de 20 toiſes, la deuxiéme de 12, & la troiſiéme de 10.

Multipliez AC par la moitié de la perpendiculaire DE, le produit 120 ſera l'aire du triangle ACD.

Multipliez auſſi AC par la moitié de BF, le produit cent ſera l'aire du triangle ABC (*ſuivant la 3.*)



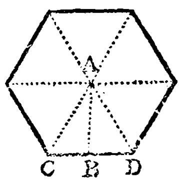
Additionnez ces deux produits, & leur ſomme 220 toiſes quarrées ſera l'aire du quadrilatere propoſé.

On trouvera les mêmes 220 toiſes en multipliant la ſomme des deux perpendiculaires BF, DE, qui eſt 22, par 10, moitié de la ligne AC.

PROP. VI.

Trouver l'aire d'un Poligone regulier.

MUltipliez la perpendiculaire AB par la moitié de la baſe CD, & vous aurez l'aire du triangle ACD.



Multipliez l'aire de ce triangle par le nombre des triangles du Poligone, & le produit ſera le requis.

Autrement. Multipliez les ſix côtez du Poligone par la moitié de la perpendiculaire AB; ou

L

toute la perpendiculaire AB par la moitié des côtez (*suivant la 17 du 4.*)

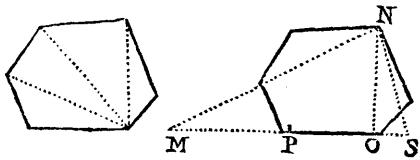
PROP. VII.

Trouver l'aire d'un Poligone irregulier.

Divisez le Poligone par triangles.

Mesurez chaque triangle (*par la 3,*) & faites une addition du tout.

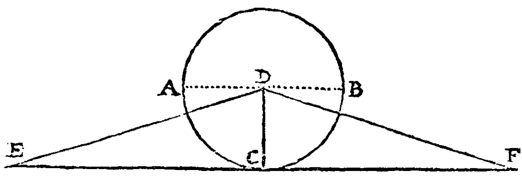
Autrement. Réduisez le Poligone en triangle N M S (*par la 18 ou 19 du 4,*) puis multipliez la perpendiculaire N O par P S, moitié de la base M S.



PROP. VIII.

Trouver l'aire d'un cercle.

Multipliez la demicirconference A C B, par le rayon C D; le produit sera l'aire du cercle.



Si le cercle A B C estoit réduit en triangle D E F (par la 43 du 4;) la base E F, seroit égale à la circonference du cercle; & C F moitié de E F, le seroit à la demicirconference A C B; ainsi, D C multipliée par C F donneroit le même produit qu'elle donneroit estant multipliée par la demicirconference: le pro-

duit de C D multiplié par C F seroit l'aire du triangle (suivant la 3 ;) Donc le produit de C D multipliée par la demicirconference est l'aire du cercle, autrement le cercle & le triangle ne seroient pas égaux.

PROP. IX.

La valeur du diametre d'un cercle estant donnée, trouver la valeur de la circonference.

On remarque que le diametre est à la circonference de son cercle à peu prés comme 7 à 22 : Ainsi, supposé que le diametre proposé A B soit de 28 pouces, vous trouverez la valeur de la circonference demandée par une regle de proportion en disant :

Si 7 donnent 22, combien 28, le produit 88 sera la valeur requise.

PROP. X.

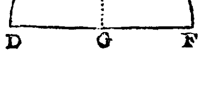
Mesurer le demicercle D E F.

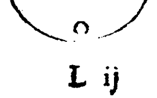
Multipliez l'arc D E, moitié de la demicirconference D E F par le rayon D G.

PROP. XI.

Trouver l'aire du secteur P O R.

Multipliez le rayon P S, par O P, moitié de l'arc P O R. Ou bien multipliez tout l'arc P O R par la moitié du rayon P S.





PROP. XII.

Trouver l'aire d'un grand ſegment de cercle A B C.

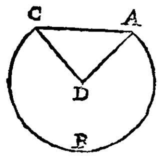
CHerchez l'aire du ſecteur A B C D (*par la precedente,*) puis l'aire du triangle A B C (*par la 3.*)

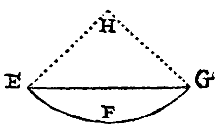
PROP. XIII.

Trouver l'airè du petit ſegment E F G.

TIrez au centre de l'arc, les rayons E H, G H. Cherchez l'aire du ſecteur H E F G (*par la* 11.)

Oſtez de ce ſecteur, l'aire du triangle E G H, & le reſte ſera l'aire du ſegment propoſé.





PROP. XIV.

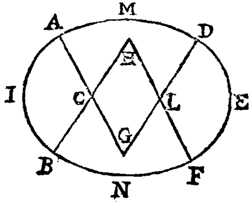
Trouver l'aire de l'ovale A F.

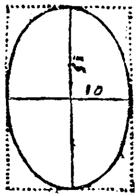
MEſurez les ſecteurs A C B I, D E F L, B H F N, A G D M (*par la* 11.)

De la ſomme de ces quatre ſecteurs, retranchez l'aire du lozange C G L H qui eſt commun aux deux grands ſecteurs, & ce qui reſtera ſera l'aire de l'ovale.

Autrement. Multipliez les deux diametres l'un par l'autre, 15 par 10, le produit ſera 150.

Multipliez cette ſomme 150 par 11, & diviſez le produit 1650 par 14, le quotien $117 \frac{6}{7}$ ſera à peu prés l'aire de l'ovale.

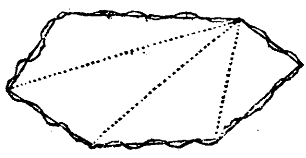




PROP. XV.

Trouver l'aire d'un terrain dont le contour eſt ondoyant.

IL faut rectifier les ondoyments de ce terrain par pluſieurs lignes droites que l'on conduira avec cette diſcretion, qu'elles laiſſent d'un côté le plus exactement qu'il ſera poſſible la valeur du terrain qu'elles retrancheront de l'autre, puis trouver le requis par la 7.



CHAPITRE HUITIE'ME.

TRIGONOMETRIE ou Doctrine des Triangles rectilignes par le calcul.

LEs Propositions de ce Chapitre sont de trouver par le calcul, quelque terme dans un Triangle; comme un costé ou un angle qu'on ne peut, ou du moins qu'on suppose ne pouvoir estre mesuré actuellement.

Pour trouver dans un triangle, la valeur d'un angle ou d'un costé par le calcul, il faut avoir trois autres termes connus dans le même triangle, comme

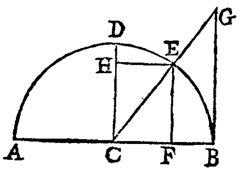
Deux costez & un angle, ou
Deux angles & un costé, ou
Trois costez.

Sçachez de plus, que les Angles n'entrent en aucun calcul analogique par le nombre de leurs degrez; mais par ces nombres ou ces lignes qu'on appelle Sinus, Tangentes & Secantes: & c'est de ces lignes qu'il faut d'abord vous donner une connoissance, par une figure Geometrique.

Soit le demicercle A B D, le rayon C D perpendiculaire sur C B, le point E pris à volonté dans la circonference, la perpendiculaire E F, la parallele

EH, la ligne CG rencontrant la perpendiculaire BG : On appelle

La ligne
- CD ou CB, Sinus total, ou Sinus de l'angle droit BCD.
- EF Sinus droit des angles BCE, ECA.
- EH, Sinus de complement. *Son arc DE avec l'arc du Sinus droit BE, fait le quart de cercle.*
- BG, Tangente de l'angle BCE.
- CG, Secante du même angle BCE.



Que ſi l'on ſuppoſe autant de Sinus droits EF, & autant de Tangentes & de Secantes qu'il y a de minutes dans le quart de cercle BD, il eſt évident que ce ſeront autant de lignes de differentes longueurs, qui ſeront d'autant plus courtes que le point E ſera plus éloigné du Sinus total CD; & que faiſant valoir ce Sinus total 100000, *ou* 10000000 *de parties égales, les autres lignes ſeront toutes de valeur differentes, répondant aux differentes ouvertures des angles dont elles ſeront ou les Sinus, ou les Tangentes, ou les Secantes : & c'eſt de ces diverſes Sinus, Tangentes & Secantes qu'on a composé des Tables, dont nous allons vous expliquer l'ordre pour venir enſuite à leur uſage.*

Il y a ordinairement deux Tables pour un degré, ainſi chaque Table eſt de 30 minutes.

Une table a ſix colonnes, la premiere contient les Minutes avec les degrez marquez au haut ou au bas.

La ſeconde contient les Sinus qui répondent par ordre aux minutes.

La troisiéme contient les Tangentes, & la quatriéme les Secantes.

Les deux autres colonnes sont composées de ces Sinus & Tangentes, qu'on appelle Logarithmes.

Ces Tables qui occupent chacune une page, sont accouplées de maniere que les Sinus, Tangentes & Secantes de l'une, sont les supplements des Sinus, Tangentes & Secantes de l'autre; c'est à dire, que prenant un Sinus dans la Table de la main droite, celuy qui est vis à vis dans la Table de la main gauche, est son Sinus de supplement; qu'au contraire, prenant un Sinus dans la Table de la main gauche, celuy de la droite, en sera le supplement; de sorte que les angles des deux Sinus qui se regardent, valent ordinairement pris ensemble, un angle droit; & la même chose doit s'entendre des Tangentes & des Secantes.

Toutes les Tables de la main gauche vont de degrez en degrez, depuis un jusques à quarante-cinq; & celles qui sont à droite, continuent aussi de degrez en degrez, jusques à quatre-vingt-dix; mais en retrogradant de la fin du livre vers le commencement: de maniere que la premiere & la derniere Table se trouvent à l'entrée du Livre vis à vis l'une de l'autre.

Tout cela estant expliqué il ne vous sera pas difficile de trouver dans ces Tables, le Sinus, la Tangente ou la Secante d'un angle proposé; non plus que d'y trouver la valeur d'un angle par son Sinus, sa Tangente ou sa Secante. On demande par exemple, le Sinus de 30 degrez 15 minutes, il n'y a qu'à voir dans la Table de 30 degrez, à costé de 15 minutes se trouvera le Sinus demandé 50377. Et au contraire, parce que ce nombre 50377 se trouve dans la colonne des Sinus à costé de 15 minutes & dans la table de 30 degrez, vous concluez qu'il est le Sinus d'un an-

gle de 30 degrez 15 minutes, & ainsi des Tangentes & des Secantes.

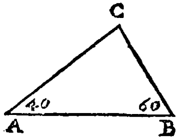
PROPOSITION I.

La valeur des deux angles A & B du triangle A B C estant connuë, trouver la valeur du troisiéme.

QUe l'angle A soit de 40 degrez, & l'angle B de 60. Les deux joints ensemble feront la somme de 100.

Tous les trois angles A, B, C, en valent, pris ensemble, 180 (*par la 29 du 2.*)

Ostez 100, de 180, restera 80 degrez pour l'angle C.



A B C	180
A B	100
C	80

Usage des Sinus.

PROP. II.

La valeur des Angles A & B, & du costé A C estant connuë trouver celle du costé B C.

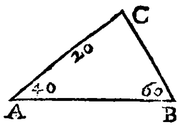
PRenez dans les Tables le Sinus de l'angle B, & celuy de l'angle A ; le premier sera 86603 & le deuxiéme 64279 : faites ensuite une regle de proportion, disant :

Si le Sinus de l'angle B, 86603, *donne* 20 *toises pour le costé opposé A C, que donnera le Sinus de l'angle A.* 64279, *pour le costé opposé B C.*

La regle faite, vous aurez pour le côté B C, 14 toises & plus, & les mêmes 14 toises se trouveront aussi par cette autre analogie.

Comme le Sinus de l'angle B ——	86603
au Sinus de l'angle A ——	64279
Ainsi le costé A C ——	20
au costé B C ——	14

Que si vous desirez venir à une plus grande précision, c'est à dire, si vous voulez avoir plus exactement la valeur du côté B C, sousdivisez les 20 toises du côté A C en pieds, & même en pouces & en lignes, s'il est necessaire ; & au lieu de 20 toises, mettez 120 pieds, ou 1440 pouces, ou 17280 lignes que valent les 20 toises A C : & la regle faite, comme cy dessus, le côté C B se trouvera valoir 14 toises, 5 pieds, 9 lignes, & encore quelque chose de plus.



Pour avoir la valeur du côté A B, il faudra chercher celle de l'angle C, qui se trouvera de 80 degrez (*par la* 1,) & faire ensuite cette analogie.

Comme le Sinus de l'angle B ——	86603
au Sinus de l'angle C ——	98481
Ainsi le costé A C ——	20
au costé demandé A B ——	22

PROP. III.

La valeur des costez BC, AC, & de l'angle A estant connuë, trouver celle de l'angle B.

CHerchez le Sinus de l'angle A, & l'ayant trouvé de 45399, faites la regle de proportion, en cette sorte.

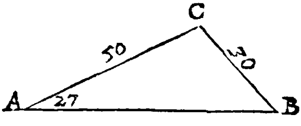
Si le costé BC de 30 toises, donne 45399, pour le Sinus de l'angle A, que donnera AC de 50 toises pour le Sinus de l'angle B.

La regle faite, vous aurez 75665 pour le Sinus demandé.

Cherchez ce Sinus dans les Tables, & vous trouverez qu'il est d'un angle de 49 degrez 10 minutes.

On peut faire aussi l'analogie suivante.

Comme le costé BC de 30, au costé AC de 50:
Ainsi le Sinus de l'angle A —— 45399
au Sinus de l'angle B —— 75665



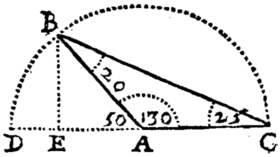
PROP. IV.

Trouver la valeur du costé BC opposé à l'angle A qui est obtus.

LE Sinus BE est commun aux deux angles BAC, BAD, d'où il s'ensuit qu'il peut estre pris indifferemment pour l'aigu BAD, de 50 degrez; comme pour l'obtus BAC de 130: mais il faut observer qu'il ne peut estre trouvé dans les Tables que par la valeur de l'angle aigu, les degrez des Tables n'allant pas au delà de 90 : c'est pourquoy le Sinus 76604, que nous prenons icy pour l'angle obtus B A C, doit estre cherché par les 50 degrez de l'angle aigu B A D : cela connu, faites vostre analogie à l'ordinaire disant :

Si le Sinus de l'angle C, 42262 donne 20 pour le costé A B, que donnera le Sinus de l'angle B A D, 76604.

La Regle faite, le côté B C se trouvera valoir 36, $\frac{10648}{42231}$



Usage des Tangentes & Secantes.

PROP. V.

L'angle A estant droit, & l'angle B connu avec le costé d'entre-deux, donner la valeur de la perpendiculaire A C & de l'hypotenuse B C.

SUppose l'arc A E, décrit du point B, la perpendiculaire A C sera Tangente, B C Secante, & la base A B Sinus total.

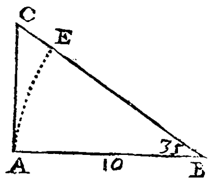
Cherchez dans les Tables, la Tangente & la Secante de l'angle B, vous trouverez 70021 pour l'une, & 122077 pour l'autre : puis faites les analogies suivantes, qui produiront la valeur des lignes A C, B C.

Premierement, *comme le Sinus total* — 100000
à la Tangente — 70021
De même, la base AB — 10
à la perpendiculaire AC — 7

2. *Comme le Sinus total* — 100000
à la Secante — 122077
Aussi la base AB — 10
à l'hypotenuse BC — 12

Autrement :

Comme le Sinus total 100000, *à la base AB*, 10 : *ainsi la Tangente* 70021, *à la perpendiculaire AC*, 7. *Et la Secante* 122077, *à l'hypotenuse BC*, 12.



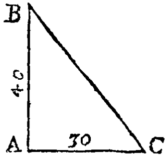
PROP. VI.

Les costez AB, AC composant un angle droit estant connus, trouver l'hypotenuse BC.

SUppofé le côté AB de 40 toifes, & le cofté AC de 30.

Multipliez AB par luy-même, c'eft à dire 40 par 40, le produit 1600 fera fon quarré.

Multipliez auffi 30 par 30, & le produit 900, fera le quarré du cofté AC (*fuivant la* 1 *du* 7.)

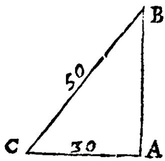


Additionnez ces deux quarrez, & de leur fomme 2500, tirez la racine quarrée, qui fera la valeur de l'hypotenufe BC (*par la* 45 *du* 2.)

PROP. VII.

L'hypotenuse B C estant connuë, avec la jambe A C trouver l'autre jambe A B qui fait l'angle droit B A C.

OStez du quarré de B C, le quarré d'A C, je veux dire ôtez 900 de 2500; restera 1600 dont la racine quarrée 40 sera la grandeur de la jambe A B.



PROP. VIII.

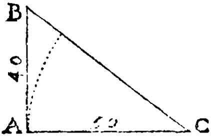
Les costez A B, A C composant l'angle droit A, estant connus, trouver les deux angles B & C.

SUpposé qu'A C soit Sinus total & A B tangente.

Comme la jambe A C, 50; *à la jambe A B*, 40: *Le Sinus total A C* 100000, *à la Tangente A B* 80000.

Cherchez cette Tangente 80000, & l'ayant trouvée dans la Table de 38 degrez à costé de 40 minutes, concluez que l'angle C est de 38 degrez 40 minutes.

La valeur de l'angle B pourroit estre trouvée de la même sorte en posant A C pour Tangente, & A B pour Sinus total; mais elle vous sera connuë plus aisément par la premiere Prop.

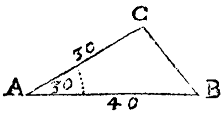


PROP. IX.

L'angle A, & les costez qui le composent estant connus, trouver les autres angles.

LEs trois angles d'un triangle, mis ensemble, valent 180 degrez; ainsi l'angle A de 30 degrez estant soustrait de 180, reste pour les angles B & C 150; dont la moitié 75 a pour Tangente 373205: cela connu faites l'analogie suivante.

Comme la somme des costez connus A B, A C, 70
à leur difference ———— 10
ainsi la tangente de 75 degrez ——— 373205
à une tangente demandée ——— 53315



Cherchez dans les Tables cette Tangente 53315, & vous trouverez que son angle sera de 28 degrez 4 minutes.

Joignez ces 28 degrez 4 minutes, à 75 degrez moitié de la somme des angles inconnus, & vous aurez 103 degrez 4 minutes, pour l'angle C opposé au plus grand costé A B.

Ostez aussi ces 28 degrez 4 minutes, des mêmes 75 degrez, & le reste 46 degrez 56 minutes, sera la valeur de l'angle B.

PROP. X.

L'Angle B estant connu avec les costez qui le composent, trouver la perpendiculaire C E.

SUpposé la perpendiculaire A D, & le costé B C, continuez jusqu'en D; si on prend A B pour

Sinus total, B D ſera Secante de l'angle B.

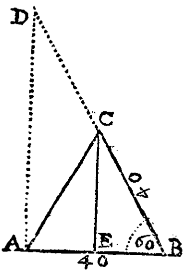
Cherchez dans les Tables la Secante de 60 degrez, elle ſe trouvera de 200000. *Or*

Comme le Sinus total A B de 100000, *à A B de* 40:

La Secante B D de 200000, *à B D de* 80 (par la 5)

Et comme B D de 80; *à B C de* 40:

ainſi A B de 40; *à B E de* 20.



Donc comme B C à C D, B E à E A (*par la* 52 *du* 2.)

Et A D eſtant perpendiculaire, E C l'eſt auſſi (*par la* 57 *du* 2.)

Enfin ayant encore poſé B E pour Sinus total, vous trouverez que

Comme le Sinus total B E — 100000
à la tangente E C — 173205
Ainſi la baſe B E — 20
à la perpendiculaire E C — $34\frac{641}{1000}$

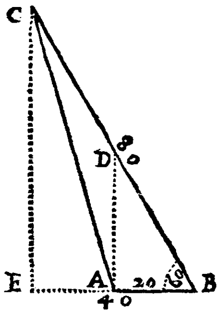
PROP. XI.

L'Angle B & les coſtez A B, B C eſtant connus, trouver la perpendiculaire C E.

Que la ligne A D ſoit perpendiculaire, & A B Sinus total; B D ſera Secante de l'angle B. Cela eſtably faites

Comme

Comme A B Sinus total — 100000
à la Secante B D — 200000
Ainsi la base A B, 20; à l'hypotenuse B D, 40.



De plus,
Comme B D, 40; à B C, 80:
A B, 20; à B E, 40.

Et posant encore B E pour Sinus total
Comme B E Sinus total — 100000
à C E Tangente de l'angle B — 173205
Ainsi la base B E — 40
à C E qui est la perpendiculaire demandée — $69\frac{141}{500}$

PROP. XII.

Les trois costez du triangle A B C estant connus, trouver la valeur de l'angle C.

Supposé qu'A B soit de 10 toises, A C de 6, & B C de 8. La difference des côtez A C, B C qui composent l'angle C, sera de 2.

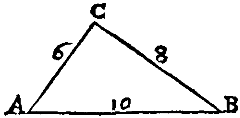
Multipliez 10 par 10, le produit 100 sera le quarré du côté A B, opposé à l'angle C.

Ostez du quarré d'A B, le quarré de la difference des côtez A C, B C; c'est à dire, ôtez 4 de 100, restera 96, ausquels ajoûtez cinq nuls, qui feront 9600000.

M

Multipliez les côtez AC, BC l'un par l'autre, je veux dire 6 par 8, & le produit 48 estant doublé, donnera 96.

Divisez, enfin, les 9600000 par ces 96, viendra le Sinus total 100000; d'où vous conclurez que l'angle C est droit.



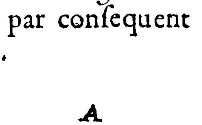
PROP. XIII.

Les trois costez du triangle ABC estant connus trouver la valeur de l'angle A qui est obtus.

LE quarré de la difference des côtez AB, AC, c'est à dire un; estant soustrait du quarré de BC, 81; reste 80, lesquels joints à cinq nuls, font 8000000.

Les côtez AB, AC multipliez l'un par l'autre, produisent 30, dont le double est 60.

Les 8000000 divisez par 60 donnent 133333, desquels l'unité retranché, c'est à dire, le Sinus de l'angle droit, reste 33333 Sinus d'un angle de 19 degrez 28 minutes; d'où nous connoissons que l'angle A vaut outre l'angle droit, 19 degrez 28 minutes, & que par consequent il est de 109 degrez 28 minutes.



PROP. XIV.

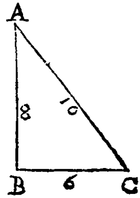
On demande la valeur de l'angle A qui est aigu.

LE quarré du côté B C opposé à l'angle A est 36. Le quarré de la difference des costez A B, A C est 4.

Quatre soustrait de 36, reste 32; & cinq nuls ajoûtez font 3200000.

Les côtez A B, A C multipliez l'un par l'autre, produisent 80, dont le double est 160.

Les 3200000 divisez par 160, donnent 20000, lesquels soustraits du Sinus total 100000, reste le Sinus 80000, lequel estant trouvé dans la Table de 53 degrez, son supplement 59995 qui est le Sinus vis à vis, est celuy de l'angle A, 36 degrez 52 minutes.

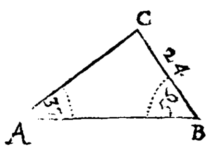


Usage des Logarithmes.

PROP. XV.

Les angles A, B, & le costé B C estant connus, trouver par les Logarithmes, la valeur du costé A C.

L'Usage des Sinus & Tangentes Logarithmes, differe de l'usage des autres Sinus & Tangentes; en ce que les analogies y sont resoluës seulement par additions & soustractions : & sans qu'on y pose jamais pour termes, aucune somme de toises, pieds ou pouces. C'est à dire que de même qu'on met un Sinus ou une Tangente Logarithme pour le nombre des degrez & minutes d'un angle, on met aussi un Logarithme pour le nombre des toises, pieds ou pouces qu'une ligne peut valoir.

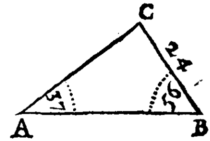


Les nombres & leurs Logarithmes ſont par colomnes dans les Tables qui ſuivent celles des Sinus. On cherche dans les nombres celuy qui eſt donné pour la valeur d'une ligne, & à côté ſe trouve ſon Logarithme.

Ayant donc trouvé dans les Tables, les Sinus Logarithmes 977946, 991857, pour les angles A & B : & le Logarithme 138021 pour le côté C B de 24 toiſes, il faut faire la Regle de proportion ſuivante.

Si le Sinus Logarithme de l'angle A, 977946
donne le Logarithme du coſté B C, 138021
que donnera le Sinus Logarithme de l'angle B,
991857.

Ajoûtez le deuxiéme terme de l'analogie au troiſiéme, & de leur ſomme 1129878, ôtez le premier, le reſte ſera le Logarithme demandé, 151932.



Cherchez ce Logarithme dans les Tables des Logarithmes, & l'ayant trouvé à côté du nombre 33 ; dites que 33 eſt la valeur du côté A C.

On peut examiner par ces calculs certaines Propoſitions qui ſont ſans preuves, & qui ſemblent eſtre juſtes dans la pratique, telles que ſont les Propoſitions 23, 24, & 25 du troiſiéme Chapitre, que je n'ay avancé qu'à deſſein d'en faire l'examen en cet endroit.

PROP. XVI.

Nous diſons que l'arc D F coupé ſuivant la 23 Propoſition du 3 Chapitre, eſt à peu prés la ſeptiéme partie de la circonference du cercle, & on veut ſçavoir en quoy conſiſte cet à peu prés.

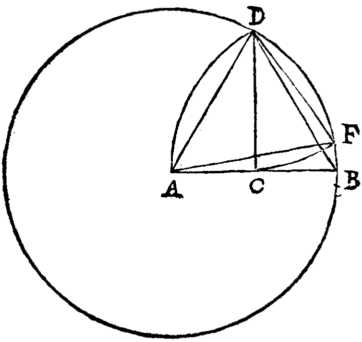
TIrez les droites AD, BD, le triangle ABD ſera équilateral *(par la 12 du 3,)* & ſes angles eſtant égaux, ils ſeront chacun de 60 degrez.

Posez BC pour Sinus total 100000, l'angle B qui est de 60 degrez donnera 200000 pour la Secante BD, & 173205 pour la Tangente CD.

Les droites AD, AF qui sont égales à la Secante BD, seront donc chacune de 200000, & DF que nous avons coupé égale à la Tangente CD, sera de 173205.

Les trois côtez du triangle ADF estant connus, cherchez la valeur de l'angle DAF (*par la* 14) elle se trouvera de 51 degrez 19 minutes.

L'angle au centre d'un Eptagone est de 51 degrez 25 minutes & quelques secondes (*par la* 18 *du* 3.) Donc l'arc DF est trop petit de 6 minutes & quelques secondes.



Examen de la Proposition 24 *du* 3 *Chapitre.*

PROP. XVII.

On dit que l'arc DH coupé suivant la 24 *du* 3, *est à peu prés la neuviéme partie de son cercle, & nous voulons sçavoir s'il est plus grand ou plus petit, & de combien.*

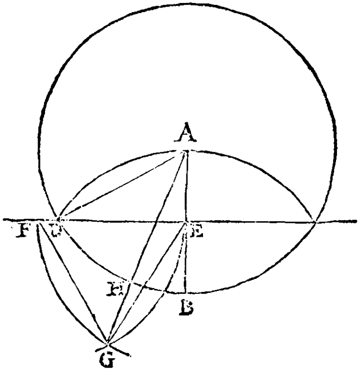
LE triangle EFG est équilateral, ainsi l'angle GEF est de 60 degrez, & l'angle droit AEF luy estant joint, l'angle GEA est de 150 degrez.

La ligne GE coupée égale au rayon AB est double de sa moitié AE, & supposant AE valoir un certain nombre de parties égales, par exemple 200, GE sera de 400.

Les deux côtez GE, AE estant connus, avec l'angle d'entre-deux AEG, l'angle GAE se trouvera valoir 20 degrez 6 minutes (*suivant la 9.*)

Ostez l'angle GAE de l'angle DAE; je veux dire, ôtez 20 degrez 6 minutes de 60 degrez, restera 39 degrez 54 minutes pour l'angle DAH.

L'angle du centre dans l'Eneagone est de 40 degrez; donc l'angle DAH, ou son arc DH est trop petit de 6 minutes.



Examen de la 25 Proposition du 3 Chapitre.

PROP. XVIII.

Supposé le segment de cercle AGB décrit sur la droite AB suivant la 25 du 3 : On veut sçavoir la difference qu'il y a entre l'angle AFB & le vray angle, au centre d'un Eneagone regulier.

SUpposé les droites AD, BD, BE, AF: l'angle ABD est de 60 degrez, sa moitié DBE de

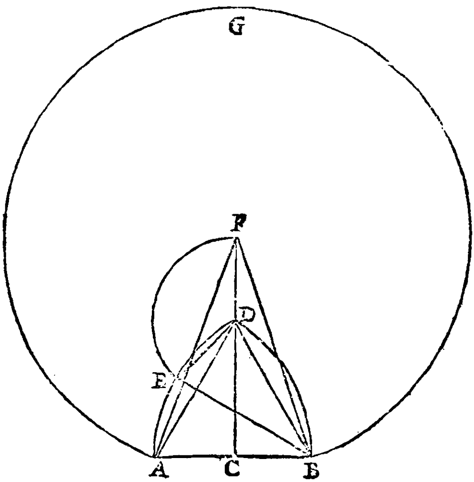
30 ; & 30 ôtez de 180, valeur des trois angles du triangle iſocele DBE ; reſte 150, ou plûtôt 75 pour chacun des angles EDB, DEB.

Que ſi vous ſuppoſez BD valoir 100000 parties égales, la droite DE ou ſon égale DF ſera de 51763 (*par la* 2.)

De plus, l'angle BDC eſt de 30 degrez, & ſon ſupplement BDF de 150 (*par la* 18 *du* 2.)

La valeur de DB, de DF, & de l'angle BDF eſtant connuë, l'angle BFC ſe trouvera de 19 degrez 52 minutes (*par la* 9,) & le double AFB de 39 degrez 44 minutes.

L'angle du centre dans l'Eneagone eſt de 40 degrez ; donc l'angle AFB eſt trop petit de 16 minutes.



CHAPITRE NEUVIE'ME.

Des Corps ou Solides.

DEFINITION I.

LE Corps eſt une quantité étenduë en longueur, largeur, & profondeur.

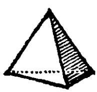
2.

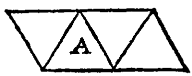
Le Corps eſt regulier quand une moitié eſt ſemblable & égale à l'autre : & il eſt regulier en tous ſens, lors que toutes ſes parties ſont égales & ſemblables.

On compte ſeulement ſix Corps parfaitement reguliers ; le Tetraëdre, l'Exaëdre, l'Octaëdre, le Dodecaëdre, l'Icoſaëdre & la Sphere, dans laquelle les cinq premiers ſont inſcriptibles.

3.

Le Tetraëdre eſt terminé par quatre triangles équilateraux de même grandeur.

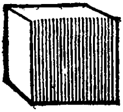
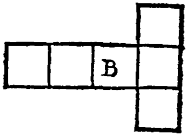




4

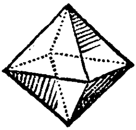
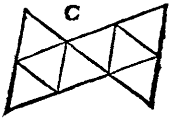
L'Exaëdre ordinairement nommé Cube, ou Dé;

eſt borné de ſix plans ou ſurfaces quarrées & égales.

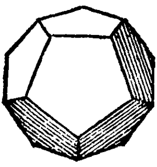
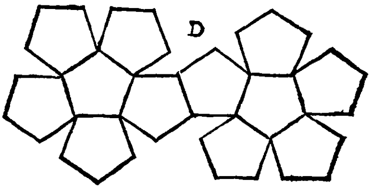
5.

L'Octaëdre eſt contenu ſous huit triangles égaux & équilateraux.

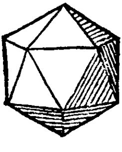
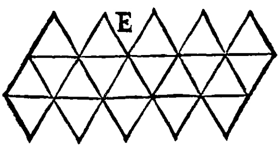
6.

Le Dodecaëdre eſt compris ſous douze Pentagones reguliers, & égaux.

7.

L'Icoſaëdre eſt de vingt ſurfaces triangulaires, égales & équilaterales.

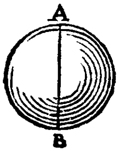
Les figures A, B, C, D, E, montrent comme on peut couper de la carte pour faire en relief ces cinq premiers corps.

8.

La Sphere eſt compriſe ſous une ſeule ſurface vers laquelle toutes les lignes tirées du centre ſont égales.

9.

Le diametre ſur lequel la Sphere tourne eſt nommé Axe ou Eſſieu.



Les autres Corps que les Geometres conſiderent particulierement, ſont le Parallelipipede, le Priſme, la Piramide, & le Spheroïde.

10.

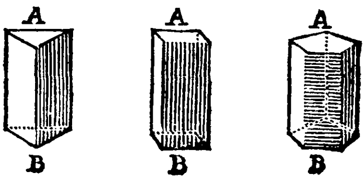
Le Parallelipipede eſt un Corps compris ſous ſix parallelogrammes, dont les oppoſez ſont paralleles & égaux.

11.

Le Priſme eſt un Corps regulierement & également compris entre deux ſurfaces ſemblables, paralleles & égales.

12.

Le Priſme eſt dit triangulaire, quadrangulaire, pentagonal, &c. ſuivant la figure des Plans A & B, entre leſquels il eſt compris.



13.

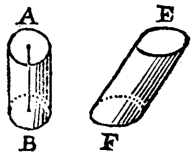
Le Prisme est appellé Cylindre lors qu'il est rond en maniere de colonne.

14.

Si un cylindre posé sur un plan de niveau se trouve à plomb comme A B, il est compris entre deux cercles : mais s'il se trouve incliné comme E F, il est compris entre deux Ovales.

15.

L'Axe du Cylindre est une ligne qui passe par les centres des plans opposez A, B, & sur laquelle ce corps est supposé tourner, ou pouvoir tourner.

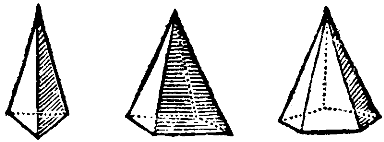


16.

La Pyramide est un Corps dont les parties en s'élevant sur une base, vont se réunir à un point qu'on nomme sommet.

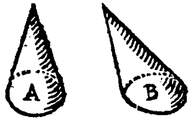
17.

La Pyramide prend aussi une dénomination de la figure de sa base ; on la nomme triangulaire, quadrangulaire, ou pentagonale ; si sa base est un triangle, un quarré, ou un pentagone.



18.

Le Cone eſt une Pyramide qui a un cercle pour baſe lors qu'il eſt droit ſur ſon plan, ou une Elipſe, s'il eſt incliné comme le Cone B.

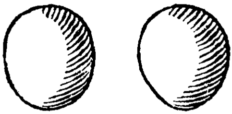


19.

Le Corps Spheroïde, eſt une Sphere alongée ou oblongue.

20.

Le Spheroïde Eliptique eſt de la figure d'un œuf.



Tous autres Corps ſont composez des precedens.

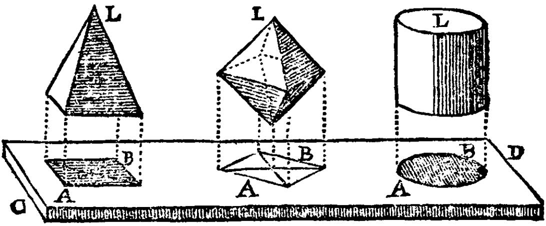
21.

Le Devis Geometrique ou Perſpectif d'un Corps, eſt une deſcription qu'on fait de toutes ſes dimenſions & meſures; ou par le moyen de deux deſſeins, le premier nommé Plan ou Ichnographie; & le deuxiéme Elevation ou Ortographie; ou par un ſeul appellé Senographie.

22.

Le Plan ou l'Ichnographie, eſt une figure plane qui repreſente les dimentions horiſontales du Corps.

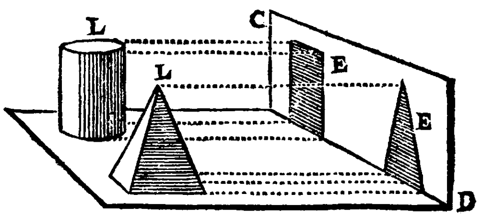
Comme une figure A B, qui ſeroit produite ſur le pavé C D par les à plombs abaiſſées de toutes les parties du Corps L.



23.

L'Elevation ou l'Ortographie eſt la figure plane qui repreſente les dimentions verticales, je veux dire, les hauteurs du Corps.

Comme ſeroit une figure E, décrite par des paralleles horiſontales conduites de toutes les parties du Corps L, juſqu'au plan ou ſurface verticale C D.

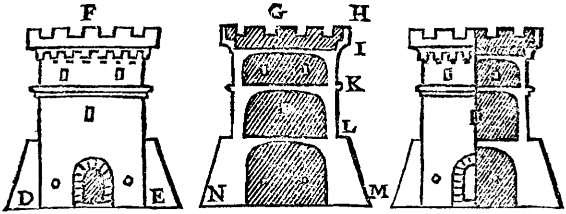


24.

Une Elevation eſt donnée quelquefois en deux deſſeins, l'un appellé Face, & l'autre Coupe. Les parties anterieures du Corps ſe voyent dans le premier, & les interieures dans le deuxiéme.

25.

On appelle Profil, le contour ou les extrémitez d'une Coupe.

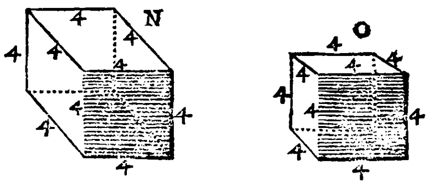


DEF; Face. GNM, Coupe. HIKLM, Profil.

26.

La Senographie eſt un deſſein qui repreſente le Corps entier avec toutes ſes dimentions, hauteurs, largeurs, & profondeurs.

Ce deſſein eſt Geometrique, ſi toutes ſes lignes peuvent eſtre meſurées avec une échelle commune: & Perſpectif ſi elles ne peuvent l'eſtre que par des échelles de Perſpective, le Corps eſtant repreſenté tel qu'il eſt veu d'un coup d'œil, ou comme il ſeroit apperceu d'un ſeul endroit.



N. Cube Geometrique.

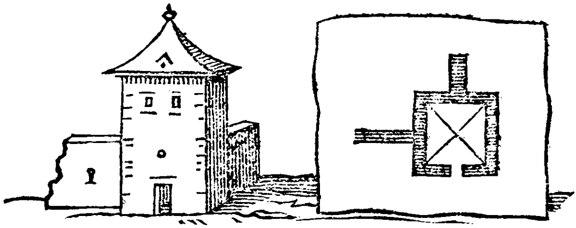
O. Cube Perſpectif.

27.

Talu, eſt la pente qu'on donne à un Corps pour le ſoûtenir. *Comme la pente L M.*

28.

Lever le plan d'un Corps, d'une Tour par exemple, c'est décrire la figure du terrain qu'elle occupe sur le niveau de ses fondemens.



Du Toisé des Solides.

On mesure les Solides par toises cubes, & par parties de toises cubes.

La toise cube est un parallelipipede rectangle qui a six pieds de hauteur, six pieds de largeur, & six pieds de profondeur.

Ses parties sont le pied, le pouce, & la ligne solide; sur toise, sur pied & sur pouces quarrez. Le pied, le pouce & la ligne solides courant sur toise, sur pied, & sur pouce. Le pied, le pouce, & la ligne cube.

Le pied solide sur toise quarrée, est un parallelipipede d'un pied d'épaisseur sur une toise quarrée.

Le pied solide courant sur toise, est un parallelipipede d'une toise de longueur, compris entre deux plans chacun d'un pied quarré.

Six pieds solides sur toise quarrée, font une toise cube.

Six pieds solides courant sur toise font un pied solide sur toise quarrée.

Six pieds cubes font un pied solide courant sur toise.

Deux cent & seize pieds cubes font une toise cube.

Le pouce solide sur pied quarré, est un parallelipipede d'un pouce d'épaisseur sur un pied quarré.

Le pouce solide courant sur pied est un parallelipipede d'un pied de longueur, compris entre deux plans chacun d'un pouce quarré.

Douze pouces solides sur pied quarré font un pied cube.

Douze pouces solides courant sur pied, font un pouce solide sur pied quarré.

Douze pouces cubes, font un pouce solide courant sur pied.

Mil sept cent vingt-huit pouces cubes font un pied cube.

La ligne solide sur pouce quarré est un parallelipipede d'une ligne d'épaisseur sur un pouce quarré.

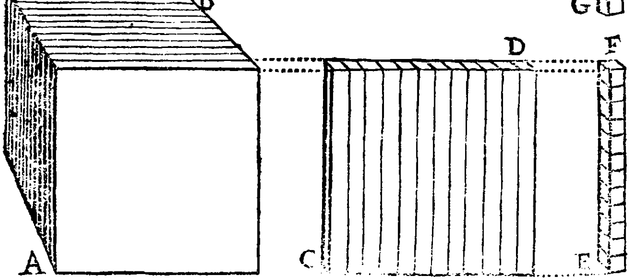
La ligne solide courante sur pouce, est une parallelipipede d'un pouce de longueur, compris entre deux plans chacun d'une ligne quarrée.

Douze lignes solides sur pouce quarré font un pouce cube.

Douze lignes solides courantes sur pouce, font une ligne solide sur pouce quarré.

Douze lignes cubes, font une ligne solide courante sur pouce.

Mil sept cent vingt-huit lignes cubes, font un pouce cube.



A B, douze lignes solides sur pouce quarré, faisant un pouce cube.

CD,

C D, douze lignes ſolides courantes ſur pouce, faiſant une ligne ſolide ſur pouce quarré.

E F, douze lignes cubes faiſant une ligne ſolide courante ſur pouce.

G, une ligne cube.

OBSERVATIONS.

Des ſurfaces multipliées par des lignes produiſent des ſolides.

Des toiſes quarrées multipliées par des toiſes ſimples, produiſent des toiſes cubes.

Des toiſes ſimples multipliées par des pieds courant ſur toiſes; ou des toiſes quarrées multipliées par des pieds ſimples, produiſent des pieds ſolides ſur toiſes quarrées.

Des toiſes ſimples multipliées par des pieds quarrez produiſent des pieds ſolides courant ſur toiſes.

Des pieds ſimples multipliez par des pieds courant ſur toiſes, produiſent auſſi des pieds ſolides courant ſur toiſes.

Des pieds ſimples multipliez par des pieds quarrez, produiſent des pieds cubes.

Des pieds ſimples multipliez par des pouces courant ſur pieds, produiſent des pouces ſolides ſur pieds quarrez.

Des pieds quarrez multipliez par des pouces ſimples, produiſent auſſi des pouces ſolides ſur pieds quarrez.

Des pieds ſimples multipliez par des pouces quarrez, produiſent des pouces ſolides courant ſur pieds.

Des pouces ſimples multipliez par des pouces quarrez, produiſent des pouces cubes.

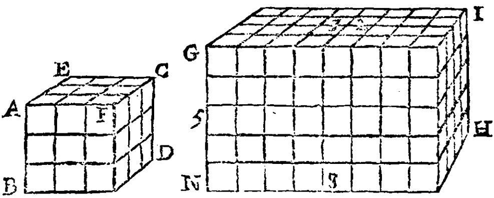
La même choſe eſt des pouces à l'égard des lignes.

PROPOSITION I.

Mesurer un Cube, ou un Parallelipipede.

IL faut multiplier toute la base par la hauteur du Corps. *Exemple.*

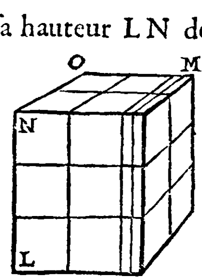
Multipliez la base BD, ou la surface opposée son égale AC, par la perpendiculaire AB; 9 pieds quarrez par trois pieds simples: le produit 27 pieds cubes, sera le requis.



Les 9 pieds quarrez de la surface AECF, ont chacun sous soy une colomne composée de 3 pieds cubes, & trois fois 9, font 27.

Pour avoir le contenu du Parallelipipede GH, il faut multiplier comme cy-dessus, les parties de la surface GI, par les parties de la perpendiculaire GN, 32 par 5: & le produit 160 pieds cubes sera le requis.

Si le parallipipede LM avoit sa hauteur LN de 3 toises, sa longueur OM de 2 toises 2 pieds, & sa largeur NO de 2 toises; il faudroit multiplier MO par ON, 2 toises 2 pieds, par 2 toises; le produit seroit 4 toises quarrées, 4 pieds sur toises, pour la surface NM.



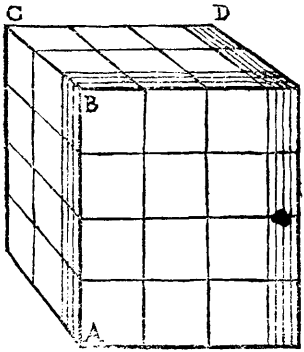
Multiplier cette surface NM par la hauteur LN, 4 toises quarrées, & 4 pieds sur toises, par 3 toises. Le produit seroit 12 toiſes cubes, & 12 pieds ſolides ſur toiſes quarrées, qui feroient encore 2 toiſes cubes, leſquelles eſtant jointes aux 12, le Corps L M ſe trouveroit contenir 14 toiſes cubes.

Toiſes quarrées.	pieds ſur toiſes.
4	4
3	
12	12

Mais ſi A B eſtoit de 4 pieds, B C de 2 pieds 3 pouces, & C D de 3 pieds 4 pouces. Il faudroit premierement trouver le contenu de la ſurface B D qui ſeroit de 6 pieds quarrez, 17 pouces ſur pieds, & 12 pouces quarrez. *Puis*

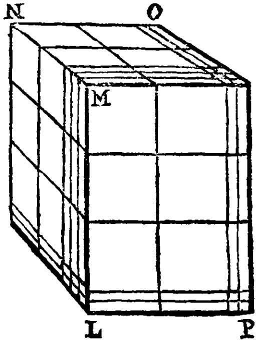
Multiplier les 6 pieds de la ſurface, par les 4 de la hauteur, le produit ſeroit 24 pieds cubes.

Multiplier les 17 pouces de la ſurface par les 4 pieds de la hauteur, le produit ſeroit 68 pouces ſolides ſur pieds quarrez.



pieds quarrez.	pouces ſur pieds.	pouces quarrez.
6	17	12
4		
24	68	48
pieds cubes.	pouces ſolides ſur pieds quarrez.	pouces ſolides courant ſur pieds.

Multiplier encore les 4 pieds de la hauteur par les 12 pouces quarrez de la ſurface, le produit ſeroit 48 pouces ſolides courant ſur pieds, *c'eſt à dire*, 4 pouces ſolides ſur pieds quarrez, leſquels eſtant joints aux 68 feroient 72, c'eſt à dire 6 pieds cubes, qui avec les 24 feroient 30 pour le contenu du Corps A D.



Pour avoir le contenu du parallelipipede L O qui a ſa ſurface M O de 4 toiſes quarrées, 10 pieds courant ſur toiſes, 6 pieds quarrez; & ſa hauteur L M de 3 toiſes 2 pieds, il faudroit

Multiplier les toiſes par les toiſes, 4 par 3; le produit ſeroit 12 toiſes cubes.

Multiplier les toiſes par les pieds, 3 par 10; & 4 par 2: les produits ſeroient 30, & 8 pieds ſolides ſur toiſes quarrées.

Multiplier les 2 pieds par les 10, le produit ſeroit 20 pieds ſolides courant ſur toiſes.

Multiplier les 3 toiſes par les 6 pieds quarrez, le produit ſeroit 18 pieds ſolides courant ſur toiſes.

Multiplier les 2 pieds par les 6, le produit ſeroit 12 pieds cubes.

Enfin additionner tous ces produits, & le Corps L O ſe trouveroit contenir 19 toiſes cubes, 2 pieds ſolides ſur toiſes quarrées, *c'eſt à dire*, un tiers de toiſe cube, & 4 pieds ſolides courant ſur toiſes, ou 24 pieds cube

4	10	6	
3	2		
12	30	20	
	8	18	12
19	2	4	0
toiſes cubes.	pieds ſolides ſur toiſes quarrées.	pieds ſolides courant ſur toiſes.	pieds cubes.

Si on avoit encore à meſurer le parallelipipede A D qui a ſa hauteur A B d'une toiſe, 2 pieds, 3 pouces; ſa longueur B C de 2 toiſes, 2 pieds, 2 pouces; & ſa largeur B E de 4 pieds 3 pouces; il faudroit réduire les toiſes en pieds, & compter 8 pieds 3 pouces pour A B, 14 pieds 2 pouces pour B C. *Puis*

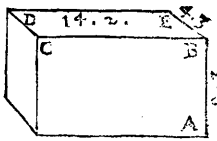
Multiplier B C par B E; la ſurface B C D E ſe trouveroit contenir 56 pieds quarrez, 50 pouces courant ſur pieds, & 6 pouces quarrez.

Multiplier le contenu de cette ſurface par la hauteur A B, & le Corps ſe trouveroit avoir 496 pieds cubes, 8 pouces ſolides ſur pieds quarrez, 7 pouces ſolides courant ſur pieds, & 6 pouces cubes; ces trois eſpeces de pouces faiſant 1242 pouces cubes.

56 — 50 — 6
8 — 3

448 — 168 — 150 — 18
400 48
48 — 16 — 1

496 8 7 6



Que ſi enfin on trouvoit trop de difficulté à ces fractions, on pourroit réduire auſſi les pieds en pouces pour n'avoir qu'une ſorte de partie. B C auroit 170 pouces, B E 51, & ces deux côtez multipliez l'un par l'autre produiroient 8670 pouces quarrez pour la ſurface B D; laquelle eſtant multipliée par la hauteur A B de 99 pouces, le produit ſeroit 858330 pouces cubes, qui eſtant diviſez par 1728, valeur d'un pied cube, le quotien donneroit pour le contenu du parallelipipede A D, comme cy-deſſus, c'eſt à dire, 496 pieds & 1242 pouces cubes.

PROP. II.

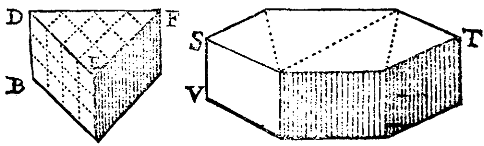
Mesurer le Prisme triangulaire B F.

SUpposé que l'angle D E F soit droit, & les côtez D E, E F, chacun de quatre pieds. Multipliez D E par la moitié de E F, 4 par 2; le produit 8 pieds quarrez sera l'aire du triangle D E F.

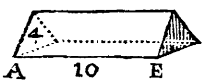
Multipliez ce triangle par la hauteur D B, 8 par 3; le produit 24 pieds cubes sera le contenu du Prisme proposé.

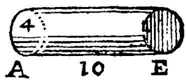
Les 6 quarrez entiers du triangle D E F, & les 4 demy qui en font encore 2 entiers, ont chacun sous soy une colomne de 3 pieds cubes, & 3 fois 8 sont 24.

Vous mesurerez le Prisme V T de la même maniere, *c'est à dire*, en multipliant l'aire de la surface S T par la hauteur S V.

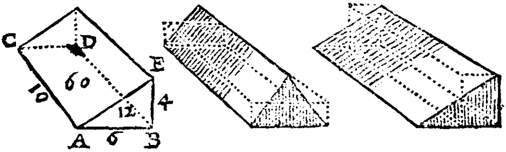


Le contenu du Prisme A E se trouvera en multipliant le plan A par la longueur A E, 4 par 10.





Supposé aussi le Prisme C E, on le mesurera en multipliant sa base, *c'est à dire*, le rectangle A B C D par la moitié de la hauteur B E; ou la moitié du rectangle A B C D par la hauteur B E: 60 par 2, ou 30 par 4. Le produit 120 sera le même que ſi l'on avoit multiqlié le triangle A B E par la longueur A C, 12 par 10.



PROP. III.

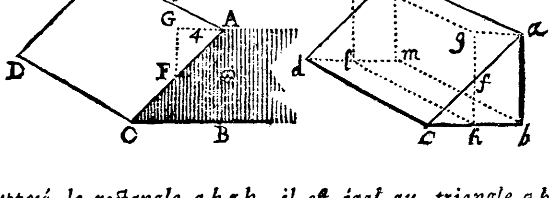
Meſurer le talu d'un Rampar.

LE talu C E conſideré ſeparément du Corps du Rampar, & terminé par deux triangles *a c m*, *a b c*, qui ſont paralleles entr'eux, eſt proprement un Priſme triangulaire : Ainſi on le meſurera par la precedente, ou comme s'enſuit.

Suppoſé la longueur A E de 20 pieds, égale à la longueur C D. Elevez du milieu de la pente A C, l'aplomb F G, puis meſurez A G, qui par exemple ſera de 4 pieds.

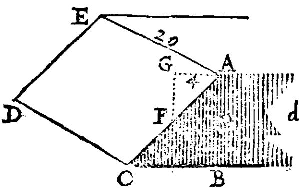
Multipliez ces 4 pieds par les 20 de la longueur A E, le produit ſera 80.

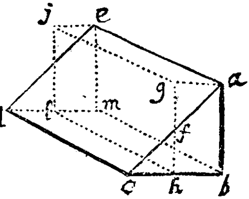
Multipliez ces 80 par les 8 de la hauteur A B, le produit 640 pieds cubes ſera le ſolide du talu propoſé.



Suppoſé le rectangle a b g h, il eſt égal au triangle a b c; car a c eſtant coupé en deux également par g h, le triangle *a g f eſt égal au triangle c f h (ſuivant la 59 du 2 ;) d'ou il ſuit que le Parallelipipede b i, & le Priſme ou talu a d eſtant de même longueur a e, ſont égaux (ſuivant la precedente) ainſi meſurant l'un on meſure l'autre.*

Multipliant a e par a g, nous avons eu l'aire du rectangle a j ; & multipliant ce rectangle par la hauteur a b, nous avons trouvé le contenu du parallelipipede b j, & par conſequent, du Priſme ou talu propoſé a b c d e.



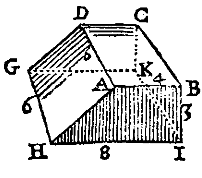


PROP. IV.

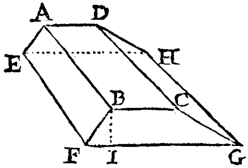
Soit auſſi propoſé de meſurer le Priſme C H dont les plans rectangles A B C D, G H I K ſont paralleles entr'eux.

SUppoſé qu'A B ſoit de 4 toiſes, A D de 6 H I de 8, & B I de 3. Le rectangle A C ſera de 24 toiſes quarrées, le rectangle G H I K de 48, & la coupe A B I H de 18 (*ſuivant la 4 du 7.*)

Additionnez les deux rectangles A C, G I ; & de leur ſomme 72, prenez la moitié 36 que vous multiplierez par les 3 de la hauteur B I ; Le produit 108 toiſes cubes, ſera le contenu du Corps propoſé : ce que vous verifierez *(par la 2)* en multipliant les 18 toiſes, & la coupe A B I H par les 6 de la longueur A D qui produiront les mêmes 108 toiſes cubes.



Vous trouverez de même le contenu du Priſme ou Rampart A G en multipliant la moitié de la somme des deux rectangles A B C D, E F G H par la hauteur B I.



PROP. V.

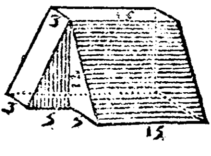
Mesurer le Corps D F, composé d'un parallelipipede & de deux Prismes.

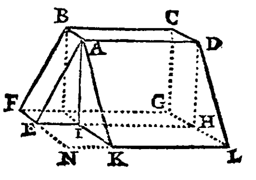
MEsurez ces trois parties separément l'une de l'autre, vous trouverez 540 pieds cubes pour le parallelipipede C I; 450 pour le Prisme A I L; & 90 pour le Prisme A I F.

Faites addition de ces trois sommes, & vous aurez pour le contenu du Corps proposé 1080. pieds cubes. *Autrement.*

Mesurez les trois rectangles A C, E G, K H; le premier sera de 45 pieds quarrez, le deuxiéme de 60, le troisiéme de 75, & les trois ensemble feront 180 pieds quarrez.

Prenez la moitié de cette somme 180, & la multipliez par la hauteur A I, *c'est à dire*, 90 par 12, le produit 1080 sera égal au precedent.

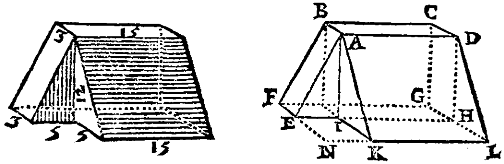




Si on trouve quelque difficulté à meſurer les deux rectangles EG, KH, ſeparément l'un de l'autre, on aura la valeur des deux enſemble comme s'enſuit.

Meſurez tout le rectangle FGLN qui ſe trouvera de 160 pieds quarrez.

De cette ſomme, ôtez les 25 du petit rectangle EK, car EI multiplié par IK, 5 par 5, donnera 25, & le reſte 135 ſera la valeur des deux rectangles.

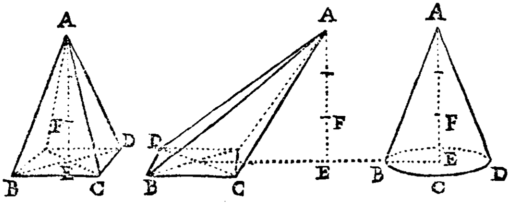


PROP. VI.

Meſurer une Pyramide.

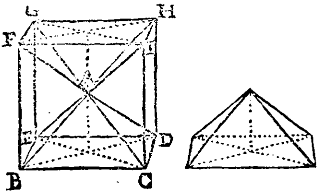
MUltipliez la baſe ou plan BCD, par le tiers de la perpendiculaire AE, & vous aurez le requis. *Autrement.*

Multipliez la hauteur AE, par le tiers de la baſe, ou enfin multipliez toute la hauteur par toute la baſe, & le tiers du produit ſera le requis.



Que le ſolide d'une Pyramide ſe trouve en multipliant le tiers de la hauteur par la baſe je le démontre.

Suppoſé que les ſix faces d'un cube BH, ſoient lés baſes *d'autant de Pyramides qui ayent leurs sommets au centre A, ces six pyramides dont le cube sera composé, seront égales.*



2. Supposé que le costé BC soit de 12 pouces, toute la base BCDE sera de 144 pouces quarrez (suivant la 1 du 7) & tout le cube BH vaudra 1728 pouces cubes (suivant la 1) dont la sixiéme partie 288 sera le contenu de chaque pyramide.

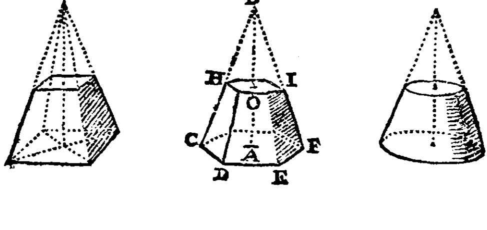
Or tout le cube ayant 12 pouces de haut, la hauteur de la pyramide ABCDE sera de 6, & le tiers de 6, multiplié par la base BCDE, c'est à dire 2, par 144; produira les mêmes 288 pouces cubes que nous avons trouvé que valoit chaque pyramide. Donc le contenu d'une pyramide se trouve en multipliant toute la base par le tiers de la hauteur.

PROP. VII.

Mesurer le reste d'une Pyramide, dont la surface superieure est parallele à la base.

TRouvez le sommet de la Pyramide, puis multipliez la base CDEF, par le tiers de la perpendiculaire AB, & vous aurez le contenu de la Pyramide entiere BCDEF, (*suivant la precedente.*)

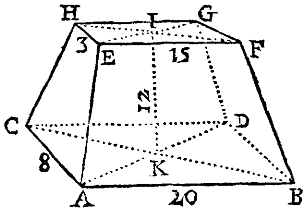
Multipliez aussi la surface superieure HOI, par le tiers de la hauteur BO, pour avoir la valeur de la partie perduë BHOI, laquelle estant soustraite de celle de la Pyramide entiere, restera la valeur de la partie proposée CI.



PROP. VIII.

Mesurer l'Exaëdre irregulier A G, dont les surfaces opposées & paralleles A B C D, E F G H, sont deux rectangles inégaux & dissemblables.

QU'AB, soit de 20 pieds, AC de 8, EF de 15, EH de 3, & la hauteur IK de 12.



Multipliez EF par EH, 15 par 3; le produit 45 pieds quarrez sera la valeur du rectangle EFGH.

Multipliez aussi AB par AC, 20 par 8, le produit 160 sera la valeur du rectangle ABCD.

Mettez ces deux sommes 45, 160, en une 205.

Prenez la difference des côtez EH, AC, qui est 5, & la difference des côtez EF, AB qui est encore 5.

Multipliez ces deux differences l'une par l'autre, 5 par 5, & le produit 25 pieds quarrez, estant soustrait de la somme precedente 205, restera 180 pieds quarrez.

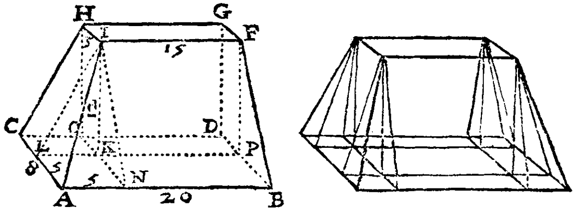
Prenez la moitié de ces 180 pieds quarrez, qui est 90, & la multipliez par la hauteur IK, c'est à dire par 12, le produit sera 1080 pieds cubes.

Multipliez le produit des deux differences par le tiers de la hauteur IK, 25 par 4; & le produit 100 pieds cubes, joint au precedent 1080, fera la valeur requise 1180 pieds cubes.

Supposé que l'Exaëdre ait quatre parties, sçavoir un parallelipipede F G H I D O K P, deux Prismes I K N B F P, I K L C H O, & une pyramide I A N K L; ces parties estant mesurées, le parallelipipede se trouvera contenir 540 pieds cu-

bes (ſuivant la 1) *le premier Priſme* 450 , *le deuxiéme* 90 (*ſuivant la* 2 ;) *la Pyramide* 100 (*ſuivant la precedente*) *&* *les quatre ſommes jointes enſemble feront les* 1180 *pieds cubes que nous avons dit eſtre le contenu de l'Exaëdre.*

Mais ſuppoſé que l'Exaëdre ayant les mêmes meſures ſoit compoſé de neuf parties , d'un Parallelipipede , de quatre Priſmes , & de quatre Pyramides : en meſurant auſſi ces parties chacune à part , on trouvera encore les mêmes 1180 *pieds cubes.*



Ceux qui veulent meſurer cet Exaëdre en multipliant la moitié de la ſomme des deux rectangles F H , B C , *par la hauteur* I K , *peuvent voir qu'ils ſe trompent conſiderablement ; car au lieu de* 1180 *pieds cubes qui ſont le juſte contenu de ce Corps, ils en trouvent* 1230 : *& l'erreur vient de ce qu'ils le meſurent comme un Corps compoſé ſeulement de Priſmes & de Parallelipipedes (ſuivant la* 4) *ne conſiderant pas qu'il tient de la Pyramide , & qu'il faut meſurer ſes parties pyramidales ſeparément du reſte , la maniere de les meſurer en eſtant differente ; & c'eſt ce que nous avons fait en multipliant à part les* 25 *pieds du rectangle* A N K L *par le tiers de la hauteur* I K , *pour avoir le contenu de la partie pyramidale* A N K I L.

PROP. IX.

Meſurer un canal ou foſſé A C , pour ſçavoir la quantité de terre qu'on en a tiré.

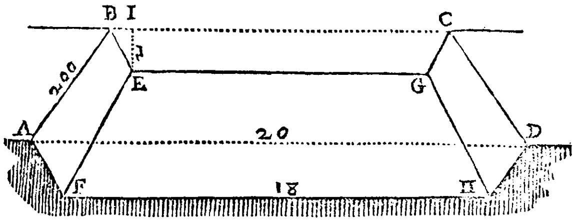
MEſurez ce canal comme ſi c'eſtoit un Priſme ; *c'eſt à dire ,*

Meſurez la coupe A D F H (*par la* 4 *du* 7) & la multipliez par la longueur A B , 38 par 200 , le produit 7600 pieds cubes ſera le requis. *ou bien*

Multipliez la largeur A D par la longueur A B, 200 par 20; le produit 4000 toiſes quarrées ſera pour la partie ſuperieure du Canal A B C D.

Multipliez ces 4000 toiſes, par la profondeur E I qui eſt de 2; & du produit 8000 toiſes cubes, retranchez le ſolide des deux talus A E, D G, leſquels eſtant chacun de 200 toiſes cubes (*ſuivant la 2*) reſtera 7600 toiſes cubes pour le requis.

Autrement. Prenez la moitié des deux largeurs A D, F H, c'eſt à dire 19, & la multipliez par les 200 de la longueur A B; puis multipliez le produit 3800 par les 2 de la profondeur, & vous trouverez les mêmes 7600 toiſes cubes.

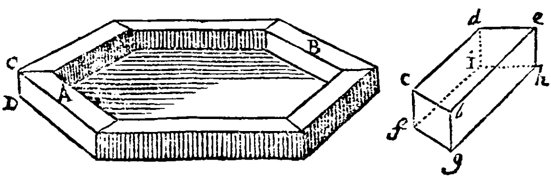


PROP. X.

Meſurer la Maſſonnerie qui fait le tour ou le bord d'un Baſſin de Fontaine.

SOit propoſe de meſurer le bord du Baſſin Exagonal A B, composé de ſix Priſmes égaux.

Meſurez un de ces Priſmes (*par la 2*) comme A en



multipliant la ſurface ſuperieure par la hauteur C D;& ſuppoſé qu'il ſe trouve eſtre de 15 pieds cubes, multipliez ces 15 pieds par le nombre des Priſmes, c'eſt à dire par 6, le produit 90 ſera le requis.

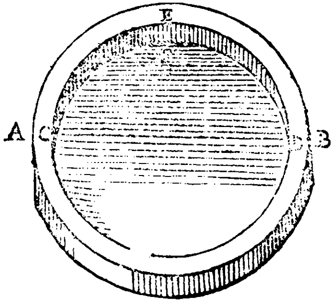
PROP. XI.

Meſurer le bord d'un Baſſin rond.

MEſurez l'aire du grand cercle A B, & celuy du petit C D *(par la* 8 *du* 7.)

Defalquez de l'aire du grand cercle, celuy du petit, l'aire qui reſtera ſera la difference des deux cercles, qui fait la ſurface ou partie ſuperieure du bord du baſſin.

Multipliez cette difference A E B, par la hauteur E F, & le produit ſera la valeur requiſe.



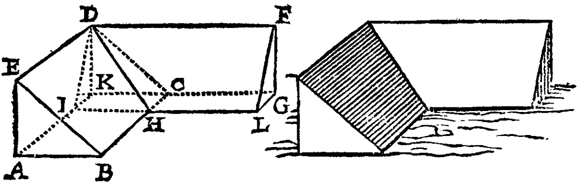
PROP. XII.

Meſurer le ſolide d'un talu A F qui fait un angle droit rentrant B H L.

COnſiderez ce talu comme un ſolide compoſé de deux Priſmes A B C D E, D F G I K.

Mesurez ces Prismes (*par la 3*) & supposé que le premier se trouve estre de 300 pieds cubes, le deuxiéme de 400; les deux ensemble feront 700.

Retranchez de cette somme la valeur de la Pyramide D C H I K qui est commune aux deux Prismes, le reste sera le contenu du talu.

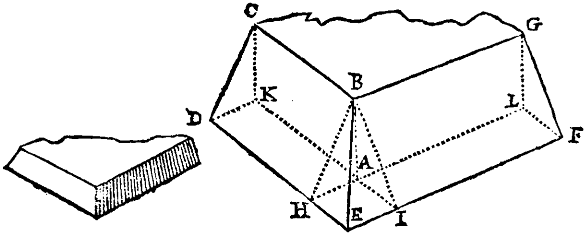


PROP. XIII.

Mesurer le talu de l'angle saillant C E G.

Coupez D H égale à B C, F I égale à B G, puis considerez le talu proposé comme un solide composé de trois parties, deux Prismes C H, I G; & une Pyramide A B H E I.

Mesurez les Prismes *par la 3*) & la Pyramide (*par la 6.*)



PROP.

PROP. XIV.

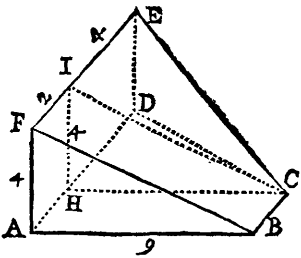
Mesurer le solide en talu A B E.

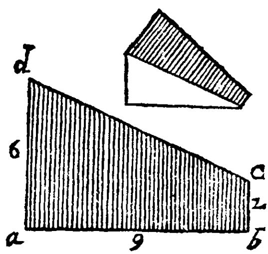
JE suppose qu'AD, BC sont paralleles, & que l'angle BAD est droit, comme il paroist par le plan Geometral a b c d.

Coupez FI égale à BC, puis regardez le solide comme un corps composé de deux parties ; d'un Prisme ABCIF, & d'une Pyramide CDEIH, dont le quarré DEIH en est la base, & le point C le sommet.

Mesurez le Prisme (*suivant la 2*,) il se trouvera avoir 36 pieds.

Mesurez aussi la Pyramide (*suivant la 6*,) elle se trouvera en avoir 48 ; & la somme de ces deux parties, c'est à dire 84, sera la valeur requise.

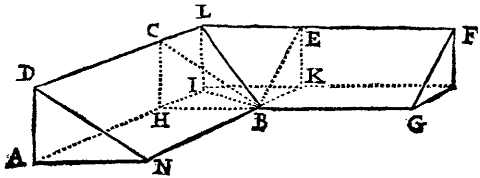




PROP. XV.

Mesurer le talu de l'angle rentrant D L F qui est obtus.

PRenez DC égale à BN, EF égale à BG, puis supposant que les parties ABL, BLF, sont composées chacune d'un Prisme & d'une Pyramide, vous trouverez le solide du talu proposé par la precedente; c'est à dire en mesurant les deux Prismes B D, G E, & les deux Pyramides B L H, B L K.

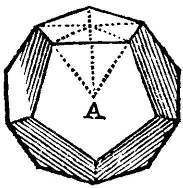


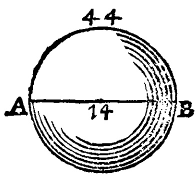
PROP. XVI.

Mesurer le Dodecaëdre regulier A.

Les surfaces du Dodecaëdre sont comme les bases d'autant de Pyramides égales qui ont leurs sommets au centre de ce Corps. *Ainsi*

Mesurez une de ces Pyramides (*par la 6* ,) & supposé qu'elle se trouve estre de 10 pieds cubes, multipliez ces dix pieds par le nombre des Pyramides qui est 12, le produit 120 sera le requis.





PROP. XVII.

Mesurer une Sphere.

Il faut multiplier le diametre par la circonference de son cercle, le produit sera la surface de la Sphere (*suivant Archimede*) multiplier ensuite le tiers de cette ſurface par le rayon ou demidiametre, & on aura le requis. *Exemple.*

Supposé que le diametre AB ſoit de 14 pouces, la circonference de ſon cercle de 44; multipliez ces deux valeurs l'une par l'autre, & le produit 616 pouces quarrez, ſera la valeur de la ſurface de la Sphere.

Prenez le tiers de ces 616 pouces quarrez, qui eſt $205\frac{1}{3}$, & le multipliez par 7, moitié du diametre; le produit 1437, ſera le contenu demandé.

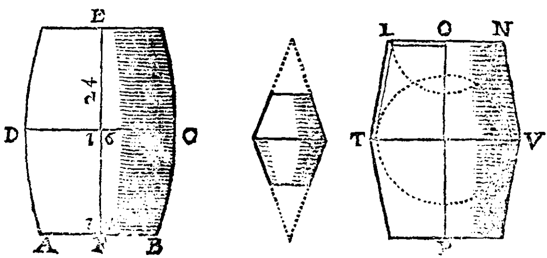
Si on ſuppoſe que les 616 pouces quarrez de la ſurface de cette Sphere, ſont les baſes d'autant de Pyramides égales qui ont leurs ſommets au centre; il eſt évident, que multipliant le tiers de ces baſes (comme ſi toutes n'en faiſoient qu'une) par la hauteur des Pyramides, qui eſt le demidiametre de la Sphere, on a (ſuivant la 6) le contenu des 616 Pyramides, & par conſequent le contenu de la Sphere qui en eſt composée.

PROP. XVIII.

Meſurer le contenu d'un Tonneau.

MEſurez l'aire d'un de ſes fonds AB, & celuy du plus grand cercle CD pris en dedans, puis multipliez la moitié de la ſomme de ces deux cercles par la longueur du tonneau EF. *Ie m'explique.*

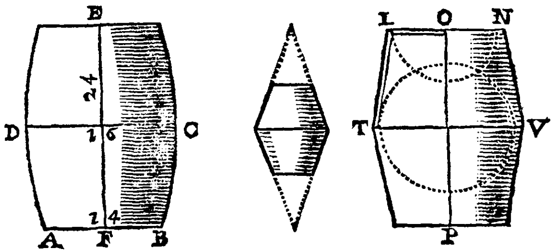
Si le diametre AB eſt de 14 pouces, le diametre CD de 16, leurs cercles ſeront; le premier de



154 pouces quarrez, le deuxiéme de 201 $\frac{1}{7}$; (*ſuivant la 8 & 9 du 7*,) & les deux enſemble feront 355 pouces quarrez $\frac{1}{7}$.

De cette ſomme prenez la moitié 177 $\frac{4}{7}$, & la multipliez par la longueur EF de 24 pouces; le produit 4261 pouces cubes $\frac{5}{7}$ ſera à peu prés le contenu demandé.

Il ne faut pas s'imaginer, comme font quelques-uns, que par cette Regle le Tonneau n'eſt meſuré que comme un Vaiſſeau composé de deux parties de Cones TOVP, car le produit de la multiplication de la longueur OP, par la moitié de la ſomme des cercles des deux diametres LN, TV, donne plus que la valeur d'un vaiſſeau tel qu'eſt TOVP, ſuivant ce que nous avons fait voir dans la 8. Prop. & ce plus va à peu prés pour la courbure du tonneau.



PROP. XIX.

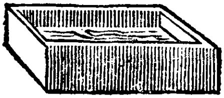
Meſurer une certaine quantité de liqueur proposée.

IL faut avoir un Bacquet fait bien à l'Equiere, & la liqueur y eſtant verſée, la meſurer comme on meſureroit un Parallelipipede.

Exemple. Suppoſé que le Bacquet ait en dedans 8 pouces de long, 4 de large, & qu'eſtant bien de niveau la liqueur y ſoit haute de 2.

Multipliez la longueur par la largeur, 8 par 4,

& le produit 32, par la hauteur 2, le requis se trouvera de 64 pouces cubes.

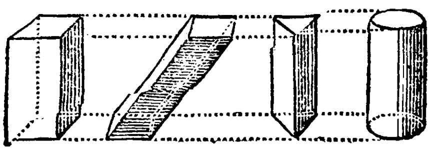


Observation 1.

Les Parallelipipedes & les Prismes de même hauteur, sont entr'eux comme leurs bases.

Supposé que le premier Parallelipipede, le deuxiéme & le Prisme suivant ayent leurs bases doubles l'une de l'autre; je veux dire, que la premiere base soit double de la deuxiéme, & celle-cy double de la troisiéme; la premiere ayant 8 pouces quarrez, la deuxiéme en aura 4, & la troisiéme 2: Et si la hauteur de ces Corps est de 10 pouces, le premier Parallelipipede sera de 80 pouces cubes, le deuxiéme de 40, moitié de 80, & le Prisme de 20, moitié de 40 (suivant la 1 & la 2.) Mais la base du Cilindre estant de 6 pouces quarrez, le Cilindre aura 60 pouces cubes; & comme la base du Cilindre sera à la base du Prisme, 6 à 2; le Cilindre sera au Prisme. 60 à 20.

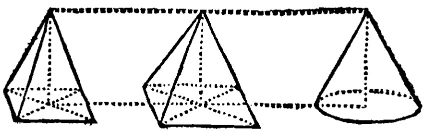
Il s'ensuit aussi que



8 4 2 6

2.

Les Pyramides de hauteurs égales, sont en même raison que leurs bases.

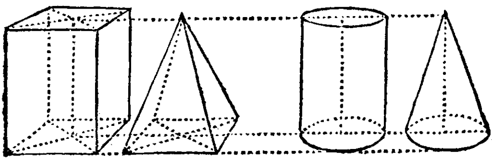


2.

Un Prisme & une Pyramide de même hauteur & de bases égales, sont en raison de 3 à 1; *c'est à dire*, que le Prisme est triple de la Pyramide.

Supposé que le Prisme A & la Pyramide B, ayent 4 pieds de hauteur sur des bases de 9 pieds quarrez; le Prisme (suivant la 1) sera de 36 pieds cubes, & la Pyramide seulement de 12 (suivant la 6.)

La même chose doit s'entendre du Cilindre C à l'égard du Cone D.

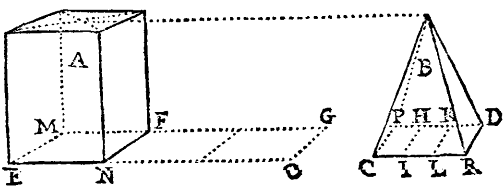


A B C D

4.

Un Prisme & une Pyramide de même hauteur sont en même raison, que la base du Prisme est au tiers de la base de la Pyramide; ou que la base du Prisme prise trois fois, est à la base entiere de la Pyramide.

Exemple. *Que le Prisme A, & la Pyramide B soient de même hauteur; & que la base de la Pyramide soit divisée en trois parties egales, CH, IK, LD; le Prisme A, est à la Pyramide B; comme sa base EF, est à CH, troisiéme partie de la base CD.*



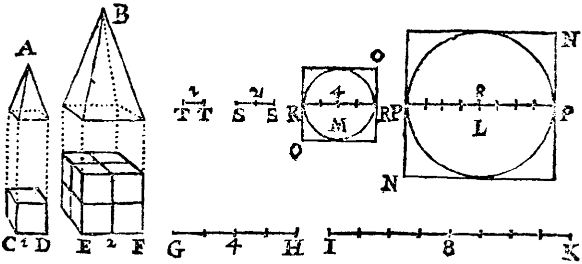
Ou bien. *Supposé le plan E G trois fois aussi grand que la base E F ; le Prisme est à la Pyramide, comme le plan E G est à la base C D : de sorte que si le plan E G est double ou triple du plan ou base C D, le Prisme est double ou triple de la Pyramide ; ce qui est évident par la precedente.*

5.

Les Corps semblables, *par exemple*, A & B, sont en raison triplée de leurs bases : ou ce qui est la même chose, ils sont entr'eux comme les cubes de leurs côtez homologues.

Que C D, E F, G H, I K, soient continuellement proportionnelles : la raison de C D à I K, est triplée de la raison de C D à E F (par la 66 du 1.) Or comme le côté C D d'un pied, à I K de huit ; ou le cube C D d'un pied au cube E F de huit ; aussi la Pyramide A est à la Pyramide B, comme un à huit.

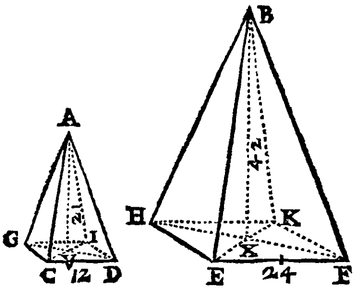
De même, la Sphere L est à la Sphere M, comme le cube N, est au cube O : ou bien ce qui est la même chose, la Sphere L, est à la Sphere M, comme son diametre P P, est à la quatriéme proportionnelle T T.



Que la Pyramide A, soit à la Pyramide B en raison d'un à huit, je le démontre.

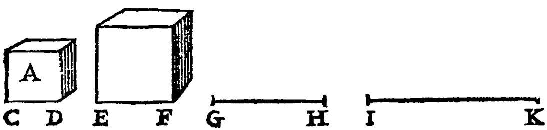
Puisque les Pyramides A, B, sont semblables, & que C D est d'un pied ou de 12 pouces ; & E F, de deux pieds ou de 24 pouces ; la hauteur A V estant de 21 pouces, la hauteur B X, sera de 42 ; car comme E F est double de C D ; B X doit aussi estre double de A V. De plus, les bases C D G I, E F H K, estant des quarrez parfaits, la premiere sera de 144 pouces quarrez, & la deuxiéme de (576 suivant la 1 du 7) cela *connu, si on multiplie la premiere base 144, par 7, tiers de la hauteur BX; le produit 1008, sera le contenu de la Pyramide A: & si on multiplie la deuxiéme base 576, par 14, tiers de la hauteur BX; le produit 8064, octuple du precedent 1008; sera le contenu de la Pyramide B. Donc la Pyramide A est à la Pyramide B, comme un à huit.*

La même demonstration se fera des deux Spheres.



6.

Il s'ensuit que pour faire un Corps semblable à un autre, mais plus grand ou plus petit; *par exemple*, un cube double ou triple du proposé A: il faut prendre une ligne IK double ou triple du côté CD; puis trouver entre ces deux longueurs CD, IK, deux moyennes proportionnelles EF, GH, *(par la 54 du 3:)* & la seconde EF sera le côté d'un cube double ou triple du proposé.

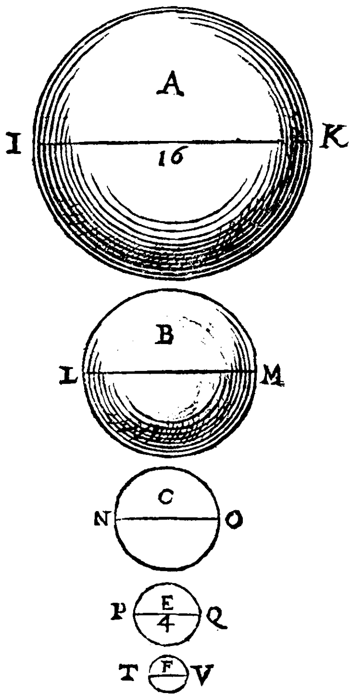


7.

Si on vouloit faire une suite de Corps semblables, de Boules, *par exemple*, qui fussent quadruples l'une de l'autre dans une proportion continuée; la premiere A estant donnée de 16 lignes de diametre, il faudroit prendre le diametre PQ de quatre; puis trouver les deux diametres moyens LM, NO (*par la 54 du 3*,) & les boules A, B, C, E, ſeroient quadruples l'une de l'autre.

Pour en ajoûter une cinquiéme, il n'y auroit qu'à trouver ſon diametre TV proportionnel aux deux diametres PQ, NO, (*ſuivant la 49 du 3*,) & faire la même choſe pour une ſixiéme, une ſeptiéme, &c.

Suivant la precedente, la boule A ſeroit quadruple de la boule B comme le diametre IK le ſeroit du diametre PQ: Et le diametre LM eſtant au diametre TV comme IK à PQ, par la raiſon d'égalité, la boule B ſeroit quadruple de la boule C, comme le diametre LM ſeroit quadruple du diametre TV. Et ainſi des autres boules.



CHAPITRE DIXIE'ME.

PRATIQUE SUR LE TERRAIN,

Où l'on enſeigne à lever des Plans, à en tracer, & à meſurer toutes ſortes de dimentions inacceſſibles.

ON travaille ſur le Terrain avec divers Inſtrumens. Ceux dont on uſe le plus ſont le Cordeau, le Demicercle, le Compas de proportion, & la Planchette.

USAGE DU CORDEAU.

Le Cordeau peut eſtre ſimple & de telle longueur qu'on voudra, mais eſtant diviſé, il eſt de dix Toiſes pour l'ordinaire, & les diviſions y ſont marquées par des nœuds faits de ſix pieds en ſix pieds, c'eſt à dire, de toiſes en toiſes.

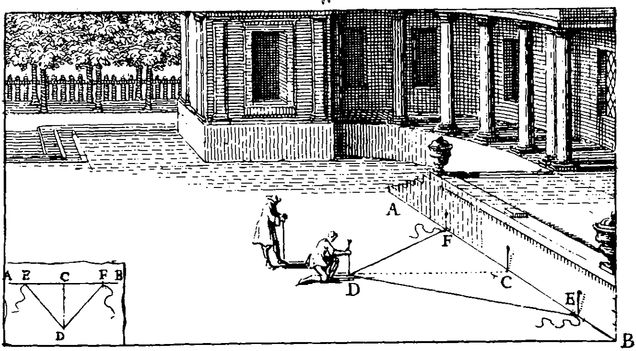
PROPOSITION I.

Du Piquet C, conduire ſur le Pré une ligne qui faſſe des angles égaux avec le mur AB.

FIchez prés du mur AB, deux Piquets E, F, également éloignez du Piquet C, à la diſtance d'environ deux ou trois toiſes.

Prenez le cordeau par le milieu D, & faites porter ſes deux bouts, l'un au Piquet E, & l'autre au Piquet F, puis le tenant bandé de part & d'autre, fichez le Piquet D, par lequel vous conduirez la ligne demandée (*Voyez la 4 du 3.*)

CHAPITRE X.



PROP. II.

Tirer ſur le Pré ou Terrain, & au Piquet B, une ligne qui faſſe un angle droit avec le mur A B.

PLiez le Cordeau en deux, & le tenant par le milieu avec un Piquet C; faites porter un de ſes bouts au Piquet B, & l'autre à quelque diſtance de là, *par exemple* au Piquet D, qu'on aura fiché à volonté contre le mur.

Plantez le Piquet C, tenant le Cordeau tendu de part & d'autre, de maniere qu'il faſſe un triangle iſocele B C D.

Levez le bout du Cordeau qui eſt au Piquet B & le portez en E, prenant garde que C E ſoit une ligne droite avec C D; puis menez B E qui fera un angle droit avec A B, (*ſuivant la 5 du 3.*)

PROP. III.

Couper l'angle A B C en deux également.

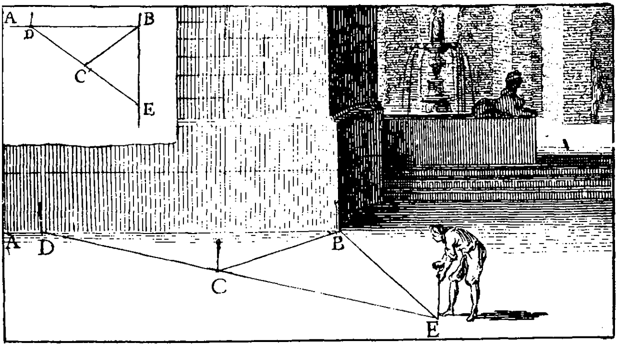
PLantez deux Piquets G, H, en égale diſtance de la pointe de l'angle B.

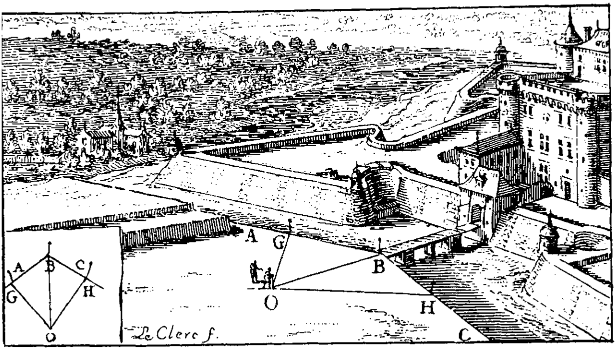
Prenez deux parties égales de Cordeau H O, G O, & B O, coupera l'angle en deux (*ſuivant la 3 du 3.*)

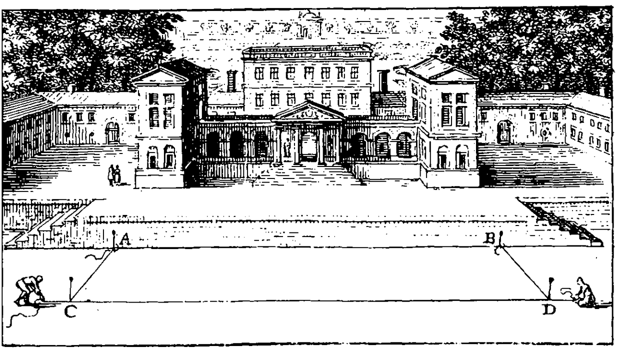
PROP. IV.

Du Piquet C, mener un Cordeau parallele au mur A B.

PRenez avec le Cordeau, la diſtance B D égale à la diſtance A C (*ſuivant la 8 du 3.*)


A
D
B
C
E
A
D
B
C
E


A
G
B
O
H
C
A
B
C
G
H
O
Le Clerc f.


A
B
C
D

PROP. V.

Lever le plan d'un mur A C bâti ſur la deſcente d'une montagne, ou plûtoſt, *meſurer ce mur pour en avoir le plan.*

MEſurez ſa longueur par la ligne de niveau A B, ou par les trois A D, E F, G B ; leſquelles priſes enſemble ſont égales à la ſeule de niveau A O.

Il y a de la difference entre meſurer un mur comme celuy-cy pour le toiſé de la Maſſonnerie ; & le meſurer pour en lever le plan.

Dans le premier cas le mur doit eſtre meſuré par toute ſa longueur A C ; mais dans le ſecond, il le faut meſurer ſeulement par la longueur qu'il auroit ſur des fondemens pris ſans aucune pente comme L M.

PROP. VI.

Lever le Plan de l'angle rentrant B, c'eſt à dire, décrire ſur du papier, un angle égal à celuy des deux murs A B C.

PLantez les Piquets D, E, à quatre ou cinq toiſes de la pointe de l'angle B.

Meſurez la diſtance qui eſt entre les Piquets D, E, puis faites ſur du papier le triangle b d e ſemblable au triangle B D E, *(par la 30 du 3,)* & vous aurez l'angle b, égal à l'angle B.

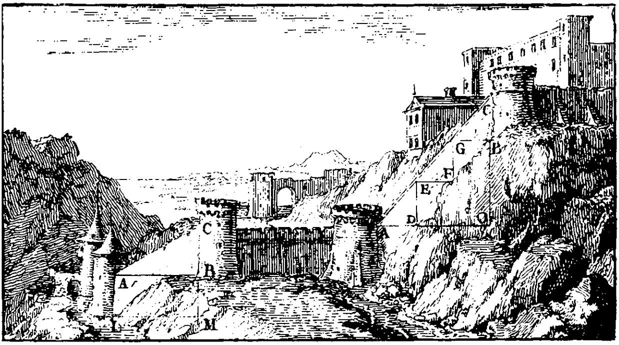
PROP. VII.

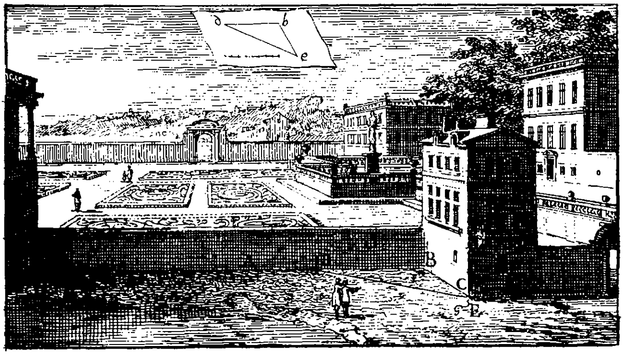
Lever le plan de l'angle ſaillant E F G.

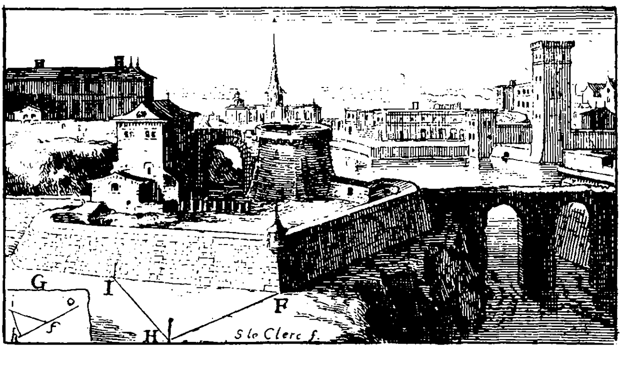
ATtachez le Cordeau par un bout à l'angle F, & le tendez vers H faiſant une ligne droite avec E F.

Prenez F H de 5 ou 6 toiſes, & F I d'autant.

Meſurez la diſtance des deux Piquets H I.


C
G
B
F
E
D
O
C
A
B
A
L
M


d
b
e
B
C
E


G
I
F
H
S le Clerc f.

Faites un triangle f i h ſemblable au triangle F I H (*par la 30 du 3,*) & l'angle exterieur o f i ſera le requis.

PROP. VIII.

Tracer ſur le terrain un triangle ſemblable au propoſé A B C.

PRenez trois parties de Cordeau D, E, F, chacune d'autant de toiſes qu'il y en a d'écrites ſur les côtez du triangle A B C.

Les lignes ſe tracent ſur le terrain avec une béche ou quelque autre inſtrument propre à couper la terre.

PROP. IX.

Lever le plan d'un mur composé de pluſieurs angles A, B, C, D.

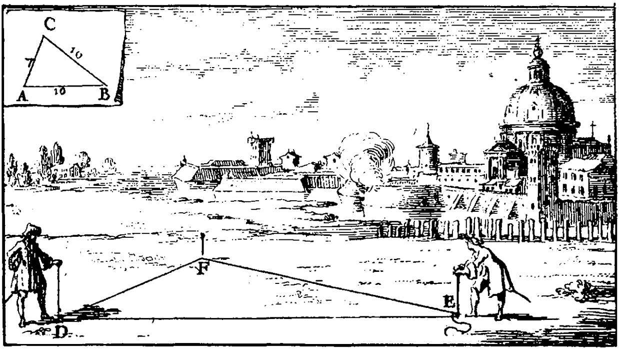
TEndez le Cordeau A I, & dans ſon alignement, plantez les piquets G, H, L, &c. vis à vis des angles B, C, D, &c.

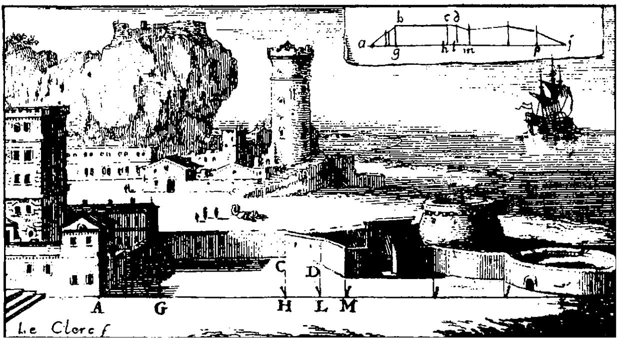
Meſurez les perpendiculaires G B, H C, L D, & toutes les parties du cordeau A I.

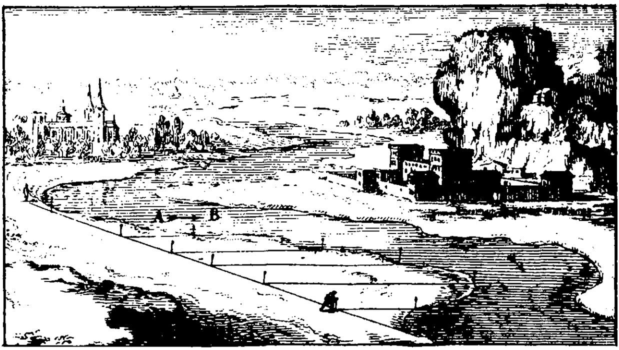
Tirez ſur du papier une ligne a i, & la diviſez par le moyen d'une petite échelle, aux points g, l, m, n; comme le cordeau A I eſt diviſé par les piquets G, L, M, N.

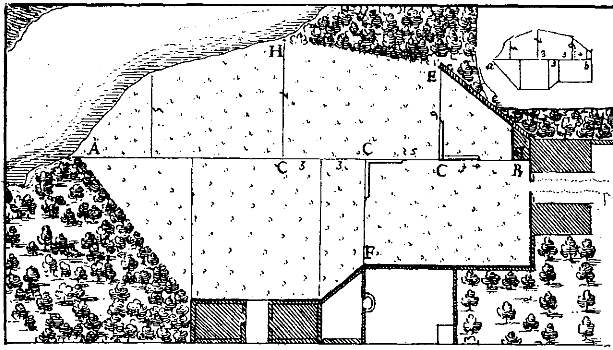
De tous ces points g, l, m, n, élevez des perpendiculaires g b, h c, &c. & les terminez entre elles ſuivant les meſures des perpendiculaires G B, H C, &c. puis par leurs extremitez décrivez le plan demandé a, b, c, d, i.

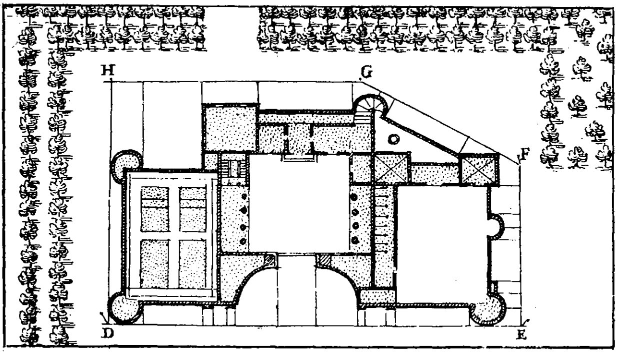
Le ſerpentement d'une riviere ſe déſignera de même, & le courant de l'eau peut eſtre marqué par une fleche A B, qu'on ſçait aller toûjours la pointe devant.

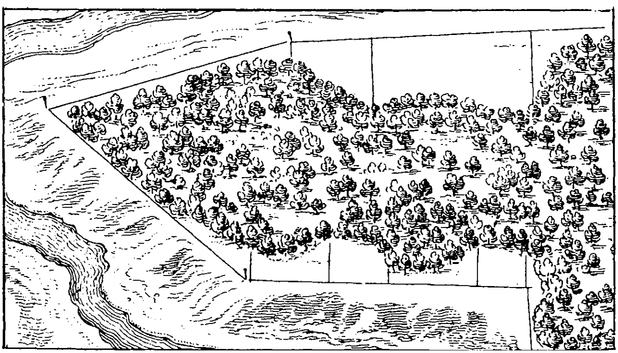

C
7
10
A
10
B
F
D
E


b
c d
a
g
h l
m
p
f
C
D
A
G
H
L
M
Le Clerc f.


A
B


H
E
A
C
C
C
B
F


H
G
F
D
E



PROP. X.

Lever le plan d'un pré, ou de telle autre piece de terre qu'on voudra.

TEndez un cordeau tout au travers, par exemple de l'angle A à l'angle B.

De cette ligne, que nous appellons ordinairement ligne maîtresse, observez la situation de tous les angles du pré (*par la precedente.*)

Les lignes C E, C H, &c. peuvent estre conduites à angles égaux sur A B, par le moyen d'une grande Equiere, comme la figure le fait voir.

PROP. XI.

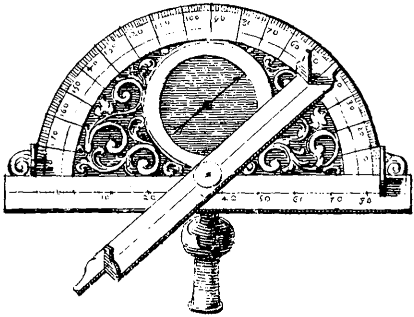
Lever le plan d'un Chasteau par le dehors.

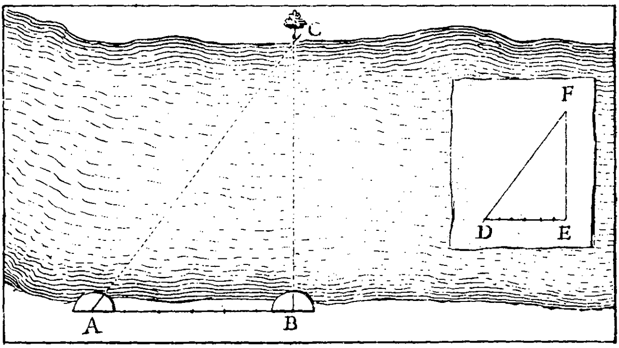
ENvironnez le Chasteau par de grandes lignes maîtresses D E F G, & mesurez exactement leurs longueurs, & l'ouverture des angles qu'elles feront entr'elles.

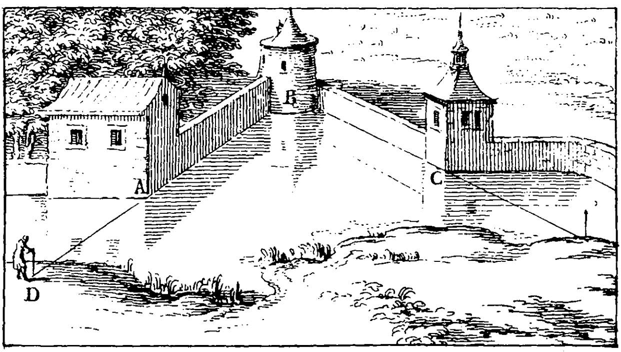
Ces grands alignemens D E F G, se feront ou de cordeau, ou seulement de rayons visuels; & pour les angles, outre qu'on en peut prendre les ouvertures par les manieres precedentes, ils se peuvent aussi mesurer par le Recipiangle, qui est un instrument composé de deux grandes regles de bois, qui s'ouvrent & se serrent à la maniere d'un compas.

De ces lignes maîtresses, observez tout le contour du Chasteau (*par la precedente*) tenant un memoire exact de la valeur de toutes les lignes & de tous les angles que vous mesurerez.

Un plan se commence sur les lieux par un simple brouillon qu'on fait à veüe, c'est à dire, sans regle & sans compas, mais qu'on charge par des chiffres, de la juste valeur des lignes & des angles qu'on me-




C
F
D
E
A
B


B
A
C
D

ſure ſur le terrain ; & ſur ce broüillon on fait ſon plan ou deſſein au net lors qu'on eſt de retour à la maiſon.

USAGE DU DEMICERCLE.

Le Demicercle dont on uſe ſur le terrain a un albidade ou regle mobile avec des pinules, c'eſt à dire des viſieres, & un pied au deſſus duquel il ſe meut & ſe tourne à toutes ſortes de biais par le moyen d'une charniere ou machine qu'on nomme genoüil.

PROPOSITION I.

Meſurer une largeur de Riviere par exemple B C.

PRenez ſur le rivage une baſe A B, de dix, vingt à trente toiſes, ou plus, ſi la riviere eſt d'une largeur conſiderable.

Poſez le Demicercle en A, & meſurez l'angle B A C en dirigeant les deux regles de l'Inſtrument l'une vers B, & l'autre vers C.

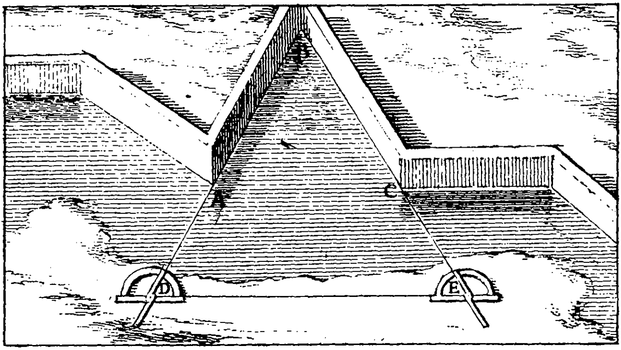
Meſurez de la même maniere l'angle A B C.

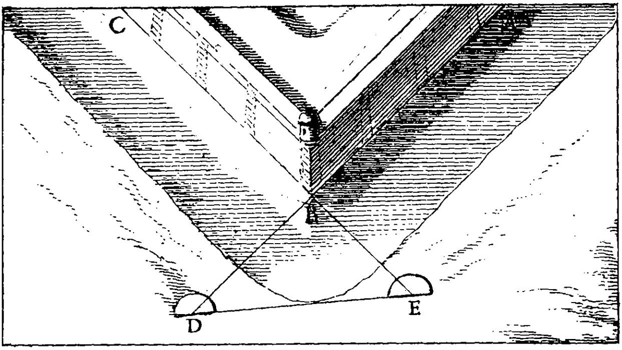
Tirez ſur voſtre papier une baſe D E, d'autant de petites parties que vous aurez donné de toiſes à la baſe A B, puis faites les angles D, E, égaux aux angles A, B, (*par la* 11 *du* 3.) & la ligne E F contiendra autant de petites parties de l'échelle D E, que la largeur B C contiendra de toiſes (*ſuivant la* 53 *du* 2.)

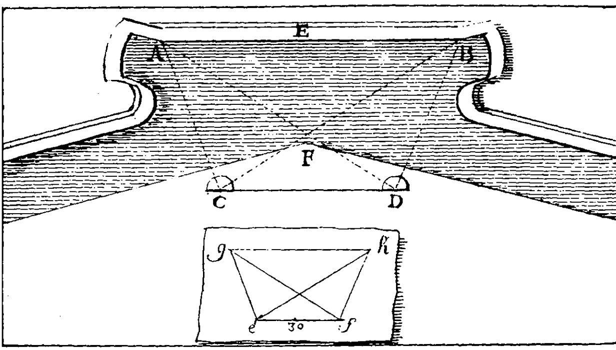
PROP. II.

Meſurer l'angle rentrant A B C, qu'un foſſé plein d'eau rend inacceſſible.

MEttez-vous ſur le bord du foſſé à quelque endroit comme D, d'où le mur A B ſoit


B
A
C
D
E


C
B
D
E


E
A
B
F
C
D
g
h
e
30
f

enfilé, & y plantez un piquet.

Plantez auſſi le piquet E dans l'enfilade B C E.

Meſurez avec le Demicercle les angles D, E qui *par exemple* ſont l'un de 62 degrez, & l'autre de 58.

Faites addition de ces deux angles, puis tirez leur ſomme 120 de 180, le reſte 60 ſera la valeur de l'angle B (*ſuivant la* 1 *du* 8.)

PROP. III.

Meſurer l'angle ſaillant A B C, duquel on ne peut approcher.

PLantez les piquets D, E, en ligne droite avec les faces A B, B C.

Meſurez les angles D, E, & ſuppoſé que le premier ſe trouve de 40 degrez, le deuxiéme de 50, le troiſiéme B ſera de 90 (*par la* 1 *du* 8,) & l'angle A B C d'autant (*ſuivant la* 19 *du* 2.)

PROP. IV.

Meſurer la courtine A B, ayant le foſſé E F entre-deux.

PRenez ſur le bord du foſſé, une baſe à volonté *par exemple*, C D de 30 toiſes.

Des extremitez de cette baſe C D, dirigez avec le Demicercle des rayons vers les points A & B en obſervant la valeur des angles B D A, B D C, comme auſſi des angles A C B, A C D.

Décrivez la figure e f g h ſemblable à la figure A B C D (*par la* 29 *du* 3,) & la baſe e f, eſtant faite de 30 petites parties par rapport à la baſe C D qui eſt de 30 toiſes, vous connoiſtrez la longueur de la courtine A B par le nombre des petites parties qui ſe trouveront compriſes dans la ligne g h.

Usage du Compas de Proportion.

Le Compas de Proportion a pour jambes deux regles de cuivre sur lesquelles il y a d'ordinaire quatre paires de lignes gravées, dont l'une qu'on nomme des cordes, & qui est destinée à la mesure des angles, est celle qui sert sur le terrain.

Les deux lignes A B, A C qui font cette paire, sont divisées chacune en 180 parties qui répondent par ordre aux 180 degrez de leurs demicercles, comme il paroist par la figure A B G

Aux extremités de ces deux lignes, sont des pinules qui servent à diriger les rayons visuels, & le Compas est monté sur un pied avec un genoüil semblable à celuy du Demicercle.

PROP. I.

Faire un angle de telle ouverture qu'on voudra. Par exemple soit proposé de faire un angle de 40 degrez au point L.

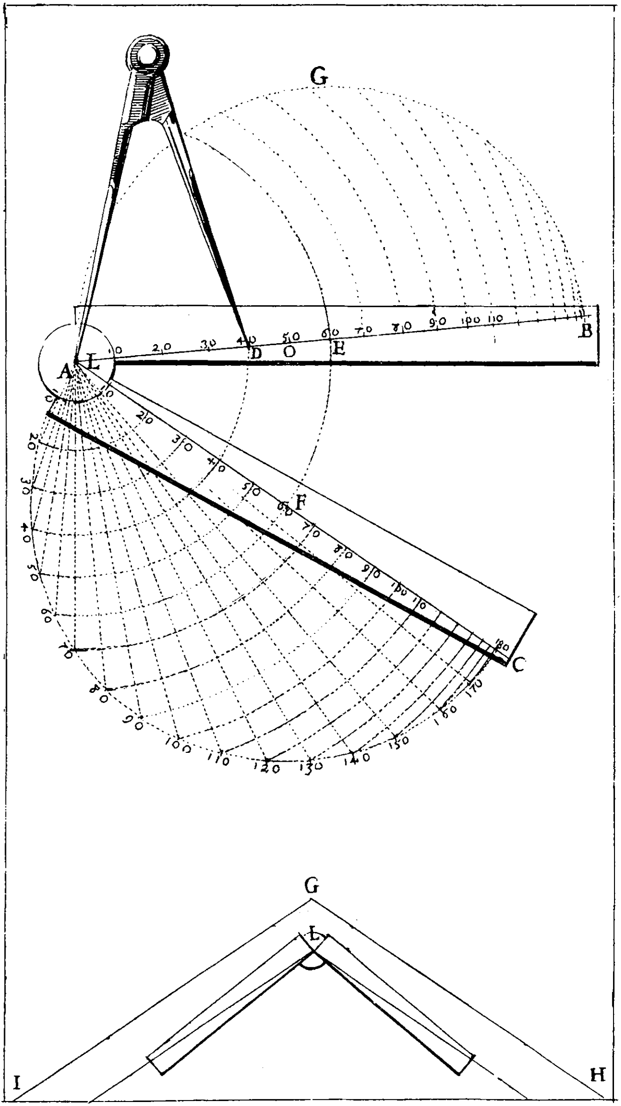
PRenez avec un Compas commun la corde AD de 40 degrez. Ouvrez le Compas de proportion tant que les cordes de 60 degrez AE, AF soient éloignées l'une de l'autre par leurs extremitez E, F, d'une ouverture égale à celle des pointes du Compas commun; c'est à dire, ouvrez le Compas de proportion jusqu'à ce que la corde de l'arc E F, se trouve égale à la corde AD, & l'angle E A F sera de 40 degrez.

Si on veut faire un angle de 50 ou 60 degrez, il faut ouvrir le Compas de proportion jusques à ce que E F, soit égal à la corde de 50 degrez A O, ou à celle de 60 A E, & ainsi de tous autres angles.

PROP. II.

Mesurer l'angle I G H.

POsez le Compas de proportion à trois ou quatre pieds de l'angle G, par exemple en L, puis


G
A
L
D
O
E
B
F
C
10 20 30 40 50 60 70 80 90 100 110
10 20 30 40 50 60 70 80 90 100 110 180
20 30 40 50 60 70 80 90 100 110 120 130 140 150 160 170
G
L
I
H

tendez des cordeaux LM, LN, paralleles aux deux murs GH, GI, afin d'avoir l'angle MLN, égal à l'angle IGH.

Accommodez les jambes du Compas de proportion, ou pour mieux dire, dirigez leurs lignes des cordes ſur les cordeaux LM, LN; & le Compas eſtant ainſi ouvert, d'un angle égal au propoſé, le nombre des degrez de ſon ouverture ſe trouvera comme s'enſuit.

Prenez avec un Compas commun, la diſtance EF, qui eſt entre les points de 60 degrez.

Portez cette ouverture de compas commun ſur une des lignes des cordes, & trouvant qu'elle embraſſe la corde AD de 140 degrez, concluez que l'angle eſt ouvert de 140 degrez.

USAGE DE LA PLANCHETTE.

La Planchette eſt un ais d'environ douze ou quinze pouces en quarré, montée ſur un pied à trois branches.

On travaille ſur cette Planchette comme ſur une petite table, le papier y eſt arrêté avec un chaſſi qui s'emboîte au bord, & les lignes qu'on tire deſſus, ſe dirigent par des épingles qu'on fait ſervir de viſieres & de petits piquets.

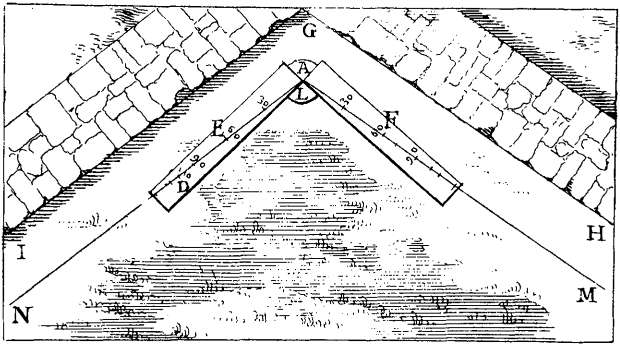
PROPOSITION I.

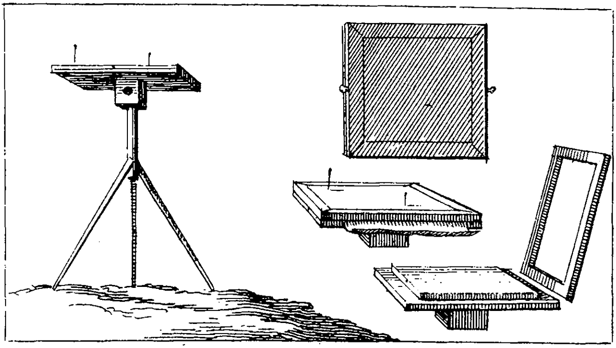
Tirer une ligne ſur le terrain qui réponde à la ligne AB propoſée ſur la Planchette.

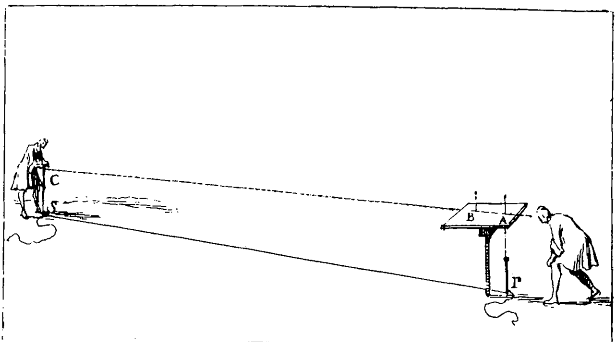
FIchez ſur la ligne propoſée AB, deux épingles, l'une à l'extremité A, & l'autre à l'extremité B.

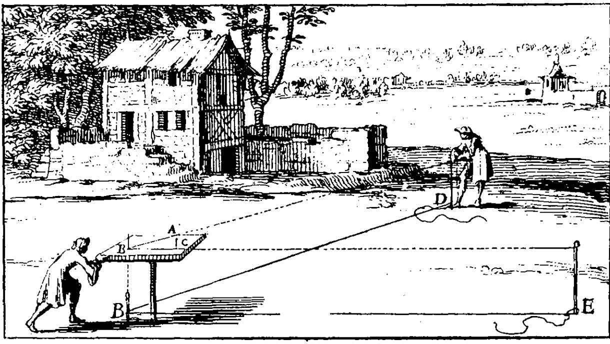
Plantez dans le terrain un piquet P, directement au deſſous de l'épingle A.

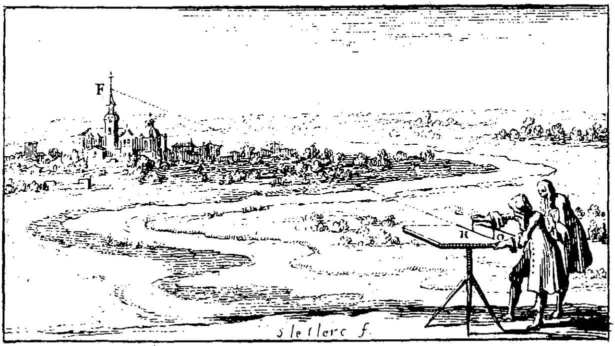
Attachez le cordeau par un bout à ce piquet P, & quelqu'un portant l'autre bout avec un piquet C, faites diriger le cordeau PS, ſous la ligne AB, je

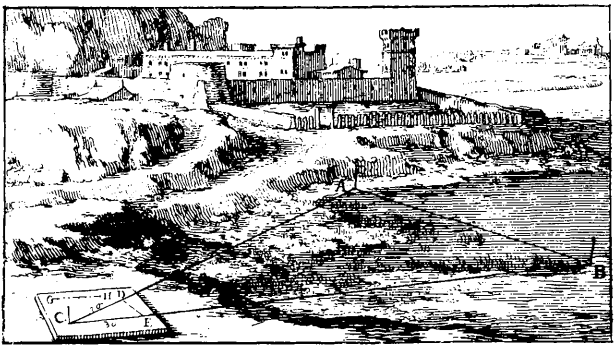

G
A
L
E
F
D
I
H
N
M




C
B
A
P


A
B
C
D
B
E


F
H
S le Clerc f.


A
B
G
H
D
C
E
20
30

veux dire, faites planter le piquet C dans le rayon visuel A B C, & le cordeau estant bien tendu fera la ligne demandée.

PROP. II.

Un angle A B C estant proposé sur la planchette, en aligner un semblable sur le terrain.

TEndez sur le terrain, les cordeaux B D, B E, précisement sous les lignes B A, B C (*par la precedente.*)

PROP. III.

Du point O, donné sur la planchette, tirer une ligne vers quelque endroit proposé, par exemple vers le clocher F.

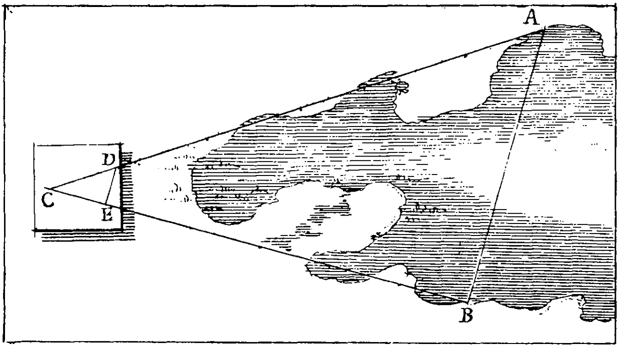
FIchez une épingle bien à plomb au point O, & regardant le clocher F, par le bas de cette épingle, plantez dans le rayon visuel O F, & vers le bord de la planchette, une autre épingle H, puis tirez la ligne demandée O H.

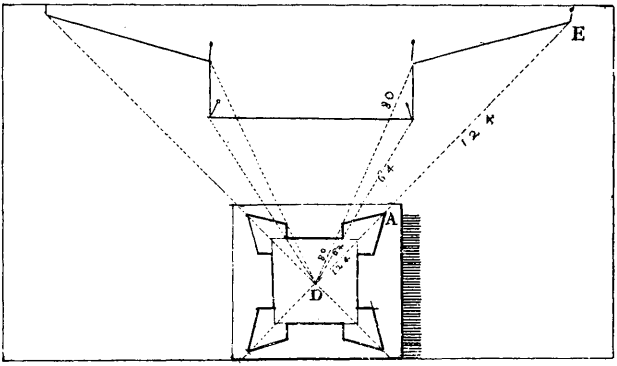
PROP. IV.

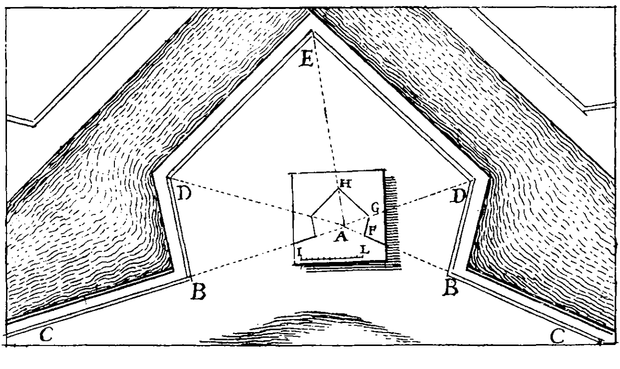
Mesurer une largeur inaccessible, par exemple, celle d'un marais A B.

PLacez la planchette à quelque endroit comme C, d'où vous puissiez aller en lignes droites vers les buts A & B; & d'un point C pris sur la planchette, dirigez les rayons, sçavoir C D vers A, & C E vers B.

Mesurez les longueurs C A, C B, & les racourcissez proportionnellement sur la planchette par le moyen d'une petite échelle : par exemple, si C A est de 36 toises & C B de 30; prenez sur l'échel-


A
D
C
E
B


E
80
124
64
A
80
64
124
D


E
H
D
G
F
A
I
L
D
B
B
C
C

le GH 36 petites parties pour CD, 30 pour CE; & le nombre des petites parties de la ligne DE vous fera connoiſtre combien il y aura de toiſes du point A au point B (*ſuivant la* 58 *du* 2.)

PROP. V.

Eſtant donné un plan ſur la planchette, en tracer un ſemblable ſur le terrain.

POſez la planchette dans le milieu du terrain où vous avez à executer le plan propoſé, qui par exemple eſt d'un petit Fort, dont la longueur de chaque rayon eſt connuë par les chiffres qui ſont écrits deſſus.

Dirigez avec le cordeau, des rayons ſur le terrain qui répondent à ceux du plan donné ſur la planchette, (*par la* 1) par exemple, le rayon OA eſt chiffré de 124 toiſes, prenés le cordeau DE de 124 toiſes, & ainſi du reſte. (*Voyez la* 6 *du* 6.)

PROP. VI.

Lever le plan d'une place, & premierement du baſtion DED.

POſez la planchette dans la gorge du Baſtion, à l'endroit A, d'où vous pourrez enfiler les deux courtines BC, BC.

Du point A pris ſur la planchette, dirigez des rayons vers tous les angles du Baſtion.

Meſurez les rayons AB, AD, AE, &c.

Racourciſſez ces rayons proportionnellement ſur la planchette, par le moyen d'une échelle IL.

Menez FG, GH, HG, &c. & vous aurez le plan du Baſtion propoſé.

Mettez une autre feüille de papier ſur la planchete, puis faites le plan du Baſtion ſuivant, &

paſſez ainſi de Baſtion en Baſtion juſqu'au dernier, en obſervant la longueur des courtines.

Tous les Baſtions de la Place eſtant tracez avec leurs courtines ſur autant de morceaux de papier, vous les aſſemblerez ſur une table, & ſi la cloſture du Plan ne ſe trouve pas juſte, je veux dire, ſi aſſemblant ces parties, la premiere ne ſe rapporte pas tout-à-fait avec la derniere, il faudra regagner ce deffaut en ouvrant ou reſſerrant tant ſoit peu chaque angle de la figure.

PROP. VII.

Lever la ſituation de pluſieurs Villages en même temps ; par exemple, des trois Villages A, B, C.

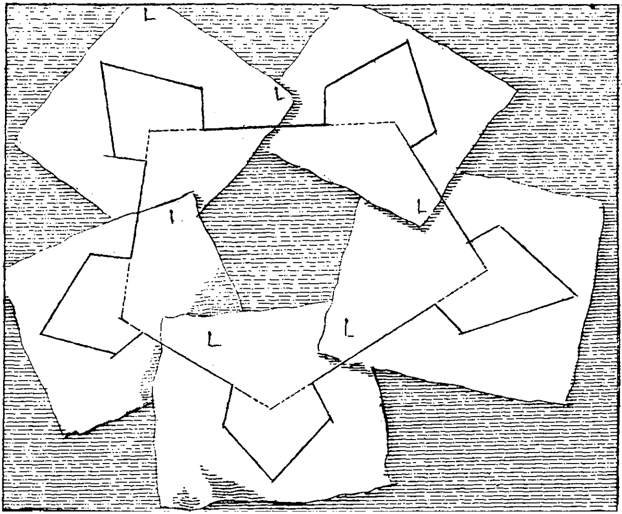
CHoiſiſſez un terrain où vous puiſſiez avoir une baſe de cinq ou ſix cent toiſes, & plus s'il eſt poſſible, & que de ſes extremitez E, G, on découvre les Villages propoſez.

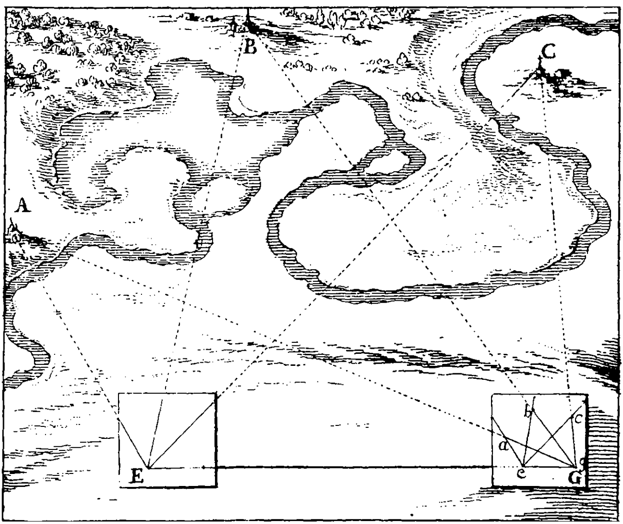
A l'une des extremitez de cette baſe comme E, & du point E, pris ſur la planchette, dirigez des rayons vers les clochers ou lieux plus apparens de ces Villages ; & un autre rayon vers le piquet G, (*ſuivant la 3.*)

De ce dernier rayon, faites une baſe ſur la Planchette, qui réponde à celle que vous avez priſe ſur le terrain, & écrivez ſur chaque rayon le nom du Village où il eſt dirigé.

Tranſportez la planchette en G, & la tournez de ſorte que la baſe e g que vous avez tiré deſſus, ſe trouve au deſſus de celle du terrain E G. *Puis*

Du point G pris ſur la planchette, dirigez auſſi des rayons vers les Villages, A, B, C, & les points a, b, c, où ils couperont les rayons de la premiere ſtation, ſeront en diſtance avec leur baſe e g, comme les trois Villages A, B, C, avec leur baſe E G.


L
L
L
L
L
L


B
C
A
E
b
c
a
e
G

En dirigeant les rayons visuels, il faut avoir soin que la Planchette soit toûjours de niveau, & jamais inclinée ; cette circonstance est absolument necessaire pour bien reussir.

PROP. VIII.

Conduire du point A, une ligne parallele à la muraille C D, de laquelle on ne peut approcher.

PLantez la Planchette B, à quelque endroit assez éloigné du point A.

Du point B, dirigez sur la Planchette des rayons vers les points A, C, D.

Transportez la Planchette en A, & la posez de telle sorte que le rayon A I, fasse partie du rayon A B.

Du point A, dirigez les rayons A C, A D, & par les points où ils couperont ceux de la premiere station, menez E F, laquelle sera parallele à C D.

Menez sur la Planchette, la ligne A O parallele à E F, & sous cette ligne, tirez sur le terrain la demandée A L (*par la* 1.)

PROP. IX.

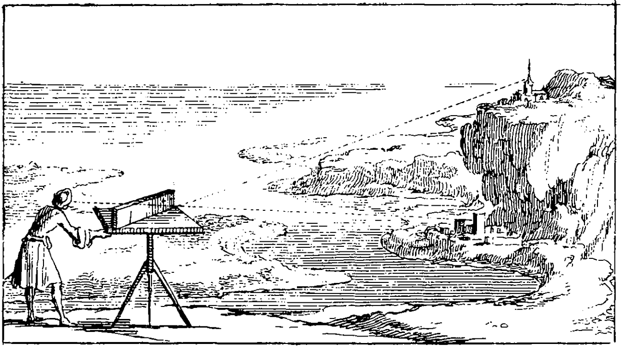
Tirer une ligne vers un lieu qu'on ne voit pas.

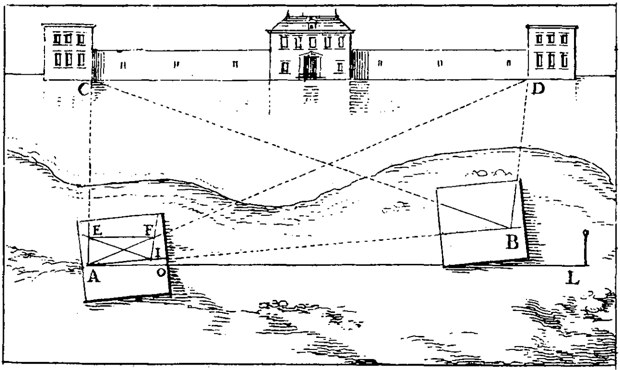
SUpposé que la montagne M, empêche qu'on voye du point B, le lieu A vers lequel on doit tirer une ligne.

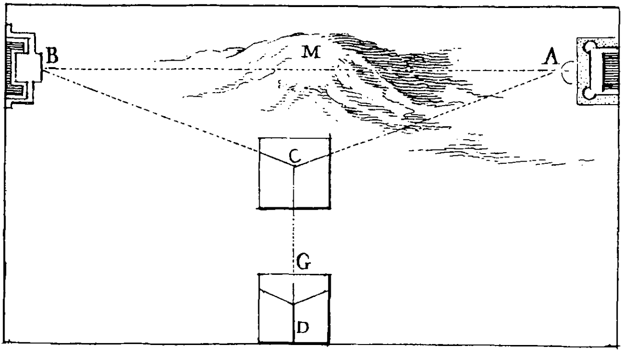
Avancez en quelque endroit C, d'où vous puissiez découvrir les deux points A & B.

En ce lieu, & du point C pris sur la Planchette, dirigez des rayons vers A & B, & un troisiéme vers un autre point comme D, d'où l'on pourra aussi découvrir les mêmes points A & B.

Transportez la Planchette en D, & la plantez de maniere que le rayon D G pris sur la Planchette, se




C
D
E
F
I
A
o
B
L


B
M
A
C
G
D

trouve ſur le rayon D C ; puis du point D, dirigez les ſeconds rayons D A, D B.

Des points E, F, où ces rayons couperont les premiers, menez la ligne E F, & enfin faites (*par la* 2) l'angle H B I égal à l'angle D E F, & B I ſera dirigée vers le lieu propoſé A.

PROP. X.

Diviſer le Pré B F en deux parties égales par une ligne droite menée du point G.

LEvez un plan du Pré propoſé.

Diviſez ce plan H I en deux également par la ligne L M (*ſuivant la* 12 *du* 5.)

Meſurez exactement O M, M I, puis coupez R F en S, comme O I l'eſt en M, & la ligne G S fera le partage demandé.

PROP. XI.

Meſurer la hauteur d'un Baſtiment A B, qui eſt à plomb ſur un pavé bien de niveau A G.

POſez la Planchette bien à plomb en quelque lieu commode ; par exemple en C.

Tirez ſur cette Planchette la parallele D H.

Du point D tirez le rayon D F vers l'extremité du Baſtiment B.

Prolongez ce rayon juſques ſur le pavé en G.

Voyez le nombre de pieds qu'il y a entre A & G, & coupez D H, d'autant de petites parties.

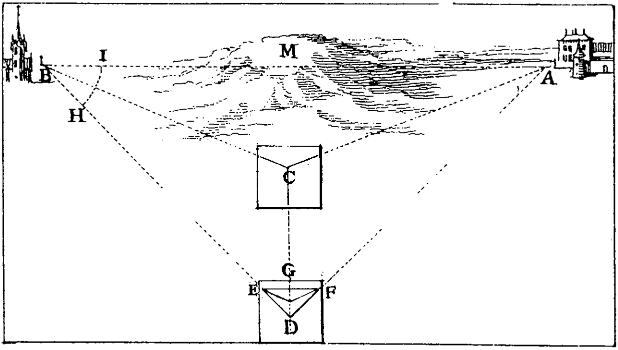
Elevez la perpendiculaire H F, elle contiendra autant de petites parties de la ligne D H, que la hauteur A B contiendra de pieds (*ſuivant la* 53 *du* 2.)

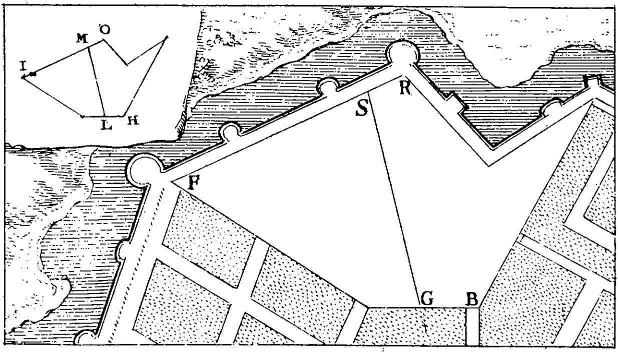
PROP. XII.

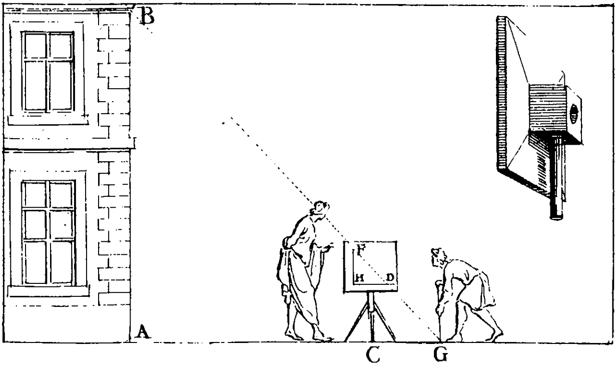
Meſurer la hauteur A B, de laquelle on ne ſçauroit approcher.

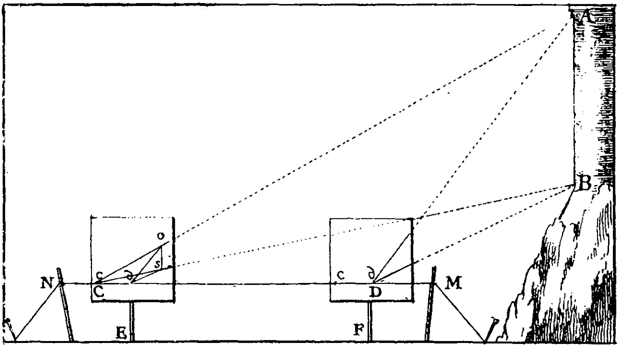
TIrez ſur la Planchette, une baſe c d.

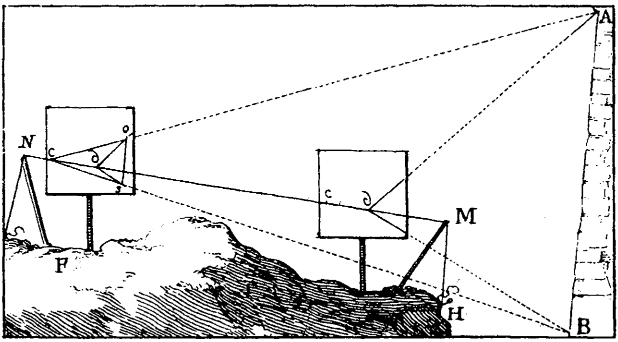
A la hauteur de cette baſe, tendez un fil N M

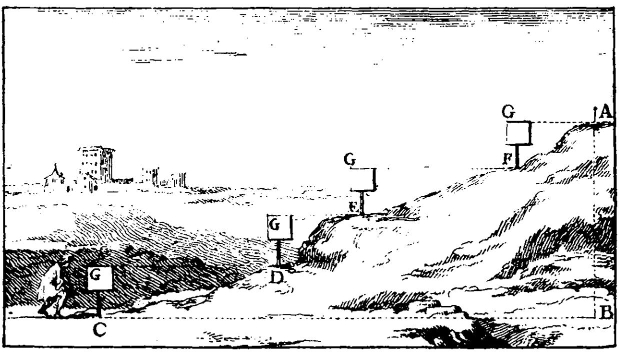

M
I
B
A
H
C
G
E
F
D


M
O
I
L
H
R
S
F
G
B


B
A
F
H
D
C
G


A
B
o
s
c
N
C
c
D
M
E
F


A
N
c
o
s
c
M
F
H
B


G
A
F
G
F
G
D
G
C
B

par le moyen de deux bâtons comme il paroît par cette figure.

Sur ce fil marquez une longueur C D de ſept ou huit pieds ou plus, laquelle ſervira de baſe pour le terrain.

Du point d, dirigez ſur la Planchette deux rayons, l'un vers A, & l'autre vers B.

Tranſportez la Planchette en E, & l'ajuſtez de maniere que le point c ſe trouve ſur le point C, de même que la baſe c d ſur la baſe C D.

Tirez du point c deux autres rayons vers les points A & B, & les points où ils couperont les premiers rayons, donneront la hauteur o s qui ſera à la petite baſe c d, comme A B eſt à la grande baſe C D.

PROP. XIII.

Meſurer ſur le terrain inégal & penchant F H, une hauteur inacceſſible A B.

LA pratique de cette Propoſition eſt ſemblable à la precedente, & la difference de terrain ne change rien dans l'operation.

PROP. XIV.

Meſurer la hauteur de la montagne A B.

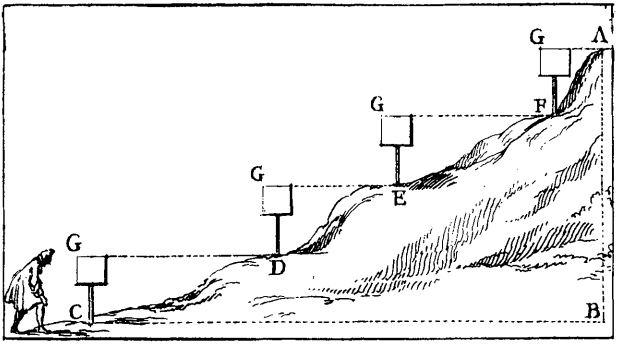
POſez la Planchette bien à plom au pied de la montagne.

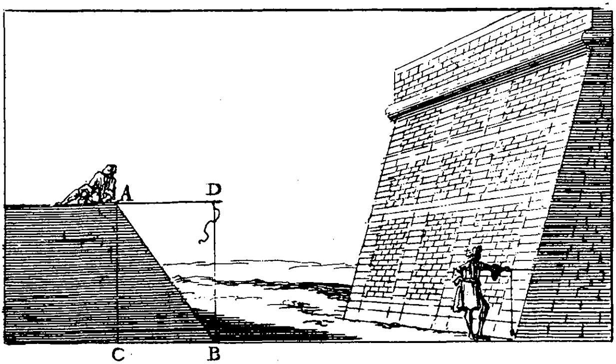
Dirigez un rayon G D par le coſté ſuperieur de la planchette.

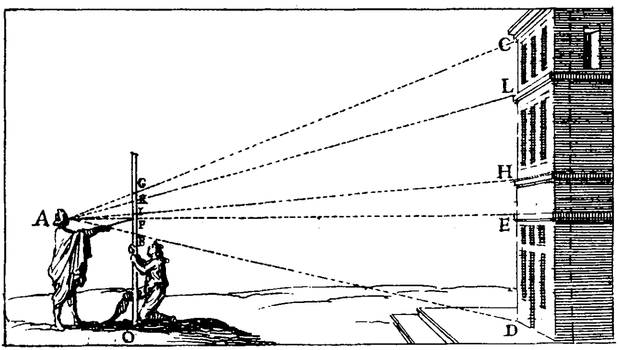
Tranſportez la planchette en D, & là, dirigez un autre rayon de niveau G E.

Continuez la même choſe juſqu'au ſommet A, & le nombre des ſtations donnera la hauteur A B, car ſuppoſé dix ſtations, la planchette ayant 4 pieds de haut, ce ſera 40 pieds pour la hauteur de la montagne.

Par la même pratique on connoiſtra la deſcente


G
A
G
F
G
E
G
D
C
B


A
D
C
B


C
L
H
E
A
G
F
O
D

A C & la distance B C, en mesurant les rayons G D, G E, G A, &c.

PROP. XV.

Mesurer le talu du rampar A B.

PRenez une pique, & attachez au bout un plomb qui descende au bas du fossé.

Tenez cette pique couchée sur le haut du rampar, & l'avancez jusqu'à ce que le plomb tombe sur le deffaut du talu B, sa saillie A D dans le fossé, sera égale à la mesure demandée C B (*suivant la* 38 *du* 2.)

PROP. XVI.

Mesurer la hauteur des étages, fenestres, portes, & autres parties de la face d'une maison.

PLacez-vous à quelque distance de la maison, par exemple en A, & vous tenant arrété, ferme, & sans mouvoir la teste; marquez sur une regle ou cane O G qu'on tiendra droite devant vous, le passage des rayons visuels par lesquels vous verrez les hauteurs à mesurer; & les parties B F I K G seront entr'elles comme les parties D E H L C.

Mesurez ensuite avec un pied ou une toise, la partie inferieure du Bastiment D E, qui vous est accessible, & supposé qu'elle se trouve estre de 8 pieds, divisez B F en 8 parties égales, cette division sera une échelle pour mesurer les parties F I K G.

FIN.