

1977

H.F.u.f.166. 17.1

N° D'ORDRE

535.

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES MATHÉMATIQUES,

PAR M. F. BOQUET.

1^{re} THÈSE. — DÉVELOPPEMENT DE LA FONCTION PERTURBATRICE.2^e THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.Soutenues le 1^{er} juin 1885, devant la Commission d'Examen.MM. O. BONNET, *Président.*TISSEURAND, } *Examinateurs.*
APPELL, }

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE

DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE,

SUCCESEUR DE MALLET-BACHELIER,

Quai des Augustins, 55.

1885

1922907

11

ACADEMIE DE PARIS.

FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS.

MM.

DOYEN MILNE EDWARDS, Professeur. Zoologie, Anatomie, Physiologie comparée.

PROFESSEUR HONORAIRE PASTEUR.

PROFESSEURS

P. DESAINS.....	Physique.
HÉBERT.....	Géologie.
DUCHARTRE.....	Botanique.
JAMIN.....	Physique.
DE LACAZE-DUTHIERS.	Zoologie, Anatomie, Physiologie comparée.
BERT.....	Physiologie.
HERMITE.....	Algèbre supérieure.
BOUQUET.....	Calcul différentiel et Calcul intégral.
TROOST.....	Chimie.
FRIEDEL.....	Chimie organique.
O. BONNET.....	Astronomie.
DARBOUX.....	Géométrie supérieure.
DEBRAY.....	Chimie.
TISSERAND.....	Astronomie.
LIPPmann.....	Calcul des probabilités, Physique mathématique.
HAUTEFEUILLE.....	Minéralogie.

CHARGÉS DE COURS

APPELL.....	Mécanique rationnelle.
POINCARÉ.....	Mécanique physique et expérimentale.

AGRÉGÉS

BERTRAND.....	Sciences mathématiques.
J. VIEILLE.....	
PELIGOT.....	

SECRÉTAIRE

PHILIPPON.

A

M. F. TISSERAND,

MEMBRE DE L'INSTITUT,

A

M. LE CONTRE-AMIRAL E. MOUCHEZ,

MEMBRE DE L'INSTITUT, DIRECTEUR DE L'OBSERVATOIRE,

A

M. M. DESMAREST.

Hommage de reconnaissance,

F. BOQUET.

PREMIÈRE THÈSE.

DÉVELOPPEMENT

DE LA

FONCTION PERTURBATRICE,

CALCUL DES TERMES DU HUITIÈME ORDRE.

La méthode la plus naturelle pour déterminer le mouvement troublé d'une planète consiste à calculer les variations qu'éprouvent les éléments de l'orbite elliptique qu'elle décrirait si elle était soumise à la seule action du Soleil. On sait que l'intégration, en termes finis, des équations dont dépendent les variations des éléments est impossible, du moins par les méthodes dont on dispose actuellement. On procède alors par approximations successives, et, pour cela, il est nécessaire d'effectuer le développement en série de la fonction perturbatrice. C'est sur ce développement que reposent les théories de toutes les planètes; on conçoit dès lors tout l'intérêt qui s'attache à cette question.

Depuis les travaux de Lagrange et de Laplace, un grand nombre de géomètres se sont occupés de la solution de cet important problème. Parmi ceux qui ont essayé de donner le résultat sous une forme qui en rende l'application immédiate, on doit citer, en première ligne, Burckhardt. Dans un Mémoire présenté à l'Institut en 1808, cet astronome donne des formules générales pour calculer les perturbations du troisième au sixième ordre inclusivement. Ce travail, fort incomplet, puisque son auteur y néglige les termes dépendant des inclinaisons, aurait exigé, de l'aveu même de Burckhardt, une vérification minutieuse. Cependant, en montrant que la longueur des calculs ne devait pas être considérée comme un obstacle, cet astronome fit faire un grand pas à la solution. La question fut bientôt reprise par Binet, qui prépara les éléments

B.

I

nécessaires au développement de la fonction perturbatrice jusqu'aux termes du septième ordre, et qui découvrit dans les formules de Burckhardt une erreur importante. Le Mémoire de Binet n'ayant pas été publié, de Pontécoulant vérifie le travail de Burckhardt, le complète et donne, dans sa *Théorie analytique du système du monde* (t. II), une expression de la fonction perturbatrice jusqu'aux termes du sixième ordre inclusivement, par rapport aux excentricités et aux inclinaisons.

Les incertitudes que présentaient encore les théories des planètes firent concevoir à Le Verrier le vaste dessein de refaire la théorie du système planétaire, en l'appuyant sur une base certaine. C'est alors qu'il reprit, avec ce soin qui caractérise tous ses travaux, le développement de la fonction perturbatrice jusqu'aux termes du septième ordre. Cette approximation suffit, en général, pour la théorie des planètes principales, dont les inclinaisons et les excentricités sont assez petites; mais, même dans ce cas, il est quelquefois nécessaire de tenir compte de termes d'ordre supérieur; c'est ainsi que, dans le calcul des perturbations de la Terre par Mars, Le Verrier a dû calculer, par extrapolation, trois termes du huitième ordre. Quelque ingénieux que soit le procédé employé par cet illustre astronome, il y avait intérêt à vérifier ces nombres par un calcul direct et suivant la méthode même qui sert à la détermination des termes d'ordre inférieur.

Lorsqu'on veut aborder la théorie de certains astéroïdes dont les inclinaisons et les excentricités ne sont plus dans les limites de petitesse de celles des planètes principales, le développement de la fonction perturbatrice jusqu'aux termes du septième ordre devient insuffisant, et l'on doit avoir recours à des méthodes particulières. En prolongeant le développement de la fonction R, on pourra établir les théories de ces astres d'après les principes qui ont servi de base aux théories des grosses planètes.

M. Tisserand, dans un beau Mémoire sur les perturbations de Pallas par Jupiter (*Ann. de l'Obs. de Paris*, t. XV), après avoir démontré l'impossibilité d'effectuer le premier développement de la fonction perturbatrice suivant les puissances des inclinaisons par le procédé ordinaire et en avoir indiqué un autre, donne une méthode simple pour le calcul de ces perturbations. L'application de cette méthode repose sur l'emploi des facteurs auxiliaires, qui ne dépendent chacun que d'une des planètes considérées, et qui servent de base au développement de la fonction perturbatrice; seulement elle exige qu'on pousse jusqu'au huitième et peut-être jusqu'au neuvième ordre les expressions de ces facteurs.

Dans la première Partie de ce travail, je rappelle rapidement les principes

sur lesquels repose le développement de la fonction perturbatrice, en introduisant dans les résultats les modifications que nécessite le calcul des termes du huitième ordre. J'expose ensuite par quelles combinaisons j'ai obtenu ces termes au moyen de l'expression générale du développement, telle qu'elle a été donnée par Le Verrier; on verra facilement qu'aucun terme n'a été omis. Puis, comme application du développement, je calcule les termes du huitième ordre dont il y a lieu de tenir compte dans les perturbations produites par Mars sur la Terre.

La deuxième Partie contient, dans le § I, la suite du développement de la fonction perturbatrice sous la forme algorithmique adoptée par Le Verrier (*Ann. de l'Obs.*, t. I), et, dans le § II, les expressions algébriques des fonctions qui entrent dans le développement.

Enfin, dans la troisième Partie, je donne le complément des fonctions auxiliaires relatives à chaque planète. Cette dernière Partie du travail servira à faciliter la vérification des différents termes contenus dans la deuxième. Avec les termes donnés dans l'Addition I (*Ann. de l'Obs.*, t. I), ces fonctions formeront la base du calcul des perturbations de Pallas par Jupiter, d'après la méthode de M. Tisserand, dont j'ai parlé plus haut.

PREMIÈRE PARTIE.

I. — DÉTERMINATION DES EXPRESSIONS ANALYTIQUES DES COEFFICIENTS DU DÉVELOPPEMENT DE LA FONCTION PERTURBATRICE.

Considérons deux planètes m et m' , et appelons r, r' leurs distances au Soleil, s le cosinus de l'angle formé par les deux rayons vecteurs. La fonction perturbatrice résultant de l'action de m' sur m a pour expression

$$R = (r^2 + r'^2 - 2rr's)^{-\frac{1}{2}} - \frac{rs}{r'^2}.$$

Le développement de cette fonction pouvant se déduire aisément du développement de la première Partie, l'inverse de la distance des deux planètes, nous ne nous occuperons que de cette Partie, que nous désignerons par R_1 , en sorte que

$$R_1 = (r^2 + r'^2 - 2rr's)^{-\frac{1}{2}}.$$

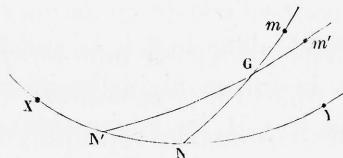
Soient (fig. 1)

XY l'écliptique;

X l'équinoxe;

Nm, N'm' les orbites des deux planètes, N et N' étant les noeuds ascendants.

Fig. 1.



Posons

$$XN + Nm = \nu, \quad XN' + N'm' = \nu',$$

$$XN + NG = \tau, \quad XN' + N'G = \tau',$$

$$\sin \frac{mGm'}{2} = \eta,$$

on a

$$s = \cos[(\nu' - \tau') - (\nu - \tau)] - 2\eta^2 \sin(\nu - \tau) \sin(\nu' - \tau'),$$

ce qu'on peut écrire, en appelant υ l'angle $\nu + \tau' - \tau$,

$$s = \cos(\upsilon - \nu') - 2\eta^2 \sin(\upsilon - \tau') \sin(\nu' - \tau').$$

En substituant dans R, et effectuant un premier développement suivant les puissances de η^2 , on obtient

$$\begin{aligned} R_1 &= \left\{ r^2 + r'^2 - 2rr' \cos(\upsilon - \nu') \right\}^{-\frac{1}{2}} \\ &- 2\eta^2 rr' \left\{ r^2 + r'^2 - 2rr' \cos(\upsilon - \nu') \right\}^{-\frac{3}{2}} \sin(\upsilon - \tau') \sin(\nu' - \tau') \\ &+ 6\eta^4 r^2 r'^2 \left\{ r^2 + r'^2 - 2rr' \cos(\upsilon - \nu') \right\}^{-\frac{5}{2}} \sin^2(\upsilon - \tau') \sin^2(\nu' - \tau') \\ &- 20\eta^6 r^3 r'^3 \left\{ r^2 + r'^2 - 2rr' \cos(\upsilon - \nu') \right\}^{-\frac{7}{2}} \sin^3(\upsilon - \tau') \sin^3(\nu' - \tau') \\ &+ 70\eta^8 r^4 r'^4 \left\{ r^2 + r'^2 - 2rr' \cos(\upsilon - \nu') \right\}^{-\frac{9}{2}} \sin^4(\upsilon - \tau') \sin^4(\nu' - \tau'). \end{aligned}$$

En supposant les excentricités des orbites nulles, r et r' deviennent égaux aux demi grands axes a et a' ; les longitudes vraies ν et ν' sont égales aux longitudes moyennes l et l' , de sorte que, si l'on appelle λ l'angle $l + \tau' - \tau$, l'expression

précédente de R_1 devient

$$\begin{aligned}
 R_0 = & \left\{ a^2 + a'^2 - 2aa' \cos(l' - \lambda) \right\}^{-\frac{1}{2}} \\
 & - 2\gamma^2 aa' \left\{ a^2 + a'^2 - 2aa' \cos(l' - \lambda) \right\}^{-\frac{3}{2}} \sin(l' - \tau') \sin(\lambda - \tau') \\
 & + 6\gamma^4 a^2 a'^2 \left\{ a^2 + a'^2 - 2aa' \cos(l' - \lambda) \right\}^{-\frac{5}{2}} \sin^2(l' - \tau') \sin^2(\lambda - \tau') \\
 & - 20\gamma^6 a^3 a'^3 \left\{ a^2 + a'^2 - 2aa' \cos(l' - \lambda) \right\}^{-\frac{7}{2}} \sin^3(l' - \tau') \sin^3(\lambda - \tau') \\
 & + 70\gamma^8 a^4 a'^4 \left\{ a^2 + a'^2 - 2aa' \cos(l' - \lambda) \right\}^{-\frac{9}{2}} \sin^4(l' - \tau') \sin^4(\lambda - \tau').
 \end{aligned}$$

La quantité $a^2 + a'^2 - 2aa' \cos(l' - \lambda)$ est une fonction périodique paire de $(l' - \lambda)$; en outre, elle reste finie; on peut donc en développer les puissances en série procédant suivant les cosinus des multiples de $(l' - \lambda)$. Nous poserons alors

$$\begin{aligned}
 \left\{ a^2 + a'^2 - 2aa' \cos(l' - \lambda) \right\}^{-\frac{1}{2}} &= \frac{1}{2} \sum_{i=-\infty}^{i=+\infty} A^{(i)} \cos i(l' - \lambda), \\
 aa' \left\{ a^2 + a'^2 - 2aa' \cos(l' - \lambda) \right\}^{-\frac{3}{2}} &= \frac{1}{2} \sum_{i=-\infty}^{i=+\infty} B^{(i)} \cos i(l' - \lambda), \\
 a^2 a'^2 \left\{ a^2 + a'^2 - 2aa' \cos(l' - \lambda) \right\}^{-\frac{5}{2}} &= \frac{1}{2} \sum_{i=-\infty}^{i=+\infty} C^{(i)} \cos i(l' - \lambda), \\
 a^3 a'^3 \left\{ a^2 + a'^2 - 2aa' \cos(l' - \lambda) \right\}^{-\frac{7}{2}} &= \frac{1}{2} \sum_{i=-\infty}^{i=+\infty} D^{(i)} \cos i(l' - \lambda), \\
 a^4 a'^4 \left\{ a^2 + a'^2 - 2aa' \cos(l' - \lambda) \right\}^{-\frac{9}{2}} &= \frac{1}{2} \sum_{i=-\infty}^{i=+\infty} O^{(i)} \cos i(l' - \lambda),
 \end{aligned}$$

avec les conditions

$$A^{(-i)} = A^{(i)}, \quad B^{(-i)} = B^{(i)}, \quad C^{(-i)} = C^{(i)}, \quad D^{(-i)} = D^{(i)}, \quad O^{(-i)} = O^{(i)}.$$

Calculons les produits des sinus et de leurs puissances qui entrent dans la valeur de R_0 . On a

$$\begin{aligned}
 2 \sin(l' - \tau') \sin(\lambda - \tau') &= \cos(l' - \lambda) - \cos(l' + \lambda - 2\tau'), \\
 8 \sin^2(l' - \tau') \sin^2(\lambda - \tau') &= 2 + \cos(2l' - 2\lambda) - 2 \cos(2l' - 2\tau') - 2 \cos(2\lambda - 2\tau') \\
 &\quad + \cos(2l' + 2\lambda - 4\tau'), \\
 32 \sin^3(l' - \tau') \sin^3(\lambda - \tau') &= 9 \cos(l' - \lambda) + \cos(3l' - 3\lambda) - 9 \cos(l' + \lambda - 2\tau') \\
 &\quad - 3 \cos(3l' - \lambda - 2\tau') - 3 \cos(-l' + 3\lambda - 2\tau') \\
 &\quad + 3 \cos(3l' + \lambda - 4\tau') + 3 \cos(l' + 3\lambda - 4\tau') \\
 &\quad - \cos(3l' + 3\lambda - 6\tau'),
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
128 \sin^4(l' - \tau') \sin^4(\lambda - \tau') = & 18 + 16 \cos(2l' - 2\lambda) + \cos(4l' - 4\lambda) \\
& - 24 \cos(2l' - 2\tau') - 24 \cos(2\lambda - 2\tau') \\
& - 4 \cos(4l' - 2\lambda - 2\tau') - 4 \cos(-2l' + 4\lambda - 2\tau') \\
& + 6 \cos(4l' - 4\tau') + 6 \cos(4\lambda - 4\tau') + 16 \cos(2l' + 2\lambda - 4\tau') \\
& - 4 \cos(4l' + 2\lambda - 6\tau') - 4 \cos(2l' + 4\lambda - 6\tau') \\
& + \cos(4l' + 4\lambda - 8\tau').
\end{aligned}$$

En combinant ces résultats avec les développements précédents, il vient

$$\begin{aligned}
R_0 = & \frac{1}{2} \Sigma A^{(i)} \cos i(l' - \lambda) \\
= & \frac{1}{2} \eta^2 \Sigma B^{(i)} \left\{ \cos(i+1)(l' - \lambda) - \cos[(i+1)(l' - \lambda) + 2\lambda - 2\tau'] \right\} \\
+ & \frac{3}{8} \eta^4 \Sigma C^{(i)} \left\{ 2 \cos i(l' - \lambda) + \cos(i+2)(l' - \lambda) - 2 \cos[(i+2)(l' - \lambda) + 2\lambda - 2\tau'] \right. \\
& \quad \left. - 2 \cos[i(l' - \lambda) + 2\lambda - 2\tau'] + \cos[(i+2)(l' - \lambda) + 4\lambda - 4\tau'] \right\} \\
= & \frac{5}{16} \eta^6 \Sigma D^{(i)} \left\{ 9 \cos(i+1)(l' - \lambda) + \cos(i+3)(l' - \lambda) \right. \\
& \quad \left. - 9 \cos[(i+1)(l' - \lambda) + 2\lambda - 2\tau'] - 3 \cos[(i-1)(l' - \lambda) + 2\lambda - 2\tau'] \right. \\
& \quad \left. - 3 \cos[(i+3)(l' - \lambda) + 2\lambda - 2\tau'] + 3 \cos[(i+1)(l' - \lambda) + 4\lambda - 4\tau'] \right. \\
& \quad \left. + 3 \cos[(i+3)(l' - \lambda) + 4\lambda - 4\tau'] - \cos[(i+3)(l' - \lambda) + 6\lambda - 6\tau'] \right\} \\
+ & \frac{35}{128} \eta^8 \Sigma O^{(i)} \left\{ 18 \cos i(l' - \lambda) + 16 \cos(i+2)(l' - \lambda) + \cos(i+4)(l' - \lambda) \right. \\
& \quad \left. - 24 \cos[i(l' - \lambda) + 2\lambda - 2\tau'] - 24 \cos[(i+2)(l' - \lambda) + 2\lambda - 2\tau'] \right. \\
& \quad \left. - 4 \cos[(i-2)(l' - \lambda) + 2\lambda - 2\tau'] - 4 \cos[(i+4)(l' - \lambda) + 2\lambda - 2\tau'] \right. \\
& \quad \left. + 6 \cos[i(l' - \lambda) + 4\lambda - 4\tau'] + 16 \cos[(i+2)(l' - \lambda) + 4\lambda - 4\tau'] \right. \\
& \quad \left. + 6 \cos[(i+4)(l' - \lambda) + 4\lambda - 4\tau'] - 4 \cos[(i+2)(l' - \lambda) + 6\lambda - 6\tau'] \right. \\
& \quad \left. - 4 \cos[(i+4)(l' - \lambda) + 6\lambda - 6\tau'] + \cos[(i+4)(l' - \lambda) + 8\lambda - 8\tau'] \right\}.
\end{aligned}$$

Puisque i doit recevoir toutes les valeurs entières de $-\infty$ à $+\infty$, en changeant i en $i-1, i-2, i-3, i-4$ dans les termes qui contiennent respectivement $i+1, i+2, i+3, i+4$, on peut ramener l'expression précédente à ne contenir que des termes en $i(l' - \lambda)$; ce changement ne modifiera évidemment pas la valeur de la fonction. Le terme en η^8 , en particulier, pourra s'écrire

$$\begin{aligned}
& + \frac{35}{128} \eta^8 \left\{ \Sigma (18O^{(i)} + 16O^{(i-2)} + O^{(i-4)}) \cos i(l' - \lambda) \right. \\
& \quad \left. - 4\Sigma(O^{(i+2)} + 6O^{(i)} + 6O^{(i-2)} + O^{(i-4)}) \cos[i(l' - \lambda) + 2\lambda - 2\tau'] \right. \\
& \quad \left. + 2\Sigma(3O^{(i)} + 8O^{(i-2)} + 3O^{(i-4)}) \cos[i(l' - \lambda) + 4\lambda - 4\tau'] \right. \\
& \quad \left. - 4\Sigma(O^{(i-2)} + O^{(i-4)}) \cos[i(l' - \lambda) + 6\lambda - 6\tau'] \right. \\
& \quad \left. + \Sigma O^{(i-4)} \cos[i(l' - \lambda) + 8\lambda - 8\tau'] \right\}.
\end{aligned}$$

Si l'on pose

$$\begin{aligned}\mathbf{M}^{(i)} &= \frac{1}{2} \mathbf{A}^{(i)} - \frac{1}{2} \eta^2 \mathbf{B}^{(i-1)} + \frac{3}{8} \eta^4 (2 \mathbf{C}^{(i)} + \mathbf{C}^{(i-2)}) - \frac{5}{16} \eta^6 (9 \mathbf{D}^{(i-1)} + \mathbf{D}^{(i-3)}) \\ &\quad + \frac{35}{128} \eta^8 (18 \mathbf{O}^{(i)} + 16 \mathbf{O}^{(i-2)} + \mathbf{O}^{(i-4)}), \\ \mathbf{N}^{(i)} &= \frac{1}{2} \eta^2 \mathbf{B}^{(i-1)} - \frac{3}{4} \eta^4 (\mathbf{C}^{(i)} + \mathbf{C}^{(i-2)}) + \frac{15}{16} \eta^6 (\mathbf{D}^{(i+1)} + 3 \mathbf{D}^{(i-1)} + \mathbf{D}^{(i-3)}) \\ &\quad - \frac{35}{32} \eta^8 (\mathbf{O}^{(i+2)} + 6 \mathbf{O}^{(i)} + 6 \mathbf{O}^{(i-2)} + \mathbf{O}^{(i-4)}), \\ \mathbf{P}^{(i)} &= \frac{3}{8} \eta^4 \mathbf{C}^{(i-2)} - \frac{15}{16} \eta^6 (\mathbf{D}^{(i-1)} + \mathbf{D}^{(i-3)}) + \frac{35}{64} \eta^8 (3 \mathbf{O}^{(i)} + 8 \mathbf{O}^{(i-2)} + 3 \mathbf{O}^{(i-4)}), \\ \mathbf{Q}^{(i)} &= \frac{5}{16} \eta^6 \mathbf{D}^{(i-3)} - \frac{35}{32} \eta^8 (\mathbf{O}^{(i-2)} + \mathbf{O}^{(i-4)}), \\ \mathbf{U}^{(i)} &= \frac{35}{128} \eta^8 \mathbf{O}^{(i-4)},\end{aligned}$$

on aura

$$\begin{aligned}\mathbf{R}_0 &= \Sigma \mathbf{M}^{(i)} \cos i(l' - \lambda) \\ &\quad + \Sigma \mathbf{N}^{(i)} \cos [i(l' - \lambda) + 2\lambda - 2\tau'] \\ &\quad + \Sigma \mathbf{P}^{(i)} \cos [i(l' - \lambda) + 4\lambda - 4\tau'] \\ &\quad + \Sigma \mathbf{Q}^{(i)} \cos [i(l' - \lambda) + 6\lambda - 6\tau'] \\ &\quad + \Sigma \mathbf{U}^{(i)} \cos [i(l' - \lambda) + 8\lambda - 8\tau'],\end{aligned}$$

expression qu'on peut écrire simplement

$$\mathbf{R}_0 = \Sigma \mathbf{K}^{(i, h)} \cos [il' - h\lambda - (i-h)\tau'],$$

en convenant de donner à h les valeurs $i, i-2, i-4, i-6, i-8$, la quantité $\mathbf{K}^{(i, h)}$ prenant alors respectivement les valeurs $\mathbf{M}^{(i)}, \mathbf{N}^{(i)}, \mathbf{P}^{(i)}, \mathbf{Q}^{(i)}$ et $\mathbf{U}^{(i)}$.

On sait comment, en se basant sur la définition des fonctions homogènes et en appliquant la série de Taylor, on rétablit les excentricités dans l'expression de \mathbf{R}_0 , en remplaçant respectivement a, a' par $a + ax, a' + a'x$ et λ, l' par $\lambda + y, l' + y'$. Le terme général du développement de \mathbf{R}_0 est alors égal à

$$u_n = \mathbf{K}_p^{(i, h)} \frac{(x - x')^p}{(1 + x')^{p+1}} \cos [il' - h\lambda - (i-h)\tau' + iy' - hy],$$

où

$$\mathbf{K}_p^{(i, h)} = \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots p} a^p \frac{d^p \mathbf{K}^{(i, h)}}{da^p}.$$

Il est facile de transformer ce terme de manière à séparer les facteurs auxiliaires relatifs à chaque planète; en appelant u_{nn} le terme général du dévelop-

pement de u_{nn} , on a

$$u_{nn} = \mathbf{K}_p^{(i, h)} \times$$

$$\cos[i\ell - h\lambda - (i-h)\tau'] \left\{ \begin{array}{l} x^r \cos hy \left[\frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots p}{1 \cdot 2 \dots r \cdot 1 \cdot 2 \dots u} (-1)^u \frac{x'^u \cos i\gamma'}{(1+x')^{p+1}} \right] \\ + x^r \sin hy \left[\frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots p}{1 \cdot 2 \dots r \cdot 1 \cdot 2 \dots u} (-1)^u \frac{x'^u \sin i\gamma'}{(1+x')^{p+1}} \right] \end{array} \right\}$$

$$+ \sin[i\ell - h\lambda - (i-h)\tau'] \left\{ \begin{array}{l} + x^r \sin hy \left[\frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots p}{1 \cdot 2 \dots r \cdot 1 \cdot 2 \dots u} (-1)^u \frac{x'^u \cos i\gamma'}{(1+x')^{p+1}} \right] \\ + x^r \cos hy \left[\frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots p}{1 \cdot 2 \dots r \cdot 1 \cdot 2 \dots u} (-1)^u \frac{x'^u \sin i\gamma'}{(1+x')^{p+1}} \right] \end{array} \right\}.$$

C'est évidemment le terme général du développement de la fonction perturbatrice. Nous allons le transformer de manière à faciliter les calculs. Posons

$$x^r \cos hy = \Sigma C_n^{(r, h)} \cos n\zeta,$$

$$x^r \sin hy = \Sigma S_n^{(r, h)} \sin n\zeta,$$

$$\frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots p}{1 \cdot 2 \dots r \cdot 1 \cdot 2 \dots u} (-1)^u \frac{x'^u \cos i\gamma'}{(1+x')^{p+1}} = \Sigma C_{n'}^{(\frac{u, i}{p})} \cos n'\zeta',$$

$$\frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots p}{1 \cdot 2 \dots r \cdot 1 \cdot 2 \dots u} (-1)^u \frac{x'^u \sin i\gamma'}{(1+x')^{p+1}} = \Sigma S_{n'}^{(\frac{u, i}{p})} \sin n'\zeta';$$

ces développements s'obtiendront facilement au moyen de ceux de x et de y .

En substituant dans u_{nn} , il vient, après quelques transformations très simples,

$$u_{nn} = \frac{1}{4} \mathbf{K}_p^{(i, h)}$$

$$\times \left\{ \begin{array}{l} (C_n^{(r, h)} - S_n^{(r, h)}) \left[C_{n'}^{(\frac{u, i}{p})} + S_{n'}^{(\frac{u, i}{p})} \right] \cos[i\ell - h\lambda - (i-h)\tau' + n\zeta + n'\zeta'] \\ + (C_n^{(r, h)} + S_n^{(r, h)}) \left[C_{n'}^{(\frac{u, i}{p})} + S_{n'}^{(\frac{u, i}{p})} \right] \cos[i\ell - h\lambda - (i-h)\tau' - n\zeta + n'\zeta'] \\ + (C_n^{(r, h)} + S_n^{(r, h)}) \left[C_{n'}^{(\frac{u, i}{p})} - S_{n'}^{(\frac{u, i}{p})} \right] \cos[i\ell - h\lambda - (i-h)\tau' - n\zeta - n'\zeta'] \\ + (C_n^{(r, h)} - S_n^{(r, h)}) \left[C_{n'}^{(\frac{u, i}{p})} - S_{n'}^{(\frac{u, i}{p})} \right] \cos[i\ell - h\lambda - (i-h)\tau' + n\zeta - n'\zeta'] \end{array} \right\}.$$

On remarque que la somme des deux quantités $C_n^{(r, h)}$ et $S_n^{(r, h)}$ peut se déduire de leur différence par le simple changement de h en $-h$. Cela tient à ce que les développements de $x^r \cos hy$ et de $x^r \sin hy$ ne contiennent respectivement que des puissances paires et impaires de h . Pour une raison analogue, la différence $C_{n'}^{(\frac{u, i}{p})} - S_{n'}^{(\frac{u, i}{p})}$ se déduit de la somme de ces deux quantités par le changement de i en $-i$. Par conséquent, il suffira de calculer le premier coefficient; les autres s'en déduiront immédiatement.

En remplaçant ζ et ζ' par $\lambda - \omega$ et $l' - \tau'$, on a définitivement .

$$\begin{aligned} R_1 = & \frac{1}{4} \cos[(i+n')l'-(h-n)\lambda-n'\varpi'-n\omega-(i-h)\tau'] \Sigma(C_n^{(r,h)} - S_n^{(r,h)}) \left[C_{n'}^{\left(\frac{u,i}{p}\right)} + S_{n'}^{\left(\frac{u,i}{p}\right)} \right] K_p^{(i,h)} \\ & + \frac{1}{4} \cos[(i+n')l'-(h+n)\lambda-n'\varpi'+n\omega-(i-h)\tau'] \Sigma(C_n^{(r,-h)} - S_n^{(r,-h)}) \left[C_{n'}^{\left(\frac{u,i}{p}\right)} + S_{n'}^{\left(\frac{u,i}{p}\right)} \right] K_p^{(i,h)} \\ & + \frac{1}{4} \cos[(i-n')l'-(h+n)\lambda+n'\varpi'+n\omega-(i-h)\tau'] \Sigma(C_n^{(r,-h)} - S_n^{(r,-h)}) \left[C_{n'}^{\left(\frac{u,-i}{p}\right)} + S_{n'}^{\left(\frac{u,-i}{p}\right)} \right] K_p^{(i,h)} \\ & + \frac{1}{4} \cos[(i-n')l'-(h-n)\lambda+n'\varpi'-n\omega-(i-h)\tau'] \Sigma(C_n^{(r,h)} - S_n^{(r,h)}) \left[C_{n'}^{\left(\frac{u,-i}{p}\right)} + S_{n'}^{\left(\frac{u,-i}{p}\right)} \right] K_p^{(i,h)}. \end{aligned}$$

Il est nécessaire de préciser le sens que nous donnons au signe Σ . Pour un groupe de valeurs de n et de n' , p doit recevoir les valeurs $0, 1, 2, \dots, p$. Comme on a

$$r + u = p,$$

on devra donner à r et u tous les groupes de valeurs entières satisfaisant à cette équation. Le coefficient de $K_0^{(i,h)}$ se composera donc d'un seul produit; celui de $K_1^{(i,h)}$ sera la somme de deux produits, etc.; celui de $K_p^{(i,h)}$ la somme de $(p+1)$ produits.

II. — CALCUL DES TERMES DU HUITIÈME ORDRE.

Avant de commencer le calcul de ces termes, il était nécessaire de compléter les expressions des facteurs auxiliaires relatifs à chaque planète. En se reportant à la première forme du terme général du développement, on verra qu'il suffit d'avoir :

1° Les termes du huitième ordre dans les expressions de x, y , celles de leurs puissances jusqu'à x^8 et y^8 , et des produits de ces puissances jusqu'à $x^m y^n$, $m+n$ étant égal au plus à 8;

2° Les termes du huitième ordre dans les expressions de $x^r \cosh y$ et $x^r \sinh y$ jusqu'à $x^7 \sinh y$ et $x^8 \cosh y$;

3° Le complément des expressions de $\frac{x'^u \cos iy'}{(1+x')^{p+1}}, \frac{x'^u \sin iy'}{(1+x')^{p+1}}$ jusqu'à la puissance $8-r$.

On trouvera ces quantités, ainsi que le complément du développement de R_1 , en fonction de ces facteurs, dans la troisième Partie.

Lorsqu'on veut obtenir le développement complet de la fonction perturbatrice jusqu'à un ordre déterminé v , on doit considérer toutes les valeurs positives et entières de n et n' , telles que

$$n + n' \leq v;$$

mais, si l'on ne veut calculer que les termes de l'ordre γ , il ne faut prendre que celles des valeurs de n et n' qui sont nécessaires à la détermination des termes de cet ordre.

Cherchons, en particulier, quelles sont les combinaisons à considérer pour avoir les termes du huitième ordre. Les quantités $(C_n^{(r,h)} \mp S_n^{(r,h)})$, $[C_{n'}^{(\frac{n,i}{p})} \pm S_{n'}^{(\frac{n,i}{p})}]$ sont respectivement de l'ordre $n+2\alpha$, $n'+2\beta$, α et β pouvant être nuls. Les coefficients des cosinus dans l'expression de R , résultent des produits de trois polynômes ordonnés par rapport aux puissances de e , e' , η^2 . Le terme général d'un de ces produits est de la forme

$$\mu e^{n+2\alpha} e'^{n'+2\beta} \eta^2 \gamma.$$

D'après la définition des quantités $K^{(i,h)}$, en limitant le développement de la fonction perturbatrice aux termes du huitième ordre, 2γ peut prendre les valeurs 8, 6, 4, 2, 0; donc, pour avoir un terme tel que

$$n+2\alpha+n'+2\beta+2\gamma=8,$$

on doit considérer toutes les combinaisons de n et n' pour lesquelles $n+2\alpha+n'+2\beta$ prend une des valeurs 0, 2, 4, 6, 8. Comme α et β peuvent être nuls, les combinaisons à prendre sont celles qui satisfont aux équations suivantes :

$$\begin{aligned} n+n' &= 0, \\ n+n' &= 2, \\ n+n' &= 4, \\ n+n' &= 6, \\ n+n' &= 8, \end{aligned}$$

ce qui donne en tout vingt-cinq combinaisons à considérer. Il est bien évident que, dans celles de ces combinaisons où $n+n'$ a la valeur $8-2\gamma$, on ne doit considérer que les valeurs de $K_p^{(i,h)}$ contenant des termes d'ordre 2γ en η , et, par suite, donner seulement à h les valeurs i , $i-2$, ..., jusqu'à $i-2\gamma$. Je donne, dans le Tableau suivant, les valeurs que doivent prendre h et $K_p^{(i,h)}$ dans les différentes combinaisons de n et de n' :

Combinaisons de n et n' .	Valeurs de h .	Valeurs correspondantes de $K_p^{(i,h)}$.
0.....	$i, i-2, i-4, i-6, i-8$	$M^{(i)}, N^{(i)}, P^{(i)}, Q^{(i)}, U^{(i)}$
2.....	$i, i-2, i-4, i-6$	$M^{(i)}, N^{(i)}, P^{(i)}, Q^{(i)}$
4.....	$i, i-2, i-4$	$M^{(i)}, N^{(i)}, P^{(i)}$
6.....	$i, i-2$	$M^{(i)}, N^{(i)}$
8.....	i	$M^{(i)}$

Pour simplifier l'écriture des différents coefficients de $\gamma^{2\gamma}$ dans $K_p^{(i,h)}$, on a posé

$$\begin{aligned} L^{(i)} &= \frac{3}{4}(C^{(i-2)} + C^{(i)}), \\ S^{(i)} &= \frac{15}{16}(D^{(i-3)} + 3D^{(i-1)} + D^{(i+1)}), \\ T^{(i)} &= \frac{15}{16}(D^{(i-3)} + D^{(i-1)}), \\ J^{(i)} &= \frac{35}{32}(O^{(i-4)} + 6O^{(i-2)} + 6O^{(i)} + O^{(i+2)}), \\ X^{(i)} &= \frac{35}{64}(3O^{(i)} + 8O^{(i-2)} + 3O^{(i-4)}), \\ Y^{(i)} &= \frac{35}{32}(O^{(i-2)} + O^{(i+4)}). \end{aligned}$$

En se reportant au développement général de la fonction R_i , on voit que, pour $h = i$, il suffit de considérer la première moitié de la fonction, pourvu qu'on y fasse

$$K^{(i,h)} = M^{(i)} + M^{(-i)};$$

on est ainsi conduit à poser

$$\begin{aligned} E^{(i)} &= \frac{1}{2}(B^{(i-1)} + B^{(i+1)}), \\ G^{(i)} &= \frac{3}{8}(C^{(i-2)} + 4C^{(i)} + C^{(i+2)}), \\ H^{(i)} &= \frac{15}{16}(D^{(i-3)} + 9D^{(i-1)} + 9D^{(i+1)} + D^{(i+3)}), \\ I^{(i)} &= \frac{35}{128}(O^{(i-4)} + 16O^{(i-2)} + 36O^{(i)} + 16O^{(i+2)} + O^{(i+4)}). \end{aligned}$$

On remarquera que l'on a

$$\begin{aligned} E^{(-i)} &= E^{(i)}, \quad G^{(-i)} = G^{(i)}, \quad H^{(-i)} = H^{(i)}, \quad I^{(-i)} = I^{(i)}, \\ L^{(-i+2)} &= L^{(i)}, \quad S^{(-i+2)} = S^{(i)}, \quad J^{(-i+2)} = J^{(i)}, \quad T^{(-i+4)} = T^{(i)}, \quad X^{(-i+4)} = X^{(i)}, \quad Y^{(-i+6)} = Y^{(i)}, \end{aligned}$$

ce qui permet de ne calculer ces quantités que pour les valeurs positives de i .

Si l'on désigne par I, II, III, IV les quatre parties de la fonction perturbatrice, on voit de suite que :

1° Lorsque $n = o$, on a

$$I = II, \quad III = IV;$$

2° Quand $n' = o$, on a

$$I = IV, \quad II = III;$$

3° Et lorsque $n = o, n' = o$, les quatre parties sont égales

$$I = II = III = IV,$$

ce qui permet de simplifier le calcul dans ces cas particuliers.

Afin que les astronomes qui voudraient utiliser ce travail sachent quel degré

de confiance ils peuvent lui accorder, j'ajouterai les remarques suivantes sur la manière dont j'ai effectué les calculs :

1^o *Première et deuxième Partie.* — Les termes du développement ont été vérifiés par un second calcul indépendant du premier. Certaines fonctions, contenues dans le § II de la seconde Partie, sont données par Le Verrier pour des valeurs particulières de h . Je me suis assuré de l'exactitude de ces fonctions en les calculant pour ces valeurs particulières; j'indique d'ailleurs cette vérification à la suite de ces fonctions.

2^o *Troisième Partie, I.* — Tous les termes ont été calculés trois fois d'une manière indépendante; les puissances de x l'ont été par deux procédés différents, au moyen de leurs expressions analytiques en fonction des nombres de Cauchy et par formation successive des puissances.

3^o *Troisième Partie, II et III.* — Ces termes n'ont été calculés que deux fois; j'ai vérifié directement tous ceux contenant des cosinus.

III. — APPLICATION DU DÉVELOPPEMENT AU CALCUL DE TERMES DU HUITIÈME ORDRE RELATIFS A L'ACTION DE MARS SUR LA TERRE.

En déterminant l'action de Mars sur la Terre, Le Verrier a été conduit, à cause de la forte excentricité de Mars, à tenir compte des trois termes

$$\begin{aligned} N_8 e'''^8 \cos(17l''' - 9l'' - 8\varpi'''), \\ N_{7,1} e'' e'''^7 \cos(17l''' - 9l'' - \omega'' - 7\varpi'''), \\ N_{6,2} e''^2 e'''^6 \cos(17l''' - 9l'' - 2\omega'' - 6\varpi'''), \end{aligned}$$

dans le calcul des perturbations de la longitude moyenne.

Ayant égard à la faiblesse des perturbations correspondantes, il a déduit approximativement les valeurs des coefficients N_8 , $N_{7,1}$, $N_{6,2}$, en prolongeant des suites de termes de même forme, mais d'ordre inférieur. J'ai repris le calcul rigoureux de ces coefficients, au moyen du développement de la fonction perturbatrice jusqu'au huitième ordre.

Les termes à calculer sont les septième, huitième et neuvième du groupe des termes du huitième ordre (2^e Partie, § I, 5); on obtient les coefficients N_8 , $N_{7,1}$, $N_{6,2}$ en faisant respectivement

$$h = i = 9, \quad h = i = 10, \quad h = i = 11,$$

et $K^{(i)} = a''A^{(i)}$ dans les fonctions (228), (229), (230) (2^e Partie, § II). Les quantités $a''A^{(i)}$ ont été prises dans le tome IV des *Annales de l'Observatoire*, page [5]

des Additions; j'ai négligé, dans ce calcul, les termes en $A_7^{(i)}$ et $A_8^{(i)}$, qui sont sans influence, ainsi qu'on le voit aisément. Voici les résultats obtenus :

Valeurs de $\log N$.			Différences.
Calcul approché.	Calcul rigoureux.		
$N_8 \dots \dots \dots$	+ 3,654	+ 3,647	- 0,007
$N_{7,1} \dots \dots \dots$	- 4,406	- 4,394	+ 0,012
$N_{6,2} \dots \dots \dots$	+ 4,796	+ 4,780	- 0,016

Ces différences sont faibles; il est bien évident qu'elles ne sauraient changer les valeurs des perturbations.

DEUXIÈME PARTIE.

I. — TERMES DU HUITIÈME ORDRE DANS LE DÉVELOPPEMENT DE R_i .

Ainsi que nous l'avons dit, nous donnons ces termes sous la forme algorithmique adoptée par Le Verrier. Pour éviter toute ambiguïté et faciliter les renvois au tome I des *Annales*, nous avons continué la série des numéros des fonctions.

1. — Termes de même argument que les termes de l'ordre zéro.

$$\begin{aligned}
& + \left\{ (470)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^8 + (471)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^6 \left(\frac{e'}{2}\right)^2 + (472)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^4 \left(\frac{e'}{2}\right)^4 + (473)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^2 \left(\frac{e'}{2}\right)^6 \right. \\
& + (474)^{(i)} \left(\frac{e'}{2}\right)^8 + (475)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^6 \eta^2 + (476)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^4 \left(\frac{e'}{2}\right)^2 \eta^2 + (477)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^2 \left(\frac{e'}{2}\right)^4 \eta^2 \\
& + (478)^{(i)} \left(\frac{e'}{2}\right)^6 \eta^2 + (479)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^4 \eta^4 + (480)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^2 \left(\frac{e'}{2}\right)^2 \eta^4 + (481)^{(i)} \left(\frac{e'}{2}\right)^4 \eta^4 \\
& \left. + (482)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^2 \eta^6 + (483)^{(i)} \left(\frac{e'}{2}\right)^2 \eta^6 + (484)^{(i)} \eta^8 \right\} \cos(i l - i \lambda) \\
& + \left\{ (485)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^7 \left(\frac{e'}{2}\right) + (486)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^5 \left(\frac{e'}{2}\right)^3 + (487)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^3 \left(\frac{e'}{2}\right)^5 + (488)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right) \left(\frac{e'}{2}\right)^7 \right. \\
& (489)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^5 \left(\frac{e'}{2}\right) \eta^2 + (490)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^3 \left(\frac{e'}{2}\right)^3 \eta^2 + (491)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right) \left(\frac{e'}{2}\right)^5 \eta^2 + (492)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^3 \left(\frac{e'}{2}\right) \eta^4 \\
& \left. + (493)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right) \left(\frac{e'}{2}\right)^3 \eta^4 + (494)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right) \left(\frac{e'}{2}\right) \eta^6 \right\} \cos[(i+1)l - (i+1)\lambda - \varpi' + \omega]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left\{ (495)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^6 \left(\frac{e'}{2} \right)^2 + (496)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^4 \left(\frac{e'}{2} \right)^4 + (497)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^2 \left(\frac{e'}{2} \right)^6 + (498)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^4 \left(\frac{e'}{2} \right)^2 \eta^2 \right. \\
& \quad \left. + (499)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^2 \left(\frac{e'}{2} \right)^4 \eta^2 + (500)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^2 \left(\frac{e'}{2} \right)^2 \eta^4 \right\} \cos[(i+2)l' - (i+2)\lambda - 2\varpi' + 2\omega] \\
& + \left\{ (501)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^5 \left(\frac{e'}{2} \right)^3 + (502)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^3 \left(\frac{e'}{2} \right)^5 \right. \\
& \quad \left. + (503)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^3 \left(\frac{e'}{2} \right)^3 \eta^2 \right\} \cos[(i+3)l' - (i+3)\lambda - 3\varpi' + 3\omega] \\
& + (504)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^4 \left(\frac{e'}{2} \right)^4 \cos[(i+4)l' - (i+4)\lambda - 4\varpi' + 4\omega] \\
& + \left\{ (505)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^6 \eta^2 + (506)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^4 \left(\frac{e'}{2} \right)^2 \eta^2 + (507)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^2 \left(\frac{e'}{2} \right)^4 \eta^2 + (508)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^4 \eta^4 \right. \\
& \quad \left. + (509)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^2 \left(\frac{e'}{2} \right)^2 \eta^4 + (510)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^2 \eta^6 \right\} \cos[il' - i\lambda + 2\omega - 2\tau'] \\
& + \left\{ (511)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^5 \left(\frac{e'}{2} \right) \eta^2 + (512)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^3 \left(\frac{e'}{2} \right)^3 \eta^2 + (513)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right) \left(\frac{e'}{2} \right)^5 \eta^2 \right. \\
& \quad \left. + (514)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^3 \left(\frac{e'}{2} \right) \eta^4 + (515)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right) \left(\frac{e'}{2} \right)^3 \eta^4 \right. \\
& \quad \left. + (516)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right) \left(\frac{e'}{2} \right) \eta^6 \right\} \cos[(i-1)l' - (i-1)\lambda + \varpi' + \omega - 2\tau'] \\
& + \left\{ (517)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^4 \left(\frac{e'}{2} \right)^2 \eta^2 + (518)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^2 \left(\frac{e'}{2} \right)^4 \eta^2 + (519)^{(i)} \left(\frac{e'}{2} \right)^6 \eta^2 + (520)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^2 \left(\frac{e'}{2} \right)^2 \eta^4 \right. \\
& \quad \left. + (521)^{(i)} \left(\frac{e'}{2} \right)^4 \eta^4 + (522)^{(i)} \left(\frac{e'}{2} \right)^2 \eta^6 \right\} \cos[(i-2)l' - (i-2)\lambda + 2\varpi' - 2\tau'] \\
& + \left\{ (523)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^3 \left(\frac{e'}{2} \right)^3 \eta^2 + (524)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right) \left(\frac{e'}{2} \right)^5 \eta^2 \right. \\
& \quad \left. + (525)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right) \left(\frac{e'}{2} \right)^3 \eta^4 \right\} \cos[(i-3)l' - (i-3)\lambda + 3\varpi' - \omega - 2\tau'] \\
& + (526)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^2 \left(\frac{e'}{2} \right)^4 \eta^2 \cos[(i-4)l' - (i-4)\lambda + 4\varpi' - 2\omega - 2\tau'] \\
& + \left\{ (527)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^5 \left(\frac{e'}{2} \right) \eta^2 + (528)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^3 \left(\frac{e'}{2} \right)^3 \eta^2 \right. \\
& \quad \left. + (529)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^3 \left(\frac{e'}{2} \right) \eta^4 \right\} \cos[(i+1)l' - (i+1)\lambda - \varpi' + 3\omega - 2\tau'] \\
& + (530)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^4 \left(\frac{e'}{2} \right)^2 \eta^2 \cos[(i+2)l' - (i+2)\lambda - 2\varpi' + 4\omega - 2\tau']
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (531)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^4 \eta^4 \cos[i'l' - i\lambda + 4\omega - 4\tau'] \\
& + (532)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^3 \left(\frac{e'}{2} \right) \eta^4 \cos[(i-1)l' - (i-1)\lambda + \varpi' + 3\omega - 4\tau'] \\
& + (533)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^2 \left(\frac{e'}{2} \right)^2 \eta^4 \cos[(i-2)l' - (i-2)\lambda + 2\varpi' + 2\omega - 4\tau'] \\
& + (534)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right) \left(\frac{e'}{2} \right)^3 \eta^4 \cos[(i-3)l' - (i-3)\lambda + 3\varpi' + \omega - 4\tau'] \\
& + (535)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^4 \eta^4 \cos[(i-4)l' - (i-4)\lambda + 4\varpi' - 4\tau'].
\end{aligned}$$

Les coefficients $(470)^{(i)}$, $(471)^{(i)}$, ... sont donnés par les formules suivantes :

$(470)^{(i)} = (155)$, $(471)^{(i)} = (156)$, $(472)^{(i)} = (157)$, $(473)^{(i)} = (158)$, $(474)^{(i)} = (159)$, en posant $h = i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \mathbf{A}^{(i)}$.

$(475)^{(i)} = (160)$, $(476)^{(i)} = (161)$, $(477)^{(i)} = (162)$, $(478)^{(i)} = (16)$, en posant $h = i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{E}^{(i)}$.

$(479)^{(i)} = (4)$, $(480)^{(i)} = (5)$, $(481)^{(i)} = (6)$, en posant $h = i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \mathbf{G}^{(i)}$.

$(482)^{(i)} = (2)$, $(483)^{(i)} = (3)$, en posant $h = i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{H}^{(i)}$.

$(484)^{(i)} = (1)$ en posant $h = i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \mathbf{I}^{(i)}$.

$(485)^{(i)} = (170)$, $(486)^{(i)} = (171)$, $(487)^{(i)} = (172)$, $(488)^{(i)} = (173)$, en posant $h = -i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \mathbf{A}^{(i)}$.

$(489)^{(i)} = (174)$, $(490)^{(i)} = (175)$, $(491)^{(i)} = (176)$, en posant $h = -i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{E}^{(i)}$.

$(492)^{(i)} = (52)$, $(493)^{(i)} = (53)$, en posant $h = -i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \mathbf{G}^{(i)}$.

$(494)^{(i)} = (51)$, en posant $h = -i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{H}^{(i)}$.

$(495)^{(i)} = (193)$, $(496)^{(i)} = (194)$, $(497)^{(i)} = (195)$, en posant $h = -i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \mathbf{A}^{(i)}$.

$(498)^{(i)} = (196)$, $(499)^{(i)} = (197)$, en posant $h = -i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{E}^{(i)}$.

$(500)^{(i)} = (98)$, en posant $h = -i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \mathbf{G}^{(i)}$.

$(501)^{(i)} = (216)$, $(502)^{(i)} = (217)$, en posant $h = -i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \mathbf{A}^{(i)}$.

$(503)^{(i)} = (218)$, en posant $h = -i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{E}^{(i)}$.

$(504)^{(i)} = (232)$, en posant $h = -i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \mathbf{A}^{(i)}$.

$(505)^{(i)} = (181)$, $(506)^{(i)} = (182)$, $(507)^{(i)} = (183)$, en posant $h = -(i-2)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{1}{2}\mathbf{B}^{(i-1)}$.

$(508)^{(i)} = (22)$, $(509)^{(i)} = (23)$, en posant $h = -(i-2)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{L}^{(i)}$.

$(510)^{(i)} = (21)$, en posant $h = -(i-2)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \mathbf{S}^{(i)}$.

$(511)^{(i)} = (174)$, $(512)^{(i)} = (175)$, $(513)^{(i)} = (176)$, en remplaçant i par $-i$ et posant $h = -(i-2)$, $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{1}{2}\mathbf{B}^{(i-1)}$.

$(514)^{(i)} = (52)$, $(515)^{(i)} = (53)$, en remplaçant i par $-i$ et posant $h = -(i-2)$, $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{L}^{(i)}$.

$(516)^{(i)} = (51)$, en remplaçant i par $-i$ et posant $h = -(i-2)$, $\mathbf{K}^{(i)} = \mathbf{S}^{(i)}$.

$(517)^{(i)} = (167)$, $(518)^{(i)} = (168)$, $(519)^{(i)} = (169)$, en remplaçant i par $-i$ et posant $h = -(i-2)$, $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{1}{2}\mathbf{B}^{(i-1)}$.

$(520)^{(i)} = (84)$, $(521)^{(i)} = (85)$, en remplaçant i par $-i$ et posant $h = -(i-2)$, $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{L}^{(i)}$.

$(522)^{(i)} = (83)$, en remplaçant i par $-i$ et posant $h = -(i-2)$, $\mathbf{K}^{(i)} = \mathbf{S}^{(i)}$.

$(523)^{(i)} = (191)$, $(524)^{(i)} = (192)$, en remplaçant i par $-i$ et posant $h = (i-2)$, $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{1}{2}\mathbf{B}^{(i-1)}$.

$(525)^{(i)} = (118)$, en remplaçant i par $-i$ et posant $h = (i-2)$, $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{L}^{(i)}$.

$(526)^{(i)} = (215)$, en remplaçant i par $-i$ et posant $h = (i-2)$, $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{1}{2}\mathbf{B}^{(i-1)}$.

$(527)^{(i)} = (201)$, $(528)^{(i)} = (202)$, en posant $h = -(i-2)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{1}{2}\mathbf{B}^{(i-1)}$.

$(529)^{(i)} = (69)$, en posant $h = -(i-2)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{L}^{(i)}$.

$(530)^{(i)} = (221)$, en posant $h = -(i-2)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{1}{2}\mathbf{B}^{(i-1)}$.

$(531)^{(i)} = (33)$, en posant $h = -(i-4)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{3}{8}\mathbf{C}^{(i-2)}$.

$(532)^{(i)} = (69)$, en remplaçant i par $-i$ et posant $h = -(i-4)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{3}{8}\mathbf{C}^{(i-2)}$.

$(533)^{(i)} = (98)$, en remplaçant i par $-i$ et posant $h = -(i-4)$, $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{3}{8}\mathbf{C}^{(i-2)}$.

$(534)^{(i)} = (118)$, en remplaçant i par $-i$ et posant $h = -(i-4)$, $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{3}{8}\mathbf{C}^{(i-2)}$.

$(535)^{(i)} = (132)$, en remplaçant i par $-i$ et posant $h = -(i-4)$, $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{3}{8}\mathbf{C}^{(i-2)}$.

2. — Termes de même argument que les termes du second ordre.

$$+ \left\{ (536)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^8 + (537)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^6 \left(\frac{e'}{2}\right)^2 + (538)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^4 \left(\frac{e'}{2}\right)^4 + (539)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^2 \left(\frac{e'}{2}\right)^6 \right. \\ \left. + (540)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^6 \eta^2 + (541)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^4 \left(\frac{e'}{2}\right)^2 \eta^2 + (542)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^2 \left(\frac{e'}{2}\right)^4 \eta^2 + (543)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^4 \eta^4 \right. \\ \left. + (544)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^2 \left(\frac{e'}{2}\right)^2 \eta^4 + (545)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^2 \eta^6 \right\} \cos[i\ell - (i-2)\lambda - 2\omega].$$

$$+ \left\{ (546)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^7 \left(\frac{e'}{2}\right) + (547)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^5 \left(\frac{e'}{2}\right)^3 + (548)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^3 \left(\frac{e'}{2}\right)^5 + (549)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right) \left(\frac{e'}{2}\right)^7 \right. \\ \left. + (550)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^5 \left(\frac{e'}{2}\right) \eta^2 + (551)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^3 \left(\frac{e'}{2}\right)^3 \eta^2 + (552)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right) \left(\frac{e'}{2}\right)^5 \eta^2 + (553)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^3 \left(\frac{e'}{2}\right) \eta^4 \right. \\ \left. + (554)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right) \left(\frac{e'}{2}\right)^3 \eta^4 + (555)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right) \left(\frac{e'}{2}\right) \eta^6 \right\} \cos[(i+1)\ell - (i-1)\lambda - \varpi' - \omega]$$

$$\begin{aligned}
& + \left\{ (556)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^6 \left(\frac{e'}{2} \right)^2 + (557)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^4 \left(\frac{e'}{2} \right)^4 + (558)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^2 \left(\frac{e'}{2} \right)^6 + (559)^{(i)} \left(\frac{e'}{2} \right)^8 \right. \\
& \quad + (560)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^4 \left(\frac{e'}{2} \right)^2 \eta^2 + (561)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^2 \left(\frac{e'}{2} \right)^4 \eta^2 + (562)^{(i)} \left(\frac{e'}{2} \right)^6 \eta^2 + (563)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^2 \left(\frac{e'}{2} \right)^2 \eta^4 \\
& \quad \left. + (564)^{(i)} \left(\frac{e'}{2} \right)^4 \eta^4 + (565)^{(i)} \left(\frac{e'}{2} \right)^2 \eta^6 \right\} \cos[(i+2)l - i\lambda - 2\varpi'] \\
& + \left\{ (566)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^7 \left(\frac{e'}{2} \right) + (567)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^5 \left(\frac{e'}{2} \right)^3 + (568)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^3 \left(\frac{e'}{2} \right)^5 + (569)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^5 \left(\frac{e'}{2} \right) \eta^2 \right. \\
& \quad \left. + (570)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^3 \left(\frac{e'}{2} \right)^3 \eta^2 + (571)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^3 \left(\frac{e'}{2} \right) \eta^4 \right\} \cos[(i+1)l - (i+3)\lambda - \varpi' + 3\omega] \\
& + \left\{ (572)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^5 \left(\frac{e'}{2} \right)^3 + (573)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^3 \left(\frac{e'}{2} \right)^5 + (574)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right) \left(\frac{e'}{2} \right)^7 + (575)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^3 \left(\frac{e'}{2} \right)^3 \eta^2 \right. \\
& \quad \left. + (576)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right) \left(\frac{e'}{2} \right)^5 \eta^2 + (577)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right) \left(\frac{e'}{2} \right)^3 \eta^4 \right\} \cos[(i+3)l - (i+1)\lambda - 3\varpi' + \omega] \\
& + \left\{ (578)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^6 \left(\frac{e'}{2} \right)^2 + (579)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^4 \left(\frac{e'}{2} \right)^4 \right. \\
& \quad \left. + (580)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^4 \left(\frac{e'}{2} \right)^2 \eta^2 \right\} \cos[(i+2)l - (i+4)\lambda - 2\varpi' + 4\omega] \\
& + \left\{ (581)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^4 \left(\frac{e'}{2} \right)^4 + (582)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^2 \left(\frac{e'}{2} \right)^6 \right. \\
& \quad \left. + (583)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^2 \left(\frac{e'}{2} \right)^4 \eta^2 \right\} \cos[(i+4)l - (i+2)\lambda - 4\varpi' + 2\omega] \\
& + (584)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^5 \left(\frac{e'}{2} \right)^3 \cos[(i+3)l - (i+5)\lambda - 3\varpi' + 5\omega] \\
& + (585)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^3 \left(\frac{e'}{2} \right)^5 \cos[(i+5)l - (i+3)\lambda - 5\varpi' + 3\omega] \\
& + \left\{ (586)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^6 \eta^2 + (587)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^4 \left(\frac{e'}{2} \right)^2 \eta^2 + (588)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^2 \left(\frac{e'}{2} \right)^4 \eta^2 + (589)^{(i)} \left(\frac{e'}{2} \right)^6 \eta^2 \right. \\
& \quad \left. + (590)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^4 \eta^4 + (591)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^2 \left(\frac{e'}{2} \right)^2 \eta^4 + (592)^{(i)} \left(\frac{e'}{2} \right)^4 \eta^4 + (593)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^2 \eta^6 \right. \\
& \quad \left. + (594)^{(i)} \left(\frac{e'}{2} \right)^2 \eta^6 + (595)^{(i)} \eta^8 \right\} \cos[i l - (i-2)\lambda - 2\varpi'] \\
& + \left\{ (596)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^5 \left(\frac{e'}{2} \right) \eta^2 + (597)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^3 \left(\frac{e'}{2} \right)^3 \eta^2 + (598)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right) \left(\frac{e'}{2} \right)^5 \eta^2 + (599)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^3 \left(\frac{e'}{2} \right) \eta^4 \right. \\
& \quad \left. + (600)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right) \left(\frac{e'}{2} \right)^3 \eta^4 + (601)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right) \left(\frac{e'}{2} \right) \eta^6 \right\} \cos[(i+1)l - (i-1)\lambda - \varpi' + \omega - 2\varpi'] \\
\end{aligned}$$

B.

$$\begin{aligned}
& + \left\{ (602)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^5 \left(\frac{e'}{2} \right) \eta^2 + (603)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^3 \left(\frac{e'}{2} \right)^3 \eta^2 + (604)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right) \left(\frac{e'}{2} \right)^5 \eta^2 + (605)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^3 \left(\frac{e'}{2} \right) \eta^4 \right. \\
& \quad \left. + (606)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right) \left(\frac{e'}{2} \right)^3 \eta^4 + (607)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right) \left(\frac{e'}{2} \right)^6 \right\} \cos[(i-1)l' - (i-3)\lambda + \varpi' - \omega - 2\tau'] \\
& + \left\{ (608)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^6 \eta^2 + (609)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^4 \left(\frac{e'}{2} \right)^2 \eta^2 + (610)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^4 \eta^6 \right\} \cos[i l' - (i+2)\lambda + 4\omega - 2\tau'] \\
& + \left\{ (611)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^5 \left(\frac{e'}{2} \right) \eta^2 + (612)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^3 \left(\frac{e'}{2} \right)^3 \eta^2 \right. \\
& \quad \left. + (613)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^3 \left(\frac{e'}{2} \right) \eta^4 \right\} \cos[(i-1)l' - (i+1)\lambda + \varpi' + 3\omega - 2\tau'] \\
& + \left\{ (614)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^4 \left(\frac{e'}{2} \right)^2 \eta^2 + (615)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^2 \left(\frac{e'}{2} \right)^4 \eta^2 \right. \\
& \quad \left. + (616)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^2 \left(\frac{e'}{2} \right)^2 \eta^4 \right\} \cos[(i-2)l' - l\lambda + 2\varpi' + 2\omega - 2\tau'] \\
& + \left\{ (617)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^3 \left(\frac{e'}{2} \right)^3 \eta^2 + (618)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right) \left(\frac{e'}{2} \right)^5 \eta^2 \right. \\
& \quad \left. + (619)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right) \left(\frac{e'}{2} \right)^3 \eta^4 \right\} \cos[(i-3)l' - (i-1)\lambda + 3\varpi' + \omega - 2\tau'] \\
& + \left\{ (620)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^2 \left(\frac{e'}{2} \right)^4 \eta^2 + (621)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^6 \eta^2 \right. \\
& \quad \left. + (622)^{(i)} \left(\frac{e'}{2} \right)^4 \eta^4 \right\} \cos[(i-4)l' - (i-2)\lambda + 4\varpi' - 2\tau'] \\
& + \left\{ (623)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^4 \left(\frac{e'}{2} \right)^2 \eta^2 + (624)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^2 \left(\frac{e'}{2} \right)^4 \eta^2 \right. \\
& \quad \left. + (625)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^2 \left(\frac{e'}{2} \right)^2 \eta^4 \right\} \cos[(i+2)l' - i\lambda - 2\varpi' + 2\omega - 2\tau'] \\
& + \left\{ (626)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^4 \left(\frac{e'}{2} \right)^2 \eta^2 + (627)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^2 \left(\frac{e'}{2} \right)^4 \eta^2 \right. \\
& \quad \left. + (628)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^2 \left(\frac{e'}{2} \right)^2 \eta^4 \right\} \cos[(i-2)l' - (i-4)\lambda + 2\varpi' - 2\omega - 2\tau'] \\
& + (629)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^5 \left(\frac{e'}{2} \right) \eta^2 \cos[(i+1)l' - (i+3)\lambda - \varpi' + 3\omega - 2\tau'] \\
& + (630)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^3 \left(\frac{e'}{2} \right)^3 \eta^2 \cos[(i+3)l' - (i+1)\lambda - 3\varpi' + 3\omega - 2\tau'] \\
& + (631)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^3 \left(\frac{e'}{2} \right)^3 \eta^2 \cos[(i-3)l' - (i-5)\lambda + 3\varpi' - 3\omega - 2\tau']
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (632)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right) \left(\frac{e'}{2} \right)^5 \eta^2 \cos[(i-5)l' - (i-3)\lambda + 5\varpi' - \omega - 2\tau'] \\
& + \left\{ (633)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^4 \eta^4 + (634)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^2 \left(\frac{e'}{2} \right)^2 \eta^4 + (635)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^2 \eta^6 \right\} \cos[i l' - (i-2)\lambda + 2\omega - 4\tau'] \\
& + \left\{ (636)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^3 \left(\frac{e'}{2} \right) \eta^4 + (637)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right) \left(\frac{e'}{2} \right)^3 \eta^4 \right. \\
& \quad \left. + (638)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right) \left(\frac{e'}{2} \right) \eta^6 \right\} \cos[(i-1)l' - (i-3)\lambda + \varpi' + \omega - 4\tau'] \\
& + \left\{ (639)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^2 \left(\frac{e'}{2} \right)^2 \eta^4 + (640)^{(i)} \left(\frac{e'}{2} \right)^4 \eta^4 \right. \\
& \quad \left. + (641)^{(i)} \left(\frac{e'}{2} \right)^2 \eta^6 \right\} \cos[(i-2)l' - (i-4)\lambda + 2\varpi' - 4\tau'] \\
& + (642)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^3 \left(\frac{e'}{2} \right) \eta^4 \cos[(i+1)l' - (i-1)\lambda - \varpi' + 3\omega - 4\tau'] \\
& + (643)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right) \left(\frac{e'}{2} \right)^3 \eta^4 \cos[(i-3)l' - (i-5)\lambda + 3\varpi' - \omega - 4\tau'].
\end{aligned}$$

Les coefficients $(536)^{(i)}$, $(537)^{(i)}$, ... sont donnés par les formules suivantes :

$(536)^{(i)} = (177)$, $(537)^{(i)} = (178)$, $(538)^{(i)} = (179)$, $(539)^{(i)} = (180)$, en posant $h = i$ et
 $\mathbf{K}^{(i)} = \mathbf{A}^{(i)}$.

$(540)^{(i)} = (181)$, $(541)^{(i)} = (182)$, $(542)^{(i)} = (183)$, en posant $h = i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{E}^{(i)}$.

$(543)^{(i)} = (22)$, $(544)^{(i)} = 23$, en posant $h = i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \mathbf{G}^{(i)}$.

$(545)^{(i)} = (21)$, en posant $h = i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{H}^{(i)}$.

$(546)^{(i)} = (170)$, $(547)^{(i)} = (171)$, $(548)^{(i)} = (172)$, $(549)^{(i)} = (173)$, en posant $h = i$ et
 $\mathbf{K}^{(i)} = \mathbf{A}^{(i)}$.

$(550)^{(i)} = (174)$, $(551)^{(i)} = (175)$, $(552)^{(i)} = (176)$, en posant $h = i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{E}^{(i)}$.

$(553)^{(i)} = (52)$, $(554)^{(i)} = (53)$, en posant $h = i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \mathbf{G}^{(i)}$.

$(555)^{(i)} = (51)$, en posant $h = i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{H}^{(i)}$.

$(556)^{(i)} = (163)$, $(557)^{(i)} = (164)$, $(558)^{(i)} = (165)$, $(559)^{(i)} = (166)$, en posant $h = i$ et
 $\mathbf{K}^{(i)} = \mathbf{A}^{(i)}$.

$(560)^{(i)} = (167)$, $(561)^{(i)} = (168)$, $(562)^{(i)} = (169)$, en posant $h = i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{E}^{(i)}$.

$(563)^{(i)} = (84)$, $(564)^{(i)} = (85)$, en posant $h = i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{G}^{(i)}$.

$(565)^{(i)} = (88)$, en posant $h = i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{H}^{(i)}$.

$(566)^{(i)} = (198)$, $(567)^{(i)} = (199)$, $(568)^{(i)} = (200)$, en posant $h = -i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \mathbf{A}^{(i)}$.

$(569)^{(i)} = (201)$, $(570)^{(i)} = (202)$, en posant $h = -i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{E}^{(i)}$.

- (571)⁽ⁱ⁾ = (69), en posant $h = -i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \mathbf{G}^{(i)}$.
- (572)⁽ⁱ⁾ = (188), (573)⁽ⁱ⁾ = (189), (574)⁽ⁱ⁾ = (190), en posant $h = -i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \mathbf{A}^{(i)}$.
- (575)⁽ⁱ⁾ = (191), (576)⁽ⁱ⁾ = (192), en posant $h = -i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{E}^{(i)}$.
- (577)⁽ⁱ⁾ = (118), en posant $h = -i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \mathbf{G}^{(i)}$.
- (578)⁽ⁱ⁾ = (219), (579)⁽ⁱ⁾ = (220), en posant $h = -i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \mathbf{A}^{(i)}$.
- (580)⁽ⁱ⁾ = (221), en posant $h = -i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{E}^{(i)}$.
- (581)⁽ⁱ⁾ = (213), (582)⁽ⁱ⁾ = (214), en posant $h = -i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \mathbf{A}^{(i)}$.
- (583)⁽ⁱ⁾ = (215), en posant $h = -i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{E}^{(i)}$.
- (584)⁽ⁱ⁾ = (233), en posant $h = -i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \mathbf{A}^{(i)}$.
- (585)⁽ⁱ⁾ = (231), en posant $h = -i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \mathbf{A}^{(i)}$.
- (586)⁽ⁱ⁾ = (160), (587)⁽ⁱ⁾ = (161), (588)⁽ⁱ⁾ = (162), (589)⁽ⁱ⁾ = (10), en posant $h = i - 2$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \mathbf{B}^{(i-1)}$.
- (590)⁽ⁱ⁾ = (4), (591)⁽ⁱ⁾ = (5), (592)⁽ⁱ⁾ = (6), en posant $h = i - 2$ et $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{L}^{(i)}$.
- (593)⁽ⁱ⁾ = (2), (594)⁽ⁱ⁾ = (3), en posant $h = i - 2$ et $\mathbf{K}^{(i)} = 2\mathbf{S}^{(i)}$.
- (595)⁽ⁱ⁾ = (1), en posant $h = i - 2$ et $\mathbf{K}^{(i)} = -2\mathbf{J}^{(i)}$.
- (596)⁽ⁱ⁾ = (174), (597)⁽ⁱ⁾ = (175), (598)⁽ⁱ⁾ = (176), en posant $h = -(i - 2)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{1}{2}\mathbf{B}^{(i-1)}$.
- (599)⁽ⁱ⁾ = (52), (600)⁽ⁱ⁾ = (53), en posant $h = -(i - 2)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{L}^{(i)}$.
- (601)⁽ⁱ⁾ = (51), en posant $h = -(i - 2)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \mathbf{S}^{(i)}$.
- (602)⁽ⁱ⁾ = (174), (603)⁽ⁱ⁾ = (175), (604)⁽ⁱ⁾ = (176), en remplaçant i par $-i$, et posant $h = i - 2$, $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{1}{2}\mathbf{B}^{(i-1)}$.
- (605)⁽ⁱ⁾ = (52), (606)⁽ⁱ⁾ = (53), en remplaçant i par $-i$, et posant $h = i - 2$, $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{L}^{(i)}$.
- (607)⁽ⁱ⁾ = (51), en remplaçant i par $-i$, et posant $h = i - 2$, $\mathbf{K}^{(i)} = \mathbf{S}^{(i)}$.
- (608)⁽ⁱ⁾ = (206), (609)⁽ⁱ⁾ = (207), en posant $h = -(i - 2)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{1}{2}\mathbf{B}^{(i-1)}$.
- (610)⁽ⁱ⁾ = (33), en posant $h = -(i - 2)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{L}^{(i)}$.
- (611)⁽ⁱ⁾ = (201), (612)⁽ⁱ⁾ = (202), en remplaçant i par $-i$, et posant $h = -(i - 2)$, $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{1}{2}\mathbf{B}^{(i-1)}$.
- (613)⁽ⁱ⁾ = (69), en remplaçant i par $-i$, et posant $h = -(i - 2)$, $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{L}^{(i)}$.
- (614)⁽ⁱ⁾ = (196), (615)⁽ⁱ⁾ = (197), en remplaçant i par $-i$, et posant $h = -(i - 2)$, $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{1}{2}\mathbf{B}^{(i-1)}$.
- (616)⁽ⁱ⁾ = (98), en remplaçant i par $-i$, et posant $h = -(i - 2)$, $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{L}^{(i)}$.
- (617)⁽ⁱ⁾ = (191), (618)⁽ⁱ⁾ = (192), en remplaçant i par $-i$, et posant $h = -(i - 2)$, $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{1}{2}\mathbf{B}^{(i-1)}$.
- (619)⁽ⁱ⁾ = (118), en remplaçant i par $-i$, et posant $h = -(i - 2)$, $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{L}^{(i)}$.
- (620)⁽ⁱ⁾ = (187), (621)⁽ⁱ⁾ = (134), en remplaçant i par $-i$, et posant $h = -(i - 2)$, $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{1}{2}\mathbf{B}^{(i-1)}$.

- (622)⁽ⁱ⁾ = (132), en remplaçant i par $-i$, et posant $h = -(i-2)$, $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{L}^{(i)}$.
- (623)⁽ⁱ⁾ = (196), (624)⁽ⁱ⁾ = (197), en posant $h = -(i-2)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{1}{2}\mathbf{B}^{(i-1)}$.
- (625)⁽ⁱ⁾ = (98), en posant $h = -(i-2)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{L}^{(i)}$.
- (626)⁽ⁱ⁾ = (196), (627)⁽ⁱ⁾ = (197), en remplaçant i par $-i$, et posant $h = (i-2)$, $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{1}{2}\mathbf{B}^{(i-1)}$.
- (628)⁽ⁱ⁾ = (98), en remplaçant i par $-i$, et posant $h = (i-2)$, $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{L}^{(i)}$.
- (629)⁽ⁱ⁾ = (224), en posant $h = -(i-2)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{1}{2}\mathbf{B}^{(i-1)}$.
- (630)⁽ⁱ⁾ = (218), en posant $h = -(i-2)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{1}{2}\mathbf{B}^{(i-1)}$.
- (631)⁽ⁱ⁾ = (218), en remplaçant i par $-i$, et posant $h = i-2$, $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{1}{2}\mathbf{B}^{(i-1)}$.
- (632)⁽ⁱ⁾ = (212), en remplaçant i par $-i$, et posant $h = (i-2)$, $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{1}{2}\mathbf{B}^{(i-1)}$.
- (633)⁽ⁱ⁾ = (22), (634)⁽ⁱ⁾ = (23), en posant $h = -(i-4)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{3}{8}\mathbf{C}^{(i-2)}$.
- (635)⁽ⁱ⁾ = (21), en posant $h = -(i-4)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{T}^{(i)}$.
- (636)⁽ⁱ⁾ = (52), (637)⁽ⁱ⁾ = (53), en remplaçant i par $-i$, et posant $h = -(i-4)$, $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{3}{8}\mathbf{C}^{(i-2)}$.
- (638)⁽ⁱ⁾ = (51), en remplaçant i par $-i$, et posant $h = -(i-4)$, $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{T}^{(i)}$.
- (639)⁽ⁱ⁾ = (84), (640)⁽ⁱ⁾ = (85), en remplaçant i par $-i$, et posant $h = -(i-4)$, $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{3}{8}\mathbf{C}^{(i-2)}$.
- (641)⁽ⁱ⁾ = (83), en remplaçant i par $-i$, et posant $h = -(i-4)$, $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{T}^{(i)}$.
- (642)⁽ⁱ⁾ = (69), en posant $h = -(i-4)$, $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{3}{8}\mathbf{C}^{(i-2)}$.
- (643)⁽ⁱ⁾ = (118), en remplaçant i par $-i$, et posant $h = (i-4)$, $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{3}{8}\mathbf{C}^{(i-2)}$.

3. — Termes de même argument que les termes du quatrième ordre.

$$\begin{aligned}
 & + \left\{ (644)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^8 + (645)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^6 \left(\frac{e'}{2}\right)^2 + (646)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^4 \left(\frac{e'}{2}\right)^4 + (647)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^6 \eta^2 \right. \\
 & \quad \left. + (648)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^4 \left(\frac{e'}{2}\right)^2 \eta^2 + (649)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^4 \eta^4 \right\} \cos[i l' - (i-4)\lambda - 4\omega] \\
 & + \left\{ (650)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^7 \left(\frac{e'}{2}\right) + (651)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^5 \left(\frac{e'}{2}\right)^3 + (652)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^3 \left(\frac{e'}{2}\right)^5 + (653)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^3 \left(\frac{e'}{2}\right) \eta^2 \right. \\
 & \quad \left. + (654)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^3 \left(\frac{e'}{2}\right)^3 \eta^2 + (655)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^3 \left(\frac{e'}{2}\right) \eta^4 \right\} \cos[(i+1)l' - (i-3)\lambda - \varpi' - 3\omega] \\
 & + \left\{ (656)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^6 \left(\frac{e'}{2}\right)^2 + (657)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^4 \left(\frac{e'}{2}\right)^4 + (658)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^2 \left(\frac{e'}{2}\right)^6 + (659)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^4 \left(\frac{e'}{2}\right)^2 \eta^2 \right. \\
 & \quad \left. + (660)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^2 \left(\frac{e'}{2}\right)^4 \eta^2 + (661)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^2 \left(\frac{e'}{2}\right)^2 \eta^4 \right\} \cos[(i+2)l' - (i-2)\lambda - 2\varpi' - 2\omega]
 \end{aligned}$$

DÉVELOPPEMENT DE LA FONCTION PERTURBATRICE.

$$\begin{aligned}
& + \left\{ (662)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^3 \left(\frac{e'}{2} \right)^3 + (663)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^3 \left(\frac{e'}{2} \right)^5 + (664)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right) \left(\frac{e'}{2} \right)^7 + (665)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^3 \left(\frac{e'}{2} \right)^3 \eta^2 \right. \\
& \quad \left. + (666)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right) \left(\frac{e'}{2} \right)^5 \eta^2 + (667)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right) \left(\frac{e'}{2} \right)^3 \eta^4 \right\} \cos[(i+3)l' - (i-1)\lambda - 3\varpi' - \omega] \\
& + \left\{ (668)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^4 \left(\frac{e'}{2} \right)^4 + (669)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^2 \left(\frac{e'}{2} \right)^6 + (670)^{(i)} \left(\frac{e'}{2} \right)^8 + (671)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^2 \left(\frac{e'}{2} \right)^4 \eta^2 \right. \\
& \quad \left. + (672)^{(i)} \left(\frac{e'}{2} \right)^6 \eta^2 + (673) \left(\frac{e'}{2} \right)^4 \eta^4 \right\} \cos[(i+4)l' - i\lambda - 4\varpi'] \\
& + \left\{ (674)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^7 \left(\frac{e'}{2} \right) + (675)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^5 \left(\frac{e'}{2} \right)^3 \right. \\
& \quad \left. + (676)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^5 \left(\frac{e'}{2} \right) \eta^2 \right\} \cos[i + 1)l' - (i + 5)\lambda - \varpi' + 5\omega] \\
& + \left\{ (677)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^3 \left(\frac{e'}{2} \right)^5 + (678)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right) \left(\frac{e'}{2} \right)^7 \right. \\
& \quad \left. + (679)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right) \left(\frac{e'}{2} \right)^5 \eta^2 \right\} \cos[(i+5)l' - (i+1)\lambda - 5\varpi' + \omega] \\
& + (680)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^6 \left(\frac{e'}{2} \right)^2 \cos[(i+2)l' - (i+6)\lambda - 2\varpi' + 6\omega] \\
& + (681)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^2 \left(\frac{e'}{2} \right)^6 \cos[(i+6)l' - (i+2)\lambda - 6\varpi' + 2\omega] \\
& + \left\{ (682)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^6 \eta^2 + (683)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^4 \left(\frac{e'}{2} \right)^2 \eta^2 + (684)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^2 \left(\frac{e'}{2} \right)^4 \eta^2 + (685)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^4 \eta^4 \right. \\
& \quad \left. + (686)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^2 \left(\frac{e'}{2} \right)^2 \eta^4 + (687)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^2 \eta^6 \right\} \cos[i l' - (i-4)\lambda - 2\omega - 2\tau'] \\
& + \left\{ (688)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^5 \left(\frac{e'}{2} \right) \eta^2 + (689)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^3 \left(\frac{e'}{2} \right)^3 \eta^2 + (690)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right) \left(\frac{e'}{2} \right)^5 \eta^2 \right. \\
& \quad \left. + (691)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^3 \left(\frac{e'}{2} \right) \eta^4 + (692)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right) \left(\frac{e'}{2} \right)^3 \eta^4 \right. \\
& \quad \left. + (693)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right) \left(\frac{e'}{2} \right) \eta^6 \right\} \cos[(i+1)l' - (i-3)\lambda - \varpi' - \omega - 2\tau'] \\
& + \left\{ (694)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^4 \left(\frac{e'}{2} \right)^2 \eta^2 + (695)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^2 \left(\frac{e'}{2} \right)^4 \eta^2 + (696)^{(i)} \left(\frac{e'}{2} \right)^6 \eta^2 + (697)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^2 \left(\frac{e'}{2} \right)^2 \eta^4 \right. \\
& \quad \left. + (698)^{(i)} \left(\frac{e'}{2} \right)^4 \eta^4 + (699)^{(i)} \left(\frac{e'}{2} \right)^2 \eta^6 \right\} \cos[(i+2)l' - (i-2)\lambda - 2\varpi' - 2\tau']
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left\{ (\gamma_{00})^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^3 \left(\frac{e'}{2}\right) \eta^2 + (\gamma_{01})^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^3 \left(\frac{e'}{2}\right)^3 \eta^2 \right. \\
& \quad \left. + (\gamma_{02})^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^3 \left(\frac{e'}{2}\right) \eta^4 \right\} \cos[(i-1)l' - (i-5)\lambda + \varpi' - 3\omega - 2\tau'] \\
& + \left\{ (\gamma_{03})^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^3 \left(\frac{e'}{2}\right)^3 \eta^2 + (\gamma_{04})^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right) \left(\frac{e'}{2}\right)^5 \eta^2 \right. \\
& \quad \left. + (\gamma_{05})^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right) \left(\frac{e'}{2}\right)^3 \eta^4 \right\} \cos[(i+3)l' - (i-1)\lambda - 3\varpi' + \omega - 2\tau'] \\
& + (\gamma_{06})^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^6 \eta^2 \cos[i l' - (i+4)\lambda + 6\omega - 2\tau'] \\
& + (\gamma_{07})^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^5 \left(\frac{e'}{2}\right) \eta^2 \cos[(i-1)l' - (i+3)\lambda + \varpi' + 5\omega - 2\tau'] \\
& + (\gamma_{08})^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^4 \left(\frac{e'}{2}\right)^2 \eta^2 \cos[(i-2)l' - (i+2)\lambda + 2\varpi' + 4\omega - 2\tau'] \\
& + (\gamma_{09})^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^3 \left(\frac{e'}{2}\right)^3 \eta^2 \cos[(i-3)l' - (i+1)\lambda + 3\varpi' + 3\omega - 2\tau'] \\
& + (\gamma_{10})^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^2 \left(\frac{e'}{2}\right)^4 \eta^2 \cos[(i-4)l' - i\lambda + 4\varpi' + 2\omega - 2\tau'] \\
& + (\gamma_{11})^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right) \left(\frac{e'}{2}\right)^5 \eta^2 \cos[(i-5)l' - (i-1)\lambda + 5\varpi' + \omega - 2\tau'] \\
& + (\gamma_{12})^{(i)} \left(\frac{e'}{2}\right)^6 \eta^2 \cos[(i-6)l' - (i-2)\lambda + 6\varpi' - 2\tau'] \\
& + (\gamma_{13})^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^4 \left(\frac{e'}{2}\right)^2 \eta^2 \cos[(i-2)l' - (i-6)\lambda + 2\varpi' - 4\omega - 2\tau'] \\
& + (\gamma_{14})^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^2 \left(\frac{e'}{2}\right)^4 \eta^2 \cos[(i+4)l' - i\lambda - 4\varpi' + 2\omega - 2\tau'] \\
& + \left\{ (\gamma_{15})^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^4 \eta^4 + (\gamma_{16})^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^2 \left(\frac{e'}{2}\right)^2 \eta^4 + (\gamma_{17})^{(i)} \left(\frac{e'}{2}\right)^4 \eta^4 + (\gamma_{18})^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^2 \eta^6 \right. \\
& \quad \left. + (\gamma_{19})^{(i)} \left(\frac{e'}{2}\right)^2 \eta^6 + (\gamma_{20})^{(i)} \eta^8 \right\} \cos[i l' - (i-4)\lambda - 4\tau'] \\
& + \left\{ (\gamma_{21})^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^3 \left(\frac{e'}{2}\right) \eta^4 + (\gamma_{22})^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right) \left(\frac{e'}{2}\right)^3 \eta^4 \right. \\
& \quad \left. + (\gamma_{23})^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right) \left(\frac{e'}{2}\right) \eta^6 \right\} \cos[(i+1)l' - (i-3)\lambda - \varpi' + \omega - 4\tau']
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left\{ (\gamma_{24})^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^3 \left(\frac{e'}{2} \right) \eta^4 + (\gamma_{25})^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right) \left(\frac{e'}{2} \right)^3 \eta^4 \right. \\
& \quad \left. + (\gamma_{26})^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right) \left(\frac{e'}{2} \right) \eta^6 \right\} \cos[(i-1)l' - (i-5)\lambda + \varpi' - \omega - 4\tau'] \\
& + (\gamma_{27})^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^2 \left(\frac{e'}{2} \right)^2 \eta^4 \cos[(i+2)l' - (i-2)\lambda - 2\varpi' + 2\omega - 4\tau'] \\
& + (\gamma_{28})^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^2 \left(\frac{e'}{2} \right)^2 \eta^4 \cos[(i-2)l' - (i-6)\lambda + 2\varpi' - 2\omega - 4\tau'] \\
& + (\gamma_{29})^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^2 \eta^6 \cos[i l' - (i-4)\lambda + 2\omega - 6\tau'] \\
& + (\gamma_{30})^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right) \left(\frac{e'}{2} \right) \eta^6 \cos[(i-1)l' - (i-5)\lambda + \varpi' + \omega - 6\tau'] \\
& + (\gamma_{31})^{(i)} \left(\frac{e'}{2} \right)^2 \eta^6 \cos[(i-2)l' - (i-6)\lambda + 2\varpi' - 6\tau'].
\end{aligned}$$

Les coefficients $(644)^{(i)}$, $(645)^{(i)}$, ... sont donnés par les formules suivantes :

- $(644)^{(i)} = (203)$, $(645)^{(i)} = (204)$, $(646)^{(i)} = (205)$, en posant $h = i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \mathbf{A}^{(i)}$.
- $(647)^{(i)} = (206)$, $(648)^{(i)} = (207)$, en posant $h = i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{E}^{(i)}$.
- $(649)^{(i)} = (33)$, en posant $h = i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \mathbf{G}^{(i)}$.
- $(650)^{(i)} = (198)$, $(651)^{(i)} = (199)$, $(652)^{(i)} = (200)$, en posant $h = i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \mathbf{A}^{(i)}$.
- $(653)^{(i)} = (201)$, $(654)^{(i)} = (202)$, en posant $h = i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{E}^{(i)}$.
- $(655)^{(i)} = (69)$, en posant $h = i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \mathbf{G}^{(i)}$.
- $(656)^{(i)} = (193)$, $(657)^{(i)} = (194)$, $(658)^{(i)} = (195)$, en posant $h = i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \mathbf{A}^{(i)}$.
- $(659)^{(i)} = (196)$, $(660)^{(i)} = (197)$, en posant $h = i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{E}^{(i)}$.
- $(661)^{(i)} = (98)$, en posant $h = i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \mathbf{G}^{(i)}$.
- $(662)^{(i)} = (188)$, $(663)^{(i)} = (189)$, $(664)^{(i)} = (190)$, en posant $h = i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \mathbf{A}^{(i)}$.
- $(665)^{(i)} = (191)$, $(666)^{(i)} = (192)$, en posant $h = i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{E}^{(i)}$.
- $(667)^{(i)} = (118)$, en posant $h = i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \mathbf{G}^{(i)}$.
- $(668)^{(i)} = (184)$, $(669)^{(i)} = (185)$, $(670)^{(i)} = (186)$, en posant $h = i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \mathbf{A}^{(i)}$.
- $(671)^{(i)} = (187)$, $(672)^{(i)} = (134)$, en posant $h = i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{E}^{(i)}$.
- $(673)^{(i)} = (132)$, en posant $h = i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \mathbf{G}^{(i)}$.
- $(674)^{(i)} = (222)$, $(675)^{(i)} = (223)$, en posant $h = -i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \mathbf{A}^{(i)}$.
- $(676)^{(i)} = (224)$, en posant $h = -i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{E}^{(i)}$.
- $(677)^{(i)} = (210)$, $(678)^{(i)} = (211)$, en posant $h = -i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \mathbf{A}^{(i)}$.
- $(679)^{(i)} = (212)$, en posant $h = -i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{E}^{(i)}$.

- (680)⁽ⁱ⁾ = (234), en posant $h = -i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \mathbf{A}^{(i)}$.
- (681)⁽ⁱ⁾ = (230), en posant $h = -i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \mathbf{A}^{(i)}$.
- (682)⁽ⁱ⁾ = (181), (683)⁽ⁱ⁾ = (182), (684)⁽ⁱ⁾ = (183), en posant $h = (i-2)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{1}{2}\mathbf{B}^{(i-1)}$.
- (685)⁽ⁱ⁾ = (22), (686)⁽ⁱ⁾ = (23), en posant $h = (i-2)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{L}^{(i)}$.
- (687)⁽ⁱ⁾ = (21), en posant $h = (i-2)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \mathbf{S}^{(i)}$.
- (688)⁽ⁱ⁾ = (174), (689)⁽ⁱ⁾ = (175), (690)⁽ⁱ⁾ = (176), en posant $h = (i-2)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{1}{2}\mathbf{B}^{(i-1)}$.
- (691)⁽ⁱ⁾ = (52), (692)⁽ⁱ⁾ = (53), en posant $h = (i-2)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{L}^{(i)}$.
- (693)⁽ⁱ⁾ = (51), en posant $h = (i-2)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \mathbf{S}^{(i)}$.
- (694)⁽ⁱ⁾ = (167), (695)⁽ⁱ⁾ = (168), (696)⁽ⁱ⁾ = (169), en posant $h = (i-2)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{1}{2}\mathbf{B}^{(i-1)}$.
- (697)⁽ⁱ⁾ = (84), (698)⁽ⁱ⁾ = (85), en posant $h = (i-2)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{L}^{(i)}$.
- (699)⁽ⁱ⁾ = (83), en posant $h = (i-2)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \mathbf{S}^{(i)}$.
- (700)⁽ⁱ⁾ = (201), (701)⁽ⁱ⁾ = (202), en remplaçant i par $-i$, et posant $h = (i-2)$,
 $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{1}{2}\mathbf{B}^{(i-1)}$.
- (702)⁽ⁱ⁾ = (69), en remplaçant i par $-i$, et posant $h = (i-2)$, $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{L}^{(i)}$.
- (703)⁽ⁱ⁾ = (191), (704)⁽ⁱ⁾ = (192), en posant $h = -(i-2)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{1}{2}\mathbf{B}^{(i-1)}$.
- (705)⁽ⁱ⁾ = (118), en posant $h = -(i-2)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{L}^{(i)}$.
- (706)⁽ⁱ⁾ = (227), en posant $h = -(i-2)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{1}{2}\mathbf{B}^{(i-1)}$.
- (707)⁽ⁱ⁾ = (224), en remplaçant i par $-i$, et posant $h = -(i-2)$, $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{1}{2}\mathbf{B}^{(i-1)}$.
- (708)⁽ⁱ⁾ = (221), en remplaçant i par $-i$, et posant $h = -(i-2)$, $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{1}{2}\mathbf{B}^{(i-1)}$.
- (709)⁽ⁱ⁾ = (218), en remplaçant i par $-i$, et posant $h = -(i-2)$, $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{1}{2}\mathbf{B}^{(i-1)}$.
- (710)⁽ⁱ⁾ = (215), en remplaçant i par $-i$, et posant $h = -(i-2)$, $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{1}{2}\mathbf{B}^{(i-1)}$.
- (711)⁽ⁱ⁾ = (212), en remplaçant i par $-i$, et posant $h = -(i-2)$, $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{1}{2}\mathbf{B}^{(i-1)}$.
- (712)⁽ⁱ⁾ = (151), en remplaçant i par $-i$, et posant $h = -(i-2)$, $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{1}{2}\mathbf{B}^{(i-1)}$.
- (713)⁽ⁱ⁾ = (221), en remplaçant i par $-i$, et posant $h = (i-2)$, $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{1}{2}\mathbf{B}^{(i-1)}$.
- (714)⁽ⁱ⁾ = (215), en posant $h = -(i-2)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{1}{2}\mathbf{B}^{(i-1)}$.
- (715)⁽ⁱ⁾ = (4), (716)⁽ⁱ⁾ = (5), (717)⁽ⁱ⁾ = (6), en posant $h = (i-4)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{3}{4}\mathbf{C}^{(i-2)}$.
- (718)⁽ⁱ⁾ = (2), (719)⁽ⁱ⁾ = (3), en posant $h = (i-4)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = -2\mathbf{T}^{(i)}$.
- (720)⁽ⁱ⁾ = (1), en posant $h = (i-4)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = 2\mathbf{X}^{(i)}$.
- (721)⁽ⁱ⁾ = (52), (722)⁽ⁱ⁾ = (53), en posant $h = -(i-4)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{3}{8}\mathbf{C}^{(i-2)}$.
- (723)⁽ⁱ⁾ = (51), en posant $h = -(i-4)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{T}^{(i)}$.
- (724)⁽ⁱ⁾ = (52), (725)⁽ⁱ⁾ = (53), en remplaçant i par $-i$, et posant $h = (i-4)$,
 $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{3}{8}\mathbf{C}^{(i-2)}$.
- (726)⁽ⁱ⁾ = (51), en remplaçant i par $-i$, et posant $h = (i-4)$, $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{T}^{(i)}$.
- (727)⁽ⁱ⁾ = (98), en posant $h = -(i-4)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{3}{8}\mathbf{C}^{(i-2)}$.
- (728)⁽ⁱ⁾ = (98), en remplaçant i par $-i$, et posant $h = (i-4)$, $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{3}{8}\mathbf{C}^{(i-2)}$.

$(729)^{(i)} = (21)$, en posant $h = -(i-6)$ et $K^{(i)} = \frac{5}{16}D^{(i-3)}$.

$(730)^{(i)} = (51)$, en remplaçant i par $-i$, et posant $h = -(i-6)$, $K^{(i)} = \frac{5}{16}D^{(i-3)}$.

$(731)^{(i)} = (83)$, en remplaçant i par $-i$, et posant $h = -(i-6)$, $K^{(i)} = \frac{5}{16}D^{(i-3)}$.

4. — Termes de même argument que les termes du sixième ordre.

$$\begin{aligned}
& + \left\{ (732)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^8 + (733)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^6 \left(\frac{e'}{2}\right)^2 + (734)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^6 \eta^2 \right\} \cos[(il' - (i-6)\lambda - 6\omega)] \\
& + \left\{ (735)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^7 \left(\frac{e'}{2}\right) + (736)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^5 \left(\frac{e'}{2}\right)^3 \right. \\
& \quad \left. + (737)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^5 \left(\frac{e'}{2}\right) \eta^2 \right\} \cos[(i+1)l' - (i-5)\lambda - \varpi' - 5\omega] \\
& + \left\{ (738)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^6 \left(\frac{e'}{2}\right)^2 + (739)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^4 \left(\frac{e'}{2}\right)^4 \right. \\
& \quad \left. + (740)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^4 \left(\frac{e'}{2}\right)^2 \eta^2 \right\} \cos[(i+2)l' - (i-4)\lambda - 2\varpi' - 4\omega] \\
& + \left\{ (741)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^5 \left(\frac{e'}{2}\right)^3 + (742)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^3 \left(\frac{e'}{2}\right)^5 \right. \\
& \quad \left. + (743)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^3 \left(\frac{e'}{2}\right)^3 \eta^2 \right\} \cos[(i+3)l' - (i-3)\lambda - 3\varpi' - 3\omega] \\
& + \left\{ (744)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^4 \left(\frac{e'}{2}\right)^4 + (745)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^2 \left(\frac{e'}{2}\right)^6 \right. \\
& \quad \left. + (746)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^2 \left(\frac{e'}{2}\right)^4 \eta^2 \right\} \cos[(i+4)l' - (i-2)\lambda - 4\varpi' - 2\omega] \\
& + \left\{ (747)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^3 \left(\frac{e'}{2}\right)^5 + (748)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right) \left(\frac{e'}{2}\right)^7 \right. \\
& \quad \left. + (749)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right) \left(\frac{e'}{2}\right)^5 \eta^2 \right\} \cos[(i+5)l' - (i-1)\lambda - 5\varpi' - \omega] \\
& + \left\{ (750)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^2 \left(\frac{e'}{2}\right)^6 + (751)^{(i)} \left(\frac{e'}{2}\right)^8 + (752)^{(i)} \left(\frac{e'}{2}\right)^6 \eta^2 \right\} \cos[(i+6)l' - i\lambda - 6\varpi'] \\
& + (753)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^7 \left(\frac{e'}{2}\right) \cos[(i+1)l' - (i+7)\lambda - \varpi' + 7\omega] \\
& + (754)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right) \left(\frac{e'}{2}\right)^7 \cos[(i+7)l' - (\iota+1)\lambda - 7\varpi' + \omega]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left\{ (\text{755})^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^6 \eta^2 + (\text{756})^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^4 \left(\frac{e'}{2}\right)^2 \eta^2 \right. \\
& \quad \left. + (\text{757})^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^4 \eta^4 \right\} \cos[i l' - (i - 6)\lambda - 4\omega - {}_2\tau'] \\
& + \left\{ (\text{758})^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^5 \left(\frac{e'}{2}\right) \eta^2 + (\text{759})^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^3 \left(\frac{e'}{2}\right)^3 \eta^2 \right. \\
& \quad \left. + (\text{760})^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^3 \left(\frac{e'}{2}\right) \eta^4 \right\} \cos[(i + 1)l' - (i - 5)\lambda - {}_2\varpi' - 3\omega - {}_2\tau'] \\
& + \left\{ (\text{761})^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^4 \left(\frac{e'}{2}\right)^2 \eta^2 + (\text{762})^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^2 \left(\frac{e'}{2}\right)^4 \eta^2 \right. \\
& \quad \left. + (\text{763})^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^2 \left(\frac{e'}{2}\right)^2 \eta^4 \right\} \cos[(i + 2)l' - (i - 4)\lambda - {}_2\varpi' - {}_2\omega - {}_2\tau'] \\
& + \left\{ (\text{764})^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^3 \left(\frac{e'}{2}\right)^3 \eta^2 + (\text{765})^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right) \left(\frac{e'}{2}\right)^5 \eta^2 \right. \\
& \quad \left. + (\text{766})^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right) \left(\frac{e'}{2}\right)^3 \eta^4 \right\} \cos[(i + 3)l' - (i - 3)\lambda - 3\varpi' - \omega - {}_2\tau'] \\
& + \left\{ (\text{767})^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^2 \left(\frac{e'}{2}\right)^4 \eta^2 + (\text{768})^{(i)} \left(\frac{e'}{2}\right)^6 \eta^2 \right. \\
& \quad \left. + (\text{769})^{(i)} \left(\frac{e'}{2}\right)^4 \eta^4 \right\} \cos[(i + 4)l' - (i - 2)\lambda - 4\varpi' - {}_2\tau'] \\
& + (\text{770})^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^5 \left(\frac{e'}{2}\right) \eta^2 \cos[(i - 1)l' - (i - 7)\lambda + {}_2\varpi' - 5\omega - {}_2\tau'] \\
& + (\text{771})^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right) \left(\frac{e'}{2}\right)^5 \eta^2 \cos[(i + 5)l' - (i - 1)\lambda - 5\varpi' + \omega - {}_2\tau'] \\
& + \left\{ (\text{772})^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^4 \eta^4 + (\text{773})^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^2 \left(\frac{e'}{2}\right)^2 \eta^4 \right. \\
& \quad \left. + (\text{774})^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^2 \eta^6 \right\} \cos[i l' - (i - 6)\lambda - {}_2\omega - 4\tau'] \\
& + \left\{ (\text{775})^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^3 \left(\frac{e'}{2}\right) \eta^4 + (\text{776})^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right) \left(\frac{e'}{2}\right)^3 \eta^4 \right. \\
& \quad \left. + (\text{777})^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right) \left(\frac{e'}{2}\right) \eta^6 \right\} \cos[(i + 1)l' - (i - 5)\lambda - {}_2\varpi' - \omega - 4\tau'] \\
& + \left\{ (\text{778})^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^2 \left(\frac{e'}{2}\right)^2 \eta^4 + (\text{779})^{(i)} \left(\frac{e'}{2}\right)^4 \eta^4 \right. \\
& \quad \left. + (\text{780})^{(i)} \left(\frac{e'}{2}\right)^2 \eta^6 \right\} \cos[(i + 2)l' - (i - 4)\lambda - {}_2\varpi' - 4\tau']
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (781)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^3 \left(\frac{e'}{2} \right) \eta^4 \cos[(i-1)l' - (i-7)\lambda + \varpi' - 3\omega - 4\tau'] \\
& + (782)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right) \left(\frac{e'}{2} \right)^3 \eta^4 \cos[(i+3)l' - (i-3)\lambda - 3\varpi' + \omega - 4\tau'] \\
& + \left\{ (783)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^2 \eta^6 + (784)^{(i)} \left(\frac{e'}{2} \right)^2 \eta^6 + (785)^{(i)} \eta^8 \right\} \cos[i l' - (i-6)\lambda - 6\tau'] \\
& + (786)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right) \left(\frac{e'}{2} \right) \eta^6 \cos[(i+1)l' - (i-5)\lambda - \varpi' + \omega - 6\tau'] \\
& + (787)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right) \left(\frac{e'}{2} \right) \eta^6 [(i-1)l' - (i-7)\lambda + \varpi' - \omega - 6\tau'].
\end{aligned}$$

Les coefficients $(732)^{(i)}$, $(733)^{(i)}$, ... sont donnés par les formules suivantes :

- $(732)^{(i)} = (225)$, $(733)^{(i)} = (226)$, en posant $h = i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \mathbf{A}^{(i)}$.
- $(734)^{(i)} = (227)$, en posant $h = i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{E}^{(i)}$.
- $(735)^{(i)} = (222)$, $(736)^{(i)} = (223)$, en posant $h = i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \mathbf{A}^{(i)}$.
- $(737)^{(i)} = (224)$, en posant $h = i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{E}^{(i)}$.
- $(738)^{(i)} = (219)$, $(739)^{(i)} = (220)$, en posant $h = i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \mathbf{A}^{(i)}$.
- $(740)^{(i)} = (221)$, en posant $h = i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{E}^{(i)}$.
- $(741)^{(i)} = (216)$, $(742)^{(i)} = (217)$, en posant $h = i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \mathbf{A}^{(i)}$.
- $(743)^{(i)} = (218)$, en posant $h = i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{E}^{(i)}$.
- $(744)^{(i)} = (213)$, $(745)^{(i)} = (214)$, en posant $h = i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \mathbf{A}^{(i)}$.
- $(746)^{(i)} = (215)$, en posant $h = i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{E}^{(i)}$.
- $(747)^{(i)} = (210)$, $(748)^{(i)} = (211)$, en posant $h = i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \mathbf{A}^{(i)}$.
- $(749)^{(i)} = (212)$, en posant $h = i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{E}^{(i)}$.
- $(750)^{(i)} = (208)$, $(751)^{(i)} = (209)$, en posant $h = i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \mathbf{A}^{(i)}$.
- $(752)^{(i)} = (151)$, en posant $h = i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{E}^{(i)}$.
- $(753)^{(i)} = (235)$, $(754)^{(i)} = (229)$, en posant $h = -i$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \mathbf{A}^{(i)}$.
- $(755)^{(i)} = (206)$, $(756)^{(i)} = (207)$, en posant $h = (i-2)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{1}{2}\mathbf{B}^{(i-1)}$.
- $(757)^{(i)} = (33)$, en posant $h = (i-2)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{L}^{(i)}$.
- $(758)^{(i)} = (201)$, $(759)^{(i)} = (202)$, en posant $h = (i-2)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{1}{2}\mathbf{B}^{(i-1)}$.
- $(760)^{(i)} = (69)$, en posant $h = (i-2)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{L}^{(i)}$.
- $(761)^{(i)} = (196)$, $(762)^{(i)} = (197)$, en posant $h = (i-2)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{1}{2}\mathbf{B}^{(i-1)}$.
- $(763)^{(i)} = (98)$, en posant $h = (i-2)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{L}^{(i)}$.
- $(764)^{(i)} = (191)$, $(765)^{(i)} = (192)$, en posant $h = (i-2)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{1}{2}\mathbf{B}^{(i-1)}$.
- $(766)^{(i)} = (118)$, en posant $h = (i-2)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{L}^{(i)}$.

- (767)⁽ⁱ⁾ = (187), (768)⁽ⁱ⁾ = (134), en posant $h = (i - 2)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{1}{2}\mathbf{B}^{(i-1)}$.
 (769)⁽ⁱ⁾ = (132), en posant $h = (i - 2)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{L}^{(i)}$.
 (770)⁽ⁱ⁾ = (224), en remplaçant i par $-i$, et posant $h = (i - 2)$, $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{1}{2}\mathbf{B}^{(i-1)}$.
 (771)⁽ⁱ⁾ = (212), en posant $h = -(i - 2)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{1}{2}\mathbf{B}^{(i-1)}$.
 (772)⁽ⁱ⁾ = (22), (773)⁽ⁱ⁾ = (23), en posant $h = (i - 4)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{3}{8}\mathbf{C}^{(i-2)}$.
 (774)⁽ⁱ⁾ = (21), en posant $h = (i - 4)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{T}^{(i)}$.
 (775)⁽ⁱ⁾ = (52), (776)⁽ⁱ⁾ = (53), en posant $h = (i - 4)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{3}{8}\mathbf{C}^{(i-2)}$.
 (777)⁽ⁱ⁾ = (51), en posant $h = (i - 4)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{T}^{(i)}$.
 (778)⁽ⁱ⁾ = (84), (779)⁽ⁱ⁾ = (85), en posant $h = (i - 4)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{3}{8}\mathbf{C}^{(i-2)}$.
 (780)⁽ⁱ⁾ = (83), en posant $h = (i - 4)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = -\mathbf{T}^{(i)}$.
 (781)⁽ⁱ⁾ = (69), en remplaçant i par $-i$, et posant $h = (i - 4)$, $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{3}{8}\mathbf{C}^{(i-2)}$.
 (782)⁽ⁱ⁾ = (118), en posant $h = -(i - 4)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{3}{8}\mathbf{C}^{(i-2)}$.
 (783)⁽ⁱ⁾ = (2), (784)⁽ⁱ⁾ = (3), en posant $h = (i - 6)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{5}{8}\mathbf{D}^{(i-3)}$.
 (785)⁽ⁱ⁾ = (1), en posant $h = (i - 6)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = -_2\mathbf{Y}^{(i)}$.
 (786)⁽ⁱ⁾ = (51), en posant $h = -(i - 6)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{5}{16}\mathbf{D}^{(i-3)}$.
 (787)⁽ⁱ⁾ = (51), en remplaçant i par $-i$, et posant $h = (i - 6)$, $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{5}{16}\mathbf{D}^{(i-3)}$.

5. — Termes du huitième ordre.

$$\begin{aligned}
 & + (788)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^8 \cos[i l' - (i - 8)\lambda - 8\omega] \\
 & + (789)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^7 \left(\frac{e'}{2}\right) \cos[(i + 1)l' - (i - 7)\lambda - \varpi' - 7\omega] \\
 & + (790)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^6 \left(\frac{e'}{2}\right)^2 \cos[(i + 2)l' - (i - 6)\lambda - {}_2\varpi' - 6\omega] \\
 & + (791)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^5 \left(\frac{e'}{2}\right)^3 \cos[(i + 3)l' - (i - 5)\lambda - 3\varpi' - 5\omega] \\
 & + (792)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^4 \left(\frac{e'}{2}\right)^4 \cos[(i + 4)l' - (i - 4)\lambda - 4\varpi' - 4\omega] \\
 & + (793)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^3 \left(\frac{e'}{2}\right)^5 \cos[(i + 5)l' - (i - 3)\lambda - 5\varpi' - 3\omega] \\
 & + (794)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right)^2 \left(\frac{e'}{2}\right)^6 \cos[(i + 6)l' - (i - 2)\lambda - 6\varpi' - {}_2\omega] \\
 & + (795)^{(i)} \left(\frac{e}{2}\right) \left(\frac{e'}{2}\right)^7 \cos[(i + 7)l' - (i - 1)\lambda - 7\varpi' - \omega] \\
 & + (796)^{(i)} \left(\frac{e'}{2}\right)^8 \cos[(i + 8)l' - i\lambda - 8\varpi']
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (797)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^6 \eta^2 \cos[i l' - (i-8)\lambda - 2\omega - 2\tau'] \\
& + (798)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^5 \left(\frac{e'}{2} \right) \eta^2 \cos[(i+1)l' - (i-7)\lambda - \omega' - 5\omega - 2\tau'] \\
& + (799)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^4 \left(\frac{e'}{2} \right)^2 \eta^2 \cos[(i+2)l' - (i-6)\lambda - 2\omega' - 4\omega - 2\tau'] \\
& + (800)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^3 \left(\frac{e'}{2} \right)^3 \eta^2 \cos[(i+3)l' - (i-5)\lambda - 3\omega' - 3\omega - 2\tau'] \\
& + (801)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^2 \left(\frac{e'}{2} \right)^4 \eta^2 \cos[(i+4)l' - (i-4)\lambda - 4\omega' - 2\omega - 2\tau'] \\
& + (802)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right) \left(\frac{e'}{2} \right)^5 \eta^2 \cos[(i+5)l' - (i-3)\lambda - 5\omega' - \omega - 2\tau'] \\
& + (803)^{(i)} \left(\frac{e'}{2} \right)^6 \eta^2 \cos[(i+6)l' - (i-2)\lambda - 6\omega' - 2\tau'] \\
& + (804)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^4 \eta^4 \cos[i l' - (i-8)\lambda - 4\omega - 4\tau'] \\
& + (805)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^3 \left(\frac{e'}{2} \right) \eta^4 \cos[(i+1)l' - (i-7)\lambda - \omega' - 3\omega - 4\tau'] \\
& - (806)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^2 \left(\frac{e'}{2} \right)^2 \eta^4 \cos[(i+2)l' - (i-6)\lambda - 2\omega' - 2\omega - 4\tau'] \\
& + (807)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right) \left(\frac{e'}{2} \right)^3 \eta^4 \cos[(i+3)l' - (i-5)\lambda - 3\omega' - \omega - 4\tau'] \\
& + (808)^{(i)} \left(\frac{e'}{2} \right)^4 \eta^4 \cos[(i+4)l' - (i-4)\lambda - 4\omega' - 4\tau'] \\
& + (809)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right)^2 \eta^6 \cos[i l' - (i-8)\lambda - 2\omega - 6\tau'] \\
& + (810)^{(i)} \left(\frac{e}{2} \right) \left(\frac{e'}{2} \right) \eta^6 \cos[(i+1)l' - (i-7)\lambda - \omega' - \omega - 6\tau'] \\
& + (811)^{(i)} \left(\frac{e'}{2} \right)^2 \eta^6 \cos[(i+2)l' - (i-6)\lambda - 2\omega' - 6\tau'] \\
& + (812)^{(i)} \eta^8 \cos[i l' - (i-8)\lambda - 8\tau'].
\end{aligned}$$

Les coefficients $(788)^{(i)}$, $(789)^{(i)}$, ... sont donnés par les formules suivantes :

$$\begin{aligned}
(788)^{(i)} &= (236), \quad (789)^{(i)} = (235), \quad (790)^{(i)} = (234), \quad (791)^{(i)} = (233), \quad (792)^{(i)} = (232), \\
(793)^{(i)} &= (231), \quad (794)^{(i)} = (230), \quad (795)^{(i)} = (229), \quad (796)^{(i)} = (228), \text{ en posant} \\
h &= i \text{ et } \mathbf{K}^{(i)} = \mathbf{A}^{(i)}.
\end{aligned}$$

- $(797)^{(i)} = (227)$, $(798)^{(i)} = (224)$, $(799)^{(i)} = (221)$, $(800)^{(i)} = (218)$, $(801)^{(i)} = (215)$,
 $(802)^{(i)} = (212)$, $(803)^{(i)} = (151)$, en posant $h = (i - 2)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{1}{2}\mathbf{B}^{(i-1)}$.
- $(804)^{(i)} = (33)$, $(805)^{(i)} = (69)$, $(806)^{(i)} = (98)$, $(807)^{(i)} = (118)$, $(808)^{(i)} = (132)$, en
posant $h = (i - 4)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{3}{8}\mathbf{C}^{(i-2)}$.
- $(809)^{(i)} = (21)$, $(810)^{(i)} = (51)$, $(811)^{(i)} = (83)$, en posant $h = (i - 6)$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{5}{16}\mathbf{D}^{(i-3)}$.
- $(812)^{(i)} = (1)$, en posant $h = i - 8$ et $\mathbf{K}^{(i)} = \frac{35}{64}\mathbf{O}^{(i-4)}$.

II. — EXPRESSIONS ALGÉBRIQUES DES FONCTIONS (155), (156), ..., (236).

L'usage de ces fonctions est indiqué dans le § I^{er}.

$$\begin{aligned}
(155) &= + \frac{1}{1152}(-7140h^2 + 7801h^4 - 2272h^6 + 256h^8)\mathbf{K}^{(i)} \\
&\quad + \frac{1}{2}(-11h^2 - 67h^4 + 16h^6)\mathbf{K}_1^{(i)} + \frac{1}{2}(-149h^2 + 134h^4 - 32h^6)\mathbf{K}_2^{(i)} \\
&\quad - \frac{5}{8}h^2\mathbf{K}_3^{(i)} + \frac{1}{8}(-13h^2 + 16h^4)\mathbf{K}_4^{(i)} - 5h^2\mathbf{K}_5^{(i)} - 10h^2\mathbf{K}_6^{(i)} + 35\mathbf{K}_7^{(i)} + 35\mathbf{K}_8^{(i)}. \\
(156) &= + \frac{2}{9}(43h^2 - 49h^4 + 16h^6)i^2\mathbf{K}^{(i)} + \left\{ \frac{1}{2}h^2(-1 + 2i^2) - \frac{1}{9}(43h^2 - 49h^4 + 16h^6) \right\} \mathbf{K}_1^{(i)} \\
&\quad + \left\{ -\frac{1}{12}(11h^2 - 16h^4)(6 - 4i^2) - 2h^2 - \frac{1}{9}(43h^2 - 49h^4 + 16h^6) \right\} \mathbf{K}_2^{(i)} \\
&\quad + \left\{ -2h^2(12 - 4i^2) - \frac{3}{2}(11h^2 - 16h^4) - \frac{3}{2}h^2 \right\} \mathbf{K}_3^{(i)} \\
&\quad + \left\{ -4h^2(20 - 4i^2) - 64h^2 - (11h^2 - 16h^4) \right\} \mathbf{K}_4^{(i)} \\
&\quad + \left\{ 10(30 - 4i^2) - 200h^2 - 40h^4 \right\} \mathbf{K}_5^{(i)} \\
&\quad + \left\{ 10(42 - 4i^2) + 720 - 120h^2 \right\} \mathbf{K}_6^{(i)} + (980 + 420)\mathbf{K}_7^{(i)} + 560\mathbf{K}_8^{(i)}. \\
(157) &= + \frac{1}{32}(9h^2 - 16h^4)(17i^2 - 16i^4)\mathbf{K}^{(i)} \\
&\quad + \left\{ \frac{1}{4}(-24 + 41i^2 - 16i^4)h^2 - \frac{1}{8}(6 - 6i^2)(9h^2 - 16h^4) \right\} \mathbf{K}_1^{(i)} \\
&\quad + \left\{ \frac{1}{2}h^2(-120 + 81i^2 - 16i^4) + h^2(-48 + 20i^2) - \frac{1}{8}(9h^2 - 16h^4)(18 - 4i^2) \right\} \mathbf{K}_2^{(i)} \\
&\quad + \left\{ \frac{3}{4}(360 - 137i^2 + 16i^4) + 2h^2(-180 + 42i^2) \right. \\
&\quad \quad \left. + h^2(-108 + 12i^2) + \frac{9}{4}(-9h^2 + 16h^4) \right\} \mathbf{K}_3^{(i)} \\
&\quad + \left\{ \frac{3}{4}(840 - 209i^2 + 16i^4) + 3(480 - 72i^2) - 2h^2(360 - 24i^2) - 96h^2 \right. \\
&\quad \quad \left. - \frac{3}{4}(9h^2 - 16h^4) \right\} \mathbf{K}_4^{(i)} \\
&\quad + \left\{ 3(1050 - 110i^2) + 3(900 - 40i^2) - 600h^2 - 30h^4 \right\} \mathbf{K}_5^{(i)} \\
&\quad + \left\{ 3(1890 - 60i^2) + 2160 - 180h^2 \right\} \mathbf{K}_6^{(i)} + \frac{1}{2}(8820 + 1260)\mathbf{K}_7^{(i)} + 1260\mathbf{K}_8^{(i)}. \\
(158) &= + \frac{2}{9}h^2(91i^2 - 73i^4 + 16i^6)\mathbf{K}^{(i)} \\
&\quad + \left\{ \frac{1}{18}(360 - 599i^2 + 242i^4 - 32i^6) - \frac{1}{3}h^2(120 - 139i^2 + 32i^4) \right\} \mathbf{K}_1^{(i)} \\
&\quad + \left\{ \frac{1}{18}(2520 - 1697i^2 + 386i^4 - 32i^6) + (240 - 122i^2 + 16i^4) \right. \\
&\quad \quad \left. - \frac{1}{3}h^2(600 - 227i^2 + 16i^4) \right\} \mathbf{K}_2^{(i)} \\
&\quad + \left\{ \frac{1}{2}(2520 - 761i^2 + 64i^4) + \frac{1}{2}(1800 - 395i^2 + 16i^4) - 2h^2(200 - 28i^2) \right\} \mathbf{K}_3^{(i)} \\
&\quad + \left\{ \frac{1}{2}(8400 - 1222i^2 + 32i^4) + \frac{1}{2}(3200 - 288i^2) + 2h^2(-200 + 8i^2) \right\} \mathbf{K}_4^{(i)} \\
&\quad + \left\{ \frac{1}{2}(14000 - 880i^2) + \frac{1}{2}(3000 - 80i^2) - 200h^2 \right\} \mathbf{K}_5^{(i)} \\
&\quad + \left\{ \frac{1}{2}(12600 - 240i^2) + 720 - 40h^2 \right\} \mathbf{K}_6^{(i)} + \frac{1}{2}(5880 + 280)\mathbf{K}_7^{(i)} + \frac{1120}{2}\mathbf{K}_8^{(i)}.
\end{aligned}$$

$$(159) = + \frac{1}{152} (-16260t^2 + 13321t^4 - 3040t^6 + 256t^8) \mathbf{K}_1^{(i)} \\ + \frac{1}{72} (2520 - 3140t^2 + 911t^4 - 80t^6) \mathbf{K}_2^{(i)} + \frac{1}{36} (8820 - 3958t^2 + 499t^4 - 16t^6) \mathbf{K}_2^{(i)} \\ + \frac{1}{8} (5880 - 1247t^2 + 14t^4) \mathbf{K}_3^{(i)} + \frac{1}{8} (9800 - 1013t^2 + 16t^4) \mathbf{K}_4^{(i)} + \frac{1}{2} (2450 - 110t^2) \mathbf{K}_5^{(i)} \\ + \frac{1}{2} (1470 - 20t^2) \mathbf{K}_6^{(i)} + 280 \mathbf{K}_7^{(i)} + 35 \mathbf{K}_8^{(i)}.$$

$$(160) = + \frac{1}{18} (-43h^2 + 49h^4 - 16h^6) \mathbf{K}_1^{(i)} - \frac{1}{4} h^2 \mathbf{K}_1^{(i)} - \frac{1}{12} (11h^2 - 16h^4) \mathbf{K}_2^{(i)} \\ - 2h^2 \mathbf{K}_3^{(i)} - 4h^2 \mathbf{K}_4^{(i)} + 10 \mathbf{K}_5^{(i)} + 10 \mathbf{K}_6^{(i)};$$

pour $h = i$, on retrouve la fonction (7).

$$(161) = + \frac{1}{2} t^2 (9h^2 - 16h^4) \mathbf{K}_1^{(i)} + \left\{ - \frac{1}{2} (4 - 8t^2) h^2 - \frac{1}{4} (9h^2 - 16h^4) \mathbf{K}_1^{(i)} \right. \\ \left. + \left\{ - 2h^2 (6 - 4t^2) - 8h^2 - \frac{1}{4} (9h^2 - 16h^4) \right\} \mathbf{K}_2^{(i)} \right. \\ \left. + \left\{ \frac{1}{2} (72 - 24t^2) - 36h^2 - 6h^2 \right\} \mathbf{K}_3^{(i)} \right. \\ \left. + \left\{ \frac{1}{2} (120 - 24t^2) + 96 - 24h^2 \right\} \mathbf{K}_4^{(i)} + \frac{1}{2} (300 + 120) \mathbf{K}_5^{(i)} + 90 \mathbf{K}_6^{(i)}; \right.$$

pour $h = i$, on retrouve la fonction (8).

$$(162) = + \frac{1}{2} h^2 (17t^2 - 16t^4) \mathbf{K}_1^{(i)} + \frac{1}{4} \left\{ (24 - 41t^2 + 16t^4) - h^2 (48 - 48t^2) \right\} \mathbf{K}_1^{(i)} \\ + \left\{ \frac{1}{4} (120 - 81t^2 + 16t^4) + \frac{1}{2} (96 - 40t^2) - 2h^2 (18 - 4t^2) \right\} \mathbf{K}_2^{(i)} \\ + \left\{ (180 - 42t^2) + (108 - 12t^2) - 36h^2 \right\} \mathbf{K}_4^{(i)} \\ + \left\{ (360 - 24t^2) + 96 - 12h^2 \right\} \mathbf{K}_4^{(i)} + \frac{1}{2} (600 + 60) \mathbf{K}_5^{(i)} + 90 \mathbf{K}_6^{(i)};$$

pour $h = i$, on retrouve la fonction (9).

$$(163) = + \frac{1}{18} (-4 - 9i - 4i^2) (43h^2 - 49h^4 + 16h^6) \mathbf{K}_1^{(i)} \\ + \left\{ - \frac{1}{18} (6 + 4i) (43h^2 - 49h^4 + 16h^6) + \frac{1}{4} h^2 (-10 - 13i - 4i^2) \right\} \mathbf{K}_1^{(i)} \\ + \left\{ \frac{1}{12} (-11h^2 + 16h^4) (18 + 17i + 4i^2) + \frac{1}{4} h^2 (-16 - 8i) \right. \\ \left. + \frac{1}{9} (-43h^2 + 49h^4 - 16h^6) \right\} \mathbf{K}_2^{(i)} \\ + \left\{ 2h^2 (-28 - 21i - 4i^2) + \frac{1}{12} (-11h^2 + 16h^4) (30 + 12i) - \frac{3}{2} h^2 \right\} \mathbf{K}_3^{(i)} \\ + \left\{ 4h^2 (-40 - 25i - 4i^2) - (11h^2 - 16h^4) - 2h^2 (48 + 16i) \right\} \mathbf{K}_4^{(i)} \\ + \left\{ 10(54 + 29i + 4i^2) + 4h^2 (-70 - 20i) - 40h^2 \right\} \mathbf{K}_5^{(i)} \\ + \left\{ 10(70 + 33i + 4i^2) + 10(96 + 24i) - 120h^2 \right\} \mathbf{K}_6^{(i)} \\ + \left\{ 10(126 + 28i^2) + 420 \right\} \mathbf{K}_7^{(i)} + 560 \mathbf{K}_8^{(i)}.$$

$$\begin{aligned}
(164) = & + \frac{1}{12}(9h^2 - 16h^4)(8 + 31i + 56i^2 + 38i^3 + 8i^4)\mathbf{K}^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{6}h^2(-32 + 144i + 320i^2 + 184i^3 + 32i^4) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{48}(9h^2 - 16h^4)(64 - 20i - 96i^2 - 32i^3) \right\} \mathbf{K}_1^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{2}{3}h^2(-168 + 28i + 208i^2 + 108i^3 + 16i^4) + \frac{1}{3}h^2(-304 - 88i + 96i^2 + 32i^3) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{8}(-9h^2 + 16h^4)(40 + 18i) \right\} \mathbf{K}_2^{(i)} \\
& + \left\{ 2(268 + 47i - 128i^2 - 62i^3 - 8i^4) + 2h^2(-368 - 122i + 48i^2 + 16i^3) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{8}(9h^2 - 16h^4)(-32 - 8i) - h^2(216 + 78i) \right\} \mathbf{K}_3^{(i)} \\
& + \left\{ (1240 + 318i - 304i^2 - 140i^3 - 16i^4) + 2(1408 + 448i - 96i^2 - 32i^3) \right. \\
& \quad \left. - 2h^2(672 + 204i) + h^2(-160 - 32i) + (-9h^2 + 16h^4) \right\} \mathbf{K}_4^{(i)} \\
& + \left\{ (5920 + 1750i - 240i^2 - 80i^3) + 3(1600 + 420i) + 2h^2(-480 - 80i) \right. \\
& \quad \left. - 40h^2 \right\} \mathbf{K}_5^{(i)} \\
& + \left\{ 3(3240 + 750i) + 3(1120 + 160i) - 240h^2 \right\} \mathbf{K}_6^{(i)} \\
& + \left\{ 3(2240 + 280i) + 840 \right\} \mathbf{K}_7^{(i)} + 1680\mathbf{K}_8^{(i)}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(165) = & + \frac{1}{12}h^2(-64 - 320i - 342i^2 - 877i^3 - 1076i^4 - 464i^5 - 64i^6)\mathbf{K}^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{24}(1008 + 236i - 868i^2 + 697i^3 + 1332i^4 + 528i^5 + 64i^6) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{6}h^2(472 - 42i - 605i^2 - 90i^3 + 128i^4 + 32i^5) \right\} \mathbf{K}_1^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{24}(6768 - 9380i - 4132i^2 - 139i^3 + 1556i^4 + 529i^5 + 64i^6) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{6}(2880 + 232i - 1632i^2 - 418i^3 + 112i^4 + 32i^5) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{6}h^2(2408 + 274i - 1027i^2 - 328i^3 - 16i^4) \right\} \mathbf{K}_2^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{4}(10088 + 1598i - 3115i^2 - 842i^3 + 96i^4 + 32i^5) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{4}(7208 + 1366i - 1483i^2 - 424i^3 - 16i^4) \right. \\
& \quad \left. - h^2(800 + 182i - 76i^2 - 16i^3) \right\} \mathbf{K}_3^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{2}(17520 + 3382i - 1987i^2 - 520i^3 - 16i^4) \right. \\
& \quad \left. + 2(1552 + 336i - 84i^2 - 16i^3) - 2h^2(376 + 77i - 4i^2) \right\} \mathbf{K}_4^{(i)} \\
& + \left\{ (13220 + 2650i - 460i^2 - 80i^3) + (2730 + 485i - 20i^2) \right. \\
& \quad \left. - 2h^2(170 + 20i) \right\} \mathbf{K}_5^{(i)} \\
& + \left\{ (11190 + 1755i - 60i^2) + \frac{1}{2}(2400 + 240i) - 60h^2 \right\} \mathbf{K}_6^{(i)} \\
& + \left\{ (4830 + 420i) + 210 \right\} \mathbf{K}_7^{(i)} + 840\mathbf{K}_8^{(i)}.
\end{aligned}$$

B.

$$\begin{aligned}
(166) = & + \frac{1}{360} (-128 - 616i - 10498i^2 - 5549i^3 + 2484i^4 - 2278i^5 - 3720i^6 \\
& - 1248i^7 - 128i^8) \mathbf{K}^{(i)} \\
& + \frac{1}{360} (25056 - 944i - 31510i^2 - 1181i^3 + 10520i^4 + 1976i^5 - 576i^6 - 128i^7) \mathbf{K}_1^{(i)} \\
& + \frac{1}{360} (176960 + 14488i - 79714i^2 - 11045i^3 + 10240i^4 + 2640i^5 + 128i^6) \mathbf{K}_2^{(i)} \\
& + \frac{1}{10} (14696 + 2022i - 3030i^2 - 595i^3 + 80i^4 + 16i^5) \mathbf{K}_3^{(i)} \\
& + \frac{1}{2} (4816 + 772i - 417i^2 - 76i^3) \mathbf{K}_4^{(i)} + \frac{1}{2} (4664 + 710i - 136i^2 - 16i^3) \mathbf{K}_5^{(i)} \\
& + \frac{1}{2} (2672 + 318i - 16i^2) \mathbf{K}_6^{(i)} + \frac{1}{2} (896 + 56i) \mathbf{K}_7^{(i)} + 56 \mathbf{K}_8^{(i)}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(167) = & + \frac{1}{8} (-9h^2 + 16h^4) (4 + 9i + 4i^2) \mathbf{K}^{(i)} \\
& + \left\{ -h^2(10 + 13i + 4i^2) - \frac{1}{8}(6 + 4i)(9h^2 - 16h^4) \right\} \mathbf{K}_1^{(i)} \\
& + \left\{ -2h^2(18 + 17i + 4i^2) - h^2(16 + 8i) - \frac{1}{4}(9h^2 - 16h^4) \right\} \mathbf{K}_2^{(i)} \\
& + \left\{ 3(28 + 21i + 4i^2) - 2h^2(30 + 12i) - 6h^2 \right\} \mathbf{K}_3^{(i)} \\
& + \left\{ 3(40 + 25i + 4i^2) + 3(48 + 16i) - 24h^2 \right\} \mathbf{K}_4^{(i)} \\
& + \left\{ 3(70 + 20i) + 60 \right\} \mathbf{K}_5^{(i)} + 90 \mathbf{K}_6^{(i)};
\end{aligned}$$

pour $h = i$, on retrouve la fonction (86).

$$\begin{aligned}
(168) = & + \frac{1}{3} h^2 (8 + 31i + 56i^2 + 38i^3 + 8i^4) \mathbf{K}^{(i)} \\
& + \frac{1}{6} (32 - 144i - 320i^2 - 184i^3 - 32i^4) - \frac{1}{3} h^2 (64 - 20i - 96i^2 - 32i^3) \mathbf{K}_1^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{3} (168 - 28i - 208i^2 - 108i^3 - 16i^4) + \frac{1}{3} (304 + 88i - 96i^2 - 32i^3) \right. \\
& \quad \left. - 2h^2(40 + 18i) \right\} \mathbf{K}_2^{(i)} \\
& + \left\{ (368 + 122i - 48i^2 - 16i^3) + (216 + 78i) - 2h^2(32 + 8i) \right\} \mathbf{K}_3^{(i)} \\
& + \left\{ (672 + 204i) + (160 + 32i) - 16h^2 \right\} \mathbf{K}_4^{(i)} \\
& + \left\{ (480 + 80i) + 40 \right\} \mathbf{K}_5^{(i)} + 120 \mathbf{K}_6^{(i)};
\end{aligned}$$

pour $h = i$, on retrouve la fonction (87).

$$\begin{aligned}
(169) = (88) = & \frac{1}{96} (128 + 640i + 684i^2 + 1754i^3 + 2152i^4 + 928i^5 + 128i^6) \mathbf{K}^{(i)} \\
& + \frac{1}{24} (472 - 42i - 605i^2 - 90i^3 + 128i^4 + 32i^5) \mathbf{K}_1^{(i)} \\
& + \frac{1}{24} (2408 + 274i - 1027i^2 - 328i^3 - 16i^4) \mathbf{K}_2^{(i)} \\
& + \frac{1}{4} (800 + 182i - 76i^2 - 16i^3) \mathbf{K}_3^{(i)} + \frac{1}{2} (376 + 77i - 4i^2) \mathbf{K}_4^{(i)} \\
& + \frac{1}{2} (170 + 20i) \mathbf{K}_5^{(i)} + 15 \mathbf{K}_6^{(i)}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(170) = & -\frac{1}{144}(2+4i)(107h+421h^2-247h^3-437h^4-20h^5+240h^6-64h^7)\mathbf{K}^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{288}(7-175h+277h^2-h^3-28h^4-144h^5+64h^6)(4+4i) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{72}(107h+421h^2-247h^3-437h^4-20h^5+240h^6-64h^7) \right\} \mathbf{K}_1^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{24}(1+9h+15h^2+h^3-40h^4-16h^5)(6+4i) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{72}(7-175h+277h^2-h^3-28h^4-144h^5+64h^6) \right\} \mathbf{K}_2^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{16}(5-16h+35h^2-40h^3+16h^4)(8+4i) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{4}(1+9h+15h^2+h^3-40h^4-16h^5) \right\} \mathbf{K}_3^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{4}(4-10h-2h^2+8h^3)(10+4i) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{2}(5-16h+35h^2-40h^3+16h^4) \right\} \mathbf{K}_4^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{4}(12+4i)(15-35h+20h^2) + \frac{5}{2}(4-10h-2h^2+8h^3) \right\} \mathbf{K}_5^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{4}(60+20h)(14+4i) + 3(15-35h+20h^2) \right\} \mathbf{K}_6^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{7}{4}(16+4i) - \frac{1}{4}(60+20h) \right\} \mathbf{K}_7^{(i)} - 280\mathbf{K}_8^{(i)}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(171) = & +\frac{1}{12}(5h+6h^2+13h^3-40h^4+16h^5)(1+5i+14i^2+8i^3)\mathbf{K}^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{24}(5-18h+37h^2-40h^3+16h^4)(6-4i-18i^2-8i^3) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{12}(5h+6h^2+13h^3-40h^4+16h^5)(7+i-4i^2) \right\} \mathbf{K}_1^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{12}(4-8h-12h^2+16h^3)(27+i-22i^2-8i^3) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{24}(5-18h+37h^2-40h^3+16h^4)(42+10i-8i^2) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{12}(5h+6h^2+13h^3-40h^4+16h^5)(14+4i) \right\} \mathbf{K}_2^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{2}(6-14h+8h^2)(34+5i-13i^2-4i^3) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{12}(4-8h-12h^2+16h^3)(123+27i-12i^2) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{24}(5-18h+37h^2-40h^3+16h^4)(60+12i) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{2}(5h+6h^2+13h^3-40h^4+16h^5) \right\} \mathbf{K}_3^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{4}(16+8h)(135+23i-30i^2-8i^3) + \frac{1}{4}(6-14h+8h^2)(268+52i-16i^2) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{12}(4-8h-12h^2+16h^3)(156+24i) \right. \\
& \quad \left. - (5-18h+37h^2-40h^3+16h^4) \right\} \mathbf{K}_4^{(i)} \\
& + \left\{ -5(234+40i-34i^2-8i^3) - \frac{1}{4}(16+8h)495+85i-20i^2 \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{4}(6-14h+8h^2)(320+40i) + 5(4-8h-12h^2+16h^3) \right\} \mathbf{K}_5^{(i)} \\
& + \left\{ -5(822+126i-24i^2) - \frac{1}{4}(16+8h)(570+60i) + 30(6-14h+8h^2) \right\} \mathbf{K}_6^{(i)} \\
& + \left\{ -5(924+84i) - \frac{210}{4}(16+8h) \right\} \mathbf{K}_7^{(i)} - 1680\mathbf{K}_8^{(i)}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(172) = & -\frac{1}{24}(-2h + 10h^2 - 8h^3)(1 + 8i - 47i^2 + 34i^3 + 96i^4 + 32i^5)\mathbf{K}^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{12}(3 - 7h + 4h^2)(65 - i - 101i^2 + 5i^3 + 56i^4 + 16i^5) \right. \\
& \quad - \frac{1}{24}(2h - 10h^2 + 8h^3)(129 - 10i - 155i^2 - 24i^3 + 16i^4) \Big\} \mathbf{K}_1^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{24}(4 + 4h)(783 + 40i - 525i^2 - 46i^3 + 128i^4 + 32i^5) \right. \\
& \quad + \frac{1}{12}(3 - 7h + 4h^2)(653 + 42i - 323i^2 - 56i^3 + 16i^4) \\
& \quad + \frac{1}{12}(2h - 10h^2 + 8h^3)(262 + 26i - 84i^2 - 16i^3) \Big\} \mathbf{K}_2^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{2}(1370 - 121i + 532i^2 + 67i^3 - 72i^4 - 16i^5) \right. \\
& \quad - \frac{1}{8}(4 + 4h)(1957 + 202i - 539i^2 - 88i^3 + 16i^4) \\
& \quad + \frac{1}{4}(3 - 7h + 4h^2)(652 + 80i - 108i^2 - 16i^3) \\
& \quad + \frac{1}{4}(2h - 10h^2 + 8h^3)(130 + 18i - 8i^2) \Big\} \mathbf{K}_3^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{2}(9090 + 1036i - 1606i^2 - 240i^3 + 32i^4) \right. \\
& \quad - \frac{1}{4}(4 + 4h)(2588 + 316i - 264i^2 - 32i^3) \\
& \quad + \frac{1}{2}(3 - 7h + 4h^2)(428 + 52i - 16i^2) + \frac{1}{4}(84 + 8i)(2h - 10h^2 + 8h^3) \Big\} \mathbf{K}_4^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{2}(22480 + 2600i - 1560i^2 - 160i^3) - \frac{1}{4}(4 + 4h)(3180 + 340i - 80i^2) \right. \\
& \quad + \frac{1}{4}(3 - 7h + 4h^2)(520 + 40i) + 5(2h - 10h^2 + 8h^3) \Big\} \mathbf{K}_5^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{6}{4}(8840 + 840i - 160i^2) - \frac{1}{4}(4 + 4h)(1860 + 120i) \right. \\
& \quad + \frac{120}{4}(3 - 7h + 4h^2) \Big\} \mathbf{K}_6^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{6}{4}(5040 + 280i) - \frac{420}{4}(4 + 4h) \right\} \mathbf{K}_7^{(i)} - 1680 \mathbf{K}_8^{(i)}. \\
\\
(173) = & +\frac{1}{72}h(1 - 75i + 2253i^2 + 363i^3 - 1670i^4 - 8i^5 + 544i^6 + 128i^7)\mathbf{K}^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{72}(2675 - 50i - 4388i^2 - 266i^3 + 1761i^4 + 124i^5 - 304i^6 - 64i^7) \right. \\
& \quad - \frac{1}{72}h(5351 - 175i - 6523i^2 - 169i^3 + 1852i^4 + 240i^5 - 64i^6) \Big\} \mathbf{K}_1^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{72}(37577 + 1517i - 20077i^2 - 1477i^3 + 3196i^4 + 432i^5 - 64i^6) \right. \\
& \quad - \frac{1}{72}h(5371 + 282i - 2259i^2 - 218i^3 + 224i^4 + 32i^5) \Big\} \mathbf{K}_2^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{4}(9389 + 705i - 2325i^2 - 241i^3 + 136i^4 + 16i^5) \right. \\
& \quad - \frac{1}{4}h(4469 + 376i - 797i^2 - 88i^3 + 16i^4) \Big\} \mathbf{K}_3^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{2}(10385 + 916i - 1205i^2 - 120i^3 + 16i^4) \right. \\
& \quad - h(1479 + 135i - 102i^2 - 8i^3) \Big\} \mathbf{K}_4^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{2}(12870 + 1100i - 610i^2 - 40i^3) - h(1995 + 85i - 20i^2) \right\} \mathbf{K}_5^{(i)} \\
& + \left\{ -h(430 + 20i) - \frac{1}{2}(9150 + 630i - 120i^2) \right\} \mathbf{K}_6^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{2}(3500 + 140i) - 140h \right\} \mathbf{K}_7^{(i)} - 280 \mathbf{K}_8^{(i)}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (174) = & -\frac{1}{12}(5h + 6h^2 + 13h^3 - 40h^4 + 16h^5)(2 + 4i)\mathbf{K}^{(i)} \\
 & + \left\{ -\frac{1}{24}(5 - 18h + 37h^2 - 40h^3 + 16h^4)(4 + 4i) \right. \\
 & \quad \left. - \frac{1}{6}(5h + 6h^2 + 13h^3 - 40h^4 + 16h^5) \right\} \mathbf{K}_1^{(i)} \\
 & + \left\{ \frac{1}{12}(4 - 8h - 12h^2 + 16h^3)(6 + 4i) \right. \\
 & \quad \left. - \frac{1}{6}(5 - 18h + 37h^2 - 40h^3 + 16h^4) \right\} \mathbf{K}_2^{(i)} \\
 & + \left\{ \frac{1}{4}(6 - 14h + 8h^2)(8 + 4i) + \frac{1}{2}(4 - 8h - 12h^2 + 16h^3) \right\} \mathbf{K}_3^{(i)} \\
 & + \left\{ 2(6 - 14h + 8h^2) - \frac{1}{4}(16 + 8h)(10 + 4i) \right\} \mathbf{K}_4^{(i)} \\
 & + \left\{ -5(12 + 4i) - \frac{1}{4}(16 + 8h) \right\} \mathbf{K}_5^{(i)} - 60\mathbf{K}_6^{(i)};
 \end{aligned}$$

pour $h = i$, on retrouve la fonction (54).

$$\begin{aligned}
 (175) = & -\frac{1}{4}(2h - 10h^2 + 8h^3)(1 + 5i + 14i^2 + 8i^3)\mathbf{K}_6^{(i)} \\
 & + \left\{ \frac{1}{4}(3 - 7h + 4h^2)(6 - 4i - 18i^2 - 8i^3) \right. \\
 & \quad \left. + \frac{1}{4}(2h - 10h^2 + 8h^3)(7 + i - 4i^2) \right\} \mathbf{K}_1^{(i)} \\
 & + \left\{ -\frac{1}{4}(4 + 4h)(27 + i - 22i^2 - 8i^3) + \frac{1}{4}(3 - 7h + 4h^2)(42 + 10i - 8i^2) \right. \\
 & \quad \left. + \frac{1}{4}(2h - 10h^2 + 8h^3)(14 + 4i) \right\} \mathbf{K}_2^{(i)} \\
 & + \left\{ -3(34 + 5i - 13i^2 - 4i^3) - \frac{1}{4}(4 + 4h)(123 + 27i - 12i^2) \right. \\
 & \quad \left. + \frac{1}{4}(3 - 7h + 4h^2)(60 + 12i) + \frac{6}{4}(2h - 10h^2 + 8h^3) \right\} \mathbf{K}_3^{(i)} \\
 & + \left\{ -\frac{6}{4}(268 + 52i - 16i^2) - \frac{1}{4}(4 + 4h)(156 + 24i) + 6(3 - 7h + 4h^2) \right\} \mathbf{K}_4^{(i)} \\
 & + \left\{ -\frac{6}{4}(320 + 40i) - 15(4 + 4h) \right\} \mathbf{K}_5^{(i)} - 180\mathbf{K}_6^{(i)};
 \end{aligned}$$

pour $h = i$, on retrouve la fonction (55).

$$\begin{aligned}
 (176) = & -\frac{1}{6}h(1 + 8i - 47i^2 + 34i^3 + 96i^4 + 32i^5)\mathbf{K}^{(i)} \\
 & + \left\{ -\frac{1}{6}(65 - i - 101i^2 + 5i^3 + 56i^4 + 16i^5) \right. \\
 & \quad \left. - \frac{1}{6}h(129 - 10i - 155i^2 - 24i^3 + 16i^4) \right\} \mathbf{K}_1^{(i)} \\
 & + \left\{ -\frac{1}{6}(653 + 42i - 323i^2 - 56i^3 + 16i^4) - \frac{1}{3}h(262 + 26i - 84i^2 - 16i^3) \right\} \mathbf{K}_2^{(i)} \\
 & + \left\{ -\frac{1}{2}(652 + 80i - 108i^2 - 16i^3) - h(130 + 18i - 8i^2) \right\} \mathbf{K}_3^{(i)} \\
 & + \left\{ -(428 + 52i - 16i^2) - h(84 + 8i) \right\} \mathbf{K}_4^{(i)} \\
 & + \left\{ -\frac{1}{2}(520 + 40i) - 20h \right\} \mathbf{K}_5^{(i)} - 60\mathbf{K}_6^{(i)};
 \end{aligned}$$

pour $h = i$, on retrouve la fonction (56).

$$\begin{aligned}
 (177) = & -\frac{1}{360}(344h + 3082h^2 - 4793h^3 + 676h^4 - 2190h^5 + 3016h^6 - 1120h^7 + 128h^8)\mathbf{K}^{(i)} \\
 & + \frac{1}{360}(256 - 1264h + 4202h^2 - 6062h^3 + 1320h^4 - 3152h^5 + 832h^6 - 256h^7)\mathbf{K}_1^{(i)} \\
 & - \frac{1}{360}(448 - 1208h + 1234h^2 - 65h^3 - 1600h^4 + 912h^5 - 128h^6)\mathbf{K}_2^{(i)} \\
 & - \frac{1}{30}(48 - 246h + 330h^2 - 375h^3 + 240h^4 - 48h^5)\mathbf{K}_3^{(i)} \\
 & + \frac{1}{2}(16 - 32h + 23h^2 - 4h^3)\mathbf{K}_4^{(i)} + \frac{1}{2}(-22h + 40h^2 - 16h^3)\mathbf{K}_5^{(i)} \\
 & - \frac{1}{2}(72 - 74h + 16h^2)\mathbf{K}_6^{(i)} + 2(14 + 14h)\mathbf{K}_7^{(i)} + 56\mathbf{K}_8^{(i)}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(178) = & -\frac{1}{12}t^2(-136h + 314h^2 - 593h^3 + 788h^4 - 400h^5 + 64h^6)\mathbf{K}^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{24}(48 - 190h + 273h^2 - 278h^3 + 160h^4 - 32h^5)(2 - 4t^2) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{24}(-136h + 314h^2 - 593h^3 + 788h^4 - 400h^5 + 64h^6) \right\} \mathbf{K}_1^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{24}(80 - 142h + 53h^2 + 40h^3 - 16h^4)(6 - 4t^2) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{3}(48 - 190h + 273h^2 - 278h^3 + 160h^4 - 32h^5) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{24}(-136h + 314h^2 - 593h^3 + 788h^4 - 400h^5 + 64h^6) \right\} \mathbf{K}_2^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{2}(4 - 17h + 22h^2 - 8h^3)(12 - 4t^2) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{4}(48 - 190h + 273h^2 - 278h^3 + 160h^4 - 32h^5) \right. \\
& \quad \left. + \frac{3}{4}(80 - 142h + 53h^2 + 40h^3 - 16h^4) \right\} \mathbf{K}_3^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{2}(24 - 23h + 4h^2)(20 - 4t^2) + 16(4 - 17h + 22h^2 - 8h^3) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{2}(80 - 142h + 53h^2 + 40h^3 - 16h^4) \right\} \mathbf{K}_4^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{2}(30 - 4t^2)(10 + 20h) - 25(24 - 23h + 4h^2) \right. \\
& \quad \left. + 10(4 - 17h + 22h^2 - 8h^3) \right\} \mathbf{K}_5^{(i)} \\
& + \left\{ 15(42 - 4t^2) + 36(10 + 20h) - 15(24 - 23h + 4h^2) \right\} \mathbf{K}_6^{(i)} \\
& + \left\{ 1470 + 21(10 + 20h) \right\} \mathbf{K}_7^{(i)} + 840\mathbf{K}_8^{(i)}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(179) = & -\frac{1}{24}(22h - 64h^2 + 60h^3 - 16h^4)(17t^2 - 16t^4)\mathbf{K}^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{24}(16 - 46h + 48h^2 - 16h^3)(24 - 41t^2 + 16t^4) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{6}(22h - 64h^2 + 60h^3 - 16h^4)(6 - 6t^2) \right\} \mathbf{K}_1^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{8}(8 - 6h)(120 - 81t^2 + 16t^4) + \frac{1}{6}(16 - 46h + 48h^2 - 16h^3)(48 - 20t^2) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{6}(22h - 64h^2 + 60h^3 - 16h^4)(18 - 4t^2) \right\} \mathbf{K}_2^{(i)} \\
& + \left\{ h(360 - 137t^2 + 16t^4) - \frac{1}{2}(8 - 6h)(180 - 42t^2) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{6}(16 - 46h + 48h^2 - 16h^3)(108 - 12t^2) \right. \\
& \quad \left. + 3(22h - 64h^2 + 60h^3 - 16h^4) \right\} \mathbf{K}_3^{(i)} \\
& + \left\{ (840 - 209t^2 + 16t^4) + 4h(480 - 72t^2) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{2}(8 - 6h)(360 - 24t^2) + 16(16 - 46h + 48h^2 - 16h^3) \right. \\
& \quad \left. + (22h - 64h^2 + 60h^3 - 16h^4) \right\} \mathbf{K}_4^{(i)} \\
& + \left\{ 4(1050 - 110t^2) + 4h(900 - 40t^2) \right. \\
& \quad \left. - 150(8 - 6h) + 5(16 - 46h + 48h^2 - 16h^3) \right\} \mathbf{K}_5^{(i)} \\
& + \left\{ 4(1890 - 60t^2) + 2880h - 45(8 - 6h) \right\} \mathbf{K}_6^{(i)} \\
& + 2(2940 + 420h)\mathbf{K}_7^{(i)} + 1680\mathbf{K}_8^{(i)}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(180) = & -\frac{1}{36}(-5h + 4h^2)(182i^2 - 146i^4 + 32i^6)\mathbf{K}^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{36}(2 - 4h)(360 - 599i^2 + 242i^4 - 32i^6) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{12}(-5h + 4h^2)(120 - 139i^2 + 32i^4) \right\} \mathbf{K}_1^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{18}(2520 - 1697i^2 + 386i^4 - 32i^6) - \frac{1}{2}(2 - 4h)(240 - 122i^2 + 16i^4) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{12}(-5h + 4h^2)(600 - 227i^2 + 16i^4) \right\} \mathbf{K}_2^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{2}(2520 - 761i^2 + 64i^4) - \frac{1}{4}(2 - 4h)(1800 - 395i^2 + 16i^4) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{2}(-5h + 4h^2)(200 - 28i^2) \right\} \mathbf{K}_3^{(i)} \\
& + \left\{ (4200 - 611i^2 + 16i^4) - \frac{1}{2}(2 - 4h)(1600 - 144i^2) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{2}(-5h + 4h^2)(200 - 8i^2) \right\} \mathbf{K}_4^{(i)} \\
& + \left\{ (7000 - 440i^2) - \frac{1}{2}(2 - 4h)(1500 - 40i^2) + 50(-5h + 4h^2) \right\} \mathbf{K}_5^{(i)} \\
& + \left\{ (6300 - 120i^2) - 360(2 - 4h) + 10(-5h + 4h^2) \right\} \mathbf{K}_6^{(i)} \\
& + \left\{ 2940 - 70(2 - 4h) \right\} \mathbf{K}_7^{(i)} + 560\mathbf{K}_8^{(i)}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(181) = & +\frac{1}{48}(-136h + 314h^2 - 593h^3 + 788h^4 - 400h^5 + 64h^6)\mathbf{K}^{(i)} \\
& - \frac{1}{24}(48 - 190h + 273h^2 - 278h^3 + 160h^4 - 32h^5)\mathbf{K}_1^{(i)} \\
& + \frac{1}{24}(80 - 142h + 53h^2 + 40h^3 - 16h^4)\mathbf{K}_2^{(i)} \\
& + \frac{1}{2}(4 - 17h + 22h^2 - 8h^3)\mathbf{K}_3^{(i)} - \frac{1}{2}(24 - 23h + 4h^2)\mathbf{K}_4^{(i)} \\
& + \frac{1}{2}(10 + 20h)\mathbf{K}_5^{(i)} + 15\mathbf{K}_6^{(i)};
\end{aligned}$$

pour $h = i$, on retrouve la fonction (24).

$$\begin{aligned}
(182) = & -\frac{2}{3}i^2(22h - 64h^2 + 60h^3 - 16h^4)\mathbf{K}^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{6}(16 - 46h + 48h^2 - 16h^3)(2 - 4i^2) + \frac{1}{3}(22h - 64h^2 + 60h^3 - 16h^4) \right\} \mathbf{K}_1^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{2}(8 - 6h)(6 - 4i^2) + \frac{4}{3}(16 - 46h + 48h^2 - 16h^3) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{3}(22h - 64h^2 + 60h^3 - 16h^4) \right\} \mathbf{K}_2^{(i)} \\
& + \left\{ 4h(12 - 4i^2) - 9(8 - 6h) + (16 - 46h + 48h^2 - 16h^3) \right\} \mathbf{K}_3^{(i)} \\
& + \left\{ 4(20 - 4i^2) + 128h - 6(8 - 6h) \right\} \mathbf{K}_4^{(i)} + 2(100 + 40h)\mathbf{K}_2^{(i)} + 120\mathbf{K}_6^{(i)};
\end{aligned}$$

pour $h = i$, on retrouve la fonction (25)⁽¹⁾.

$$\begin{aligned}
(183) = & -\frac{1}{8}(-5h + 4h^2)(17i^2 - 16i^4)\mathbf{K}^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{2}(-5h + 4h^2)(6 - 6i^2) - \frac{1}{8}(2 - 4h)(24 - 41i^2 + 16i^4) \right\} \mathbf{K}_1^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{4}(120 - 81i^2 + 16i^4) - \frac{1}{2}(2 - 4h)(48 - 20i^2) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{2}(-5h + 4h^2)(18 - 4i^2) \right\} \mathbf{K}_2^{(i)} \\
& + \left\{ (180 - 42i^2) - \frac{1}{2}(2 - 4h)(108 - 12i^2) - 9(5h - 4h^2) \right\} \mathbf{K}_3^{(i)} \\
& + \left\{ (360 - 24i^2) - 48(2 - 4h) + 3(-5h + 4h^2) \right\} \mathbf{K}_4^{(i)} \\
& + \left\{ 300 - 15(2 - 4h) \right\} \mathbf{K}_5^{(i)} + 90\mathbf{K}_6^{(i)};
\end{aligned}$$

pour $h = i$, on retrouve la fonction (26).

(1) Errata au t. I des *Annales* : p. 302, ligne 4, coefficient de $\mathbf{K}_4^{(i)}$, lire $-16i^2$ au lieu de $+16i^2$.

$$\begin{aligned}
(184) = & -\frac{1}{96}(9h^2 - 16h^4)(256 + 646i + 499i^2 + 152i^3 + 16i^4)\mathbf{K}^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{12}h^2(824 + 1338i + 763i^2 + 184i^3 + 16i^4) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{24}(9h^2 - 16h^4)(142 + 173i + 66i^2 + 8i^3) \right\} \mathbf{K}_1^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{6}h^2(1848 + 2330i + 1075i^2 + 216i^3 + 16i^4) \right. \\
& \quad \left. - \frac{2}{3}h^2(256 + 248i + 78i^2 + 8i^3) - \frac{1}{16}(9h^2 - 16h^4)(76 + 50i + 8i^2) \right\} \mathbf{K}_2^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{4}(3496 + 3670i + 1435i^2 + 248i^3 + 16i^4) - 2h^2(412 + 335i + 90i^2 + 8i^3) \right. \\
& \quad \left. - h^2(156 + 87i + 12i^2) - \frac{1}{8}(9h^2 - 16h^4)(14 + 4i) \right\} \mathbf{K}_3^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{4}(5960 + 5406i + 1843i^2 + 280i^3 + 16i^4) + 2(1232 + 434i + 204i^2 + 8i^3) \right. \\
& \quad \left. - 4h^2(204 + 99i + 12i^2) - 2h^2(32 + 8i) - \frac{1}{4}(9h^2 - 16h^4) \right\} \mathbf{K}_4^{(i)} \\
& + \left\{ (4370 + 2735i + 570i^2 + 40i^3) + 6(430 + 185i + 20i^2) \right. \\
& \quad \left. - 2h^2(180 + 40i) - 10h^2 \right\} \mathbf{K}_5^{(i)} \\
& + \left\{ 3(1590 + 615i + 60i^2) + 3(400 + 80i) - 60h^2 \right\} \mathbf{K}_6^{(i)} \\
& + \left\{ 3(770 + 140i) + 210 \right\} \mathbf{K}_7^{(i)} + 420\mathbf{K}_8^{(i)}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(185) = & -\frac{2}{15}h^2(1024 + 3466i + 4947i^2 + 3530i^3 + 1295i^4 + 232i^5 + 16i^6)\mathbf{K}^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{30}(3096 + 12290i + 16879i^2 + 10660i^3 + 3390i^4 + 528i^5 + 32i^6) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{15}h^2(1048 + 5358i + 6985i^2 + 3600i^3 + 800i^4 + 64i^5) \right\} \mathbf{K}_1^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{30}(3096 - 23998i - 24649i^2 - 14900i^3 - 4270i^4 - 592i^5 - 32i^6) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{15}(6192 - 1628i - 7770i^2 - 4240i^3 - 880i^4 - 64i^5) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{3}(1448 + 746i - 157i^2 - 128i^3 - 16i^4) \right\} \mathbf{K}_2^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{10}(25672 + 8582i - 7715i^2 - 4880i^3 - 960i^4 - 64i^5) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{2}(3896 + 2042i + 11i^2 - 128i^3 - 16i^4) - 2h^2(408 + 216i + 28i^2) \right\} \mathbf{K}_3^{(i)} \\
& + \left\{ (8024 + 3938i + 227i^2 - 128i^3 - 16i^4) + 2(1376 + 632i + 72i^2) \right. \\
& \quad \left. - 4h^2(140 + 50i + 4i^2) \right\} \mathbf{K}_4^{(i)} \\
& + \left\{ (10600 + 4320i + 440i^2) + 2(930 + 290i + 20i^2) - 2h^2(92 + 16i) \right\} \mathbf{K}_5^{(i)} \\
& + \left\{ (7140 + 1980i + 120i^2) + 2(312 + 48i) - 24h^2 \right\} \mathbf{K}_6^{(i)} \\
& + \left\{ (2436 + 336i) + 84 \right\} \mathbf{K}_7^{(i)} + 336\mathbf{K}_8^{(i)}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(186) = & -\frac{1}{1440}(65536 + 268816i + 449504i^2 + 491126i^3 \\
& \quad + 355857i^4 + 156328i^5 + 38880i^6 + 4992i^7 + 256i^8)\mathbf{K}^{(i)} \\
& + \frac{1}{360}(37152 + 35156i + 18740i^2 + 38651i^3 \\
& \quad + 34700i^4 + 12856i^5 + 2112i^6 + 128i^7)\mathbf{K}_1^{(i)} \\
& + \frac{1}{360}(168224 + 2020i - 121804i^2 - 52255i^3 - 4520i^4 + 912i^5 + 128i^6)\mathbf{K}_2^{(i)} \\
& + \frac{1}{30}(44248 + 12683i - 7985i^2 - 3755i^3 - 480i^4 - 16i^5)\mathbf{K}_3^{(i)} \\
& + \frac{1}{5}(13752 + 4837i - 205i^2 - 204i^3 - 16i^4)\mathbf{K}_4^{(i)} \\
& + \frac{1}{6}(11752 + 3590i + 168i^2 - 16i^3)\mathbf{K}_5^{(i)} \\
& + \frac{1}{2}(1912 + 414i + 16i^2)\mathbf{K}_6^{(i)} + \frac{1}{2}(448 + 56i)\mathbf{K}_7^{(i)} + 28\mathbf{K}_8^{(i)}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (187) = & -\frac{1}{6}h^2(256 + 646i + 499i^2 + 152i^3 + 16i^4)\mathbf{K}^{(i)} \\
 & + \left\{ \frac{1}{12}(824 + 1338i + 763i^2 + 184i^3 + 16i^4) - \frac{2}{3}h^2(142 + 173i + 66i^2 + 8i^3) \right\} \mathbf{K}_1^{(i)} \\
 & + \left\{ \frac{1}{12}(1848 + 2330i + 1075i^2 + 216i^3 + 16i^4) \right. \\
 & \quad \left. + \frac{2}{3}(256 + 248i + 78i^2 + 8i^3) - h^2(76 + 50i + 8i^2) \right\} \mathbf{K}_2^{(i)} \\
 & + \left\{ (412 + 335i + 90i^2 + 8i^3) + (156 + 87i + 12i^2) - 2h^2(14 + 4i) \right\} \mathbf{K}_3^{(i)} \\
 & + \left\{ 2(204 + 99i + 12i^2) + 2(32 + 8i) - 4h^2 \right\} \mathbf{K}_4^{(i)} \\
 & + \left\{ (180 + 40i) + 10 \right\} \mathbf{K}_5^{(i)} + 30\mathbf{K}_6^{(i)};
 \end{aligned}$$

pour $h = i$, on retrouve la fonction (133).

$$\begin{aligned}
 (188) = & -\frac{1}{36}(5h + 6h^2 + 13h^3 - 40h^4 + 16h^5)(27 + 65i + 42i^2 + 8i^3)\mathbf{K}^{(i)} \\
 & + \left\{ -\frac{1}{72}(5 - 18h + 37h^2 - 40h^3 + 16h^4)(78 + 116i + 54i^2 + 8i^3) \right. \\
 & \quad \left. - \frac{1}{12}(5h + 6h^2 + 13h^3 - 40h^4 + 16h^5)(17 + 17i + 4i^2) \right\} \mathbf{K}_1^{(i)} \\
 & + \left\{ \frac{1}{36}(4 - 8h - 12h^2 + 16h^3)(159 + 179i + 66i^2 + 8i^3) \right. \\
 & \quad \left. - \frac{1}{24}(5 - 18h + 37h^2 - 40h^3 + 16h^4)(54 + 42i + 8i^2) \right. \\
 & \quad \left. - \frac{1}{12}(5h + 6h^2 + 13h^3 - 40h^4 + 16h^5)(10 + 4i) \right\} \mathbf{K}_2^{(i)} \\
 & + \left\{ \frac{1}{6}(6 - 14h + 8h^2)(138 + 127i + 39i^2 + 4i^3) \right. \\
 & \quad \left. + \frac{1}{12}(4 - 8h - 12h^2 + 16h^3)(117 + 75i + 12i^2) \right. \\
 & \quad \left. - \frac{1}{24}(36 + 12i)(5 - 18h + 37h^2 - 40h^3 + 16h^4) \right. \\
 & \quad \left. - \frac{1}{6}(5h + 6h^2 + 13h^3 - 40h^4 + 16h^5) \right\} \mathbf{K}_3^{(i)} \\
 & + \left\{ -\frac{1}{24}(16 + 8h)(870 + 341i + 180i^2 + 8i^3) \right. \\
 & \quad \left. + \frac{1}{4}(6 - 14h + 8h^2)(212 + 116i + 16i^2) \right. \\
 & \quad \left. + \frac{1}{12}(4 - 8h - 12h^2 + 16h^3)(84 + 24i) \right. \\
 & \quad \left. - \frac{1}{3}(5 - 18h + 37h^2 - 40h^3 + 16h^4) \right\} \mathbf{K}_4^{(i)} \\
 & + \left\{ -\frac{5}{3}(642 + 440i + 102i^2 + 8i^3) - \frac{1}{4}(16 + 8h)(345 + 165i + 20i^2) \right. \\
 & \quad \left. + \frac{1}{4}(6 - 14h + 8h^2)(160 + 40i) + \frac{5}{3}(4 - 8h - 12h^2 + 16h^3) \right\} \mathbf{K}_5^{(i)} \\
 & + \left\{ -5(522 + 222i - 24i^2) - \frac{1}{2}(16 + 8h)(135 + 30i) + 10(6 - 14h + 8h^2) \right\} \mathbf{K}_6^{(i)} \\
 & + \left\{ -5(420 + 84i) - \frac{35}{2}(16 + 8h) \right\} \mathbf{K}_7^{(i)} - 560\mathbf{K}_8^{(i)}.
 \end{aligned}$$

B.

6

$$\begin{aligned}
(189) = & + \frac{1}{48} (-2h + 10h^2 - 8h^3)(243 + 858i + 1317i^2 + 926i^3 + 288i^4 + 32i^5) \mathbf{K}^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{24}(3 - 7h + 4h^2)(75 + 637i + 1029i^2 + 635i^3 + 168i^4 + 16i^5) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{48}(-2h + 10h^2 - 8h^3)(93 - 416i - 741i^2 - 344i^3 - 48i^4) \right\} \mathbf{K}_1^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{48}(4 + 4h)(1179 - 1038i - 2823i^2 - 1646i^3 - 384i^4 - 32i^5) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{24}(3 - 7h + 4h^2)(1329 + 236i - 765i^2 - 376i^3 - 48i^4) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{12}(-2h + 10h^2 - 8h^3)(309 + 163i - 6i^2 - 8i^3) \right\} \mathbf{K}_2^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{4}(2610 + 231i - 1782i^2 - 1027i^3 - 216i^4 - 16i^5) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{16}(4 + 4h)(4041 + 1500i - 741i^2 - 408i^3 - 48i^4) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{2}(3 - 7h + 4h^2)(339 + 158i + 3i^2 - 4i^3) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{4}(-2h + 10h^2 - 8h^3)(123 + 51i + 4i^2) \right\} \mathbf{K}_3^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{2}(8925 + 3520i - 669i^2 - 440i^3 - 48i^4) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{2}(4 + 4h)(1221 + 505i + 18i^2 - 8i^3) + \frac{1}{2}(3 - 7h + 4h^2)(362 + 126i + 8i^2) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{2}(-2h + 10h^2 - 8h^3)(29 + 6i) \right\} \mathbf{K}_4^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{2}(19680 + 7300i + 300i^2 - 80i^3) - \frac{1}{2}(4 + 4h)(1245 + 375i + 20i^2) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{2}(3 - 7h + 4h^2)(170 + 30i) - \frac{5}{2}(-2h + 10h^2 - 8h^3) \right\} \mathbf{K}_5^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{3}{2}(6540 + 1740i + 80i^2) - \frac{1}{2}(4 + 4h)(585 + 90i) + 15(3 - 7h + 4h^2) \right\} \mathbf{K}_6^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{3}{2}(3080 + 420i) - \frac{105}{2}(4 + 4h) \right\} \mathbf{K}_7^{(i)} - 840 \mathbf{K}_8^{(i)}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(190) = & -\frac{1}{120}h(2187 + 9549i + 15711i^2 + 20411i^3 \\
& \quad + 17430i^4 + 7768i^5 + 1632i^6 + 128i^7) \mathbf{K}^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{120}(5895 + 5718i + 4080i^2 + 11158i^3 + 11385i^4 + 4820i^5 + 912i^6 + 64i^7) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{80}h(6402 + 1258i - 5034i^2 + 1270i^3 + 3560i^4 + 1248i^5 + 128i^6) \right\} \mathbf{K}_1^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{120}(62469 + 5595i - 37401i^2 - 9875i^3 + 4380i^4 + 1936i^5 + 192i^6) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{60}h(26433 + 1854i - 14925i^2 - 5890i^3 - 480i^4 + 32i^5) \right\} \mathbf{K}_2^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{20}(46899 + 10197i - 11835i^2 - 4565i^3 - 360i^4 + 16i^5) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{4}h(4491 + 1236i - 583i^2 - 216i^3 - 16i^4) \right\} \mathbf{K}_3^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{2}(10047 + 2848i - 655i^2 - 248i^3 - 16i^4) - h(1389 + 403i - 18i^2 - 8i^3) \right\} \mathbf{K}_4^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{2}(11490 + 3020i - 70i^2 - 40i^3) - h(909 + 201i + 4i^2) \right\} \mathbf{K}_5^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{2}(7290 + 1422i + 24i^2) - 2h(153 + 18i) \right\} \mathbf{K}_6^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{2}(2436 + 252i) - 42h \right\} \mathbf{K}_7^{(i)} - 168 \mathbf{K}_8^{(i)}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (191) = & + \frac{1}{12}(2h - 10h^2 + 8h^3)(27 + 65i + 42i^2 + 8i^3)\mathbf{K}^{(i)} \\
 & + \left\{ \frac{1}{12}(3 - 7h + 4h^2)(78 + 116i + 54i^2 + 8i^3) \right. \\
 & \quad \left. - \frac{1}{4}(-2h + 10h^2 - 8h^3)(17 + 17i + 4i^2) \right\} \mathbf{K}_1^{(i)} \\
 & + \left\{ -\frac{1}{12}(4 + 4h)(159 + 179i + 66i^2 + 8i^3) \right. \\
 & \quad \left. + \frac{1}{4}(3 - 7h + 4h^2)(54 + 42i + 8i^2) - \frac{1}{4}(-2h + 10h^2 - 8h^3)(10 + 4i) \right\} \mathbf{K}_2^{(i)} \\
 & + \left\{ - (138 + 127i + 39i^2 + 4i^3) - (1 + h)(117 + 75i + 12i^2) \right. \\
 & \quad \left. + \frac{1}{4}(3 - 7h + 4h^2)(36 + 12i) - \frac{1}{2}(-2h + 10h^2 - 8h^3) \right\} \mathbf{K}_3^{(i)} \\
 & + \left\{ -\frac{3}{2}(212 + 116i + 16i^2) - (1 + h)(84 + 24i) + 2(3 - 7h + 4h^2) \right\} \mathbf{K}_4^{(i)} \\
 & + \left\{ -\frac{3}{2}(160 + 40i) - 5(4 + 4h) \right\} \mathbf{K}_5^{(i)} - 60\mathbf{K}_6^{(i)};
 \end{aligned}$$

pour $h = i$, on retrouve la fonction (119), et pour $h = -i$ la fonction (121).

$$\begin{aligned}
 (192) = & + \frac{1}{12}h(243 + 858i + 1317i^2 + 926i^3 + 288i^4 + 32i^5)\mathbf{K}^{(i)} \\
 & + \left\{ \frac{1}{12}(75 + 637i + 1029i^2 + 635i^3 + 168i^4 + 16i^5) \right. \\
 & \quad \left. - \frac{1}{12}h(93 - 416i - 741i^2 - 344i^3 + 48i^4) \right\} \mathbf{K}_1^{(i)} \\
 & + \left\{ -\frac{1}{12}(1329 + 236i - 765i^2 - 376i^3 - 48i^4) - \frac{1}{3}h(309 + 163i - 6i^2 - 8i^3) \right\} \mathbf{K}_2^{(i)} \\
 & + \left\{ - (339 + 158i + 3i^2 - 4i^3) - h(123 + 51i + 4i^2) \right\} \mathbf{K}_3^{(i)} \\
 & + \left\{ - (362 + 126i + 8i^2) - 2h(29 + 6i) \right\} \mathbf{K}_4^{(i)} \\
 & + \left\{ - (170 + 30i) - 10h \right\} \mathbf{K}_5^{(i)} - 30\mathbf{K}_6^{(i)};
 \end{aligned}$$

pour $h = i$, on retrouve la fonction (120), et pour $h = -i$, la fonction (122).

$$\begin{aligned}
 (193) = & -\frac{1}{96}(136h - 314h^2 + 593h^3 - 788h^4 + 400h^5 - 64h^6)(4 + 9i + 4i^2)\mathbf{K}^{(i)} \\
 & + \left\{ -\frac{1}{48}(48 - 190h + 273h^2 - 278h^3 + 160h^4 - 32h^5)(10 + 13i + 4i^2) \right. \\
 & \quad \left. - \frac{1}{96}(136h - 314h^2 + 593h^3 - 788h^4 + 400h^5 - 64h^6)(6 + 4i) \right\} \mathbf{K}_1^{(i)} \\
 & + \left\{ \frac{1}{48}(80 - 142h + 53h^2 + 40h^3 - 16h^4)(18 + 17i + 4i^2) \right. \\
 & \quad \left. - \frac{1}{48}(48 - 190h + 273h^2 - 278h^3 + 160h^4 - 32h^5)(16 + 8i) \right. \\
 & \quad \left. - \frac{1}{48}(136h - 314h^2 + 593h^3 - 788h^4 + 400h^5 - 64h^6) \right\} \mathbf{K}_2^{(i)} \\
 & + \left\{ \frac{1}{4}(4 - 17h + 22h^2 - 8h^3)(28 + 21i + 4i^2) \right. \\
 & \quad \left. + \frac{1}{48}(80 - 142h + 53h^2 + 40h^3 - 16h^4)(30 + 12i) \right. \\
 & \quad \left. - \frac{1}{8}(48 - 190h + 273h^2 - 278h^3 + 160h^4 - 32h^5) \right\} \mathbf{K}_3^{(i)} \\
 & + \left\{ -\frac{1}{4}(24 - 23h + 4h^2)(40 + 25i + 4i^2) \right. \\
 & \quad \left. + \frac{1}{4}(4 - 17h + 22h^2 - 8h^3)(48 + 16i) \right. \\
 & \quad \left. + \frac{1}{4}(80 - 142h + 53h^2 + 40h^3 - 16h^4) \right\} \mathbf{K}_4^{(i)} \\
 & + \left\{ \frac{1}{4}(10 + 20h)(54 + 29i + 4i^2) - \frac{1}{4}(24 - 23h + 4h^2)(70 + 20i) \right. \\
 & \quad \left. + 5(4 - 17h + 22h^2 - 8h^3) \right\} \mathbf{K}_5^{(i)} \\
 & + \left\{ \frac{15}{2}(70 + 33i + 4i^2) + \frac{1}{2}(10 + 20h)(48 + 12i) - \frac{15}{2}(24 - 23h + 4h^2) \right\} \mathbf{K}_6^{(i)} \\
 & + \left\{ 15(63 + 14i) + \frac{21}{2}(10 + 20h) \right\} \mathbf{K}_7^{(i)} + 420\mathbf{K}_8^{(i)}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(194) = & -\frac{1}{18}(22h - 64h^2 + 60h^3 - 16h^4)(8 + 31i + 56i^2 + 38i^3 + 8i^4) \mathbf{K}^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{36}(16 - 46h + 48h^2 - 16h^3)(16 - 72i - 160i^2 - 92i^3 - 16i^4) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{36}(22h - 64h^2 + 60h^3 - 16h^4)(32 - 10i - 48i^2 - 16i^3) \right\} \mathbf{K}_1^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{12}(8 - 6h)(168 - 28i - 208i^2 - 108i^3 - 16i^4) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{18}(16 - 46h + 48h^2 - 16h^3)(152 + 44i - 48i^2 - 16i^3) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{12}(22h - 64h^2 + 60h^3 - 16h^4)(40 + 18i) \right\} \mathbf{K}_2^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{4}{3}h(268 + 47i - 128i^2 - 62i^3 - 8i^4) - \frac{1}{2}(8 - 6h)(184 + 61i - 24i^2 - 8i^3) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{12}(16 - 46h + 48h^2 - 16h^3)(216 + 78i) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{12}(22h - 64h^2 + 60h^3 - 16h^4)(32 + 8i) \right\} \mathbf{K}_3^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{2}{3}(1240 + 318i - 304i^2 - 140i^3 - 16i^4) + \frac{2}{3}(22h - 64h^2 + 60h^3 - 16h^4) \right. \\
& \quad \left. + \frac{8}{3}h(704 + 224i - 48i^2 - 16i^3) - \frac{1}{2}(8 - 6h)(336 + 102i) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{12}(16 - 46h + 48h^2 - 16h^3)(160 + 32i) \right\} \mathbf{K}_4^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{2}{3}(5920 + 1750i - 240i^2 - 80i^3) + 2h(1600 + 420i) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{2}(8 - 6h)(240 + 40i) + \frac{10}{3}(16 - 46h + 48h^2 - 16h^3) \right\} \mathbf{K}_5^{(i)} \\
& + \left\{ 2(3240 + 750i) + 4h(560 + 80i) - 30(8 - 6h) \right\} \mathbf{K}_6^{(i)} \\
& + \left\{ 4(1120 + 140i) + 560h \right\} \mathbf{K}_7^{(i)} + 1120 \mathbf{K}_8^{(i)}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(195) = & -\frac{1}{6}(5h - 4h^2)(64 + 320i + 342i^2 + 877i^3 + 1076i^4 + 464i^5 + 64i^6) \mathbf{K}^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{96}(2 - 4h)(1008 + 236i - 868i^2 + 697i^3 + 1332i^4 + 528i^5 + 64i^6) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{48}(5h - 4h^2)(472 - 42i - 605i^2 - 90i^3 + 128i^4 + 32i^5) \right\} \mathbf{K}_1^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{48}(6768 - 9380i - 4132i^2 - 139i^3 + 1556i^4 + 592i^5 + 64i^6) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{12}(2 - 4h)(1440 + 116i - 816i^2 - 209i^3 + 56i^4 + 16i^5) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{48}(5h - 4h^2)(2408 + 274i - 1027i^2 - 328i^3 - 16i^4) \right\} \mathbf{K}_2^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{8}(10088 + 1598i - 3115i^2 - 842i^3 + 96i^4 + 32i^5) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{16}(2 - 4h)(7208 + 1366i - 1483i^2 - 424i^3 - 16i^4) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{4}(5h - 4h^2)(400 + 91i - 38i^2 - 8i^3) \right\} \mathbf{K}_3^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{4}(17520 + 3382i - 1987i^2 - 520i^3 - 16i^4) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{2}(2 - 4h)(1552 + 336i - 84i^2 - 16i^3) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{4}(5h - 4h^2)(376 + 77i - 4i^2) \right\} \mathbf{K}_4^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{2}(13220 + 2650i - 460i^2 - 80i^3) - \frac{1}{4}(2 - 4h)(2730 + 485i - 20i^2) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{2}(5h - 4h^2)(85 + 10i) \right\} \mathbf{K}_5^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{2}(11190 + 1755i - 60i^2) - \frac{1}{2}(2 - 4h)(600 + 60i) - \frac{15}{2}(5h - 4h^2) \right\} \mathbf{K}_6^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{2}(4830 + 420i) - \frac{105}{2}(2 - 4h) \right\} \mathbf{K}_7^{(i)} + 420 \mathbf{K}_8^{(i)}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (196) = & + \frac{1}{12}(22h - 64h^2 + 60h^3 - 16h^4)(4 + 9i + 4i^2)\mathbf{K}^{(i)} \\
 & + \left\{ \frac{1}{12}(16 - 46h + 48h^2 - 16h^3)(10 + 13i + 4i^2) \right. \\
 & \quad \left. + \frac{1}{12}(22h - 64h^2 + 60h^3 - 16h^4)(6 + 4i) \right\} \mathbf{K}_1^{(i)} \\
 & + \left\{ -\frac{1}{4}(8 - 6h)(18 + 17i + 4i^2) + \frac{1}{12}(16 - 46h + 48h^2 - 16h^3)(16 + 8i) \right. \\
 & \quad \left. + \frac{1}{6}(22h - 64h^2 + 60h^3 - 16h^4) \right\} \mathbf{K}_2^{(i)} \\
 & + \left\{ 2h(28 + 21i + 4i^2) - \frac{1}{4}(8 - 6h)(30 + 12i) \right. \\
 & \quad \left. + \frac{1}{2}(16 - 46h + 48h^2 - 16h^3) \right\} \mathbf{K}_3^{(i)} \\
 & + \left\{ 2(40 + 25i + 4i^2) + 2h(48 + 16i) - 3(8 - 6h) \right\} \mathbf{K}_4^{(i)} \\
 & + \left\{ 2(70 + 20i) + 40h \right\} \mathbf{K}_5^{(i)} + 60\mathbf{K}_6^{(i)};
 \end{aligned}$$

pour $h = i$, on retrouve la fonction (99), et pour $h = -i$ la fonction (101).

$$\begin{aligned}
 (197) = & + \frac{1}{6}(5h - 4h^2)(8 + 31i + 56i^2 + 38i^3 + 8i^4)\mathbf{K}^{(i)} \\
 & + \left\{ -\frac{1}{12}(2 - 4h)(16 - 72i - 160i^2 - 92i^3 - 16i^4) \right. \\
 & \quad \left. - \frac{1}{12}(5h - 4h^2)(32 - 10i - 48i^2 - 16i^3) \right\} \mathbf{K}_1^{(i)} \\
 & + \left\{ \frac{1}{6}(168 - 28i - 208i^2 - 108i^3 - 16i^4) - \frac{1}{6}(2 - 4h)(152 + 44i - 48i^2 - 16i^3) \right. \\
 & \quad \left. - \frac{1}{4}(5h - 4h^2)(40 + 18i) \right\} \mathbf{K}_2^{(i)} \\
 & + \left\{ (184 + 61i - 24i^2 - 8i^3) - \frac{1}{4}(2 - 4h)(216 + 78i) \right. \\
 & \quad \left. - \frac{1}{4}(5h - 4h^2)(32 + 8i) \right\} \mathbf{K}_3^{(i)} \\
 & + \left\{ (336 + 102i) - \frac{1}{4}(2 - 4h)(160 + 32i) - 2(5h - 4h^2) \right\} \mathbf{K}_4^{(i)} \\
 & + \left\{ (240 + 40i) - 10(2 - 4h) \right\} \mathbf{K}_5^{(i)} + 60\mathbf{K}_6^{(i)};
 \end{aligned}$$

pour $h = i$, on retrouve la fonction (100), et pour $h = -i$ la fonction (102).

$$\begin{aligned}
 (198) = & -\frac{1}{240}(-1425h + 4131h^2 - 6123h^3 + 5805h^4 \\
 & \quad - 2980h^5 + 720h^6 - 64h^7)(2 + 4i)\mathbf{K}^{(i)} \\
 & + \left\{ -\frac{1}{480}(1701 - 6951h + 10719h^2 - 9865h^3 + 5820h^4 - 1744h^5 + 192h^6)(4 + 4i) \right. \\
 & \quad \left. + \frac{1}{120}(-1425h + 4131h^2 - 6123h^3 + 5805h^4 - 2980h^5 + 720h^6 - 64h^7) \right\} \mathbf{K}_1^{(i)} \\
 & + \left\{ \frac{1}{120}(729 - 1557h + 1215h^2 - 475h^3 + 120h^4 - 16h^5)(6 + 4i) \right. \\
 & \quad \left. - \frac{1}{120}(1701 - 6951h + 10719h^2 - 9865h^3 + 5820h^4 - 1744h^5 + 192h^6) \right\} \mathbf{K}_2^{(i)} \\
 & + \left\{ -\frac{1}{8}(27 + 52h - 135h^2 + 88h^3 - 16h^4)(4 + 2i) \right. \\
 & \quad \left. + \frac{1}{20}(729 - 1557h + 1215h^2 - 475h^3 + 120h^4 - 16h^5) \right\} \mathbf{K}_3^{(i)} \\
 & + \left\{ -\frac{1}{2}(36 - 62h + 38h^2 - 8h^3)(5 + 2i) \right. \\
 & \quad \left. - \frac{1}{2}(27 + 52h - 135h^2 + 88h^3 - 16h^4) \right\} \mathbf{K}_4^{(i)} \\
 & + \left\{ \frac{1}{2}(45 - 15h - 4h^2)(6 + 2i) - \frac{5}{2}(36 - 62h + 38h^2 - 8h^3) \right\} \mathbf{K}_5^{(i)} \\
 & + \left\{ \frac{1}{2}(12 - 36h)(7 + 2i) + 3(45 - 15h - 4h^2) \right\} \mathbf{K}_6^{(i)} \\
 & + \left\{ -\frac{21}{2}(16 + 4i) + \frac{7}{2}(12 - 36h) \right\} \mathbf{K}_7^{(i)} - 168\mathbf{K}_8^{(i)}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(199) = & -\frac{1}{24}(129h - 324h^2 + 307h^3 - 120h^4 + 16h^5)(1 + 5i + 14i^2 + 8i^3)\mathbf{K}^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{24}(135 - 460h + 549h^2 - 280h^3 + 48h^4)(3 - 2i - 9i^2 - 4i^3) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{24}(129h - 324h^2 + 307h^3 - 120h^4 + 16h^5)(7 + i - 4i^2) \right\} \mathbf{K}_1^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{12}(54 - 80h + 42h^2 - 8h^3)(27 + i - 22i^2 - 8i^3) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{24}(135 - 460h + 549h^2 - 280h^3 + 48h^4)(21 + 5i - 4i^2) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{24}(129h - 324h^2 + 307h^3 - 120h^4 + 16h^5)(14 + 4i) \right\} \mathbf{K}_2^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{2}(9 + 3h - 4h^2)(34 + 5i - 13i^2 - 4i^3) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{12}(54 - 80h + 42h^2 - 8h^3)(123 + 27i - 12i^2) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{48}(135 - 460h + 549h^2 - 280h^3 + 48h^4)(60 + 12i) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{4}(129h - 324h^2 + 307h^3 - 120h^4 + 16h^5) \right\} \mathbf{K}_3^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{4}(8 - 12h)(135 + 23i - 30i^2 - 8i^3) + \frac{1}{2}(9 + 3h - 4h^2)(134 + 26i - 8i^2) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{6}(54 - 80h + 42h^2 - 8h^3)(78 + 12i) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{2}(135 - 460h + 549h^2 - 280h^3 + 48h^4) \right\} \mathbf{K}_4^{(i)} \\
& + \left\{ -5(117 + 20i - 17i^2 - 4i^3) + \frac{5}{4}(8 - 12h)(99 + 17i - 4i^2) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{2}(9 + 3h - 4h^2)(160 + 20i) - 5(54 - 80h + 42h^2 - 8h^3) \right\} \mathbf{K}_5^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{5}{2}(822 + 126i - 24i^2) + \frac{1}{2}(8 - 12h)(285 + 30i) + 30(9 + 3h - 4h^2) \right\} \mathbf{K}_6^{(i)} \\
& + \left\{ -5(462 + 42i) + \frac{105}{2}(8 - 12h) \right\} \mathbf{K}_7^{(i)} - 840\mathbf{K}_8^{(i)}. \\
\\
(200) = & \frac{1}{72}(1 + 8i - 47i^2 + 34i^3 + 96i^4 + 32i^5)(-26h + 30h^2 - 8h^3)\mathbf{K}^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{12}(3 - 9h + 4h^2)(65 - i - 101i^2 + 5i^3 + 56i^4 + 16i^5) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{72}(129 - 10i - 155i^2 - 24i^3 + 16i^4)(-26h + 30h^2 - 8h^3) \right\} \mathbf{K}_1^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{24}(4 - 4h)(783 + 40i - 525i^2 - 46i^3 + 128i^4 + 32i^5) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{12}(3 - 9h + 4h^2)(653 + 42i - 323i^2 - 56i^3 + 16i^4) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{36}(262 + 26i - 84i^2 - 16i^3)(-26h + 30h^2 - 8h^3) \right\} \mathbf{K}_2^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{6}(1370 - 121i + 532i^2 + 67i^3 - 72i^4 - 16i^5) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{8}(4 - 4h)(1957 + 202i - 539i^2 - 88i^3 + 16i^4) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{2}(3 - 9h + 4h^2)(326 + 40i - 54i^2 - 8i^3) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{6}(65 + 9i - 4i^2)(-26h + 30h^2 - 8h^3) \right\} \mathbf{K}_3^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{6}(9090 + 1036i - 1606i^2 - 240i^3 + 32i^4) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{2}(4 - 4h)(1294 + 158i - 132i^2 - 16i^3) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{2}(3 - 9h + 4h^2)(428 + 52i - 16i^2) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{6}(42 + 4i)(-26h + 30h^2 - 8h^3) \right\} \mathbf{K}_4^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{6}(22480 + 2600i - 1560i^2 - 160i^3) + \frac{1}{2}(4 - 4h)(1590 + 170i - 40i^2) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{2}(3 - 9h + 4h^2)(260 + 20i) + \frac{5}{3}(-26h + 30h^2 - 8h^3) \right\} \mathbf{K}_5^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{2}(8840 + 840i - 160i^2) + \frac{1}{2}(4 - 4h)(930 + 60i) - 30(3 - 9h + 4h^2) \right\} \mathbf{K}_6^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{2}(5040 + 280i) + 105(4 - 4h) \right\} \mathbf{K}_7^{(i)} - 560\mathbf{K}_8^{(i)}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (201) = & \frac{1}{24}(129h - 324h^2 + 307h^3 - 120h^4 + 16h^5)(2 + 4i)\mathbf{K}^{(i)} \\
 & + \left\{ \frac{1}{48}(135 - 460h + 549h^2 - 280h^3 + 48h^4)(4 + 4i) \right. \\
 & \quad + \frac{1}{12}(129h - 324h^2 + 307h^3 - 120h^4 + 16h^5) \left. \mathbf{K}_1^{(i)} \right\} \\
 & + \left\{ -\frac{1}{12}(54 - 80h + 42h^2 - 8h^3)(6 + 4i) \right. \\
 & \quad + \frac{1}{12}(135 - 460h + 549h^2 - 280h^3 + 48h^4) \left. \mathbf{K}_2^{(i)} \right\} \\
 & + \left\{ \frac{1}{2}(9 + 3h - 4h^2)(4 + 2i) - \frac{1}{2}(54 - 80h + 42h^2 - 8h^3) \right. \left. \mathbf{K}_3^{(i)} \right\} \\
 & + \left\{ \frac{1}{2}(8 - 12h)(5 + 2i) + 2(9 + 3h - 4h^2) \right. \left. \mathbf{K}_4^{(i)} \right\} \\
 & + \left\{ -5(6 + 2i) + \frac{5}{2}(8 - 12h) \right. \left. \mathbf{K}_5^{(i)} - 30\mathbf{K}_6^{(i)}; \right.
 \end{aligned}$$

pour $h = i$, on retrouve la fonction (70), et pour $h = -i$, la fonction (72).

$$\begin{aligned}
 (202) = & -\frac{1}{12}(1 + 5i + 14i^2 + 8i^3)(-26h + 30h^2 - 8h^3)\mathbf{K}^{(i)} \\
 & + \left\{ -\frac{1}{2}(3 - 9h + 4h^2)(3 - 2i - 9i^2 - 4i^3) \right. \\
 & \quad + \frac{1}{12}(7 + i - 4i^2)(-26h + 30h^2 - 8h^3) \left. \mathbf{K}_1^{(i)} \right\} \\
 & + \left\{ \frac{1}{4}(4 - 4h)(27 + i - 22i^2 - 8i^3) - \frac{1}{2}(3 - 9h + 4h^2)(21 + 5i - 4i^2) \right. \\
 & \quad + \frac{1}{12}(14 + 4i)(-26h + 30h^2 - 8h^3) \left. \mathbf{K}_2^{(i)} \right\} \\
 & + \left\{ -(34 + 5i - 13i^2 - 4i^3) + \frac{1}{4}(4 - 4h)(123 + 27i - 12i^2) \right. \\
 & \quad - \frac{1}{4}(3 - 9h + 4h^2)(60 + 12i) + \frac{1}{2}(-26h + 30h^2 - 8h^3) \left. \mathbf{K}_3^{(i)} \right\} \\
 & + \left\{ -(134 + 26i - 8i^2) + \frac{1}{2}(4 - 4h)(78 + 12i) - 6(3 - 9h + 4h^2) \right. \left. \mathbf{K}_4^{(i)} \right\} \\
 & + \left\{ -(160 + 20i) + 15(4 - 4h) \right. \left. \mathbf{K}_5^{(i)} - 60\mathbf{K}_6^{(i)}; \right.
 \end{aligned}$$

pour $h = i$, on retrouve la fonction (71), et pour $h = -i$, la fonction (73).

$$\begin{aligned}
 (203) = & +\frac{1}{1440}(-65968h + 192608h^2 - 262622h^3 + 218177h^4 \\
 & \quad - 109320h^5 + 30944h^6 - 4480h^7 + 256h^8)\mathbf{K}^{(i)} \\
 & - \frac{1}{360}(8192 - 35344h + 57208h^2 - 52141h^3 \\
 & \quad + 30300h^4 - 10456h^5 + 1856h^6 - 128h^7)\mathbf{K}_1^{(i)} \\
 & + \frac{1}{360}(14336 - 34832h + 34256h^2 - 19085h^3 + 7000h^4 - 1488h^5 + 128h^6)\mathbf{K}_2^{(i)} \\
 & - \frac{1}{30}(768 - 643h - 285h^2 + 475h^3 - 160h^4 + 16h^5)\mathbf{K}_3^{(i)} \\
 & - \frac{1}{6}(128 - 363h + 325h^2 - 124h^3 + 16h^4)\mathbf{K}_4^{(i)} \\
 & + \frac{1}{6}(320 - 334h + 120h^2 - 16h^3)\mathbf{K}_5^{(i)} - \frac{1}{2}(48 + 22h - 16h^2)\mathbf{K}_6^{(i)} \\
 & - \frac{1}{2}(56 - 56h)\mathbf{K}_7^{(i)} + 28\mathbf{K}_8^{(i)}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(204) = & -\frac{1}{15}i^2(1804h - 4294h^2 + 4100h^3 - 1870h^4 + 400h^5 - 32h^6)\mathbf{K}^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{60}(768 - 2978h + 3855h^2 - 2320h^3 + 640h^4 - 64h^5)(2 - 4i^2) \right. \\
& + \left. \frac{1}{30}(1804h - 4294h^2 + 4100h^3 - 1870h^4 + 400h^5 - 32h^6) \right\} \mathbf{K}_1^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{12}(256 - 502h + 373h^2 - 128h^3 + 16h^4)(6 - 4i^2) \right. \\
& + \left. \frac{2}{15}(768 - 2978h + 3855h^2 - 2320h^3 + 640h^4 - 64h^5) \right\} \mathbf{K}_2^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{30}(1804h - 4294h^2 + 4100h^3 - 1870h^4 + 400h^5 - 32h^6) \right\} \mathbf{K}_3^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{2}(32 - 24h + 4h^2)(12 - 4i^2) - \frac{3}{2}(256 - 502h + 373h^2 - 128h^3 + 16h^4) \right. \\
& + \left. \frac{1}{10}(768 - 2978h + 3855h^2 - 2320h^3 + 640h^4 - 64h^5) \right\} \mathbf{K}_4^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{2}(20h - 8h^2)(20 - 4i^2) + 16(32 - 24h + 4h^2) \right. \\
& - (256 - 502h + 373h^2 - 128h^3 + 16h^4) \left. \right\} \mathbf{K}_5^{(i)} \\
& + \left\{ -(10 - 8h)(30 - 4i^2) - 50(10h - 4h^2) + 10(32 - 24h + 4h^2) \right\} \mathbf{K}_6^{(i)} \\
& + \left\{ 6(42 - 4i^2) - 36(20 - 16h) - 15(20h - 8h^2) \right\} \mathbf{K}_7^{(i)} \\
& + \left\{ 588 - 21(20 - 16h) \right\} \mathbf{K}_8^{(i)} + 336\mathbf{K}_8^{(i)}. \\
\\
(205) = & -\frac{1}{96}(-206h + 283h^2 - 120h^3 + 16h^4)(17i^2 - 16i^4)\mathbf{K}^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{24}(16 - 59h + 42h^2 - 8h^3)(24 - 41i^2 + 16i^4) \right. \\
& + \left. \frac{1}{24}(-206h + 283h^2 - 120h^3 + 16h^4)(6 - 6i^2) \right\} \mathbf{K}_1^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{8}(8 - 13h + 4h^2)(120 - 81i^2 + 16i^4) \right. \\
& - \frac{1}{6}(16 - 59h + 42h^2 - 8h^3)(48 - 20i^2) \\
& + \left. \frac{1}{24}(18 - 4i^2)(-206h + 283h^2 - 120h^3 + 16h^4) \right\} \mathbf{K}_2^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{8}(6 - 4h)(360 - 137i^2 + 16i^4) + \frac{1}{2}(8 - 13h + 4h^2)(180 - 42i^2) \right. \\
& - \frac{1}{6}(16 - 59h + 42h^2 - 8h^3)(108 - 12i^2) \\
& + \left. \frac{3}{4}(-206h + 283h^2 - 120h^3 + 16h^4) \right\} \mathbf{K}_3^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{4}(840 - 209i^2 + 16i^4) - \frac{1}{2}(6 - 4h)(480 - 72i^2) \right. \\
& + \frac{1}{2}(8 - 13h + 4h^2)(360 - 24i^2) - 16(16 - 59h + 42h^2 - 8h^3) \\
& + \left. \frac{1}{4}(-206h + 283h^2 - 120h^3 + 16h^4) \right\} \mathbf{K}_4^{(i)} \\
& + \left\{ (1050 - 110i^2) - \frac{1}{2}(6 - 4h)(900 - 40i^2) \right. \\
& + 150(8 - 13h + 4h^2) - 5(16 - 59h + 42h^2 - 8h^3) \left. \right\} \mathbf{K}_5^{(i)} \\
& + \left\{ (1890 - 60i^2) - 360(6 - 4h) + 45(8 - 13h + 4h^2) \right\} \mathbf{K}_6^{(i)} \\
& + \left\{ 1470 - 210(3 - 2h) \right\} \mathbf{K}_7^{(i)} + 420\mathbf{K}_8^{(i)}. \\
\\
(206) = & +\frac{1}{60}(1804h - 4294h^2 + 4100h^3 - 1870h^4 + 400h^5 - 32h^6)\mathbf{K}^{(i)} \\
& + \frac{1}{60}(768 - 2978h + 3855h^2 - 2320h^3 + 640h^4 - 64h^5)\mathbf{K}_1^{(i)} \\
& - \frac{1}{12}(256 - 502h + 373h^2 - 128h^3 + 16h^4)\mathbf{K}_2^{(i)} \\
& + 2(8 - 6h + h^2)\mathbf{K}_3^{(i)} - 2(5h - 2h^2)\mathbf{K}_4^{(i)} - (10 - 8h)\mathbf{K}_5^{(i)} + 6\mathbf{K}_6^{(i)};
\end{aligned}$$

pour $h = i$, on retrouve la fonction (34).

$$\begin{aligned}
(207) = & -\frac{1}{6}(-206h + 283h^2 - 120h^3 + 16h^4)t^2 \mathbf{K}^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{6}(16 - 59h + 42h^2 - 8h^3)(2 - 4t^2) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{12}(-206h + 283h^2 - 120h^3 + 16h^4) \right\} \mathbf{K}_1^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{2}(8 - 13h + 4h^2)(6 - 4t^2) - \frac{1}{3}(16 - 59h + 42h^2 - 8h^3) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{12}(-206h + 283h^2 - 120h^3 + 16h^4) \right\} \mathbf{K}_2^{(i)} \\
& + \left\{ -2(6 - 4h)(3 - t^2) + 9(8 - 13h + 4h^2) - (16 - 59h + 42h^2 - 8h^3) \right\} \mathbf{K}_3^{(i)} \\
& + \left\{ 4(5 - t^2) - 16(6 - 4h) + 6(8 - 13h + 4h^2) \right\} \mathbf{K}_4^{(i)} \\
& + \left\{ 50 - 10(6 - 4h) \right\} \mathbf{K}_5^{(i)} + 30 \mathbf{K}_6^{(i)};
\end{aligned}$$

pour $h = i$, on retrouve la fonction (35).

$$\begin{aligned}
(208) = & -\frac{1}{186}h^2(46656 + 125616i + 117238t^2 + 52095t^3 + 12020t^4 + 1392t^5 + 64t^6) \mathbf{K}^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{360}(176112 + 320580i + 227548t^2 + 81795t^3 + 15860t^4 + 1584t^5 + 64t^6) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{30}h^2(21576 + 32494i + 18385t^2 + 4950t^3 + 640t^4 + 32t^5) \right\} \mathbf{K}_1^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{360}(456048 + 634644i + 391708t^2 + 119895t^3 + 20180t^4 + 1776t^5 + 64t^6) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{15}(23328 + 28692i + 13680t^2 + 3175t^3 + 360t^4 + 16t^5) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{6}h^2(5016 + 4978i + 1795t^2 + 280t^3 + 16t^4) \right\} \mathbf{K}_2^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{20}(88056 + 92934i + 38615t^2 + 7910t^3 + 800t^4 + 32t^5) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{4}(8280 + 7110i + 2251t^2 + 312t^3 + 16t^4) \right. \\
& \quad \left. - \frac{2}{3}h^2(816 + 533i + 114t^2 + 8t^3) \right\} \mathbf{K}_3^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{2}(12792 + 9734i + 2755t^2 + 344t^3 + 16t^4) \right. \\
& \quad \left. + \frac{2}{3}(2256 + 1312i + 252t^2 + 16t^3) - 2h^2(104 + 41i + 4t^2) \right\} \mathbf{K}_4^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{3}(15060 + 7910i + 1380t^2 + 80t^3) \right. \\
& \quad \left. + (630 + 225i + 20t^2) - 2h^2(22 + 4i) \right\} \mathbf{K}_5^{(i)} \\
& + \left\{ (2250 + 735i + 60t^2) + (144 + 24i) - 4h^2 \right\} \mathbf{K}_6^{(i)} \\
& + \left\{ (546 + 84i) + 14 \right\} \mathbf{K}_7^{(i)} + 56 \mathbf{K}_8^{(i)}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(209) = & -\frac{1}{2520}(839808 + 2756232i + 3742962t^2 + 2735607t^3 \\
& + 1171436t^4 + 301266t^5 + 45640t^6 + 3744t^7 + 128t^8) \mathbf{K}^{(i)} \\
& - \frac{1}{2520}(1345824 + 3500928i + 3757670t^2 + 2087463t^3 \\
& \quad + 647080t^4 + 112728t^5 + 10304t^6 + 384t^7) \mathbf{K}_1^{(i)} \\
& + \frac{1}{360}(144576 - 41400i - 181406t^2 - 104265t^3 - 25600t^4 - 2928t^5 - 128t^6) \mathbf{K}_2^{(i)} \\
& + \frac{1}{30}(51912 + 33738i + 5250t^2 - 685t^3 - 240t^4 - 16t^5) \mathbf{K}_3^{(i)} \\
& + \frac{1}{6}(12048 + 6772i + 1251t^2 + 76t^3) \mathbf{K}_4^{(i)} + \frac{1}{6}(7512 + 3130i + 408t^2 + 16t^3) \mathbf{K}_5^{(i)} \\
& + \frac{1}{2}(912 + 246i + 16t^2) \mathbf{K}_6^{(i)} + (64 + 12i) \mathbf{K}_7^{(i)} + 8 \mathbf{K}_8^{(i)}.
\end{aligned}$$

B.

$$\begin{aligned}
(210) = & + \frac{1}{240} (2h - 10h^2 + 8h^3) (3125 + 8174i + 7055i^2 + 2710i^3 + 480i^4 + 32i^5) \mathbf{K}^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{120} (5485 + 9497i + 6155i^2 + 1895i^3 + 280i^4 + 16i^5) (3 - 7h + 4h^2) \right. \\
& \quad + \frac{1}{8} (1569 + 2164i + 1051i^2 + 216i^3 + 16i^4) (2h - 10h^2 + 8h^3) \left. \mathbf{K}_1^{(i)} \right\} \\
& + \left\{ -\frac{1}{60} (1 + h) (26595 + 36394i + 19365i^2 + 5030i^3 + 640i^4 + 32i^5) \right. \\
& \quad + \frac{1}{24} (3 - 7h + 4h^2) (3125 + 3480i + 1411i^2 + 248i^3 + 16i^4) \\
& \quad + \frac{1}{12} (2h - 10h^2 + 8h^3) (389 + 329i + 90i^2 + 8i^3) \left. \mathbf{K}_2^{(i)} \right\} \\
& + \left\{ -\frac{1}{20} (27010 + 31177i + 14230i^2 + 3215i^3 + 360i^4 + 16i^5) \right. \\
& \quad - \frac{1}{4}(1 + h) (5485 + 5192i + 1819i^2 + 280i^3 + 16i^4) \\
& \quad + \frac{1}{2}(3 - 7h + 4h^2) (295 + 214i + 51i^2 + 4i^3) \\
& \quad + \frac{1}{4}(2h - 10h^2 + 8h^3) (67 + 33i + 4i^2) \left. \mathbf{K}_3^{(i)} \right\} \\
& + \left\{ -\frac{1}{2} (8865 + 7348i + 2275i^2 + 312i^3 + 16i^4) \right. \\
& \quad - 2(1 + h) (845 + 539i + 114i^2 + 8i^3) \\
& \quad + \frac{1}{2}(3 - 7h + 4h^2) (170 + 74i + 8i^2) + \frac{1}{2}(2h - 10h^2 + 8h^3) (9 + 2i) \left. \mathbf{K}_4^{(i)} \right\} \\
& + \left\{ -\frac{1}{2} (11600 + 6620i + 1260i^2 + 80i^3) - 2(1 + h) (525 + 205i + 20i^2) \right. \\
& \quad + \frac{1}{2}(3 - 7h + 4h^2) (50 + 10i) + \frac{1}{2}(2h - 10h^2 + 8h^3) \left. \mathbf{K}_5^{(i)} \right\} \\
& + \left\{ -\frac{3}{2} (2540 + 900i + 80i^2) - 2(1 + h) (165 + 30i) + 3(3 - 7h + 4h^2) \left. \mathbf{K}_6^{(i)} \right\} \\
& + \left\{ -\frac{3}{2} (840 + 140i) - 42(1 + h) \left. \mathbf{K}_7^{(i)} \right\} - 168 \mathbf{K}_8^{(i)}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(211) = & + \frac{1}{360} h (78125 + 259005i + 357225i^2 + 257931i^3 \\
& \quad + 103850i^4 + 23320i^5 + 2720i^6 + 128i^7) \mathbf{K}^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{360} (83105 + 263246i + 331240i^2 + 211358i^3 \right. \\
& \quad \left. + 74535i^4 + 14708i^5 + 1520i^6 + 64i^7) \right. \\
& \quad + \frac{1}{360} h (88085 + 267487i + 305255i^2 \\
& \quad \left. + 164785i^3 + 45220i^4 + 6096i^5 + 320i^6) \right. \left. \mathbf{K}_1^{(i)} \right\} \\
& + \left\{ -\frac{1}{360} (91405 - 204619i - 372305i^2 - 208045i^3 - 53860i^4 - 6672i^5 - 320i^6) \right. \\
& \quad - \frac{1}{60} h (29915 + 10478i - 11175i^2 - 7210i^3 - 1440i^4 - 96i^5) \left. \mathbf{K}_2^{(i)} \right\} \\
& + \left\{ -\frac{1}{20} (51945 + 27689i - 2065i^2 - 3705i^3 - 760i^4 - 48i^5) \right. \\
& \quad - \frac{1}{12} h (14795 + 8980i + 1409i^2 - 40i^3 - 16i^4) \left. \mathbf{K}_3^{(i)} \right\} \\
& + \left\{ -\frac{1}{6} (28255 + 15336i + 2297i^2 - 8i^3 - 16i^4) \right. \\
& \quad - \frac{1}{3} h (3365 + 1589i + 222i^2 + 8i^3) \left. \mathbf{K}_4^{(i)} \right\} \\
& + \left\{ -\frac{1}{6} (24850 + 10420i + 1290i^2 + 40i^3) - h (535 + 165i + 12i^2) \right. \left. \mathbf{K}_5^{(i)} \right\} \\
& + \left\{ -\frac{1}{2} (4014 + 1110i + 72i^2) - 2h (67 + 10i) \right. \left. \mathbf{K}_6^{(i)} \right\} \\
& + \left\{ -\frac{1}{2} (1036 + 140i) - 14h \right. \left. \mathbf{K}_7^{(i)} - 56 \mathbf{K}_8^{(i)} \right\}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (212) = & -\frac{1}{60}h(3125 + 8174i + 7055i^2 + 2710i^3 + 480i^4 + 32i^5)\mathbf{K}^{(i)} \\
 & + \left\{ -\frac{1}{60}(5485 + 9497i + 6155i^2 + 1895i^3 + 280i^4 + 16i^5) \right. \\
 & \quad \left. - \frac{1}{12}h(1569 + 2164i + 1051i^2 + 216i^3 + 16i^4) \right\} \mathbf{K}_1^{(i)} \\
 & + \left\{ -\frac{1}{12}(3125 + 3480i + 1411i^2 + 248i^3 + 16i^4) \right. \\
 & \quad \left. - \frac{1}{3}h(389 + 329i + 90i^2 + 8i^3) \right\} \mathbf{K}_2^{(i)} \\
 & + \left\{ -(295 + 214i + 51i^2 + 4i^3) - h(67 + 33i + 4i^2) \right\} \mathbf{K}_3^{(i)} \\
 & + \left\{ -(170 + 74i + 8i^2) - 2h(9 + 2i) \right\} \mathbf{K}_4^{(i)} \\
 & + \left\{ -(50 + 10i) - 2h \right\} \mathbf{K}_5^{(i)} - 6\mathbf{K}_6^{(i)};
 \end{aligned}$$

pour $h = i$, on retrouve la fonction (147), et pour $h = -i$, la fonction (148).

$$\begin{aligned}
 (213) = & +\frac{1}{144}(22h - 64h^2 + 60h^3 - 16h^4)(256 + 646i + 499i^2 + 152i^3 + 16i^4)\mathbf{K}^{(i)} \\
 & + \left\{ \frac{1}{144}(16 - 46h + 48h^2 - 16h^3)(824 + 1338i + 763i^2 + 184i^3 + 16i^4) \right. \\
 & \quad \left. + \frac{1}{36}(22h - 64h^2 + 60h^3 - 16h^4)(142 + 173i + 66i^2 + 8i^3) \right\} \mathbf{K}_1^{(i)} \\
 & + \left\{ -\frac{1}{48}(8 - 6h)(1848 + 2330i + 1075i^2 + 216i^3 + 16i^4) \right. \\
 & \quad \left. + \frac{1}{18}(16 - 46h + 48h^2 - 16h^3)(256 + 248i + 78i^2 + 8i^3) \right. \\
 & \quad \left. + \frac{1}{12}(22h - 64h^2 + 60h^3 - 16h^4)(38 + 25i + 4i^2) \right\} \mathbf{K}_2^{(i)} \\
 & + \left\{ \frac{1}{6}h(3496 + 3670i + 1435i^2 + 248i^3 + 16i^4) \right. \\
 & \quad \left. - \frac{1}{4}(8 - 6h)(412 + 335i + 90i^2 + 8i^3) \right. \\
 & \quad \left. + \frac{1}{12}(16 - 46h + 48h^2 - 16h^3)(156 + 87i + 12i^2) \right. \\
 & \quad \left. + \frac{1}{6}(22h - 64h^2 + 60h^3 - 16h^4)(7 + 2i) \right\} \mathbf{K}_3^{(i)} \\
 & + \left\{ \frac{1}{6}(5960 + 5406i + 1843i^2 + 280i^3 + 16i^4) \right. \\
 & \quad \left. + \frac{4}{3}h(1232 + 434i + 204i^2 + 8i^3) - \frac{1}{2}(8 - 6h)(204 + 99i + 12i^2) \right. \\
 & \quad \left. + \frac{1}{6}(16 - 46h + 48h^2 - 16h^3)(32 + 8i) + \frac{1}{6}(22h - 64h^2 + 60h^3 - 16h^4) \right\} \mathbf{K}_4^{(i)} \\
 & + \left\{ \frac{2}{3}(4370 + 2725i + 570i^2 + 40i^3) + 4h(430 + 185i + 20i^2) \right. \\
 & \quad \left. - \frac{1}{2}(8 - 6h)(90 + 20i) + \frac{5}{6}(16 - 46h + 48h^2 - 16h^3) \right\} \mathbf{K}_5^{(i)} \\
 & + \left\{ 2(1590 + 615i + 60i^2) + 4h(200 + 40i) - 15(4 - 3h) \right\} \mathbf{K}_6^{(i)} \\
 & + \left\{ 4(385 + 70i) + 140h \right\} \mathbf{K}_7^{(i)} + 280\mathbf{K}_8^{(i)}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(214) = & + \frac{1}{6^0} (5h - 4h^2) (1024 + 3466i + 4947i^2 + 3530i^3 + 1295i^4 + 232i^5 + 16i^6) \mathbf{K}^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{6^0} (1 - 2h) (3096 + 12290i + 16879i^2 + 10660i^3 + 3390i^4 + 528i^5 + 32i^6) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{12^0} (5h - 4h^2) (1048 + 5358i + 6985i^2 + 3600i^3 + 800i^4 + 64i^5) \right\} \mathbf{K}_1^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{6^0} (3096 - 23998i - 24649i^2 - 14900i^3 - 4270i^4 - 592i^5 - 32i^6) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{6^0} (2 - 4h) (6192 - 1628i - 7770i^2 - 4240i^3 - 880i^4 - 64i^5) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{2^4} (5h - 4h^2) (1448 + 746i - 157i^2 - 128i^3 - 16i^4) \right\} \mathbf{K}_2^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{2^0} (25672 + 8582i - 7715i^2 - 4880i^3 - 960i^4 - 64i^5) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{8} (2 - 4h) (3896 + 2042i + 11i^2 - 128i^3 - 16i^4) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{2} (5h - 4h^2) (204 + 108i + 14i^2) \right\} \mathbf{K}_3^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{2} (8024 + 3938i + 227i^2 - 128i^3 - 16i^4) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{2} (2 - 4h) (1376 + 632i + 72i^2) - \frac{1}{2} (5h - 4h^2) (140 + 50i + 4i^2) \right\} \mathbf{K}_4^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{2} (10600 + 4320i + 440i^2) - \frac{1}{2} (2 - 4h) (930 + 290i + 20i^2) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{2} (5h - 4h^2) (46 + 8i) \right\} \mathbf{K}_5^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{2} (7140 + 1980i + 120i^2) - \frac{1}{2} (2 - 4h) (312 + 48i) - 3(5h - 4h^2) \right\} \mathbf{K}_6^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{2} (2436 + 336i) - 21(2 - 4h) \right\} \mathbf{K}_7^{(i)} + 168 \mathbf{K}_8^{(i)}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(215) = & - \frac{1}{4^8} (5h - 4h^2) (256 + 646i + 499i^2 + 152i^3 + 16i^4) \mathbf{K}^{(i)} \\
& + \left\{ - \frac{1}{2^4} (1 - 2h) (824 + 1338i + 763i^2 + 184i^3 + 16i^4) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{12} (5h - 4h^2) (142 + 173i + 66i^2 + 8i^3) \right\} \mathbf{K}_1^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{2^4} (1848 + 2330i + 1075i^2 + 216i^3 + 16i^4) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{6} (2 - 4h) (256 + 248i + 78i^2 + 8i^3) - \frac{1}{4} (5h - 4h^2) (38 + 25i + 4i^2) \right\} \mathbf{K}_2^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{2} (412 + 335i + 90i^2 + 8i^3) - \frac{1}{4} (2 - 4h) (156 + 87i + 12i^2) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{2} (5h - 4h^2) (7 + 2i) \right\} \mathbf{K}_3^{(i)} \\
& + \left\{ (204 + 99i + 12i^2) - \frac{1}{2} (2 - 4h) (32 + 8i) - \frac{1}{2} (5h - 4h^2) \right\} \mathbf{K}_4^{(i)} \\
& + \left\{ (90 + 20i) - 5(1 - 2h) \right\} \mathbf{K}_5^{(i)} + 15 \mathbf{K}_6^{(i)};
\end{aligned}$$

pour $h = i$, on retrouve la fonction (140), et pour $h = -i$, la fonction (141).

$$\begin{aligned}
(216) = & + \frac{1}{72} (129h - 324h^2 + 307h^3 - 120h^4 + 16h^5) (27 + 65i + 42i^2 + 8i^3) \mathbf{K}^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{144} (135 - 460h + 549h^2 - 280h^3 + 48h^4) (78 + 116i + 54i^2 + 8i^3) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{24} (129h - 324h^2 + 307h^3 - 120h^4 + 16h^5) (17 + 17i + 4i^2) \right\} \mathbf{K}_1^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{36} (54 - 80h + 42h^2 - 8h^3) (159 + 179i + 66i^2 + 8i^3) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{24} (135 - 460h + 549h^2 - 280h^3 + 48h^4) (27 + 21i + 4i^2) \right\} \mathbf{K}_2^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{12} (9 + 3h - 4h^2) (276 + 254i + 78i^2 + 8i^3) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{12} (54 - 80h + 42h^2 - 8h^3) (117 + 75i + 12i^2) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{24} (135 - 460h + 549h^2 - 280h^3 + 48h^4) (18 + 6i) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{12} (129h - 324h^2 + 307h^3 - 120h^4 + 16h^5) \right\} \mathbf{K}_3^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{24} (8 - 12h) (870 + 341i + 180i^2 + 8i^3) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{2} (9 + 3h - 4h^2) (106 + 58i + 8i^2) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{6} (54 - 80h + 42h^2 - 8h^3) (42 + 12i) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{6} (135 - 460h + 549h^2 - 280h^3 + 48h^4) \right\} \mathbf{K}_4^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{5}{6} (642 + 440i + 102i^2 + 8i^3) + (2 - 3h) (345 + 165i + 20i^2) \right. \\
& \quad \left. + (9 + 3h - 4h^2) (40 + 10i) - \frac{5}{3} (54 - 80h + 42h^2 - 8h^3) \right\} \mathbf{K}_5^{(i)} \\
& + \left\{ -5 (261 + 111i + 12i^2) + (4 - 6h) (135 + 30i) + 10 (9 + 3h - 4h^2) \right\} \mathbf{K}_6^{(i)} \\
& + \left\{ -5 (210 + 42i) + 70 (2 - 3h) \right\} \mathbf{K}_7^{(i)} - 280 \mathbf{K}_8^{(i)}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(217) = & + \frac{1}{144} (26h - 30h^2 + 8h^3) (243 + 858i + 1317i^2 + 926i^3 + 288i^4 + 32i^5) \mathbf{K}^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{24} (3 - 9h + 4h^2) (75 + 637i + 1029i^2 + 635i^3 + 168i^4 + 16i^5) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{144} (-26h + 30h^2 - 8h^3) (93 - 416i - 741i^2 - 344i^3 - 48i^4) \right\} \mathbf{K}_1^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{48} (4 - 4h) (1179 - 1038i - 2823i^2 - 1646i^3 - 384i^4 - 32i^5) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{24} (3 - 9h + 4h^2) (1329 + 236i - 765i^2 - 376i^3 - 48i^4) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{36} (-26h + 30h^2 - 8h^3) (309 + 163i - 6i^2 - 8i^3) \right\} \mathbf{K}_2^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{12} (2610 + 231i - 1782i^2 - 1027i^3 - 216i^4 - 16i^5) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{4} (1 - h) (4041 + 1500i - 741i^2 - 408i^3 - 48i^4) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{2} (3 - 9h + 4h^2) (339 + 158i + 3i^2 - 4i^3) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{12} (-26h + 30h^2 - 8h^3) (123 + 51i + 4i^2) \right\} \mathbf{K}_3^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{6} (8925 + 3520i - 669i^2 - 440i^3 - 48i^4) \right. \\
& \quad \left. + 2(1 - h) (1221 + 505i + 18i^2 - 8i^3) - \frac{1}{2} (3 - 9h + 4h^2) (362 + 126i + 8i^2) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{6} (-26h + 30h^2 - 8h^3) (29 + 6i) \right\} \mathbf{K}_4^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{6} (19680 + 7300i + 300i^2 - 80i^3) + 2(1 - h) (1245 + 375i + 20i^2) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{2} (3 - 9h + 4h^2) (170 + 30i) - \frac{5}{6} (26h - 30h^2 + 8h^3) \right\} \mathbf{K}_5^{(i)} \\
& + \left\{ -(3270 + 870i + 40i^2) + 2(1 - h) (585 + 90i) - 15(3 - 9h + 4h^2) \right\} \mathbf{K}_6^{(i)} \\
& + \left\{ -(1540 + 210i) + 210(1 - h) \right\} \mathbf{K}_7^{(i)} - 280 \mathbf{K}_8^{(i)}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(128) = & + \frac{1}{3^6} (-26h + 30h^2 - 8h^3)(27 + 65i + 42i^2 + 8i^3) K^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{12}(3 - 9h + 4h^2)(78 + 116i + 54i^2 + 8i^3) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{12}(-26h + 30h^2 - 8h^3)(17 + 17i + 4i^2) \right\} K_1^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{3}(1 - h)(159 + 179i + 66i^2 + 8i^3) - \frac{1}{2}(3 - 9h + 4h^2)(27 + 21i + 4i^2) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{6}(-26h + 30h^2 - 8h^3)(5 + 2i) \right\} K_2^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{6}(276 + 254i + 78i^2 + 8i^3) + (1 - h)(117 + 75i + 12i^2) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{2}(3 - 9h + 4h^2)(18 + 6i) + \frac{1}{6}(-26h + 30h^2 - 8h^3) \right\} K_3^{(i)} \\
& + \left\{ 2(1 - h)(42 + 12i) - (106 + 58i + 8i^2) - 2(3 - 9h + 4h^2) \right\} K_4^{(i)} \\
& + \left\{ -(80 + 20i) + 20(1 - h) \right\} K_5^{(i)} - 20K_6^{(i)};
\end{aligned}$$

pour $h = i$, on retrouve la fonction (128), et pour $h = -i$, la fonction (129).

$$\begin{aligned}
(129) = & + \frac{1}{12^6}(1804h - 4294h^2 + 4100h^3 - 1870h^4 + 400h^5 - 32h^6)(4 + 9i + 4i^2) K^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{12^6}(768 - 2978h + 3855h^2 - 2320h^3 + 640h^4 - 64h^5)(10 + 13i + 4i^2) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{12^6}(1084h - 4294h^2 + 4100h^3 - 1870h^4 + 400h^5 - 32h^6)(6 + 4i) \right\} K_1^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{2^4}(256 - 502h + 373h^2 - 128h^3 + 16h^4)(18 + 17i + 4i^2) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{12^6}(768 - 2978h + 3855h^2 - 2320h^3 + 640h^4 - 64h^5)(16 + 8i) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{6^6}(1804h - 4294h^2 + 4100h^3 - 1870h^4 + 400h^5 - 32h^6) \right\} K_2^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{4}(32 - 24h + 4h^2)(28 + 21i + 4i^2) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{12}(256 - 502h + 373h^2 - 128h^3 + 16h^4)(15 + 6i) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{2^6}(768 - 2978h + 3855h^2 - 2320h^3 + 640h^4 - 64h^5) \right\} K_3^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{4}(20h - 8h^2)(40 + 25i + 4i^2) + \frac{1}{2}(32 - 24h + 4h^2)(24 + 8i) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{2}(256 - 502h + 373h^2 - 128h^3 + 16h^4) \right\} K_4^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{4}(20 - 16h)(54 + 29i + 4i^2) - \frac{1}{2}(20h - 8h^2)(35 + 10i) \right. \\
& \quad \left. + 5(32 - 24h + 4h^2) \right\} K_5^{(i)} \\
& + \left\{ 3(70 + 33i + 4i^2) - \frac{1}{2}(20 - 16h)(48 + 12i) - 30(5h - 2h^2) \right\} K_6^{(i)} \\
& + \left\{ 3(126 + 28i) - 42(5 - 4h) \right\} K_7^{(i)} + 168K_8^{(i)}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(220) = & -\frac{1}{72}(-206h + 283h^2 - 120h^3 + 16h^4)(8 + 31i + 56i^2 + 38i^3 + 8i^4)\mathbf{K}^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{36}(16 - 59h + 42h^2 - 8h^3)(16 - 72i - 160i^2 - 92i^3 - 16i^4) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{144}(206h + 283h^2 - 120h^3 + 16h^4)(32 - 10i - 48i^2 - 16i^3) \right\} \mathbf{K}_1^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{12}(8 - 13h + 4h^2)(168 - 28i - 208i^2 - 108i^3 - 16i^4) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{18}(16 - 59h + 42h^2 - 8h^3)(152 + 44i - 48i^2 - 16i^3) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{8}(-206h + 283h^2 - 120h^3 + 16h^4)(40 + 18i) \right\} \mathbf{K}_2^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{6}(6 - 4h)(268 + 47i - 128i^2 - 62i^3 - 8i^4) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{2}(184 + 61i - 24i^2 - 8i^3)(8 - 13h + 4h^2) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{6}(16 - 59h + 42h^2 - 8h^3)(108 + 39i) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{24}(-206h + 283h^2 - 120h^3 + 16h^4)(16 + 4i) \right\} \mathbf{K}_3^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{6}(1240 + 318i - 304i^2 - 140i^3 - 16i^4) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{3}(6 - 4h)(704 + 224i - 48i^2 - 16i^3) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{2}(8 - 13h + 4h^2)(336 + 102i) - \frac{1}{6}(16 - 59h + 42h^2 - 8h^3)(80 + 16i) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{6}(-206h + 283h^2 - 120h^3 + 16h^4) \right\} \mathbf{K}_4^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{6}(5920 + 1750i - 240i^2 - 80i^3) - \frac{1}{2}(6 - 4h)(800 + 210i) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{2}(8 - 13h + 4h^2)(240 + 40i) - \frac{10}{3}(16 - 59h + 42h^2 - 8h^3) \right\} \mathbf{K}_5^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{2}(3240 + 750i) - \frac{1}{2}(6 - 4h)(560 + 80i) + 30(8 - 13h + 4h^2) \right\} \mathbf{K}_6^{(i)} \\
& + \left\{ (1120 + 140i) - 70(6 - 4h) \right\} \mathbf{K}_7^{(i)} + 280\mathbf{K}_8^{(i)}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(221) = & +\frac{1}{48}(-206h + 283h^2 - 120h^3 + 16h^4)(4 + 9i + 4i^2)\mathbf{K}^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{12}(16 - 59h + 42h^2 - 8h^3)(10 + 13i + 4i^2) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{48}(-206h + 283h^2 - 120h^3 + 16h^4)(6 + 4i) \right\} \mathbf{K}_1^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{4}(8 - 13h + 4h^2)(18 + 17i + 4i^2) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{12}(16 - 59h + 42h^2 - 8h^3)(16 + 8i) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{24}(-206h + 283h^2 - 120h^3 + 16h^4) \right\} \mathbf{K}_2^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{4}(6 - 4h)(28 + 21i + 4i^2) + \frac{1}{2}(8 - 13h + 4h^2)(15 + 6i) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{2}(16 - 59h + 42h^2 - 8h^3) \right\} \mathbf{K}_3^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{2}(40 + 25i + 4i^2) - \frac{1}{2}(6 - 4h)(24 + 8i) + 3(8 - 13h + 4h^2) \right\} \mathbf{K}_4^{(i)} \\
& + \left\{ (35 + 10i) - 5(6 - 4h) \right\} \mathbf{K}_5^{(i)} + 15\mathbf{K}_6^{(i)};
\end{aligned}$$

pour $h = i$, on retrouve la fonction (108), et pour $h = -i$, la fonction (109).

$$(222) = + \frac{1}{720} (29785h - 69485h^2 + 67123h^3 - 33395h^4 + 8900h^5 - 1200h^6 + 64h^7)(2+4i)K^{(i)} \\ + \left\{ \frac{1}{1440} (21875 - 93943h + 129305h^2 - 85705h^3 + 29380h^4 - 4944h^5 + 320h^6)(4+4i) \right. \\ \left. + \frac{1}{360} (29785h - 69485h^2 + 67123h^3 - 33395h^4 + 8900h^5 - 1200h^6 + 64h^7) \right\} K_1^{(i)} \\ + \left\{ - \frac{1}{120} (3125 - 7271h + 6435h^2 - 2825h^3 + 600h^4 - 48h^5)(6+4i) \right. \\ \left. + \frac{1}{360} (21875 - 93943h + 129305h^2 - 85705h^3 + 29380h^4 - 4944h^5 + 320h^6) \right\} K_2^{(i)} \\ + \left\{ \frac{1}{4} (1125 - 1444h + 703h^2 - 168h^3 + 16h^4)(4+2i) \right. \\ \left. - \frac{1}{20} (3125 - 7271h + 6435h^2 - 2825h^3 + 600h^4 - 48h^5) \right\} K_3^{(i)} \\ + \left\{ - \frac{1}{6} (100 + 14h - 42h^2 + 8h^3)(5+2i) \right. \\ \left. + \frac{1}{6} (1125 - 1444h + 703h^2 - 168h^3 + 16h^4) \right\} K_4^{(i)} \\ + \left\{ - \frac{1}{2} (25 - 45h + 12h^2)(6+2i) - \frac{5}{6} (100 + 14h - 42h^2 + 8h^3) \right\} K_5^{(i)} \\ + \left\{ \frac{1}{2} (36 - 20h)(7+2i) - 3(25 - 45h + 12h^2) \right\} K_6^{(i)} \\ + \left\{ \frac{7}{2} (36 - 20h) - 7(8+2i) \right\} K_7^{(i)} - 56K_8^{(i)}.$$

$$(223) = + \frac{1}{120} (1097h - 1680h^2 + 895h^3 - 200h^4 + 16h^5)(1+5i+14i^2+8i^3)K^{(i)} \\ + \left\{ - \frac{1}{48} (125 - 528h + 475h^2 - 152h^3 + 16h^4)(6-4i-18i^2-8i^3) \right. \\ \left. - \frac{1}{120} (1097h - 1680h^2 + 895h^3 - 200h^4 + 16h^5)(7+i-4i^2) \right\} K_1^{(i)} \\ + \left\{ \frac{1}{12} (50 - 104h + 54h^2 - 8h^3)(27+i-22i^2-8i^3) \right. \\ \left. - \frac{1}{48} (125 - 528h + 475h^2 - 152h^3 + 16h^4)(42+10i-8i^2) \right. \\ \left. - \frac{1}{120} (1097h - 1680h^2 + 895h^3 - 200h^4 + 16h^5)(14+4i) \right\} K_2^{(i)} \\ + \left\{ - \frac{1}{2} (15 - 17h + 4h^2)(34+5i-13i^2-4i^3) \right. \\ \left. + \frac{1}{12} (50 - 104h + 54h^2 - 8h^3)(123+27i-12i^2) \right. \\ \left. - \frac{1}{24} (125 - 528h + 475h^2 - 152h^3 + 16h^4)(30+6i) \right. \\ \left. - \frac{1}{20} (1097h - 1680h^2 + 895h^3 - 200h^4 + 16h^5) \right\} K_3^{(i)} \\ + \left\{ \frac{1}{4} (8 - 4h)(135 + 23i - 30i^2 - 8i^3) - \frac{1}{2} (15 - 17h + 4h^2)(134 + 26i - 8i^2) \right. \\ \left. + \frac{1}{6} (50 - 104h + 54h^2 - 8h^3)(78 + 12i) \right. \\ \left. - \frac{1}{2} (125 - 528h + 475h^2 - 152h^3 + 16h^4) \right\} K_4^{(i)} \\ + \left\{ - \frac{1}{2} (234 + 40i - 34i^2 - 8i^3) + \frac{1}{4} (8 - 4h)(495 + 85i - 20i^2) \right. \\ \left. - \frac{1}{4} (15 - 17h + 4h^2)(320 + 40i) + 5(50 - 104h + 54h^2 - 8h^3) \right\} K_5^{(i)} \\ + \left\{ - \frac{1}{2} (822 + 126i - 24i^2) + \frac{1}{2} (8 - 4h)(285 + 30i) - 30(15 - 17h + 4h^2) \right\} K_6^{(i)} \\ + \left\{ - (462 + 42i) + \frac{210}{4} (8 - 4h) \right\} K_7^{(i)} - 168K_8^{(i)}.$$

$$(224) = -\frac{1}{120}(1097h - 1680h^2 + 895h^3 - 200h^4 + 16h^5)(2 + 4i)\mathbf{K}^{(i)}$$

$$+ \left\{ -\frac{1}{48}(125 - 528h + 475h^2 - 152h^3 + 16h^4)(4 + 4i) \right.$$

$$- \frac{1}{60}(1097h - 1680h^2 + 895h^3 - 200h^4 + 16h^5) \left. \right\} \mathbf{K}_1^{(i)}$$

$$+ \left\{ \frac{1}{12}(50 - 104h + 54h^2 - 8h^3)(6 + 4i) \right.$$

$$- \frac{1}{12}(125 - 528h + 475h^2 - 152h^3 + 16h^4) \left. \right\} \mathbf{K}_2^{(i)}$$

$$+ \left\{ -\frac{1}{2}(15 - 17h + 4h^2)(4 + 2i) + \frac{1}{2}(50 - 104h + 54h^2 - 8h^3) \right\} \mathbf{K}_3^{(i)}$$

$$+ \left\{ \frac{1}{2}(8 - 4h)(5 + 2i) - 2(15 - 17h + 4h^2) \right\} \mathbf{K}_4^{(i)}$$

$$+ \left\{ -(6 + 2i) + \frac{5}{2}(8 - 4h) \right\} \mathbf{K}_5^{(i)} - 6\mathbf{K}_6^{(i)};$$

pour $h = i$, on retrouve la fonction (79) et pour $h = -i$, la fonction (80).

$$(225) = +\frac{1}{2520}(569736h - 1321914h^2 + 1295259h^3 - 683396h^4$$

$$+ 207690h^5 - 36232h^6 + 3360h^7 - 128h^8)\mathbf{K}^{(i)}$$

$$+ \frac{1}{2520}(186624 - 871392h + 1260826h^2 - 894453h^3$$

$$+ 349160h^4 - 75768h^5 + 8512h^6 - 384h^7)\mathbf{K}_1^{(i)}$$

$$- \frac{1}{360}(46656 - 122568h + 121646h^2 - 61845h^3 + 16960h^4 - 2352h^5 + 128h^6)\mathbf{K}_2^{(i)}$$

$$+ \frac{1}{30}(3888 + 6402h + 4170h^2 + 1405h^3 + 240h^4 + 16h^5)\mathbf{K}_3^{(i)}$$

$$- \frac{1}{6}(432 - 328h + 69h^2 - 4h^3)\mathbf{K}_4^{(i)} - \frac{1}{6}(-214h + 120h^2 - 16h^3)\mathbf{K}_5^{(i)}$$

$$+ \frac{1}{2}(72 - 78h + 16h^2)\mathbf{K}_6^{(i)} - (28 - 12h)\mathbf{K}_7^{(i)} + 8\mathbf{K}_8^{(i)}.$$

$$(226) = +\frac{1}{180}i^2(29352h - 48538h^2 + 29835h^3 - 8660h^4 + 1200h^5 - 64h^6)\mathbf{K}^{(i)}$$

$$+ \left\{ -\frac{1}{120}(1296 - 6054h + 6315h^2 - 2630h^3 + 480h^4 - 32h^5)(2 - 4i^2) \right.$$

$$+ \frac{1}{360}(-29352h + 48538h^2 - 29835h^3 + 8660h^4 - 1200h^5 + 64h^6) \left. \right\} \mathbf{K}_1^{(i)}$$

$$+ \left\{ \frac{1}{24}(432 - 1054h + 715h^2 - 184h^3 + 16h^4)(6 - 4i^2) \right.$$

$$- \frac{1}{15}(1296 - 6054h + 6315h^2 - 2630h^3 + 480h^4 - 32h^5)$$

$$+ \frac{1}{360}(-29352h + 48538h^2 - 29835h^3 + 8660h^4 - 1200h^5 + 64h^6) \left. \right\} \mathbf{K}_2^{(i)}$$

$$+ \left\{ -\frac{1}{3}(6 - 2i^2)(108 - 161h + 66h^2 - 8h^3) + \frac{3}{4}(432 - 1054h + 715h^2 - 184h^3 + 16h^4) \right.$$

$$- \frac{1}{20}(1296 - 6054h + 6315h^2 - 2630h^3 + 480h^4 - 32h^5) \left. \right\} \mathbf{K}_3^{(i)}$$

$$+ \left\{ \frac{1}{2}(24 - 21h + 4h^2)(20 - 4i^2) - \frac{1}{3}(108 - 161h + 66h^2 - 8h^3) \right.$$

$$+ \frac{1}{2}(432 - 1054h + 715h^2 - 184h^3 + 16h^4) \left. \right\} \mathbf{K}_4^{(i)}$$

$$+ \left\{ -(5 - 2h)(30 - 4i^2) + 25(24 - 21h + 4h^2) - \frac{1}{3}(108 - 161h + 66h^2 - 8h^3) \right\} \mathbf{K}_5^{(i)}$$

$$+ \left\{ (42 - 4i^2) - 36(10 - 4h) + 15(24 - 21h + 4h^2) \right\} \mathbf{K}_6^{(i)}$$

$$+ \left\{ 98 - 21(10 - 4h) \right\} \mathbf{K}_7^{(i)} + 56\mathbf{K}_8^{(i)}.$$

$$(227) = + \frac{1}{720} (-29352h + 48538h^2 - 29835h^3 + 8660h^4 - 1200h^5 + 64h^6) \mathbf{K}^{(i)} \\ - \frac{1}{120} (1296 - 6054h + 6315h^2 - 2630h^3 + 480h^4 - 32h^5) \mathbf{K}_1^{(i)} \\ + \frac{1}{24} (432 - 1054h + 715h^2 - 184h^3 + 16h^4) \mathbf{K}_2^{(i)} - \frac{1}{6} (108 - 161h + 66h^2 - 8h^3) \mathbf{K}_3^{(i)} \\ + \frac{1}{2} (24 - 21h + 4h^2) \mathbf{K}_4^{(i)} - \frac{1}{2} (10 - 4h) \mathbf{K}_5^{(i)} + \mathbf{K}_6^{(i)};$$

pour $h = i$, on retrouve la fonction (39).

$$(228) = + \frac{1}{40320} (16777216 + 47239088i + 49046156i^2 + 26106892i^3 \\ + 8034537i^4 + 1490384i^5 + 164640i^6 + 9984i^7 + 256i^8) \mathbf{K}^{(i)} \\ + \frac{1}{5040} (6805296 + 11560604i + 7913920i^2 + 2864771i^3 \\ + 597310i^4 + 72184i^5 + 4704i^6 + 128i^7) \mathbf{K}_1^{(i)} \\ + \frac{1}{720} (1424560 + 1727996i + 845008i^2 + 214175i^3 + 29780i^4 + 2160i^5 + 64i^6) \mathbf{K}_2^{(i)} \\ + \frac{1}{120} (210968 + 188474i + 66005i^2 + 11350i^3 + 960i^4 + 32i^5) \mathbf{K}_3^{(i)} \\ + \frac{1}{24} (24648 + 16030i + 3859i^2 + 408i^3 + 16i^4) \mathbf{K}_4^{(i)} \\ + \frac{1}{6} (2402 + 1085i + 162i^2 + 8i^3) \mathbf{K}_5^{(i)} + \frac{1}{2} (202 + 57i + 4i^2) \mathbf{K}_6^{(i)} + (8 + 2i) \mathbf{K}_7^{(i)} + \mathbf{K}_8^{(i)}. \\ (229) = - \frac{1}{2520} h (823543 + 2271429i + 2249499i^2 + 1107771i^3 \\ + 302470i^4 + 46648i^5 + 3808i^6 + 128i^7) \mathbf{K}^{(i)} \\ + \left\{ - \frac{1}{2520} (1654555 + 3137018i + 2386580i^2 + 957698i^3 \right. \\ \left. + 221025i^4 + 29540i^5 + 2128i^6 + 64i^7) \right. \\ \left. - \frac{1}{360} h (355081 + 571801i + 360523i^2 + 115375i^3 + 19940i^4 + 1776i^5 + 64i^6) \right\} \mathbf{K}_1^{(i)} \\ + \left\{ - \frac{1}{360} (823543 + 1092805i + 584893i^2 + 162355i^3 + 24740i^4 + 1968i^5 + 64i^6) \right. \\ \left. - \frac{1}{60} h (78077 + 86834i + 37395i^2 + 7830i^3 + 800i^4 + 32i^5) \right\} \mathbf{K}_2^{(i)} \\ + \left\{ - \frac{1}{20} (69251 + 67097i + 25525i^2 + 4775i^3 + 440i^4 + 16i^5) \right. \\ \left. - \frac{1}{12} h (12085 + 9472i + 2731i^2 + 344i^3 + 16i^4) \right\} \mathbf{K}_3^{(i)} \\ + \left\{ - \frac{1}{6} (17969 + 12612i + 3283i^2 + 376i^3 + 16i^4) \right. \\ \left. - \frac{1}{3} h (1471 + 785i + 138i^2 + 8i^3) \right\} \mathbf{K}_4^{(i)} \\ + \left\{ - \frac{1}{6} (9590 + 4660i + 750i^2 + 40i^3) - h (149 + 49i + 4i^2) \right\} \mathbf{K}_5^{(i)} \\ + \left\{ - \frac{1}{2} (1050 + 318i + 24i^2) - 2h (13 + 2i) \right\} \mathbf{K}_6^{(i)} \\ + \left\{ - \frac{1}{2} (196 + 28i) - 2h \right\} \mathbf{K}_7^{(i)} - 8\mathbf{K}_8^{(i)}.$$

$$\begin{aligned}
(230) = & -\frac{1}{1440}(5h - 4h^2)(46656 + 125616i + 117238i^2 \\
& + 52095i^3 + 12020i^4 + 1392i^5 + 64i^6) \mathbf{K}^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{1440}(176112 + 320580i + 227548i^2 + 81795i^3 + 15860i^4 + 1584i^5 + 64i^6)(2 - 4h) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{240}(21576 + 32494i + 18385i^2 + 4950i^3 + 640i^4 + 32i^5)(5h - 4h^2) \right\} \mathbf{K}_1^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{720}(456048 + 634644i + 391708i^2 + 119895i^3 + 20180i^4 + 1776i^5 + 64i^6) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{60}(2 - 4h)(23328 + 28692i + 13680i^2 + 3175i^3 + 360i^4 + 16i^5) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{48}(5016 + 4978i + 1795i^2 + 280i^3 + 16i^4)(5h - 4h^2) \right\} \mathbf{K}_2^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{40}(88056 + 92934i + 38615i^2 + 7910i^3 + 800i^4 + 32i^5) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{6}(8280 + 7110i + 2251i^2 + 312i^3 + 16i^4)(2 - 4h) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{12}(816 + 533i + 114i^2 + 8i^3)(5h - 4h^2) \right\} \mathbf{K}_3^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{4}(12792 + 9734i + 2755i^2 + 344i^3 + 16i^4) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{6}(2256 + 1312i + 252i^2 + 16i^3)(2 - 4h) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{4}(104 + 41i + 4i^2)(5h - 4h^2) \right\} \mathbf{K}_4^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{6}(15060 + 7910i + 1380i^2 + 80i^3) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{4}(2 - 4h)(630 + 225i + 20i^2) - \frac{1}{2}(5h - 4h^2)(11 + 2i) \right\} \mathbf{K}_5^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{2}(2250 + 735i + 60i^2) - \frac{1}{2}(2 - 4h)(72 + 12i) - \frac{1}{2}(5h - 4h^2) \right\} \mathbf{K}_6^{(i)} \\
& + \left\{ (273 + 42i) - 7(1 - 2h) \right\} \mathbf{K}_7^{(i)} + 28 \mathbf{K}_8^{(i)}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(231) = & -\frac{1}{720}(26h - 30h^2 + 8h^3)(3125 + 8174i + 7055i^2 + 2710i^3 + 480i^4 + 32i^5) \mathbf{K}^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{120}(3 - 9h + 4h^2)(5485 + 9497i + 6155i^2 + 1895i^3 + 280i^4 + 16i^5) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{144}(26h - 30h^2 + 8h^3)(1569 + 2164i + 1051i^2 + 216i^3 + 16i^4) \right\} \mathbf{K}_1^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{60}(1 - h)(26595 + 36394i + 19365i^2 + 5030i^3 + 640i^4 + 32i^5) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{24}(3 - 9h + 4h^2)(3125 + 3480i + 1411i^2 + 248i^3 + 16i^4) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{36}(26h - 30h^2 + 8h^3)(389 + 329i + 90i^2 + 8i^3) \right\} \mathbf{K}_2^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{60}(27010 + 31177i + 14230i^2 + 3215i^3 + 360i^4 + 16i^5) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{4}(1 - h)(5485 + 5192i + 1819i^2 + 280i^3 + 16i^4) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{2}(3 - 9h + 4h^2)(295 + 214i + 51i^2 + 4i^3) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{12}(26h - 30h^2 + 8h^3)(67 + 33i + 4i^2) \right\} \mathbf{K}_3^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{6}(8865 + 7348i + 2275i^2 + 312i^3 + 16i^4) \right. \\
& \quad \left. + 2(1 - h)(845 + 539i + 114i^2 + 8i^3) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{2}(3 - 9h + 4h^2)(170 + 74i + 8i^2) - \frac{1}{6}(26h - 30h^2 + 8h^3)(9 + 2i) \right\} \mathbf{K}_4^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{6}(11600 + 6620i + 1260i^2 + 80i^3) + 2(525 + 205i + 20i^2)(1 - h) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{2}(3 - 9h + 4h^2)(50 + 10i) - \frac{1}{6}(26h - 30h^2 + 8h^3) \right\} \mathbf{K}_5^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{2}(2540 + 900i + 80i^2) + 2(1 - h)(165 + 30i) - 3(3 - 9h + 4h^2) \right\} \mathbf{K}_6^{(i)} \\
& + \left\{ -(420 + 70i) + 42(1 - h) \right\} \mathbf{K}_7^{(i)} - 56 \mathbf{K}_8^{(i)}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(232) = & + \frac{1}{576} (-206h + 283h^2 - 120h^3 + 16h^4)(256 + 646i + 499i^2 + 152i^3 + 16i^4) K^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{144} (16 - 59h + 42h^2 - 8h^3)(824 + 1338i + 763i^2 + 184i^3 + 16i^4) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{144} (-206h + 283h^2 - 120h^3 + 16h^4)(142 + 173i + 66i^2 + 8i^3) \right\} K_1^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{48} (8 - 13h + 4h^2)(1848 + 2330i + 1075i^2 + 216i^3 + 16i^4) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{18} (16 - 59h + 42h^2 - 8h^3)(256 + 248i + 78i^2 + 8i^3) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{48} (-206h + 283h^2 - 120h^3 + 16h^4)(38 + 25i + 4i^2) \right\} K_2^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{48} (6 - 4h)(3496 + 3670i + 1435i^2 + 248i^3 + 16i^4) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{4} (8 - 13h + 4h^2)(412 + 335i + 90i^2 + 8i^3) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{12} (16 - 59h + 42h^2 - 8h^3)(156 + 87i + 12i^2) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{24} (-206h + 283h^2 - 120h^3 + 16h^4)(7 + 2i) \right\} K_3^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{24} (5960 + 5406i + 1843i^2 + 280i^3 + 16i^4) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{6} (6 - 4h)(1232 + 434i + 204i^2 + 8i^3) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{2} (8 - 13h + 4h^2)(204 + 99i + 12i^2) - \frac{1}{6} (16 - 59h + 42h^2 - 8h^3)(32 + 8i) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{24} (-206h + 283h^2 - 120h^3 + 16h^4) \right\} K_4^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{6} (4370 + 2725i + 570i^2 + 40i^3) - \frac{1}{2} (6 - 4h)(430 + 185i + 20i^2) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{2} (8 - 13h + 4h^2)(90 + 20i) - \frac{5}{6} (16 - 59h + 42h^2 - 8h^3) \right\} K_5^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{2} (1590 + 615i + 60i^2) - \frac{1}{2} (6 - 4h)(200 + 40i) + \frac{15}{2} (8 - 13h + 4h^2) \right\} K_6^{(i)} \\
& + \left\{ (385 + 70i) - 35(3 - 2h) \right\} K_7^{(i)} + 70 K_8^{(i)}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(233) = & + \frac{1}{360} (-1097h + 1680h^2 - 895h^3 + 200h^4 - 16h^5)(27 + 65i + 42i^2 + 8i^3) K^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{144} (125 - 528h + 475h^2 - 152h^3 + 16h^4)(78 + 116i + 54i^2 + 8i^3) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{120} (-1097h + 1680h^2 - 895h^3 + 200h^4 - 16h^5)(17 + 17i + 4i^2) \right\} K_1^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{36} (50 - 104h + 54h^2 - 8h^3)(159 + 179i + 66i^2 + 8i^3) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{24} (125 - 528h + 475h^2 - 152h^3 + 16h^4)(27 + 21i + 4i^2) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{60} (-1097h + 1680h^2 - 895h^3 + 200h^4 - 16h^5)(5 + 2i) \right\} K_2^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{6} (15 - 17h + 4h^2)(138 + 127i + 39i^2 + 4i^3) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{12} (50 - 104h + 54h^2 - 8h^3)(117 + 75i + 12i^2) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{24} (125 - 528h + 475h^2 - 152h^3 + 16h^4)(18 + 6i) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{60} (-1097h + 1680h^2 - 895h^3 + 200h^4 - 16h^5) \right\} K_3^{(i)} \\
& + \left\{ \frac{1}{24} (8 - 4h)(870 + 341i + 180i^2 + 8i^3) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{2} (15 - 17h + 4h^2)(106 + 58i + 8i^2) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{6} (50 - 104h + 54h^2 - 8h^3)(42 + 12i) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{6} (125 - 528h + 475h^2 - 152h^3 + 16h^4) \right\} K_4^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{3} (321 + 220i + 51i^2 + 4i^3) + (2 - h)(345 + 165i + 20i^2) \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{2} (15 - 17h + 4h^2)(80 + 20i) + \frac{5}{3} (50 - 104h + 54h^2 - 8h^3) \right\} K_5^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{2} (522 + 222i + 24i^2) + \frac{1}{2} (8 - 4h)(135 + 30i) - 10(15 - 17h + 4h^2) \right\} K_6^{(i)} \\
& + \left\{ -(210 + 42i) + 70(2 - h) \right\} K_7^{(i)} - 56 K_8^{(i)}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(234) = & + \frac{1}{1440} (-29352h + 48538h^2 - 29835h^3 + 8660h^4 - 1200h^5 + 64h^6)(4 + 9i + 4i^2) \mathbf{K}^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{240}(1296 - 6054h + 6315h^2 - 2630h^3 + 480h^4 - 32h^5)(10 + 13i + 4i^2) \right. \\
& \quad + \frac{1}{720} (-29352h + 48538h^2 - 29835h^3 + 8660h^4 - 1200h^5 + 64h^6)(3 + 2i) \left. \mathbf{K}_1^{(i)} \right\} \\
& + \left\{ \frac{1}{48}(432 - 1054h + 715h^2 - 184h^3 + 16h^4)(18 + 17i + 4i^2) \right. \\
& \quad - \frac{1}{120}(1296 - 6054h + 6315h^2 - 2630h^3 + 480h^4 - 32h^5)(8 + 4i) \\
& \quad + \frac{1}{720} (-29352h + 48538h^2 - 29835h^3 + 8660h^4 - 1200h^5 + 64h^6) \left. \mathbf{K}_2^{(i)} \right\} \\
& + \left\{ -\frac{1}{12}(108 - 161h + 66h^2 - 8h^3)(28 + 21i + 4i^2) \right. \\
& \quad + \frac{1}{24}(432 - 1054h + 715h^2 - 184h^3 + 16h^4)(15 + 6i) \\
& \quad - \frac{1}{40}(1296 - 6054h + 6315h^2 - 2630h^3 + 480h^4 - 32h^5) \left. \mathbf{K}_3^{(i)} \right\} \\
& + \left\{ \frac{1}{4}(24 - 21h + 4h^2)(40 + 25i + 4i^2) \right. \\
& \quad - \frac{1}{6}(108 - 161h + 66h^2 - 8h^3)(24 + 8i) \\
& \quad + \frac{1}{4}(432 - 1054h + 715h^2 - 184h^3 + 16h^4) \left. \mathbf{K}_4^{(i)} \right\} \\
& + \left\{ -\frac{1}{2}(5 - 2h)(54 + 29i + 4i^2) + \frac{1}{2}(24 - 21h + 4h^2)(35 + 10i) \right. \\
& \quad - \frac{5}{3}(108 - 161h + 66h^2 - 8h^3) \left. \mathbf{K}_5^{(i)} \right\} \\
& + \left\{ \frac{1}{2}(70 + 33i + 4i^2) - \frac{1}{2}(10 - 4h)(48 + 12i) + \frac{1}{2}(24 - 21h + 4h^2) \left. \mathbf{K}_6^{(i)} \right\} \\
& + \left\{ (63 + 14i) - 21(5 - 2h) \left. \mathbf{K}_7^{(i)} \right\} + 28 \mathbf{K}_8^{(i)}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(235) = & + \frac{1}{2520}(1 + 2i)(-236365h + 414379h^2 - 281743h^3 \\
& \quad + 96565h^4 - 17780h^5 + 1680h^6 - 64h^7) \mathbf{K}^{(i)} \\
& + \left\{ -\frac{1}{360}(1 + i)(16807 - 85033h + 98533h^2 - 48535h^3 + 11780h^4 - 1392h^5 + 64h^6) \right. \\
& \quad + \frac{1}{2520}(-236365h + 414379h^2 - 281743h^3 \\
& \quad + 96565h^4 - 17780h^5 + 1680h^6 - 64h^7) \left. \mathbf{K}_1^{(i)} \right\} \\
& + \left\{ \frac{1}{60}(3 + 2i)(2401 - 6577h + 5295h^2 - 1815h^3 + 280h^4 - 16h^5) \right. \\
& \quad - \frac{1}{360}(16807 - 85033h + 98533h^2 - 48535h^3 + 11780h^4 - 1392h^5 + 64h^6) \left. \mathbf{K}_2^{(i)} \right\} \\
& + \left\{ -\frac{1}{24}(4 + 2i)(1029 - 1832h + 1003h^2 - 216h^3 + 16h^4) \right. \\
& \quad + \frac{1}{20}(2401 - 6577h + 5295h^2 - 1815h^3 + 280h^4 - 16h^5) \left. \mathbf{K}_3^{(i)} \right\} \\
& + \left\{ \frac{1}{6}(5 + 2i)(196 - 230h + 78h^2 - 8h^3) \right. \\
& \quad - \frac{1}{6}(1029 - 1832h + 1003h^2 - 216h^3 + 16h^4) \left. \mathbf{K}_4^{(i)} \right\} \\
& + \left\{ -(3 + i)(35 - 25h + 4h^2) + \frac{5}{6}(196 - 230h + 78h^2 - 8h^3) \right. \left. \mathbf{K}_5^{(i)} \right\} \\
& + \left\{ (6 - 2h)(7 + 2i) - 3(35 - 25h + 4h^2) \right. \left. \mathbf{K}_6^{(i)} \right\} \\
& + \left\{ -(8 + 2i) + 7(6 - 2h) \right. \left. \mathbf{K}_7^{(i)} - 8 \mathbf{K}_8^{(i)} \right\}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(236) = & + \frac{1}{40320} (-8902448h + 16352684h^2 - 12000604h^3 \\
& + 4628057h^4 - 1023120h^5 + 130592h^6 - 8960h^7 + 256h^8) \mathbf{K}^{(i)} \\
& + \frac{1}{5040} (-262144 + 1416904h - 1778798h^2 \\
& + 987301h^3 - 287910h^4 + 45976h^5 - 3808h^6 + 128h^7) \mathbf{K}_1^{(i)} \\
& + \frac{1}{720} (65536 - 196424h + 178738h^2 - 73715h^3 + 15380h^4 - 1584h^5 + 64h^6) \mathbf{K}_2^{(i)} \\
& - \frac{1}{120} (12288 - 24874h + 16425h^2 - 4790h^3 + 640h^4 - 32h^5) \mathbf{K}_3^{(i)} \\
& + \frac{1}{24} (2048 - 2910h + 1339h^2 - 248h^3 + 16h^4) \mathbf{K}_4^{(i)} \\
& - \frac{1}{6} (320 - 311h + 90h^2 - 8h^3) \mathbf{K}_5^{(i)} + \frac{1}{2} (48 - 29h + 4h^2) \mathbf{K}_6^{(i)} \\
& + (-7 + 2h) \mathbf{K}_7^{(i)} + \mathbf{K}_8^{(i)}.
\end{aligned}$$

TROISIÈME PARTIE.

FONCTIONS AUXILIAIRES SERVANT AU DÉVELOPPEMENT ANALYTIQUE DE LA FONCTION PERTURBATRICE.

Nous indiquons par la lettre \mathcal{O} la partie du développement donnée dans le tome I des *Annales*, Addition I.

I. — *Termes du huitième ordre dans les expressions de $x = \frac{r-a}{a}$, de l'équation du centre y , des puissances et des produits des puissances de ces quantités, en fonctions de l'excentricité $e = 2\chi$ et de l'anomalie moyenne ζ .*

$$\begin{aligned}
x &= \mathcal{O} + \frac{64}{45}\chi^8 \cos 2\zeta - \frac{2048}{45}\chi^8 \cos 4\zeta + \frac{5184}{35}\chi^8 \cos 6\zeta - \frac{32768}{315}\chi^8 \cos 8\zeta, \\
y &= \mathcal{O} + \frac{86}{45}\chi^8 \sin 2\zeta + \frac{4123}{45}\chi^8 \sin 4\zeta - \frac{15826}{35}\chi^8 \sin 6\zeta + \frac{556403}{1260}\chi^8 \sin 8\zeta, \\
x^2 &= \mathcal{O} - \frac{112}{45}\chi^8 \cos 2\zeta + \frac{3584}{45}\chi^8 \cos 4\zeta - \frac{1296}{5}\chi^8 \cos 6\zeta + \frac{8192}{45}\chi^8 \cos 8\zeta, \\
xy &= \mathcal{O} + \frac{316}{45}\chi^8 \sin 2\zeta - \frac{8836}{45}\chi^8 \sin 4\zeta + \frac{72616}{105}\chi^8 \sin 6\zeta - \frac{177113}{315}\chi^8 \sin 8\zeta, \\
y^2 &= \mathcal{O} + \frac{535}{24}\chi^8 + \frac{1541}{45}\chi^8 \cos 2\zeta - \frac{24076}{45}\chi^8 \cos 4\zeta + \frac{220319}{105}\chi^8 \cos 6\zeta - \frac{4088171}{2520}\chi^8 \cos 8\zeta, \\
x^3 &= \mathcal{O} - \frac{16}{5}\chi^8 \cos 2\zeta - \frac{256}{5}\chi^8 \cos 4\zeta + \frac{1296}{5}\chi^8 \cos 6\zeta - \frac{1024}{5}\chi^8 \cos 8\zeta, \\
x^2y &= \mathcal{O} - \frac{302}{45}\chi^8 \sin 2\zeta + \frac{8708}{45}\chi^8 \sin 4\zeta - \frac{10214}{15}\chi^8 \sin 6\zeta + \frac{24553}{45}\chi^8 \sin 8\zeta, \\
xy^2 &= \mathcal{O} + \frac{118}{18}\chi^8 - \frac{2101}{45}\chi^8 \cos 2\zeta + \frac{28604}{45}\chi^8 \cos 4\zeta - \frac{90059}{45}\chi^8 \cos 6\zeta + \frac{127057}{90}\chi^8 \cos 8\zeta, \\
y^3 &= \mathcal{O} + \frac{14379}{90}\chi^8 \sin 2\zeta - \frac{131311}{60}\chi^8 \sin 4\zeta + \frac{61679}{10}\chi^8 \sin 6\zeta - \frac{428593}{120}\chi^8 \sin 8\zeta, \\
x^4 &= \mathcal{O} + 16\chi^8 \cos 2\zeta - \frac{128}{3}\chi^8 \cos 4\zeta - 144\chi^8 \cos 6\zeta + \frac{512}{3}\chi^8 \cos 8\zeta, \\
x^3y &= \mathcal{O} - \frac{82}{5}\chi^8 \sin 2\zeta - \frac{642}{15}\chi^8 \sin 4\zeta + \frac{2134}{5}\chi^8 \sin 6\zeta - \frac{12437}{30}\chi^8 \sin 8\zeta,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
x^2y^2 &= \Theta + \frac{149}{18}\chi^8 + \frac{617}{45}\chi^8 \cos 2\zeta - \frac{17128}{45}\chi^8 \cos 4\zeta + \frac{60823}{45}\chi^8 \cos 6\zeta - \frac{89369}{90}\chi^8 \cos 8\zeta, \\
xy^3 &= \Theta - \frac{3031}{30}\chi^8 \sin 2\zeta + \frac{52141}{30}\chi^8 \sin 4\zeta - \frac{42593}{10}\chi^8 \sin 6\zeta + \frac{141043}{60}\chi^8 \sin 8\zeta, \\
y^4 &= \Theta + \frac{7801}{24}\chi^8 - \frac{1352}{15}\chi^8 \cos 2\zeta + \frac{218177}{30}\chi^8 \cos 4\zeta - \frac{195256}{15}\chi^8 \cos 6\zeta + \frac{661151}{120}\chi^8 \cos 8\zeta, \\
x^5 &= \Theta + o.\chi^8 \cos 2\zeta + \frac{320}{3}\chi^8 \cos 4\zeta - o.\chi^8 \cos 6\zeta - \frac{320}{3}\chi^8 \cos 8\zeta, \\
x^4y &= \Theta + 32\chi^8 \sin 2\zeta - 121\chi^8 \sin 4\zeta - \frac{328}{3}\chi^8 \sin 6\zeta + \frac{485}{2}\chi^8 \sin 8\zeta, \\
x^3y^2 &= \Theta + \frac{5}{2}\chi^8 + 44\chi^8 \cos 2\zeta - 38\chi^8 \cos 4\zeta - 556\chi^8 \cos 6\zeta + \frac{1695}{2}\chi^8 \cos 8\zeta, \\
x^2y^3 &= \Theta + \frac{13}{6}\chi^8 \sin 2\zeta - \frac{3817}{6}\chi^8 \sin 4\zeta + \frac{4123}{2}\chi^8 \sin 6\zeta - \frac{14743}{12}\chi^8 \sin 8\zeta, \\
xy^4 &= \Theta - \frac{134}{3}\chi^8 + 176\chi^8 \cos 2\zeta - 4040\chi^8 \cos 4\zeta + \frac{19952}{3}\chi^8 \cos 6\zeta - 2742\chi^8 \cos 8\zeta, \\
y^5 &= \Theta - 1460\chi^8 \sin 2\zeta + 18220\chi^8 \sin 4\zeta - 19780\chi^8 \sin 6\zeta + 6090\chi^8 \sin 8\zeta, \\
x^6 &= \Theta - 72\chi^8 \cos 2\zeta - 48\chi^8 \cos 4\zeta + 72\chi^8 \cos 6\zeta + 48\chi^8 \cos 8\zeta, \\
x^5y &= \Theta + 22\chi^8 \sin 2\zeta + \frac{334}{3}\chi^8 \sin 4\zeta - \frac{214}{3}\chi^8 \sin 6\zeta - \frac{311}{3}\chi^8 \sin 8\zeta, \\
x^4y^2 &= \Theta + \frac{13}{2}\chi^8 - 46\chi^8 \cos 2\zeta + \frac{650}{3}\chi^8 \cos 4\zeta + 46\chi^8 \cos 6\zeta - \frac{1339}{6}\chi^8 \cos 8\zeta, \\
x^3y^3 &= \Theta + 150\chi^8 \sin 2\zeta - 190\chi^8 \sin 4\zeta - 562\chi^8 \sin 6\zeta + 479\chi^8 \sin 8\zeta, \\
x^2y^4 &= \Theta + \frac{268}{3}\chi^8 + \frac{640}{3}\chi^8 \cos 2\zeta + \frac{2800}{3}\chi^8 \cos 4\zeta - \frac{6784}{3}\chi^8 \cos 6\zeta + \frac{3076}{3}\chi^8 \cos 8\zeta, \\
xy^5 &= \Theta + \frac{3152}{3}\chi^8 \sin 2\zeta - \frac{20912}{3}\chi^8 \sin 4\zeta + 7216\chi^8 \sin 6\zeta - \frac{6568}{3}\chi^8 \sin 8\zeta, \\
y^6 &= \Theta + 2840\chi^8 + 12064\chi^8 \cos 2\zeta - 30944\chi^8 \cos 4\zeta + 20704\chi^8 \cos 6\zeta - 4664\chi^8 \cos 8\zeta, \\
x^7 &= \Theta + 70\chi^8 + 56\chi^8 \cos 2\zeta - 56\chi^8 \cos 4\zeta - 56\chi^8 \cos 6\zeta - 14\chi^8 \cos 8\zeta, \\
x^6y &= \Theta - 74\chi^8 \sin 2\zeta + 22\chi^8 \sin 4\zeta + 78\chi^8 \sin 6\zeta + 29\chi^8 \sin 8\zeta, \\
x^5y^2 &= \Theta + 20\chi^8 - 80\chi^8 \cos 2\zeta - 80\chi^8 \cos 4\zeta + 80\chi^8 \cos 6\zeta + 60\chi^8 \cos 8\zeta, \\
x^4y^3 &= \Theta - 24\chi^8 \sin 2\zeta + 248\chi^8 \sin 4\zeta + 8\chi^8 \sin 6\zeta - 124\chi^8 \sin 8\zeta, \\
x^3y^4 &= \Theta + o.\chi^8 - 384\chi^8 \cos 2\zeta + 256\chi^8 \cos 4\zeta + 384\chi^8 \cos 6\zeta - 256\chi^8 \cos 8\zeta, \\
x^2y^5 &= \Theta + 608\chi^8 \sin 2\zeta + 992\chi^8 \sin 4\zeta - 1568\chi^8 \sin 6\zeta + 528\chi^8 \sin 8\zeta, \\
xy^6 &= \Theta - 320\chi^8 - 3328\chi^8 \cos 2\zeta + 7424\chi^8 \cos 4\zeta - 4864\chi^8 \cos 6\zeta + 1088\chi^8 \cos 8\zeta, \\
y^7 &= \Theta + 31360\chi^8 \sin 2\zeta - 31360\chi^8 \sin 4\zeta + 13440\chi^8 \sin 6\zeta - 2240\chi^8 \sin 8\zeta, \\
x^8 &= + 70\chi^8 + 112\chi^8 \cos 2\zeta + 56\chi^8 \cos 4\zeta + 16\chi^8 \cos 6\zeta + 2\chi^8 \cos 8\zeta, \\
x^7y &= - 56\chi^8 \sin 2\zeta - 56\chi^8 \sin 4\zeta - 24\chi^8 \sin 6\zeta - 4\chi^8 \sin 8\zeta, \\
x^6y^2 &= + 40\chi^8 + 32\chi^8 \cos 2\zeta - 32\chi^8 \cos 4\zeta - 32\chi^8 \cos 6\zeta - 8\chi^8 \cos 8\zeta, \\
x^5y^3 &= - 96\chi^8 \sin 2\zeta - 32\chi^8 \sin 4\zeta + 32\chi^8 \sin 6\zeta + 16\chi^8 \sin 8\zeta, \\
x^4y^4 &= + 96\chi^8 + o.\chi^8 \cos 2\zeta - 128\chi^8 \cos 4\zeta + o.\chi^8 \cos 6\zeta + 32\chi^8 \cos 8\zeta, \\
x^3y^5 &= - 384\chi^8 \sin 2\zeta + 128\chi^8 \sin 4\zeta + 128\chi^8 \sin 6\zeta - 64\chi^8 \sin 8\zeta, \\
x^2y^6 &= + 640\chi^8 - 512\chi^8 \cos 2\zeta - 512\chi^8 \cos 4\zeta + 512\chi^8 \cos 6\zeta - 128\chi^8 \cos 8\zeta, \\
xy^7 &= - 3584\chi^8 \sin 2\zeta + 3584\chi^8 \sin 4\zeta - 1536\chi^8 \sin 6\zeta + 256\chi^8 \sin 8\zeta, \\
y^8 &= + 17920\chi^8 - 28672\chi^8 \cos 2\zeta + 14336\chi^8 \cos 4\zeta - 4096\chi^8 \cos 6\zeta + 512\chi^8 \cos 8\zeta.
\end{aligned}$$

II. — Termes du huitième ordre dans les expressions de $x^r \cosh y$ et $x^r \sinh y$ en fonctions de l'excentricité $e = 2\chi$ et de l'anomalie moyenne ζ .

$$\begin{aligned} \cosh y = & \Theta - (7140h^2 - 7801h^4 + 2272h^6 - 256h^8)\chi^8 : 576 \\ & - \{(1541h^2 + 338h^4 + 1508h^6 + 64h^8)\chi^8 : 90\} \cos 2\zeta \\ & + \{(192608h^2 + 218177h^4 + 30944h^6 + 256h^8)\chi^8 : 720\} \cos 4\zeta \\ & - \{(660957h^2 + 341698h^4 + 18116h^6 + 64h^8)\chi^8 : 630\} \cos 6\zeta \\ & + \{(16352684h^2 + 4628057h^4 + 130592h^6 + 256h^8)\chi^8 : 20160\} \cos 8\zeta, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sinh y = & \Theta + \{(344h - 4793h^3 - 2190h^5 - 1120h^7)\chi^8 : 180\} \sin 2\zeta \\ & + \{(32984h + 131311h^3 + 54660h^5 + 2240h^7)\chi^8 : 360\} \sin 4\zeta \\ & - \{(189912h + 431753h^3 + 69230h^5 + 1120h^7)\chi^8 : 420\} \sin 6\zeta \\ & + \{(2225612h + 3000151h^3 + 255780h^5 + 2240h^7)\chi^8 : 5040\} \sin 8\zeta, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x \cosh y = & \Theta - (11h^2 + 67h^4 - 16h^6)\chi^8 : 36 \\ & + \{(128 + 2101h^2 + 660h^4 + 416h^6)\chi^8 : 90\} \cos 2\zeta \\ & - \{(2048 + 14302h^2 + 7575h^4 + 464h^6)\chi^8 : 45\} \cos 4\zeta \\ & + \{(93312 + 630413h^2 + 174580h^4 + 4256h^6)\chi^8 : 630\} \cos 6\zeta \\ & - \{(131072 + 889399h^2 + 143955h^4 + 1904h^6)\chi^8 : 1260\} \cos 8\zeta, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x \sinh y = & \Theta + \{(1264h + 3031h^3 + 1576h^5 + 128h^7)\chi^8 : 180\} \sin 2\zeta \\ & - \{(35344h + 52141h^3 + 10456h^5 + 128h^7)\chi^8 : 180\} \sin 4\zeta \\ & + \{(290464h + 298151h^3 + 25256h^5 + 128h^7)\chi^8 : 420\} \sin 6\zeta \\ & - \{(1416904h + 987301h^3 + 45976h^5 + 128h^7)\chi^8 : 2520\} \sin 8\zeta, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 \cosh y = & \Theta - (149h^2 - 134h^4 + 32h^6)\chi^8 : 36 \\ & - \{(224 + 617h^2 - 800h^4 - 64h^6)\chi^8 : 90\} \cos 2\zeta \\ & + \{(3584 + 8564h^2 + 1750h^4 + 32h^6)\chi^8 : 45\} \cos 4\zeta \\ & - \{(23328 + 60823h^2 + 8480h^4 + 64h^6)\chi^8 : 90\} \cos 6\zeta \\ & + \{(32768 + 89369h^2 + 7690h^4 + 32h^6)\chi^8 : 180\} \cos 8\zeta, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 \sinh y = & \Theta - \{(1208h + 65h^3 - 912h^5)\chi^8 : 180\} \sin 2\zeta \\ & + \{(34832h + 19085h^3 + 1488h^5)\chi^8 : 180\} \sin 4\zeta \\ & - \{(40856h + 20615h^3 + 784h^5)\chi^8 : 60\} \sin 6\zeta \\ & + \{(196424h + 73715h^3 + 1584h^5)\chi^8 : 360\} \sin 8\zeta, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x^3 \cos hy = & \Theta - 5h^2\chi^8 : 4 - \{(16 + 110h^2 + 80h^4)\chi^8 : 5\} \cos 2\zeta \\& - \{(768 - 285h^2 - 160h^4)\chi^8 : 15\} \cos 4\zeta \\& + \{(1296 + 1390h^2 + 80h^4)\chi^8 : 5\} \cos 6\zeta \\& - \{(12288 + 16425h^2 + 640h^4)\chi^8 : 60\} \cos 8\zeta,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x^3 \sin hy = & \Theta - \{(82h + 125h^3 + 16h^5)\chi^8 : 5\} \sin 2\zeta \\& - \{(643h - 475h^3 - 16h^5)\chi^8 : 15\} \sin 4\zeta \\& + \{(6402h + 1405h^3 + 16h^5)\chi^8 : 15\} \sin 6\zeta \\& - \{(12437h + 2395h^3 + 16h^5)\chi^8 : 30\} \sin 8\zeta,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x^4 \cos hy = & \Theta + (0 - 13h^2 + 16h^4)\chi^8 : 4 + (16 + 23h^2)\chi^8 \cos 2\zeta \\& - \{(128 + 325h^2 + 16h^4)\chi^8 : 3\} \cos 4\zeta - (144 + 23h^2)\chi^8 \cos 6\zeta \\& + \{(2048 + 1339h^2 + 16h^4)\chi^8 : 12\} \cos 8\zeta,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x^4 \sin hy = & \Theta + (32h + 4h^3)\chi^8 \sin 2\zeta - \{(363h + 124h^3)\chi^8 : 3\} \sin 4\zeta \\& - \{(328h + 4h^3)\chi^8 : 3\} \sin 6\zeta + \{(1455h + 124h^3)\chi^8 : 6\} \sin 8\zeta,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x^5 \cos hy = & \Theta - 10h^2\chi^8 + 40h^2\chi^8 \cos 2\zeta + \{(320 + 120h^2)\chi^8 : 3\} \cos 4\zeta \\& - 40h^2\chi^8 \cos 6\zeta - \{(320 + 90h^2)\chi^8 : 3\} \cos 8\zeta,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x^5 \sin hy = & \Theta + (22h + 16h^3)\chi^8 \sin 2\zeta + \{(334h + 16h^3)\chi^8 : 3\} \sin 4\zeta \\& - \{(214h + 16h^3)\chi^8 : 3\} \sin 6\zeta - \{(311h + 8h^3)\chi^8 : 3\} \sin 8\zeta,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x^6 \cosh y^{(1)} = & \Theta - 20h^2\chi^8 - (72 + 16h^2)\chi^8 \cos 2\zeta - (48 - 16h^2)\chi^8 \cos 4\zeta \\& + (72 + 16h^2)\chi^8 \cos 6\zeta + (48 + 4h^2)\chi^8 \cos 8\zeta,\end{aligned}$$

$$x^6 \sin hy = \Theta - 74h\chi^8 \sin 2\zeta + 22h\chi^8 \sin 4\zeta + 78h\chi^8 \sin 6\zeta + 29h\chi^8 \sin 8\zeta,$$

$$x^7 \cos hy = \Theta + 70\chi^8 + 56\chi^8 \cos 2\zeta - 56\chi^8 \cos 4\zeta - 56\chi^8 \cos 6\zeta - 14\chi^8 \cos 8\zeta,$$

$$x^7 \sin hy = -56h\chi^8 \sin 2\zeta - 56h\chi^8 \sin 4\zeta - 24h\chi^8 \sin 6\zeta - 4h\chi^8 \sin 8\zeta,$$

$$x^8 \cosh y = +70\chi^8 + 112\chi^8 \cos 2\zeta + 56\chi^8 \cos 4\zeta + 16\chi^8 \cos 6\zeta + 2\chi^8 \cos 8\zeta.$$

(1) Errata au t. I des *Annales* : p. 348, ligne 6, expression de $x^6 \cosh hy$, lire $+ 12\chi^6 \cos 4\zeta$ au lieu de $+ 12\chi^7 \cos 4\zeta$.

III. — Termes de l'ordre $8 - r$ dans les expressions de $\frac{x'^u \cos i\gamma'}{(1+x')^{p+1}}$ et $\frac{x'^u \sin i\gamma'}{(1+x')^{p+1}}$ en fonctions de l'excentricité $e' = 2\zeta'$ et de l'anomalie moyenne ζ' .

$$\begin{aligned} \frac{\cos i\gamma'}{1+x'} = & \textcircled{O} - (16260i^2 - 13321i^4 + 3040i^6 - 256i^8)\zeta'^8 : 576 \\ & - 2 \{ (64 + 5249i^2 - 1242i^4 + 1860i^6 + 64i^8)\zeta'^8 : 180 \} \cos 2\zeta' \\ & + 2 \{ (65536 + 449504i^2 + 355857i^4 + 38880i^6 + 256i^8)\zeta'^8 : 1440 \} \cos 4\zeta' \\ & - 2 \{ (419904 + 1871481i^2 + 585718i^4 + 22820i^6 + 64i^8)\zeta'^8 : 1260 \} \cos 6\zeta' \\ & + 2 \{ (16777216 + 49046156i^2 + 8034537i^4 + 164640i^6 + 256i^8)\zeta'^8 : 40320 \} \cos 8\zeta'; \end{aligned}$$

pour $\zeta' = 0$, le terme du huitième ordre en e' est $+e'^8$.

$$\begin{aligned} \frac{\sin i\gamma'}{1+x'} = & \textcircled{O} - 2 \{ (616i + 5549i^3 + 2278i^5 + 1248i^7)\zeta'^8 : 360 \} \sin 2\zeta' \\ & + 2 \{ (134408i + 245563i^3 + 78164i^5 + 2496i^7)\zeta'^8 : 720 \} \sin 4\zeta' \\ & - 2 \{ (918744i + 911869i^3 + 100422i^5 + 1248i^7)\zeta'^8 : 840 \} \sin 6\zeta' \\ & + 2 \{ (11809772i + 6526723i^3 + 372596i^5 + 2496i^7)\zeta'^8 : 10080 \} \sin 8\zeta'; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\cos i\gamma'}{(1+x')^2} {}^{(1)} = & \textcircled{O} + 2 \{ (2675 - 4388i^2 + 1761i^4 - 304i^6)\zeta'^7 : 72 \} \cos \zeta' \\ & + 2 \{ (1965 + 1360i^2 + 3795i^4 + 304i^6)\zeta'^7 : 40 \} \cos 3\zeta' \\ & - 2 \{ (16621 + 66248i^2 + 14907i^4 + 304i^6)\zeta'^7 : 72 \} \cos 5\zeta' \\ & + 2 \{ (236365 + 340940i^2 + 31575i^4 + 304i^6)\zeta'^7 : 360 \} \cos 7\zeta'; \end{aligned}$$

pour $\zeta' = 0$, le terme du septième ordre en e' est $+8e'^7$.

$$\begin{aligned} \frac{\sin i\gamma'}{(1+x')^2} = & \textcircled{O} + 2 \{ (-25i - 133i^3 + 62i^5 - 32i^7)\zeta'^7 : 36 \} \sin \zeta' \\ & + 2 \{ (2859i + 5579i^3 + 2410i^5 + 32i^7)\zeta'^7 : 60 \} \sin 3\zeta' \\ & - 2 \{ (131623i + 105679i^3 + 7354i^5 + 32i^7)\zeta'^7 : 180 \} \sin 5\zeta' \\ & + 2 \{ (1568509i + 478849i^3 + 14770i^5 + 32i^7)\zeta'^7 : 1260 \} \sin 7\zeta'; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} - \frac{x' \cos i\gamma'}{(1+x')^2} {}^{(2)} = & - \textcircled{O} + (2520 - 3140i^2 + 911i^4 - 80i^6)\zeta'^8 : 36 \\ & + 2 \{ (12528 - 15755i^2 + 5260i^4 - 288i^6)\zeta'^8 : 180 \} \cos 2\zeta' \\ & + 2 \{ (9288 + 4685i^2 + 8675i^4 + 528i^6)\zeta'^8 : 90 \} \cos 4\zeta' \\ & - 2 \{ (672912 + 1878835i^2 + 323540i^4 + 5152i^6)\zeta'^8 : 1260 \} \cos 6\zeta' \\ & + 2 \{ (3402648 + 3956960i^2 + 298655i^4 + 2352i^6)\zeta'^8 : 2520 \} \cos 8\zeta'; \end{aligned}$$

pour $\zeta' = 0$, le terme du huitième ordre en e' est $+8e'^8$.

⁽¹⁾ Errata au tome I des *Annales*: p. 349, ligne 1, coefficient du terme en ζ'^4 , lire $(24 - 4i^2 + 16i^4)$, au lieu de $(24 - 4i^2 + 16i^4)$.

⁽²⁾ Le Verrier donne ce terme avec le signe $+$, mais il est plus rationnel de se conformer à la règle générale adoptée (*voir* t. I des *Annales*, p. 265).

$$-\frac{x' \sin i \gamma'}{(1+x')^2} (1) = -\Theta - 2 \left\{ (944i + 1181i^3 - 1976i^5 + 128i^7)\chi'^8 : 360 \right\} \sin 2\zeta' \\ + 2 \left\{ (35156i + 38651i^3 + 12856i^5 + 128i^7)\chi'^8 : 360 \right\} \sin 4\zeta' \\ - 2 \left\{ (1166976i + 695821i^3 + 37576i^5 + 128i^7)\chi'^8 : 840 \right\} \sin 6\zeta' \\ + 2 \left\{ (11560604i + 2864771i^3 + 72184i^5 + 128i^7)\chi'^8 : 5040 \right\} \sin 8\zeta',$$

$$\frac{\cos i \gamma'}{(1+x')^3} = \Theta + (2520 - 1697i^2 + 386i^4 - 32i^6)\chi'^6 : 18 \\ + 2 \left\{ (3384 - 2066i^2 + 778i^4 + 32i^6)\chi'^6 : 24 \right\} \cos 2\zeta' \\ + 2 \left\{ (3096 - 24649i^2 - 4270i^4 - 32i^6)\chi'^6 : 60 \right\} \cos 4\zeta' \\ + 2 \left\{ (228024 + 195854i^2 + 10090i^4 + 32i^6)\chi'^6 : 360 \right\} \cos 6\zeta';$$

pour $\zeta' = 0$, le terme du sixième ordre en e' est $+ 28e'^6$.

$$\frac{\sin i \gamma'}{(1+x')^3} = \Theta - 2 \left\{ (9380i + 139i^3 - 592i^5)\chi'^6 : 48 \right\} \sin 2\zeta' \\ - 2 \left\{ (11999i + 7450i^3 + 296i^5)\chi'^6 : 30 \right\} \sin 4\zeta' \\ + 2 \left\{ (211548i + 39965i^3 + 592i^5)\chi'^6 : 240 \right\} \sin 6\zeta',$$

$$-\frac{2x' \cos i \gamma'}{(1+x')^3} = \Theta + 2 \left\{ (37577 - 20077i^2 + 3196i^4 - 64i^6)\chi'^7 : 72 \right\} \cos 2\zeta' \\ + 2 \left\{ (20823 - 12467i^2 + 1460i^4 + 64i^6)\chi'^7 : 40 \right\} \cos 3\zeta' \\ + 2 \left\{ (18281 - 74461i^2 - 10772i^4 - 64i^6)\chi'^7 : 72 \right\} \cos 5\zeta' \\ + 2 \left\{ (823543 + 584893i^2 + 24740i^4 + 64i^6)\chi'^7 : 360 \right\} \cos 7\zeta';$$

pour $\zeta' = 0$, le terme du septième ordre en e' est $+ 56e'^7$.

$$-\frac{2x' \sin i \gamma'}{(1+x')^3} = \Theta + 2 \left\{ (1517i - 1477i^3 + 432i^5)\chi'^7 : 72 \right\} \sin 2\zeta' \\ + 2 \left\{ (5595i - 9875i^3 + 1936i^5)\chi'^7 : 120 \right\} \sin 3\zeta' \\ - 2 \left\{ (204619i + 208045i^3 + 6672i^5)\chi'^7 : 360 \right\} \sin 5\zeta' \\ + 2 \left\{ (1092805i + 162355i^3 + 1968i^5)\chi'^7 : 360 \right\} \sin 7\zeta',$$

$$\frac{x'^2 \cos i \gamma'}{(1+x')^3} = \Theta + (8820 - 3958i^2 + 499i^4 - 16i^6)\chi'^8 : 18 \\ + 2 \left\{ (88480 - 39857i^2 + 5120i^4 + 64i^6)\chi'^8 : 180 \right\} \cos 2\zeta' \\ + 2 \left\{ (42056 - 30451i^2 - 1130i^4 + 32i^6)\chi'^8 : 90 \right\} \cos 4\zeta' \\ + 2 \left\{ (72288 - 90703i^2 - 12800i^4 - 64i^6)\chi'^8 : 180 \right\} \cos 6\zeta' \\ + 2 \left\{ (712280 + 422504i^2 + 14890i^4 + 32i^6)\chi'^8 : 360 \right\} \cos 8\zeta';$$

pour $\zeta' = 0$, le terme du huitième ordre en e' est $+ 28e'^8$.

(1) Voir la note (2) de la page précédente.

$$\begin{aligned} \frac{x'^2 \sin i\gamma'}{(1+x')^3} = & \mathbb{O} + 2 \left\{ (14488i - 11045i^3 + 2640i^5) \chi'^8 : 360 \right\} \sin 2\zeta' \\ & + 2 \left\{ (2020i - 52255i^3 + 912i^5) \chi'^8 : 360 \right\} \sin 4\zeta' \\ & - 2 \left\{ (13800i + 34755i^3 + 976i^5) \chi'^8 : 120 \right\} \sin 6\zeta' \\ & + 2 \left\{ (1727996i + 214175i^3 + 2160i^5) \chi'^8 : 720 \right\} \sin 8\zeta', \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\cos i\gamma'}{(1+x')^4} = & \mathbb{O} - 2 \left\{ (1370 + 532i^2 - 72i^4) \chi'^5 : 6 \right\} \cos \zeta' \\ & + 2 \left\{ (435 - 297i^2 - 36i^4) \chi'^5 : 2 \right\} \cos 3\zeta' \\ & + 2 \left\{ (2701 + 1423i^2 + 36i^4) \chi'^5 : 6 \right\} \cos 5\zeta'; \end{aligned}$$

pour $\zeta' = 0$, le terme du cinquième ordre en e' est $+ 56e'^5$.

$$\begin{aligned} \frac{\sin i\gamma'}{(1+x')^4} = & \mathbb{O} + 2 \left\{ (121i - 67i^3 + 16i^5) \chi'^5 : 6 \right\} \sin \zeta' \\ & + 2 \left\{ (231i - 1027i^3 - 16i^5) \chi'^5 : 12 \right\} \sin 3\zeta' \\ & + 2 \left\{ (31177i + 3215i^3 + 16i^5) \chi'^5 : 60 \right\} \sin 5\zeta', \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -\frac{3x' \cos i\gamma'}{(1+x')^4} = & \mathbb{O} + (2520 - 761i^2 + 64i^4) \chi'^6 : 2 \\ & + 2 \left\{ (10088 - 3115i^2 + 96i^4) \chi'^6 : 8 \right\} \cos 2\zeta' \\ & + 2 \left\{ (25672 - 7715i^2 - 960i^4) \chi'^6 : 20 \right\} \cos 4\zeta' \\ & + 2 \left\{ (88056 + 38615i^2 + 800i^4) \chi'^6 : 40 \right\} \cos 6\zeta'; \end{aligned}$$

pour $\zeta' = 0$, le terme du sixième ordre en e' est $+ 168e'^6$.

$$\begin{aligned} -\frac{3x' \sin i\gamma'}{(1+x')^4} = & \mathbb{O} + 2 \left\{ (799i - 421i^3 + 16i^5) \chi'^6 : 4 \right\} \sin 2\zeta' \\ & + 2 \left\{ (4291i - 2440i^3 - 32i^5) \chi'^6 : 10 \right\} \sin 4\zeta' \\ & + 2 \left\{ (46467i + 3955i^3 + 16i^5) \chi'^6 : 20 \right\} \sin 6\zeta', \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{3x'^2 \cos i\gamma'}{(1+x')^4} = & \mathbb{O} + 2 \left\{ (9389 - 2325i^2 + 136i^4) \chi'^7 : 4 \right\} \cos \zeta' \\ & + 2 \left\{ (46899 - 11835i^2 - 360i^4) \chi'^7 : 20 \right\} \cos 3\zeta' \\ & + 2 \left\{ (10389 - 413i^2 - 152i^4) \chi'^7 : 4 \right\} \cos 5\zeta' \\ & + 2 \left\{ (69251 + 25525i^2 + 440i^4) \chi'^7 : 20 \right\} \cos 7\zeta'; \end{aligned}$$

pour $\zeta' = 0$, le terme du septième ordre en e' est $+ 168e'^7$.

$$\begin{aligned} \frac{3x'^2 \sin i\gamma'}{(1+x')^4} = & \mathbb{O} + 2 \left\{ (705i - 241i^3 + 16i^5) \chi'^7 : 4 \right\} \sin \zeta' \\ & + 2 \left\{ (10197i - 4565i^3 + 16i^5) \chi'^7 : 20 \right\} \sin 3\zeta' \\ & + 2 \left\{ (27689i - 3705i^3 - 48i^5) \chi'^7 : 20 \right\} \sin 5\zeta' \\ & + 2 \left\{ (67097i + 4775i^3 + 16i^5) \chi'^7 : 20 \right\} \sin 7\zeta', \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 -\frac{x'^3 \cos i \gamma'}{(1+x')^4} = & \mathbb{O} + (5880 - 1247 i^2 + 64 i^4) \chi'^8 : 4 \\
 & + 2 \left\{ (14696 - 3030 i^2 + 80 i^4) \chi'^8 : 10 \right\} \cos 2 \zeta' \\
 & + 2 \left\{ (44248 - 7985 i^2 - 480 i^4) \chi'^8 : 30 \right\} \cos 4 \zeta' \\
 & + 2 \left\{ (17304 + 1750 i^2 - 80 i^4) \chi'^8 : 10 \right\} \cos 6 \zeta' \\
 & + 2 \left\{ (210968 + 66005 i^2 + 960 i^4) \chi'^8 : 120 \right\} \cos 8 \zeta';
 \end{aligned}$$

pour $\zeta' = 0$, le terme du huitième ordre en e' est $+ 56 e'^8$.

$$\begin{aligned}
 -\frac{x'^3 \sin i \gamma'}{(1+x')^4} = & \mathbb{O} + 2 \left\{ (2022 i - 595 i^3 + 16 i^5) \chi'^8 : 10 \right\} \sin 2 \zeta' \\
 & + 2 \left\{ (12683 i - 3755 i^3 - 16 i^5) \chi'^8 : 30 \right\} \sin 4 \zeta' \\
 & + 2 \left\{ (33738 i - 685 i^3 - 16 i^5) \chi'^8 : 30 \right\} \sin 6 \zeta' \\
 & + 2 \left\{ (94237 i + 5675 i^3 + 16 i^5) \chi'^8 : 60 \right\} \sin 8 \zeta',
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\cos i \gamma'}{(1+x')^5} = & \mathbb{O} + (840 - 209 i^2 + 16 i^4) \chi'^4 : 4 + 2 \left\{ (1240 - 304 i^2 - 16 i^4) \chi'^4 : 6 \right\} \cos 2 \zeta' \\
 & + 2 \left\{ (5960 + 1843 i^2 + 16 i^4) \chi'^4 : 24 \right\} \cos 4 \zeta';
 \end{aligned}$$

pour $\zeta' = 0$, le terme du quatrième ordre en e' est $+ 70 e'^4$.

$$\begin{aligned}
 \frac{\sin i \gamma'}{(1+x')^5} = & \mathbb{O} + 2 \left\{ (318 i - 140 i^3) \chi'^4 : 6 \right\} \sin 2 \zeta' + 2 \left\{ (2703 i + 140 i^3) \chi'^4 : 12 \right\} \sin 4 \zeta', \\
 -\frac{4x' \cos i \gamma'}{(1+x')^5} = & \mathbb{O} + 2 \left\{ (4545 - 803 i^2 + 16 i^4) \chi'^5 : 3 \right\} \cos \zeta' \\
 & + 2 \left\{ (2975 - 223 i^2 - 16 i^4) \chi'^5 : 2 \right\} \cos 3 \zeta' \\
 & + 2 \left\{ (8865 + 2275 i^2 + 16 i^4) \chi'^5 : 6 \right\} \cos 5 \zeta';
 \end{aligned}$$

pour $\zeta' = 0$, le terme du cinquième ordre en e' est $+ 280 e'^5$.

$$\begin{aligned}
 -\frac{4x' \sin i \gamma'}{(1+x')^5} = & \mathbb{O} + 2 \left\{ (518 i - 120 i^3) \chi'^5 : 3 \right\} \sin \zeta' + 2 \left\{ (1760 i - 220 i^3) \chi'^5 : 3 \right\} \sin 3 \zeta' \\
 & + 2 \left\{ (3674 i + 156 i^3) \chi'^5 : 3 \right\} \sin 5 \zeta',
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{6x'^2 \cos i \gamma'}{(1+x')^6} = & \mathbb{O} + (4200 - 611 i^2 + 16 i^4) \chi'^6 + 2 \left\{ (17520 - 1987 i^2 - 16 i^4) \chi'^6 : 4 \right\} \cos 2 \zeta' \\
 & + 2 \left\{ (8024 + 227 i^2 - 16 i^4) \chi'^6 : 2 \right\} \cos 4 \zeta' \\
 & + 2 \left\{ (12792 + 2755 i^2 + 16 i^4) \chi'^6 : 4 \right\} \cos 6 \zeta';
 \end{aligned}$$

pour $\zeta' = 0$, le terme du sixième ordre en e' est $+ 420 e'^6$.

$$\begin{aligned}
 \frac{6x'^2 \sin i \gamma'}{(1+x')^6} = & \mathbb{O} + 2 \left\{ (1691 i - 260 i^3) \chi'^6 : 2 \right\} \sin 2 \zeta' + 2 (1969 i - 64 i^3) \chi'^6 \sin 4 \zeta' \\
 & + 2 \left\{ (4867 i + 172 i^3) \chi'^6 : 2 \right\} \sin 6 \zeta',
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -\frac{4x'^3 \cos i \gamma'}{(1+x')^5} = & \mathfrak{Q} + (10385 - 1205i^2 + 16i^4)\chi'^7 \cos \zeta' \\ & + 2 \left\{ (10047 - 655i^2 - 16i^4)\chi'^7 : 2 \right\} \cos 3\zeta' \\ & + 2 \left\{ (28255 + 2297i^2 - 16i^4)\chi'^7 : 6 \right\} \cos 5\zeta' \\ & + 2 \left\{ (17969 + 3283i^2 + 16i^4)\chi'^7 : 6 \right\} \cos 7\zeta'; \end{aligned}$$

pour $\zeta' = 0$, le terme du septième ordre en e' est $+ 280e'^7$.

$$\begin{aligned} -\frac{4x'^3 \sin i \gamma'}{(1+x')^5} = & \mathfrak{Q} + 2(458i - 60i^3)\chi'^7 \sin \zeta' + 2(1424i - 124i^3)\chi'^7 \sin 3\zeta' \\ & + 2 \left\{ (7668i - 4i^3)\chi'^7 : 3 \right\} \sin 5\zeta' + 2 \left\{ (6306i + 188i^3)\chi'^7 : 3 \right\} \sin 7\zeta', \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{x'^4 \cos i \gamma'}{(1+x')^5} = & \mathfrak{Q} + (9800 - 1013i^2 + 16i^4)\chi'^8 : 4 + 2 \left\{ (4816 - 417i^2)\chi'^8 : 2 \right\} \cos 2\zeta' \\ & + 2 \left\{ (13752 - 205i^2 - 16i^4)\chi'^8 : 6 \right\} \cos 4\zeta' \\ & + 2 \left\{ (4016 + 417i^2)\chi'^8 : 2 \right\} \cos 6\zeta' \\ & + 2 \left\{ (24648 + 3859i^2 + 16i^4)\chi'^8 : 24 \right\} \cos 8\zeta'; \end{aligned}$$

pour $\zeta' = 0$, le terme du huitième ordre en e' est $+ 70e'^8$.

$$\begin{aligned} \frac{x'^4 \sin i \gamma'}{(1+x')^5} = & \mathfrak{Q} + 2(386i - 38i^3)\chi'^8 \sin 2\zeta' + 2 \left\{ (4837i - 204i^3)\chi'^8 : 6 \right\} \sin 4\zeta' \\ & + 2 \left\{ (3386i + 38i^3)\chi'^8 : 6 \right\} \sin 6\zeta' + 2 \left\{ (8015i + 204i^3)\chi'^8 : 12 \right\} \sin 8\zeta', \end{aligned}$$

$$\frac{\cos i \gamma'}{(1+x')^5} = \mathfrak{Q} + 2(117 - 17i^2)\chi'^3 \cos \zeta' + 2(107 + 17i^2)\chi'^3 \cos 3\zeta';$$

le second membre doit, pour $\zeta' = 0$, se réduire à $1 + 6e' + 21e'^2 + 56e'^3$.

$$\frac{\sin i \gamma'}{(1+x')^6} = \mathfrak{Q} + 2(20i - 4i^3)\chi'^3 \sin \zeta' + 2 \left\{ (220i + 4i^3)\chi'^3 : 3 \right\} \sin 3\zeta',$$

$$\begin{aligned} -\frac{5x' \cos i \gamma'}{(1+x')^6} = & \mathfrak{Q} + (1050 - 110i^2)\chi'^4 + 2 \left\{ (2960 - 120i^2)\chi'^4 : 3 \right\} \cos 2\zeta' \\ & + 2 \left\{ (2185 + 285i^2)\chi'^4 : 3 \right\} \cos 4\zeta'; \end{aligned}$$

le second membre doit, pour $\zeta' = 0$, se réduire à $5e' + 30e'^2 + 105e'^3 + 280e'^4$.

$$-\frac{5x' \sin i \gamma'}{(1+x')^6} = \mathfrak{Q} + 2 \left\{ (875i - 40i^3)\chi'^4 : 3 \right\} \sin 2\zeta' + 2 \left\{ (2725i + 40i^3)\chi'^4 : 6 \right\} \sin 4\zeta',$$

$$\begin{aligned} \frac{10x'^2 \cos i \gamma'}{(1+x')^6} = & \mathfrak{Q} + 2 \left\{ (11240 - 780i^2)\chi'^5 : 3 \right\} \cos \zeta' + 2(3280 + 50i^2)\chi'^5 \cos 3\zeta' \\ & + 2 \left\{ (5800 + 630i^2)\chi'^5 : 3 \right\} \cos 5\zeta'; \end{aligned}$$

le second membre doit, pour $\zeta' = 0$, se réduire à $10e'^2 + 60e'^3 + 210e'^4 + 560e'^5$.

$$\begin{aligned} -\frac{10x'^2 \sin iy'}{(1+x')^6} = & \mathbb{O} + 2 \left\{ (1300i - 80i^3) \chi'^5 : 3 \right\} \sin \zeta' + 2 \left\{ (3650i - 40i^3) \chi'^5 : 3 \right\} \sin 3\zeta' \\ & + 2 \left\{ (3310i + 40i^3) \chi'^5 : 3 \right\} \sin 5\zeta', \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -\frac{10x'^3 \cos iy'}{(1+x')^6} = & \mathbb{O} + (7000 - 440i^2) \chi'^6 + 2(6610 - 230i^2) \chi'^6 \cos 2\zeta' \\ & + 2(5300 + 220i^2) \chi'^6 \cos 4\zeta' + 2(2510 + 230i^2) \chi'^6 \cos 6\zeta'; \end{aligned}$$

le second membre doit, pour $\zeta' = 0$, se réduire à $+10e'^3 + 60e'^4 + 210e'^5 + 560e'^6$.

$$\begin{aligned} -\frac{10x'^3 \sin iy'}{(1+x')^6} = & \mathbb{O} + 2(1325i - 40i^3) \chi'^6 \sin 2\zeta' + 2(2160i + 0.i^3) \chi'^6 \sin 4\zeta' \\ & + 2 \left\{ (3955i + 40i^3) \chi'^6 : 3 \right\} \sin 6\zeta', \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -\frac{5x'^4 \cos iy'}{(1+x')^6} = & \mathbb{O} + 2(6435 - 305i^2) \chi'^7 \cos \zeta' + 2(5745 - 35i^2) \chi'^7 \cos 3\zeta' \\ & + 2 \left\{ (12425 + 645i^2) \chi'^7 : 3 \right\} \cos 5\zeta' + 2 \left\{ (4795 + 375i^2) \chi'^7 : 3 \right\} \cos 7\zeta'; \end{aligned}$$

le second membre doit, pour $\zeta' = 0$, se réduire à $+5e'^4 + 30e'^5 + 105e'^6 + 280e'^7$.

$$\begin{aligned} -\frac{5x'^4 \sin iy'}{(1+x')^6} = & \mathbb{O} + 2(550i - 20i^3) \chi'^7 \sin \zeta' + 2(1510i - 20i^3) \chi'^7 \sin 3\zeta' \\ & + 2 \left\{ (5210i + 20i^3) \chi'^7 : 3 \right\} \sin 5\zeta' + 2 \left\{ (2330i + 20i^3) \chi'^7 : 3 \right\} \sin 7\zeta', \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -\frac{x'^5 \cos iy'}{(1+x')^6} = & \mathbb{O} + (2450 - 110i^2) \chi'^8 + 2(2332 - 68i^2) \chi'^8 \cos 2\zeta' \\ & + 2 \left\{ (5876 + 84i^2) \chi'^8 : 3 \right\} \cos 4\zeta' + 2(1252 + 68i^2) \chi'^8 \cos 6\zeta' \\ & + 2 \left\{ (1201 + 81i^2) \chi'^8 : 3 \right\} \cos 8\zeta'; \end{aligned}$$

le second membre doit, pour $\zeta' = 0$, se réduire à $e'^5 + 6e'^6 + 21e'^7 + 56e'^8$.

$$\begin{aligned} -\frac{x'^5 \sin iy'}{(1+x')^6} = & \mathbb{O} + 2(355i - 8i^3) \chi'^8 \sin 2\zeta' + 2 \left\{ (1795i - 8i^3) \chi'^8 : 3 \right\} \sin 4\zeta' \\ & + 2 \left\{ (1565i + 8i^3) \chi'^8 : 3 \right\} \sin 6\zeta' + 2 \left\{ (1085i + 8i^3) \chi'^8 : 6 \right\} \sin 8\zeta', \end{aligned}$$

$$\frac{\cos iy'}{(1+x')^7} = \mathbb{O} + (42 - 4i^2) \chi'^2 + 2(35 + 2i^2) \chi'^2 \cos 2\zeta',$$

$$\frac{\sin iy'}{(1+x')^7} = \mathbb{O} + 2(33i\chi'^2 : 2) \sin 2\zeta',$$

$$-\frac{6x' \cos iy'}{(1+x')^7} = \mathbb{O} + 2(411 - 12i^2) \chi'^3 \cos \zeta' + 2(261 + 12i^2) \chi'^3 \cos 3\zeta',$$

$$-\frac{6x' \sin iy'}{(1+x')^7} = \mathbb{O} + 2(63i\chi'^3) \sin \zeta' + 2(111i\chi'^3) \sin 3\zeta',$$

$$\begin{aligned} -\frac{15x'^2 \cos iy'}{(1+x')^7} = & \mathbb{O} + (1890 - 60i^2) \chi'^4 + 2(1620 + 0.i^2) \chi'^4 \cos 2\zeta' \\ & + 2(795 + 30i^2) \chi'^4 \cos 4\zeta', \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{15x'^2 \sin iy'}{(1+x')^7} = \mathcal{O} + 2(375i\chi'^4) \sin 2\zeta' + 2(615i\chi'^4 : 2) \sin 4\zeta', \\
& - \frac{20x'^3 \cos iy'}{(1+x')^7} = \mathcal{O} + 2(4420 - 80i^2)\chi'^5 \cos \zeta' + 2(3270 + 40i^2)\chi'^5 \cos 3\zeta' \\
& \quad + 2(1270 + 40i^2)\chi'^5 \cos 5\zeta', \\
& - \frac{20x'^3 \sin iy'}{(1+x')^7} = \mathcal{O} + 2(420i\chi'^5) \sin \zeta' + 2(870i\chi'^5) \sin 3\zeta' + 2(450i\chi'^5) \sin 5\zeta', \\
& \frac{15x'^4 \cos iy'}{(1+x')^7} = \mathcal{O} + (6300 - 120i^2)\chi'^6 + 2(5595 - 30i^2)\chi'^6 \cos 2\zeta' \\
& \quad + 2(3570 + 60i^2)\chi'^6 \cos 4\zeta' + 2(1125 + 30i^2)\chi'^6 \cos 6\zeta', \\
& \frac{15x'^4 \sin iy'}{(1+x')^7} = \mathcal{O} + 2(1755i\chi'^6 : 2) \sin 2\zeta' + 2(990i\chi'^6) \sin 4\zeta' + 2(735i\chi'^6 : 2) \sin 6\zeta', \\
& - \frac{6x'^5 \cos iy'}{(1+x')^7} = \mathcal{O} + 2(4575 - 60i^2)\chi'^7 \cos \zeta' + 2(3645 + 12i^2)\chi'^7 \cos 3\zeta' \\
& \quad + 2(2007 + 36i^2)\chi'^7 \cos 5\zeta' + 2(525 + 12i^2)\chi'^7 \cos 7\zeta', \\
& - \frac{6x'^5 \sin iy'}{(1+x')^7} = \mathcal{O} + 2(315i\chi'^7) \sin \zeta' + 2(711i\chi'^7) \sin 3\zeta' \\
& \quad + 2(555i\chi'^7) \sin 5\zeta' + 2(159i\chi'^7) \sin 7\zeta', \\
& \frac{x'^6 \cos iy'}{(1+x')^7} = \mathcal{O} + (1470 - 20i^2)\chi'^8 + 2(1336 - 8i^2)\chi'^8 \cos 2\zeta' + 2(956 + 8i^2)\chi'^8 \cos 4\zeta' \\
& \quad + 2(456 + 8i^2)\chi'^8 \cos 6\zeta' + 2(101 + 2i^2)\chi'^8 \cos 8\zeta', \\
& \frac{x'^6 \sin iy'}{(1+x')^7} = \mathcal{O} + 2(159i\chi'^8) \sin 2\zeta' + 2(207i\chi'^8) \sin 4\zeta' \\
& \quad + 2(123i\chi'^8) \sin 6\zeta' + 2(57i\chi'^8 : 2) \sin 8\zeta', \\
& \frac{\cos iy'}{(1+x')^8} = +1 + 2(8\chi') \cos \zeta', \\
& \frac{\sin iy'}{(1+x')^8} = +2(2i\chi') \sin \zeta', \\
& - \frac{7x' \cos iy'}{(1+x')^8} = +98\chi'^2 + 2(7\chi') \cos \zeta' + 2(63\chi'^2) \cos 2\zeta', \\
& - \frac{7x' \sin iy'}{(1+x')^8} = +2(14i\chi'^2) \sin 2\zeta', \\
& \frac{21x'^2 \cos iy'}{(1+x')^8} = +42\chi'^2 + 2(462\chi'^3) \cos \zeta' + 2(21\chi'^2) \cos 2\zeta' + 2(210\chi'^3) \cos 3\zeta', \\
& \frac{21x'^2 \sin iy'}{(1+x')^8} = +2(42i\chi'^3) \sin \zeta' + 2(42i\chi'^3) \sin 3\zeta', \\
& - \frac{35x'^3 \cos iy'}{(1+x')^8} = +1470\chi'^4 + 2(105\chi'^3) \cos \zeta' + 2(1120\chi'^4) \cos 2\zeta' \\
& \quad + 2(35\chi'^3) \cos 3\zeta' + 2(385\chi'^4) \cos 4\zeta',
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{35x'^3 \sin iy'}{(1+x')^8} = + 2(140i\chi'^4) \sin 2\zeta' + 2(70i\chi'^4) \sin 4\zeta', \\
& - \frac{35x'^4 \cos iy'}{(1+x')^8} = + 210\chi'^4 + 2(2520\chi'^5) \cos \zeta' + 2(140\chi'^4) \cos 2\zeta' \\
& \quad + 2(1540\chi'^5) \cos 3\zeta' + 2(35\chi'^4) \cos 4\zeta' + 2(420\chi'^5) \cos 5\zeta', \\
& - \frac{35x'^4 \sin iy'}{(1+x')^8} = + 2(140i\chi'^5) \sin \zeta' + 2(210i\chi'^5) \sin 3\zeta' + 2(70i\chi'^5) \sin 5\zeta', \\
& - \frac{21x'^5 \cos iy'}{(1+x')^8} = + 2940\chi'^6 + 2(210\chi'^5) \cos \zeta' + 2(2415\chi'^6) \cos 2\zeta' + 2(105\chi'^5) \cos 3\zeta' \\
& \quad + 2(1218\chi'^6) \cos 4\zeta' + 2(21\chi'^5) \cos 5\zeta' + 2(273\chi'^6) \cos 6\zeta', \\
& - \frac{21x'^5 \sin iy'}{(1+x')^8} = + 2(210i\chi'^6) \sin 2\zeta' + 2(168i\chi'^6) \sin 4\zeta' + 2(42i\chi'^6) \sin 6\zeta', \\
& - \frac{7x'^6 \cos iy'}{(1+x')^8} = + 140\chi'^6 + 2(1750\chi'^7) \cos \zeta' + 2(105\chi'^6) \cos 2\zeta' + 2(1218\chi'^7) \cos 3\zeta' \\
& \quad + 2(42\chi'^6) \cos 4\zeta' + 2(518\chi'^7) \cos 5\zeta' + 2(7\chi'^6) \cos 6\zeta' + 2(98\chi'^7) \cos 7\zeta', \\
& - \frac{7x'^6 \sin iy'}{(1+x')^8} = + 2(70i\chi'^7) \sin \zeta' + 2(126i\chi'^7) \sin 3\zeta' \\
& \quad + 2(70i\chi'^7) \sin 5\zeta' + 2(14i\chi'^7) \sin 7\zeta', \\
& - \frac{x'^7 \cos iy'}{(1+x')^8} = + 560\chi'^8 + 2(35\chi'^7) \cos \zeta' + 2(448\chi'^8) \cos 2\zeta' + 2(21\chi'^7) \cos 3\zeta' \\
& \quad + 2(224\chi'^8) \cos 4\zeta' + 2(7\chi'^7) \cos 5\zeta' + 2(64\chi'^8) \cos 6\zeta' \\
& \quad + 2\chi'^7 \cos 7\zeta' + 2(8\chi'^8) \cos 8\zeta', \\
& - \frac{x'^7 \sin iy'}{(1+x')^8} = + 2(28i\chi'^8) \sin 2\zeta' + 2(28i\chi'^8) \sin 4\zeta' \\
& \quad + 2(12i\chi'^8) \sin 6\zeta' + 2(2i\chi'^8) \sin 8\zeta', \\
& - 8x' = + 2(8\chi') \cos \zeta', \\
& - 28x'^2 = + 56\chi'^2 + 2(28\chi'^2) \cos 2\zeta', \\
& - 56x'^3 = + 2(168\chi'^3) \cos \zeta' + 2(56\chi'^3) \cos 3\zeta', \\
& - 70x'^4 = + 420\chi'^4 + 2(280\chi'^4) \cos 2\zeta' + 2(70\chi'^4) \cos 4\zeta', \\
& - 56x'^5 = + 2(560\chi'^5) \cos \zeta' + 2(280\chi'^5) \cos 3\zeta' + 2(56\chi'^5) \cos 5\zeta', \\
& - 28x'^6 = + 560\chi'^6 + 2(420\chi'^6) \cos 2\zeta' + 2(168\chi'^6) \cos 4\zeta' + 2(28\chi'^6) \cos 6\zeta', \\
& - 8x'^7 = + 2(280\chi'^7) \cos \zeta' + 2(168\chi'^7) \cos 3\zeta' + 2(56\chi'^7) \cos 5\zeta' + 2(8\chi'^7) \cos 7\zeta', \\
& - x'^8 = + 70\chi'^8 + 2(56\chi'^8) \cos 2\zeta' + 2(28\chi'^8) \cos 4\zeta' \\
& \quad + 2(8\chi'^8) \cos 6\zeta' + 2\chi'^8 \cos 8\zeta'.
\end{aligned}$$

IV. — Expression de R_1 en fonction des facteurs développés ci-dessus, et dans laquelle ils doivent être substitués.

Les pages 355 et 356 du tome I des *Annales de l'Observatoire de Paris* ne sont pas à modifier; la page 357 doit être remplacée par ce qui suit :

$$\begin{aligned}
 & + x^6 \cosh y \frac{\cos i\gamma'}{(1+x')^7} + x^6 \sin h y \frac{\sin i\gamma'}{(1+x')^7} - 6x^5 \cosh y \frac{x' \cos i\gamma'}{(1+x')^7} \\
 & - 6x^5 \sin h y \frac{x' \sin i\gamma'}{(1+x')^7} + 15x^4 \cosh y \frac{x'^2 \cos i\gamma'}{(1+x')^7} + 15x^4 \sin h y \frac{x'^2 \sin i\gamma'}{(1+x')^7} \\
 & + K_6^{(i, h)} \left\{ - 20x^3 \cosh y \frac{x'^3 \cos i\gamma'}{(1+x')^7} - 20x^3 \sin h y \frac{x'^3 \sin i\gamma'}{(1+x')^7} + 15x^2 \cosh y \frac{x'^4 \cos i\gamma'}{(1+x')^7} \right. \\
 & \quad \left. + 15x^2 \sin h y \frac{x'^4 \sin i\gamma'}{(1+x')^7} - 6x \cosh y \frac{x'^5 \cos i\gamma'}{(1+x')^7} - 6x \sin h y \frac{x'^5 \sin i\gamma'}{(1+x')^7} \right. \\
 & \quad \left. + \cosh y \frac{x'^6 \cos i\gamma'}{(1+x')^7} + \sin h y \frac{x'^6 \sin i\gamma'}{(1+x')^7} \right\} \cos[i\ell' - h\lambda - (i-h)\tau'] \\
 & + x^6 \sin h y \frac{\cos i\gamma'}{(1+x')^7} - x^6 \cosh y \frac{\sin i\gamma'}{(1+x')^7} - 6x^5 \sin h y \frac{x' \cos i\gamma'}{(1+x')^7} \\
 & + 6x^5 \cosh y \frac{x' \sin i\gamma'}{(1+x')^7} + 15x^4 \sin h y \frac{x'^2 \cos i\gamma'}{(1+x')^7} - 15x^4 \cosh y \frac{x'^2 \sin i\gamma'}{(1+x')^7} \\
 & + K_6^{(i, h)} \left\{ - 20x^3 \sin h y \frac{x'^3 \cos i\gamma'}{(1+x')^7} + 20x^3 \cosh y \frac{x'^3 \sin i\gamma'}{(1+x')^7} + 15x^2 \sin h y \frac{x'^4 \cos i\gamma'}{(1+x')^7} \right. \\
 & \quad \left. - 15x^2 \cosh y \frac{x'^4 \sin i\gamma'}{(1+x')^7} - 6x \sin h y \frac{x'^5 \cos i\gamma'}{(1+x')^7} + 6x \cosh y \frac{x'^5 \sin i\gamma'}{(1+x')^7} \right. \\
 & \quad \left. + \sin h y \frac{x'^6 \cos i\gamma'}{(1+x')^7} - \cosh y \frac{x'^6 \sin i\gamma'}{(1+x')^7} \right\} \sin[i\ell' - h\lambda - (i-h)\tau'] \\
 & + x^7 \cosh y \frac{\cos i\gamma'}{(1+x')^8} - 7x^6 \cosh y \frac{x' \cos i\gamma'}{(1+x')^8} + 21x^5 \cosh y \frac{x'^2 \cos i\gamma'}{(1+x')^8} \\
 & - 35x^4 \cosh y \frac{x'^3 \cos i\gamma'}{(1+x')^8} + 35x^3 \cosh y \frac{x'^4 \cos i\gamma'}{(1+x')^8} - 21x^2 \cosh y \frac{x'^5 \cos i\gamma'}{(1+x')^8} \\
 & + K_7^{(i, h)} \left\{ 7x \cosh y \frac{x'^6 \cos i\gamma'}{(1+x')^8} - \cosh y \frac{x'^7 \cos i\gamma'}{(1+x')^8} \right\} \cos[i\ell' - h\lambda - (i-h)\tau']
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + x^7 \sin hy \frac{\cos iy'}{(1+x')^8} - x^7 \cosh y \frac{\sin iy'}{(1+x')^8} - 7x^6 \sin hy \frac{x' \cos iy'}{(1+x')^8} \\
 & + 7x^6 \cosh y \frac{x' \sin iy'}{(1+x')^8} + 21x^5 \sin hy \frac{x'^2 \cos iy'}{(1+x')^8} - 21x^5 \cosh y \frac{x'^2 \sin iy'}{(1+x')^8} \\
 & - 35x^4 \sin hy \frac{x'^3 \cos iy'}{(1+x')^8} + 35x^4 \cosh y \frac{x'^3 \sin iy'}{(1+x')^8} + 35x^3 \sin hy \frac{x'^4 \cos iy'}{(1+x')^8} \\
 & - 35x^3 \cosh y \frac{x'^4 \sin iy'}{(1+x')^8} - 21x^2 \sin hy \frac{x'^5 \cos iy'}{(1+x')^8} + 21x^2 \cosh y \frac{x'^5 \sin iy'}{(1+x')^8} \\
 & + 7x \sin hy \frac{x'^6 \cos iy'}{(1+x')^8} - 7x \cosh y \frac{x'^6 \sin iy'}{(1+x')^8} - \sin hy \frac{x'^7 \cos iy'}{(1+x')^8} \\
 & + \cosh y \frac{x'^7 \sin iy'}{(1+x')^8} \\
 + K_7^{(i,h)} \left\{ \right. & \left. \sin [il' - h\lambda - (i-h)\tau'] \right. \\
 + K_8^{(i,h)} \left\{ \right. & \left. \cos [il' - h\lambda - (i-h)\tau'] \right. .
 \end{aligned}$$

Vu et approuvé :

Paris, le 8 janvier 1885.

LE DOYEN DE LA FACULTÉ DES SCIENCES,

MILNE EDWARDS.

Permis d'imprimer :

Paris, le 10 janvier 1885.

LE VICE-RECTEUR DE L'ACADEMIE DE PARIS,

GRÉARD.

SECONDE THÈSE.

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Théorie du mouvement elliptique et du mouvement troublé des planètes.
Variation des constantes arbitraires.

Vu et approuvé :

Paris, le 8 janvier 1885.

LE DOYEN DE LA FACULTÉ DES SCIENCES,

MILNE EDWARDS.

Permis d'imprimer :

Paris, le 10 janvier 1885.

LE VICE-RECTEUR DE L'ACADEMIE DE PARIS,

GRÉARD.

