COMPARAISON ENTRE LA REPRESENTATION DE CERTAINES STATISTIQUES PAR LA FONCTION BINOMIALE ET PAR LA FONCTION EXPONENTIELLE

A propos de la représentation de certaines statistiques par la Fonction binomiale[1]

$$(1) \qquad y = \frac{m!}{(mp-x-h)!\,(mq+x+h)!}\, p^{mp-x-h}\, q^{mq+x+h},$$

la question suivante a été posée[2]

"...Cependant .... la formule ci-dessus n'a d'avantage que si le nombre m n'est pas très grand . En effet, $p + q$ doit être très voisin de 1 , sinon égal à 1 , et si le quotient

$$\frac{1}{m}\left(\frac{1}{p} - \frac{1}{q}\right)$$

est très petit, l'approximation des factorielles permet de réduire la formule de M. de Montessus à la forme exponentielle

lire $y = \frac{N}{\sqrt{mpq}}\, e^{-\frac{x^2}{2mpq}}$

$$y = \frac{N}{\sqrt{mpq}}\, e^{\frac{-x^2}{2mpq}}$$

sauf une erreur relative négligeable tant que y n'est pas lui-même très petit. Dans ce cas , la courbe en cloche est sensiblement symétrique et nous pensons que la forme exponentielle , qui ne dépend que du seul paramètre mpq , serait pratiquement tout aussi bonne que la première. Cette remarque s'appliquerait sans doute aux statistiques E et G des pages 137 et 140 du livre [1] dans lesquelles m surpasse respectivement 242 et 392 , et alors la détermination séparée de m , p , q paraît tenir à un concours bien fortuit. Mais généralement m est inférieur à 30 (dans les statistiques étudiées) et la formule de M. de Montessus est compatible avec une dissymétrie que la loi exponentielle exclut."

Voici la réponse.

I -- La représentation par la fonction binomiale (1) de la statistique représentée par les nombres O du Tableau suivant se fait par les nombres C indiqués en regard des nombres O; dans le cas présent , il s'agit de la statistique G dont il est question ci-dessus; cette représentation donne par le calcul

$$h = 1{,}18576 \quad m = 392{,}0207 \quad p = 0{,}02835 \quad q = 0{,}97165 \quad ;$$

de ces valeurs de h,m,p,q, résultent (formule 1) les nombres C :

(1) R. de MONTESSUS de BALLORE, *Probabilités et Statistiques* Hermann, Paris, 1931 et *Ann. Soc. Sc. de Bruxelles*, passim.
(2) *Revue des Questions Scientifiques*, 1931, p. 143.

O = Observé ou données	C = calculé par la fonction binomiale	O - C +	O - C -
1	0,2	0,6	
2	0,5	1,5	
2	1,3	0,7	
4	2,8	1,2	
8,5	6,0	2,5	
13,5	12,I	1,4	~~1,6~~
2I,5	23,3		~~2,6~~ 1,8
37	42,6		5,6
79	73,9	5,I	
108	12I,0		13,0
I8I,5	186,5		5,I
254,5	270,2		15,7
348,5	365,7		17,2
463,5	460,5	3,0	
548,5	536,8	11,7	
602,5	575,9	26,6	
6I9,5	564,I	55,I	
500	50I,3		1,3
382	399,4		17,4
237,5	28I,8		44,3
189,5	173,3	16,2	
88,5	9I,0		2,5
43 ,5	39,6	3,9	
7	13,7		6,7
4	3,5	0,5	
1	0,6	0,4	
~~Totaux~~			
Totaux 4748,0	4748,0		

II --- La représentation de la même statistique par la Fonction exponentielle se fera , selon la méthode usuelle en écrivant

$$\varepsilon^2 = \frac{Sx^2y}{Sy} \quad , \quad h^2 = \frac{1}{2\,\varepsilon^2} \quad , \quad y = Sy\,\frac{h}{\sqrt{\pi}}\,e^{-h^2x^2}$$

où l'on a

$$Sx^2y = 1^2 \times 602,5 + 2^2 \times 548,6 + 3^2 \times 463,5 + \ldots + 16^2 \times 1$$
$$+ 1^2 \times 500 + 2^2 \times 382 + 3^2 \times 237,5 + \ldots + 9^2 \times 1 = 57223$$

$$Sy = 619,5 + 602,5 + 548,5 + 463,5 + \ldots + 1$$
$$+ 500 + 382 + \ldots + 1 = 4748,0;$$

On trouve $y = 545,75\; e^{-h^2x^2}$ où $h^2 = 0,018\;01750.$

Les valeurs obtenues par cette formeule pour les y sont écrites dans le Tableau suivant , à la colonne C' :

0 = Données (Observé)	C' = Calculé par la Fonction exponentielle	0 - C' +	0 - C' -
1	0	1	
2	0	2	
2	0,2	~~0,8~~ 1,8	
4	0,5	3,5	
8,5	~~0,5~~ 1,4	7,1	
13,5	3,6	9,9	
21,5	8,6	12,9	
37	18,9	18,1	
79	38,4	40,6	
108	71,5	36,5	
181,5	122,5	59,0	
254,5	193,4	61,1	
348,5	281,0	67,5	
463,5	375,4	88,1	
548,5	462,1	86,4	
602,5	523,5	79,0	
619,5	545,7	73,8	
500	523,5		23,5
382	462,1		~~40,0~~ 80,1
237,5	375,4		37,9
189,5	281,0		91,5
88,5	193,4		104,9
43,5	122,5		79,0
7	71,5		64,5
4	38,4		34,4
1	18,9		17,9
	8,6		8,6
	3,6		3,6
	1,4		1,4
	0,5		0,5
	0,2		0,2
	0		
Totaux 4748,0	4747,5		

La comparaison des deux Tableaux montre, pour la statistique en cause, la supériorité de la représentation par **la fonction binomiale (1)**, sur la représentation par **la fonction exponentielle**, bien que m (calculé par la représentation binomiale) soit grand.

J'ajoute qu'on connaît des distributions d'évènements où ~~celle-ci est fonction de~~ la distribution suit la loi binomiale; ~~qui~~ ce sont les tirages de boules d'une urne, tandis qu'on ne connaît pas d'exemple où l'on puisse affirmer que la distribution des évènements suit la loi exponentielle, à moins qu'on ne regarde (cas de $p=q=0,5$) la loi exponentielle comme équivalente à la loi binomiale au point de vue numérique.

R. de MONTESSUS de BALLORE

COMPARAISON ENTRE LA REPRESENTATION DE CERTAINES STATISTIQUES PAR LA FONCTION BINOMIALE ET PAR LA FONCTION EXPONENTIELLE

A propos de la représentation de certaines statistiques par la Fonction binomiale(1)

$$(1) \qquad y = \frac{m!}{(mp-x-h)!\,(mq+x+h)!}\, p^{mp-x-h}\, q^{mq+x+h}$$

la question suivante a été posée(2)

"...Cependant .... la formule ci-dessus n'a d'avantage que si le nombre m n'est pas très grand . En effet, p + q doit être très voisin de 1 , sinon égal à 1 , et si le quotient

$$\frac{1}{m}\left(\frac{1}{p} - \frac{1}{q}\right)$$

~~ssix~~

est très petit, l'approximation des factorielles permet de réduire la formule de M. de Montessus à la forme exponentielle

lire $y = \frac{N}{\sqrt{mpq}}\, e^{-\frac{x^2}{2mpq}}$

$$y = \frac{N}{\sqrt{mpq}}\, e^{\frac{-x^2}{2mpq}}$$

sauf une erreur relative négligeable tant que y n'est pas lui-même très petit. Dans ce cas , la courbe en cloche est sensiblement symétrique et nous pensons que la forme exponentielle , qui ne dépend que du seul paramètre mpq , serait pratiquement tout aussi bonne que la première. Cette remarque s'appliquerait sans doute aux statistiques E et G des pages 137 et 140 du livre (1) dans lesquelles m surpasse respectivement 242 et 392 , et alors la détermination séparée de m ,p,q paraît tenir à un concours bien fortuit. Mais ~~gex~~ généralement m est inférieur à 30 (dans les statistiques étudiées) et la formule de M. de Montessus est compatible avec une dissymétrie que la loi exponentielle exclut."

Voici la réponse.

I -- La représentation par la fonction binomiale (1) de la statistique représentée par les nombres O du Tableau suivant se fait par les nombres C indiqués en regard des nombres O; dans le cas présent , il s'agit de la statistique G dont il est question ci-dessus; cette représentation donne par le calcul

$h = 1{,}18576 \quad m = 392{,}0207 \quad p = 0{,}02835 \quad q = 0{,}97165$;

de ces valeurs de h,m,p,q, résultent (formule 1) les nombres C :

(1) R. de MONTESSUS de BALLORE, Probabilités et Statistiques Hermann, Paris, 1931 et Ann. Soc. Sc. de Bruxelles, passim.
(2) Revue des Questions Scientifiques, 1931, p. 143.

O = Observé ou données	C = calculé par la fonction binomiale	O - C +	O - C -
1	0,2	0,6	
2	0,5	1,5	
2	1,3	0,7	
4	2,8	1,2	
8,5	6,0	2,5	
13,5	12,I	1,4	
2I,5	23,3		1,8
37	42,6		5,6
79	73,9	5,I	
108	12I,0		13,0
I8I,5	186,5		5,I
254,5	270,2		15,7
348,5	365,7		17,2
463,5	460,5	3,0	
548,5	536,8	11,7	
602,5	575,9	26,6	
6I9,5	564,I	55,I	
500	50I,3		1,3
382	399,4		17,4
237,5	23I,8		44,3
189,5	173,3	16,2	
88,5	9I,0		2,5
43,5	39,6	3,9	
7	13,7		6,7
4	3,5	0,5	
1	0,6	0,4	
Totaux 4748,0	4748,0		

II --- La représentation de la même statistique par la Fonction exponentielle se fera , selon la méthode usuelle en écrivant

$$\varepsilon^2 = \frac{Sx^2y}{Sy} \quad , \quad h^2 = \frac{1}{2\varepsilon^2} \quad , \quad y = Sy \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2x^2}$$

où l'on a

$$Sx^2y = 1^2 \times 602,5 + 2^2 \times 548,6 + 3^2 \times 463,5 + \ldots + 16^2 \times 1$$

$$+ 1^2 \times 500 + 2^2 \times 382 + 3^2 \times 237,5 + \ldots + 9^2 \times 1 = 57223$$

$$Sy = 6I9,5 + 602,5 + 548,5 + 463,5 + \ldots + 1$$
$$+ 500 + 382 + \ldots + 1 = 4748,0;$$

On trouve

$$y = 545,75\, e^{-h^2x^2} \quad \text{où} \quad h^2 = 0,0I8\ 0I750.$$

Les valeurs obtenues par cette formeule pour les y sont écrites dans le Tableau suivant , à la colonne C' :

O = Données (Observé)	C' = Calculé par la Fonction exponentielle	O − C' +	O − C' −
1	0	1	
2	0	2	
2	0,2	1,8	
4	0,5	3,5	
8,5	1,4	7,1	
13,5	3,6	9,9	
21,5	8,6	12,9	
37	18,9	18,1	
79	38,4	40,6	
108	71,5	36,5	
181,5	122,5	59,0	
254,5	193,4	61,1	
348,5	281,0	67,5	
463,5	375,4	88,1	
548,5	462,1	86,4	
602,5	523,5	79,0	
619,5	545,7	73,8	
500	523,5		23,5
382	462,1		80,1
237,5	375,4		37,9
189,5	281,0		91,5
88,5	193,4		104,9
43,5	122,5		79,0
7	71,5		64,5
4	38,4		34,4
1	18,9		17,9
	8,6		8,6
	3,6		3,6
	1,4		1,4
	0,5		0,5
	0,2		0,2
Totaux 4748,0	0		
	4747,5		

La comparaison des deux Tableaux montre, pour la statistique en cause, la supériorité de la représentation par la fonction binomiale (1), sur la représentation par la fonction exponentielle, bien que m (calculé par la représentation binomiale) soit grand.

J'ajoute qu'on connaît des distributions d'évènements où ~~celle-ci est fonction de~~ la distribution suit la loi binomiale; ce sont les tirages de boules d'une urne, tandis qu'on ne connaît pas d'exemple où l'on puisse affirmer que la distribution des évènements suit la loi exponentielle, à moins qu'on ne regarde (cas de p=q = 0,5) la loi exponentielle comme équivalente à la loi binomiale au point de vue numérique.

R. de MONTESSUS de BALLORE

COMPARAISON ENTRE LA REPRESENTATION DE CERTAINES STATISTIQUES PAR LA FONCTION BINOMIALE ET PAR LA FONCTION EXPONENTIELLE

A propos de la représentation de certaines statistiques par la Fonction binomiale (1)

$$(1) \qquad y = \frac{m!}{(mp-x-h)!\,(mq+x+h)!}\, p^{mp-x-h}\, q^{mq+x+h}$$

la question suivante a été posée (2)

"...Cependant .... la formule ci-dessus n'a d'avantage que si le nombre m n'est pas très grand. En effet, p + q doit être très voisin de 1, sinon égal à 1, et si le quotient

$$\frac{1}{m}\left(\frac{1}{p}-\frac{1}{q}\right)$$

est très petit, l'approximation des factorielles permet de réduire la formule de M. de Montessus à la forme exponentielle

$$y = \frac{N}{\sqrt{mpq}}\, e^{\frac{-x^2}{2mpq}}$$

lire $y = \frac{N}{\sqrt{mpq}} e^{-\frac{x^2}{2mpq}}$

sauf une erreur relative négligeable tant que y n'est pas lui-même très petit. Dans ce cas, la courbe en cloche est sensiblement symétrique et nous pensons que la forme exponentielle, qui ne dépend que du seul paramètre mpq, serait pratiquement tout aussi bonne que la première. Cette remarque s'appliquerait sans doute aux statistiques E et G des pages 137 et 140 du livre (1) dans lesquelles m surpasse respectivement 242 et 392, et alors la détermination séparée de m, p, q paraît tenir à un concours bien fortuit. Mais généralement m est inférieur à 30 (dans les statistiques étudiées) et la formule de M. de Montessus est compatible avec une dissymétrie que la loi exponentielle exclut."

Voici la réponse.

I -- La représentation par la fonction binomiale (1) de la statistique représentée par les nombres O du Tableau suivant se fait par les nombres C indiqués en regard des nombres O; dans le cas présent, il s'agit de la statistique G dont il est question ci-dessus; cette représentation donne par le calcul

$$h = 1{,}18576 \quad m = 392{,}0207 \quad p = 0{,}02835 \quad q = 0{,}97165 \;;$$

de ces valeurs de h, m, p, q, résultent (formule 1) les nombres C :

(1) R. de MONTESSUS de BALLORE, Probabilités et Statistiques Hermann, Paris, 1931 et Ann. Soc. Sc. de Bruxelles, passim.
(2) Revue des Questions Scientifiques, 1931, p. 143.

O = Observé ou données	C = calculé par la fonction binomiale	O - C +	O - C −
1	0,2	0,6	
2	0,5	1,5	
2	1,3	0,7	
4	2,8	1,2	
8,5	6,0	2,5	
13,5	12,I	1,4	~~1,6~~
2I,5	23,3		~~5,6~~ 1,8
37	42,6		5,6
79	73,9	5,I	
108	12I,0		13,0
18I,5	186,5		5,I
254,5	270,2		15,7
348,5	365,7		17,2
463,5	460,5	3,0	
548,5	536,8	11,7	
602,5	575,9	26,6	
6I9,5	564,I	55,I	
500	50I,3		1,3
382	399,4		17,4
237,5	28I,8		44,3
189,5	173,3	16,2	
88,5	9I,0		2,5
43 ,5	39,6	3,9	
7	13,7		6,7
4	3,5	0,5	
1	0,6	0,4	
~~Taxxxx~~			
Totaux 4748,0	4748,0		

II --- La représentation de la même statistique <u>par la Fonction exponentielle</u> se fera , selon la méthode usuelle en écrivant

$$\varepsilon^2 = \frac{Sx^2y}{Sy} \quad , \quad h^2 = \frac{1}{2\varepsilon^2} \quad , \quad y = Sy \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2x^2}$$

~~xxxxxxxxx~~ où l'on a
~~xSx~~

$$Sx^2y = 1^2 \times 602,5 + 2^2 \times 548,6 + 3^2 \times 463,5 + \dots + 16^2 \times 1\cancel{4}$$
$$+ 1^2 \times 500 + 2^2 \times 382 + 3^2 \times 237,5 + \dots + 9^2 \times 1 = 57223$$

~~xSxyxxx6I9x~~ $Sy = 6I9,5 + 602,5 + 548,5 + 463,5 + \dots + 1$
$+ 500 + 382 + \dots + 1 = 4748,0;$

On trouve
$$y = 545,75\ e^{-h^2x^2} \quad \text{où} \quad h^2 = 0,0I8\ 0I750.$$

Les valeurs obtenues par cette formeule pour les y sont écrites dans le Tableau suivant , à la colonne C' :

O = Données (Observé)	C' = Calculé par la Fonction exponentielle	O - C' +	O - C' -
1	0	1	
2	0	2	
2	0,2	1,8	
4	0,5	3,5	
8,5	~~0,7~~ 1,4	7,1	
13,5	3,6	9,9	
21,5	8,6	12,9	
37	18,9	18,1	
79	38,4	40,6	
108	71,5	36,5	
181,5	122,5	59,0	
254,5	193,4	61,1	
348,5	281,0	67,5	
463,5	375,4	88,1	
548,5	462,1	86,4	
602,5	523,5	79,0	
619,5	545,7	73,8	
500	523,5		23,5
382	462,1		80,1
237,5	375,4		37,9
189,5	281,0		91,5
88,5	193,4		104,9
43,5	122,5		79,0
7	71,5		64,5
4	38,4		34,4
1	18,9		17,9
	8,6		8,6
	3,6		3,6
	1,4		1,4
	0,5		0,5
	0,2		0,2
	0		
Totaux 4748,0	4747,5		

La comparaison des deux Tableaux montre pour la statistique en cause, la supériorité de la représentation par la fonction binomiale (1), sur la représentation par la fonction exponentielle, bien que m (calculé par la représentation binomiale) soit grand.

J'ajoute qu'on connaît des distributions d'évènements où ~~celle-ci est fonction de~~ la distribution suit la loi binomiale; ~~qui~~ ce sont les tirages de boules d'une urne, tandis qu'on ne connaît pas d'exemple où l'on puisse affirmer que la distribution des évènements suit la loi exponentielle, à moins qu'on ne regarde (cas de p=q = o,5) la loi exponentielle comme équivalente à la loi binomiale au point de vue numérique.

R. de MONTESSUS de BALLORE

COMPARAISON ENTRE LA REPRESENTATION DE CERTAINES STATISTIQUES PAR LA FONCTION BINOMIALE ET PAR LA FONCTION EXPONENTIELLE

A propos de la représentation de certaines statistiques par la Fonction binomiale[1]

$$(1) \qquad y = \frac{m!}{(mp-x-h)!\,(mq+x+h)!}\, p^{mp-x-h}\, q^{mq+x+h}$$

la question suivante a été posée[2]

"...Cependant .... la formule ci-dessus n'a d'avantage que si le nombre m n'est pas très grand . En effet, $p + q$ doit être très voisin de 1 , sinon égal à 1 , et si le quotient

$$\frac{1}{m}\left(\frac{1}{p} - \frac{1}{q}\right)$$

est très petit, l'approximation des factorielles permet de réduire la formule de M. de Montessus à la forme exponentielle

$$y = \frac{N}{\sqrt{mpq}}\, e^{\frac{-x^2}{2mpq}}$$

lire $y = \frac{N}{\sqrt{mpq}} e^{-\frac{x^2}{2mpq}}$

sauf une erreur relative négligeable tant que y n'est pas lui-même très petit. Dans ce cas , la courbe en cloche est sensiblement symétrique et nous pensons que la forme exponentielle , qui ne dépend que du seul paramètre mpq , serait pratiquement tout aussi bonne que la première. Cette remarque s'appliquerait sans doute aux statistiques E et G des pages 137 et 140 du livre (1) dans lesquelles m surpasse respectivement 242 et 392 , et alors la détermination séparée de m ,p,q paraît tenir à un concours bien fortuit. Mais généralement m est inférieur à 30 (dans les statistiques étudiées) et la formule de M. de Montessus est compatible avec une dissymétrie que la loi exponentielle exclut."

Voici la réponse.

I -- La représentation par la fonction binomiale (1) de la statistique représentée par les nombres O du Tableau suivant se fait par les nombres C indiquées en regard des nombres O; dans le cas présent , il s'agit de la statistique G dont il est question ci-dessus; cette représentation donne par le calcul

$h = 1,18576 \quad m = 392,0207 \quad p = 0,02835 \quad q = 0,97165$;

de ces valeurs de h,m,p,q, résultent (formule 1) les nombres C :

(1) R. de MONTESSUS de BALLORE, Probabilités et Statistiques Hermann, Paris, 1931 et Ann. Soc. Sc. de Bruxelles, passim.

(2) Revue des Questions Scientifiques, 1931, p. 143.

O = Observé ou données	C = calculé par la fonction binomiale	O − C +	O − C −
1	0,2	0,6	
2	0,5	1,5	
2	1,3	0,7	
4	2,8	1,2	
8,5	6,0	2,5	
13,5	12,I	1.4	~~1,6~~
21,5	23,3		~~2,6~~ 1,8
37	42,6		5,6
79	73,9	5,I	
108	121,0		13,0
181,5	186,5		5,I
254,5	270,2		15,7
348,5	365,7		17,2
463,5	460,5	3,0	
548,5	536,8	11,7	
602,5	575,9	26,6	
619,5	564,I	55,I	
500	501,3		1,3
382	399,4		17,4
237,5	281,8		44,3
189,5	173,3	16,2	
88,5	91,0		2,5
43 ,5	39,6	3,9	
7	13,7		6,7
4	3,5	0,5	
1	0,6	0,4	
~~xxxxxx~~			
Totaux 4748,0	4748,0		

II --- La représentation de la même statistique par la Fonction exponentielle se fera , selon la méthode usuelle en écrivant

$$\varepsilon^2 = \frac{Sx^2y}{Sy} \quad . \quad h^2 = \frac{1}{2\,\varepsilon^2} \ , \ y = Sy\,\frac{h}{\sqrt{\pi}}\,e^{-h^2x^2}$$

~~xxxxxxxx~~ où l'on a ~~xxx~~

$$Sx^2y = 1^2 \times 602,5 + 2^2 \times 548,6 + 3^2 \times 463,5 + \ldots + 16^2 \times 1$$
$$+ 1^2 \times 500 + 2^2 \times 382 + 3^2 \times 237,5 + \ldots + 9^2 \times 1 = 57223$$

~~xxxxxxxxx~~ $Sy = 619,5 + 602,5 + 548,5 + 463,5 + \ldots + 1$
$+ 500 + 382 + \ldots + 1 = 4748,0$;

On trouve
$$y = 545,75\ e^{-h^2x^2} \quad \text{où} \quad h^2 = 0,018\ 01750.$$

Les valeurs obtenues par cette formeule pour les y sont écrites dans le Tableau suivant , à la colonne C' :

O = Données (Observé)	C' = Calculé par la Fonction exponentielle	O - C' +	O - C' -
1	0	1	
2	0	2	
2	0,2	~~0,8~~ 1,8	
4	0,5	3,5	
8,5	~~0,7~~ 1,4	7,1	
13,5	3,6	9,9	
21,5	8,6	12,9	
37	18,9	18,1	
79	38,4	40,6	
108	71,5	36,5	
181,5	122,5	59,0	
254,5	193,4	61,1	
348,5	281,0	67,5	
463,5	375,4	88,1	
548,5	462,1	86,4	
602,5	523,5	79,0	
619,5	545,7	73,8	
500	523,5		23,5
382	462,1		80,1
237,5	375,4		37,9
189,5	281,0		91,5
88,5	193,4		104,9
43,5	122,5		79,0
7	71,5		64,5
4	38,4		34,4
1	18,9		17,9
	8,6		8,6
	3,6		3,6
	1,4		1,4
	0,5		0,5
	0,2		0,2
	0		
Totaux 4748,0	4747,5		

La comparaison des deux Tableaux montre pour la statistique en cause, la supériorité de la représentation par la fonction binomiale (1), sur la représentation par la fonction exponentielle, bien que m (calculé par la représentation binomiale) soit grand.

J'ajoute qu'on connaît des distributions d'évènements où ~~celle-ci est fonction de~~ la distribution suit la loi binomiale; ~~qui~~ ce sont les tirages de boules d'une urne, tandis qu'on ne connaît pas d'exemple où l'on puisse affirmer que la distribution des évènements suit la loi exponentielle, à moins qu'on ne regarde (cas de p=q = o,5) la loi exponentielle comme équivalente à la loi binomiale au point de vue numérique.

R. de MONTESSUS de BALLORE

C M.

Je vais vous faire envoyer mon volume par mon éditeur ; je suis bien heureux que vous vouliez bien faire les comptes rendus que vous m'annoncez.

On me dit que mon livre est difficile à comprendre. Je vais vous en donner un aperçu.

Pendant plusieurs années, j'ai essayé vainement de faire cadrer les statistiques ~~[illegible]~~ ~~En~~ affectant la forme de courbe en cloche avec la loi exponentielle $Ae^{-h^2x^2}$; j'ai ensuite essayé la loi plus générale $Ae^{ax+bx^2+cx^3}$, mais j'ai réfléchi que nul exemple de ce genre ne se rencontre dans la nature.

La nature présente, par contraire, dans le tirage de boules d'une urne la loi

$$(1) \qquad A \frac{m!}{(mp-x)!\,(mq+x)!}\, p^{mp-x}\, q^{mq+x},$$

Mais je fus arrêté par le fait suivant : cette loi ne vaut pas pour les statistiques. Enfin je m'aperçus qu'il y a des statistiques qui suivent la loi

$$(2) \qquad A \frac{m!}{(mp-x-h)!\,(mq+x+h)!}\, p^{mp-x-h}\, q^{mq+x+h}$$

compte tenu de l'écart probable* et que l'introduction de la constante h est bien facile à justifier.

A mon point de vue, la loi (2) est une loi ~~naturelle~~ de la nature, tout comme le principe des forces vives.

Ces idées seront développées : 1° dans un article de la "Revue sc. rose," n° du 4 février 1932 ; je vous l'enverrai ; 2° (même texte, mais plus complet ~~polonais~~, et aussi en français, dans "Mon. ...", n° de janvier 1932 ; je vous l'enverrai aussi ; va paraître enfin une étude statistique, ~~d'après ces principes~~, de la tuberculose, ~~dans~~ d'après ces principes dans la Revue générale des sciences, n° du 15 ~~janv~~ ou du 31 janvier

*(~~notion~~ critérium fondamental

1932 : je vous l'enverrai encore.

~~Je prépare un travail sur le sujet suivant~~ :

Vous pourriez peut être attendre ces 3 Mémoires pour faire vos compte-rendus.

Je prépare un travail sur le sujet suivant : la théorie qui fait remonter l'origine des petites planètes à l'explosion d'une planète placée autrefois entre Mars et Jupiter ne peut se soutenir, d'après l'étude de la statistique des petites planètes. J'ai écrit à ce sujet au P. Boccardi, pour avoir son avis d'astronome.

~~Le développement~~ Il est très remarquable que p, q se caractérisent par les statistiques naturelles et que ce soit $\frac{q-p}{\sqrt{mpq}}$; vous avez pu voir une conséquence importante de ce fait dans mon mémoire, que vous a envoyé le P. Boccardi, sur les moments d'ordre nul.

Je m'occupe de développer le chapitre XIII de mon livre. J'ai des résultats ~~importants~~ généraux importants, mais je n'ai pas encore la solution complète du problème.

~~[illegible]~~ Les italiens ~~sont~~ ont fait des travaux remarquables sur le calcul des probabilités. Je désire beaucoup qu'ils s'intéressent à mes travaux et je suis convaincu que vous leur donnerez le désir d'étudier mon livre, sans exclure, bien entendu les critiques que vous pourrez faire ; mais vous devez admettre que j'ai eu une peine énorme à me débarrasser de la vieille armure exponentielle et ~~le~~ que ~~la loi~~ ma tentative de la reléguer au musée historique est au moins méritoire, et [illegible] ne sera pas acceptée sans heurts ; mais elle le sera ; mon livre, qui étudie ~~[illegible]~~ de très nombreuses statistiques, y parviendra.